навчально-виховних завдань та виконанні професійних функцій. У час швидкого розвитку інформаційних технологій, студенти спеціальності технологія повинні володіти сучасними способами передачі, обробки, збереження інформації [2].

ЛІТЕРАТУРА:

1. Хортон С. Разумный web-дизайн. Как сделать ваш сайт удобным для пользователя / Сара Хортон ; пер. с анг. М. Л. Тарасовой. – М. : НТ Пресс, 2007. – 288с.

2. http://www.nbuv.gov.ua/portal/natural/Nvuu/Ped/2008_14/meleshko.pdf

УДК 371.315.7:51 ***Креш Л.Л., Працьовитий М.В.***

ЕЛЕМЕНТИ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ У ЗАГАЛЬНІЙ ТЕОРІЇ АЛГЕБРАЇЧНИХ КРИВИХ ТА ПОВЕРХОНЬ

Обсуждается роль свободного вектора, в частности, его направления, в общих теориях алгебраических линий и поверхностей в курсе аналитической геометрии для студентов педагогических университетов, акцентируется внимание на трудностях, с которыми встречаются студенты при работе с понятием «направление вектора», и некорректностями, которые допускаются преподавателями.

Вступ. Розділ «Елементи векторної алгебри» – традиційний для курсів «Аналітична геометрія», «Аналітична геометрія та лінійна алгебра» для студентів педагогічних університетів напрямів підготовки МАТЕМАТИКА, ФІЗИКА, ІНФОРМАТИКА, АСТРОНОМІЯ. Іноді його вивчають достатньо автономно по відношенню до інших розділів і не обов'язково першим. Але, усвідомлюючи його виняткову роль для побудови геометричного курсу на аналітичній (алгебраїчній) основі доцільно вивчати першим і класти в основу методу координат, який базується на афінній, прямокутній декартовій та бари-центричній системах координат. До такого висновку нас підводять наступні аргументи:

1. Вказані геометричні курси ґрунтуються на аксіоматичній основі, яка закладена ще в шкільному курсі математики, первинними поняттями якої є точка, пряма, площина, …;
2. Векторний та координатно-векторний методи розв'язування задач є універсальними;
3. Уведення вказаних систем координат на векторній основі є найбільш раціональним, продуктивним і таким, що дозволяє легко встановлювати зв'язки між різними розділами математики.

Поняття вільного вектора (і його геометрична інтерпретація – як клас екві- полентних напрямлених відрізків) широко використовується в різних розділах геометрії, математичного аналізу, математичної (зокрема, теоретичної) фізики. Для внутрішніх потреб самої аналітичної геометрії, апаратна роль вільного вектора надзвичайно важлива. Нижче ми аргументуватимемо такий висновок.

У теорії ліній та поверхонь вектори відіграють нетривіальну роль, але в задачах, проблемах цієї теорії суттєвою є в першу чергу роль навіть не вектора а лише його напряму. Це означає, що вивчаючи теорію векторів ми маємо ак- центувати увагу на питанні «Що ж таке напрям?», «Що ж таке напрям векто- ра?». На це запитання практично ніхто зі студентів, які вивчили розділ елемен-ти векторної алгебри, не можуть строго змістовно відповісти, якщо лектором не було це питання розглянуто окремо. А ключ до коректної відповіді у руках студентів, взагалі кажучи, є, оскільки з означеннями через факторизацію мно-жини (з допомогою бінарного відношення еквівалентності) студенти знайомі. Ним студенти користувалися при означенні вектора, геометричної форми та ін. Студент з належною математичною культурою міг би відповісти, що напрям це спільна властивість всіх співнапрямлених векторів. Але більш коректною мала би бути відповідь «клас всіх однаково напрямлених векторів», тобто елемент фактор-множини всіх векторів, побудованої за відношенням співнапрямленості.

Студентам важко абстрагуватись від довжини вектора (її відсутності при розгляді поняття напрямленості). І як наслідок цього виникають проблеми при визначенні напряму прямої (а це робиться з точністю до колінеарності), при розв'язанні задачі на визначення інваріантної прямої афінного перетворення (перетворення подібності чи руху), при визначенні параметричності (кількості параметрів) сім'ї прямих, що належать одному пучку тощо. З метою зглаження цієї ситуації має вестись відповідна напрямлена робота.

Ми хотіли би акцентувати увагу на ролі вектора як математичного об'єкта, що характеризується як скалярною величиною (довжиною = модулем), так і напрямом, в теоріях алгебраїчних кривих та поверхонь.

Важливим в теорії алгебраїчних кривих є поняття асимптотичного напряму кривої (напряму ненульового вектора $\vec{s}$, такого, що будь-яка пряма йому паралельна перетинає криву в не більш ніж в одній точці, або повністю їй належить). Після аналізу взаємного розміщення прямої і кривої на алгебраїчно-аналітичному рівні виводиться рівняння для визначення асимптотичних напрямів кривої $\gamma : a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{10}x + 2a_{20}y + a_{00} = 0$, яке має вигляд:

$$a_{11}m^2 + 2a_{12}mn + a_{22}n^2 = 0.$$

Не дивлячись на те, що шуканий вектор $\vec{s} = (m, n)$ має дві невідомі координати, розв'язки останнього рівняння шукаються з точністю до колінеарності, а тому дане рівняння є не більш ніж квадратним по відношенню до кутового коефіцієнта прямої $k = \dfrac{n}{m}$. Це важко дається частині студентів зі слабкою підготовкою. Аналогічна, і навіть дещо складніша ситуація виникає при розгляді асимптотичного напряму алгебраїчної поверхні другого порядку

$$\gamma : a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{10}x + 2a_{20}y + 2a_{30}z + a_{00} = 0,$$

який приводить до рівняння $a_{11}m^2 + a_{22}n^2 + a_{33}k^2 + 2a_{12}mn + 2a_{13}mk + 2a_{23}nk = 0$

для визначення векторів асимптотичного напряму $\vec{s} = (m, n, k)$. Обґрунтування того, що сім'я асимптотичних напрямів утворює конус є простою з аналітичної точки зору і навіть суто геометричною, але складною з алгебраїчної з переходом від «вектора» до «напряму». Важливо домогтися свідомого розрізнення понять «асимптотичний конус» і «конус асимптотичних напрямів», вміючи проводити аналогію між базис і репер.

Далеко нетривіальну роль відіграють вектори в питаннях дотична і нормаль до кривої та дотична площина і нормаль до поверхні.

При виведенні рівнянь дотичних використовуються знання про вектор напряму прямої, взаємне розміщення кривої (поверхні) з прямою. Однозначність (єдність) дотичної залишається загадковою для більшості, якщо на ідеологічному рівні немає розуміння сутності напряму вектора (прямої).

При розгляді питання центру кривої та поверхні вектори знову відіграють суттєву роль, оскільки розглядаються хорди кривої (поверхні) паралельні деякому ненульовому вектору. Однак в цій ситуації, після неодноразового звернення до напряму, коли розглядались попередні питання, легше добитись повного розуміння істотності (напряму) в цьому питанні.

Надзвичайно важливим у вказаних теоріях є питання головного напряму кривої (поверхні), і не лише в чисто теоретичному плані, оскільки це питання пов'язане з ідентифікацією кривої (поверхні), зведення її рівняння до канонічного вигляду та побудові у системі координат.

Зазначимо, що наявність уявних та вироджених кривих та поверхонь не спрощує вивчення загальної теорії і навіть її ускладнює, але гармонізація підходів, методів, спроб інтерпретувати та ілюструвати кроки міркувань, проміжні та загальні висновки допомагають уникнути непорозумінь і хибних уявлень, та домогтись усвідомити сутність понять та фактів. Це те, на що слід роботи ставку.

Значно легше подолати зазначені вище труднощі при вивченні поверхонь та кривих методом інваріантів, але збагнути геометричну сутність теоретичних викладок в цій ситуації теж нелегко. А в деяких випадках можна наштовхнутись на значні труднощі дещо іншого порядку. Наприклад, геометричне тлумачення характеристичних рівнянь кривої та поверхні вдається далеко не кожному, одиниці можуть з достатньою глибиною розуміння, пояснювати геометричний зміст власних векторів та власних значень.

Враховуючи вище сказане, легко зробити наступний логічний висновок: слід домогтися належного глибокого розуміння теоретичного і практичного значення поняття «напрям вектора», «напрям прямої» і відштовхуючись від нього намагатись усвідомити геометричну сутність понять з ними пов'язаних.

При вивченні ліній та поверхонь методом координат (засобами аналітичної геометрії) незначну роль відіграють операції над векторами, більше відношення колінеарності та компланарності. Тоді як в курсі диференціальної геометрії роль останніх значно зростає і векторний добуток векторів відіграє важливу роль, зокрема, при вивченні скруту кривої та формул Френе.

Зазначимо також, що вивченню кривих та поверхонь передує вивчення систем координат (афінних, прямокутних декартових, полярних, полярно-сферичних та полярно-циліндричних). В основі означення перших двох елементи векторної алгебри відіграють вирішальну роль. При розгляді най-простіших задач в афінній системі координат іноді допускають помилку, коли при розв'язанні задачі про координати вектора, заданого координатами своїх кінців, попередньо не означуючи поняття координати вектора в афінній системі координат. Іноді недооцінюється роль елементів векторної алгебри в теорії пря-мих в просторі, в якій ефективно працюють факти з теорії векторного множен-ня векторів, розв'язки метричних задач (стосовно площ многокутників та об'є-мів многогранників), лінійні операції над векторами та випуклі оболонки векто-рів. Звичайно, на всьому цьому слід акцентувати увагу студентів в моменти систематизації та узагальнення знань (на консультаціях, колоквіумах тощо).

ЛІТЕРАТУРА:

1. Креш Л.Л, Працьовитий М.В. Барицентр та барицентрична система координату курсі «Аналітичної геометрії» для майбутніх викладачів математики // Міжнар. наук.-прак. конф. «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З.І. Слєпкань. Тези доповідей. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2011. – С. 60-61.

2. Креш Л.Л., Працьовитий М.В. Векторна алгебра – основа сучасної матема-тичної освіти вчителя математики //Дидактика математики: проблеми і дослід- ження. Міжнарод. зб. наук. робіт. - Вип. 31.– Донецьк, 2009. С. 34-37.

3. Працьовитий М.В., Креш Л.Л. Барицентрична система координат на прямій, в площині та просторі. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2009. – 60 с.

4. Працьовитий М.В., Креш Л.Л. Тема «Барицентр та барицентрична система координат» у курсі аналітичної геометрії для студентів педагогічних університетів напряму підготовки «математика» \\ Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наук. пр. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2011. – №8. – С. 162-171.

5. Працьовитий М.В., Креш Л.Л. Методика вивчення векторного добутку векторів майбутніми вчителями математики. // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наук. пр. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. - №5. – С.6-15 .