

Сила дисонансу, стверджує Л. Фестінгер, залежить від значимості для індивіда елементів, які перебувають у відношеннях дисонансу, та від кількості елементів, які вступають у дисонансні відношення з конкретним елементом. Сила когнітивного дисонансу визначає інтенсивність дії, спрямованої на його зменшення. Чим сильніший когнітивний дисонанс, тим відчутніша схильність до уникнення ситуацій, що можуть збільшити силу дисонансу. А самі когнітивні елементи чинять цьому опір, джерелом якого є об'єктивна реальність чи кількість консонантних відношень.

Подолання чи зменшення дисонансу відбувається через:

- а) зміну одного з когнітивних елементів, який перебуває у дисонансному відношенні;
- б) додавання нового елементу, який «мирить» дисонансні елементи;
- в) зниження важливості когнітивних елементів, які перебувають у дисонансі;
- г) зміну пропорцій дисонансних та консонансних відношень;
- д) уникнення ситуацій, які призводять до когнітивного дисонансу.

Студенти, які переживають когнітивний дисонанс, мають спрямованість мотивації на задачу та на взаємні дії. Такі студенти спрямовують свої дії або на подолання когнітивного дисонансу перцептивних процесів та розв'язання задачі, або на спільну діяльність, стосунки у колективі, що не сприяє виконанню поставленої мети та продуктивності навчання у цілому. Студенти мають менш високу здатність до навчання.

Висновки. Студентам із сенситивністю характерні активність перцептивних процесів у побудові образу задачі, переживання самореалізації, зосередженість на діях, добір способів розв'язання нових задач і спрямованість мотивації на себе. Студенти розв'язують задачі без когнітивного дисонансу, мають високу здатність до навчання.

Студенти зі зниженням чутливості до невідомого переживають когнітивний дисонанс у процесі розв'язування задачі. Спочатку долається когнітивний дисонанс перцептивних процесів студента, а потім розв'язується задача. Студенти мають нижчу здатність до навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Висідалко Н.Л. Чутливість перцептивних процесів при вирішенні задач та її показники/ Н. Висідалко// *Практична психологія та соціальна робота.* –2010.– № 6.
2. Висідалко Н.Л. Продуктивність професійного навчання/ Наталія Висідалко// *Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія № 12. Психологічні науки: Зб. наук. праць.* – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2011. – № 35 (59). – 155–163.
3. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості/ Під ред. Л.Н. Проколієнко, Упор. В.В. Андрієвська, Г.О. Балл, О.Г. Губко, О.В. Проскура. / Г.С. Костюк. – К.: Рад. шк., 1989. – 608 с., С. 251–300.
4. Фестингер Л. Теория когнитивного диссонанса /Л.Фестингер / [Пер. с англ. А. Анистратенко, И. Знаешева]. – СПб.: «Ювента», 1999. – 318 с.

УДК 517

Василенко Н. М.

ПРО ФАКТОРІАЛЬНЕ ЗОБРАЖЕННЯ ЧИСЕЛ ТА ДЕЯКІ ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

В статье предложены некоторые результаты исследования свойств чисел, представленных рядом Кантора для случая, когда $(b_n) \equiv (n + 1)$, $n \in \mathbb{N}$. Решена задача о количестве различных представлений таких чисел и изучена их геометрия.

Ще в 1689 році Г. Кантор [1] розглядав задачі про раціональність та ірраціональність дійсних чисел, представлених у вигляді

$$x = \alpha_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{b_1 b_2 \dots b_n},$$

де (b_n) — фіксована послідовність натуральних чисел, таких, що $b_n > 1$, $\alpha_n \in \{0, 1, \dots, b_n - 1\}$, $n \in \mathbb{N}$, $\alpha_0 \in \mathbb{Z}$.

При $\alpha_0 = 0$ і $b_n = n + 1$ одержимо представлення чисел у вигляді

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{(n + 1)!}, \tag{1}$$

де $\alpha_n \in \mathbb{A}_n \equiv \{0, 1, \dots, n\}$.

1. Факторіальне зображення дійсних чисел

Теорема 1. Для довільного дійсного числа $x \in [0, 1]$ існує послідовність (α_n) , $\alpha_n \in \mathbb{A}_n$, така, що має місце рівність (1).

Доведення. Очевидно, що при $\alpha_n = 0$ маємо $x = 0$. Покажемо, що при $\alpha_n = n$ сума ряду (1) дорівнює 1. Врахувавши, що

$$\frac{n}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!},$$

одержимо,

$$\begin{aligned} x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!} \right) = \\ &= \left(\frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} \right) + \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!} \right) + \left(\frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+2)!} \right) + \dots = 1. \end{aligned}$$

Оскільки

$$[0, 1] = \bigcup_{i=0}^1 \left[\frac{i}{2}, \frac{i+1}{2} \right],$$

то існує $\alpha_1 \in \mathbf{A}_1$ таке, що

$$\frac{\alpha_1}{2} \leq x < \frac{\alpha_1 + 1}{2}.$$

Звідки

$$0 \leq x - \frac{\alpha_1}{2} \equiv x_1 < \frac{1}{2}.$$

Якщо $x_1 = 0$, то

$$x = \frac{\alpha_1}{2!} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{0}{(n+1)!}$$

і твердження теореми має місце.

Якщо $0 < x_1 < \frac{1}{2}$, то

$$x = \frac{\alpha_1}{2!} + x_1,$$

і, враховуючи, що

$$\left[0, \frac{1}{2} \right] = \bigcup_{i=0}^2 \left[\frac{i}{3!}, \frac{i+1}{3!} \right],$$

існує $\alpha_2 \in \mathbf{A}_2$ таке, що

$$\frac{\alpha_2}{3!} \leq x_1 < \frac{\alpha_2 + 1}{3!}.$$

Звідки

$$0 \leq x_1 - \frac{\alpha_2}{3!} \equiv x_2 < \frac{1}{3!}.$$

Аналогічно, якщо $x_2 = 0$, то

$$x = \frac{\alpha_1}{2!} + \frac{\alpha_2}{3!} + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{0}{(n+1)!}.$$

Якщо $0 < x_2 < \frac{1}{3!}$, то

$$x = \frac{\alpha_1}{2!} + \frac{\alpha_2}{3!} + x_2.$$

Якщо на деякому етапі міркувань знайдеться $m \in \mathbf{N}$ таке, що

$$x_m \equiv x_{m-1} - \frac{\alpha_m}{(m+1)!} = 0,$$

то

$$x = \frac{\alpha_1}{2!} + \frac{\alpha_2}{3!} + \dots + \frac{\alpha_m}{(m+1)!} + \sum_{n=m+1}^{\infty} \frac{0}{(n+1)!}$$

і існування розкладу (1) доведено.

Якщо ж $x_m \neq 0$, то $0 < x_m < \frac{1}{(m+1)!}$ і має місце рівність (1), оскільки $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{(m+1)!} = 0$. Теорему

доведено.

Означення 1. Представлення числа $x \in [0, 1]$ у вигляді ряду (1) називається факторіальним [3]. Символічно воно записується у вигляді $x = \Delta^! \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots$, $\alpha_n \in \mathbf{A}_n$, і називається факторіальним зображенням числа x .

Природним є запитання: «Скільки різних факторіальних зображень має довільне дійсне число $x \in [0, 1]$?» Відповідь на нього дозволяють отримати наступні твердження.

Лема 1. Для довільного натурального m має місце рівність

$$\Delta^! \alpha_1 \dots \alpha_{m-1} \alpha_m 00\dots \equiv \Delta^! \alpha_1 \dots \alpha_{m-1} (\alpha_m - 1)(m+1)(m+2)\dots \quad (2)$$

Доведення. Оскільки

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{(m+1)!} + \frac{m+1}{(m+2)!} + \frac{m+2}{(m+3)!} + \dots = \\ & = -\frac{1}{(m+1)!} + \left(\frac{1}{(m+1)!} - \frac{1}{(m+2)!} \right) + \left(\frac{1}{(m+2)!} - \frac{1}{(m+3)!} \right) + \dots = 0, \end{aligned}$$

то рівність (2) виконується. Лему доведено.

Лема 2. Для того, щоб два числа

$$x = \Delta^! \alpha_1 \dots \alpha_{k-1} \alpha_k \alpha_{k+1} \dots \quad i \quad x' = \Delta^! \alpha_1 \dots \alpha_{k-1} \alpha'_k \alpha'_{k+1} \dots,$$

$\alpha_k \neq \alpha'_k$, співпадали, необхідно і достатньо, щоб

$$\begin{cases} \alpha_k = k_0, & \alpha_{k+n} = 0, \\ \alpha'_k = k_0 - 1, & \alpha'_{k+n} = k + n, \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} \alpha_k = 0, & \alpha_{k+n} = k + n, \\ \alpha'_k = 1, & \alpha'_{k+n} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

для всіх $n \in \mathbf{N}$ і $k_0 \in \{1, 2, \dots, k\}$.

Доведення. Необхідність. Нехай $x = x'$ і при цьому $\alpha_k \neq \alpha'_k$. Розглянемо різницю

$$0 = x - x' = \frac{\alpha_k - \alpha'_k}{(k+1)!} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{k+n} - \alpha'_{k+n}}{(k+n+1)!}.$$

Оскільки

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{k+n} - \alpha'_{k+n}}{(k+n+1)!} \geq -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k+n}{(k+n+1)!} = -\frac{1}{(k+1)!},$$

то

$$0 = x - x' \geq \frac{\alpha_k - \alpha'_k}{(k+1)!} - \frac{1}{(k+1)!} = \frac{1}{(k+1)!} (\alpha_k - \alpha'_k - 1).$$

Очевидно, що рівність можлива лише у випадку, коли $\alpha_k - \alpha'_k = 1$, $\alpha_{k+n} = 0$ і $\alpha'_{k+n} = k + n$ для $n \in \mathbf{N}$. Тобто, має місце ліва з систем (3).

Якщо ж $\alpha_k = 0$, то

$$0 = x - x' = \frac{-\alpha'_k}{(k+1)!} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{k+n} - \alpha'_{k+n}}{(k+n+1)!} \leq \frac{-\alpha'_k}{(k+1)!} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k+n}{(k+n+1)!} = \frac{1-\alpha'_k}{(k+1)!}.$$

Причому рівність можлива лише у випадку $1 - \alpha'_k = 0$, $\alpha'_{k+n} = 0$ і $\alpha_{k+n} = k + n$. Тобто, має місце права з систем (3).

Достатність даного твердження є очевидною в силу леми 1. Лему доведено.

Наслідок. Довільне дійсне число $x \in [0, 1]$ має не більше двох різних факторіальних зображень. Числа 0 та 1 мають єдине факторіальне зображення.

Означення 2. Факторіальне зображення $\Delta^! \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots$ числа $x \in [0, 1]$ називається *періодичним*, якщо існують $m \in \mathbf{N}_0$ і $t \in \mathbf{N}$ такі, що $\alpha_{m+nt+j}(x) = \alpha_{m+j}(x)$ для довільних $n, j \in \mathbf{N}$. Це скорочено записується:

$$\Delta^! \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m (\alpha_{m+1} \alpha_{m+2} \dots \alpha_{m+t})^{\cdot}$$

При цьому набір цифр $(\alpha_{m+1} \alpha_{m+2} \dots \alpha_{m+t})$ називається *періодом*, а число t — його довжиною. Якщо $m = 0$, то зображення називається *чистим періодичним*, якщо $m > 0$, то зображення називається *змішаним періодичним*.

Означення 3. Число $x \in [0, 1]$ називається *факторіально раціональним*, якщо існує його факторіальне представлення з періодом (0). Решта чисел $x \in [0, 1]$ називаються *факторіально ірраціональними*.

З лем 1 та 2 випливає наступне твердження.

Теорема 2. Кожне факторіально ірраціональне число має єдине представлення у вигляді (1). Кожне факторіально раціональне число має рівно два різні факторіальні представлення у вигляді (1).

Наслідок. Майже всі числа $x \in [0, 1]$, в розумінні міри Лебега, мають єдине представлення у вигляді (1).

2. Геометрія факторіального зображення чисел

Нехай (c_1, c_2, \dots, c_k) — впорядкований набір чисел, $c_k \in \mathbf{A}_k$.

Означення 4. Циліндром рангу k з основою $c_1 \dots c_k$, що відповідає факторіальному зображенню числа x , називається *множина*

$$\Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k} = \{x : x = \Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k} \alpha_{k+1} \alpha_{k+2} \dots, \alpha_{k+n} \in \mathbf{A}_{k+n}\}. \quad (4)$$

Властивості циліндрів

В. 1. Циліндр є відрізком: $\Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k} = \left[\Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k} (0), \Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k} (k+1)(k+2) \dots \right];$

Зауваження 1. Інтервал $\left(\Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k} (0), \Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k} (k+1)(k+2) \dots \right)$ будемо називати *циліндричним інтервалом* і символічно записувати $\nabla^!_{c_1 c_2 \dots c_k}$.

В. 2. $\Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k} = \bigcup_{i=0}^{k+1} \Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k i};$

В. 3. $\nabla^!_{c_1 c_2 \dots c_k i} \cap \nabla^!_{c_1 c_2 \dots c_k (i+1)} = \emptyset$, де $i = \overline{0, k};$

В. 4. $\sup \Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k i} = \inf \Delta^!_{c_1 c_2 \dots c_k (i+1)}$, де $i = \overline{0, k};$

$$\text{В. 5. } d_k = |\Delta'_{c_1 c_2 \dots c_k}| = \sum_{n=k+1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!} = \frac{1}{(k+1)!} \rightarrow 0 \quad (k \rightarrow \infty);$$

$$\text{В. 6. } \frac{|\Delta'_{c_1 c_2 \dots c_k c}|}{|\Delta'_{c_1 c_2 \dots c_k}|} = \frac{1}{k+2}.$$

ЛІТЕРАТУРА:

1. Cantor G. Über die einfachen Zahlensysteme // *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 1869. — 14. — P. 121-128; also in *Collected Works*, Springer-Verlag, Berlin, 1932, P. 35-42.
2. Diananda, P.H. and A. Oppenheim. Criteria for irrationality of certain classes of numbers II // *Amer. Math. Monthly*, 1955. — 62. — P. 222-225.
3. Niven I. *Irrational Numbers*. — Washington DC: The Mathematical Association of America, 1967. — 161 p.
4. Самкіна Н.М., Школьній О.В. Факторіальна система числення та пов'язані з нею розподіли ймовірностей // *Фрактальний аналіз та суміжні питання*. — 1998. — № 2. — С. 157-165.

Войнов О. В.

ЧЕСТЬ ЯК ФЕНОМЕН ЛЮДСЬКОГО БУТТЯ В КУЛЬТУРІ

В статтє исслеуєтєся феномен чєстї с тєчкї зрєнїя антропєлєгїї и културї. Дємонстрїруєтєся чтє чєсть явлєтєся особїм внутрєннїм сєстєянїєм цєлєстнєстї, кєтєрє служїт кєтєлїзєтєрєм сїлї духє для чєлєвєкє и чєлєвєчєскїх сєбщєств.

Кєтєгорїя «чєсть» - єднє з нєйдєвнїшїх кєтєгорїй лудськїї свїдємєстї вєзєгєлї тє історїї културї, зєкрємє. Вєжлївїсть дєнєгє дєслїджєннє обумєвлєтєся тїм, щє фєнємєн чєстї мєжє буть прїчїнєю як вїсокїх єтїчнїх ідєєлїв, тєк і нєжєрєстєкїшїх прєявїв в лудськїї културї. Сємє тєму, єстєннїм чєсєм, зрїєс їнтерєс дє дєслїджєннє дєнєгє фєнємєнє.

Дєслїджєннє вїднєсїн чєстї прїдїлєлї євєгє рїзнї мїслїтєлї вїд Конфуджї [5], дє Р. Нїсбєтт [13]. Прєвєдєннї дєслїджєннє дєнєгє фєнємєнє, вє ж тєкї зєлїшєлї бєжєннє зєзїрнуть в сємє сутнїсть духєвнїх вїтєкїв цьєгє явїщє, є тєкєж, сформулєвєтї єснєвнї зєкєнї вїднєсїн чєстї.

Рїзнї пїдхєдї дє пєнєттє чєсть, прєтє, дєзвєлєлї вїдїлїтї дєякї зєгєлнї рїсї і дєякє кєрєсє мєтємєтїчнєї стрєгєстї вїднєсїн чєстї. Сємє цє змусїлє євєрнутьє дє бїлш рєтєлнєгє і пєслїдєвнєгє єпїсєу вїднєсїн чєстї, є тєкєж, спрєбувєтї бїлш тєчнє вїзнєчїтї сємє пєнєттє чєстї. Мєтєю дєнєї рєбєтї є вїявлєннє внутрїшнєї лєгїкї, щє зєдєтєся вїднєсїнєм чєстї, є тєкєж зрєбїтї нєвї вїснєвкї прє рєлє фєнємєнє чєстї в лудськєму бутьї в културї.

Скєдєнїсть і пєлїсємїчнїсть пєнєттє чєсть обумєвлєлї нєобхїднїсть мїждїсцїплїнєрнєгє пїдхєдє дє єнєлїзу дєнєгє фєнємєнє. Цє прїзвєдїтє дє нєобхїднєї єнєлїзу як лїтєрєтурнїх джєрєл (М. Лєрмєнтєв [6], Л. Толстєї [9]), історїчнїх джєрєл (Бусїдє [4], Ясє [2]), дєсвїдє вїдєтнїх прєдстєвнїкїв спїлнєт чєстї (Брєус Лї [7], Хєджї-Мурєт [9]), фїлєсєфськїх кєнєцпїй (Конфуджї [5], Ф. Нїцшє [8], Г. Гєгєлє [3], А. Шєпєнгєуєр [11] тє їншї), тєк і прїрєднєчнє-нєкєвнїх дєслїджєннє (У. Бєйтс [1], Р. Нїсбєтт [13]).

Гєлєвнїмї мєтєдєм дєслїджєннє є лєгїчнїй і мєтєєнтропєлєгїчєскїй єнєлїз сутнєстї фєнємєнє чєстї, є тєкєж мєтєд єкзїстєнцїєннєгє єнєлїзу, щє дєзвєлєлї дєслїджувєтї фєнємєн чєстї пєзє єгє мєтєдєлєгїчнєю обумєвлєнїєю, чєрєз бєзпєсєрєднє зєвєрнєннє дє лїтєрєтурнїх джєрєл.

Єсмїслєнє євєрнєм пєнєттє чєстї пєв'єзєнє з дєслїджєннєм вїдємєгє ємєрїкєнськєгє лїкєрє-єфтєлємєлєгє У. Бєйтсє [1]. У свєїй кнїзї «Пєкєрєщєннє зєрє бєз єкєлєрїєв» [12], Бєйтс єпїсєує, щє, вїкєрїстєвувєчї рєтїєнєскєп, вїн вїявїл, щє прєгєлєшєннє брєхнї пєгїршєує зїр лудїнє. З цьєгє дєслїджєннє Бєйтс рєбїтє вїснєвєк, щє прїчїнєю пєрєшєннє фєнєкцїй єрєнїзєму є стєн мєзкє. Бєйтс вєжєє, щє нєпрєгє, щє вїнєкєє в мєзкє, вїклїкєє нєпрєгє в нєрвєвїї сїстємї, єкє, в свєю чєргє, блєкєє нєрмєлнєю дїєлнїсть єрєнїв лудїнє. Нєпрєгє в мєзкє, вїклїкєє прєтїрїччє в рєбєтї м'єзїв, зєвдєкї чєму вєнї зєвєжєлєтє дїєтї єдїн єднєму, вїд чєгє, зєкрємє, вїнєкєє пєрєшєннє зєрє, єк і їншїх фєнєкцїй єрєнїзєму.

Дєслїджєннє Бєйтсє змуслєлї бїлш чїткє вїзнєчїтї щє ж є брєхнєю. Вїдпєвїднє дє мєтємєтїчнєї лєгїкї, брєхнє, цє єднє з дєвєх мєжлївїх знєчєннє тєрєджєннє, прєтїлєжнє їстїнї. Брєхнє вїзнєчєлєтє як прєтїрїччє їстїннїм знєчєннєм лєгїчнєї сїстємї. Тєк єк брєхнєю є прєтїрїччє в лєгїчнїї сїстємї, мї мєжємє тєкєж зрєбїтї вїснєвєк, щє мєзєк є лєгїчнєю сїстємєю, єкє зєдєтнє обчїслєвєтї прєтїрїччє. Обчїслєннє прєтїрїч мєзєкє є мїмєвїлнєю фєнєкцїєю, євєтємєнєю влєстївїєстї лєгїчнєї сїстємї мєзкє.

Брєус Лї, вїдєтнїй фєхївєць і знєвєць схїднїх вїдїв єдїнєбєрєств, у свєїй кнїзї «Шлєх вїпєрєджєєчєгє кулєкє» [7] зєзнєчєє: «Пєрш нїж будуть мєтї мїсцє рєхї, мєє буть змїнє м'єзєвєї нєпрєгє зв'єзєк, щє бєруть євєстє в нїх. Єфєктївнїсть цїєї спїлнєї м'єзєвєї рєбєтї є єднїм з тїх фєктєрїв, єкї вїзнєчєлєтє мєжї швїдкєстї, вїтрївєлєстї, сїлї, спрїтнєстї і тєчнєстї у вїсїх вїдєх єтлєтїчнїх впрєв». У цїх свєїх вїснєвєкєх, Лї втєрїтє рєзєлнєтєтєм дєслїджєннє Бєйтсє.

Єкєщє мї будємє дєслїджувєтї лєгїкє єкрєїнськєї мєвї, тє зєуєжємї, щє пєнєттє фїзїчнєгє здрєв'є в слєвєх «зцїлєннє», «цїлїтєлєствє» і «цїлїтєлє», єрєнїчнє пєв'єзєнї з пєнєттєм мєрєлнєгє і пєсїхїчнєгє здрєв'є, в тєрмїнєх «цїлїснїй», «цїлнїй». Зв'єзєк пєнєттє цїлїснєстї і зцїлєннє, є пїдтєрєджєннєм тєгє, щє лудї зєдєвнє пємїчєлї, щє внутрїшнєє зєгєджєнїє є джєрєлєм мєрєлнєгє і фїзїчнєгє здрєв'є.