

# ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

На правах рукопису

МАКСИМОВА ТЕТЯНА СЕРГІЇВНА

УДК 378.147:51:004:023

## МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНОЇ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

13.00.02 – теорія та методика навчання математики

Дисертація на здобуття наукового ступеня  
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник  
СКАФА ОЛЕНА ІВАНІВНА,  
доктор педагогічних наук,  
професор

Донецьк – 2006

### ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	4
<b>РОЗДІЛ 1. НАУКОВІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНО-О РІЄНТОВАНОЇ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ</b> .....	16
1.1. Аналіз психолого-педагогічної, методичної, навчальної, технічної літератури з проблеми дослідження та стану її реалізації у вузівській практиці.....	16
1.2. Роль та місце професійно-орієнтованої евристичної діяльності в процесі математичної підготовки та формування майбутнього інженера.....	33
1.3. Психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь на практичних заняттях з вищої математики.....	49
1.4. Методичні вимоги щодо формування та розвитку професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів інженерних спеціальностей.....	65
1.5. Висновки до розділу 1.....	80

<b>РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНОЇ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ</b>	
.....	81
2.1. Роль евристичних прийомів у формуванні евристичних умінь та професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів вищих технічних навчальних закладів	
.....	81
2.2. Методика формування евристичних прийомів студентів вищих технічних навчальних закладів на практичних заняттях з вищої математики.....	93
2.2.1. Методика організації та проведення практичних занять з вищої математики з використанням евристично-орієнтованих систем задач	
.....	93
2.2.2. Комп'ютерна підтримка організації та проведення практичних занять з вищої математики.....	135
2.3. Експериментальна перевірка запропонованої методики та корекція методичних рекомендацій.....	162
2.4. Висновки до розділу 2.....	170
<b>ВИСНОВКИ.....</b>	<b>171</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b>	<b>175</b>
<b>ДОДАТКИ.....</b>	<b>200</b>

## ВСТУП

**Актуальність дослідження.** Нині Україна чітко визначила свій орієнтир на входження до Європейського співробітництва. Основними напрямками інтеграції визначено “...впровадження європейських норм і стандартів у освіті, науці і техніці, поширення власних культурних і науково-технічних здобутків у ЄС [148]”.

Серйозними передумовами щодо утворення світового освітнього простору, як зазначає З.І.Слепкань, стали докорінні перетворення в економіці всіх розвинених країн світу [220].

На думку вітчизняних та зарубіжних дослідників, науково-технічна революція зараз вступила в етап інформаційно-електронної революції, яка веде до безлюдних технологій, коли людина не бере участі в безпосередньому виробництві, її праця, здібності спрямовані на його організацію, управління із застосуванням сучасних технологій, зокрема інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). Як зауважує Н. Л.Полякова [184], особливостями професійної діяльності в умовах сучасного виробництва є розв’язання відносного широкого кола не рутинних задач, постійна та істотна зміна функцій робітників, широке застосування ІКТ.

У зв’язку з цим, на думку П.М.Новикова та В.М.Зуєва [162], основним змістом праці інженера є її розумовий компонент, який базується не на емпірично накопичених навичках, а на відповідному об’ємі загальних та спеціальних знань та умінь, які дають можливість творчо осмислювати ситуації, які виникають. Тобто знання професіонала, як відмічають Дж.Ларкін [281] та Дж.Грино [276], мають інструментальний характер; вони зосереджені навколо основних уявлень та понять, які пов’язані з операціональними (інструментальними) принципами. А оскільки метою праці сучасного інженера є не операції, а технологічний ланцюг, як єдине ціле, то, як зауважується у [277], компетентне управління складними процесами сучасного виробництва вимагає розширення поля зору та професійних функцій інженера.

Таким чином, спрямованість вищої технічної освіти на сучасні освітні орієнтири, затверджені в програмах ЮНЕСКО [284], Болонській декларації [148] передбачає виховання інженера (від лат. *ingenium* – здібність, винахідливість) з такими рисами як широкий профіль, динамізм, творчість, здібність програмно-цільової оцінки виробництва, професійна самомобільність, як здібність випереджати існуюче в кожний момент затребування знань.

Одним із провідних компонентів системи професійної освіти, як наголошує М.В. Маливанов, стає навчання технічних спеціалістів прийомам інноваційної діяльності, спрямованої на отримання, розповсюдження та споживання нововведень, як одному з інтелектуальних видів професійної праці [126]. Перехід до інноваційної інженерної діяльності, на думку М.С.Вражної, означає посилення взаємозв’язку її соціальної детермінації, гуманістичної сутності та творчого характеру [28]. Це вказує на те, що формування професіонала нового типу повинно відбуватися в умовах гуманізованої особистісно орієнтованої освіти [68, 163].

У сучасному світі склалася така ситуація: група домінуючих країн (наприклад, “Велика сімка”) розвиває пріоритетні галузі фундаментальних природничих наук і на цій основі створює найновішу технологічну базу та удосконалює систему освіти. Країни, які цього не роблять, як зазначає М.З.Згуровський, стають споживачами застарілих технологій, що неминуче готує їм місце у групі залежних країн [67].

Теоретичною основою творчості інженера є технічні науки, які відрізняються найбільшою плинністю. Тому інженеру, як нікому іншому, доводиться поповнювати та поновлювати свої знання, для чого він повинен мати потужну фундаментальну підготовку, особливо з математики. Вона виконує роль “цементу”, який скріплює швидко зростаючу будову нашої цивілізації. Крім того, широке використання математики для розв’язування прикладних задач – характерна риса нашого часу. У зв’язку з цим наявність математичної культури стає однією з важливих вимог до підготовки студентів технічних вищих навчальних закладів (ВНЗ).

Але, як відмічає Т.В.Крилова, математична підготовка студентів технічних факультетів має ряд суттєвих недоліків [92], серед яких: невиправдана формалізація математичних знань, рецептурний характер у багатьох випадках засвоєння математичного матеріалу, відсутність міжпредметних зв’язків математики з спеціальними дисциплінами, слабкі навички у використанні математичного апарату під час вивчення спеціальних дисциплін та під час застосування сучасних комп’ютерних технологій у майбутній професійній діяльності та безперервній освіті.

Недостатній рівень математичної підготовки майбутніх інженерів, на думку В.І. Ключко [81], вбачається в невідповідності методики навчання математики сучасним вимогам, зокрема відсутності зв’язку із ІКТ.

Оскільки курс вищої математики є основою математичної підготовки майбутніх спеціалістів, а практичні заняття найбільш сприяють виробленню навичок та умінь професійної діяльності, то у зв’язку з вище сказаним виникає необхідність удосконалення методичної системи навчання вищої математики на практичних заняттях.

Згідно з “Положенням про освітньо-кваліфікаційні рівні”, затвердженим Постановою Кабінету Міністрів України №65 від 20 січня 1998р., [190] та Законом України “Про вищу освіту” [61] набуває важливості формування у випускника ВНЗ соціально і професійно важливих знань, навичок і умінь, які відповідають запитуванню сучасного ринку праці.

У зв’язку з вище названими недоліками, на думку Ю.В.Триуса, постає необхідність у активізації процесу розробки і впровадження методичних систем навчання математичних дисциплін на основі новітніх педагогічних технологій та ІКТ [241].

На думку академіка РАО А.М.Новикова, задача розвитку особистості майбутнього фахівця полягає у формуванні “діяльнісно розвинутої” людини. Такий розвиток повинен базуватися на виробленні у студентів широких умінь тактичного, а головне, стратегічного рівню, які характеризують здібність фахівця до творчості [161].

Дослідження соціального, соціально-філософського аспектів інженерної діяльності, представлені в роботах В.В.Альохіна [2], Л.І.Гур’є [43], О.Т.Загребельної [59], І.О.Мартинюка [127], І.І.Руденко [198], В.Д.Шадрикова [259], Е.А.Шаповалова [

261] та ін., показують, що технічна творчість є сутнісним моментом інженерної діяльності.

Характеризуючи історію та наукову діалектику вивчення технічної творчості можна виділити такі підходи: описовий (С.М.Василейський і Д.Росман (із [94]), П.К.Енгельмеєр [266] та ін.), психолого-педагогічний (Т.В.Кудрявцев [94], Є.А.Мілерян [143], В.А.Моляко [151] та ін), техніко-методичний (Г.С.Альтшуллер [3], Г.О.Буш [24], А.І.Половинкин [183], К.Делоне [278], Ф.Цвикки [288] та ін.), системотехнічний (М.І.Вайнерман і Б.І.Голдовський [37], К.Джонс [48], Дж.Диксон [49], Я.Дитрих [50], П.Хіл [249] та ін) та системно-стратегічний (А.Ф.Есаулов [268], В.О.Моляко [152] та ін.).

Аналіз робіт представників цих напрямків, а також робіт авторів винаходів в області техніки – К.Е.Ціолковського [255], Д.Д.Кабанова, М.І.Лазаренко (із [15] та [66]) та ін. – вказує на те, що постановка технічних задач та їх розв’язання, яке уявляє послідовність визначених етапів, вимагає застосування евристичних прийомів відповідно до кожного з етапів, тобто реалізації інженерами їх евристичних умінь.

Усе це дозволяє віднести проблему формування евристичних умінь студентів технічних ВНЗ до числа важливих проблем методики навчання вищої математики.

Проблемі реалізації евристичних ідей, діалектиці евристичної діяльності в навчанні математики на сьогодні приділяли увагу такі математики та методисти, як Г.П.Бевз [16], М.І.Бурда [23], Ю.М.Колягін, [88] Ю.М.Кулюткін [96], Л.Ларсон [282], Т.М.Міракова [144], В.М.Осинська [168], Ю.О.Палант [174], Д.Пойа [182], Г.І.Саранцев [205], Є.Є.Семенов [210], О.І.Скафа [214], З.І.Слепкань [222], Н.А.Тарасенкова [236], Л.М.Фрідман [248], С.І.Шапіро [260], П.М.Ерднієв [267] та інші.

Аналіз робіт вище вказаних авторів підтверджує, що в основі евристичного підходу лежить психологія творчого мислення, процедура пошуку нового, спроба формалізації творчої діяльності. Особливо останнє, на нашу думку, вказує на те, що одним із напрямків удосконалення методики навчання вищої математики у технічному ВНЗ є формування евристичних умінь майбутніх інженерів. Слід зауважити, що евристичні уміння розглядаються нами у контексті проблеми формування професійно важливих для майбутнього інженера умінь, тобто *евристичні уміння* – це уміння, які сприятимуть розв’язанню технічних проблем студентами у їх майбутній професійній діяльності, убаченню нових проблем та їх творчому розв’язанню, що, як правило, приводить до інновацій. *Формування таких умінь означатиме формування досвіду евристичної діяльності на “професійному рівні” (з точки зору створення нової системи професійно важливих дій) – професійно-орієнтованої евристичної діяльності – набування досвіду професійної діяльності під час навчання у ВНЗ.*

Спираючись на означення *формування евристичної діяльності* за О.І.Скафою [214], в рамках формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів на практичних заняттях з вищої математики ми будемо розуміти нові освітні продукти та новоутворення особистісних якостей майбутнього фахівця, які він набуває у процесі навчання математики, які виробляють у нього уміння усвідомлено діяти у ситуації вибору, грамотно ставити та досягати власні цілі, діяти продуктивно як під час навчання так і в майбутній професійній діяльності.

Постає необхідність визначення та обґрунтування дидактичної суті, структури професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ. Це вимагає глибокого аналізу психологічної концепції діяльності, яка здійснюється в процесі організації та управління конкретною діяльністю у процесі навчання.

Дослідження проблеми формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності здійснювалось, головним чином, у рамках таких досліджень: формування евристичних прийомів учнів та студентів у процесі навчання математики; створення умов для активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів під час навчання математики; розвиток творчих здібностей студентів, теоретичного мислення тощо; формування інженерного мислення майбутніх інженерів (В.І.Андрєєв [7], К.В. Власенко [27], І.А.Горчакова [40], А.Ю.Карлащук [76], В.І.Клочко [81], Т.В.Крилова [92], В.А.Моляко [150], С.П.Семенець [208], О.І.Скафа [214], З.І.Слепкань [222], А.В. Хуторської [251] та ін.).

Аналіз наведених психолого-педагогічних і методичних досліджень вказує на те, що склалися достатні передумови для розробки науково-обґрунтованої методичної системи формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ. Однак залишаються недостатньо розробленими питання методики формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики, зокрема наділення кожного з компонентів методичної системи евристичними складовими, які допомагають тому, хто навчається, регулювати самостійно свою діяльність, приводити її до нестимульованої евристичної діяльності, що сприяє оволодінню евристичними вміннями.

Таким чином, підхід до проблеми формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів в процесі навчання вищої математики на практичних заняттях вимагає підсилення у методичних системах евристичної складової, особистісної орієнтації процесу навчання математики у зв'язку з протиріччями, які склалися між освітою фахівця та його адаптацією на виробництві; між потенціалом методичної системи навчання математики з використанням ІКТ у технічному ВНЗ та реальною педагогічною практикою; між творчим характером професійної діяльності майбутнього інженера та репродуктивним стилем навчання в практиці навчання у ВНЗ; між намаганням частини викладачів надати педагогічну підтримку становленню у студентів технічних ВНЗ професійно-орієнтованої евристичної діяльності та відсутністю відповідного методичного забезпечення в умовах застосування ІКТ.

Це дозволяє віднести проблему формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики до числа актуальних у сучасній методиці навчання математики.

Таким чином, **актуальність дослідження зумовлена:** 1) новою, сучасною парадигмою вищої освіти, орієнтацією майбутнього фахівця на самоосвітню діяльність; 2) необхідністю удосконалення методичної системи навчання вищої математики на практичних заняттях у зв'язку з підвищенням вимог суспільства і потреб особистості; 3) необхідністю наявності у майбутнього інженера спеціальних умінь, які дозволяють йому здійснювати професійну діяльність на творчому рівні; 4) можливістю розвитку творчої особистості майбутнього фахівця за допомогою

формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності в умовах впровадження ІКТ; 5) відсутністю розробки теоретичних, у тому числі методичних, основ формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності під час навчання вищої математики на практичних заняттях; 6) можливістю удосконалення методичної системи навчання вищої математики на практичних заняттях за рахунок впровадження евристичних прийомів та сучасних навчальних технологій і ІКТ.

Розв'язання поставленої у дослідженні проблеми ми бачимо у створенні такої методичної системи навчання вищої математики, яка б дала можливість викладачу залучити студентів у різні види навчальної діяльності, провідною серед яких є навчально-пізнавальна евристична діяльність (за О.І.Скафою [214]). Організація та управління навчально-пізнавальною евристичною діяльністю студентів при цьому передбачає підбір такого змісту, методів, засобів та форм навчання, які б створювали сприятливі умови для самостійного, колективного пошуку розв'язання проблем, сприяли використанню евристичних прийомів.

Роль евристичних прийомів у формуванні професійно-орієнтованої евристичної діяльності визначається значимістю цих прийомів для професійної діяльності майбутніх інженерів. Останнє підтверджується необхідністю використання евристичних прийомів студентами технічних ВНЗ під час розв'язування задач спеціальних дисциплін, що буде показано у пункті 2.1.

Необхідні умови підвищення ефективності формування евристичних умінь студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики складають традиційні дидактичні принципи, принципи розвивального навчання (З.І.Калмикова [74], Л.В.Занков [63], І.С.Якіманська [269] та ін.), ідеї проблемного навчання (І.Я. Лернер [102], М.І.Махмутов [129] та ін.), евристичного навчання (О.І.Скафа [214], В.М.Соколов [226], А.В.Хуторської [254]) з врахуванням специфіки їх реалізації у вищій технічній школі, спираючись на ІКТ.

Методична система евристичного навчання математики передбачає розкриття та реалізацію творчих здібностей майбутніх інженерів за допомогою їх діяльності за створенням освітніх продуктів у вигляді способів діяльності, методів розв'язання задач.

В умовах евристичного підходу набувають актуальності принципи педагогіки співпраці [176], концепція сумісної продуктивної діяльності (В.Я. Ляудіс [246]), діалогічність навчання.

Доповнюючи цілі навчання вищої математики необхідністю формування евристичних умінь, ми обґрунтовуємо твердження про те, що в процесі розв'язання як математичних так і технічних задач “працюють” одні й ті ж евристичні уміння.

Тому у зміст навчання вищої математики на практичних заняттях ми пропонуємо включити системи евристично-орієнтованих задач [214], які сприяють процесу управління формуванням професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів.

Формування та розвиток професійно-орієнтованої евристичної діяльності у нашому дослідженні відбувається в умовах поєднання традиційних засобів навчання із використанням ІКТ. Сприятливі умови для формування евристичних умінь створює залучення до навчального процесу на практичних заняттях з вищої математики педагогічних програмних засобів, професійних математичних пакетів, а також розроблених нами комп'ютерних програм. Останні відносяться до евристико-

дидактичних конструкцій (ЕДК), як програм управління навчально-пізнавальною евристичною діяльністю студентів [214].

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційне дослідження проводилося у відповідності до законів України “Про вищу освіту”, Державної національної програми “Освіта” (“Україна ХХІ вік”), Національної доктрини розвитку освіти в Україні у ХХІ столітті, сучасних наукових психолого-педагогічних і методичних досліджень в галузі освітнього та професійного навчання

В дисертації використано результати, які були отримані автором під час участі у виконанні науково-дослідної роботи № 01016005702 “Евристичні конструкції в системі навчальної діяльності” на базі Донецького національного університету.

Тему затверджено в Донецькому національному університеті 26 березня 2004 року (протокол №3) та узгоджено в Раді з координації наукових досліджень у галузі педагогіки і психології в Україні при АПН України 15 червня 2004 року (протокол №6).

**Об'єктом дослідження** є процес формування навичок професійної діяльності майбутніх інженерів на практичних заняттях з вищої математики.

**Предметом дослідження** є методична система навчання вищої математики на практичних заняттях, спрямована на формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ.

**Мета дослідження** – розробити методичну систему навчання вищої математики на практичних заняттях, спрямовану на формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ в умовах евристичного навчання.

У основу дослідження було покладено **гіпотезу**. Якщо в процес навчання вищої математики на практичних заняттях у технічних ВНЗ ввести науково-обґрунтовану методичну систему, спрямовану на формування у студентів професійно-орієнтованої евристичної діяльності та оволодіння евристичними вміннями, яка передбачає систематичне використання евристично орієнтованих систем задач, евристичних методів та форм навчання, інформаційно-комунікаційних засобів, то це буде сприяти підвищенню рівня математичної підготовки майбутнього інженера та формуванню у нього якостей, які відповідають запитам сучасного суспільства.

Відповідно до мети і гіпотези дослідження були поставлені такі **завдання**:

1) проаналізувати технічну, психолого-педагогічну та науково-методичну літературу з проблеми формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики, стан розв'язання цієї проблеми у практиці навчання в технічних ВНЗ;

2) виділити психолого-педагогічні передумови формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ, сформулювати методичні вимоги до змісту навчального матеріалу, вибору методів, організаційних форм, засобів навчання, які сприяють підвищенню рівня математичної підготовки та формуванню професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ;

3) визначити шляхи і розробити способи формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності майбутніх інженерів під час вивчення вищої математики на практичних заняттях, з'ясувати ефективність різних методів, організаційних форм,



засобів навчання, що сприяють формуванню професійно-орієнтованої евристичної діяльності;

4) експериментально перевірити ефективність розробленої методики.

У ході дослідження застосовувались такі **методи**: теоретичні методи (аналіз науково-методичної та психолого-педагогічної літератури; синтез наявних теоретичних положень, методик та практичних результатів; системний аналіз; узагальнення досвіду ВНЗ та інших навчальних закладів); емпіричні методи (педагогічні спостереження, бесіди з викладачами, студентами за обраною проблемою, аналіз усних відповідей та письмових робіт студентів, аналіз існуючого передового педагогічного досвіду); цілеспрямований педагогічний експеримент (констатуючий, пошуковий, формуючий) з метою апробації запропонованої методичної системи та впровадження в практику технічних ВНЗ основних положень дослідження; якісний і кількісний аналіз даних, одержаних у ході експерименту.

**Методологічною основою** дослідження є теорія пізнання, діяльнісний, системний, комплексний і особистісно-орієнтований підходи до формування особистості, дидактичні та психологічні принципи розвивального навчання (З.І. Калмикова [74], З.І.Слепкань [218], Н.Ф.Тализіна [231], Л.В.Занков [63], І.С. Якиманська [269] та ін.), психолого-педагогічна теорія евристичного навчання (О.І. Скафа [214], В.М.Соколов [226], А.В.Хуторської [254]), евристика як методологія формування діяльності, спеціальні розділи евристики, розв'язування задач та навчання розв'язуванню задач (Г.С.Альтшуллер [5], В.І.Андрєєв [8], Л.Ларсон [282], Ю.О.Палант [174], Д.Пойа [182], Г.І.Саранцев [205], Є.Є.Семенов [210], О.І.Скафа [214], З.І.Слепкань [223] та ін.), концепція диференціації, гуманізації, гуманітаризації та демократизації навчально-виховного процесу в умовах національного відродження України, закон України "Про вищу освіту", "Положення про освітньо-кваліфікаційні рівні", Національна доктрина розвитку освіти, фундаментальні положення теорії та методики навчання математики (Т.В.Крилова [92], Г.І.Саранцев [203], О.І.Скафа [214], З.І.Слепкань [219], Н.А.Тарасенкова [236], Л.М.Фрідман [248] та ін.), теоретико-методичні основи ІКТ та методика навчання інформатики (В.П.Горох [193], Ю.В. Горошко [39], М.І.Жалдак [56], В.І.Клочко [81], Н.В.Морзе [153], С.А.Раков [193], О.В. Співаковський [142], Ю.В.Триус [241] та ін.), сучасні статистичні методи обробки результатів експерименту (М.І.Грабарь [41], В.П.Коваленко [84], К.А.Краснянська [41] та ін.).

**Наукова новизна** дослідження полягає в теоретичному і експериментальному обґрунтуванні методики навчання вищої математики на практичних заняттях у технічних ВНЗ, яка забезпечує формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів в умовах евристичного навчання.

**Теоретична значимість** дослідження полягає у побудові відповідності між професійними діями, які виконуються інженером під час розв'язування технічних задач, та евристичними уміннями, які сприяють успішному виконанню професійних дій, та формування яких відбувається на практичних заняттях з вищої математики; введенні поняття професійно-орієнтованої евристичної діяльності, визначенні її ролі та місця в процесі математичної підготовки та формування майбутнього інженера; виділенні психолого-педагогічних і методичних передумов формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ; розробці змісту

навчальної діяльності, доборі цілей, методів, організаційних форм та засобів навчання, що сприяють формуванню професійно-орієнтованої евристичної діяльності на практичних заняттях з вищої математики у технічних ВНЗ.

**Практична значимість** дослідження полягає в розробці засобів формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності у вигляді комп'ютерних програм та систем евристично-орієнтованих завдань з вищої математики, розробці конкретних методичних рекомендацій для викладачів щодо формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики, які можуть бути використані викладачами, методистами, авторами підручників для студентів технічних спеціальностей та методичних посібників для викладачів, студентами математичних спеціальностей педагогічних ВНЗ.

**Вірогідність результатів** дослідження забезпечується опорою на фундаментальні психологічні концепції навчання та розвитку студентів, об'єктивним науковим аналізом теоретичних і практичних аспектів проблеми, результатами кількісної і якісної статистичної обробки даних, одержаних у ході експерименту, впровадженням у практику результатів дослідження, обговоренням теоретичних положень та результатів дослідження на конференціях та семінарах вчених, методистів та вчителів.

**Особистий внесок здобувача** полягає у введенні поняття професійно-орієнтованої евристичної діяльності, встановленні набору евристичних умінь, які доцільно формувати у майбутніх інженерів на практичних заняттях з вищої математики; доповненні цілей навчання вищої математики на практичних заняттях необхідністю формування евристичних умінь студентів; доповненні змісту системами евристично орієнтованих завдань з вищої математики; виявленні ефективних шляхів, методів, прийомів, організаційних форм та засобів впливу на процес формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ, зокрема, створенні комп'ютерних програм "LIMIT", "C&G", "Gauss", евристичного тренажера за темою "Функції та їх властивості". При створенні навчального посібника „Практичні заняття з вищої математики: сучасні технології навчання”, опублікованого у співавторстві, особисто автором розроблені розділи 2 (п.2.1.1-2.1.12), 3.

**Апробація результатів дослідження** здійснювалась на факультетах Автомобільно-дорожнього інституту ДонНТУ м. Горлівки, Української інженерно-педагогічної академії м. Харкова, Донецького національного технічного університету, Полтавського університету споживчої кооперації України, Донецького державного університету економіки і торгівлі ім. Туган-Барановського, Макіївського металургійного технікуму, Донбаської національної академії будівництва і архітектури, Дніпродзержинського державного технічного університету.

Основні результати дослідження доповідались і обговорювались у період з 2000 по 2005 роки на: регіональних методичних семінарах „Застосування й удосконалення методики навчання математики” (Донецьк, 2002, 2003, 2004); всеукраїнській конференції „Алгебраїчні методи дискретної математики” (Луганськ, 2002); міжнародній науково-методичній конференції „Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь” (Київ, 2002); регіональному науково-методичному

семінарі „Інформаційні технології у навчальному процесі” (Одеса, 2003); регіональному науково-практичному семінарі „Технології особистісно-орієнтованого навчання” (Донецьк, 2004); міжнародному форумі „Інформаційні технології в ХХІ столітті” (Дніпропетровськ 2004); всеукраїнській науково-практичній конференції „Актуальні проблеми теорії та методики навчання математики” (Київ, 2004); всеукраїнському науково-методичному семінарі „Комп’ютерне моделювання в освіті” (Кривий Ріг, 2005); всеукраїнській науково-практичній конференції „Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі” (Кривий Ріг, 2005); міжнародній науково-методичній конференції „Евристичне навчання математики” (Донецьк, 2005).

Результати дослідження було обговорено на науковому семінарі кафедри вищої математики та методики викладання математики ДонНУ (2000-2005 рр.) і викладено в публікаціях.

**Публікації.** Результати дослідження опубліковано в 19 роботах. Серед них 1 науково-методичний посібник для викладачів [119], 6 статей [111, 114-116, 118,122], 12 матеріалів і тез конференцій [110, 112, 113, 117, 120, 121, 123, 124, 125, 199-201].

**Структура роботи.** Дисертація складається із вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел з 288 найменувань, 20 додатків, серед яких комп’ютерний диск CD-R. Основний зміст дисертації викладено на 199 сторінках та містить 7 таблиць та 34 рисунки. Повний обсяг дисертації становить 285 сторінок.

## РОЗДІЛ 1.

### НАУКОВІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНОЇ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

#### 1.1. Аналіз технічної, психолого-педагогічної, методичної, навчальної літератури з проблеми дослідження та стану її реалізації у практиці навчання вищих навчальних закладів

„Однією з головних рис сучасного спеціаліста, – як відмічає О.М.Матюшкін, – стає не просто великий обсяг професійних знань, навичок та умінь, але і здібність до творчого розв’язування професійних задач, тобто до нових винаходів та відкриттів” [72]. Це обумовлює специфічні задачі сучасного ВНЗ, в тому числі технічного.

Задача виховання творчої особистості майбутнього інженера пов’язана з дослідженням сутності поняття „інженерна діяльність” у різних галузях наук, встановленням специфіки важливих для майбутніх інженерів професійних дій, встановленням евристичного характеру відповідних їм умінь тощо.

Розглядаючи інженерну діяльність з точки зору соціології, І.О.Мартинюк [127] вказує на необхідність системного підходу до цього явища, коли враховується, як її місто, роль, та значення в системі суспільного виробництва так і внутрішній зміст.

За своєю природою інженерна діяльність відноситься до розумової діяльності. Остання уявляє собою головним чином освоєння дійсності. „Технологічними способами” здійснення розумової діяльності є аналіз, синтез, індукція, дедукція, ідеалізація, формалізація, моделювання та інші прийоми пізнавальної діяльності, на що вказує В.В.Альохін, розглядаючи філософські проблеми інженерно-технічної праці [2].

Особливості інженерної діяльності пов'язані з властивостями предмета праці, в якості якого, головним чином, виступає техніка. І як зазначає Є.А.Шаповалов [261], інженерна діяльність як розумова діяльність, як знакова діяльність спрямована безпосередньо на створення техніки і в цьому сенсі є технічною діяльністю.

Оскільки норми та методи інженерного мислення дістали широке розповсюдження не тільки у виробничій, але і в науковій, соціальній та навіть гуманітарній сферах, то важко окреслити коло власно інженерної діяльності.

Інженерними можна назвати задачі, які виникають під час створення та функціонування організаційних, економічних, соціальних систем, що значно розширює межі предмета інженерної діяльності [227]. Інженерна діяльність у цьому випадку втрачає визначеність як особливий вид діяльності. У зв'язку з цим ми будемо розглядати інженерну діяльність у вузькому сенсі, як *знакову діяльність, спрямовану на вивчення, розробку, експлуатацію та вдосконалення технічних об'єктів або технологічної організації виробництва, яка ґрунтується на використанні передових науково-технічних знань та засобів розумової діяльності, евристичних прийомів тощо.*

І.І.Руденко, розглядаючи у дисертаційному дослідженні філософсько-соціологічний аспект інженерії [198], застосовує структурно-функціональний підхід, при якому інженерна діяльність постає як сукупність функцій, тобто як система, яка репрезентує такі види діяльності – проектування, конструювання, впровадження та ін. Автор виділяє стадії здійснення цілісної інженерної діяльності: 1) визначення суспільно-значущих потреб; 2) прийняття інженерного рішення; 3) підготовка до виробництва та його технологічне обґрунтування; 4) задоволення потреб.

Крім того, як зазначає І.О.Мартинюк [127], ускладнюють “перекладання” структури інженерної діяльності на професійну структуру раціоналізаторська, винахідницька, організаційно-управлінська функції, які зразу здійснюються в різних видах інженерної діяльності.

Тобто в інженерній діяльності поєднується як технічне так і соціальне. Технічне включає в себе творчий компонент – раціоналізаторська, винахідницька функції – який протистоїть як механічній доцільності так і сваволі. Оскільки творчість виступає сутнісним компонентом інженерної діяльності, то виникає проблема – як перетворити спонтанну технічну творчість в усвідомлені пізнавальні дії та логічні операції, що виконуються на ґрунті затверджених практикою алгоритмів і методів інженерної діяльності. О.Т.Загребельна в своєму дисертаційному дослідженні, бачить основною передумовою вирішення цієї проблеми філософське осмислення гносеологічної суті та структури інженерного пізнання [59]. Зазначається, що це буде скласти сприятливу базу для наукових підвалин у системі інженерної освіти.

Інженерно-пізнавальний процес характеризується поєднанням загально-методологічних засад природничих, технічних і соціально-гуманістичних наук [43]. Тому під час розв'язання проблеми визначення системи процедурних правил, принципів та прийомів, які складають *зміст інженерної діяльності*, її стратегію і тактику, повинна враховуватись орієнтація сучасних технологій інженерної діяльності на загальну методологію, загальнонаукові поняття та методи діяльності.

Евристика як загальна методологія творчості і як система часткових прийомів розв'язання задач має велике значення в інтенсифікації науково-технічної творчості.

“Евристика”, у перекладі з грецького слова *heurisko*, означає “відшукую”, “знаходжу”, “відкриваю” [38].

Я.О.Пономарьов відмічає, що евристика як психологія наукової творчості вивчає як розв'язуються наукові (технічні) задачі, які вимагають крім знань і умінь також уяви та здогадки [187].

У нашій свідомості, як зауважує А.М.Столяров [229], поняття “евристика” завжди пов'язане з творчою діяльністю.

На думку В.О.Моляко, існує декілька підходів до вивчення творчої технічної діяльності [150].

*Описовий підхід.* Пов'язаний із зародженням вивчення технічної творчості. Представниками цього підходу (С.М.Василейським, П.К.Енгельмеєром, Т.Рібо, Д. Росманом та ін.) були запропоновані схеми, які визначають структуру творчої технічної діяльності. Аналіз цих схем, представлений у [94, 185, 266, 268], свідчить про те, що представники цього напрямку зробили перші спроби вивчення психологічних основ технічної творчості.

*Психолого-педагогічний підхід.* Спрямований на вивчення конструктивно-технічної діяльності на непрофесійних рівнях. Буде розглянутий нами пізніше.

*Техніко-методичний підхід.* Його представники (Г.С.Альтшуллер [3, 4], Г.О.Буш [24], А.І.Половинкин [183] та ін.) розробляють “технологію винахідництва”, шукають практичні методи покращення пошукової роботи винахідників. Зокрема Г. С.Альтшуллер [3] запропонував сорок прийомів усунення технічних протиріч ( “матрьошки”, “самообслуговування” та ін), Г.О.Буш – “метод гірлянд випадковостей та асоціацій” [24], А.І.Половинкин – “метод використання бібліотеки евристичних прийомів” [183].

Робота пов'язана з пошуком прийомів технічної творчості проводиться також зарубіжними дослідниками. Серед таких прийомів морфологічний аналіз (Ф.Цвигки [288]), метод синектики (В.Гордон [275]), метод трансформації системи (К.Делоне [278]) та ін.

*Системотехнічний підхід,* пов'язаний з проектуванням систем, серед яких система людина – машина. Представники системотехнічного підходу (М.І. Вайнерман і Б.І.Голдовський [37], Дж.Диксон [49], К.Джонс [48], Я.Дитрих [50], П. Хіл [249] та ін.) дають опис творчої технічної діяльності через різні етапи та через виділення вимог до створюваних систем, застосування евристичних прийомів тощо. Зокрема Дж.Диксон [49] розглядає інверсію як потужний метод розв'язання технічних задач.

Розробкою евристичних прийомів також займалися винахідники в області інженерії, техніки: К.Е.Цюлковський застосовує прийом “суміщення об'єктів”, Д.Д. Кабанов – “зміщення уваги з одного об'єкту на інший”, М.І.Лазоренко – “нехай здійсниться заздалегідь”), що впливає з [255], [15], [66].

Використання різних евристичних прийомів у вигляді асоціацій, аналогій, питань, прийомів усунення технічних протиріч сприяє появі здогадки, подоланню інертності мислення та прискорює пошук розв'язань технічних задач.

Кількість винаходів з кожним роком збільшується, а тому, збільшується кількість евристичних прийомів і виникає необхідність упорядкування цих прийомів. Це обумовлено потребами фахівців методики технічної творчості та вищої технічної освіти, перед якою стоїть завдання виховання інженера, який би міг винаходити нові прийоми, методи та використовувати вже існуючі.

У зв'язку з цим, виник новий підхід до вивчення технічної творчості – *системно-стратегічний*. Представники цього напрямку (А.Ф.Есаулов [268], В.О.Моляко [150, 151] та ін.) враховують результати, отримані в рамках інших підходів, але на відміну від представників інших напрямків характеризують творчий процес психологічно – з'ясовують психологічні закономірності, які лежать в основі винаходів, та відповідно до цього упорядковують евристичні прийоми розв'язання технічних задач.

Як впливає з результатів робіт [3], [9], [37], [75], [108], [150], [151], [185], [186], [268] процеси розв'язання задачі різними суб'єктами, пов'язані з пошуком, творчістю, завжди мають картину, яка не піддається повному повторному відтворенню, але звісно при наявності специфіки, будуть мати між собою багато спільного.

Програма дій на перших двох стадіях творчого процесу розв'язання винахідницьких задач (вибір задачі та уточнення її умов), на думку Г.С. Альтшуллера, спрямована на визначення кінцевої мети розв'язання, враховує тенденції розвитку відповідної галузі техніки, передбачає розгляд обхідної задачі та переформулювання умови вже на перших кроках розв'язання. Автор підкреслює, що початкове формулювання майже завжди неточне та навіть помилкове [3].

В.О.Моляко вказує на важливу роль розуміння самої задачі, проблеми, яка впливає із усвідомлення умов задачі [150]. Під правильним розумінням мається на увазі процес встановлення істотних ознак приладу, що описується в завданні, встановленні істотних зв'язків між цими ознаками та еталонами, які знаходяться в знаннях суб'єкта. Зокрема, технічне розуміння, як компонент технічної діяльності, на думку Н.Д.Левітова [97] передбачає вміння уявити деталі в русі, встановити їх взаємні зв'язки у дії, порівняти з іншими, віднести їх до однієї чи іншої категорії.

Процес розуміння умови задачі (цикл еталонування), на думку В.О.Моляко, включає [152]: *загальне ознайомлення з умовою задачі* (вивчення тексту, креслення, якщо воно є, первинна класифікація новизни задачі, її загального технічного типу ( змісту)); *поділ умови задачі на головну та другорядну частини* (до головної частини інженери відносять кінцеве призначення об'єкта, який конструюється, його функції, питання про загальну структуру; все інше відноситься до другорядної частини); *співвіднесення тексту та креслення (якщо в умові є і те, і інше)* (внесення корективів загального порядку, пов'язаних з невідповідністю між текстом та кресленням, компенсація (якщо потрібно) відсутності одного з видів даних; *переформулювання умови власною мовою* (виконання “власного” креслення у відповідності зі знаннями та вміннями того, хто розв'язує задачу, висловлення суджень, які виникають при співвіднесенні знань з конкретною проблемою); *порівняння суті задачі з можливостями того, хто розв'язує* (оцінювання інженером своїх можливостей (знань, навичок, умінь) щодо розв'язання задачі); *встановлення аналогій та відмінностей, перенесення структур та функцій*

конструкції у нові умови (знаходженням таких ділянок, завдяки розробці яких, можна наблизитись до розв'язання основної проблеми); інтерполяція та екстраполяція умов нової задачі по відношенню до знань, які є (кінцева оцінка умови, включення умови у ланцюг знань та досвіду інженерів за допомогою інтерполяції (умова заповнює прогалину серед знань, які вже є), екстраполяції (умова доповнює знання, які є, продовжує їх)); момент розуміння умови та перехід до побудови задуму розв'язання задачі (висунення гіпотези про шлях розв'язування, а у випадку, коли задача суто творча, починається пошук шляху розв'язання).

Досліджуючи процесуально-динамічну сторону розуміння творчих математичних задач, Л.А.Мойсеєнко [149] вказує, що вивчення умови творчої математичної задачі пов'язане з: розумінням загального змісту задачі, яке надає можливість з'ясувати, що це за задача, чи зустрічалася вона раніше; виділенням з

контексту задачі відомих термінів, символів, пригадування їх значень (інтеграл визначеної функції та ін.), акцентування уваги на певних числах; визначенням до якого класу належить задача, тобто визначенням, що потрібно зробити (обчислити, довести, побудувати) і що для цього відомо; розчленуванням задачі на прості елементи – виділенням вузлових понять, процесів та пов'язаних з ними теоретичних фактів, в результаті чого вивчення частин умови деталізується; переформулюванням умови задачі, причому „своє” бачення умови полягає у математичній інтерпретації конкретної ситуації, графічному ілюструванні тексту задачі чи текстовому описуванні графічної інформації; встановленням взаємозв'язків об'єктів, які розглядаються в умові, з наявними знаннями.

Таким, чином процес розуміння творчої математичної задачі характеризується тим, що пов'язаний із діями, здійснення яких під час розв'язання інженерної задачі, сприяє розумінню умови останньої. У зв'язку з цим, для оволодіння майбутніми інженерами цими діями, необхідно на практичних заняттях з вищої математики пропонувати студентам завдання творчого характеру, зокрема евристичні, які вимагають здійснювати первинне співвіднесення даної задачі з вже відомими студенту задачами, перебудовувати „власну” систему знань.

Зародження задуму (цикл проектування) інженерної задачі, на думку В.О.Моляко здійснюється за трьома шляхами [150]: 1) виявлення в умові аналога, тобто такої частини приладу, заданого в умові, яка найбільш відповідає еталону, який знаходиться в пам'яті інженера; 2) виявлення в умові “темної” ланки (найменш відомі інженеру частини) та намагання дати їй пояснення; 3) графічна конкретизація елементів приладу – власна інтерпретація комбінації частин, які розташовуються.

Здійснення дій відповідно до цих шляхів сприяє виникненню первинних ідей, первинного образу приладу, як структурно-функціональної системи; формулюванню плану дій за досягненням структурно-функціонального комплексу; виконанню конкретних дій з вихідним механізмом, перетворенню його під час застосування визначених прийомів у проект приладу, який створюється.

Виникненню асоціацій, образів сприяє постановка інженером питань, що пов'язані з конкретними даними задачі. Виникнення асоціацій, переформулювання умови можуть відбуватися на різних рівнях розумової діяльності. (За А.Ф. Есауловим, це – частковосистемний, внутрішньосистемний та міжсистемний рівні [268]).

Частковосистемний рівень характеризується вибором засобів у межах однієї професії, внутрішньосистемний – в межах однієї галузі, однієї науки. Міжсистемний рівень дозволяє підійти до явища з урахуванням взаємозв'язку різноманітних та суперечливих фактів реальної дійсності. Таким чином, як зазначає Г.С.Альтшуллер [4], на вищих рівнях розумової діяльності засоби розв'язування задачі знаходяться за межами сучасної науки.

На думку А.Ф.Есаулова, рівні високопродуктивних та найбільш значущих розв'язань технічних задач характеризуються використанням таких прийомів як інверсія, сполучення об'єктів, заміщення об'єктів, обертання об'єктів [268].

Аналогічними евристичними прийомами (принцип роздрібнення, винесення, асиметрії, матрьошки та ін.), які відображають рівні розумової діяльності, пропонує скористатися Г.С.Альтшуллер для ліквідації технічних протиріч [3].

Таким чином, перехід на більш високий рівень розумової діяльності характеризується розширенням асоціативного фонду мислення, на основі якого з'являються істотно нові орієнтири у розв'язанні задачі. Після виділення орієнтирів відбувається пошук відповідних орієнтирам технічних ознак, порівняння цих ознак з ознаками, які містяться в орієнтирах, ухвалення рішення про прийняття або неприйняття конкретної структури та функції шуканого об'єкта. Таким бачить напрямком, у якому відбувається формування задуму, В.О.Моляко [152].

А.Ф.Есаулов [268] відмічає, що успішне просування в розв'язуванні задачі відбувається за рахунок багатократного переформулювання окремих цілей та питань задачі, яке характеризується проходженням всіх вище названих рівнів та з якого починається переформулювання всієї задачі. Спроби розв'язання задачі здійснюються на основі узагальнюючих переформулювань.

Цей прийом вказує на те, що поряд з вільним асоціюванням існує цілеспрямоване асоціювання. Характерні для нього асоціації за схожістю лежать у основі розв'язання задач за методом аналогії, асоціації за контрастом – основа продуктивного в технічній творчості метода інверсії, асоціації за суміжністю – ефективний метод перетворення вихідних об'єктів у часі та просторі.

На етапі постановки задачі, як підкреслюють Б.І.Голдовський та М.І.Вайнерман для досягнення найбільшого ефекту потрібно узагальнити мету та розглянути можливість її досягнення за рахунок сусідніх систем або етапів процесу (переформулювання задачі). При цьому суть задачі повинна бути звільнена від зайвої інформації, задача спрощується та конкретизується. Фактично відбувається перехід до розв'язування низки простих задач, у яких вказується мінімально необхідна для початкового розгляду частина технічної системи та її становище [37].

Таким чином, етап постановки інженерної задачі полягає в побудові послідовності елементарних допоміжних задач. Багатократне переформулювання задачі сприяє висуненню гіпотез щодо її розв'язання.

Згідно з методикою, яку запропонував Дж.Пойа для регулювання евристичної діяльності студентів під час розв'язування математичних задач, якщо не вдається одразу виявити зв'язок між даними та невідомими корисно розглянути допоміжні задачі. Для цього потрібно пригадати яку-небудь знайому задачу з такими же або подібними невідомими, що і вихідна задача, з'ясувати чи можна скористатися її результатом або використати метод її розв'язування, спробувати змінити дані та вимоги задачі, щоб нові дані та вимоги виявилися ближчими), намагатися переформулювати задачу (сформулювати більш доступну схожу задачу, більш загальну та ін.) [181].

У зв'язку з цим, здійсненню майбутніми інженерами постановки професійної задачі сприятиме створення на практичних заняттях з математики умов, за яких у студентів буде успішно формуватися уміння виявляти загальні закономірності розв'язання допоміжних задач.

На наступних трьох стадіях – побудова плану розв'язання, втілення плану, аналіз отриманого зв'язку – процес розв'язання інженерної та математичної задачі характеризуються аналогічними процесами.



Стадія прийняття рішення проявляється в побудові конкретного плану або проекту майбутньої конструкції, приладу, машини, споруди та ін. Вона базується на інтеграції всіх фактів, зв'язків, установлених на попередніх етапах. Ми погоджуємось з тією думкою, що розв'язання буде обмеженим, недостатньо обґрунтованим, якщо не звертати достатньої уваги на етапи, що передують прийняттю рішення.

Стадія матеріального втілення плану, креслення в реальне життя часто розглядається, як суто технічне явище. Технічний та технологічний компоненти на цій стадії домінують, однак це не означає, що процес цього втілення завжди відбувається без утруднень, які вимагають винахідливості. В процесі реалізації нової конструкції доводиться відступати від плану та переробляти його в процесі виготовлення, що неможливо подолати без активної розумової діяльності.

Апробація нової конструкції, споруди на наступному етапі дає можливість побачити переваги та вади знайденого розв'язку. Після кожного розв'язання задачі, доведеного до експериментального застосування, виникає необхідність для критичного перегляду всієї попередньої діяльності, в результаті якого здійснюються спроби нового задуму задачі.

У зв'язку з цим, на практичних заняттях з вищої математики необхідно створювати сприятливі умови для використання „своїх” умінь та умінь набутих під час розв'язування задачі у визначеній системності, коригування знайденої стратегії в процесі розв'язування, критичного аналізу всієї попередньої діяльності.

Таким чином, на основі аналізу процесів розв'язування інженерної та математичної задачі, їх порівняння, можна зробити висновок, що творча математична та інженерна задачі пов'язані: розв'язування творчої математичної задачі, як і інженерної, вимагає від студентів проходження аналогічних етапів та реалізації однакових евристичних умінь.

Узагальнюючи досвід авторів, роботи яких присвячуються процесам, які відбуваються під час розв'язування технічних задач, ми виділяємо етапи розв'язання цих задач та професійні дії, з яких повинна складатися діяльність інженерів на кожному з етапів (Додаток А).

Проведений аналіз дає можливість визначити евристичні прийоми розв'язання інженерних задач, які сприяють виконанню професійних дій інженером. Відповідні евристичні уміння не гарантують розв'язання технічної проблеми, але інтенсифікують пошук, сприяють появі нових, навіть неочікуваних ідей.

Наприклад, застосування визначених евристичних умінь вимагає така задача.

1. Необхідно виготовити сферичну насадку радіуса  $a$  для поливу городу круглої форми радіуса  $R$ , щоб кількість води, яка приходиться на одиницю його площі, була постійною. (Розв'язання задачі наведене в Додатку Б.)

На етапі інтерпретації умови задачі уміння представляти текстові дані графічно, співвідносити текстові та графічні дані, виявляти приховані дані сприятиме в даному випадку переформулюванню вимог задачі в іншому ключі, а саме, шуканою величиною в задачі є число  $n$  малих отворів, які приходяться на одиницю площі поверхні насадки, яке, очевидно, залежить від кута  $\alpha$ . На етапі постановки задачі уміння видозмінювати задачу (в даному випадку розглядати більш просту задачу), розробляти первинну модель задачі надасть можливість визначити орієнтир у виборі способу розв'язання вихідної задачі та сприятиме складанню плану її розв'язання. На етапі здійснення плану розв'язання задачі уміння перевіряти правильність виконаних дій за допомогою граничного переходу в виразах

для знайдених проекцій довільної краплі струменя на вісі координат ( $x, y, z$ ),

які задовольняють умові задачі, що відповідає вимогам задачі) сприятиме уникненню помилок. Уміння оцінювати отриманий розв'язок на етапі аналізу розв'язання надасть можливість визначити, що опір повітря можна до

визначених меж компенсувати підйомом насадки над поверхнею землі, тобто сприятиме встановлюванню вад об'єкта, який будується, визначенню шляхів їх подолання.

Таким чином, нами побудована відповідність між професійними діями, які виконуються під час розв'язування технічних задач, та евристичними вміннями, які сприяють успішному виконанню професійних дій (Додаток А).

Розумова діяльність винахідників на різних етапах розв'язання задач характеризується не тільки усвідомлюваними розумовими процесами, але також більш або менш явними проявами неусвідомленого мислення, інтуїції тощо.

Інтуїція, на думку В.О.Моляко [150], – це розумові процеси, які в більшій або меншій мірі не усвідомлюються суб'єктом, але сприяють розв'язанню задачі або її частини. Неусвідомлювані процеси, принаймні частина з них, при цьому характерні зуються тими ж розумовими механізмами, що й усвідомлювані. Здогадки (інсайт) автор розглядає як наслідок процесів інтуїції та виділяє здогадки як результат: 1) неусвідомленого упізнавання; 2) розуміння (ситуації, структури та ін.); 3) інтерпретації, яка є наслідком порівняння, аналізу, синтезу та їх похідних (аналогізування, комбінаторика, протиставлення та ін.); 4) антиципації (прогнозування, “передчуття”), яка є наслідком розумового експерименту (“програвання структури або функції “в майбутньому”, в новій ситуації та ін.). Застосування таких прийомів інженером, реалізація евристичних умінь тощо, сприяє процесам інтуїції та здогадкам.

Здогадка важлива для розвитку того типу мислення, яке має значення для винахідницької діяльності, і взагалі для творчого прояву особистості в будь-якій галузі життя. Як зазначає Б.В.Раушенбах [194], під час розв'язування творчих математичних задач вирішальну роль відіграє інтуїтивна компонента нашої свідомості. У зв'язку з цим Д.Поя [182] наголошує на необхідності навчати умінню здогадуватися.

Таким чином, формування у майбутніх інженерів уміння здогадуватися пов'язане з формуванням їх евристичних умінь під час навчання вищої математики.

Вивчення конструктивно-технічної діяльності на непрофесійних рівнях (учні, студенти) вказує на те, що проблема формування інженерного мислення учнів, студентів пов'язана з проблемою формування їх евристичних умінь.

Змістом умінь, які забезпечують успішне розв'язання конструктивно-технічних задач (що може слугувати одним із загальних показників розвитку технічного мислення), як відмічає Т.В.Кудрявцев, є структурно-функціональний аналіз та синтез елементів технічного приладу, що конструюється [94].

Д.О.Чернишов виділяє комплекс умінь, що характеризують сучасний стиль інженерної діяльності та мислення, серед яких уміння формулювати задачу; уміння бачити у задачі всі структурні одиниці дії, у тому числі загальний алгоритм; уміння виділяти відомі і відсутні дані в задачі; уміння чітко формулювати допоміжні задачі; уміння визначати новизну задачі; уміння аргументувати інженерні рішення [258].

В.О.Моляко, вивчаючи конструкторську діяльність на професійному та допрофесійному рівнях, вказує, що продуктивний рівень інженерного мислення базується на вмінні знаходити порівняно віддалені аналоги, рекомбінувати їх, реконструювати. Творче мислення є вищою формою продуктивного мислення, воно характеризується частково тими ж стратегіями, але у крайніх формах [150].

Таким чином, продуктивне інженерне мислення характеризується наявністю у майбутніх фахівців евристичних умінь. Формування у студентів на практичних заняттях з вищої математики евристичних умінь, перелічених у Додатку А, сприятиме формуванню їх продуктивного інженерного мислення.

Розглядаючи проблему розвитку у студентів творчого інженерного мислення К.Є. Зуєв наголошує на тому, що в основу формування творчого мислення необхідно покласти принцип розвитку думки через протиріччя, через виявлення протиріч у складі наявного знання з метою їх подальшого розв'язування [245].

Це означає, що в процесі навчання вищої математики необхідно створювати умови для формування активної дослідницької позиції студентів. Створення умов для проходження студентами всього циклу розв'язання математичної задачі від постановки до аналізу отриманого результату, надасть можливість студенту відчувати себе дослідником ще під час навчання.

Як вказують Д.М.Татьянченко, С.В.Воровщиков [237], одним з шляхів збільшення якості освіти є розвиток загальнонавчальних умінь, серед яких уміння аналізувати, синтезувати та ін. На думку цих авторів, загальнонавчальні уміння як універсальні для багатьох дисциплін у школі (ВНЗ), а також професій, повинні бути представлені в якості цілісного компонента змісту освіти.

О.М.Петров наголошує на формуванні у студентів вміння застосовувати у процесі розв'язання задач стратегій перебору, пошуку аналогу, моделювання під час розвитку їх теоретичного мислення [177]. О.І.Кошелев доводить необхідність навчання студентів процедурам та операціям творчої пізнавальної діяльності [90].

Ф.М.Панфілова, досліджуючи питання формування досвіду професійно-творчої діяльності майбутніх інженерів, виділяє професійно-творчі уміння: виділяти головне в технічному рішенні, виділяти зв'язки між розглянутими механізмами, приводити свої знання в систему, формулювати задачі досліду та виявляти шляхи їх перевірки, проводити узагальнення результатів експерименту та ін [175].

Таким чином, значна кількість досліджень свідчить про важливість проблеми формування евристичних умінь майбутніх фахівців. Залишається не встановленим набір евристичних умінь відповідно до кожного етапу розв'язання технічної задачі, які необхідно формувати у майбутніх інженерів під час навчання вищої математики

Як відмічає В.В.Лихолетов [105], традиційна педагогіка відносила до особливих здібностей студентів до аналізу, синтезу, порівнянню та ін. Але сьогодні потрібна така модель навчального процесу, яка б дозволила в масовому порядку розкривати та розвивати творчий потенціал, “демократизувати творчість” тих, хто навчається, формувати у них готовність діяти.

Удосконалення традиційної моделі навчального процесу вимагає розробки методики викладання конкретних дисциплін, зокрема викладання вищої математики на практичних заняттях, спрямованої на формування евристичних умінь майбутніх фахівців, формування їх професійно-орієнтованої евристичної діяльності.

Теорія розв'язання винахідницьких задач, розроблена Г.С.Альтшуллером, спрямована на навчання студентів творчій діяльності, спирається на застосування евристичних методів та прийомів [5]. Стосовно навчально-творчої діяльності, на думку В.І.Андрєєва, набуває актуальності застосування евристичних методів та форм навчання. Вони сприяють розвитку інтелектуально-евристичних здібностей особистості: здібність генерувати ідеї, здібність до переносу знань, умінь у нові ситуації, здібність бачити протиріччя і проблеми та ін [7].

У зв'язку з цим, одним із напрямків удосконалення методичної системи навчання математики майбутніх інженерів на практичних заняттях є доповнення її компонентів евристичними складовими.

Удосконалення традиційної системи навчання вищої математики пов'язується дослідниками з необхідністю розкриття творчого потенціалу особистості майбутнього фахівця. Як показують дослідження Ю.В.Дрибана [52], Т.В.Крилової [92], Ю.В.Триуса [241], О.Г.Фомкіної [244] та ін., впровадити „технологію” пошуку, самостійного здобування знань під час навчання математики, надають можливість методи проблемного навчання. Проблемне навчання математичного аналізу, на думку Г.О.Міхаліна, створює сприятливі умови для формування умінь здогадуватися [147].

Інтенсифікувати традиційні заняття з вищої математики можна за допомогою нетрадиційних методів, використовуючи нові технологічні прийоми викладання теоретичного і практичного матеріалу. Зокрема, Т.В.Крилова [92] наголошує на використанні у математичній підготовці майбутніх інженерів „педагогіки співпраці, в якій реалізуються ідеї „зацікавленості в навчанні”, „великих блоків” та ін. Навчання в співробітництві, метод проектів, продуктивне і ситуаційне навчання, на думку Ю.В.Триуса [241], можуть забезпечити підвищення якості вищої математичної освіти. О.Г.Фомкіна [244], при проведенні практичних занять з математики зі студентами економічних спеціальностей, пропонує надавати перевагу таким інноваційним технологіям, як модульно-рейтингова система навчання та контролю знань, ділові ігри, навчальні та контролюючі тести, опорні конспекти та ін.

Крім того, як свідчать дослідження В.І.Клочко, використання ІКТ, під час навчання вищої математики майбутніх інженерів, дозволяє застосовувати нові форми і методи навчання – роботу з інформаційними системами, проведення демонстрацій і експериментів на математичних моделях процесів, організацію самостійної роботи методом творчих завдань [81].

Розглядаючи питання організації практичних занять з вищої математики у рамках евристичного навчання Н.М.Лосева показує важливість застосування евристичних методів, форм і засобів навчання, однак не досліджує питання використання їх під час навчання математики студентів технічних ВНЗ [106].

Таким чином, значна кількість досліджень свідчить про те, що недостатньо розглянуті питання доповнення змісту, методів, форм і засобів навчання математики майбутніх інженерів на практичних заняттях евристичними складовими.

О.І.Скафа [214] розглядає методичну систему формування навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів на уроках математики, К.В.Власенко [27] – методичну систему управління евристичною діяльністю учнів на уроках геометрії, І.А.Горчакова [40] – методику формування евристичної діяльності учнів основної школи за допомогою системи математичних задач; З.І.Слепкань [222, 223] – методику формування творчої особистості при вивченні математики; С.П.Семенець [208] – методику розвитку продуктивного мислення учнів під час вивчення алгебри та початків аналізу; А.Ю.Карлащук [76] – методику формування дослідницьких умінь учнів у процесі розв'язування математичних задач з параметрами.

Тобто, питання використання евристичних методів, прийомів, форм, засобів навчання на заняттях з математики, у значному обсязі розглянуті для середньої школи.

Таким чином, залишаються недостатньо розробленими питання методики формування евристичних умінь, професійно-орієнтованої евристичної діяльності тощо, студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики.

Аналіз стану розробки означеної проблеми у навчальній літературі для вищих технічних закладів – найбільш розповсюджених в Україні підручниках та навчальних посібниках з вищої математики [17], [26], [46], [47], [54], [55], [58], [64], [79], [179], [180], [206], [207], [256], [263], [264], програмах курсу вищої математики – свідчить про те, що недостатньою є кількість завдань, які вимагають від студентів використання евристичних прийомів, немає повноти представлення евристик у системах задач, які пропонуються студентам під час вивчення визначених тем, розділів вищої математики.

Сприятливі умови для моделювання створюють завдання на застосування похідної, диференціала, текстові задачі на знаходження найбільшого та найменшого значення функції тощо, застосування інтегралів для розв'язання задач механіки, які містять усі підручники. Вони вимагають від студентів складання математичних моделей, при цьому важливу роль відіграє вміння формулювати задачу різними мовами, використовувати геометричні, фізичні, хімічні закони, розглядати дані з точки зору різних наук. У підручниках [54], [55], [64], [179], [263] представлені приклади розв'язання таких задач, але вони мало дають студенту для розуміння того як підійти до їх розв'язання. Зокрема, завдання, які поставлені в загальному вигляді (містять параметри, вимагають введення своїх позначень) 811-817, §6, роз. 5 [26]; №365, 367, 368-370 [64], № 1224, 1247, 1250, 1251, 1253 [17]; №36, 43, 47, 58, 59, 61 [179] вимагають проведення дослідження – в яких межах можуть змінюватись параметри, як зміниться розв'язання, отриманий результат при зміні параметрів. Ніяких вказівок стосовного цього не міститься.

Евристичні підказки у вигляді вказівок представлені в підручниках “Задачі та вправи з аналітичної геометрії” О.М.Цубербілер [256] (№ 177 – використовувати полярні координати; № 178 – ввести додатковий елемент, розглядати випадки залежно від значення параметрів; № 219 – використовувати подібність, № 268 – зробити допоміжну побудову, та ін.) та “Збірник задач з аналітичної геометрії” Д.В. Клетеніка [79] (№110, 162 – використовувати результат попередньої задачі, зокрема до задачі № 1055 пропонується схема розв'язання). У підручнику “Вища математика . Приклади і задачі” Л.І.Дюженкової, О.ЮДюженкової, Г.О.Міхаліна [55] представлене правила-орієнтири розв'язання фізичних, геометричних задач, які передбачають складання диференціального рівняння; правило інтегрування раціональної функції та ін. Але відсутні завдання, які вимагають від студентів самостійного складання правила-орієнтира розв'язання задач визначеного типу.

Застосуванню векторів під час розв'язання задач присвячений розділ “Застосування векторної алгебри у аналітичній геометрії” підручника “Задачі та вправи з аналітичної геометрії” О.М.Цубербілер [256]. Задачі, які вимагають застосування векторів, представлені також в підручнику [26] (§2, роз. 3).

Приклади використання алгебраїчного методу в процесі розв'язання геометричних задач наводяться в підручниках “Вища математика в прикладах та задачах” П.Є.Данко, О.Г.Попова, Т.Я.Кожевнікової [46] (№ 129,133, §3) та “Вища математика” В.П.Дубовика, І.І.Юрика [54] (пр.2, §6, роз.3). Використання координатного методу демонструється на прикладах пр.3, 5, §6, роз.3 [51]; № 39, 40, §1 [46], §16, роз.3 [179]. Задачі на знаходження геометричного місця точок, рівняння лінії, які передбачають використання цього методу містять підручники – № 37-52, §1, [47], № 9-22, 46-51, 57-67 §1, роз.3 [26], §9-11 [79].

Деякі підручники містять приклади розв'язування завдань та завдання, які можуть бути розв'язані за допомогою евристичних прийомів “введення допоміжного елемента” – пр.5, §6, роз.3 [54], № 52, §1 [46]; “оцінювання, розглядання граничних значень” – пр.9, §10, пр.3,4, §11, № 6, §10 [55], “розв'язання на картинці” – пр.8,9, §5, роз.3 [54], “формулювання рівносильної задачі” – № 25, §10 [55].

Задачі на з'ясування форми кривих, поверхонь по їх рівнянню представлені у підручниках – № 588, 599, 632, 668 [79], 356, 360, 373 [46] розв'язуються за допомогою аналітичного методу. У підручнику [55] на прикладах пр.17, §10, пр.1, §19 показане використання методу доведення від супротивного. Цей метод може бути використаний під час роботи із завданнями №13, §10, пр. 5, 6, 7, §19 [55], № 605-609, §5, роз.5 [26]. Наведення контрприкладів є дієвим при розв'язанні задач на доведення №2 2),6), §6 та №2 3), 7), §7 [55].

Одиничні випадки (як правило на типових прикладах) застосування евристичних прийомів, методів розв'язання задач, демонстрація на подібних прикладах тощо, не створюють умов для переносу студентами цих методів, способів, прийомів у інші ситуації, більш складні випадки, комбінування їх при розв'язуванні задач.

Застосування педагогічних програмних засобів GRAN, DERIVE, представлені у підручнику “Вища математика з елементами інформаційних технологій” О.Б. Жильцова та Г.М.Торбіна [58] нададуть можливість студентам експериментувати, проводити дослідження та бачити результати своєї діяльності та коректувати їх. Однак вони у основному стосуються геометричних об'єктів та графіків функцій, залишається без уваги багато розділів. Як буде показано далі, використання інформаційно-комунікаційних технологій на матеріалі розділів, які не пов'язані з графічними зображеннями, теж сприяє вирішенню поставленої проблеми.

Рідкістю є приклади завдань, розв'язаних декількома способами – № 344, 552 [256] – які створюють умови для оцінки раціональності розв'язання, вибору оптимального розв'язку. Мало прикладів розв'язань задач – № 14, §16, [55] – які стимулюють думку студентів, залишаючи без пояснень деякі суттєві питання, етапи представленого розв'язку, а також за рахунок постановки питань, що стосуються більш глибокого розуміння тих фактів, які використовуються під час розв'язування.

Зроблений аналіз свідчить, що перелік завдань, наведений у підручниках, є недостатнім для формування евристичної діяльності майбутніх інженерів.

Таким чином організація діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики вимагає доповнення змісту, методів, форм і засобів відповідно евристичними завданнями, системами тощо, евристичними методами,

формами і засобами.

## **1.2. Роль та місце професійно-орієнтованої евристичної діяльності в процесі математичної підготовки та формування майбутнього інженера**

**Для того щоб зрозуміти, що уявляє собою діяльність під час якої здійснюються технічні винаходи, відбувається творче мислення інженерів, необхідно проаналізувати психологічну концепцію діяльності, творчого мислення та управління конкретною діяльністю.**

**Психологічний підхід до аналізу діяльності ґрунтується на роботах А.М. Леонтьєва. Діяльність, за А.М.Леонтьєвим, – це такий процес активності людини, який характеризується “тим, що те, на що спрямований даний процес у цілому (його предмет), завжди співпадає з тим об’єктивним, що спонукає суб’єкта до даної діяльності, тобто мотивом” [99].**

Діяльність у даному випадку трактується як атрибут індивіда. Крім того, діяльність є мотивованим процесом використання суб’єктом тих чи інших засобів для досягнення власної або зовні заданої мети.

Діяльність здійснюється в формі дії або сукупності дій. Дія з визначеною метою здійснюється різними способами у залежності від тих умов, у яких ця дія здійснюється. Ці способи здійснення дії називаються операціями. Операції – це перетворені дії, дії, які стали способами здійснення інших більш складних дій.

З розробкою психологічної концепції діяльності в психології ствердився “діяльнісний підхід” до розв’язання багатьох психолого-педагогічних та дидактичних проблем.

Розробляючи дидактичний аспект діяльнісного підходу, Г.О.Атанов зазначає, що в процесі передачі досвіду суспільно-історичної практики, викладач повинен розв’язувати задачу формування у студентів умінь здійснювати діяльність [10]. Тобто метою навчання є діяльність, а саме навчальна діяльність, або дії та операції, за допомогою яких вона реалізується і які спрямовані на розв’язання специфічних для навчання задач, зі професійним спрямуванням тощо.

Таким чином, кінцевою метою навчання є формування способів діяльності. Стосовно до вищої школи це означає, що студент повинен засвоїти способи діяльності, на яких базується його майбутня професійна діяльність.

Навчальна діяльність, у результаті якої відбувається формування способів діяльності, на яких базується професійна діяльність майбутнього спеціаліста є специфічним видом діяльності, що має певні особливості. Вона уявляє собою і мету і продукт навчання. Діапазон навчальних цілей є досить широким – від формування у студента умінь здійснювати професійну діяльність у цілому до засвоєння студентом конкретної теми чи питання навчальної програми. Перші є віддаленими, другі – найближчими навчальними цілями. Успіх у досягненні віддалених цілей визначається тим, наскільки вдало сформульовані найближчі цілі, наскільки ефективно є організованим процес їх досягнення.

Однією з основних особливостей навчальної діяльності є те, що, як зазначає Є.І.Машбиць, той хто навчається – це не тільки суб’єкт діяльності, але, одночасно, і її об’єкт [130]. Це пояснюється тим, що метою навчальної діяльності є зміна самого суб’єкта діяльності, а не тільки перетворення об’єктів навколишнього світу, не зміна предметів, з якими діє суб’єкт. Д.Б.Ельконін [265] вказує на те, що “навчальна діяльність – це перед усім така діяльність, в результаті якої відбуваються зміни того, хто навчається. Це діяльність, спрямована на самозмінювання, її продуктом є ті зміни, які відбулися в самому суб’єкті”. Таким чином, одна з особливостей навчальної діяльності полягає в невід’ємності її продукту від її суб’єкту.

Як відмічає В.Я.Блінов, навчальна діяльність виникає на основі “єдності діяльності викладання та учіння”, а сутність її виражається у “відносинах взаємодії між діяльностями викладання та учіння та не зводиться ні до однієї з них, взятих окремо” [18]. Тобто, саме управління навчальною діяльністю під час навчання математики, а не передача

знань є механізмом навчання.

На думку Н.Ф.Тализіної [231], знати – це завжди виконувати якусь діяльність або дії, пов’язані з даними знаннями. Знання – поняття відносне. Якість засвоєння знань визначається різноманітністю та характером видів діяльності, в яких знання можуть функціонувати.

Таким чином, замість двох проблем – передавати знання та формувати уміння за їх застосуванням – перед навчанням тепер стоїть одна: сформувати такі види діяльності на практичних заняттях з математики, які з самого початку включають у себе задану систему знань та забезпечують їх застосування в заздалегідь передбачених межах.

Специфіка діяльності викладача полягає в тому, що він організує і, значить, намагається створити дидактичні умови, сприятливі для підвищення ефективності процесу навчання. Діяльність студентів спрямована на розв’язування поставлених перед ними завдань. Тому в дидактичному аспекті навчальна діяльність, як відмічає В.І.Андрєєв [8], – “це діяльність студентів, яку організує викладач з метою збільшення ефективності процесу учіння, спрямована на розв’язання навчальних задач різного класу, в результаті якої вони оволодівають знаннями, навичками та уміннями, і розвивають свої особистісні якості”.

У структурі діяльності, в тому числі і навчальній, В.В.Давидов [45] виділяє три компоненти: 1) мотиви та навчальні задачі; 2) навчальні дії; 3) дії контролю та оцінювання. Навчальну діяльність, як відмічає З.І.Слепкань [218], не можна звести ні до однієї з компонент. Повноцінна навчальна діяльність завжди є єдністю та взаємопроникненням всіх цих трьох компонент. Тому у студентів на практичних заняттях з вищої математики необхідно формувати навчальні мотиви, завдяки чому знання та уміння набудуть для них особливого сенсу, стануть для них внутрішнім надбанням.

Професійна діяльність сучасного інженера, як зазначалося вище, є багатофункціональною діяльністю, системою, що репрезентує різні види діяльності. Тому під час формування досвіду професійної діяльності студентів на практичних заняттях з вищої математики необхідним є виконання ними різних видів навчальної діяльності.

Ефективною діяльністю, в якій розвиваються продуктивні способи мислення, уміння досягати мети та отримувати результат розв’язання задачі є евристична діяльність [253]. Тому необхідним є залучення студентів до навчально-пізнавальної евристичної діяльності. Така діяльність, як відзначає О.І.Скафа [214], є різновидом евристичної та навчальної діяльності.

Евристична діяльність включає в себе як логічні, так і не логічні, наприклад, інтуїтивні засоби. Перші носять алгоритмічний характер, інші мають індивідуальну психологічну основу. Алгоритмізація та інтуїція – дві складові евристичної діяльності, загальний результат якої може мати різні спрямованості [1].

У психологічному аспекті, як відмічає В.Н.Пушкін [191], “евристичну діяльність треба розглядати як такий різновид людського розуму, який створює нову систему дій або відкриває невідомі раніше закономірності оточуючих людину об’єктів”.

Розглядаючи дидактичний аспект евристичної діяльності, В.М.Соколов [226] дає означення навчальної евристичної діяльності як діяльності, в процесі якої цілеспрямовано розвиваються здібності: 1) розуміти шляхи та методи продуктивної навчально-пізнавальної діяльності, творчо копіювати їх та навчатися при цьому на власному і запозиченому досвіді; 2) впорядковувати навчальну інформацію в міжпредметні комплекси та оперувати нею під час евристичного пошуку; 3) адаптуватися до різних видів навчальної діяльності, що змінюються, та передбачати її результати; 4) планувати та прогнозувати інтелектуальну діяльність на основі евристичних та логічних операцій і стратегій; 5) формувати та приймати рішення по організації складних видів навчальної діяльності на основі правдоподібних міркувань, евристичних операцій та стратегій з їх наступною логічною перевіркою.

Спираючись на О.І.Скафу [214], ми будемо розуміти під навчально-пізнавальною евристичною діяльністю студентів – діяльність, яка організується викладачем з використанням різноманітних евристичних засобів та спрямована на створення нової системи дій за пошуком невідомих раніше закономірностей, на формування процесів, які забезпечують пізнавальну та творчу діяльність, у результаті якої студенти активно оволодівають знаннями та розвивають свої евристичні навички та уміння, формують пізнавальні мотиви та організаційні якості.

Характерними ознаками навчально-пізнавальної евристичної діяльності є: 1) обумовленість змісту евристичної діяльності особистісними мотивами, цілями та особливостями студента; 2) наявність ситуації суб’єктивного утруднення або проблеми, подолання якої обумовлює внутрішній приріст суб’єкта діяльності; 3) створення студентом власного освітнього продукту. Це дає можливість зробити висновок, що включення студентів в цей вид навчальної діяльності найбільш сприятиме формуванню їх професійно-орієнтованої евристичної діяльності.

Зв’язок між навчальною, пізнавальною, евристичною, навчально-пізнавальною евристичною та професійно-орієнтованою евристичною діяльностями, показаний у Додатку В, вказує на те, що особливістю професійно-орієнтованої евристичної діяльності є фактор суб’єктивного “відкриття” нового знання, що має суб’єктивну



значущість та новизну (як і навчально-пізнавальної евристичної діяльності).

Діяльність, у тому числі і професійно-орієнтована евристична, – утворення складне і багатопланове та може бути структуроване різними способами.

Функціональний, динамічний, операційний способи запропоновані Є.І.Машбіцем [130], організаційний – Л.М.Фридманом [247].

Функціональний спосіб у якості компонентів діяльності передбачає її функціональні сторони. Є.І.Машбиць [130] виділяє мотиваційну, змістову та операційну сторони. При цьому простежуються зв'язки між такими компонентами діяльності як знання, дії та мотиви; засвоєння знань розглядається в зв'язку із здійсненням дій, які цими знаннями забезпечуються, а також мотивами, які не тільки впливають на формування способу дій, але й самі знаходяться під дією знань і умінь.

При динамічному структуруванні в навчальній діяльності виділяють цілі, задачі, способи, продукти. Операційний спосіб передбачає виділення операторів як компонентів діяльності, що забезпечують визначені дії зі знаннями, і програми управління цими операторами. Згідно організаційному способу в діяльності виділяють три етапи: вступно-мотиваційний, операційно-пізнавальний, контрольно-оціночний.

У зв'язку з цим, навчально-пізнавальна евристична діяльність розглядається як цілісна система з такими компонентами: мотиваційний, змістовий, операційно-процесуальний, організаційний та методологічний з одного боку та цілі, продукти, способи та задачі з іншого боку. На основі встановленого зв'язку між навчально-пізнавальною евристичною та професійно-орієнтованою евристичною діяльністю, у професійно-орієнтованій евристичній діяльності ми виділяємо аналогічні компоненти [116].

Характеризуючи мотиваційну сторону професійно-орієнтованої евристичної діяльності, важливо враховувати, що мотивація є не тільки передумовою евристичної діяльності, але її результатом, її новоутворенням.

Як відмічає І.С.Якіманська [269], мотив – це спонукаюча сила діяльності, те заради чого вона здійснюється. Структура мотивів студента, яка формується в період навчання, як зауважує З.І.Слепкань [221], є стрижнем особистості майбутнього спеціаліста. На формування мотивації професійної діяльності впливає навчальна мотивація [270]. Тому формування мотиваційної сфери навчальної діяльності означає формування мотиваційної сфери професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ.

У мотивації навчальної діяльності, як правило, виділяють дві головні групи навчальних мотивів: пізнавальні мотиви, пов'язані зі змістом навчальної діяльності та процесом її виконання; соціальні мотиви, пов'язані з різноманітними соціальними взаємодіями студентів з іншими людьми. На думку Є.І.Машбиця, джерелом пізнавальних мотивів є сама навчальна діяльність [130]. Крім того на формування пізнавальних мотивів позитивно впливає наявність професійної спрямованості навчання.

Під час формування мотиваційної сфери професійно-орієнтованої евристичної діяльності необхідно показувати студентам суспільну значимість обраної ними професії і важливість розвитку студентом своїх професійно значущих якостей. Дієвим засобом при цьому є створення проблемних ситуацій, у процесі розв'язування евристичних задач, з професійним змістом тощо. Вони створюють умови для самостійної постановки студентами пізнавальних задач, застосування евристик, показують важливість та ефективність набутих під час навчання знань, умінь для майбутньої професійної діяльності та з іншого боку стимулюють інтерес до професії (використання евристик робить можливим кожному реалізувати свій потенціал, сприяє успішному розв'язанню професійних проблем).

Наприклад, студентам може бути запропонована така ситуація.

2. Дві однакових посудини мають форму прямого кругового конуса з вертикальною віссю. Висота посудини  $H$ , радіус основи –  $R$ , кут між твірними  $\gamma$ . Причому одна з посудин спрямована вершиною вниз, інша – вгору. Обидві посудини наповнили водою, а потім одночасно почали спорожнювати через невеликі однакові круглі отвори унизу.

Пропозиція викладача зробити припущення про те, яка з посудин спорожниться швидше сприятиме висуненню студентами різних точок зору (одночасно, перша швидше ніж інша та навпаки). Прикладна спрямованість завдання, а також намагання відстояти власну точку зору спонукатиме студентів до застосування математичного апарату.

Застосувати відомості з інтегрального числення, побудувати модель студентам допоможуть евристики: „введіть допоміжні елементи”, „встановіть геометричні, фізичні зв'язки між даними задачі”, „моделюйте”.

(Додаток Б)

Таким чином, під час формування мотиваційної сторони професійно-орієнтованої евристичної діяльності необхідним є забезпечення мотивації як навчальної діяльності так і професійної.

Змістова сторона професійно-орієнтованої евристичної діяльності визначає предмет діяльності, те на що ця діяльність спрямована. Тому до змісту професійно-орієнтованої евристичної діяльності відноситься задана система дій, які забезпечуватимуть виконання майбутнім інженерам професійних функцій та ті знання, які забезпечать реалізацію цієї системи у майбутній професійній діяльності.

Оскільки оптимальним видом навчальної діяльності, під час якої відбувається формування відповідної системи дій є евристична, яка спрямована на розв'язування евристичних задач, то змістова частина професійно-орієнтованої евристичної діяльності включає, разом з останніми, системи евристично-орієнтованих завдань, систему евристик, евристичні приписи, правила-орієнтири та ін.

Наприклад, здійсненню студентами у майбутній професійній діяльності дій розглядання аналогів у межах однієї області, протиставлення різних способів розв'язання технічних задач, перенесення структур, функцій відомих об'єктів у інші умови сприяє виконання на практичному занятті з вищої математики наступне завдання.

3. Знайти площу частини поверхні  $S$ , яка розташована зовні циліндрів  $S_1$  та  $S_2$ .

Формулювання еквівалентної задачі (Знайти площу поверхні тіла, обмеженого поверхнями  $S_1$  та  $S_2$ ).

Система рівнянь (EMBED Equation.3) надає можливість виявити схожу за змістом задачу, яку студенти розв'язували раніше.

#### 4. Знайти об'єм тіла обмеженого поверхнями $S_1$ та $S_2$ .

Вихідну задачу надасть змогу розв'язати використання аналогії, здійснення дослідження за частинами умов та розв'язань наведених вище двох задач (Додаток Б), врахування симетрії тощо.

Застосування різного виду евристик створює сприятливі умови для саморозвитку та самореалізації майбутніх інженерів не тільки під час „відкриття”, засвоєння нових знань, умінь у навчанні, але, як буде показано в пункті 2.1, і в процесі розв'язування задач у майбутній професійній діяльності.

Операційно-процесуальна сторона професійно-орієнтованої евристичної діяльності пов'язана з тим, що ця діяльність складається із визначеної системи дій.

Ряд дослідників – В.В.Давидов [45], А.М.Леонт'єв [100], П.І.Підкасистий [178], Д.Б.Ельконін [265] – вважають, що головним є формування системи дій під час засвоєння конкретного змісту діяльності, бо конкретний зміст діяльності, який необхідно засвоїти у процесі учіння, завжди пов'язується в свідомості того, хто навчається з виконанням дій або системи дій. З іншого боку формування будь-якої розумової дії є в той же час і процесом засвоєння нових знань, оскільки дія предметна, тому ігнорування змістової або операційної сторони діяльності є неправомірним.

Оскільки системі дій відповідає система умінь, то операційно-процесуальний аспект професійно-орієнтованої евристичної діяльності – це система умінь необхідних для реалізації майбутніми спеціалістами професійних функцій.

Уміння представляється як здібність виконувати складну комплексну дію або готовність людини до виконання складних комплексних дій на основі знань, навичок та практичного досвіду. Таким чином, навички є складовими компонентами

умінь. Навички формуються на основі знання способів виконання дій. Евристичні уміння в своїй основі є творчими діями. Вони не можуть автоматизуватися, так як уявляють собою готовність людини до прийняття рішень та творчої їх реалізації в умовах, що змінюються.

Навички є операціями, за допомогою яких виконуються уміння. Дія на стадії навички прискорюється та становиться більш точною. Навичка не контролюється свідомістю, вона підкорена меті дії. Уміння включає в себе знання теоретичних основ дії (поняття, закону, теорії), способів виконання дій, їх змісту та послідовності, елементи творчого підходу.

У зв'язку з цим, у нашому дослідженні ми будемо спиратися на означення запропоноване в сучасному педагогічному словнику: “Уміння – засвоєний суб’єктом спосіб виконання дії, який забезпечується сукупністю набутих знань та навичок. Уміння формується шляхом вправ та створює можливість виконання дії не тільки у звичних, але і в умовах, що змінюються” [225].

У процесі формування умінь виділяють наступні етапи: 1) оволодіння знаннями; 2) оволодіння навичками; 3) оволодіння прийомами (способами) навчальної діяльності та прийомами розумової діяльності. Як відмічає з цього приводу І.Я. Лернер [102]: “Для навичка необхідно, як правило, початкове одноманітне повторення операцій; для перетворення даної зовнішньої дії в уміння необхідно спочатку одноманітне його повторення, а потім варіативне, тобто в змінних ситуаціях”.

У психології існують два різних підходи до організації формування умінь. Згідно одного з них уміння не є спеціальним об’єктом вивчення. Їх засвоєння відбувається переважно в процесі навчальної діяльності. Це не завжди приводить до бажаного результату, оскільки уміння залишаються недостатньо сформованими. У нашому дослідженні ми дотримуємося іншого підходу – уміння виступають як предмет спеціального засвоєння і в подальшому стають здатними до усвідомленого і довільного їх використання в нових умовах [235].

“Уміння робити” у самому загальному змісті означає, що під дією мотивів людина здатна самостійно орієнтуватися в ситуації, пізнавати її, правильно ставити мету дії у відповідності з об’єктивними умовами, які визначають її реальність та досяжність; у відповідності з ситуацією, метою та можливостями визначати конкретні засоби та способи, в процесі дії удосконалювати та відпрацьовувати їх та, нарешті, досягнути мети [20].

Формування евристичних умінь у студентів фактично означає оволодіння цими діями, формування здатності відшукувати нову систему професійних дій у залежності від конкретних умов, удосконалювати її у процесі розв’язування професійних задач. При цьому процес розв’язування навчальних задач, під час якого відбувається формування евристичних умінь повинен адекватно відображати процес розв’язування задач у майбутній професійній діяльності – важливим є формування досвіду професійної діяльності вже в процесі навчання [114].

Наприклад, під час формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів на практичних заняттях з вищої математики, їм може бути запропонована задача.

5. Гнучкий провід лінії електропередач закріплений у точках та . Знайти рівняння кривої, по якій

розташовується провід під дією сили тяжіння.

Розв'язання даної задачі (представлене в Додатку Б) вимагає від майбутніх інженерів реалізації їх евристичних умінь. Зокрема, на етапі інтерпретації умови задачі – співвідносити різні форми подання даних, виявляти приховані

дані, пов'язані з встановленням геометричних, фізичних залежностей між величинами (

), поділяти рисунок на частини (виділення ділянки АМ проводу), на етапі постановки задачі –

розробляти модель задачі (

), формулювати рівносильну задачу на розв'язання задачі Коші.

У нашому дослідженні ми розглядаємо евристичні уміння у відповідності з розглянутими вище етапами розв'язання технічних проблем. Вони забезпечать проходження майбутніми спеціалістами кожного з етапів розв'язання професійної проблеми та сприятимуть успішному її розв'язанню (Додаток А).

Таким чином, операційно-процесуальна сторона професійно-орієнтованої евристичної діяльності є процесом розв'язання математичних задач, який повністю або частково включає вищеназвані етапи, у ході яких відбувається реалізація та розвиток евристичних умінь, що визначаються етапами розв'язання.

Ми розглядаємо три рівня сформованості евристичних умінь.

Низький – студенти здійснюють близьке перенесення евристик (дії за зразком), при цьому вимагають значної допомоги з боку викладача; діяльність евристичного характеру мало їх цікавить.

Середній – студенти здійснюють перенесення евристик у подібні ситуації, при цьому вимагають незначної допомоги з боку викладача; відчувають цікавість до діяльності евристичного характеру, але не стійку;

Високий – студенти здійснюють подальше перенесення евристик, переважно самостійно; відчувають стійку зацікавленість до діяльності евристичного характеру.

У сучасних умовах інженерні задачі ускладнилися настільки, що не можуть бути розв'язані в межах однієї науки та вимагають застосування методів та засобів різних наук. У зв'язку з цим, у майбутніх інженерів виникає необхідність у знаннях та вміннях методологічного характеру, що вимагає аналізу методологічного компонента професійно-орієнтованої евристичної діяльності.

Методологічний компонент професійно-орієнтованої евристичної діяльності включає формування знань про наукові методи пізнання, які мають загальний характер та використовуються в різних галузях наук.

Повідомлення знань про методи пізнання та активне використання в навчальному процесі ВНЗ “імітуючих” технологій, коли студенти включаються в діяльність у логіці наукового пошуку невідомих для них істин, є одними з важливих засобів формування наукового світогляду [280].

Залучення студентів до евристичної діяльності на практичних заняттях з вищої математики, забезпечує формування знань про методи наукового пізнання, в тому числі математичні, оскільки передбачає проходження ними у тій чи іншій мірі циклу наукового пізнання в процесі розв'язування проблем.

У процесі евристичної діяльності студентів важливе місце посідає їх пізнавальна активність та вміння викладача керувати нею. Одними із основних методів, які дозволяють студентам проявити творчу активність у процесі навчання математики є частково-пошуковий та дослідницький методи. Вони покликані забезпечити оволодіння методами наукового пізнання, формувати риси творчої діяльності, інтерес до неї, надають глибокі, оперативні знання.

Методологічна сторона професійно-орієнтованої евристичної діяльності в деякій мірі детермінується її операційно-процесуальним аспектом. Під час виконання дослідницьких завдань студенти оволодівають уміннями – аналізувати та систематизувати експериментальні факти, явища, інтерпретувати їх мовою математики, виконувати постановку задачі та використовувати евристичні прийоми у процесі пошуку її розв'язання, створювати математичні моделі явищ, які спостерігаються – що мають методологічний характер.

Наведене нижче завдання, вимагає від студентів проведення дослідження.

6. Пряма  $l$  ділить площину на два середовища I і II. В середовищі I точка рухається з швидкістю  $v_1$ , а в середовищі

II – із швидкістю  $v_2$ . По якому шляху має рухатись точка, щоб найшвидше дістатися з точки A середовища I в точку B середовища II?

Застосування аналізу є необхідним у процесі розв'язання рівняння (Додаток Б)

та дослідження поведінки  $v$  та  $\theta$ . Геометрична інтерпретація отриманого результату, яка вказує на його узгодженість із законами фізики, пов'язана із застосуванням синтезу.

Таким чином, формування у студентів евристичних умінь є складовою формування методологічного компонента професійно-орієнтованої евристичної діяльності.

Самостійність під час розв'язання професійних задач, як одна з рис професійної діяльності сучасного інженера, вимагає від нього уміння керувати своєю діяльністю, поведінкою, психічним станом, що свідчить про важливість організаційного компонента професійно-орієнтованої евристичної діяльності. У зв'язку з цим, викладач повинен навчити студентів самостійно здійснювати контроль своєї діяльності.

Контроль правильності розв'язування задачі студентом означає спрямованість його свідомості на власну діяльність, на абстракцію і узагальнення дій, що виконуються. У випадку виявлення помилки, відхилення від правильного ходу дій виникає необхідність виправлення, корекції діяльності. Самостійність при побудові своєї діяльності під час розв'язування проблем, здібність її самооцінки та самоконтролю створюють передумови для саморегуляції професійно-орієнтованої евристичної діяльності, можливості її своєчасної корекції не тільки, коли вже результат є отриманим, але і в процесі розв'язування професійних задач.

Для того, щоб творчі та пізнавальні процеси мали загальну структурну основу, як відмічає А.В.Хуторської [252, 253], та втілювались у результатах, які отримали студенти під час навчання, необхідною є організаційна діяльність, яка здійснюється на базі таких здібностей, як цілепокладання, цілеспрямованість, здатність планувати, самовизначення, рефлексія та ін.

Наприклад, на практичних заняттях з вищої математики студентам може бути запропоноване таке завдання.

7. Обчислити інтеграл:

Дане завдання передбачає здійснення студентами заміни змінних  $x = \sin t$  (Додаток Б). „Відкриттю” такої заміни сприятиме поділ підінтегрального виразу на частини та дослідження кожної з них, зокрема встановлення степеню множників, які входять у підінтегральний вираз, можливості їх розкладання на множники.

Виконанню завдання сприятимуть спроби студентів здійснити заміни відмінні від вище вказаної. Наприклад,

спроби позбавитися ірраціональності заміною  $x = \sin t$  вимагають від студентів виконання рефлексивних дій, а саме з'ясування того, що отриманий після заміни підінтегральний вираз має більш складну структуру ніж вихідний, крім того містить ірраціональність, що спонукає відмовитись від такої заміни. У зв'язку з цим відбувається формування організаційних здібностей студентів.

В.І.Андрєєв, характеризуючи творчу особистість, вказує на важливість організаційних здібностей [7]: 1) усвідомлено ставити та досягати мету, проявляти інтелектуальні та вольові зусилля для її досягнення в різних складних ситуаціях; 2) виділяти проміжні цілі, раціонально використовувати свої сили; 3) мобілізувати себе, активно використовувати всі свої можливості для досягнення проміжних та кінцевих цілей; 4) здійснювати самопостереження та самоаналіз; 5) здійснювати самоконтроль та самооцінку; 6) усвідомлювати мотиви своїх дій, впливати на свої мотиви.

Тому організаційний аспект професійно-орієнтованої евристичної діяльності полягає в формуванні на практичних заняттях з вищої математики організаційних якостей майбутніх інженерів, які забезпечуватимуть самостійне проходження майбутніми спеціалістами всіх етапів розв'язання технічних проблем.

Розглянуті вище аспекти професійно-орієнтованої евристичної діяльності тісно пов'язані між собою. Відповідний рівень розвитку кожного з них є необхідною передумовою та наслідком розвитку інших.

А.Н.Леонтьєв відмічає: “Дійсну основу особистості складає та особлива побудова сукупних діяльностей суб'єкта, яка виникає на визначеному етапі розвитку його людських зв'язків зі світом” [99]. Здійснення професійно-орієнтованої евристичної діяльності як найкраще забезпечує майбутнім інженерам “зв'язок зі світом” через виконання професійних обов'язків, тому можна говорити про можливість формування особистості через професійно-орієнтовану евристичну діяльність шляхом оволодіння системою евристичних умінь.

Проаналізуємо компоненти професійно-орієнтованої евристичної діяльності, які відповідають динамічному структуруванню: цілі, задачі, продукти та засоби.

Те, заради чого здійснюється діяльність або її очікуваний результат, є метою діяльності. Часто мета досягається не одразу, а поступово, розчленовуючись на низку підцілей. Співвіднесення кожної підцілі та конкретних умов її досягнення утворює задачі, які розв'язуються одна за одною протягом здійснення діяльності. Фактично, розв'язання задач є механізмом здійснення діяльності [11].

Метою професійно-орієнтованої евристичної діяльності є реалізація майбутніми інженерами під час здійснення професійної діяльності тих евристичних умінь, які набуті ними у процесі навчання вищої математики на практичних заняттях.

У навчальній діяльності, як показують дослідження, студент ставить перед собою мету тільки розв'язати задачу та досить рідко засвоїти способи її розв'язання, оволодіти евристичними вміннями, вміннями самоорганізувати свою діяльність, що важливо в професійній діяльності інженера. Однак, в навчальній діяльності розв'язання задачі повинно відповідати способу діяльності [130]. Це свідчить про те, що в процесі формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності на практичних заняттях з вищої математики поряд з цілями засвоєння студентами змісту математичних знань, необхідно виділяти цілі, які передбачають засвоєння ними способів виконання дій – формування евристичних умінь – та їх усвідомлення. Якщо студенти бачать своєю метою тільки розв'язання задачі, а не засвоєння способу виконання дій то відповідна діяльність не сформована.

Оскільки цілі професійно-орієнтованої евристичної діяльності детермінуються її мотиваційним, змістовим, операційно-процесуальним, організаційним та методологічним компонентами, тому можна визначити систему дидактичних цілей під час її формування в процесі організації навчальної діяльності [214]: 1) засвоєння студентами математичних знань; 2) оволодіння евристичними вміннями; 3) формування позитивних мотивів професійно-орієнтованої евристичної діяльності; 4) ознайомлення з методологією математичної науки та науковими методами пізнання; 5) формування високого рівня самоорганізації студентів.

У результаті виконання дій, передбачених діяльністю, виникають її продукти. При цьому продукти частково або навіть повністю не співпадають з цілями (очікуваним результатом), і це спостерігається в самих різних видах діяльності. Тому на думку Є.І.Машбиця, Я.А.Пономарьова, необхідно розрізняти прямі та побічні продукти діяльності [130, 187]. Ту частину продукту, яка відповідає меті діяльності, називають прямим продуктом, у іншому випадку продукт називають побічним.

Здійснюючи будь-яку діяльність з самими різними цілями людина фактично завжди вчиться. Вона вдосконалюється, набуває досвіду, нових знань; вона змінюється в процесі діяльності. Якщо ця діяльність не навчальна, ці зміни не передбачені метою діяльності і тому є побічними. Побічний продукт у цьому випадку, на відміну від прямого, від суб'єкта діяльності не може бути відторгнутим.

У ролі прямих продуктів професійно-орієнтованої евристичної діяльності виступають зв'язки, встановлені між даною професійною задачею та іншими у результаті аналізу умови задачі, інтерпретація даних з точки зору різних областей знань, інший зручний запис подання інформації, низка переформулювань задачі, модель задачі, тобто те, що відповідає реалізації евристичних умінь у професійній діяльності.

Формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності відбувається під час здійснення студентами різних видів навчальної діяльності, в якій прямі продукти відповідають цілям не суб'єкта діяльності, а самій діяльності. Ці цілі формулює викладач, вони можуть бути багатоплановими (до того ж віддаленими) та не до кінця усвідомлюватись студентом (різні студенти можуть усвідомлювати їх у різній мірі). Тому на практичних заняттях з вищої математики важливою є така організація навчальної діяльності, щоб її прямі продукти (способи діяльності, тобто вміння) досягались та усвідомлювались студентами з найбільшою повнотою.

Засоби здійснення діяльності мають принципове значення, а проектування діяльності – це проектування її засобів. Засоби діяльності динамічні. Виступаючи у даний момент як засоби досягнення мети, вони первинно можуть бути цілями діяльності. Наприклад, розв'язування будь-якої задачі вимагає володіння визначеним набором умінь. Ці вміння виступають у якості засобів розв'язання задач, але раніше їх формування було метою діяльності. У зв'язку з цим, під час розв'язування проблемної задачі, як відмічає І.Я.Лернер [101], “знання та вміння виступають у двоякій функції – як засіб та результат розв'язання. ... Знання-засоби та знання-наслідки, набуті в результаті дослідження, мають специфічні якості. Вони стають гнучкими, оперативними, можуть виступати як інструмент самостійного пізнання”.

У професійно-орієнтованій евристичній діяльності засоби діяльності та засоби розв'язання задач не тотожні, оскільки тут важливим є не результат розв'язування задачі (відповідь), а процес її розв'язування. Саме під час розв'язування відбувається реалізація та подальший розвиток евристичних умінь.

Однією з основних проблем, пов'язаних з процесом цілеспрямованої діяльності, як відмічав Л.С.Виготський [29], є проблема засобів організації навчального процесу.

Метою засвоєння в навчальній діяльності на практичних заняттях з математики повинні стати засоби регулювання професійно-орієнтованої евристичної діяльності. Сюди відносяться знання про об'єкти професійно-орієнтованої евристичної діяльності та зв'язки між ними, про способи перетворення об'єктів, про правила вибору та послідовності застосування потрібних перетворень, про способи контролю та оцінки діяльності. Ці засоби повинні входити у зміст професійно-орієнтованої евристичної діяльності. Засвоєні у процесі навчальної діяльності, вони стануть засобами регулювання професійно-орієнтованої евристичної діяльності.

Узагальнюючи наведені вище результати аналізу дидактичної суті професійно-орієнтованої евристичної діяльності, їх можна відобразити в такому визначенні.

Професійно-орієнтована евристична діяльність – це діяльність студентів, спрямована на створення нової системи дій у процесі пошуку розв'язання математичних задач, в результаті якої відбувається активізація пізнавальних, творчих, організаційних якостей та формування і розвиток професійно значущих для майбутнього інженера евристичних умінь.

### 1.3. Психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь на практичних заняттях з вищої математики

Кодекс етики вчених та інженерів спілки наукових та інженерних суспільних організацій (НІО) визначає основні моральні принципи творчої діяльності вчених і інженерів спілки [85]: "... Вільний, творчий труд на користь людини, намагання до новаторства – справа честі та професійної гідності членів Спілки, головний мотив наукової та інженерної діяльності...". При цьому необхідним є дотримання та розвиток таких моральних цінностей, як гуманність, ефективність науково-технічної діяльності; наполегливість у доведенні нових наукових ідей, інженерних рішень до їх реалізації, під час пошуку істини; дотримання лозунгу "нетворчій труд там, де можлива творчість, є аморальним" та ін.

Інженерна освіта двадцять першого століття обов'язково повинна враховувати нові відношення інженерної діяльності з навколишнім середовищем, суспільством, людиною – діяльність інженера повинна бути гуманістичною [77].

Створення "гуманістичних" технологій передбачає зміну погляду їх творців на сутність своєї діяльності. Це можливо тільки через гуманізацію та гуманітаризацію вищої технічної освіти, оскільки гуманізація спрямована на виховання високоморальної, милосердної особистості, а гуманітаризація передбачає залучення студентів до духовної культури, творчої діяльності, методології відкриття нового.

Формування евристичних умінь під час навчання вищої математики на практичних заняттях фактично означає реалізацію вище вказаних положень кодексу



етики вчених та інженерів спілки НІО студентами у майбутній професійній діяльності, тобто сприяє гуманізації та гуманітаризації навчально-виховного процесу.

Діяльність спеціаліста, евристичні уміння тощо, відповідно до діяльнісного підходу [159], формуються лише в результаті активної власної діяльності студента. Діяльність викладача в цьому випадку повинна виступати як засіб організації цієї активності діяльності студента.

Формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності відбувається під час виконання студентами різних видів навчально-пізнавальної діяльності. Залучення студентів до навчально-пізнавальної евристичної діяльності на практичних заняттях з вищої математики створює найбільш сприятливі умови, за яких студент виступає не лише як “об’єкт” педагогічного впливу, а і як активний суб’єкт цієї діяльності [118].

У процесі підготовки спеціалістів важливим є застосування системного підходу. У нашому дослідженні як цілісна система розглядається професійно-орієнтована евристична діяльність. Виходячи з цього сформульовано методичні вимоги щодо формування та розвитку такої діяльності у навчанні вищої математики на практичних заняттях.

Системний характер притаманний професійній діяльності інженера. Як зазначалося вище, розв’язання інженерної задачі уявляє послідовність етапів. Сукупність евристичних умінь, що відповідають кожному з цих етапів, ми розглядаємо як систему умінь необхідних інженеру для розв’язування такої задачі.

До недавнього часу вважалося, що рівень кваліфікації спеціаліста визначається виключно тим об’ємом знань, які отримані в процесі навчання. Однак дослідження показали, що навіть ступінь засвоєння знань істотно залежить від індивідуальних особливостей людини, яка навчається [80, 273]. Важливу роль у цьому процесі відіграють не тільки характеристики пізнавальних процесів (сприйняття, пам’яті, мислення та ін.), але також індивідуально-типологічні особливості особистості та її мотивація [83, 154]. Тому важливим є цілісна психологічна характеристика студентського віку та насамперед його творчих можливостей. Час навчання у ВНЗ співпадає із другим періодом юності та першим періодом зрілості, який відрізняється складністю становлення особистісних рис – процес, проаналізований у роботах Б.Г. Ананьєва [6], І.С.Кона [89], В.Т.Лисовського та А.В.Дмитрієва [104], В.А.Роменця [195], Н.Г. Мілорадової [145] та інших.

Термін “студент” латинського походження, в перекладі на українську мову означає той, хто старанно працює, навчається, тобто оволодіває знаннями. Студентський вік характеризується досягненням найвищих результатів, які базуються на всіх попередніх процесах біологічного, психологічного, соціального розвитку.

Дослідження показують своєрідний розвиток психічних особливостей цього віку – віку молоді. Розвиток спеціалізованої пам’яті та спостереження, що з’являються саме у вік молодості, зростання концентрації уваги, об’єму пам’яті, логізації навчального матеріалу, сформованість абстрактно-логічного мислення, поява умінь самостійно розбиратися в складних питаннях роблять можливою активну діяльність у обраному фахові, сприяють поглибленню інтересу до нього.

Пізнавальні інтереси молоді, на відміну від юнацтва, характеризуються тим, що молодь утримує в собі більше протилежних спрямувань. Крім того, молодість праг

не відкривати найбільшу кількість джерел, що дають естетичне, інтелектуальне та моральне задоволення, однак ставлення до джерел нерідко буває недостатньо критичне.

У студентському віці помітно зміцнюються ті якості, яких не вистачало в повній мірі в старших класах – цілеспрямованість, рішучість, наполегливість, самостійність, ініціатива, уміння володіти собою. Збільшується інтерес до моральних проблем (цілей та образу життя, обов'язку, коханню, вірності та ін.).

Разом з тим спеціалісти у області вікової психології та фізіології стверджують, що здібність людини до свідомої регуляції своєї поведінки у 17-19 років розвинута не у повній мірі. Так, В.Т.Лисовський [104] відмічає, що це вік безкорисливих жертв та повної самовіддачі, але і нерідких негативних проявів (зневага до порад старших, критиканство, проява недовіри, сухий раціоналізм, практицизм).

У процесі навчання і психічного розвитку молоді відбувається процес адекватного самопізнання, оцінки своїх можливостей, згортання надмірного ідеалізму мрій. Проте молодість – це вік, коли прагнення до творчості найсильніше: цьому сприяє широта захоплень, інтересів. Психологи встановили, що найбільша кількість галузей людської діяльності стартує у творчому плані саме у вік молодості [195].

Наведений аналіз дає змогу стверджувати, що професійно-орієнтована евристична діяльність – це діяльність, яка за своїм характером відповідає особливостям віку студентства, завдяки прагненню людей цього віку до творчості, пізнання. Саме у студентів перших курсів доцільно формувати евристичні уміння, так як у цьому віці вже починають вимальовуватись індивідуальні риси творця.

Як відмічалось в п.1.2, одним з структурних компонентів професійно-орієнтованої евристичної діяльності є мотиваційний компонент. У зв'язку з цим ми відмічаємо важливість мотивації професійно-орієнтованої евристичної діяльності. Свого часу С.Л.Рубінштейн зазначав [197]: “Для того щоб особистість, яка навчається по-справжньому, включалась у роботу, потрібно щоб завдання, поставлені перед нею, протягом навчальної діяльності, були не тільки зрозумілі, а й внутрішньо прийняті нею”. Мотиваційна сфера студентів досліджується в роботах Л.О.Буйновської [22], Г.В.Терещук [238], Н.Ф.Токар [239], В.А.Якуніна [270] та інших.

Для викладача є важливим розуміння провідної ролі професійної спрямованості в загальній структурі мотивації навчання студентів, яку можна розглядати як форму та міру сприйняття студентами кінцевих цілей навчання у ВНЗ. Професійна спрямованість, як узагальнена форма відношення до професії складається з оцінок суб'єктом ступеня особистої значущості, привабливості для неї різних аспектів професійної діяльності [70]. Її росту сприяє те, що починаючи з юнацького віку, домінантою життя стає визначення, вибір і реалізація цінностей – духовних, моральних, культурних і те, що творчий аспект професійної діяльності є основою інтересу до неї у цьому віці. Тому інтерес до професії є найбільш адекватним віку студентства і вагомим мотивом навчання, для формування якого є всі необхідні умови.

На формування професійної спрямованості, як зазначається в [270], впливає наявність, чи відсутність інтересу до процесу навчання конкретних дисциплін,

пізнавальна мотивація тощо. Цей вплив стає ще більш очевидним, якщо дивитися на процес засвоєння різних навчальних дисциплін як на послідовний ряд проміжних етапів досягнення кінцевих цілей навчання – професійної підготовки спеціалістів.

Л.О.Буйновська [22], вивчаючи мотиваційну сферу студентів технічного ВНЗ, вказує, що пізнавальна мотивація (мотив змісту навчання, процесуальний мотив, мотив самовдосконалення, мотив звички студента до самостійної навчальної діяльності) у студентів набирає силу, в порівнянні з попередніми роками, а отже, і виникає бажання вчитися. Але серед провідних мотивів поки ще немає мотивів пізнавальної мотивації.

Наш досвід викладання вищої математики показує, що рівень розвитку пізнавальної мотивації студентів залежить від усвідомлення мети навчання математичних дисциплін, базового рівня математичних знань, рівня здібностей в освоєнні математичних дисциплін, загального розвитку особистості, вміння викладача зацікавити дисципліною.

Надасть змогу сформувати більш розвинений інтерес до математики запровадження викладачем нетрадиційних форм та методів навчання, евристичних тощо, або традиційних, але підкріплених високим методичним, науковим, емоційним рівнем викладання та застосуванням ІКТ.

Таким чином, формування позитивних мотивів навчання математики, пов'язане з формуванням професійних та пізнавальних мотивів, є однією з важливих передумов формування евристичних умінь, що в свою чергу обумовлює потребу та інтерес до просесійно-орієнтованої евристичної діяльності на практичних заняттях з вищої математики.

Передумовою активної діяльності студентів у навчанні вищої математики на практичних заняттях та необхідною умовою її ефективності – тобто умовою для успішного включення студентів у різні види навчально-пізнавальної діяльності, підчас здійснення яких відбувається формування евристичних умінь – є адаптація. Питання адаптації студентів розглядають у своїх дослідженнях М.В.Левченко [98], А.Г.Мороз [155], Г.І.Постолова [189] та інші.

Від того як студенти почнуть оволодівати загальноосвітніми дисциплінами, зокрема математикою, з яким рівнем базової підготовки, у якому психологічному стані буде залежати їх ставлення до навчання в цілому як провідної діяльності в оволодінні майбутньою професією. Саме тому, важливим під час проведення практичних занять з вищої математики є використання різних форм та методів навчання, прийомів цілеспрямованого впливу на особистість, які б полегшували та прискорювали перебіг процесу професійної адаптації першокурсників, пов'язаною з необхідністю пристосування до структури вищої школи, загального змісту й окремих компонентів навчального процесу, особливостей обраної професійної діяльності.

Як зазначає М.В.Левченко [98], відносно до дидактичної адаптації, що стосується підготовки студентів до нових форм та методів роботи, першокурсники не завжди успішно оволодівають знаннями не тільки тому, що отримали слабку підготовку в середній школі, а тому, що в них не сформовані такі риси особистості, як: здібність навчатися самостійно, контролювати та оцінювати себе, володіти своїми індивідуальними особливостями пізнавальної діяльності, вміння правильно

розподіляти свій робочий час для самостійної підготовки. Причини труднощів, які виникають у студентів у зв'язку з цим, надасть можливість розпізнати діагностика рівня розвитку евристичних умінь студентів (з перших занять з вищої математики), у склад яких входять, як пізнавальні так і організаційні уміння.

Наш досвід викладання вищої математики показує, що студентів можна поділити на три групи у залежності від рівня розвитку евристичних умінь: 1 група – студенти з низьким рівнем розвитку евристичних умінь; 2 група – з середнім; 3 група – з високим, про які йшлося вище. Крім того вже перші заняття з вищої математики показують, що студенти з груп 2 і 3 мають більш високий рівень математичної підготовки у порівнянні зі студентами із групи 1. Це потребує індивідуального підходу до кожного студента і розробку індивідуальних та диференційованих завдань.

Особливістю пізнавальної діяльності студентів групи 1 є несформованість загальних та специфічних розумових дій, що проявляється в невмінні виділяти загальне в навчальному матеріалі, встановлювати суттєві зв'язки між поняттями та їх властивостями, повільному темпі просування в навчанні, у швидкому розпаді засвоєних знань та вмінь, у складностях при засвоєнні нових знань та видів діяльності, що тягне за собою розумову пасивність, необхідність постійної опіки. У зв'язку з цим, головна увага при роботі з такими студентами повинна приділятися формуванню загальних та спеціальних розумових дій та прийомів розумової діяльності. Під час організації самостійної роботи за розв'язанням евристичних задач зі студентам різних груп повинна пропонуватися різна індивідуальна допомога.

Самостійна робота студентів в умовах Болонського процесу стає важливою формою навчання у ВНЗ. Залучення до самостійної роботи, на нашу думку, не повинно виключати використання викладачем на практичних заняттях з математики інших форм навчання. Самим ефективним шляхом формування евристичних умінь майбутнього спеціаліста на практичних заняттях з вищої математики є формування у студента усвідомленої потреби у самостійному прагненні до професіоналізму, розвиток механізму самоорганізації розумової діяльності, творчого потенціалу та професійного мислення, створення умов для самостійного набування знань, навичок та умінь, їх застосування на практиці.

Організація самостійної роботи привчає студентів до математичної самоосвіти, до звички самостійно читати математичні книги. У зв'язку з цим, важливим є стимулювання студентів до самостійних суджень, логічного мислення, правильних висновків і узагальнень, що сприятиме формуванню евристичних умінь.

Використання при доборі змісту, форм, методів і засобів навчання традиційних дидактичних принципів, принципів розвивального навчання, ідей евристичного та проблемного навчання, враховуючи специфіку їх реалізації у вищій технічній школі, виступає необхідною умовою підвищення ефективності формування евристичних умінь студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики та реалізує комплексний підхід до проблеми формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів.

У зв'язку з реалізацією принципу професійної спрямованості, як відмічають В.А. Попков та А.В.Коржуєв [188], стосовно до змісту курсів природничо-наукових

дисциплін, мова повинна йти про введення в зміст навчання професійно значущого матеріалу на основі аналізу змісту загально технічних та спеціальних дисциплін при умові зберігання логічної цілісності навчального предмету; введення в зміст навчання професійно значущих умінь або видів діяльності. Останнє вказує на необхідність формування у майбутніх спеціалістів евристичних умінь.

Ми погоджуємося з думкою Т.В.Крилової [92], що завдання формування в студентів технічних ВНЗ уміння розв'язувати прикладні задачі є рівноправним із завданням формування у студентів економної системи математичного мислення, прищеплення їм математичної культури. При цьому, на думку автора, треба мати на увазі, що особливо на першому курсі студенти ще не мають необхідних відомостей з техніки, і це ускладнює розгляд на заняттях з математики задач з конкретним інженерно-технічним змістом. Тому в курсі математики прикладні задачі треба формулювати з максимальним виявленням математичної суті явища, яке досліджується.

Специфіка реалізація принципу науковості у вищій школі пов'язана з формуванням у студентів знань про загальнонаукові методи пізнання в конкретному прояві та про методи, специфічні для того чи іншого етапу розвитку науки, яка розглядається. Це обумовлює такі способи діяльності студентів, які в тій чи іншій мірі відповідають циклу наукового пізнання: емпіричні факти, які не відповідають існуючим уявленням їх інтерпретація, висування гіпотез теоретична та експериментальна перевірка гіпотез включення висунутих гіпотез у систему наукового знання, або відмова від гіпотез, або їх коригування.

Таким чином, залучення студентів на практичних заняттях з вищої математики до діяльності, яка передбачає проходження ними етапів, розглянутих вище, означає формування евристичних умінь відповідно до кожного з етапів. Такі уміння будуть сприяти успішному здійсненню студентами циклу наукового пізнання.

Одним із основних аспектів реалізації принципу системності є перехід від узагальнення сукупності емпіричних фактів до гіпотези та від теоретичних висновків до експерименту. Тому в процесі викладання різних загальноосвітніх дисциплін акцент повинен будуватися на здійсненні студентами тих форм інтерпретації, технічної інтерпретації тощо, що є найбільш адекватними аналогами майбутньої професійної діяльності. Наприклад, розробка математичних моделей на практичних заняттях з вищої математики вимагає від студентів здійснення аналізу ролі та степеню впливу різних факторів на явище. Залучення ІКТ у даному випадку надасть можливість побачити, що при зміні умов значення фактора може змінитися.

Формування евристичних умінь сприятиме розв'язанню проблеми фундаменталізації вищої освіти, тобто поглибленню загальнотеоретичної, загальноосвітньої, загальнонаукової та загально професійної підготовки, оскільки їх природа дає можливість реалізовувати їх не тільки у професійній діяльності, яка торкається різних областей знань, але і в різних навчальних дисциплінах, як, наприклад, у математиці.

Розширити можливості традиційного навчання математики дозволяє евристичне навчання, яке орієнтує викладача та студента на досягнення невідомого їм раніше результату [215]. У основі такої методичної системи навчання повинна бути сукупність п'яти взаємопов'язаних компонентів: цілей, змісту, методів,

організаційних форм і засобів навчання, але на відміну від традиційного навчання кожний з цих компонентів має бути наділений евристичними складовими, які будуть розглянуті нами в пункті 1.4.

Метою евристичного навчання є як передача студентам досвіду минулого, так і створення ними особистого досвіду і його продукції, орієнтованої на конструювання майбутнього в співставленні з відомими культурно-історичними аналогами.

Як зазначає О.І. Скафа [215]: "... методична система евристичного навчання математики є реалізацією концепції формування прийомів евристичної діяльності в процесі вивчення математики". Тому необхідним є використання її положень в процесі формування евристичних умінь студентів.

Підвищення ефективності формування евристичних умінь пов'язане з підвищенням ефективності освоєння студентами розумових дій, засвоєння знань. Найбільш продуктивний шлях тут – активізація розумової діяльності студентів. Евристична спрямованість навчання доводить активізацію розумової діяльності до найвищого рівня.

Розв'язання проблемних ситуацій відповідає специфіці евристичної діяльності, її спрямованості на подолання протиріч шляхом відкриття нових знань. Проблемні ситуації повинні виходити, як правило, із задачного підходу [12]. Як показує досвід, якщо студент не привчений до задач, питань, спілкуванню з викладачем, то його не хвилюють і проблемні ситуації. Більш того вони самі можуть втратити свій зміст.

Справедливо писав С.Л.Рубінштейн: "Виникнення питань – перша ознака думки, яка починає працювати, та розуміння, яке починає зароджуватися" [197]. Протиріччя завжди є мотивом, що збуджує ці питання. Тому, для того щоб у студентів сформувався творчий підхід до діла, розвивати їхні творчі здібності, викладач повинен показувати, як питання виникають, спонукати студентів задавати їх, тобто вчити майбутніх інженерів бачити протиріччя та самостійно ставити задачі.

Такий підхід свідчить про те, що практичне заняття з вищої математики потрібно будувати як обговорення різних точок зору, як сумісний пошук істини, тобто в формі діалогу, а не монологу. При такому співробітництві проблеми творчо розв'язуються сумісними зусиллями, формуються та актуалізуються пізнавальні, професійні та соціальні мотиви. Спілкування повинно відбуватися в умовах рівного партнерства. Ідеї рівності, партнерства та взаємної поваги одного до одного лежить в основі педагогіки співпраці, принципи якої цілковито незаперечні в процесі навчання у ВНЗ [51, 242, 272, 278, 280]. Ці ідеї найефективніше реалізуються при евристичному спрямуванні навчання вищої математики, оскільки воно передбачає сумісний пошук викладача та студентів.

З позицій теорії діяльності діалогічне спілкування є важливішою складовою сучасного навчання. Воно відповідає одному з орієнтирів сучасної освіти – уявленню про спільноту студентів та викладачів, дослідницьку спільноту, спільноту, що породжує знання [33, 286, 287].

Діалог допомагає планувати навчання як творчий процес, який вимагає від студентів та викладача активізації евристичних умінь. Необхідною умовою ефективного формування евристичних умінь під час такої організації сумісної діяльності викладача та студентів є дотримання на практичних заняттях з вищої математики основних положень концепції сумісної продуктивної діяльності (СПД)

викладача зі студентами та студентів між собою, розроблених В.Я.Ляудіс [246].

Організація ситуації СПД передбачає чотири основних вимоги: 1) включення учасників з самого початку навчання в творчу продуктивну (евристичну) діяльність; 2) сумісне планування студентами та викладачами системи проміжних задач, вміння викладача направляти сумісну діяльність не тільки на виконання технологічної роботи, але і перед усім на сумісне формування мотиваційно-змістової сфери; 3) таке співробітництво в навчальній діяльності, при якому кожний міг би визначити свій внесок у цю діяльність; 4) закономірна перебудова в ході навчання вихідних взаємодій за етапами: введення в діяльність, дії, розділені між викладачем та студентами, дії, що імітуються, підтримані дії, саморегулюючі, а потім самоспонукаючі дії.

За таких умов викладач ув'язує на всіх етапах навчальні та професійні цілі (свої та студентів) – що притаманно евристичному навчанню, цілі оволодіння діяльністю, тобто оволодіння відповідними вміннями у навчально-професійному партнерстві. Націливши студентів на результат діяльності, який сумісно досягається, що забезпечує емоціональне сприйняття задачі студентами, викладач може сміливо йти на конфліктні ситуації, коли студенти обирають, до якого роду дій вони приєднаються, чи будуть вони разом з педагогом шукати способи розв'язання проблеми або оберуть позицію об'єкта управління, чи будуть вони діяти як партнери або індивідуально. Це сприяє створенню студентами власного досвіду та продукції у вигляді способів розв'язання задач та формування евристичних умінь.

Оскільки студент у евристичному навчанні математики ставить власні цілі, відкриває знання, виробляє методологічну та навчальну продукцію, то він стає суб'єктом, конструктором своєї освіти; він повноправне джерело та організатор своїх занять не менш важливий ніж викладач та підручник. Відбувається перехід від навчання у форматі “teaching” до навчання у форматі “learning”, що відповідає тенденціям розвитку європейської освіти (Болонський процес). За цих умов, студент сам навчається, а викладачі лише допомагають йому, але тільки частково, в межах доцільності і його особистої зацікавленості. Самостійність у пізнанні, творчості, організації свого навчання, яка ґрунтується на володінні студентами евристичними вміннями, дає можливість студентам будувати індивідуальні траєкторії у освітніх областях.

Вибору студентами індивідуальної траєкторії навчання, реалізації особистісно-орієнтованого підходу, як зазначає З.І.Слепкань [220], сприяє запровадження у систему вищої освіти кредитно-трансферної системи та введення модульної системи організації навчального процесу, системи рейтингового оцінювання знань та умінь студентів. Створення атмосфери систематичної самостійної роботи з оволодіння знаннями та вміннями, яке є можливим в умовах модульно-рейтингової системи, позитивно впливає на мотивацію навчання і, значить, сприяє формуванню евристичних умінь студентів.

Навчальний процес на практичних заняттях з вищої математики за умов модульно-рейтингової системи стає більш відкритим для студентів, він має демократичний характер, а це дає змогу кожному студенту обирати рівень навчання, рівень розвитку евристичних умінь тощо, що вказує на індивідуалізацію процесу навчання.

Диференційованого підходу вимагають об'єктивні труднощі, які виникають у студентів під час вивчення математики, обумовлені її специфікою: математика побудована за строгими законами логіки й тому вимагає не менш строгого логічного мислення; глибоке розуміння математичної теорії обумовлюється її практичним застосуванням; абстрактний характер математики ускладнює її використання.

Самостійному подоланню цих труднощів сприятиме евристичний підхід до організації процесу навчання вищої математики на практичних заняттях.

У зв'язку з цим, як відмічає В.В.Пак [172], математика, як основний вихователь раціонального начала людини, не повинна забивати її артистичність, та її не повинно бути дуже багато, вона повинна урахувати специфіку інженерної творчості. Наш досвід викладання вищої математики на практичних заняттях вказує, що є важливим не те, який алгоритм розв'язання задачі, а чому він такий, як його знайти самостійно, чому такі умови та ін. Це вимагає використання методів, які націлюють студентів на самостійну евристичну діяльність, під час якої відбувається формування евристичних умінь.

Відомо, що динаміка психічних процесів (сприйняття, пам'ять, мислення), рівень прояву психічних функцій (психомоторних, інтелектуальних) різні в умовах індивідуальної та сумісної діяльності [65, 93]. Тому під час формування евристичних умінь прийоми індивідуальної та сумісної діяльності доцільно комбінувати.

Індивідуальна робота студентів при цьому розглядається як їх самостійна робота під керівництвом або за допомогою викладача, навчальної комп'ютерної програми тощо. Під час неї студенти можуть отримувати однакове завдання, але діставати різну індивідуальну допомогу на різних етапах діяльності або можуть працювати із завданнями різного рівня складності.

Організація індивідуальної та сумісної роботи повинна бути спрямована на те, щоб студенти не тільки застосовували загальновідомі методи і прийоми розв'язання творчих задач, а й адаптували їх з урахуванням своїх здібностей до конкретної ситуації; кожний раз шукали свій оригінальний метод; шукали свій ритм, темп діяльності, спираючись на свої індивідуальні можливості. Успіх у формуванні у студентів індивідуального стилю діяльності залежить від наявності у них евристичних умінь.

Сумісна розумова діяльність має таку перевагу, як можливість розподілу функцій: один генерує ідеї, інший класифікує їх та ін. Сумісна колективна чи групова діяльність дозволяє обмінюватися функціями, що дозволяє співучасникам більш менш рівномірно оволодівати відповідними прийомами розумової діяльності, а також позитивно впливає на мотивацію евристичної діяльності студентів, оскільки залучає до активної роботи всіх студентів.

Поділ студентів на групи здійснюється нами в залежності від загального розвитку студентів, рівня математичної підготовки. Ефективність навчальної діяльності в гетерогенних групах досягається за рахунок збільшення взаємодії між студентами (викладач обирає консультанта), між студентами і викладачем.

Організація групової роботи вимагає від викладача надання вчасної допомоги студентам, створення атмосфери, яка сприяє виникненню інтелектуальної, моральної емоційної залежності членів груп. Важливим є інструктаж лідерів груп стосовно їх діяльності в групі (не поспішати оголошувати знайдений ними спосіб



розв'язання задачі, надати можливість іншим студентам самостійного знайти спосіб розв'язання).

З.І.Калмикова [73] вказує на важливість формування узагальнених прийомів розумової діяльності, які поділяються на дві групи – алгоритмічні та евристичні.

Тривалі вправи під час розв'язування задач на основі прийомів алгоритмічного типу формують установку на дію за готовим зразком, звужуючи пошук розв'язання межами вже відомих прийомів, і тоді їх репродукція стає гальмом у ході розв'язування нових задач, виникає “бар'єр минулого досвіду”. На відміну від прийомів алгоритмічного типу, евристичні прийоми орієнтують не на формально-логічний, а на змістовий аналіз проблеми.

Специфіка інженерного мислення передбачає формування евристичних прийомів. У основі евристичних умінь знаходяться евристичні прийоми розумової діяльності. Тому необхідним є формування поряд з алгоритмічними прийомами, які є основою репродуктивного мислення, евристичних прийомів розумової діяльності у студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики.

Оскільки мислення сучасного інженера включає в себе суміжні типи мислення: логічне, образно-інтуїтивне, практичне, наукове, управлінське та інші, то в навчанні повинен реалізовуватись принцип гармонійного розвитку різних видів мислення [74]. Це досягається завдяки формуванню у студентів евристичних умінь.

Ряд цінних психолого-педагогічних ідей, які містять психологічні дослідження мислення П.Я.Гальперіна та концепція “поетапного формування розумових дій”, розроблена П.Я.Гальперініним [30, 31, 32] та Н.Ф.Тализіною [231, 233, 235], можуть бути застосовані в нашому дослідженні.

Як показують наші дослідження, особливостями реалізації положень концепції “поетапного формування розумових дій” у процесі навчання вищої математики у технічних ВНЗ є: 1) деякі з етапів формування дій можуть бути пропущені або робота над ними може бути істотно редуційована (можливість цього відкриває наявність вже готових блоків із окремих елементів дій або цілих дій сформованих у школі); під час формування принципово нової дії це може викликати негативні наслідки; 2) на першому етапі в процесі формування мотивації дії першочергове значення набуває актуалізація професійних інтересів студентів, включення задачі, що формулюється, в контекст майбутньої інженерної діяльності; 3) необхідним є використання третього та навіть четвертого типу побудови орієнтувальної основи дії, що відповідає специфіці евристичної діяльності.

Теорія поетапного формування розумових дій є психологічною основою дидактичного програмування, яке представлятиме інтерес для нас під час розробки евристичних засобів управління діяльністю студентів, комп'ютерних програм тощо.

На основі дослідження можливостей застосування способів управління, встановлених кібернетикою, проведеного Н.Ф.Тализіною [230, 234], ми робимо висновок про те, що у процесі навчання математики необхідно: вказати загальну та проміжні цілі навчання; визначити програму досягнення навчальних цілей; організувати за визначеною системою параметрів отримання даних про опанування студентами знаннями, навичками, уміннями, пов'язаними з майбутньою професійною діяльністю.

Корисними для нашого дослідження є психологічні механізми учіння, засвоєння знань та вмінь, обґрунтовані в розробках С.Л.Рубінштейна [196], Ю.А.Самаріна [202], пізніше розвинені Д.Н.Богоявленським [19], Н.О.Менчинською [132], К.М.Кабановою-Меллер [71] та ін.

Розкриваючи психологічний підхід до розуміння мислення, Ю.А.Самарін виділяє різні рівні асоціативних систем в процесі розумової діяльності [202]: 1) локальні чи однорідні асоціації, які встановлюють зв'язок між окремими фактами безвідносно до системи даних явищ; 2) обмежено-системні асоціації, які входять до єдиної системи у межах однієї навчальної теми; 3) внутрішньосистемні асоціації, які входять до єдиної системи у межах навчального предмета; 4) міжсистемні та міжпредметні асоціації, – тобто ті конкретні рівні системності та динамічності розумової діяльності, ту її основну впорядкованість, яка визначає характерні особливості прояву окремих розумових операцій на кожному з таких рівнів.

Н.Ф.Тализіна справедливо вказує на те, що Ю.А.Самарін не розкриває самого процесу засвоєння знань, умінь на кожному рівні, не виявляє структуру розумової діяльності в цьому процесі [232]. Він не вказує чіткі шляхи просування по рівнях розумової діяльності, що послідовно ускладнюються; не показує конкретної структури діяльності, яка забезпечує більш менш успішне просування з рівня на рівень.

Вивчення асоціативного строю розумової діяльності студентів, дефектів асоціативних систем, які у них утворюються, закономірностей формування цих систем – все це необхідно для науково обґрунтованої організації навчання та виховання, особливо, коли це стосується майбутніх інженерів. Важливим при цьому є розуміння того, як саме утворена вже система знань та умінь перестроюється в зв'язку з включенням у неї нових систем; як розв'язання складної математичної задачі приводить до істотно нової впорядкованості знань, у результаті чого утворюється нова система, яка забезпечує ще більш оригінальне розв'язання задачі.

Досвід вказує на те, що, якщо накопичення знань та умінь здійснюється тільки у якійсь обмеженій або навіть однобічній сфері діяльності, то минулий досвід заважає формуванню нових систем. Якщо ж накопичення здійснювалось у процесі використання то одного, то іншого стереотипу (що притаманно евристичній діяльності), то такі системи набутих знань та умінь не ведуть до гальмування утворення нових систем. Динамічність розумової діяльності також повинна формуватися на основі систем знань про предмет, що поступово розширюються, на основі зростаючих можливостей порівняння, співставлення знань. Тому поєднання високої степені систематичності та динамічності знань у навчальній діяльності студентів на практичних заняттях з вищої математики є однією з важливих умов ефективного формування евристичних умінь.

Повноцінна підготовка фахівця вимагає включення у навчальний процес діяльності адекватної тій, яка зустрічається на виробництві. У зв'язку з цим, впровадження ІКТ у сучасне виробництво обумовлює їх застосування в процесі навчання.

Питання використання ІКТ в процесі навчання математики досліджували М.І. Жалдак [56, 57], О.І.Скафа [214], В.І.Клочко [81], Т.В.Крилова [92], С.О.Раков та В. П.Горох [193], Ю.В.Горошко [39], Т.В.Олійник [164], О.Б.Жильцов та Г.М.Торбін [

58], В.В.Дровозюк [53], Т.В.Зайцева [60], Л.І.Павлюк [171], Є.М.Смирнова [224] та ін.

Застосування ІКТ у навчанні вищої математики студентів технічних ВНЗ, як відмічає В.І.Клочко [81], допомагає зробити більш науковим та доступним до сприйняття абстрактні математичні об'єкти та методи, індивідуалізувати процес навчання, посилити розробку та впровадження евристичних прийомів.

Формування прийомів евристичної діяльності, як зауважує О.І.Скафа [215], повинно забезпечуватись: "... вибором засобів навчання у вигляді різного роду евристико-дидактичних конструкцій та ефективним використанням ІКТ у поєднанні з традиційними засобами навчання".

Використання ІКТ створюють сприятливі умови для формування евристичних умінь, оскільки: 1) у зміст навчання включається вивчення стратегій розв'язання задач, у тому числі творчих; 2) забезпечується аналіз і засвоєння студентом своєї власної діяльності; 3) у студентів виникає необхідність вибору однієї з кількох альтернатив з попередньою її оцінкою; 4) забезпечується можливість залучення студентів до дослідницької роботи, здійснення чисельного, графічного експерименту.

Зрозуміло, що впровадження ІКТ у навчальний процес потребує переосмислення змісту, методик навчання, включаючи розробку спеціального програмного забезпечення [131]. Під час дидактичного програмування навчальних комп'ютерних програм з вищої математики нами використовується задачний підхід, який ґрунтується на розв'язанні окремих задач, які складають зміст комп'ютерної програми. Це є найбільш ефективним шляхом у процесі формування евристичних умінь. Саме під час розв'язування задач відбувається засвоєння способу дій, тобто формування умінь.

Таким чином, дотримання розглянутих нами психолого-педагогічних передумов формування евристичних умінь студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики у сукупності, діалектичній єдності може внести кардинальні зміни у навчально-виховний процес на практичних заняттях з вищої математики у зв'язку з поставленою у дослідженні проблемою.

#### **1.4. Методичні вимоги щодо формування та розвитку професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів інженерних спеціальностей**

**Цілі навчання у вищій школі визначаються метою вищої освіти, яка сформульована у статті 42 Закону України "Про освіту": "Вища освіта забезпечує фундаментальну наукову, професійну та практичну підготовку, здобуття громадянами освітньо-професійних рівнів відповідно до їх покликань, інтересів і здібностей, удосконалення наукової та професійної підготовки, перепідготовки та підвищення їх кваліфікації" [62].**

Мета навчання вищої математики, як вказується в освітньо професійних програмах вищої освіти для інженерних спеціальностей [166, 167], – навчити складати математичні моделі процесів і конструкцій, пов'язаних з подальшою діяльністю фахівців, вивчати такі моделі, інтерпретувати відповідно здобуті результати.

**У зв'язку з вимогами до математичної підготовки майбутніх інженерів, Т.В. Крилова у концепції математичної підготовки студентів технічних ВНЗ**

формулює цілі навчання математики студентів нематематичних спеціальностей [92]: 1) забезпечення наступності і неперервності в процесі вивчення математики протягом усього періоду навчання у ВНЗ; 2) професійна спрямованість навчання математики шляхом удосконалювання фундаментальної підготовки студентів з математики, підсилення ролі чисельних методів і їх реалізації на ЕОМ, орієнтування на навчання використанню математичних методів під час розв'язання прикладних задач; 3) вивчення спеціальних математичних дисциплін на сучасному рівні їх розвитку; 4) оволодіння студентами достатнім запасом математичних знань, аналітичними і чисельними методами розв'язання задач прикладного змісту і їх реалізацією на ЕОМ, а також методами моделювання практичних інженерних задач; 5) активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів; 6) забезпечення потреб спеціальних кафедр під час виконання курсових, науково-дослідних і дипломних робіт; 7) активне оволодіння студентами ЕОМ та сучасними математичними методами наукового дослідження; 8) творче застосування студентами знань і умінь до розв'язання практичних і теоретичних питань.

Для евристичного навчання характерним є завдання цілей через навчальну діяльність студентів. Так як професійно-орієнтована евристична діяльність, як і навчальна діяльність, характеризується виконанням визначених дій, то трансформація цілей у дії дозволяє здійснити діагностику та управління процесом засвоєння знань і умінь студентів, їхнім розвитком.

Оскільки знання неможливі без дій, тому необхідно щоб цілі фіксували не тільки суму знань, необхідних для оволодіння змістом, а й описували уміння, якими повинен оволодіти студент у процесі вивчення конкретної теми. Тому поряд з уміннями, відповідними кожній темі на практичних заняттях з вищої математики, необхідно формувати також і вичленовані нами евристичні уміння

Доповнення опису умінь системою конкретних завдань, які відображають ці уміння, надасть можливість визначити рівень сформованості евристичних умінь – низький, середній, високий – кожного студента та здійснити розвиток професійно-орієнтованої евристичної діяльності для кожного студента до більш високого рівня, що сприятиме реалізації диференційованого підходу до навчання. Оскільки в зміст математичної освіти, крім предметних знань, як відмічає Г.І.Саранцев [205], повинні бути включені дії, адекватні математичним поняттям, теоремам, загальнонаукові методи пізнання, а також спеціальні евристичні прийоми та різні евристики, то важливим є виділення переліку основних евристик, використання яких сприяє формуванню професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів.

Т.В.Крилова вказує на важливість використання під час навчання вищої математики студентів технічних спеціальностей задач, в процесі розв'язання яких потрібно підібрати комбінацію з декількох відомих алгоритмів або відкрити суттєво новий спосіб розв'язання, побудувати новий алгоритм. Такі задачі мають переважно виробничий зміст, а часто вимагають зусиль декількох студентів і потребують широкого кругозору та відповідних умінь:

скласти модель, розробити її математичний опис, отримати практичні наслідки з моделі [92], і саме тому ці задачі є корисними для формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності.

У зв'язку з цим у зміст навчання вищої математики на практичних заняттях ми включаємо різні евристичні задачі та системи евристично-орієнтованих задач.

Під евристичною задачею, як зазначає О.І.Скафа [214], розуміється задача, яка потребує самостійного формулювання способу її розв'язання, в процесі якого студент потрапляє в ситуацію виявлення своїх евристичних позицій.

Система евристично-орієнтованих задач – це система евристичних задач у основі побудови якої лежать набори загальних та спеціальних евристик, і яка сприяє процесу управління формуванням евристичною діяльністю студентів [214].

Ця система повинна задовольняти наступним вимогам: 1) повноті представлення евристик; 2) доцільного співвідношення між евристичними та логічними компонентами на кожному етапі навчання; 3) можливого усвідомлення головних математичних ідей шляхом виведення інтуїтивних міркувань на рівень усвідомлених логічних процесів за схемою “Передзнання – Формалізація – Післязнання”, забезпечення мотивації цього переходу; 4) забезпечення широти орієнтовної діяльності; 5) спрямованість на “відкриття”.

При доборі методів, організаційних форм та засобів навчання, ми враховували вимоги сформульовані Т.В.Криловою в роботі [92]: 1) наявність викладача, який є професіоналом у тих предметах, яким він навчає студентів, є обізнаним у психолого-педагогічних закономірностях навчання математики дорослих; 2) висока якість навчальної літератури та дидактичних матеріалів; 3) математичну освіту студентів технічних спеціальностей не можна відривати від класичної математичної, прикладної та комп'ютерної; 4) роль математики в освіті інженерів можна розглядати принаймні в двох аспектах: з одного боку, інженери повинні вміти користуватися методами математичного моделювання та сучасною обчислювальною технікою для розв'язання практичних задач, з іншого боку – навчання математики має велике значення для розвитку інтелекту, абстрактного мислення і позитивних рис особистості студентів. А також ми погоджуємося з думкою Г.О.Козлакової [86, 87], про те, що кожен викладач природничих дисциплін, повинен володіти комп'ютерними технологіями.

Крім того, формування у студентів евристичної діяльності вимагає наявності викладача, який [78, 271, 279, 281, 283]: 1) спонукає студентів до формулювання ідей та уявлень, висловлювання їх у явному вигляді; 2) створює проблемні ситуації, які породжують протиріччя з уявленнями студентів; 3) спонукає студентів висувати альтернативні пояснення, припущення, здогадки; 4) забезпечує можливість досліджувати припущення у вільній та ненапруженій обстановці шляхом обговорення в невеликих групах; 5) дає можливість застосовувати нові уявлення до широкого кола явищ, ситуацій; 6) передчасно не повідомляє “правильні уявлення”, оскільки студенти можуть виявити нездатність застосувати ці уявлення, працювати з ними.

Організація навчального процесу у ВНЗ у відповідності до Болонської декларації, на думку З.І.Слепкань [220], передбачає перехід викладача до концентрованих форм викладу матеріалу в поєднанні з активною самостійною роботою студентів, при регулярних консультаціях з викладачем. У зв'язку з цим, під час формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів, можливим є

використання різних методів навчання, але перевагу слід надавати тим, які націлюють студентів на самостійну евристичну діяльність.

Оскільки успіх навчання значною мірою залежить від спрямованості та внутрішньої активності студентів, характеру їх діяльності, то саме характер діяльності, рівень самостійності, прояв творчих здібностей і повинні бути важливим критерієм вибору метода навчання. Тому ми будемо спиратися на класифікацію методів навчання, запропоновану І.Я.Лернером та М.Н.Скаткіним [101, 103], з метою виділення серед них тих, які більшою, ніж інші, мірою сприяють формуванню професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів.

Пояснювально-ілюстративний метод полягає в тому, що викладач повідомляє готову інформацію різними способами, а студенти її сприймають, усвідомлюють та фіксують у пам'яті. У ВНЗ даний метод, на нашу думку, доцільно використовувати для викладання великого масиву інформації на лекції.

Також студенти залишаються в рамках репродуктивного мислення під час використання викладачем репродуктивного методу. До нього відносять застосування вивченого на основі зразка чи правила. Тому під час використання даного методу необхідною є наявність систем вправ, які б забезпечували виконання дій студентами за інструкціями, правилами у аналогічних, подібних з вказаним зразком ситуаціях, а також тих, які забезпечують контроль та самоконтроль діяльності студентів. Це надасть можливість залучити студентів до самостійної діяльності, в процесі якої буде відбуватися засвоєння теоретичного матеріалу, викладеного на лекції.

Застосування репродуктивного методу повинно сприяти засвоєнню не тільки змісту навчання, але і способів діяльності студентів, автоматизації важливих операцій, що складають необхідний мінімум під час здійснення студентами евристичної діяльності. Цей метод є необхідним для формування та розвитку професійно-орієнтованої евристичної діяльності, але не достатнім, оскільки не забезпечує в належній мірі розвитку творчого інженерного мислення студентів.

Ця мета краще досягається методами проблемного навчання як дидактичної системи. Під час проблемного викладу викладач ставить проблему, сам її розв'язує, але при цьому вказує шлях її розв'язання в дійсних, але доступних студентам протиріччях.

Як вказує В.М.Дрібан [52], практичні заняття забезпечують широке поле для застосування проблемного навчання: на практичних заняттях відсутня необхідність строго слідувати програмі курсу; є можливість у значній мірі регулювати рівень проблемності та рівень повноти проблемного навчання в рамках однієї і тієї ж теми, використовувати різні форми організації проблемного навчання, організувати діалог чи дискусію, конструювати проблемні ситуації.

Проблемні ситуації, які створюються на практичних заняттях з вищої математики, під час формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності, повинні сприяти більш глибокому розумінню та кращому запам'ятовуванню теорії, викорененню формалізму в засвоєнні знань, викликати великий емоціональний ефект. Самостійна реалізація студентами деякої частини розв'язання проблеми, що відбувається після пояснення викладача, сприятиме опануванню студентами новими способами діяльності, в тому числі евристичної.

У навчанні студентів самостійно здійснювати окремі кроки розв'язання найбільш ефективним є частково-пошуковий метод. Він повинен передбачати активне включення студентів до пошуку розв'язання поставленої задачі або під керівництвом викладача, або на основі використання евристичних програм та вказівок. Процес мислення при цьому набуває продуктивного характеру, але поетапно спрямовується та контролюється або викладачем, або студентами, або евристичною навчальною комп'ютерною програмою.

Евристична бесіда, як один з різновидів даного методу, передбачає цілу низку запитань, які може ставити викладач, студенти, комп'ютерна програма. При цьому важливо, щоб питання стимулювали думку, а не підказували ідею розв'язання. Крім того, в процесі постановки серії запитань необхідно поступово знижувати рівень проблемності задач, щоб вони були логічно пов'язані, стимулювали як логічні так і інтуїтивні процедури мислення, сприяли постановці допоміжних задач, кожне нове запитання приводило до нового, несподіваного погляду на задачу.

Як показує досвід, використання евристичної бесіди під час навчання вищої математики на практичних заняттях, реалізація такого підходу у створених нами навчальних комп'ютерних програмах, спонукає студентів самостійно ставити запитання, здійснювати роздрібнення задачі на серію допоміжних задач, в рамках кожної з яких здійснюється невеликий пошук. Таким чином, евристична бесіда, в порівнянні з розглянутими вище методами, у більшій мірі активізує самостійну евристичну діяльність та стимулює її.

Ініціатива, самостійність, творчий пошук у повній мірі розкриваються під час використання дослідницького методу. Дослідницький метод полягає в організації пошукової евристичної діяльності студентів під час розв'язання нових для них проблем.

У зв'язку з цим під час застосування цього методу на практичних заняттях з вищої математики необхідно є наявність дослідницьких завдань, які вимагають від студентів проходження всіх або більшості етапів розв'язання проблеми, передбачають творче застосування теоретичних знань, при цьому складність розв'язуваних проблем повинна поступово зростати.

У процесі виконання дослідницьких завдань в аудиторії студенти можуть отримувати усний чи письмовий інструктаж перед виконанням завдання. Але найбільшою мірою самостійність студентів буде досягтися під час виконання ними індивідуальних завдань дослідницького характеру, які передбачають роботу з літературою, комп'ютерною програмою та іншими засобами не тільки у аудиторії, але і вдома.

У нашому дослідженні, крім традиційних методів навчання, ми застосовуємо евристичні методи: методи суттєвого, символного та образного бачення (Е.Де Боно [21]); метод евристичних питань (Д.Пойа [182]); метод фактів, метод евристичного дослідження (Г.Альтшуллер [4]), метод конструювання понять (Ф.Ханзен [274]), метод гіпотез, метод прогнозування, метод випадковостей, помилок та асоціацій (Г. Буш [24]), метод конструювання теорій, метод “мозкового штурму” (А.Осборн [285]); метод синектики (В.Гордон [275]), морфологічного ящика (Ф.Цвіккі [288]). Розглянемо деякі з тих, які забезпечать формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів.

Метод багатомірних матриць (морфологічного ящика) [288] заснований на тому, що нове дуже часто уявляє собою іншу комбінацію відомих елементів з невідомими. Цей метод дозволяє складати такі комбінації цілеспрямовано та системно. Від студентів необхідно вимагати повного переліку ознак (характеристик, ідей, процесів) з метою їх системного аналізу; глибокого, різностороннього аналізу отриманих комбінацій елементів. Наприклад, під час дослідження функції студентами з'ясовуються такі елементи поведінки як область визначеність, множина значень, обмеженість, монотонність, диференційованість та ін. Утворення комбінацій з деяких з цих елементів може привести до постановки питань. Чи вірно, що: 1) функція визначена на інтервалі та диференційована на ньому є обмеженою? 2) похідна обмеженої функції є обмеженою функцією?

Основна задача методу колективної “мозкової атаки” або “мозкового штурму” [285] – зібрати як найбільше різних ідей. Основними правилами методу є абсолютна заборона критики ідей, запропонованих учасниками, схвалення всіх можливих реплік, ідей, аналіз виниклих ситуацій й оцінка ідей, генерація контридей.

Доцільним є використання письмового “мозкового штурму” (задача формулюється письмово; відсутність взаємного впливу учасників), індивідуального “мозкового штурму” (генерування ідей однією людиною відбувається протязі 10-15 хвилин, оцінка ідей відбувається через декілька днів), оберненого “мозкового штурму” (максимальна критика ідей для розкриття їх вад, протиріч) [176].

Метод синектики [275] базується на методі „Мозкового штурму”, різного виду аналогіях, інверсіях, асоціаціях. Спочатку обговорюються загальні ознаки проблеми, відсіюються перші розв’язання, генеруються та розвиваються аналогії, використовуються аналогії для розуміння проблеми, обираються альтернативи, шукаються нові аналогії, потім відбувається „повернення” до проблеми.

Метод евристичного спостереження полягає в тому, що студенти разом з даними, які повідомлені або легко впливають з умови задачі, повинні побачити інші особливості об’єктів, тобто здобути нові дані. Наприклад, під час знаходження координат основи висоти піраміди, основа розглядається студентами і як точка перетину прямої та площини, і як кінець вектора – звідси різні підходи до розв’язання задачі.

Оскільки розглянуті евристичні методи виникли у техніці в процесі розв’язування інженерних задач, то їх застосування сприяє формуванню евристичних умінь майбутніх інженерів. Крім того, використання цих методів викладачем під час навчання вищої математики є передумовою використання їх студентами під час самостійної роботи. Оскільки дані методи стимулюють думку студентів, сприяють генеруванню ідей, то у студентів виникає інтерес та потреба в самостійному набуванні знань, що сприяє залученню студентів до самостійної роботи.

Формування та розвиток професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів неможливе без умілого використання різноманітних форм організації навчального процесу.

Термін “практичні заняття” у педагогіці вищої школи часто використовується як родове поняття, яке включає власне практичні заняття, лабораторні роботи, семінар [158].

Активізації професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів сприятиме дотримання викладачем при організації практичних занять таких методичних вимог [25, 106, 157, 170, 271]: 1) практичні заняття повинні відповідати загальним ідеям і спрямованості лекційного курсу та порядку вивчення матеріалу на лекції; 2) на практичному занятті студенти повинні постійно відчувати зростання складності завдань (від алгоритмічних до евристичних задач); 3) необхідно, щоб студенти постійно були зайняті напруженим (самостійним, або груповим, або колективним) пошуком розв’язання проблем, мали можливість виявити свої творчість, активність, самостійність, здібність реалізувати евристичні уміння; 4) повторення матеріалу повинно відбуватися варіантно, під новим кутом зору, з точки зору вже вивченого, виключати нудне повторення у вигляді декларування теоретичних фактів з конспекту, підручника; 5) викладач повинен стимулювати творчість та ініціативу, виступаючи в ролі консультанта для тих, кому потрібна допомога, використовуючи активні методи, різноманітні засоби навчання; 6) врахування викладачем індивідуальних особливостей, інтересів кожного студента, професійних інтересів тощо.

На семінарах, на думку А.М.Матюшкіна [128], розв’язуються такі педагогічні задачі: розвиток професійного мислення; підвищення пізнавальної мотивації; професійне використання знань у навчальних умовах: оволодіння мовою відповідної науки, формування навичок оперування поняттями, означеннями, формулюваннями, оволодіння евристичними вміннями ставити проблему, аналізувати явища, факти, порівнювати, узагальнювати, систематизувати набуті знання.



Нами виявлено, що самостійному створенню студентами освітніх продуктів під час евристичного семінару з вищої математики і, отже, включенню студентів у навчально-пізнавальну евристичну діяльність, сприятиме дотримання викладачем таких методичних вимог: 1) добір викладачем таких питань, завдань, які б націлювали студентів на творчу переробку та доповнення матеріалу; 2) створення викладачем атмосфери творчої сумісної діяльності, набуття досвіду професійної співпраці тощо, що може досягатися за рахунок спрямування студентів на оціночну діяльність, дискусії, у поєднанні з слуханням рефератів, доповідей; 3) планування викладачем частини семінару з елементами “мозкового штурму”, ділової гри.

Наприклад, при підготовці до семінару за темою “Застосування подвійних і потрійних інтегралів в процесі розв’язання практичних задач” студентам необхідно самостійно скласти задачі з реальними даними, на основі задач, розглянутих у літературі, життєвого досвіду, ситуацій із професійної літератури, досвіду розв’язання задач під час вивчення визначеного інтегралу. Як показує досвід, демонстрація студентами задач, їх розв’язань, обговорення учасниками семінару раціональності отриманих розв’язків, пропонування більш раціональних підходів, оцінка важливості складених задач, ситуацій для майбутньої професійної діяльності, сприяє формуванню досвіду евристичної діяльності на “професійному рівні”.

Лабораторні роботи дозволяють студентам більш глибоко та наочно вивчати механізм застосування теоретичних знань, оволодівати надзвичайно важливим для спеціаліста умінням інтелектуального проникнення у ті природничі, технічні або виробничі процеси, які досліджуються в них.

Як відмічає В.А.Кривова [91], під час професійної підготовки студентів на лабораторній роботі здійснення різних видів діяльності активізує роботу студента та підвищує його мотивацію. У зв’язку з цим постає необхідність широкого впровадження в навчальний процес нового типу занять, які включають як комп’ютерну так і комунікативну форму роботи студентів. Комп’ютерна програма при цьому виступає засобом для ознайомлення студентів з професійними навичками.

У нашому дослідженні ми використовуємо різні способи організації діяльності студентів під час лабораторної роботи: групову, індивідуальну, колективну, в залежності від етапу лабораторної роботи, поставлених цілей і завдань.

Засобом управління навчальною діяльністю студентів під час лабораторної роботи є інструкція, яка встановлює правила і послідовність дій студентів та передбачає попереднє вивчення її ними.

Основним засобом при дослідженні моделей технічних об’єктів, процесів, включення студентів у виробничі ситуації на лабораторних заняттях з вищої математики є комп’ютер з відповідним існуючим та створеним нами програмним забезпеченням.

Самостійна робота студентів завершує завдання всіх інших видів навчальної роботи, вона може бути логічним продовженням роботи початої на лекції, практичних заняттях, передувати їм, бути частиною заняття. Важливим є включення студентів у самостійну роботу, результатом якої є особисті освітні продукти студентів. Це можливо, коли студенти мають досвід здійснення евристичної діяльності під час практичних занять.

Інженерне дослідження та проектування трансформує ідеї у розумові моделі, а потім у розрахункові схеми. Головним для інженера є не поглиблені знання, а породження нового на основі знання. Крім того, рівень ефективності праці інженера залежить від рівня загальної культури. Чим він вище, тим ширше його кругозір та здібність до асоціативного мислення, тим реальніше можливість чітко формулювати та розв'язувати проблему. Це потрібно враховувати при розробці завдань для самостійної роботи студентів. Профілювання завдань передбачає в рівній мірі їх прикладний характер, пов'язаний зі специфікою майбутньої професії, та методологічні особливості, пов'язані з формуванням інженерного мислення і, значить, з формуванням евристичних умінь.

Ще однією з вимог до організації самостійних робіт та вимогою для контрольних робіт при формуванні професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів є рівнева диференціація завдань і диференціація допомоги студентам у разі її потреби. Наприклад, для самостійної роботи під час вивчення аналітичної геометрії, студентам може бути запропоноване таке завдання (Розв'язання наведене у Додатку Б).

8. Важку балку довжиною  $L$  спускають на землю так, що її нижній кінець закріплений, а верхній – утримується канатом, який намотаний на корбу вагонетки. Яку лінію описує при цьому довільна внутрішня точка  $M(x, y)$  балки?

Добре встигаючим студентам можна запропонувати “розвинути задачу” – розв'язати задачу для різних положень точки  $M$  (коли вона знаходиться на середині балки), з'ясувати чи відповідає результат загальній формулі. Самостійне розв'язання студентами задачі буде свідчити про високий рівень розвитку евристичних умінь студентів. Студент з середнім рівнем розвитку евристичних умінь розв'язує задачу за умови надання йому евристичних підказок: “моделюйте”, “зробіть додаткові побудови”, “введіть додатковий елемент”. Студент з низьким рівнем розвитку евристичних умінь потребує детального пояснення: опустіть перпендикуляри з точки  $M$  на вісі, позначте кут  $B$  трикутника, відстані  $AM$  та  $BM$  через нові змінні.

У процесі усного опитування студентам у залежності від рівня розвитку їхніх евристичних умінь може бути надана допомога викладачем у вигляді додаткових запитань, які в різній мірі просувають студента до відповіді. Робота студентів з розробленими нами системами задач та комп'ютерними програмами передбачає надання студентам допомоги різних рівнів у вигляді послідовності підказок.

Як показує досвід, ефективний зворотний зв'язок на практичних заняттях з вищої математики, основною метою якого є діагностика рівня розвитку евристичних умінь, відбувається при поєднанні різних видів контролю – усних опитувань, письмових контрольних, самостійних робіт, рефератів, доповідей, лабораторних робіт.

Діагностиці рівня розвитку евристичних умінь сприяє рейтингова система оцінювання успішності навчання студентів.

Низький рівень евристичних умінь відповідає ситуації, коли студент не може сформулювати спосіб розв'язання евристичної задачі за допомогою підказки, середній рівень – коли студент формулює спосіб розв'язання евристичної задачі за допомогою підказки, та не може його сформулювати без її допомоги, високий рівень – коли студент формулює спосіб розв'язання евристичної задачі як за допомогою підказки так і без допомоги. Причому останні два рівні розвитку евристичних умінь

не гарантують отримання правильної відповіді із-за можливості припущення студентами помилок у ході розв'язування. У зв'язку з цим, при різних видах контролю може бути застосована така шкала співвідношень між реальною кількістю балів (РКБ), набраною студентом під час якогось виду контролю, максимальною кількістю балів (МКБ), яку може набрати студент при цьому виді контролю та рівнем розвитку евристичних умінь: коли РКБ становить 85% – 100% від МКБ, то студент має високий рівень розвитку евристичних умінь; коли РКБ становить 70% – 84% від МКБ, то студент має середній рівень розвитку евристичних умінь; коли РКБ становить менше 70% від МКБ, то студент має низький рівень розвитку евристичних умінь.

Під засобами навчання розуміються об'єкти деякої природи, які формують навчальне середовище та використовуються викладачем та студентами у процесі навчальної діяльності [42, 228, 262].

Студентам для підтримки вивчення курсу вищої математики пропонується значна кількість підручників, посібників, довідників з вищої математики. Одним з важливих компонентів формування та розвитку професійно-орієнтованої евристичної діяльності є формування у студентів уміння не тільки самостійно використовувати велику кількість джерел (що у деяких випадках ототожнюється з копіюванням цілих параграфів, розділів), але і переосмислювати матеріал з точки зору різних понять, теоретичних фактів, поставлених завдань тощо, знаходити нове застосування, інтерпретацію відомих фактів, формувати власну точку зору, планувати свою діяльність, ставити проміжні цілі, бачити нові задачі на основі зробленого аналізу та ін. Доцільною під час формування таких евристичних умінь є постановка викладачем творчих завдань, які вимагають використання не тільки підручників з вищої математики, але і джерел, які стосуються інших областей науки, професійної діяльності тощо, та активізують евристичну діяльність студентів за пошуком свого бачення проблеми та шляху її розв'язання.

Демонстрація кінофільмів під час занять повинна виступати як джерело для нових міркувань, постановок проблем. Ефективною в процесі демонстрації кадрів діафільмів, діапозитивів є постановка викладачем евристичних запитань, проведення евристичного діалогу викладача зі студентами та студентів між собою.

Робота з таблицями не повинна обмежуватись використанням їх тільки для отримання даних. Складання студентами таблиць методів та алгоритмів розв'язання математичних задач певного класу, таблиць запитань для розв'язання задач окремих видів вимагає від студентів реалізації умінь узагальнювати, класифікувати, систематизувати отриману зовні або самостійно інформацію.

Великі можливості для формування та розвитку професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів надає використання поряд з традиційними засобами навчання ІКТ.

Широкі аналітичні, обчислювальні і графічні можливості сучасних математичних пакетів (СМП), на думку Ю.В.Триус [240], роблять їх необхідним інструментом у професійній діяльності фахівців багатьох галузей. Проте, як наголошує автор, вони недостатньо використовуються при вивченні вищої математики.

СМП ефективні для розв'язування проміжних задач, виконання складних розрахунків у процесі виконання основного завдання, завдяки чому викладач може залучати до навчальної діяльності студентів незалежно від рівня їхніх попередніх знань [82, 107, 156]. Студенти здатні самостійно висувати гіпотези, робити припущення відносно закономірностей, які спостерігаються, мають змогу експериментально їх перевіряти за допомогою таких програм як DERIVE, EUREKA, Mathcad, Maple, Mathematika, MathLab, Macsima, Numeri, Reduce, Statgraph та ін. Це вказує на можливість використання даних програмних засобів у нашому дослідженні.

Ефективним під час формування та розвитку професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів є також використання програмних педагогічних засобів (ППЗ) “GRAN” [56] та пакету динамічної геометрії (DG) [193]. Ці програмні засоби є простими у користуванні, мають зручний та “дружній” інтерфейс, контекстно-чутливу допомогу. Від користувачів не вимагається значного об'єму спеціальних знань. Як і СМП, вони надають можливість самостійно висувати гіпотези, робити припущення відносно закономірностей, які спостерігаються, експериментально їх перевіряти.

Але, на нашу думку, не завжди доцільно використовувати СМП та ППЗ на молодших курсах вузу, в процесі формування уміння знаходити інтеграли, похідні, границі та ін. Це пояснюється тим, що, отримуючи готовий результат за допомогою програми, студент не буде знати звідки він узявся та не зможе його правильно застосувати. У зв'язку з цим, необхідним є використання програмного забезпечення, яке надасть можливість залучити студентів у діяльність, у результаті виконання якої студенти самостійно винайдуть способи знаходження границь, інтегралів та ін.

Однак більшість комп'ютерних навчальних програм з математики, представлених у вигляді комп'ютерних підручників, задачників, тренажерів, призначені для навчання розв'язувати задачі за зразком, діяти за алгоритмом, тобто не сприяють самостійному відкриттю знань, способів діяльності, формуванню евристичних умінь [109]. Зокрема програмний засіб „Світ лінійної алгебри”, розроблений під керівництвом О.В.Співаковського [142], вимагає від студентів знання алгоритмів розв'язування задач з лінійної алгебри.

Крім того, наголос у більшості існуючих навчальних програм, як відмічає Г.О. Атанов [12], робиться на наочність – програми є демонстраційними, без врахування та розуміння дидактичних принципів, які повинні бути закладені в основу під час їх створення. Це, на думку В.І.Клочко [82], не дозволяє студентам вирішувати задачі творчо, а тому недостатньо реалізується і розвивається їх інтелектуальний потенціал, а викладачам – реалізувати концепцію діяльнісного підходу.

Таким чином, необхідним є створення таких комп'ютерних засобів організації і управління евристичною діяльністю студентів, які були б зрозумілими та елементарними у їх використанні. Такі засоби, введені О.І.Скафою [214], як евристико-дидактичні конструкції – програми “нежорсткого” управління навчально-пізнавальною евристичною діяльністю, які зорієнтовані на створення сприятливих дидактичних умов для цього виду діяльності. Нами розроблені ЕДК “Limit”, “С&G”, “Gauss”, евристичний тренажер за темою “Функції та їх властивості”.

## 1.5 Висновки до розділу 1

У першому розділі дисертації створено необхідне підґрунтя для вирішення головного завдання – побудови методичної системи формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики. Виявлено, що побудова такої методичної системи необхідна, оскільки:

- професійно-орієнтована евристична діяльність відіграє значну роль у підготовці майбутнього інженера та його математичній підготовці;
- творче інженерне мислення характеризується наявністю у майбутніх фахівців евристичних умінь, формуванню та розвитку яких найбільш сприяють заняття з вищої математики;
- процес розв'язування технічної задачі складається з послідовності етапів, кожному з яких відповідає визначена система евристичних умінь;
- розв'язування математичної задачі як і технічної задачі вимагає від студентів володіння аналогічними евристичними вміннями;
- навчально-пізнавальна евристична діяльність є найбільш оптимальним видом діяльності для формування евристичних умінь, професійно-орієнтованої евристичної діяльності на практичних заняттях з вищої математики;
- найбільш раціональною методичною системою для формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності є евристичне навчання.

Для побудови методичної системи формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики необхідно спиратися на психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь майбутніх інженерів та дотримуватися методичних вимог щодо формування та розвитку професійно орієнтованої евристичної діяльності.

Основні результати першого розділу опубліковано у роботах [114], [116], [117], [118], [120], [121].

## РОЗДІЛ 2.

### МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНОЇ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

#### 2.1. Роль евристичних прийомів у формуванні евристичних умінь та професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів вищих технічних навчальних закладів

Як показують дослідження психологів, розвиток мислення студентів передбачає формування в них прийомів розумової діяльності. Якщо йдеться про інженерне мислення зокрема, то тут важливим є формування прийомів, які стимулюють пошук розв'язання нових проблем, відкриття нових знань, спрямовують думку на проникнення в суть змісту. Такі ознаки притаманні евристичним прийомам.

Під евристичними прийомами ми будемо розуміти особливі прийоми, що сформувалися в процесі розв'язання одних задач та більш або менш свідомо переносяться на інші задачі. Вони дають загальний напрям думки, не гарантуючи отримання необхідного результату. Евристичне вміння передбачає оволодіння відповідним евристичним „прийомом” розумової діяльності.

Під час розробки методичної системи формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики ми враховували, що евристичні прийоми є важливим компонентом навчально-пізнавальної евристичної діяльності студентів, яка сприяє формуванню евристичних умінь; використання евристично орієнтованих систем задач та евристичних комп'ютерних програм сприяє формуванню евристичних прийомів та умінь.

Роль евристичних прийомів розумової діяльності під час навчання математики учнів досліджується в роботах В.Н. Осинської [168, 169], Л.Я.Федченко [243], Л.Ларсона [282], зокрема в процесі формування евристичної діяльності учнів – О.І.Скафі [214], З.І.Слепкань [219], К.В.Власенко [27], І.А.Горчакової [40]; під час навчання вищої математики студентів технічних ВНЗ – Т.В.Крилової [92].

Як зауважує З.І.Слепкань [221]: “Для підвищення рівня навчальної діяльності необхідно продовжувати формувати у студентів загальні розумові дії і прийоми розумової діяльності”.

Метою евристичних прийомів розумової діяльності є встановлення загальних закономірностей тих процесів, які мають місце під час розв’язання будь-яких проблем, незалежно від їх змісту. Тобто ці прийоми є важливими у процесі розв’язання професійних задач майбутніми інженерами.

Розглянемо евристичні прийоми згідно класифікації, запропонованої О.І.Скафою [213], які поділяються на загальні та спеціальні.

До загальних евристик відносяться прийоми розумової діяльності: загальні (аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення, класифікація, систематизація, аналогія та ін.), специфічні (підведення під поняття та виведення наслідків).

С.Л.Рубінштейн зауважує, “що процес мислення – це перед усім аналізування та синтезування того, що виділяється аналізом; потім це абстракція та узагальнення, що є похідними від них” [196]. Аналіз та синтез входять до складу кожного виду розумової діяльності, в тому числі професійно-орієнтованої евристичної.

У реальній практичній, професійній діяльності аналіз та синтез нерозривно пов’язані, тому викладачу важливо уміти виділяти, де це потрібно, або аналіз, або синтез, пам’ятаючи про те, що аналіз – це шлях до відкриття, а синтез – це шлях до обґрунтування.

С.Л.Рубінштейн виділяє важливу форму аналізу – аналіз через синтез [196]. Ця особлива форма аналізу, основний нерв всієї і будь-якої розумової діяльності, в тому числі і професійно-орієнтованої евристичної, полягає в тому, що об’єкт в процесі мислення включається у все нові й нові зв’язки і тому виступає у все нових якостях; з об’єкта таким чином немовби вичерпується все новий і новий зміст, він наче повертається кожного разу іншим своїм боком, у ньому виявляються все нові властивості. Застосування прийому аналізу через синтез, як відмічає В.Н.Осинська, є основним шляхом до відкриття способу розв’язання задачі [169].

Невід’ємною складовою професійної діяльності інженера є порівняння технічних об’єктів з метою знаходження аналогів шуканому об’єкту, перенесення їх властивостей у дані умови, протиставлення різних способів розв’язання технічних проблем та ін. Тому дія порівняння лежить у основі формування великої кількості евристичних умінь. Вона виступає як засіб зв’язку нових і вже здобутих знань.

Порівняння – це розумова дія, завдяки якій встановлюються риси схожості та відмінності між визначеними предметами та явищами.

Порівняння доцільно використовувати під час вивчення схожих понять (скалярний, векторний, мішаний добуток векторів, рівняння прямої на площині та у просторі, функції і послідовності та ін.); у процесі одночасного вивчення взаємопов’язаних понять, теорем, задач, під час викладення матеріалу великими блоками (поверхні другого порядку); в процесі вивчення об’єктів, що розглядаються на заняттях, значно віддалених одне від одного, (функція однієї змінної та функція багатьох змінних, декартові та полярні координати).

Дуже часто інженери мають справу не з реальними об’єктами, а їх моделями – вони, наприклад, спочатку складають модель шуканого технічного приладу, споруди. Тому їм доводиться виявляти у предметах та об’єктах істотні для даного дослідження властивості та мислено відволікатися від неістотних у них, тобто використовувати прийом абстрагування.

У нашому дослідженні ми пропонуємо студентам завдання на застосування похідної, диференціала, визначеного, подвійного, потрійного інтеграла, в яких йдеться про реальні об’єкти. Наприклад, на практичних заняттях з вищої математики задача визначення часу, за який рідина витече з резервуару вимагає абстрагування від неістотних властивостей заданих об’єктів (матеріал, з якого виготовлено резервуар) та розуміння студентами того, що деякі властивості відіграють важливу роль у процесі розв’язання проблем (геометричні розміри резервуара, величина отвору в дні резервуара, висота стовпа рідини).

Проблема винаходу інновацій завжди пов’язана з варіюванням властивостей, ознак, факторів, явищ, приладів під час дослідження. При цьому виникає необхідність в узагальненні та систематизації причин, наслідків, результатів дослідження. Тому важливість евристичних прийомів узагальнення та систематизації не викликає сумніву.

Узагальнення – розумова дія виявлення істотної загальної властивості, яка належить множині об’єктів та об’єднує ці об’єкти до купи.

В.В. Давидов розглядає два види узагальнення: емпіричне та теоретичне [44]. Емпіричні узагальнення часто розглядають як перехід від “часткового до загального” (індуктивні), а теоретичні – від “загального до часткового” (дедуктивні). Емпіричним узагальненням студентам, наприклад, потрібно скористатися для визначення загальної властивості декількох послідовностей. Для того, щоб

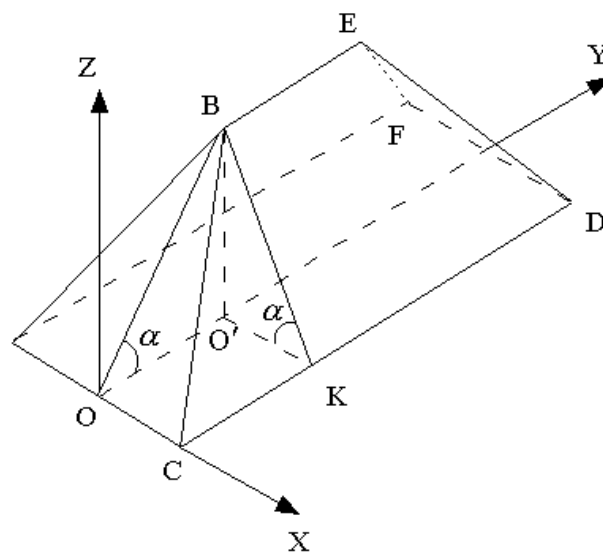
визначити збіжність (розбіжність) невласних інтегралів, студенти повинні здійснити теоретичне узагальнення.

Узагальнення може здійснюватись такими способами: спосіб узагальнення за аналогією, заміна визначення, зміна доведення, введення параметрів [95].

Наприклад, у процесі вивчення аналітичної геометрії у просторі студентам може бути запропонована задача, яка припускає узагальнення.

Звиси чотирьохсхилого даху утворюють прямокутник зі сторонами 12 та 30м. Схили мають один і той же ухил 0.5 (рис. 2.1) Скласти рівняння звисів, схилів та гребеня, знайти площу поверхні покрівлі (Звиси – відрізки прямих AC, CD, DF, AF, схили – трикутники ABC, DEF та трапеції BCDE, ABEF, гребень – відрізок прямої BE, ухил схилу

) [146].



Узагальнити задачу можна по-  
Постійними залишаються умови,  
замінивши умову, що схили мають

Систематизація – це прийом р  
визначену систему на основі обра

Продуктом систематизації як і  
теорії – тривалий процес, на пром

Використання прийому систем

. Систематизація теоретичних фак

прямими, площинами, прямою та

площиною приводить до усвідомлення студентами того, що вище

вимірюються кутами між векторами. Це сприяє самостійному відкриттю майбутніми інженерами формули для

обчислення кута між прямою та площиною.

Класифікація виступає основною частиною прийому систематизації.

Класифікація – розумова дія віднесення одиничних об'єктів або явищ до відповідного роду чи класу.

Даний прийом працює під час складання студентами таблиць, схем, роботи з математичною літературою та ін.

Наприклад, студентам можна запропонувати, самостійно скласти евристичну схему розв'язування задач на

дослідження функції на неперервність.

Вміння здогадуватись є важливим не тільки у математиці, але і під час

розв'язання технічних проблем. При цьому важливу роль відіграє аналогія.

Аналогія – розумова дія спрямована на отримання нових знань про властивості,

ознаки, відношення предметів та явищ, які вивчаються, на основі знань про часткову

схожість з іншими предметами та явищами.

Сила аналогії – у подібності різних явищ природи. Використання цього прийому

розумової діяльності сприяє висуванню гіпотез, здогадці про якісь властивості

об'єктів. Такі евристичні уміння, як уміння знаходити спільне в розв'язанні із

спільного в компонентах задач, знаходити спільне та відмінне у методах розв'язання

задач, щоб встановити спільність або відмінність методу розв'язання даної задачі з

тими, які розглядаються, знаходити орієнтири у процесі побудови нових об'єктів

базуються на умінні здійснювати умовиводи за аналогією.

Наприклад, аналогія може бути застосована під час розв'язування наступних

задач: 1) знайти точку симетричну заданій відносно заданої площини; 2) знайти

плоскості та ухил  
задачу можна також,

вони впорядковуються у

принципи та закони. Засвоєння  
і та судження [69].

площина та площина у просторі”

для ВНЗ про кути між

прямими, площинами, прямою та

площиною приводить до усвідомлення студентами того, що вище

вимірюються кутами між векторами. Це сприяє самостійному відкриттю майбутніми інженерами формули для

обчислення кута між прямою та площиною.

Класифікація виступає основною частиною прийому систематизації.

Класифікація – розумова дія віднесення одиничних об'єктів або явищ до відповідного роду чи класу.

Даний прийом працює під час складання студентами таблиць, схем, роботи з математичною літературою та ін.

Наприклад, студентам можна запропонувати, самостійно скласти евристичну схему розв'язування задач на

дослідження функції на неперервність.

Вміння здогадуватись є важливим не тільки у математиці, але і під час

розв'язання технічних проблем. При цьому важливу роль відіграє аналогія.

Аналогія – розумова дія спрямована на отримання нових знань про властивості,

ознаки, відношення предметів та явищ, які вивчаються, на основі знань про часткову

схожість з іншими предметами та явищами.

Сила аналогії – у подібності різних явищ природи. Використання цього прийому

розумової діяльності сприяє висуванню гіпотез, здогадці про якісь властивості

об'єктів. Такі евристичні уміння, як уміння знаходити спільне в розв'язанні із

спільного в компонентах задач, знаходити спільне та відмінне у методах розв'язання

задач, щоб встановити спільність або відмінність методу розв'язання даної задачі з

тими, які розглядаються, знаходити орієнтири у процесі побудови нових об'єктів

базуються на умінні здійснювати умовиводи за аналогією.

Наприклад, аналогія може бути застосована під час розв'язування наступних

задач: 1) знайти точку симетричну заданій відносно заданої площини; 2) знайти

точку симетричну заданій відносно заданої прямої у просторі.

Встановлення студентами схожості об'єктів, які розглядаються в умові (точка, пряма, площина), відношень між ними (симетрія) приводить до усвідомлення ними, що задачі аналогічні та можливий переніс алгоритму розв'язання першої задачі на другу. Побудова студентами схеми розв'язання першої задачі необхідна при обґрунтуванні її застосовності в другій ситуації та внесенні в неї змін.

Під час розв'язування технічних задач є актуальними наступні питання.

- Яка причина виникнення об'єкта, який ми розглядаємо?
- Яка будова цього об'єкта?
- Чому цей об'єкт такий, а не інший?
- Які назви можна дати цьому об'єкту? Порівняти назви з різних поглядів та отримати спільний результат.
- Як зобразити цей об'єкт в графічній, знаковій, словесній або іншій формі?

У зв'язку з цим під час формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності важливості набуває прийом “підведення під поняття”. Це також обумовлено тим, що інженеру необхідно мати справу з багатьма поняттями із різних галузей: фізики, хімії, математики та ін.

„Підведення під поняття” – розумова дія співвіднесення будь-якого об'єкту з поняттям, яке передбачає наявність у цього об'єкта ознак даного поняття.

Формування цього прийому відбувається під час розв'язання задач типу: показати, що вектори лінійно залежні (незалежні), площини (прямі) паралельні (перпендикулярні); довести, що інтеграли розбіжні, поверхні перетинаються, функція неперервна та ін.

Корисно підводити під певний тип задачі, тобто вказувати під час первинного аналізу задачі, що вона є, наприклад, задачею на найбільше та найменше значення або геометричною задачею, що зводиться до розв'язання диференціального рівняння.

Застосування прийому “підведення під поняття” дає можливість з'ясувати, з чим ми маємо справу, і на цій основі робити висновки, встановлювати співвідношення, виявляти приховану інформацію, тобто застосовувати прийом “виведення наслідків”. Цей прийом приводить до переосмислення елементів креслення в плані іншого поняття, переконструювання його, різнобічного розгляду предмета, довільної зміни точки зору.

Таким чином, евристичні прийоми загального вигляду сприяють розвитку пізнавальної активності та продуктивного мислення студентів та є основою формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності майбутніх інженерів.

Формування евристичних прийомів пов'язане з формуванням у студентів певної системи дій, яка сприяє використанню евристичних прийомів в конкретній ситуації. У зв'язку з цим доцільно пропонувати студентам евристичні правила-орієнтири евристичних прийомів, наведені нами у ДодаткуД.

Використання майбутніми інженерами спеціальних евристик при вивченні спеціальних дисциплін вказує на їх важливість у процесі розв'язання професійних задач та необхідність формування під час вивчення вищої математики.

Експериментування – характерна риса інженерної діяльності. Значна кількість лабораторних робіт з спеціальних дисциплін у технічних ВНЗ [133, 138, 139] передбачає проведення експерименту, під час якого студенти мають справу з різними приладами, експериментальними установками. Вимірювання значень параметрів при різних положеннях (граничних тощо) кранів, важелів приводить до розгляду студентами різних випадків (процесів). Наприклад, під час дослідження термодинамічних процесів, студенти одержують політропний, ізохорний,



адіабатний процеси [138]; під час вивчення сили опору розгону автомобіля – різні значення прискорення [133]; під час вивчення режиму руху рідини – ламінарний, турбулентний режими руху рідини [139].

Проведення експерименту пов'язане з його плануванням студентами, тобто використанням евристичних прийомів „виділення підзадач”. Необхідність обробки результатів експерименту вказує на застосування прийомів „оцінювання”, „перевірка результатів (за розмірністю та ін.)”. Причому оцінка отриманого результату вимагає врахування різних параметрів. Так варіантне проектування залізобетонних автодорожніх мостів передбачає порівняння проектних варіантів моста за умовами виробництва, експлуатації, витратами на будівництво [137].

Невід'ємною складовою інтерпретації одержаних результатів є побудова графіків, планів, схем та ін. Наприклад, під час визначення ізобарної теплоємності повітря при атмосферному тиску необхідно побудувати графічну залежність ізобарної теплоємності від температури [14], під час нівелювання та трасування – повздовжній профіль і план траси ділянки автомобільної дороги [141], під час проектування залізобетонних автодорожніх мостів – схему до визначення висоти опори та довжини палі [137]. Тому необхідно під час вивчення математики на практичних заняттях спонукати студентів представляти умову задачі графічно, схематично.

Крім того, графічна інформація (схеми, графіки, плани, діаграми та ін.) у багатьох випадках міститься в умові інженерних задач, що вимагає під час їх розв'язання виділення характерних областей (під час визначення коефіцієнта опору тертя трубопроводу на графіку Нікурадзе виділяють п'ять характерних областей [139]), розбиття на ділянки (під час розрахунку зовнішньої каналізаційної мережі каналізаційну сіть розділяють на розрахункові ділянки [134]), складання систем, еквівалентних тим, які зображені на схемі (в процесі виконання розрахунку на динамічне навантаження під час коливань [135]), розгляду модифікованих (різні деформації) систем тощо (під час розв'язання задачі на коливання для стрижневої системи [135]), додаткових побудов (під час розробки заходів щодо зниження рівня шуму на примігстральній території додаткову побудову виконують на схемі розміщення екрана та джерела шуму [140]) та ін.

У зв'язку з цим виникає необхідність формування у студентів евристичних дій рисувати картинку, здійснювати дослідження за частинами, виділяти головне, робити додаткові побудови, модифікувати.

Використання симетрії під час розв'язування задач спеціальних дисциплін, наприклад, у процесі визначення об'єму рідини, яка зливається із циліндричного резервуара під час його обертання з визначеною частотою біля його вертикальної вісі [136] обумовлює формування евристичної дії використовувати симетрію.

Рівняння Бернуллі, канонічне рівняння методу сил, рівняння нерозривності [34, 14, 172] та інші математичні моделі використовуються в процесі розв'язання професійних задач майбутніми інженерами. Крім того, як зазначає В.В.Пак [172], “... для успішного застосування математичного апарату до розв'язування практичних задач майбутньому інженеру необхідно добре оволодіти методами “перед- та після-математичного аналізу”, переходу від об'єкта до моделі та навпаки, а це неможливо без знання категорій філософії, фізики, механіки, хімії та інших наук ...”.

Розв'язання задач спеціальних дисциплін вимагає розглядання фізичної, хімічної, геометричної та інших сторін задачі, що приводить до складання декількох моделей, пошуку зв'язків між ними, формулювання рівносильної задачі фізичною, хімічною та іншими мовами. Тобто студентам необхідно вміти застосовувати евристичні прийоми „моделювання”, „розглядання декількох моделей задачі та виявлення зв'язку між ними”.

Доцільність методу послідовності простих моделей можна прослідкувати на прикладі задачі про оптимальну форму циліндричної цеберки (розглядаються два граничних випадки: коли ігнорується трудомісткість виготовлення та коли ігнорується вартість матеріалу). Граничний випадок (задача у простій постановці) необхідно розглянути у процесі розв'язання задачі на виготовлення сферичної насадки визначеного радіуса для поливу городу (круглої форми) за умови, що кількість води, яка приходиться на одиницю його площі, була постійною (нехтується опір повітря) [172]. Тобто важливим для майбутньої професійної діяльності студентів є формування евристичних прийомів „розглядання граничних випадків”, „розглядання більш простої задачі”.

Використання методу перебору під час знаходження перерізу опорного стрижня (у процесі розрахунку пружних систем на динамічне навантаження [135]), введення допоміжної функції (під час знаходження форми мотузки, визначеної довжини, яка забезпечує максимальне охоплення визначеної площі [172]), використання типових конструкцій (аналогів) (під час визначення поперечного перерізу пролітних споруджень [35]) вказує на значущість прийомів „ділення на випадки”, „введення допоміжного елемента” для майбутньої професійної діяльності студентів.

Таким чином, професійна діяльність майбутніх інженерів передбачає застосування, крім загальних евристичних розумових прийомів, різних спеціальних евристичних прийомів. У зв'язку з цим на практичних заняттях з вищої математики (у процесі роботи студентів із системами задач, спрямованими на формування спеціальних евристичних прийомів (п.2.2.1)) студентам необхідно пропонувати евристичні правила-орієнтири застосування цих прийомів (Додаток Д). Це створює сприятливі умови для використання під час розв'язування задач відповідних евристичних орієнтирів специфічного вигляду, а саме, “узагальнюйте”, “дійте за аналогією”, “виділяйте головне”, “нарисуйте картинку”, “досліджуйте за частинами” та ін.

Під час розв'язування задач та вправ продуктивна діяльність студентів спрямовується на пошук необхідного алгоритму розв'язання. У зв'язку з цим, створювати системи вправ необхідно таким чином, щоб ця діяльність у процесі розв'язування була основою більшості етапів, щоб алгоритми не нав'язувались, а студенти самостійно могли відкрити їх та застосовувати, використовуючи евристичні орієнтири специфічного вигляду.

Сприятливі дидактичні умови для самоорганізації студентів у процесі відкриття та засвоєння нових знань та умінь, в тому числі евристичних, відіграють евристичні приписи. В.І. Андреев визначає їх як систему евристик у вигляді питань, вказівок-порад, цілеспрямоване використання яких не детермінує повністю дій того, хто розв'язує, але активно формує в нього загальну стратегію найбільш раціонального пошуку розв'язання визначеного класу задач [8].

Використання студентами запропонованих викладачем евристичних порад, систем евристичних питань сприяє набуванню досвіду в самостійному складанні таких систем, правил-орієнтирів, евристичних стратегій розв'язання задач, але найбільш ефективними у процесі розв'язування виявляються евристичні приписи, евристичні орієнтири, які студенти створюють самостійно. Вони найкраще усвідомлюються, запам'ятовуються та переносяться в інші ситуації, коли виникають у процесі самостійного відкриття нового підходу або методу.

Проведення експерименту, розв'язання задачі під час вивчення спеціальних дисциплін у багатьох випадках зводиться до виконання послідовності кроків, яка вказана в інструкції до виконання кожної лабораторної та практичної роботи. Зрозуміло, що в реальній практичній діяльності інженер самостійно планує експеримент, розбиває задачу на декілька проміжних задач тощо. Вихідна постановка задачі “проходить” низку переформулювань, які пов'язані з усвідомленням основного завдання та особливостями даних.

Для майбутніх інженерів набуває важливості вміння “розвивати задачу”. Спираючись на І.Б.Ольбинського [165], ми будемо розуміти під “розвитком задачі” самостійне одержання результатів, нехай це буде формулювання та розв'язання нових (для студента) задач, формулювання нових теорем, формул та прийомів. Ці результати можливо отримати шляхом повернення до етапів розв'язання.

Використання таких евристичних прийомів як “узагальнення”, “конкретизація”, “перехід до рівносильної задачі”, “виділення підзадач”, “модифікація”, “перетворення вимог задачі”, “розглядання оберненої задачі”, “розглядання аналогічної задачі, але більш складної” виявилось ефективним у процесі оволодіння студентами вмінням “розвивати задачу”. Приклади задач, отриманих студентами за допомогою даних евристичних прийомів, будуть розглянуті нами у пункті 2.2.1

Як показує досвід, виконання нового більш складного завдання приводить до переосмислення умови старого та конструювання методу його розв'язання.

Наприклад, студентам на практичних заняттях з вищої математики можуть бути запропоновані завдання, розв'язання яких наведені у Додатку Е.

1. Чому повинна дорівнювати висота прямого кругового конуса, так щоб при заданій довжині твірної  $L$  конус мав найбільший об'єм?

2. Знайти висоту конуса найбільшого об'єму, який можна вписати у кулю радіуса  $R$ .

Обидві задачі передбачають використання формули  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$  для побудови математичної моделі. Порівняння умов задач свідчить про те, що зв'язок між  $h$  та  $r$  під час розв'язання кожної задачі буде знаходитися по-різному. У другому випадку його знайти дещо складніше, оскільки це вимагає додаткових побудов, знання властивостей кутів вписаних у коло, встановлення залежностей між елементами трикутника.

У даному випадку процес розв'язання кожної задачі можна представити як процес розв'язання проміжних задач (1. Побудова математичної моделі. 2. Дослідження отриманої функції на екстремум.) – хоча розв'язання не кожної задачі базується на розв'язанні проміжних задач. Виникненню проміжних задач сприяє постановка студентами запитань до даних задачі, до деякої частини отриманих

наслідків. Задача викладача створити відповідні умови для виникнення цих запитань

Під час розв'язання задачі, застосовуючи засоби “розвитку задачі”, студенти мають можливість переосмислення ситуацій, у яких вони знаходились у процесі розв'язання вихідної задачі, в результаті чого відбувається формування умінь порівнювати, краще усвідомлювати ідею функціональної залежності, розвивати просторові уявлення, знаходити необхідні та достатні умови існування об'єктів, встановлювати види об'єктів, розвивати функціональне мислення та готуватися до виконання досліджень.

Процес виникнення проміжних задач, “розвиток задачі” стимулює використання певних евристик під час розв'язання та включення студентів у діалог. Як вказує Є.Є. Семенов: “Діалог є засобом реалізації евристичних намірів людини. ...Діалог пробуджує, підтримує, породжує евристичні процеси, перетворюючи евристичність у діалогічність та зберігаючи, підсилюючи їх джерела” [209]. У зв'язку з цим важливе місце у процесі формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності посідають діалогічні центри (розвиток сократівського діалогу, розвиток базових понять). Оскільки інженерні задачі, як зазначалося вище, передбачають роботу з поняттями із різних галузей знань та встановлення зв'язків між ними, тому кожний центр повинен мати вигляд не нового вивчення старого матеріалу, а оновленого усвідомлення того, що вивчалось раніше. Використання діалогічних центрів створює умови для переходу зовнішнього діалогу викладача і студентів, студентів і студентів у діалог внутрішній. Оволодіння діалогом “самим з собою” під час навчання сприятиме самостійному розв'язанню професійних проблем.

Таким чином, як загальні так і спеціальні евристичні прийоми знаходяться в основі формування евристичних умінь майбутніх інженерів. Тому формування цих прийомів повинно бути невід'ємною складовою методики навчання математики у зв'язку з формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ. Робота з формування прийомів евристичної діяльності має проходити за двома взаємозалежними напрямками. З одного боку, треба врахувати досвід евристичної діяльності, який вже існує в студентів, а з іншого - треба забезпечити виконання ними такої системи завдань за програмним матеріалом курсу “Вищої математики” й таких умов, що гарантують формування прийомів на належному рівні.

2.2. Методика формування евристичних прийомів студентів вищих технічних навчальних закладів на практичних заняттях з вищої математики

2.2.1. Методика організації та проведення практичних занять з вищої математики з використанням евристично-орієнтованих систем задач

Оскільки формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності не може відбуватися „стихійно”, то складання робочої програми викладача повинно передбачати планування ним, які евристичні прийоми і у зв'язку з яким навчальним матеріалом будуть формуватися.

Наприклад, під час вивчення теми „Системи лінійних рівнянь” на практичних заняттях з вищої математики цілі навчання доповнюються необхідністю формування таких евристичних умінь: використовувати модифікацію в процесі розв’язування систем; переходити до рівносильної задачі; досліджувати та розв’язувати системи рівнянь з параметром; моделювати реальні процеси під час розв’язування прикладних задач; складати системи лінійних рівнянь із наперед заданими розмірами та кількістю розв’язків; геометрично інтерпретувати отриманий розв’язок системи; за виглядом системи робити припущення про застосовність того чи іншого методу розв’язування.

У зв’язку з цим, під час вивчення даної теми потрібно формувати евристичні прийоми аналізу, порівняння, узагальнення, конкретизації, виведення наслідків, переходу до рівносильної задачі, моделювання, модифікації, обертання дій, перевіряння результату.

У ролі загально дидактичних засобів формування евристичних прийомів виступають евристико-дидактичні конструкції (ЕДК). Спираючись на О.І.Скафу [212], під ЕДК ми розуміємо систему пов’язаних логічно навчальних проблем (евристичних задач чи навчальних комп’ютерних програм), які в сукупності з евристичними питаннями, вказівками та мінімумом навчальної інформації дозволяють студентам (переважно без допомоги зовні) відкрити нове знання про об’єкт дослідження, спосіб або засіб евристичної діяльності. Тому методика формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ передбачає створення та використання систем евристично-орієнтованих задач із класу ЕДК. В основі побудови таких систем лежать набори загальних та спеціальних евристик, що забезпечує формування відповідних евристичних умінь.

Методичні вимоги до систем евристично-орієнтованих завдань такі: 1) відбір задач систем повинен відповідати змісту курсу вищої математики та повноті представлення евристик; 2) завдання системи у рівній мірі повинні забезпечувати формування у студентів економної системи математичного мислення та прикладну спрямованість навчання, спрямовувати студентів на „відкриття”; 3) задачі системи повинні відповідати їх функціям у процесі навчання математики, доцільному співвідношенню між логічними та евристичними компонентами на кожному етапі навчання математики; 4) відбір задач системи повинен здійснюватись з врахуванням різного рівня розвитку евристичних умінь студентів; 5) більш легкі та більш знайомі задачі системи повинні передувати менш легким та менш знайомим задачам; 6) уміння розв’язувати задачі одного типу повинно спрощувати розв’язування задач інших типів; 7) система задач повинна сприяти оволодінню студентами евристичними прийомами.

О.І.Скафу [216], Г.І.Саранцев [204] вказують на можливість створення та використання на кожному етапі формування математичного поняття систем завдань, які сприяють управлінню евристичною діяльністю студентів у процесі організації роботи з ними. Евристичний характер методики роботи з поняттями надасть можливість майбутньому інженеру самостійно або під керівництвом викладача знаходити такі методи та прийоми, які дозволять у майбутній професійній діяльності відкривати нові дії, знаходити перспективні лінії у створенні невідомих об’єктів, будувати зв’язки поняття (об’єкта), що сконструйоване, з раніш вивченими (сконструйованими) поняттями, об’єктами, фактами і, значить, творчо розвиватися.

Практичне заняття передбачає наявність трьох етапів формування математичного поняття: засвоєння – закріплення – застосування.

У системи евристично-орієнтованих завдань корисно включати тестові завдання для актуалізації знань, для осмислення та закріплення поняття, його подальшого розвитку, виявлення рівня розвитку поняття, виключення недоліків в знаннях. Тест виступає як інструмент кількісних вимірів, переслідує навчальні цілі, крім того викликає

деяку напругу, нестандартну психологічну реакцію, у зв'язку з чим сприяє активності та усвідомленому засвоєнню матеріалу [192].

Наприклад, під час формування поняття диференціала першого порядку функції однієї змінної тестові завдання 1 – 4, запропонованої нижче системи задач за темою „Диференціал першого порядку функції однієї змінної”, спрямовані на засвоєння та закріплення поняття, актуалізацію знань необхідних для розв'язування завдань 5-8.

1. Чи є правильними твердження:

- а) в формулі  $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$  – довільна величина;  
 б) приріст функції обчислюється легше ніж її диференціал;  
 в)  $\sin x > x$  завжди більше ніж  $x$  (відповідь пояснити геометрично);  
 г) у формулі  $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$ , у випадку коли  $x < 0$ ;  
 д) фізичний зміст диференціала функції  $s(t)$  в точці  $t_0$  :  $s'(t_0)$  – це маса, якої  $b$  набув неоднорідний стержень при зміні довжини стержня на  $\Delta l$ , якщо маса змінюється за законом  $m = k \cdot l$ , а лінійна густина є сталою  $k$ .

2. Диференціал функції  $f(x) = \sin x$  дорівнює

A.  $\cos x$  . B.  $-\cos x$  .

C.  $\sin x$  . D.  $-\sin x$  .

E.  $\tan x$  . F. Інша відповідь.

3. Обрати формулу для обчислення диференціала функції  $f(x) = \ln x$ .

A.  $\frac{1}{x}$  . B.  $x$  .

C.  $\ln x$  . D.  $\frac{1}{\ln x}$  .

E.  $\frac{1}{x^2}$  . F. Інша відповідь.

4. Знайти серед заданих функцію, диференціал якої дорівнює  $\frac{1}{x}$ .

A.  $\ln x$  . B.  $x^2$  . C.  $\frac{1}{x^2}$  .

D.  $\frac{1}{x}$  . E.  $\ln x$  . F. Інша відповідь.

Дані завдання мають евристичний характер, так як у процесі роботи з ними студенти використовують такі евристичні прийоми як аналіз, узагальнення, конкретизацію, “підведення під поняття”, “виведення наслідків”, “будують” геометричні, фізичні моделі.

Використання евристик “обертайте дію”, “розв'яуйте з кінця” під час розв'язання задачі 4 (наведена вище) і задачі 5 системи сприятиме успішному інтегруванню функцій.

5. Заповнити пропущені місця:

а)  $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$  . EMBED Equation.3

б)

EMBED Equation.3

Доцільно організувати роботу студентів у парах при складанні задач аналогічних задачі 5. У процесі знаходження диференціала складної функції, користуючись інваріантністю, студент виключає якусь частину обчислень та надає можливість сусіду відновити її та навпаки. Під час такої діяльності в студентів відбувається формування умінь перевіряти результат, коректно ставити задачу – знаходити дані достатні для розв'язання задачі.

Етап застосування поняття є важливим для мотивації вивчення вищої математики, усвідомлення її важливості для майбутньої професійної діяльності. На цьому етапі, який пов'язаний з розв'язанням прикладних задач, слід звертати особливу увагу на формування евристичних прийомів “моделюйте”, “розглядайте декілька моделей однієї задачі”, “шукайте зв'язок між ними”.

Завдання 6 – 8 системи задач, крім застосування цих евристик, передбачають формування умінь правильно здійснювати постановку задачі, “розвивати задачу”, використовуючи такі способи розвитку: узагальнення задачі, перетворення задачі, конструювання задачі, оберненої до даної, конструювання задачі аналогічної, але більш складної.

6. 1). Базуючись на формулі закону Ома, знайти наближену формулу для обчислення малої зміни струму, зумовлену малою зміною опору.

2). Сформулювати аналогічні задачі, використовуючи формули: а)  $PV=RT$  – закон Клапейрона, де  $V$  – об'єм,

що займає газ,  $P$  – тиск газу,  $T$  – абсолютна температура,  $R$  – газова стала. б) – формула для обчислення об'єму прямого кругового циліндру.

3). Сформулювати задачу в загальному вигляді.

7. Циліндр висотою 20 см і радіусом 5 см під час шліфування бічної поверхні втратив у масі 2 г. На скільки зменшився радіус циліндра, якщо густина його речовини дорівнює 2,1 г/см<sup>3</sup> ?

8. 1). Визначити відносну похибку, яку допускають при обчисленні площі круга за формулою  $S = \pi r^2$ , якщо відносна похибка вимірювання радіуса круга дорівнює 2%.

2). Розв'язати задачу при умові, що задана абсолютна допустима похибка дорівнює 0,05 см.

3). Зробити розвинення задачі, використовуючи такі орієнтири: “перетворюйте задачу”, “конструйте обернену задачу”, “формулюйте рівносильну задачу”, “конструйте аналогічну задачу, але більш складну”.

Так, наприклад, у результаті “мозкового штурму” студенти, змінюючи ролями елементи у формулюванні задачі 8

(Визначте відносну похибку, яку допускають при обчисленні площі круга за формулою  $S = \pi r^2$ , якщо відносна похибка вимірювання радіуса круга дорівнює 2%.) та використовуючи “малі зміни”, отримали задачі.

1. Визначте відносну(абсолютну) похибку, яку допускають при обчисленні площі круга за формулою  $S = \pi r^2$ ,

якщо прямим вимірюванням знайдено, що  $r = 5$  см, причому допустима абсолютна похибка вимірювання радіуса круга дорівнює 0,05 см.

2. З якою відотною похибкою допустимо виміряти радіус круга, щоб площу можна було отримати з точністю 4%?

3. Прямим вимірюванням знайдено, що радіус круга  $r = 5$  см. Чому дорівнює допустима абсолютна похибка вимірювання, якщо відносна похибка обчислень площі круга складає 4%.

4. Довести, що відносна похибка обчисленої площі круга дорівнює подвоєній відносній похибці вимірювання його радіуса (діаметра).

5. З якою відотною похибкою допустимо виміряти радіус кулі, щоб об'єм можна було отримати з точністю 4%.

Як показує досвід, особливо важко організувати самостійну роботу студентів під час розв'язування прикладних задач. Активізація евристичної діяльності в процесі роботи з системою евристично-орієнтованих завдань на відновлення умови задачі, її розв'язання за деякими наданими їх елементами сприятиме самостійному

застосуванню студентами математичних понять у ситуаціях, які стосуються їх майбутньої професійної діяльності.

Наприклад, організація самостійної роботи студентів під час застосування криволінійного інтеграла до розв'язання деяких задач механіки може відбуватися за допомогою системи прикладних задач, наведеної у Додатку Ж. Відновлення умови (частини умови) задачі за її розв'язанням, відновлення розв'язання задачі (частини розв'язання) за деякими наданими його кроками (за аналогією з наданими розв'язаннями інших задач) під час роботи з даною системою завдань вимагає від студентів розпізнавати дані задачі в різноманітних сполученнях, виявляти структуру даної задачі та її елементів, виявляти приховану інформацію, встановлювати достатність чи недостатність даних для розв'язання задачі. Це стає можливим завдяки таким евристикам як “аналізуйте”, “порівняйте”, “зіставляйте кроки розв'язання між собою”, “визначайте проміжні кроки”, “дійте за аналогією”, “обертайте дії”, “обирайте ефективну систему позначень”, “перевіряйте результат”. Використання цих евристик надасть можливість студентам самостійно розібратися у наведених розв'язаннях та навчитися самостійно розв'язувати задачі даного типу, запобігатиме формальному розв'язанню студентами задач за зразком у подальшому навчанні.

Задача викладача в даному випадку надати студентам допомогу різного рівня (в вигляді евристичної підказки або детального пояснення) в залежності від рівня розвитку евристичних умінь конкретного студента.

На етап застосування понять слід звертати особливу увагу, коли цей етап стосується понять, які студенти плутають, а також понять, формування яких почалось у школі, що вимагає систематизації інформації, отриманої у школі та у ВНЗ.

Після самостійного розв'язування студентами кожного з п'яти завдань, наведених нижче, системи евристично-орієнтованих завдань за темою „Застосування скалярного та векторного добутку до розв'язування практичних задач”, відбувається демонстрація на дошці та обговорення отриманих розв'язань. Студентів із низьким рівнем розвитку евристичних умінь можна залучити до колективної роботи, запропонувавши їм пояснити окремі кроки представлених на дошці розв'язувань.

Завдання 1–3 системи вимагають застосування загальних евристичних прийомів розумової діяльності та евристичних орієнтирів “формулюйте еквівалентну проблему” (геометричною мовою), “перевіряйте результат” (за розмірністю), “зіставляйте різні форми подання даних”, “нарисуйте картинку”.

1. У кожному з випадків продовжити умову задачі: Довести, що чотирикутник – ...

а) якщо  $\angle A = 90^\circ$  та  $\angle C = 90^\circ$  ;

б) якщо  $\angle A = 90^\circ$  та  $\angle C = 90^\circ$  .

2. Площу паралелограма  $ABCD$ , у випадку, коли відомі координати всіх його вершин, можна знайти за формулою.

A.  $S = \frac{1}{2} |x_1y_2 - x_2y_1|$  . B.  $S = \frac{1}{2} |x_1y_2 + x_2y_1|$  . C.  $S = \frac{1}{2} |x_1y_2 - x_2y_1|$  .

D.  $S = \frac{1}{2} |x_1y_2 + x_2y_1|$  . E.  $S = \frac{1}{2} |x_1y_2 - x_2y_1|$  . F. Інша відповідь.



3. У відомі координати всіх вершин.

Продовжити речення:

1) за допомогою скалярного добутку в трикутнику можна знайти ... (наведіть формули);

2) площу трикутника можна знайти за допомогою ... (наведіть формули)

а) формули Герона;

б) скалярного добутку;

в) векторного добутку;

г) формули \_\_\_\_\_ ;

3) довжину висоти трикутника можна знайти за допомогою ... (наведіть формули)

а) скалярного добутку;

б) векторного добутку;

в) формули \_\_\_\_\_ ;

г) поділу відрізка у заданому співвідношенні;

4) за допомогою векторного добутку можна довести, що трикутник ...

5) заповнити таблицю 2.1 формулами для обчислень відповідних величин за допомогою скалярного (векторного) добутку векторів (продовжить її).

Таблиця 2.1

Формули для обчислень геометричних величин за допомогою скалярного (векторного) добутку векторів

	Скалярний добуток	Векторний добуток

Застосування евристичних прийомів приводить до різних варіантів розв'язання однієї задачі (на прикладі задач 3 б) – в)), їх порівняння, вибору найбільш раціонального, що свідчить у даному випадку про те, що корисним є розв'язання однієї задачі декількома способами, ніж одним способом декількох задач.

У процесі розв'язування задачі 3.4) з напіввизначеною умовою корисним є проведення евристичного діалогу.

Студент на основі вже розв'язаних задач робить висновок. Ми можемо знайти синуси кутів між сторонами  $i$ , значить, самі кути та встановити чи гострокутним, тупокутним, прямокутним є трикутник.

Викладач. Якщо Ви отримали, що \_\_\_\_\_ , це означає що \_\_\_\_\_ або \_\_\_\_\_ ?

Студент. Це можна перевірити, якщо обчислити косинус кута.

Студенти. Раціонально обчислити зразу косинус.

Викладач. Який Ви робите висновок?

Студенти. За допомогою векторного добутку можна довести, що трикутник є гострокутним, тупокутним, прямокутним, але раціональніше це зробити, використавши скалярний добуток (якщо це не стосується прямокутного трикутника) (Тобто студенти отримують евристичні орієнтири застосування векторного, скалярного добутку векторів під час розв'язання задач визначеного типу).

Студент. Ми також можемо обчислити висоти трикутника за допомогою векторного добутку.

Інший студент. А якщо вони всі рівні, або дві? Що це за трикутник?

Евристичний діалог становиться джерелом виникнення нових задач.

Розв'язання задач з невизначеною умовою стимулює евристичний пошук, вимагає розгляду об'єктів з різних боків, у різних зв'язках – “працює” евристичний прийом “аналіз через синтез”.

Заповнення таблиці в задачі 3.5) студенти можуть здійснити самостійно вдома та отримати евристичні орієнтири застосування понять у процесі розв'язування задач визначеного типу – це виявляється найбільш ефективним для опанування студентами прийомами розв'язання задач, ніж пропонування їм викладачем використовувати скалярний, векторний добуток під час розв'язання тієї чи іншої задачі.

Залучення до навчального процесу ІКТ сприяє самостійному закріпленню та застосуванню студентами математичних понять. Евристична діяльність студентів під час роботи з ЕДК “Continuity and Graphics” спрямована на оволодіння поняттям неперервності функції однієї змінної. Як буде показано в пункті 2.2.2, за допомогою цієї програми студенти вчаться досліджувати різні види функцій на неперервність та застосовувати поняття неперервності до побудови графіків функцій.

Серед вимог до професій “людина-техніка” виділяють точне зорове сприйняття, розвинену технічну уяву, вміння переключати та концентрувати увагу, спостережливість. Тому формування евристичних умінь природно пов'язане з виконанням студентами спеціальних вправ на малюнках. Система таких вправ, як відмічає Н.А.Тарасенкова, повинна містити у собі вправи на виконання дій розпізнавання, одержання висновків з умов задачі, формування умінь здійснювати різні види “вичленювань”, інтерпретувати геометричну інформацію, формулювати проблеми [236].

Задачі на малюнках 4 а) – 4 ф) з напіввизначеною умовою, наведеною нижче, вимагають від студентів здійснення евристичного пошуку, протягом якого відбувається формування евристичних прийомів “розглядайте декілька моделей задачі” (геометричну, фізичну), “формулюйте умову різними мовами”, “розглядайте

граничні  
ці прийом  
виявлено  
та геомет

4. Під дією  
. Що можна :

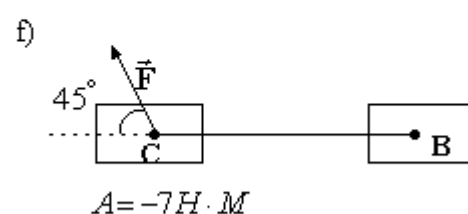
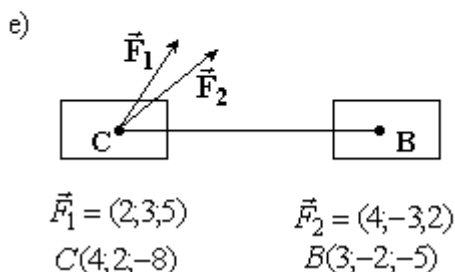
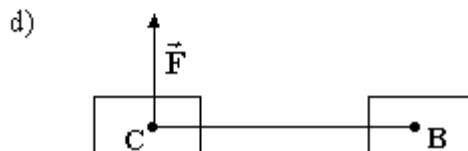
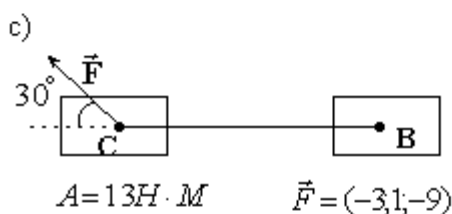
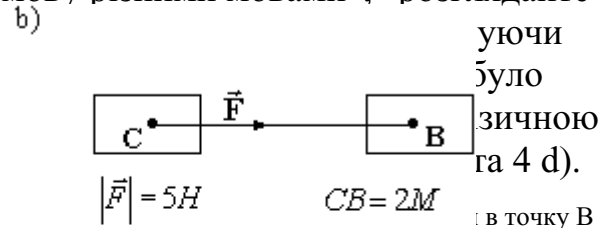
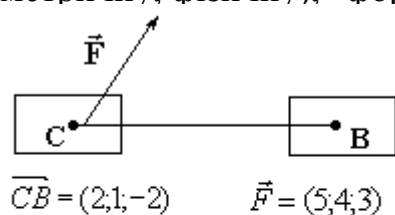


Рис. 2.2

Уміння розв'язувати задачі та уміння складати задачі різняться і з першого не впливає друге. Складання задач з наперед заданим прийомом розв'язання або вимогою використати теоретичні факти вимагає іншого використання знань ніж розв'язання готової задачі.

Роботу із запропонованою системою задач на малюнках 5 а) – 5 ф) доцільно почати з евристичної підказки: сформулюйте задачу в загальному вигляді та розв'яжіть її для кожного з рисунків.

5. Для кожної

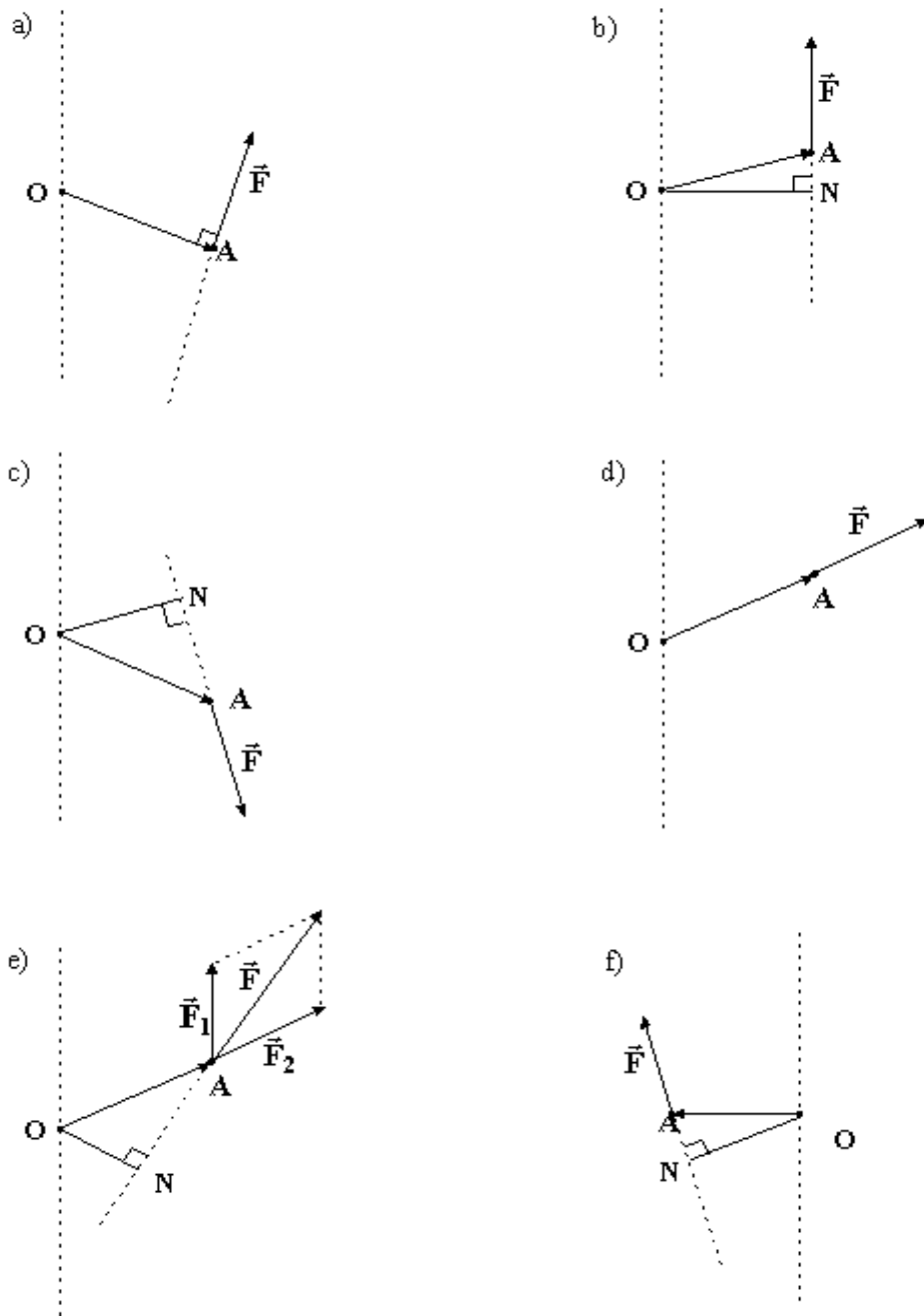


Рис. 2.3

а) встановити відповідність(якщо це можливо):

- 1) \_\_\_\_\_ ; 2) \_\_\_\_\_ ; 3) \_\_\_\_\_ ;  
 4) \_\_\_\_\_ ; 5) \_\_\_\_\_ ; 6) \_\_\_\_\_ ;  
 7) \_\_\_\_\_ ;

б) показати напрямок моменту сили \_\_\_\_\_ ;

в) скласти задачі.

У результаті студентами була отримана та розв’язана (обраний відповідний варіант відповіді) задача. Силу  $\vec{F}$  прикладено до точки  $A$ . Визначити величину та напрям моменту цієї сили відносно точки  $O$ .

Конкретизація цієї задачі для кожного рисунка вимагала урахування того що вектори ортогональні – 5 а), колінеарні – 5 d), у задачі 5 е) сила  $\vec{F}$  є рівнодійною, задачі 5 b), 5 с), 5 f) однотипні та не мають особливостей. Відповідно були отримані задачі.

1. Силу  $\vec{F}_1$  прикладено до точки  $A(-1;1;5)$ . Визначити величину та напрям моменту цієї сили відносно точки  $O(0;-1;2)$ .
2. Силу  $\vec{F}_2$  прикладено до точки  $A(6;-2;4)$ . Визначити величину та напрям моменту цієї сили відносно точки  $O(0;-1;0)$ .
3. Сили  $\vec{F}_1$  та  $\vec{F}_2$  прикладені до точки  $A(1;2;3)$ . Визначити величину та напрям моменту рівнодійної цих сил відносно точки  $O(3;2;-1)$ .
4. Силу  $\vec{F}$  прикладено до точки  $A(3;4;-2)$ . Визначити величину та напрям моменту цієї сили відносно початку координат.

Системи вправ за готовими малюнками використовуються нами для актуалізації знань студентів, перед практичною частиною практичного заняття, яка передбачає застосування комп’ютера тощо.

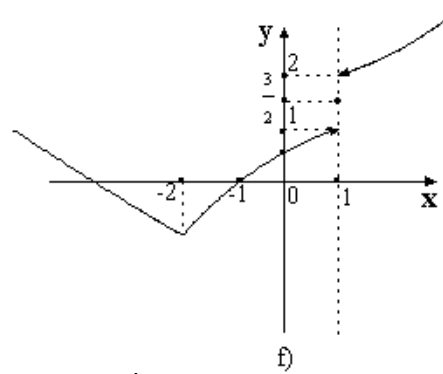
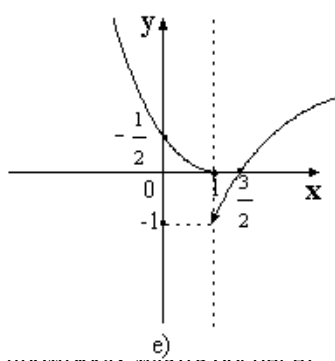
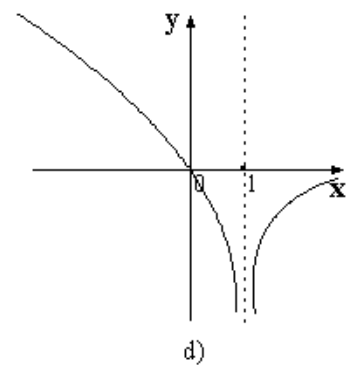
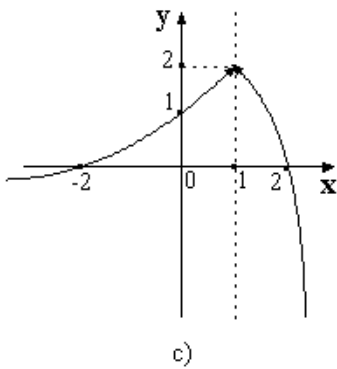
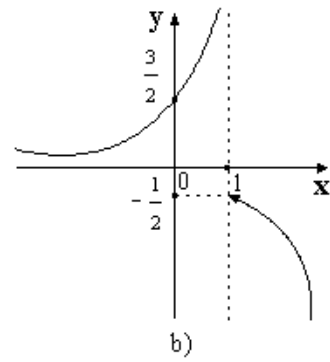
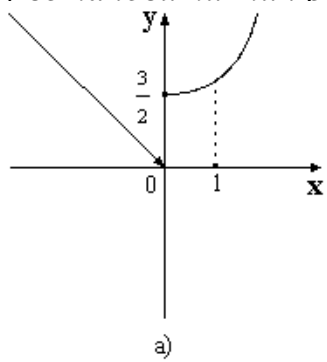
Наприклад, на лабораторній роботі, яка відбувається з використанням комп’ютерної програми “Continuity and Graphics”, про яку піде мова в пункті 2.2.2, студенти працюють з системою задач, наведеною нижче.

На рис. 2.4 зображені графіки функцій.

1. Вказати функції неперервні в точці  $x=1$ .
2. Вказати функції, які мають, або можуть мати розрив у точці  $x=1$ :
  - а) знайти односторонні границі в цій точці, значення функції у цій точці;

б) назвати умову в означенні функції неперервної у точці, яка не виконується;

в) встановити тип розриву.



ДЛЯ  
ування  
ГОТОВИМИ  
ування  
їх фігур.  
овіді:

на рис. 2.5

Розв'язати застосування евристично малюнками практичних 1. Для ко

площа зашт . а), на відповідних проміжках мають обертатися

A.

B.

C.

D.

E.

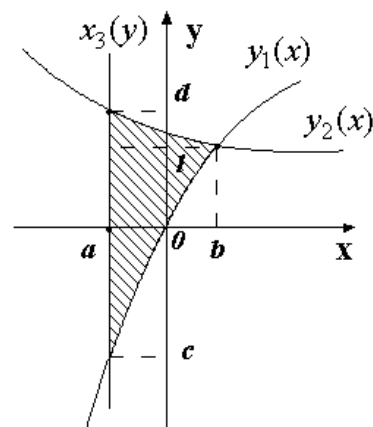
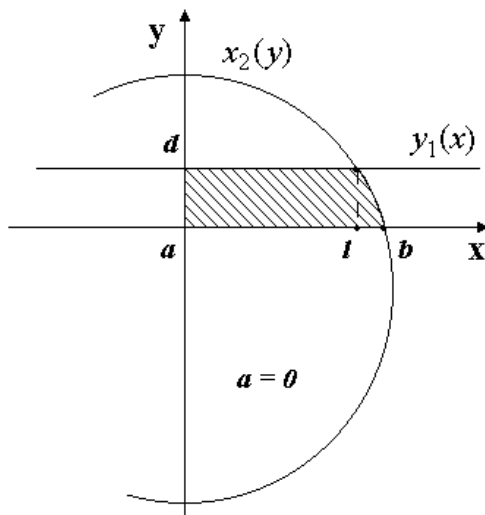
F.

G.

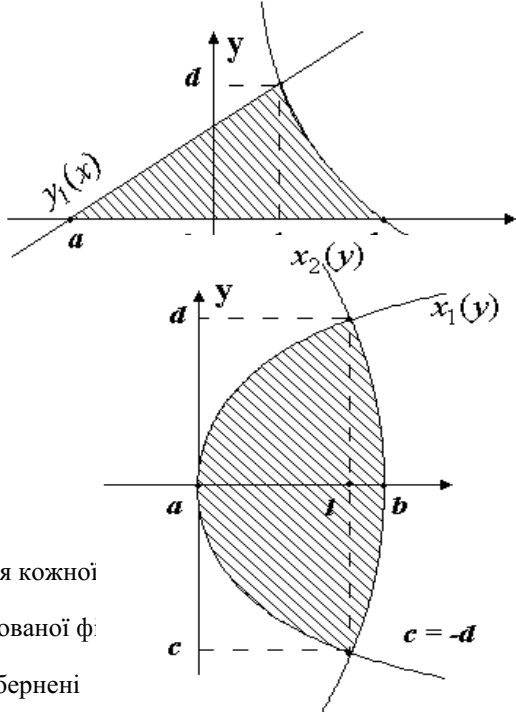
H. 2

I.

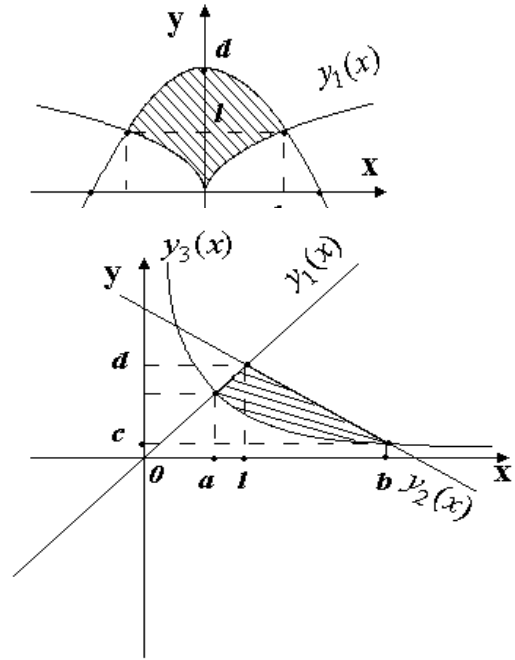
M.



а)



б)



2. Для кожної заштрихованої області мають обернені

визначення проміжках

A.

B.

C.

D.

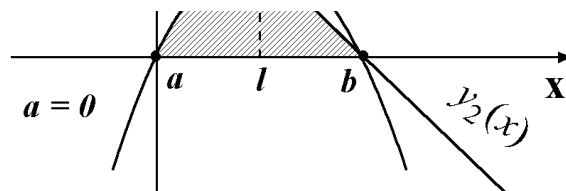
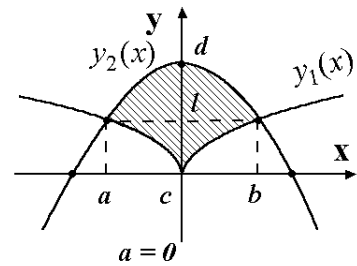
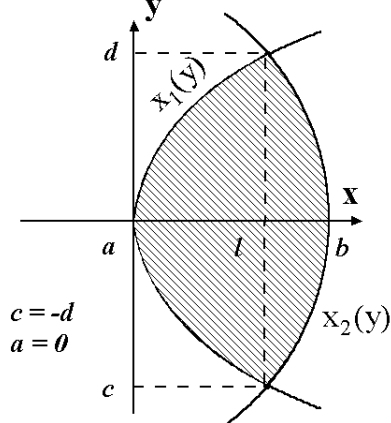
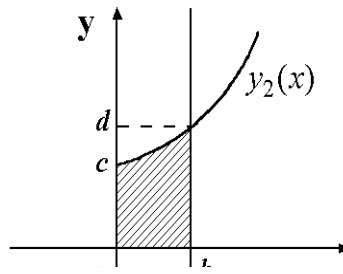
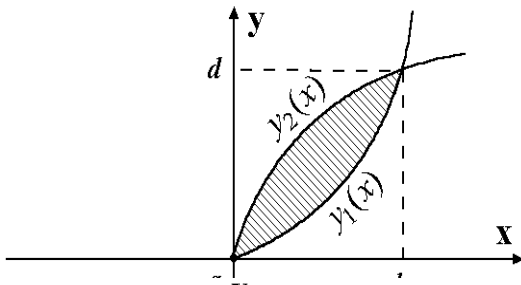
E.

F.

G.

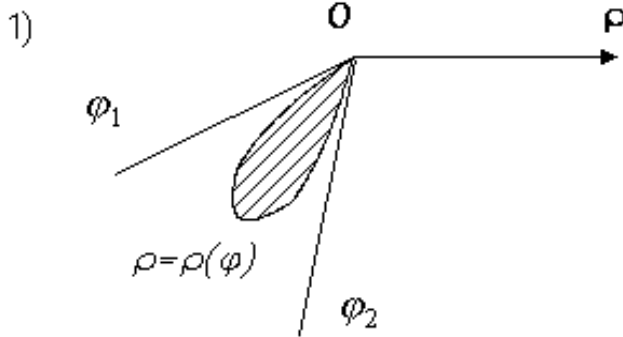
H.

I.

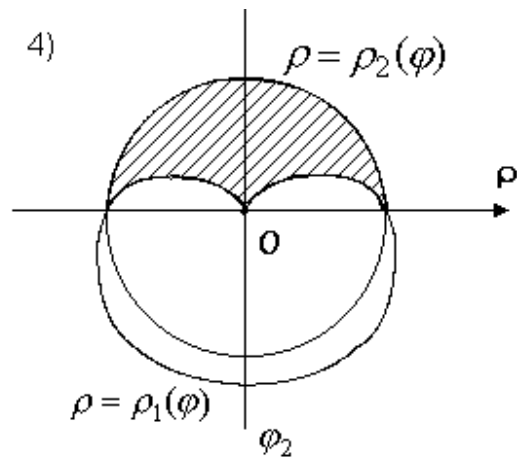


д) Рис. 2.6

3. Для кожної із ситуацій на рис. 2.7 зівставити графічне зображення та аналітичний вираз для знаходження площі заштрихованої фігури у полярних координатах та відкоригувати цей вираз та відповідний рисунок.

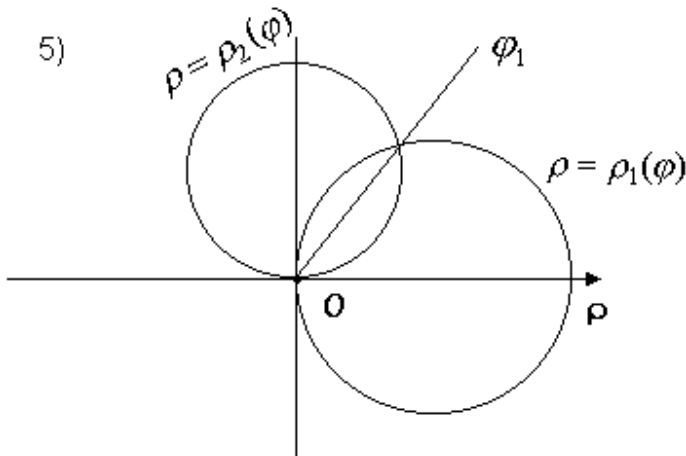


$$S = \frac{1}{2} \int \rho^2 d\varphi$$

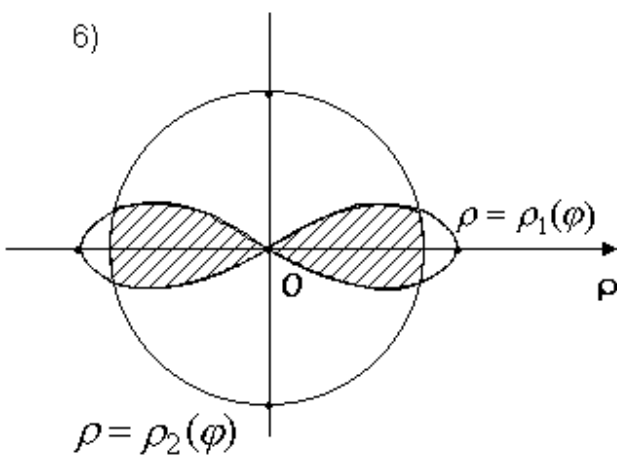


$$S = \int 0 d\varphi$$

$$\int \rho^2 d\varphi$$



$$S = \frac{1}{2} \int_0^{\varphi_1} \rho_1^2 d\varphi + \int_{\varphi_1}^{\pi/2} \rho_2^2 d\varphi - \rho_1^2 d\varphi$$



$$S = \dots$$

Рис. 2.7

Перед самостійним виконанням завдань даної системи студентами доцільно надати їм евристичні підказки: поділяйте рисунок на частини (криволінійні трапеції) в завданнях 1 та 2; шукайте симетрію під час розв'язання задач 1-3; зобразіть тіло обертання, відображаючи точки фігури симетрично відносно відповідної вісі, у завданні 2; зіставляйте формулу та малюнок, з'ясовуйте які дані присутні на малюнку та відсутні у формулі (і навпаки) у завданні 3.

Вони допоможуть студентам побачити під час виконання завдань 1, 2 системи особливості зображених фігур – фігура уявляє собою криволінійну трапецію відносно осі  $OX$  або  $OY$ , фігура складається з декількох криволінійних трапецій, фігура симетрична; доповнити у завданні 3 формули та малюнки.

Як буде показано далі, самостійна побудова та дослідження геометричних моделей студентами значно спрощується, якщо в процесі розв'язування задач застосовувати комп'ютерну програму DG (пункт 2.2.2).

Таким чином, використання геометричних моделей є ефективним під час формування евристичних прийомів у студентів технічних ВНЗ. Також є сенс говорити про “опорну геометричну модель”, на якій студенти вчаться розв'язувати



та складати значну кількість задач.

Наприклад, після вивчення теми: “Пряма та площина у просторі”, може бути організований семінар за розв’язуванням задач, протягом якого використовується одна геометрична модель – трикутна піраміда. Запропонована студентам система задач на одному малюнку (Додаток 3) передбачає формування вміння підходити до проблеми з різних боків (з точки зору векторної алгебри, аналітичної геометрії), розглядати об’єкти у різних зв’язках та на цій основі винаходити різні способи розв’язання, формулювати евристичні орієнтири. Важливими при цьому є прийоми “одержуйте наслідки” та “мисліть на моделі”, тому необхідно вимагати від студентів діставати якомога більше наслідків з умови та ставити запитання до того, що дано в умові, а потім відповідати на них.

Наприклад, у процесі розв’язування задачі 3, запропонованої у Додатку 3 системи задач (Знайти рівняння основи (ABC)) студенти встановили, що відомі три точки, які належать площині (ABC) і, значить, відомі рівняння прямих, які лежать у цій площині, рівняння векторів. Звідси випливає: 1) рівняння площини може бути записане за допомогою визначника; 2) є можливість обчислити нормальний вектор площини (на що вказує заповнена комірка в Таблиці 3.1) та записати нормальне рівняння площини (студенти, фактично, ще раз на конкретному випадку відновлюють доведення формули для знаходження рівняння площини, яка проходить через три точки); 3) можна записати рівняння площини, яка проходить через пряму та точку зовні прямої (підхід аналогічний 2)); 4) перетворюючи отримане в попередніх випадках загальне рівняння, можна отримати рівняння площини у відрізках.

Студентам також доцільно зробити вказівку: після того, як Ви розв’яжете задачі (одним чи декількома способами), застосуйте результати, отримані під час їх розв’язання, для відкриття нових способів розв’язання цих або інших задач. Оскільки, наприклад, ідея як заповнити 3-й стовпець для першої задачі, може виникнути після розв’язання четвертої задачі. Пряма в даному випадку може бути розглянута як перетин 2-х площин. Рівняння однієї з площин та її нормальний вектор знаходяться в процесі роботи із задачею 4.

Протягом семінару відбувається самостійне розв’язування задач системи, демонстрація різних методів розв’язання студентами на дошці, їх колективна перевірка, обговорення раціональності та заповнення таблиці. Після заповнення таблиці викладач пропонує студентам відповісти на запитання.

Запитання 1. Чи можна сформулювати кожену задачу системи не використовуючи терміни “піраміда”, “ребро”, “висота”, “грань”, “основа” та символічні позначення  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $S$ ,  $O$ ?

Використовуючи метод синектики – встановлюючи аналогії, інверсії, асоціації, студенти запропонували низку задач. Наприклад, у процесі колективного обговорення завдання 4 (Знайти рівняння прямої, що містить висоту  $SO$ .) були обрані наступні.

1. Скласти рівняння прямої, яка проходить через задану точку, перпендикулярно площині, заданій рівнянням.

2. Скласти рівняння прямої, яка проходить через задану точку, перпендикулярно площині, якій належать три задані точки.

3. Скласти рівняння прямої, яка проходить через задану точку та перпендикулярна двом заданим векторам.

Запитання 2. Які методи розв’язання цих задач?

Студентами був сформульований евристичний орієнтир знаходження рівняння прямої, яка проходить через задану точку, перпендикулярно заданій площині:

- 1) визначити нормальний вектор площини:
  - а) безпосередньо знайти із рівняння площини;
  - б) скласти спочатку рівняння, знайшовши відповідний визначник;
  - в) знайти як векторний добуток векторів, які лежать в площині;
- 2) за напрямний вектор прямої взяти нормальний вектор площини та скласти канонічне рівняння прямої.

Запитання 3. Рівняння яких площин (крім граней, основи) можна знайти, використавши результати розв'язання задач таблиці? Сформулюйте відповідні задачі.

Студентами були запропоновані наступні.

1. Скласти рівняння площини, яка проходить через пряму, задану рівнянням, перпендикулярно до площини, заданої трьома точками.
2. Скласти рівняння площини, яка проходить через пряму, задану двома точками, перпендикулярно до площини, яка проходить через два заданих вектора.
3. Скласти рівняння площини, яка проходить через пряму, задану рівнянням, перпендикулярно до площини, яка проходить через задані точку та пряму.
4. Скласти рівняння площини, яка проходить через пряму, задану двома точками перпендикулярно до площини, заданої рівнянням.

Можливість підійти до розв'язання задачі з різних боків надають студентам евристичні комп'ютерні програми "Limit" та "Gauss". Як буде показано у п. 2.2.2, евристичний діалог студента з цими програмами у процесі вивчення відповідних тем активізує самостійний пошук студентів різних методів розв'язання, в результаті чого відбувається формування евристичних умінь.

Оскільки евристика, використана під час розв'язання однієї-двох задач безпосередньо може бути перенесена тільки на аналогічні ситуації, то вона втрачає притаманну їй раніше користь та новизну і стає складовою готових способів дій, що накопичуються в досвіді студента. Однак, коли зміст ситуації суттєво змінюється, ступінь новизни може знову відновлюватись. Тому, на нашу думку, необхідним є використання систем задач, які дають можливість використати одну і ту ж евристику в різних ситуаціях, які поступово ускладнюються.

Система завдань, яку ми пропонуємо під час розгляду задач, що приводять до диференціальних рівнянь, дає можливість застосувати евристику "введення допоміжного елементу" – тангенса кута нахилу дотичної кривої до додатного напрямку вісі  $Ox$  – у різних ситуаціях.

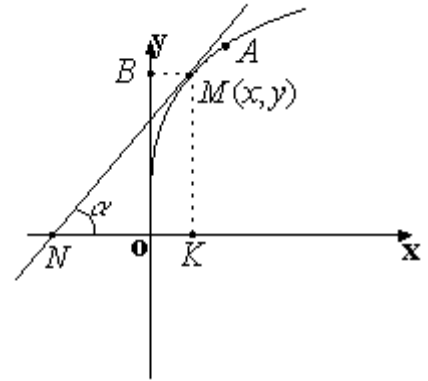
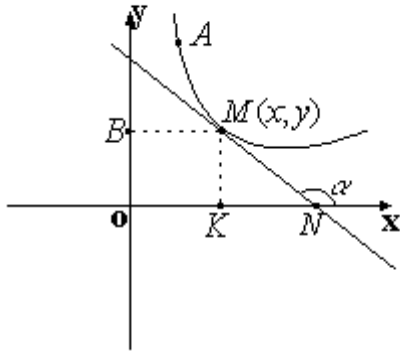
Застосування частково-пошукового методу в процесі колективного розв'язання задач 1, 2, 3 актуалізує евристичний пошук студентів під час їх самостійної роботи із задачами 4, 5.

**1. Записати рівняння кривої, якщо відомо, що кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної у довільній точці кривої, дорівнює квадрату ординати точки дотику.**

2. Записати рівняння кривої, що проходить через точку  $A(2;4)$  та має властивість: довжина відрізка, який відсікається на вісі абсцис дотичною, проведеною в

довільній точці кривої, дорівнює кубу абсциси точки дотику.

(рис. 2.8a).

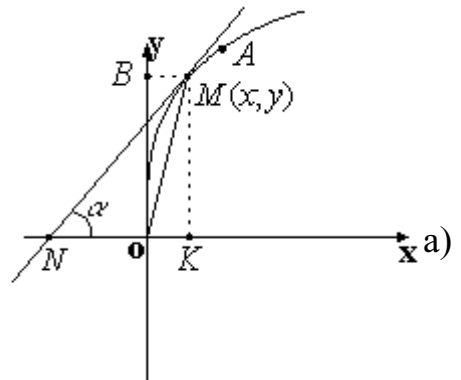
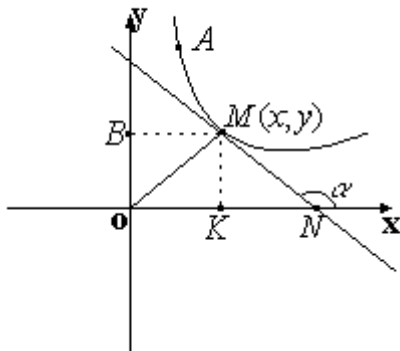


3. Запи...  
 обмеженого дотичною, віссю абсцис та відрізком від початку координат до точки дотику, є величиною сталою, яка дорівнюю .

EMBED Equation.3

9a).

(рис. 2.

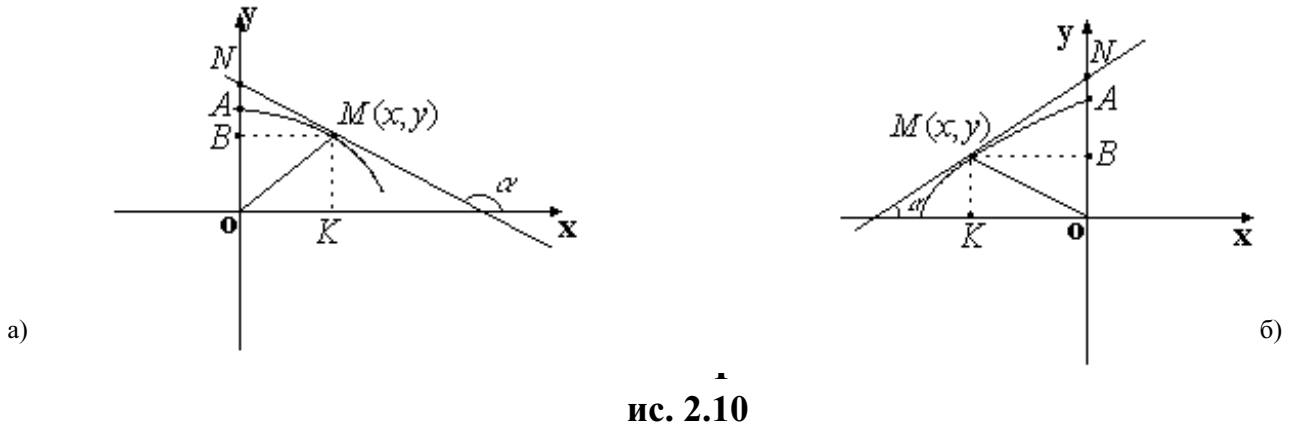


б)

4.

Визначит... и криву  
 , що задовольняє такі умови: трикутник, утворений віссю ОУ, дотичною до кривої в довільній її точці та радіус вектором точки дотику, є рівнобедреним, причому його основою є відрізок дотичної від точки дотику до осі ОУ і, крім того, крива проходить через точку  $A(0;1)$ .

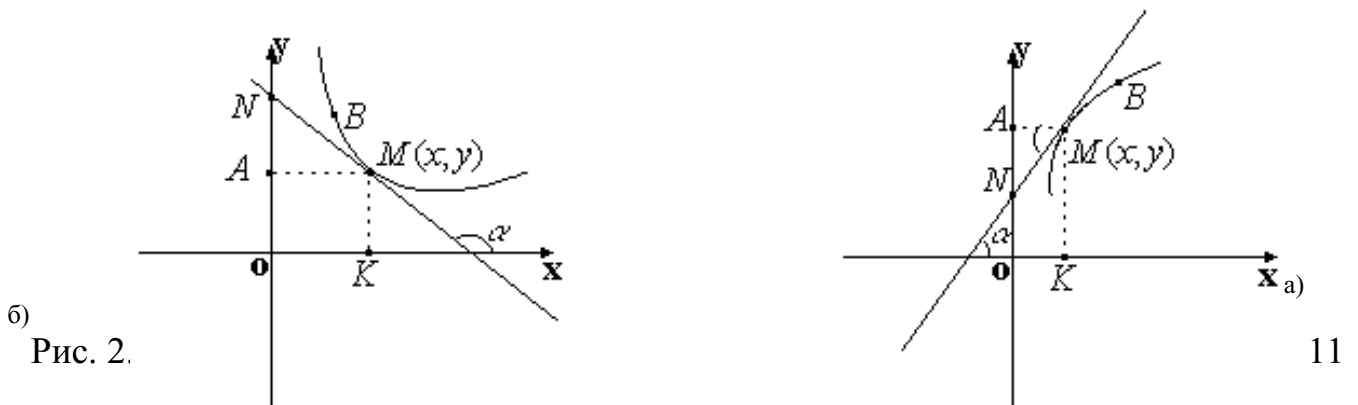
(рис. 2.10а).



5. Визначити криву, яка проходить через точку  $B(2;2)$ , якщо відомо, що площа трапеції, обмеженої осями координат, довільною дотичною до кривої та ординатою точки дотику, є величина стала, яка дорівнює 3.

EMBED Equation.3

(рис. 2.11а).



Запропонована система вимагає від студентів дослідження двох випадків, коли введений допоміжний елемент додатний чи від'ємний, що веде до висування студентами гіпотез стосовного того, чи зміниться вигляд рівняння, вигляд кривої, ще перед розглядом ситуацій б) на рисунках – виникає необхідність їх доведення або спростування. Працюють евристики “обертайте дію”, “шукайте аналогію”, “дійте за аналогією”, “узагальняйте”, “конкретизуйте”, “систематизуйте”.

Упорядкування задач системи за допомогою узагальнення та конкретизації, застосування аналогії, взаємно обернених задач веде до формування у студентів таких умінь: застосовувати попередній досвід під час розв'язання поставленої задачі; робити її попередній аналіз; подавати процес розв'язування евристичної задачі як розв'язування послідовності проміжних задач. Блоки задач можуть конструюватися такими способами:

- а) результати розв'язання попередньої задачі використовуються в процесі розв'язання наступної;
- б) результати розв'язання попередньої задачі використовуються в умові наступної;
- в) попередні задачі є елементами наступної, прийоми розв'язання попередніх задач використовуються в наступних тощо.

Вивченню проблем, висуванню нових оригінальних ідей сприяє аналіз ознак та зв'язків, які отримані із різних комбінацій відомих та невідомих елементів. Тому доцільно використовувати системи задач в основу яких покладена ідея, визначена Ю.О.Палантом, як складання “матриць взаємозв'язків” [173]. У процесі роботи студентів з такою системою найбільш ефективно відбувається формування евристичного прийому “модифікація”.

Наприклад, під час вивчення теми: “Лінійні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами” запропонована нами система задач 1-4 сприяє не тільки систематизації великої кількості випадків, що можуть виникнути у процесі розв'язання рівнянь, але і формуванню вміння формулювати проблеми, на основі складання різних комбінацій параметрів, невідомих рівнянь заданого типу, їх аналізу, встановлення при яких даних задача має один, жодного, нескінченну кількість розв'язків.

Коллективне розв'язання першої задачі системи спрямоване на актуалізацію евристичних прийомів “виводьте наслідки”, “обертайте дії”, “розв'язуйте з кінця”, “модифікуйте”, “експериментуйте”, використання яких передбачене завданнями 2, 3, 4 системи.

1. Розв'язати задачі, якщо  $\dots$ , де  $\dots$  – довільні дійсні числа ( $\dots$  .3  $\dots$  - корені характеристичного рівняння,  $\dots$  .3  $\dots$  - частинні розв'язки відповідного однорідного рівняння,  $\dots$  .3  $\dots$  - загальний розв'язок відповідного однорідного рівняння,  $\dots$  .3  $\dots$  - частинний розв'язок даного неоднорідного рівняння, у - загальний розв'язок даного неоднорідного рівняння).

Таблиця 2.2

### Завдання за даною темою

№	1	2	3
Дано			

Знайти			

2. Скласти нову таблицю.

Таблиця 2.3

Таблиця параметрів лінійного диференціального рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами

№											
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Заповніть її даними для задач із завдання 1 та продовжить для задач, складених Вами (те, що “дано” виділіть синім кольором, те, що “знайти” виділіть червоним кольором).

3. Додати в нову таблицю стовпець, який містить відповідні даним задач рівняння.

4. Виконати аналогічну роботу з Таблицею 2.4.

Для складання таблиць у задачах 2-4 доцільно поділити студентів на різномірівні групи, обрати групу експертів, яка буде визначати правильність виконання завдань, оцінювати оригінальність отриманих рішень різними групами задач.

Мета груп – утворити

Таблиця 2.4

Завдання за даною темою

№	1	2	3
Дано			
Знайти			

як найбільше комбінацій з параметрів рівняння та на цій основі скласти нові задачі. Більш сильні студенти у групах допомагають іншим членам групи проаналізувати складені комбінації елементів.

У результаті застосування методу морфологічного ящика студентами були отримана таблиця наведена в Додатку И.

Під час розв’язування рівняння \_\_\_\_\_, права частина якого уявляє суму функцій, які є правими частинами рівнянь, які студенти вже розв’язали, доцільно застосувати евристичну бесіду.

Викладач. Знайдіть частинний розв’язок рівняння

Студенти. Рівняння з такою лівою частиною ми вже розв’язували!

Викладач. Чи можна це сказати про праву частину даного рівняння?

Один з студентів. Ні, рівняння з такою правою частиною ми не розв’язували!

Інший студент. Однак права частина даного рівняння уявляє собою суму функцій, які є правими частинами рівнянь, з якими ми сьогодні працювали!

Викладач. Як це можна використати для розв'язання поставленої перед Вами задачі?

Студенти роблять умовивід за аналогією. Тоді частинний розв'язок теж можна представити як суму частинних розв'язків тих рівнянь, які ми вже розглянули!

Використання евристичного прийому підведення під поняття розв'язку диференціального рівняння приводить студентів до доведення отриманої гіпотези – підстановки суми частинних розв'язків у рівняння

. Узагальнення отриманого факту – коефіцієнти лівої частини є довільними дійсними числами, права частина є сумою двох, трьох та ін. функцій вигляду

або (де -дійсні числа,

- многочлени степеню  $n$ ,  $m$  відповідно) – приводить до розв'язання задачі способом узагальнення. Доведення отриманого факту студентам пропонується здійснити вдома, скориставшись аналогією.

Навчання доведенню в процесі формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності передбачає навчання аналізу доведення, його відтворення, самостійному відкриттю факту, пошуку та конструюванню його доведення, а також спростуванню запропонованих тверджень. Як показано нижче, це вимагає використання евристик.

Усвідомлення будь-якого теоретичного факту та успішність його доведення, залежить від умінь студентів виділяти умову та висновок у твердженні, розуміння ними істотності кожної умови. При цьому, як показує досвід, ефективним є використання систем задач на доведення, які вимагають побудови всіх можливих речень по відношенню до прямого, тобто застосування евристик “формулюйте еквівалентну задачу”, “формулюйте обернену задачу”, “обирайте ефективну систему позначень”, “модифікуйте”.

Наприклад, колективна робота студентів з системою задач 1)-19) за темою: “Числові ряди” відбувається перед самостійним виконанням вправ на з'ясування збіжності (розбіжності) рядів та спрямована на формування умінь переформулювати твердження та доводити їх, формулювати достатні, необхідні умови та відрізняти їх. Це важливо для здійснення майбутніми інженерами етапу постановки технічної проблеми.

Перевірити чи є правильними твердження:

1) ряд можна задати, вказавши його загальний член;

2) кожний числовий ряд має суму;

3) ряд є збіжним, якщо його загальний член ;

4) якщо , то ряд розбіжний;

5) необхідною умовою розбіжності ряду є розбіжність його довільного залишку;

6) розбіжний ряд, всі члени якого помножені на константу, є розбіжним;

7) ряд можна вважати розбіжним;

8) ряд  $3+6+12+24+\dots$  можна вважати розбіжним;

9) ряд можна вважати збіжним;

10) ряд можна вважати збіжним;

11) ряд можна вважати збіжним;

12) не існує геометричний ряд, сума якого дорівнює 3, а перший член дорівнює 2 (Розв'яжіть задачу за способом узагальнення та розв'яжіть.);

13) для доведення збіжності рядів EMBED Equation.3 *МОЖНА*  
використати ознаку порівняння;

14) ознаку Коші доцільно застосовувати до рядів, загальні члени яких містять показникові вирази, добутки або факторіали;

15) кожний знакопозначений ряд є збіжним;

16) для ряду можна вважати, що його сума ;

17) кожний умовно збіжний ряд є збіжним;

18) якщо ряд абсолютно збіжний, то він збіжний;

19) твердження обернене до 18) є правильним.

І.Л.Никольська та Є.Є.Семенов відмічають важливу роль, яку відіграють евристики під час формування уміння правильно міркувати та доводити [160].

Групу найбільш складних евристик, які застосовуються в процесі доведення запропонованих тверджень складають методи наукового пізнання (загальні евристичні прийоми розумової діяльності). Їх активне використання в процесі доведення, на думку Г.І.Саранцева, можливе саме в курсі математики для ВНЗ [205]. Запропоновані нами завдання вимагають використання як загальних так і спеціальних прийомів розумової діяльності. Зокрема, доведення, яке базується на аналогії вимагають завдання 4, 5, 7-11, 18 системи.

Евристичні орієнтири “шукайте контрприклад”, “доводьте від протилежного” доцільно надати студентам під час евристичного діалогу в процесі роботи студентів відповідно із завданнями 2, 3, 14, 15, 17, 19, та 6, 12, 13.

Наявність хибних тверджень у системі (2, 3, 12, 14, 15, 19) вимагає не тільки їх виявлення, але і з'ясування причини помилок. Метод помилок, який ми використовуємо в процесі роботи із системою, сприяє формуванню в студентів погляду на помилку як джерело протиріч, феноменів, нових знань, що породжуються на протиставленні загальноприйнятим, тобто джерело відкриттів.

Дослідження є невід'ємною складовою інженерної діяльності. Дослідницька позиція під час вивчення будь-чого ефективно формується в студентів у процесі розв'язання задач з параметрами [76]. Отримавши задачу з параметрами від викладача, із підручника або вводячи параметр самостійно в процесі розвитку задачі студенту необхідно проаналізувати всі можливі розв'язання даної задачі, можливі значення параметрів.

Але, як показує досвід, у більшості випадків ці задачі залишаються нерозв'язаними, теоретичні факти, “насичені буквами” у курсі математики для ВНЗ, незрозумілими для студентів. Тому виникає необхідність використання систем задач з параметрами.



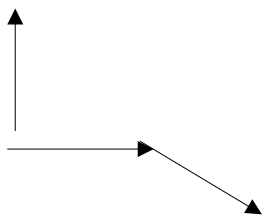
Завдання запропонованої нами нижче системи задач за темою “Лінійна залежність векторів. Базис” поставлені в загальному вигляді, містять параметри або передбачають узагальнення для отримання методу розв’язання.

1. Чи є лінійно залежними вектори:

- а)  $\vec{a}, \vec{b}$ , та  $\vec{c}$  ;
- б)  $\vec{a}, \vec{b}$ , та  $\vec{c}$  ;
- в) та  $\vec{c}$ , якщо  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  (Чи має значення розмірність векторів?);
- г)  $\vec{a}, \vec{b}$ , якщо  $\vec{c}$  ;
- д) та  $\vec{c}$  ; та  $\vec{c}$  ; та  $\vec{c}$  ; та  $\vec{c}$  ; та  $\vec{c}$  ; та  $\vec{c}$  ;
- та  $\vec{c}$ , якщо  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  – правильна чотирикутна піраміда,  $\vec{h}$  – її висота.

2. Чи є правильним твердження: якщо вектори  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  та  $\vec{d}$  утворюють базис у трьохвимірному просторі, тоді в розкладі  $\vec{v} = \alpha_1 \vec{a} + \alpha_2 \vec{b} + \alpha_3 \vec{c} + \alpha_4 \vec{d}$  коефіцієнти  $\alpha_i$  завжди відмінні від нуля.

3. У якому з випадків вектор  $\vec{v}$  можна розкласти за базисом на прямій (рис.2.12):



- a)  $\vec{a}, \vec{b}$  b)  $\vec{a}, \vec{c}$  c)  $\vec{b}, \vec{c}$

Рис. 2.12

4. За яких умов вектор  $\vec{v}$  може бути представлений як базис, якщо вектори  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  та  $\vec{d}$  утворюють базис.

5. За яких умов вектор  $\vec{v}$  може бути представлений як базис, якщо вектори  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  та  $\vec{d}$  утворюють базис.

6.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  – довільні вектори простору. Чи існує вектор  $\vec{v}$ ? (Якщо так, то при яких умовах?).

7. Розкладіть вектор  $\vec{v}$  за векторами  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  та  $\vec{d}$ .

8. У правильному шестикутнику ABCDEF дано:  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  Знайти координати векторів

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  у базисі  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  EMBED Equation.3

Студенти, працюючи у групах, обговорюють можливі випадки, здійснюють дослідження окремих випадків, зіставляють отримані результати з результатами отриманими іншими членами групи, роблять висновки. Потім представники груп демонструють отримані результати та їх пояснення. Відбувається обговорення, доповнення, виправлення помилок всіма студентами та викладачем.

Дослідження, що відбувається під час роботи з системою сприяє формуванню евристичних прийомів “експериментуйте”, “поділяйте на випадки”, “розглядайте граничні випадки”, “переформулюйте”.

У зв’язку з практичними задачами виробництва виникає необхідність побудови моделей процесів, які містять параметри, а також їх дослідження. Тобто виникає відпо відна задача або низка задач з параметром. Під час роботи з такими задачами, як впливає із пункту 2.2.2, доцільно використовувати ІКТ. Наприклад, застосування ППЗ “GRAN1”, комп’ютерної програми Mathcad позбавляє майбутніх інженерів від рутинних обчислень, побудов, сприяє здійсненню ними евристичних дій (пункт 2.2.2.).

Залучення студентів до дослідницької діяльності під час вивчення теми „Метод Гауса” стає можливим після роботи студентів з комп’ютерною програмою „Gauss” ( див. п.2.2.2). Завдання системи задач, наведеної нижче, спрямовані на творче застосування знань та способів діяльності, набутих студентами у процесі роботи з програмою.

1. Чи може для системи 4-х рівнянь з 3-ма невідомими виконуватись рівність:

( - матриця системи, - розширена матриця системи).

2. Чи може для системи 4-х рівнянь з 3-ма невідомими виконуватись рівність: .

3. Чи може для системи 3-х рівнянь з 4-ма невідомими виконуватись рівність:

4. Чи може для системи 3-х рівнянь з 4-ма невідомими виконуватись рівність:

5. Чи може для системи 3-х рівнянь з 4-ма невідомими виконуватись рівність:

**У процесі виконання завдань студентів необхідно розбити на гомогенні групи у залежності від рівня розвитку евристичних умінь та надати кожній групі допомогу різного рівня. Групам, у яких студенти мають високий рівень розвитку евристичних умінь, допомога не надається. Групам, у яких студенти мають середній рівень розвитку евристичних умінь надаються евристичні підказки – розглядайте різні випадки – наводьте приклади, при цьому використовуйте розв’язані Вами на занятті системи: модифікуйте умову, розв’яжуйте з кінця, обертайте дії; формулюйте проблеми в загальному вигляді (кількість змінних більше кількості рівнянь, тощо), інтерпретуйте дані з точки зору сумісності системи (при таких то рангах стоїть фактично питання про можливість отримати визначену кількість розв’язків). Групам, в яких студенти мають низький рівень розвитку евристичних умінь, потрібно надати більш детальні пояснення.**

Формування самостійності як важливої риси сучасного спеціаліста вимагає ще в процесі навчання формування умінь у студентів здійснювати дослідження самостійно. Ми використовуємо системи задач, кожна з яких уявляє послідовність проміжних задач, результати розв’язання яких повинні бути використані студентами під час самостійного виконання дослідницького завдання.

Наприклад, під час розв’язування систем лінійних рівнянь за формулами Крамера система задач, 1-11, “побудована” як послідовність проміжних задач, результати розв’язання яких повинні бути використані студентами під час самостійного виконання дослідницького завдання.

1. Довільна система 2-х лінійних рівнянь з двома невідомими може мати ....

А. Тільки 2 розв’язки. В. Тільки 3 розв’язки. С. Безліч розв’язків.

2. Визначники системи:  $\Delta_1 = \dots, \Delta_2 = \dots$

A.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = 0$ . B.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots \neq 0$ .

C.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = 0$ . D.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots \neq 0$ .

3. Довільна система  $n$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими ..... може бути розв'язана за формулами Крамера ... .

A. завжди; B. не завжди; C. ніколи.

4. Всяка система  $n$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими, визначник якої ..... , не може бути розв'язана за формулами Крамера.

A.  $>0$ . B.  $=0$ . C.  $<0$ . D.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = 0$ .

5. Довільна система  $n$  лінійних рівнянь з  $m$  ( $m > n$ ) невідомими може бути розв'язана за формулами Крамера ... .

A. завжди; B. не завжди; C. ніколи.

6. Встановити відповідність між твердженнями.

Система 2-х лінійних рівнянь з двома невідомими має

1) 1 розв'язок, коли A.

2) безліч розв'язків, коли B.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = 0$ ;

3) жодного розв'язку, коли C.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = 0$ , а хоча б один з визначників  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n \neq 0$ .

7. Чи правильні твердження, отримані під час розв'язування задачі 6 для системи трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими?

8. Система лінійних рівнянь має єдиний розв'язок, коли .... .

A.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = 0$ . B.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots \neq 0$ . C.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = 0$ . D.  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots \neq 0$ .

9. Однорідною є система ... . A.

В.

С.

D.

10. Система однорідних рівнянь \_\_\_\_\_ має .... .

А. Безліч розв'язків. В. 1 розв'язок. С. Жодного розв'язку.

11. Навести приклад, якщо це можливо, однорідної системи, яка не має розв'язків.

Завдання даної системи необхідно використати як систему запитань для проведення на практичному занятті евристичного діалогу, в процесі якого відбувається актуалізація теоретичних фактів, евристичних прийомів необхідних для виконання дослідницького завдання.

Задана система лінійних рівнянь. При яких значеннях \_\_\_\_\_ система не може бути розв'язана за формулами Крамера? Взяти найменше натуральне значення

при якому система має єдиний розв'язок і знайти його за формулами Крамера. Скласти відповідну однорідну систему лінійних рівнянь та вказати при яких значеннях \_\_\_\_\_ вона має лише нульовий розв'язок; має ненульові розв'язки.

Завдання 1, 6, 7 системи створюють умови для проведення “геометричного експерименту”. Після колективного розв'язування задачі 1, можна запропонувати студентам сформулювати цю задачу геометричною мовою та розв'язати її. Задача повинна мати вигляд.

Скільки точок перетину можуть мати дві прямі?

Завдання дати геометричну інтерпретацію отриманих фактів після роботи із завданнями 6, 7 сприятиме виникненню гіпотез, нових задач. Задачі можуть бути такими.

Дайте геометричну інтерпретацію висловленням:

1) \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ EMBED Equation.3 *та* \_\_\_\_\_ в системі 2-х лінійних рівнянь з двома невідомими;

2) \_\_\_\_\_ в системі 3-х лінійних рівнянь з трьома невідомими.

Інші аналогічні задачі студенти формулюють самостійно.

Необхідно вимагати від студентів формулювати обернені задачі.

1) якщо дві прямі не перетинаються, якими будуть визначники у відповідній системі рівнянь? 2) якщо дві площини паралельні, а третя їх перетинає, якими будуть визначники у відповідній системі рівнянь?

Після розв'язування завдань 3, 4 системи студентам доцільно запропонувати завдання, в результаті виконання якого в них відбувається систематизація знань отриманих у школі та в процесі навчання у ВНЗ.

Встановіть зв'язок між умовами існування розв'язку системи 2-х лінійних рівнянь з двома невідомими, в яких використовується пропорційність між коефіцієнтами, вільними членами системи, та умовами – в яких використовуються визначники системи.

Під час виконання завдання 5 корисним є наведення такого прикладу.

Система \_\_\_\_\_ вказує на те, що в залежності від вибору вільної змінної головний визначник системи може бути рівним нулю або відмінним від нуля. Тобто ця система може бути розв'язана за формулами Крамера. У зв'язку з цим, формули Крамера не можуть бути застосовані для системи  $n$  лінійних рівнянь з  $m$  ( $m > n$ ) невідомими, коли при виборі будь якої змінної системи за вільну, головний визначник системи рівний нулю. Такі

системи існують, наприклад \_\_\_\_\_ .

Завдання 8 уявляє собою аналогічну, але більш просту задачу в порівнянні з завданням для самостійної роботи вдома. Її розв'язання сприятиме опануванню студентами прийому “формулюйте та розв'яжте більш просту задачу”.

Завдання 9-11 призначені для самостійної роботи студентів.

Для актуалізації теоретичних фактів, евристичних прийомів необхідних для виконання дослідницького завдання із застосуванням програмно педагогічного засобу GRAN1 (див. п.2.2.2) нами використовується система евристично-орієнтованих задач наведена нижче.

1. Похідна функції має вигляд:

1)  $EMBED Equation.3$  ; 2) ; 3) ;

4) ; 5) .

Обрати для кожної з функцій відповідне твердження.

На проміжку

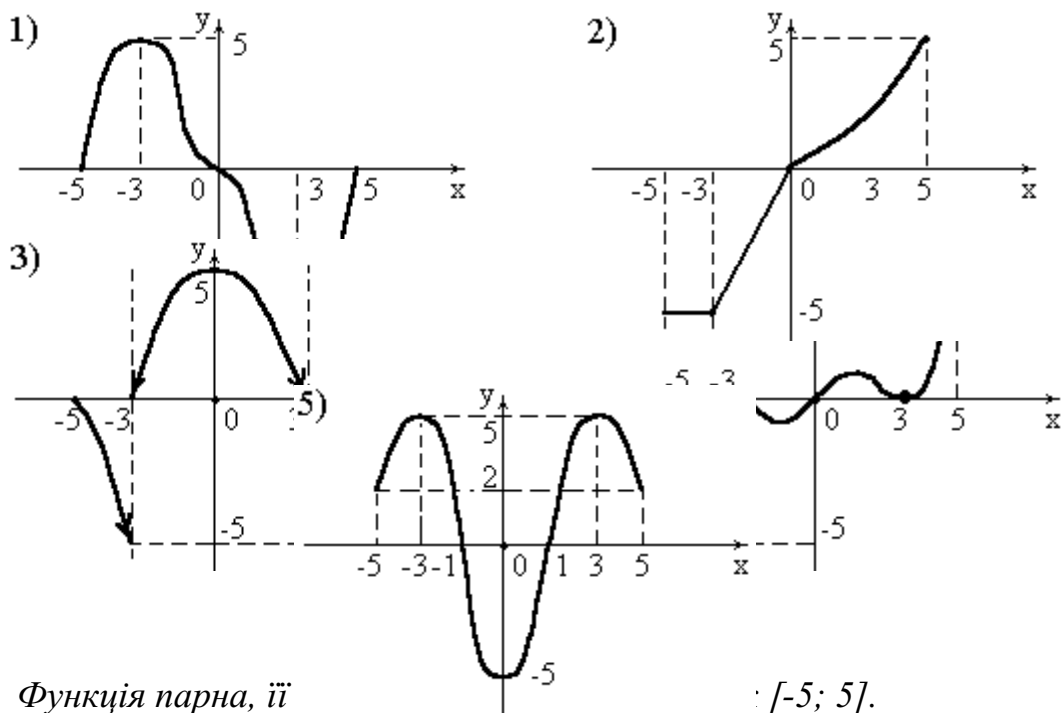
- A. Неспадна.
- B. Зростаюча.
- C. Незростаюча.
- D. Спадає.

2.  $x = 2$  є абсцисою точки перегину функції, друга похідна якої має вигляд.

A. . B. . C. .

D. 3 . E. 3 .

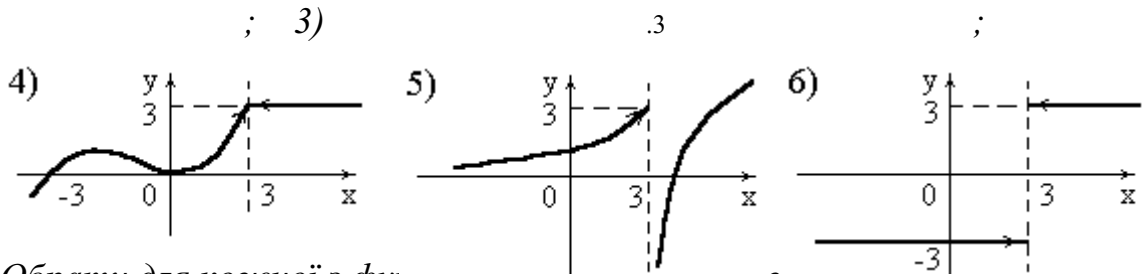
3. Обрати для кожної з функцій на рис. 2.13 відповідне твердження.



- A. Функція парна, її область значення:  $[-5; 5]$ .
- B. Функція непарна, зростає на проміжку  $[-3; 3]$ .
- C. Область значення функції відрізок  $[-5; 5]$ , вона має нулі  $x = -3$  та  $x = 3$ .
- D. Найбільше значення функції дорівнює 5, найменше  $-5$ , точки екстремуму функції  $x = -3$  та  $x = 3$ .
- E. Функція не є однією з вище названих.

4. Задані функції:

1) ; 2) ; 3)



Обрати для кожної з функцій відповідне твердження.

В точці  $x = 3$  функція

- A. Неперервна.
- B. Має розрив першого роду.
- C. Має розрив другого роду.
- D. Має усувний розрив.

5. Встановити відповідність між твердженнями:

Функція

1) ; A. Має похилу асимптоту.

2) ; B. Не має асимптот.

3) ; C. Має горизонтальну та вертикальну асимптоти.

Усному виконанню завдань системи буде сприяти включення студентів та викладача в евристичний діалог, під час якого реалізуються евристичні уміння студентів – переходити від одного представлення інформації до іншого, формулювати рівносильну задачу, розв'язувати на картинці, варіювати умову задачі, аналітичний вираз функції тощо, щоб отримати відому або більш просту ситуацію та знайти розв'язок, побачити спільність, різницю у розв'язанні. Уразі виникнення труднощів евристичні підказки, які надає викладач у вигляді “зіставте аналітичні вирази”, “сформулюйте більш просту задачу”, “нарисуйте картинку” сприятимуть досягненню успіху в самостійному розв'язуванні студентами задач.

Професійно-орієнтована евристична діяльність є самоорганізованою, самокерованою. Самостійність у побудові дослідницької роботи створює умови для саморегуляції діяльності, її корекції, коли результат вже отриманий або ще під час дослідження.

Формуванню в майбутніх інженерів умінь організувати та коректувати свою діяльність сприяють евристичні комп'ютерні програми, які розглядаються в пункті 2.2.2. Робота студентів з комп'ютерними програмами передбачає здійснення корекційних дій з боку програм у вигляді пояснень, евристичних підказок, наведень на розв'язання.

Використання систем задач з поясненнями надає можливість студенту знайти та усвідомлено виправити помилки, виявити причину їх виникнення. При цьому не обов'язково, щоб корекція відбувалася зразу. Наприклад, нами розроблені системи задач такого типу за темами „Визначники та їх властивості” та „Диференціальні рівняння першого порядку”.

Завдання 1-14 системи задач за темою „Визначники та їх властивості”, на відміну від завдань більшості підручників, спрямованих на використання тієї чи іншої властивості визначника під час його обчислення, вимагають здійснити дії у зворотному напрямку – визначити властивість, якою вже скористались. Для цього студентам необхідно використовувати евристики “модифікуйте”, “порівняйте”, “спостерігайте”, “дійте за аналогією”, “розв'язуйте з кінця”.

Перевірити, чи правильно встановили знак рівності між визначниками (потрібно відповідати так чи ні).

Вказівка: завдання усні, більшість з них не розраховано на обчислення визначників за якимось правилом.

1. . 2. . 3. .
4. . 5. . 6. .
7. . 8. . 9. . 10. . 11.
- . 12. .

13. .

14.

Задача 15 системи вимагає аналізу результатів, отриманих під час розв'язання попередніх чотирнадцяти задач.

15. Чи є правильним твердження: визначники рівні тільки тоді, коли їх відповідні елементи (з однаковим номером) співпадають?

Методика роботи з даною системою задач передбачає самостійне розв'язування кожним студентом завдань системи. При цьому студентам надаються наведені у Додатку 3 евристичні підказки щодо евристик, які необхідно використати, обґрунтована доцільність їх використання.

Контроль правильності виконання задач здійснюється самими студентами під час роботи з поясненнями (надаються студентам після роботи з системою на

окремих аркушах (Додаток К)) і також може бути здійснений викладачем: викладач збирає відповіді студентів та після цього надає пояснення.

Методика роботи з системою задач за темою „Диференціальні рівняння першого порядку” аналогічна методиці роботи з системою задач за темою „Визначники та їх властивості”.

Застосування евристичних прийомів порівняння, конкретизації, систематизації, підведення під поняття, розглядання конкретних прикладів, формулювання проміжних задач, обернених тверджень, обертання дій, формулювання умови задачі геометричною мовою під час виконання завдань 1-7 системи задач за темою „Диференціальні рівняння першого порядку”, представленої нижче, сприяє здійсненню студентами переходів від одного завдання звичайного диференціального рівняння до іншого, перетворенню диференціальних рівнянь; розумінню студентами понять за даною темою; запобігає припущенню помилок пов’язаних із схожістю понять рівняння та диференціального рівняння під час подальшого навчання.

1. Чи відрізняються:

а) поняття “рівняння” та “диференціальне рівняння”;

б) вирази “розв’язати рівняння” та “розв’язати диференціальне рівняння”?

2. Вказати, які з рівнянь є звичайними диференціальними рівняннями, встановити їх порядок.

A. . B. . C. . D.

E. . F. . G.

3. Чим відрізняються рівняння: 1) , 2) , 3) ?

4. Чи можна здійснити переходи , у завданні 3 (навести приклади)? Вказати інші можливі переходи.

5. Вказати, які з наведених виразів можуть бути загальним розв’язком, загальним інтегралом, частинним розв’язком, частинним інтегралом диференціального рівняння першого порядку .

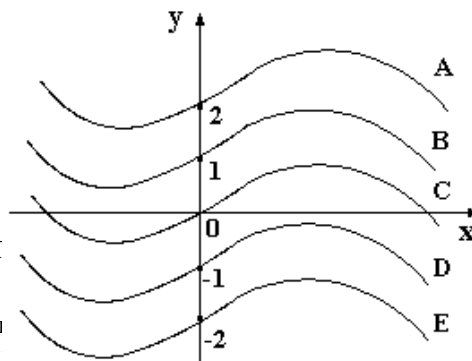
A. . B. . C. . D.

E. . F. . G. . H.

6. Скласти диференціальне рівняння, розв’язком якого є вираз:

а) ; б) ; в) .

7. Вказати інтегральну криву (рис. 2.14), яка відповідає розв’язку задачі Коші:



### Евристичні підказки т Додатку Л.

Розглянуті системи задач з пояснені першого порядку” використовуються заняття (перед обчисленням визначників) та перед вивченням нової теми („Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними”) відповідно.

Актуалізація знань студентів у нашому дослідженні відбувається також за допомогою ЕДК у вигляді комп’ютерних навчальних програм. Як буде показано у пункті 2.2.2, програми “Limit” та “Евристичний тренажер” містять відповідні системи завдань для актуалізації знань студентів.

и задач, представлени в

вості”, „Диференціальні рівняння перед виконанням основних завдань



Таким чином, можливим є застосування систем евристично-орієнтованих завдань на різних етапах практичного заняття, для реалізації різних дидактичних цілей тощо. Вони виступають у якості засобу використання різноманітних видів евристик. У зв'язку з тим, що останні уявляють собою основу формування евристичних умінь (Додаток А), під час застосування систем евристично орієнтованих завдань відбувається формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності майбутніх інженерів.

### 2.2.2. Комп'ютерна підтримка організації та проведення практичних занять з вищої математики

Впровадження ІКТ у навчальний процес передбачає в нашому дослідженні: 1) створення та використання евристико-дидактичних конструкцій (ЕДК); 2) використання педагогічних програмних засобів; 3) використання професійних математичних програм.

Ефективність ЕДК, у вигляді евристичних комп'ютерних навчальних програм, під час формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ пояснюється тим, що, по-перше у процесі їх побудови нами використовувались різні евристичні прийоми, по-друге, при роботі з ними студентам необхідно використовувати як загальні так і спеціальні евристичні прийоми.

Створені нами евристичні навчальні комп'ютерні програми поступово наближують студента до пошуку розв'язання та знаходження відповіді в процесі евристичного діалогу, коли акцентується увага на теоретичних фактах, деяких методах розв'язування задачі, пропонується “наведення” на пошук розв'язання та надається можливість самостійно знайти “свій шлях” до відкриття, розв'язання та перевірки результатів.

Евристичний тренажер за темою „Функції та їх властивості” із класу ЕДК (Додаток Ц), розроблений нами на основі системи задач, яку запропонувала О.В. Хорольська [250], доцільно використовувати під час актуалізації знань студентів, які стосуються поняття функції. Роботі з програмою може бути присвячене перше заняття по

запропоно  
представле  
значень, пе  
їх застосу  
цюванню є  
“нарисуйте

Завдання 1.2

1.2 Обираючи відповіді А - К, вкажіть множину значень функції  $y = \dots$

26.  $\frac{1}{x}$  27.  $\sqrt{x}$  28.  $\frac{1}{\sqrt{x}}$  29.  $x^2$  30.  $\arcsin x$  31.  $\arcsin|x|$  32.  $\sin \frac{1}{x}$  33.  $e^x$

34.  $e^{-x^2}$  35.  $2^{-|x|}$  36.  $\ln x$  37.  $\ln(-x)$  38.  $\ln x + \ln \frac{1}{x}$  39.  $\ln x + \ln(-x)$

40.  $x^2 - 1$ .

Оберіть відповідь з числа наведених:

А.  $R$  В.  $R_+$  С.  $R_-$  Д.  $R_0 = R \setminus R_-$  Е.  $x \neq 0$  Ф.  $N$  Г.  $R \setminus N$  Н.  $[-1, 1]$

І.  $\{x | x \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$  О.  $\emptyset$  К. Інша відповідь.

Після чого розгляньте ще раз неправильно розв'язані завдання (відповідь виділена червоним кольором) та спробуйте розв'язати їх правильно. Для того, щоб продивитися пояснення або продовжити, оберіть відповідну кнопку в правому нижньому куті екрану після того, як будуть введені всі відповіді.

26.  а 27.  а 28.  а 29.  а 30.  а 31.  а 32.  а 33.  а 34.  ф 35.  ф 36.  а 37.  а

38.  а 39.  а 40.  а

допомога далі

ножина  
удентів

Рис. 2.15

Тренажер призначений для реалізації розвиваючої функції навчання, так як містить не тільки завдання, але і пояснення до них, корекцію можливих помилок (рис. 2.16).

Розроблена нами ЕДК LIMIT [122], яка наведена у Додатку Ц, є комплексною програмою, що включає програму актуалізації знань, передбачає розв'язання задач і

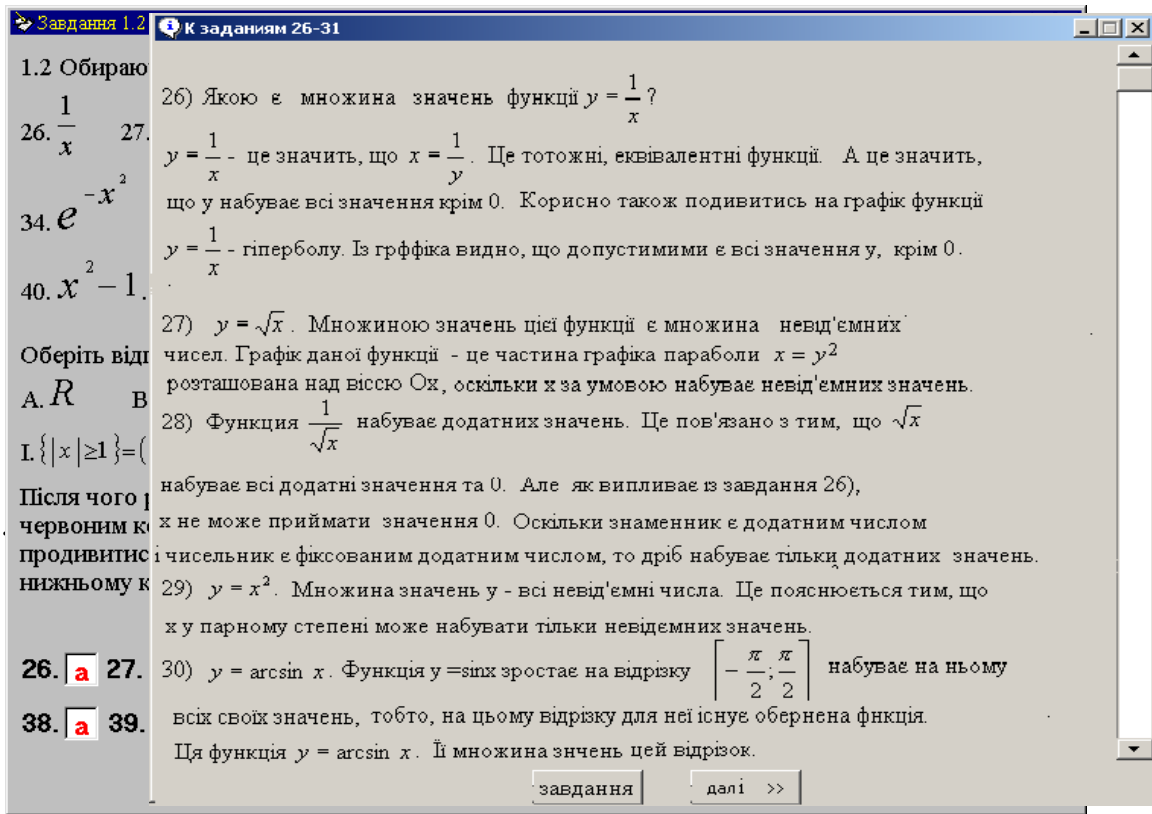


Рис. 2.16  
контроль знань  
умінь студенту  
Додатково представлено  
однієї з програм  
картинки  
наступні  
Надані використані  
Актуалізація  
На першій  
На д  
3

16  
ль та тів.  
у М  
ції  
зацією  
і  
тв на  
„LIMIT”  
Equation.  
й

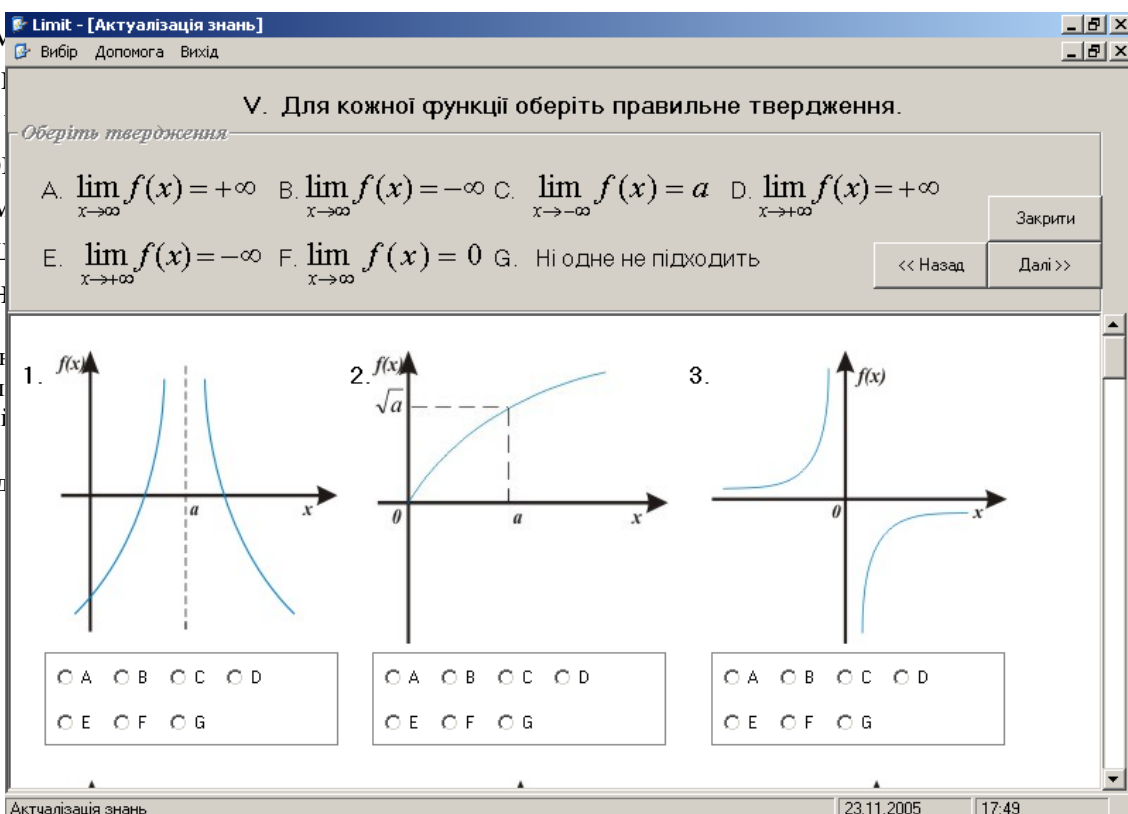


Рис. 2.17

- Опишіть графіки функцій коли ?
- Як поведуть себе функції, коли ?
- Виходячи з означень, записаних на лекції, сказати, які з функцій є нескінченно малими або нескінченно великими і в околі яких точок?
- Запишіть у зошитах відповідні співвідношення.

та ін.

- Чому дорівнюють границі вище вказаних функцій, коли

Використані викладачем фізичні рівняння, їх графічні моделі надають можливість не тільки пригадати означення нескінченно малої та нескінченно великої функції, границі функції та пригадати істотні ознаки цих понять, але і сприяють підвищенню мотивації вивчення поняття границі функції.

Мотивація навчальної діяльності під час другої лабораторної роботи відбувається в процесі постановки та розв'язування викладачем проблеми.

Бетонна колона висотою  $h$  стискається силою  $P$  та власною вагою в напрямку своєї вертикальної осі. Розміри колони запроєктовані так, що для кожного її поперечного перерізу нормальний опір є сталим і дорівнює (колона сталого опору). Встановити закон зміни площі поперечного перерізу колони, у залежності від відстані перерізу від її верхньої грані.

Викладач:

- Розіб'ємо колону на частини. Проведемо, починаючи зверху, перерізи з площинами. Зафіксуємо  $x > 0$  – відстань від верхньої грані колони і позначимо  $S(x)$  відповідний переріз. Розглянемо ступінчасту фігуру, яка складається із циліндрів з площами основ, рівними та висотами

Використаємо умову сталого опору де - стала опору на стиснення. Звідси

- На переріз діє два навантаження, окрім , ще вага верхньої частини колони , де - питома вага матеріалу. Тому навантаження на дорівнює EMBED Equation.3 +

- З іншого боку, EMBED Equation.3 . Тому

- Аналогічно, \_\_\_\_\_ тому
- Є закономірність. Яка вона?

Студенти повинні помітити, що \_\_\_\_\_, причому похибка тим менша, чим дрібніше

розбити колону на частини, тобто чим менша є величина  
Викладач:

- Як визначити  $S(x)$ ?

Студенти:

- Розглянемо граничне значення виразу. При \_\_\_\_\_ будемо мати шуканий закон.

EMBED Equation.3

Викладач:

- Тобто задача звелась до рівносильної задачі: обчислити границю. Ви отримали математичну модель даного в задачі процесу. У кінці заняття Вам необхідно дати відповідь, чому границя дорівнює.

Завдання основної частини охоплюють різні види невизначеностей та методи їх розкриття. Програма на цьому етапі може працювати у декількох режимах, режимі розв'язання (ввід відповіді), режимі допомоги та режимі контролю. Ввівши правильну відповідь студент дістає можливість розглянути інші методи розв'язання задачі (рис. 2.18), тобто “перевірити результат”, “оцінити його раціональність” та за рахунок цього побачити шляхи удосконалення свого розв'язання – здійснити рефлексивну діяльність.

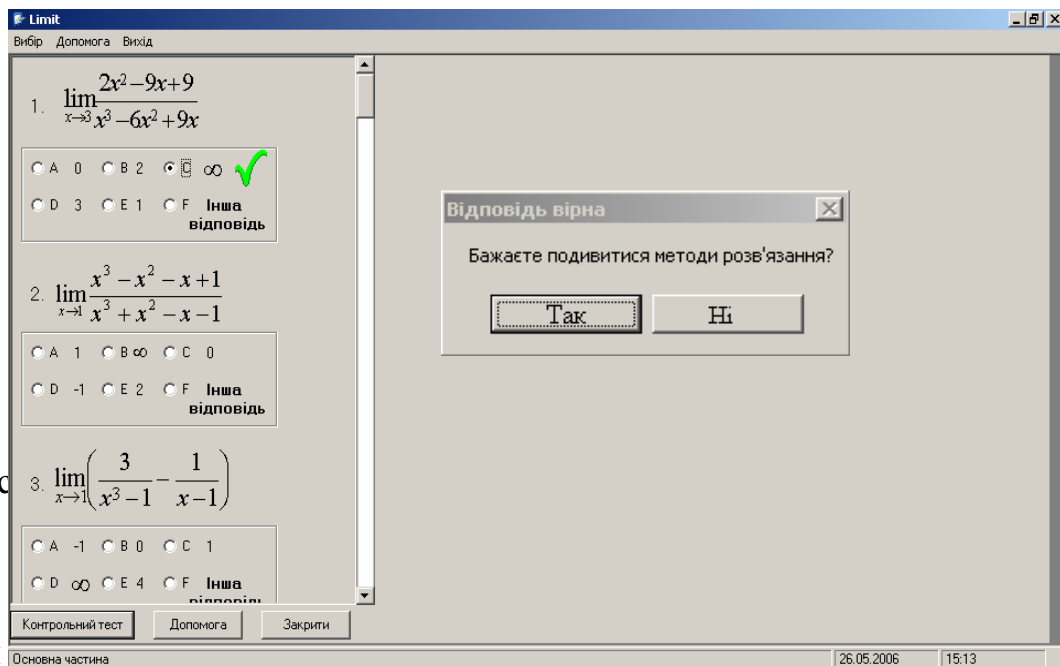


Рис.

Під  
роботи з  
програмо  
студентам  
необхідно

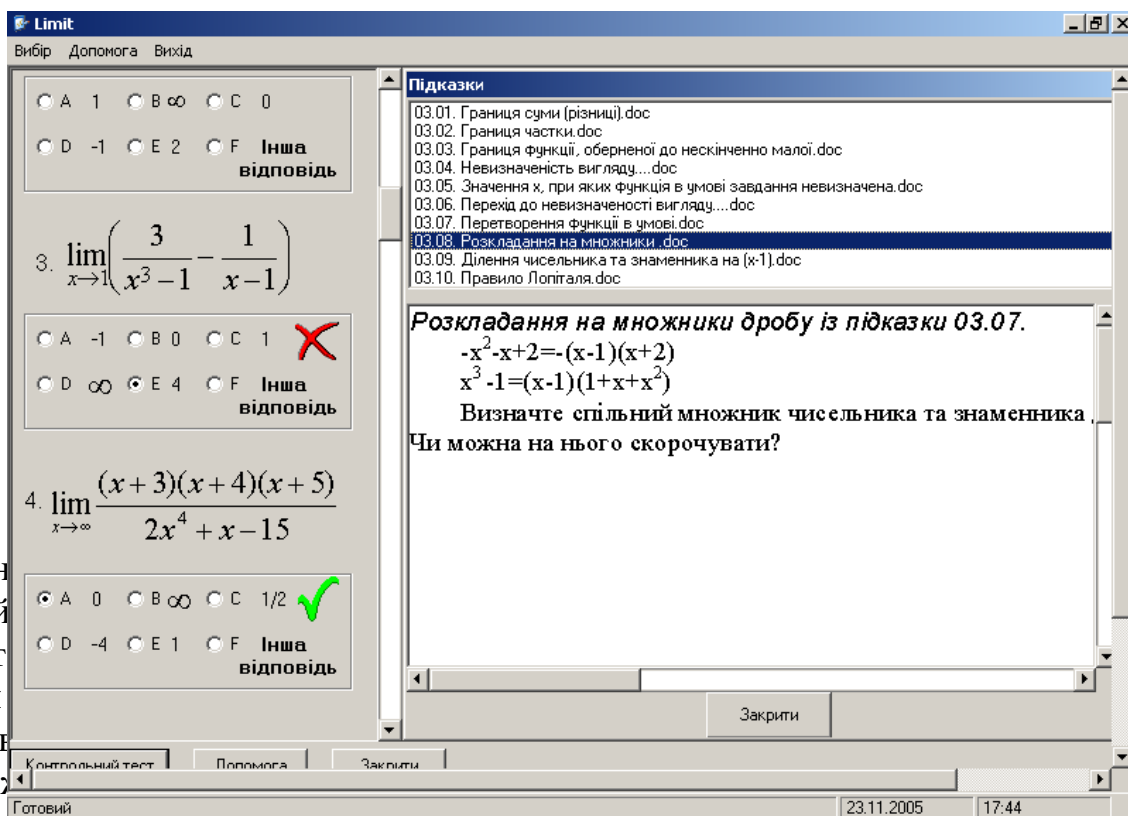
.18

час  
ю

запропонувати додаткові завдання. Це надасть змогу залучити до навчальної діяльності студентів, які виконують основні завдання раніше за інших.

У разі виникнення труднощів під час виконання завдань основної частини програми, студент переключає програму в режим допомоги (рис. 2.19), коли на екрані з'являються назви підказок, свої для кожного завдання, він може перейти до однієї з них.

Реалізація в навчанні математики допоміжних задач та підказок створює орієнтовну основу діяльності в процесі формування уміння студентів розв'язувати задачі. Прийом пред'явлення допоміжних задач та підказок сприяє виявленню



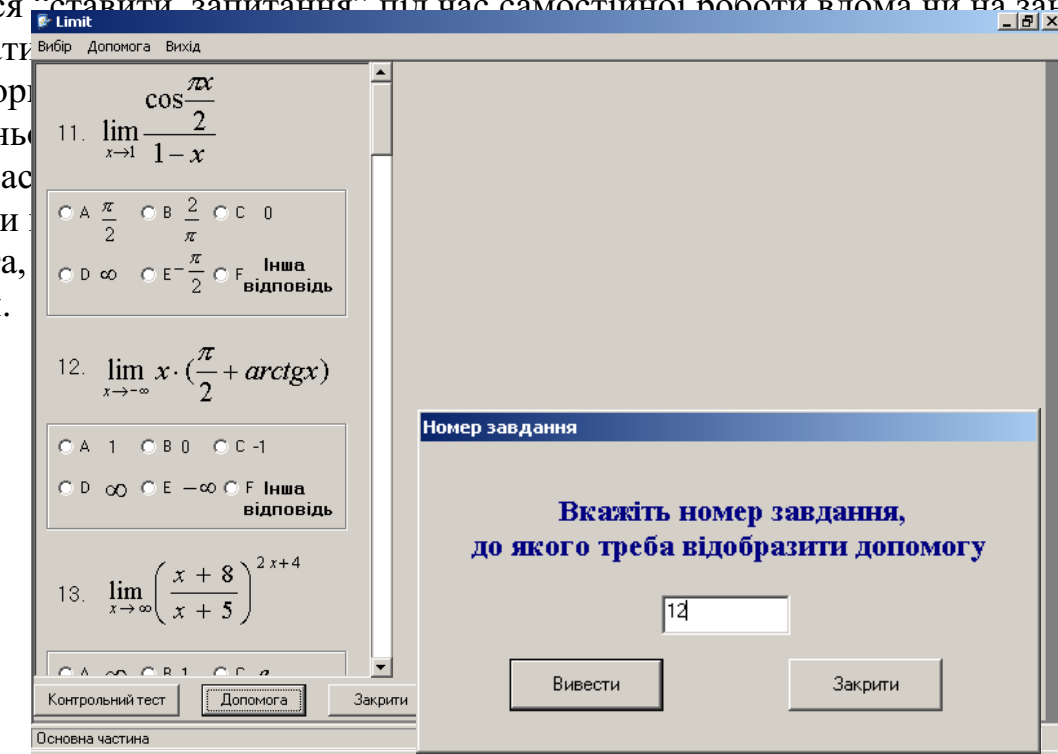
внутрішн  
217]. Цей  
використ  
завдання  
помилков  
надає мож

в [   
і на

Підказки містять відповідний теоретичний матеріал та систему евристичних питань, мета яких допомогти навчитися використовувати теоретичний матеріал на практиці, звернути увагу на умови його застосування; допомогти підійти до розв'язання завдання з різних боків та дістати відповідь самостійно. А головне навчитися “ставити запитання” під час самостійної роботи вдома чи на занятті та “розбивати” завдання на частини. Це сприяє

також форм

Під час  
перевести  
Допомога,  
завдання.

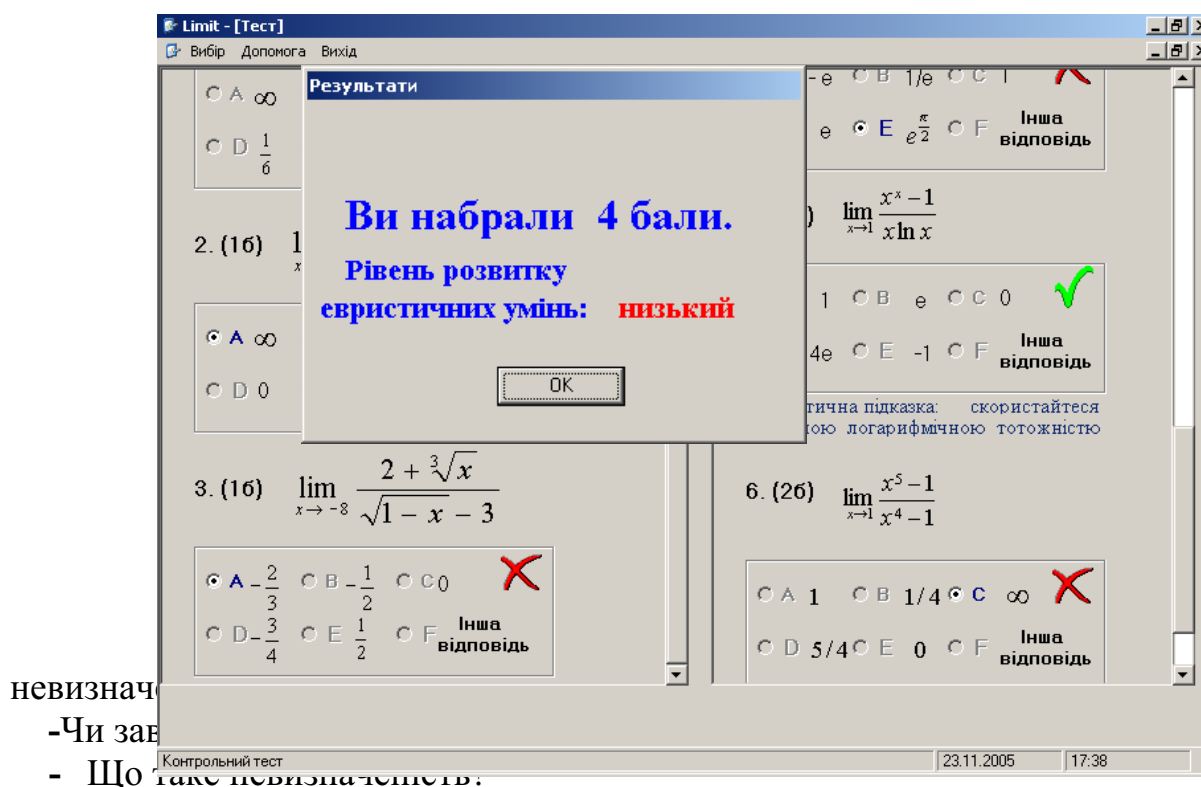


о сприяє  
о  
о цього

Рис. 2.20

Діагностика рівня розвитку евристичних умінь студентів відбувається під час роботи з тестом для самоперевірки (рис. 2.21). Після виконання всіх завдань тесту, на екран виводиться кількість набраних студентом балів та повідомлення про рівень розвитку евристичних умінь.

Для узагальнення, конкретизації, систематизації, порівняння тих підходів, методів розв'язання задач, отриманих самостійно кожним студентом під час роботи з програмою, викладачу доцільно організувати евристичний діалог. Питання до евристичного діалогу, який спрямований на складання правила-орієнтира розкриття



- Назвіть причину виникнення невизначеності  $\frac{0}{0}$ . Яким чином можна позбавитися цієї невизначеності?

- Яким чином розкривається невизначеність  $\frac{0}{0}$ ? Чому дорівнює границя дробу оберненого до дробу із завдання 7? А границя дробу, в якого степінь чисельника дорівнює степені знаменника?

- Складіть правило – орієнтир.

Обговорення результатів роботи з програмою на другій лабораторній роботі за даною темою може відбуватися за допомогою питань, наведених нижче.

- За рахунок яких перетворень можна розкрити невизначеність ?
- Яким чином розкривається невизначеність ?
- Навіщо робиться заміна змінних у границі?
- Яким чином використовуються еквівалентні нескінченно малі під час обчислення границь?
- Які для Вас нові типи невизначеностей? Які прийоми Ви винайшли для їх розкриття?
- **Доповніть правило – орієнтир, складене на попередньому занятті.**

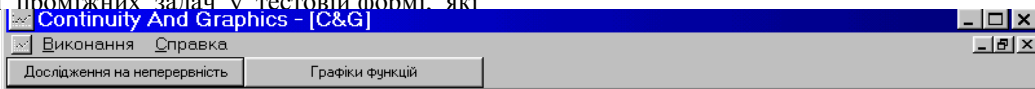
Сформувані евристичне правило-орієнтир розв’язання деякого класу задач протягом невеликого проміжку часу можна за допомогою програм з незначним розгалуженням, навіть лінійних. У відповідних програмах, які О.І.Скафа визначає як акцентовані [211], дія принципу максимального розгалуження акцентується саме на процедурі вибору ефективного шляху розв’язання, відсікання неправильних, нераціональних шляхів.

Прикладом програм такого типу є створена нами програма “Continuity and Graphics” (Додаток Ц). У Додатку Н представлена методична розробка лабораторної роботи за темою: “Неперервність функції однієї змінної” з використанням цієї програми.

Актуалізація знань студентів відбувається перед роботою з програмою: студенти колективно працюють з системою евристично-орієнтованих задач на рисунках, про що йшла мова у п. 2.2.1. У самій програмі представлені завдання за двома напрямками: дослідження функції на неперервність та побудова графіка без використання похідної. Відповідно до цього студенти при виконанні лабораторної роботи можуть працювати у двох режимах (рис. 2.22).

Оскільки завдання, які містяться в програмі, мають різний рівень складності, то студентам у процесі роботи з програмою необхідно запропонувати основні завдання та додаткові завдання. У цьому випадку студенти, які виконують основні завдання раніше за інших, залучаються до роботи з більш складними додатковими завданнями.

Самостійне дослідження (побудова графіка) кожної із запропонованих функцій передбачає виконання студентами серії проміжних задач у тестовій формі, які



○  $y = \frac{5}{2 - x}$

○  $y = \arctg \frac{1}{|x - 2|}$

○  $y = \frac{2}{x^2 - 4}$

○  $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$

відображаються і виконання по евристичні – “Виділяйте голі студентів.



4). У яких точках графік функції перетинає вісь OY?



$y = \frac{3}{\frac{1}{7x+1} + 3}$

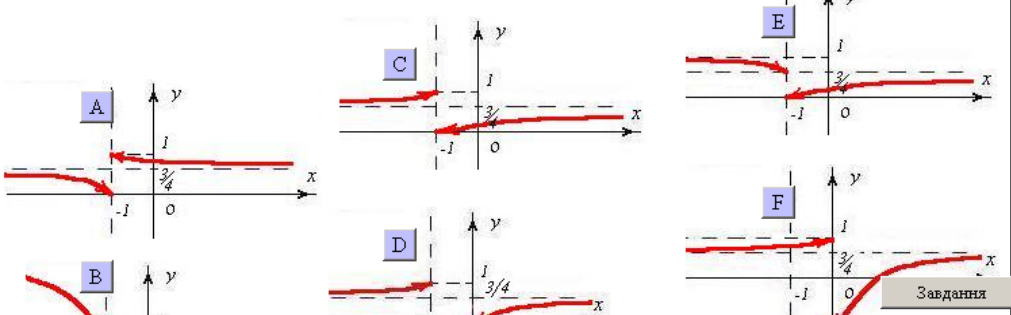
- А таких точок немає     С (0;3/4)     Е (-1;0)  
 В (3/10;0)     Д (0;3/10)     Ф інша відповідь

5). Для всіх X із області визначення ... (оберіть правильне твердження).



- А  $y > 0$      В  $y \geq 0$      С  $y < 0$      Д  $y \leq 0$      Е у- довільне число     Ф інша відповідь

6). Як виглядає графік даної функції?



Зокрема, ро прийомів – форм подання інформації. Допомога, і неправильної вказується О.С студентів: при евристичні; кож детальні евристичні

зультати мають аслідки”, умінь чних рм ппадку матики умінь ту, назви більш



Рис. 2.23

1). При яких значеннях  $x$  функція невизначена?

$y = \frac{3}{7^{\frac{1}{x}} + 3}$

А немає таких  $X$ 
 В  $x = 1$ 
 С  $x = -3$ 
 D  $x = -1$ 
 E  $x = -1, x = -3$ 
 F інша відповідь

2). Обчислити грани:

$\lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{3}{7^{\frac{1}{x}} + 3}$

$\lim_{x \rightarrow -1-0} \frac{3}{7^{\frac{1}{x}} + 3}$

Допомога!

Визначте до чого прямує  $\frac{1}{x+1}$  при  $x \rightarrow -1+0$ . Скористайтесь тим, що  $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$  та  $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$ , коли  $a > 1 (a = 7)$ .

ОК

E  $\infty$ 
 F інша відповідь

E  $\infty$ 
 F інша відповідь

Після роб запитання. гичні

1 час

Допомога Завдання

Відповідайте ще раз Дослідження функцій на неперервність

Після роб  
запитання.

гичні

1. Як

2. З ч

3. Чи

дос

4. Як ці кроки?

5. Складіть правило-орієнтир дослідження функції на неперервність, побудови графіка, врахувавши попередні міркування.

Евристична діяльність, організована таким чином сприяє аналізу, синтезу, конкретизації, систематизації, узагальненню інформації отриманої при дослідженні (побудові графіка) різних функцій, порівнянню їх схем дослідження і на цій основі складанню правила-орієнтира.

Слід запропонувати студентам самостійно сформулювати вимоги до запису відповіді у тих завданнях, де відбувається дослідження функції на неперервність.

Наявність рекомендацій до виконання лабораторної роботи (Додаток Н), які містять систему питань та евристичних орієнтирів, спрямовує діяльність студентів на отримання власних освітніх продуктів.

Домашнє завдання спрямоване на формування у студентів умінь формулювати та розв'язувати аналогічну, але більш складну задачу.

Сконструювати функції (аналогічні тим, що були розглянуті на лабораторній роботі), які містять структуру

.3 , та дослідити їх на неперервність, побудувати їх графіки.

Розв'язування даного завдання вимагає застосування студентами знань, умінь (евристичних тощо), набутих ними під час роботи з ЕДК „С&G” у інших зв'язках, ситуаціях.

Оскільки підходи до розв'язання задачі можуть істотно відрізнитися, а деякі з них студенти використовують у подальшому навчанні, то доцільною є побудова програми, яка гарантує обговорення декількох методів або способів розв'язання задачі.



Максимальне розгалуження в програмі не гарантує такої можливості, але орієнтація на “принцип ініціативи” дає можливість сконструювати переходи на гілки, які містять обговорення інших методів та підходів, відмінних від вже розглянутих. Відповідне перетворення програми називається зчепленням [211]. Зчеплення здійснюється шляхом додавання декількох порцій, які пов’язують різні основні гілки даної програми.

За таким принципом нами створена зчеплена програма “Gauss” (Додаток Ц). Методична розробка практичного заняття за розв’язанням систем лінійних рівнянь методом Гауса з використанням цієї програми представлена в Додатку П.

Систематизація знань студентів про існуючі методи розв’язання систем лінійних рівнянь з метою усвідомлення умов застосування того чи іншого методу (наприклад, студенти повинні усвідомити, що метод Гауса може бути застосований для розв’язування будь-якої системи лінійних рівнянь) відбувається в процесі колективної роботи студентів із програмою „задача-метод” [115]. Суть програми, наведеної нижче, полягає в тому, що до групи з декількох задач пропонується декілька способів їх розв’язання. Студенту необхідно обрати правильний та найраціональніший, на його погляд, спосіб розв’язання для кожної із запропонованих задач. Працюють евристики: аналіз, перебір варіантів, порівняння, аналогія та ін.

*Для кожної із систем вкажіть метод її розв’язання. Не розв’язуючи систем, зробіть припущення про кількість розв’язків.*

*а) матричний метод; б) метод Гауса; в) формули Крамера.*

A.

.3

B.

.3

C.

.3

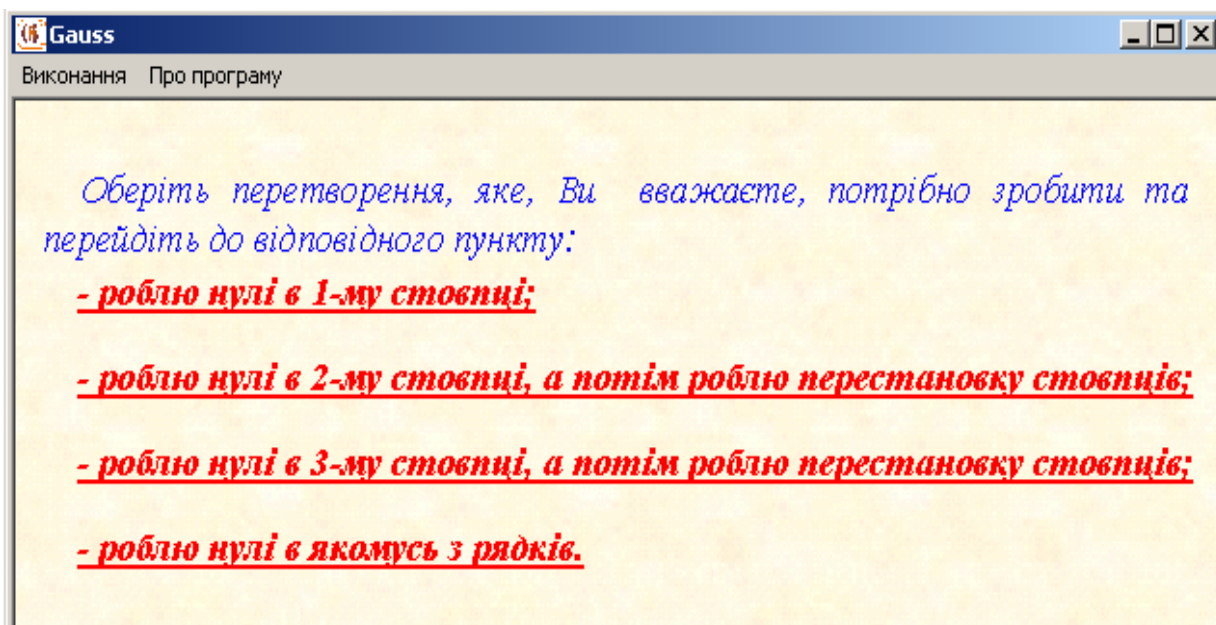
D.

.3

E.

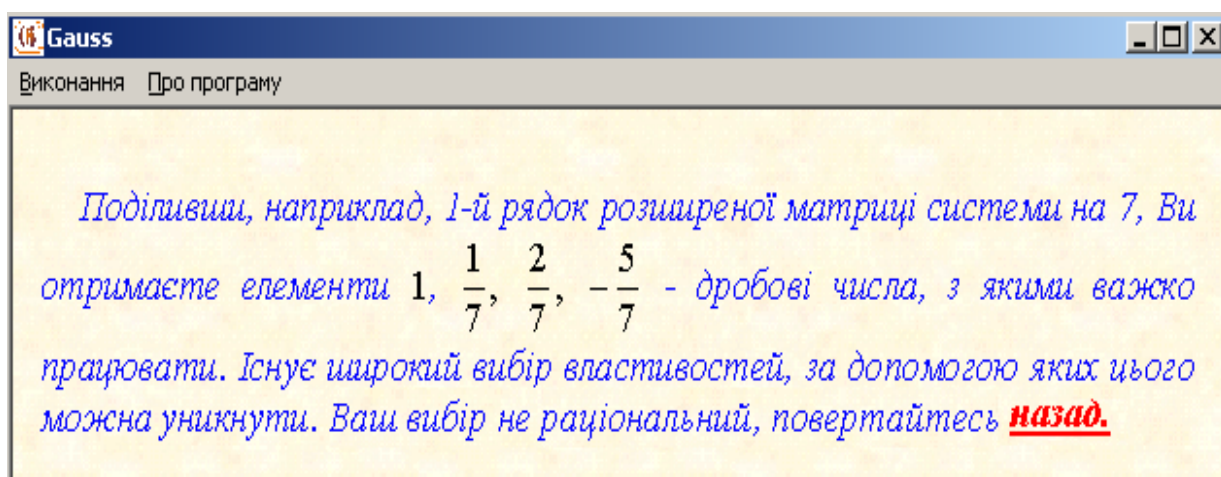
.3

Під час роботи з програмою “Gauss” користувач має можливість на кожному кроці розв’язання задачі здійснити різні перетворення матриці системи запропоновані програмою (рис. 2.25). Обрання якоїсь з гілок розв’язання (перетворення матриці) відбувається в порядку переваги, що створює умови підвищення мотивації навчання.



Відповідна  
“реакція”

програми на обрання того чи іншого розв’язання (рис. 2.26) дає можливість студентам проаналізувати свою діяльність – перевірити правильність отриманих результатів, оцінити раціональність обраного шляху, встановити можливість або неможливість здійснення конкретного перетворення, сприяє баченню декількох шляхів розв’язання.



Студент

має можливість прослідкувати різні підходи до розв’язання задачі, не обмежуючись тільки тим, який він обрав при першому циклі навчання (рис. 2.27).

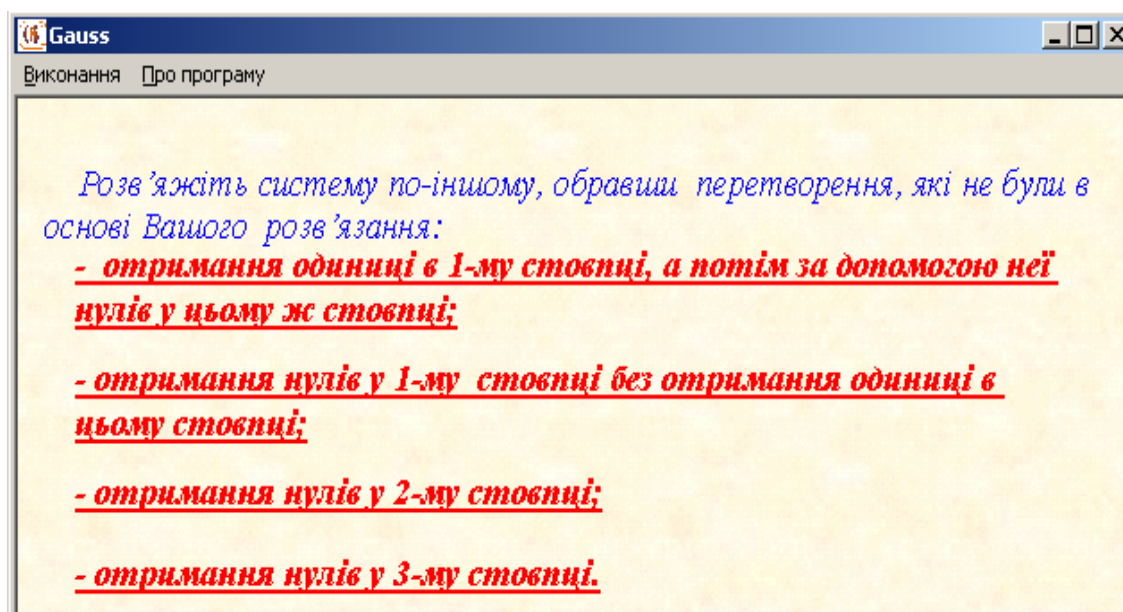


Рис. 2.27

Реалізація одного і того ж алгоритму в умовах, що змінюються, сприяє формуванню евристичних прийомів – аналіз, порівняння різних шляхів розв’язання і на цій основі обрання найкращого; перевірка результатів діяльності; підведення під поняття, виведення наслідків. Все це пов’язано з необхідністю користуватися значною кількістю понять, фактів при роботі з програмою.

Зчеплена програма “Gauss” може бути представлена не в електронному, а в друкованому вигляді (Додаток Р).

Знання та способи діяльності, набуті студентами на практичному занятті у процесі роботи з ЕДК „Gauss”, знаходять застосування під час дослідження, залучення до якого відбувається за допомогою системи евристично-орієнтованих задач, про яку йшлося в п. 2.2.1.

Запропоноване на практичному занятті за темою „Метод Гауса. Розв’язування задач” домашнє завдання спрямоване на формування у майбутніх інженерів уміння перевіряти результат розв’язання задачі, використовуючи математичні методи, що відрізняються від тих, якими була раніше розв’язана задача.

*У систему лінійних рівнянь з параметром, яку Ви розв’язували під час вивчення формул Крамера (див. п.2.2.1) підставити по чергово знайдені там значення*

та . Одержимо дві системи.

а) у випадку, коли розв’язати систему методом оберненої матриці та методом Гауса;

б) у випадку, коли розв’язати систему методом Гауса;

**в) для одержаних двох систем записати відповідні однорідні системи і розв’язати кожен з них методом Гауса.**

При розв’язанні систем методом Гауса в кожному випадку з’ясувати питання про сумісність системи.

Дане завдання вимагає застосування евристик: „варіюйте умову”, „обертайте дії”, „застосовуйте результат розв’язання попередньої задачі в наступній”.

Комп’ютерна підтримка вивчення вищої математики з використанням педагогічного програмного засобу DG дозволяє істотно знизити трудомісткість конструкторивізму в процесі розв’язання геометричних задач завдяки можливості інтерактивної побудови геометричних об’єктів, інтерактивного маніпулювання ними з динамічним відображенням результатів, вимірювання їх характеристик.

Наприклад, у програмі DG - 100.DGF (Додаток Р) розглянемо наступне завдання:

За да

визначи

Кут

із точок

Дотичн

та CF)

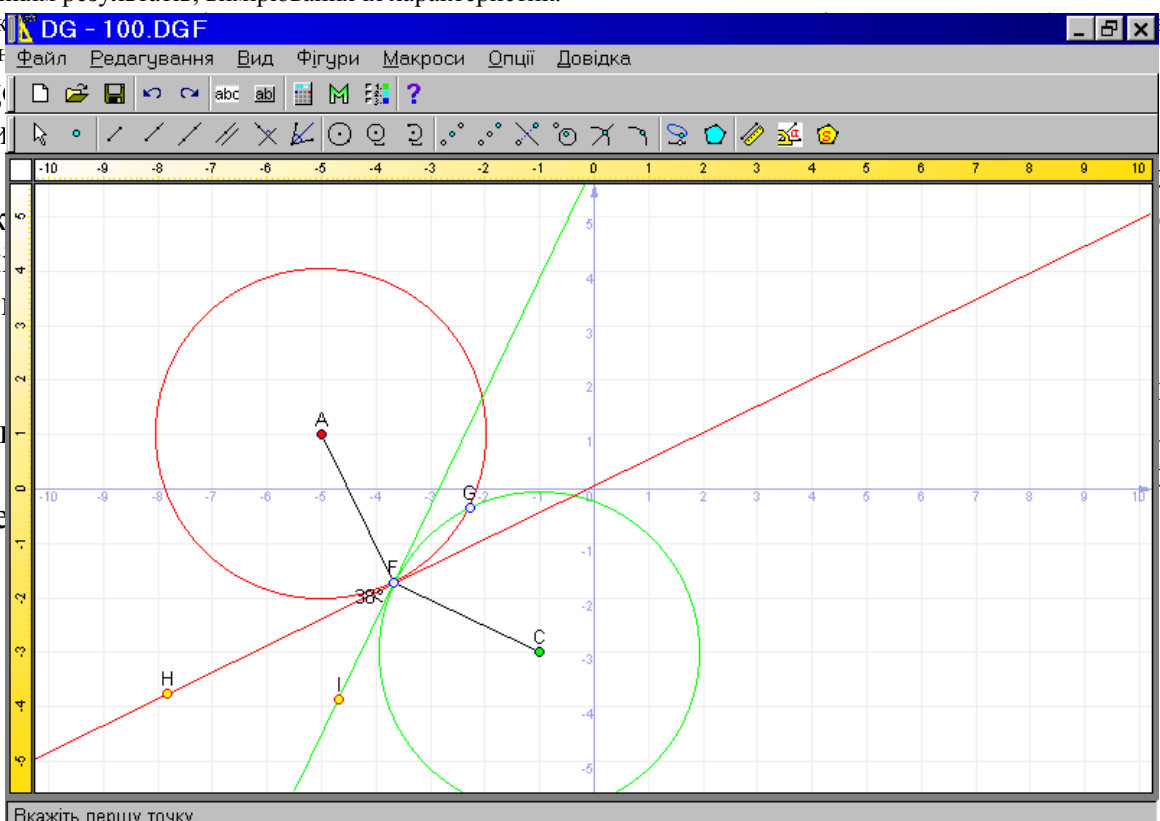
прямої,

Для

пряму

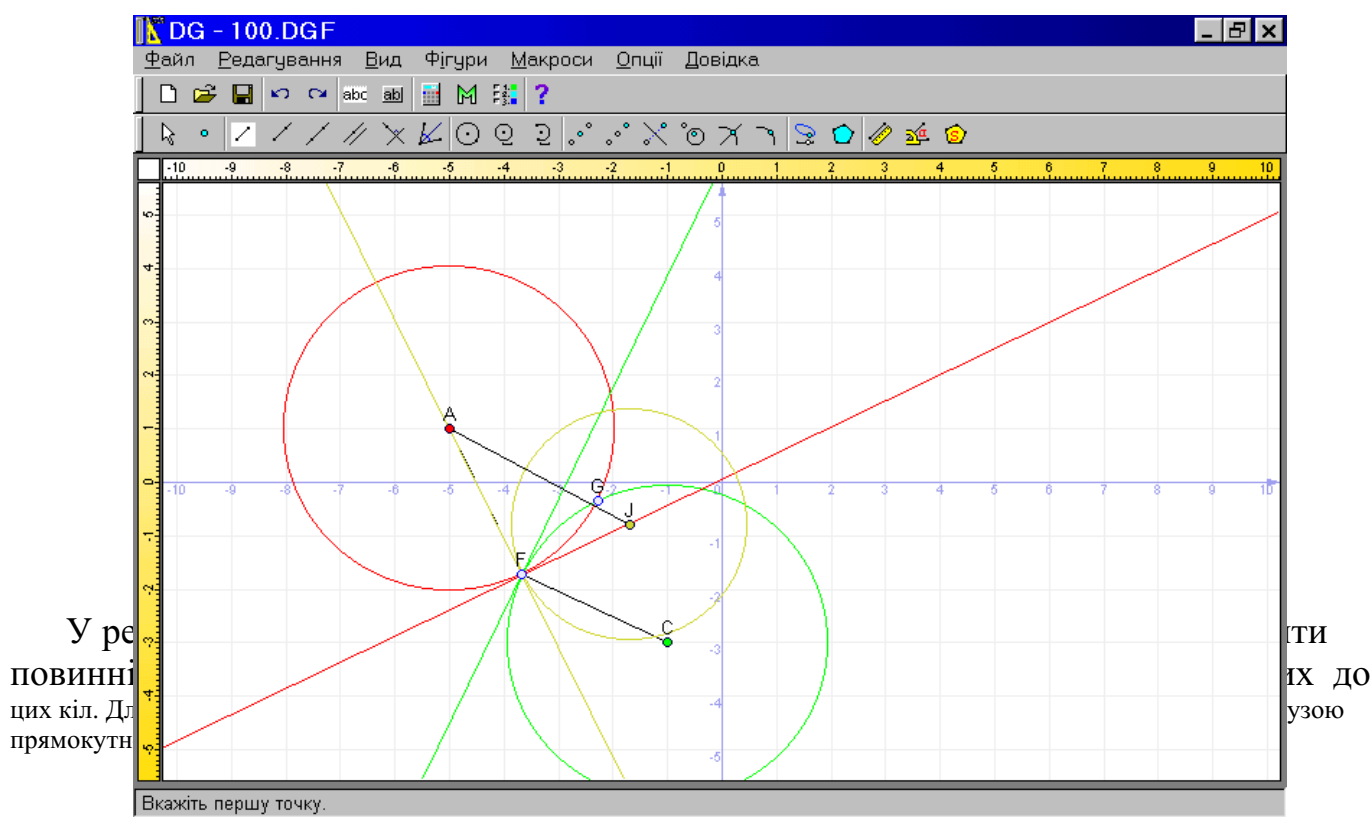
2.17, та

проведе



одній  
ами).  
(AF  
кола,  
и  
рис.  
ю,

Рис. 2.28



У ре  
ПОВИННІ  
цих кіл. Дл  
прямокутн

ТИ  
ІХ ДО  
узую

– відстань між центрами кіл та .

Перед виконанням завдання доцільно студентам запропонувати розв'язати задачу:

Під впливом деякої сили точка  $M$  рухалась по колу . Дія сили припинилась у той момент, коли точка  $M$  співпала з точкою  $A(2;1)$ . Визначити траєкторію, по якій точка рухалась далі.

Актуалізація знань студентів про дотичну, радіус, їх рівняння, властивості, яка відбувається під час розв'язання цієї задачі, є необхідною умовою самостійного виконання завдання на визначення умови перпендикулярності двох довільних кіл.

Самостійна робота вимагає різного рівня допомоги студентам. Студентам у разі виникнення труднощів може бути запропонована евристична схема: 1) запишіть математичною мовою, що дано та що знайти; 2) побудуйте два довільних кола та визначте кут між ними, як кут між дотичними, проведеними в одній із точок дотику; 3) на тому ж рисунку побудуйте два перпендикулярних кола, враховуючи досвід попереднього етапу (Яка особливість у розташуванні центрів цих кіл?); 4) шукану умову знаходьте із прямокутного трикутника. Така допомога відповідає середньому рівню розвитку евристичних умінь. Низький рівень вимагає пояснень до кожного пункту: 1) введіть позначення для центрів, радіусів кіл, запишіть їх рівняння; 2) дотичні необхідно проводити як прямі, перпендикулярні до радіусів кіл; 3) на тому ж рисунку розглядайте дві перпендикулярні прямі – одна з яких Вами побудована як

дотична до одного з кіл, іншу побудуйте; “підбирайте” коло так, щоб проведена пряма була дотичною до нього, проведеною в точку перетину кіл; 4) з’єднайте центри кіл; використайте теорему Піфагора.

Евристична діяльність студентів, організована з використанням пакета DG, сприятиме формуванню евристичних прийомів – “експериментуйте”, “поділяйте на випадки”, “робіть додаткові побудови”, “розв’язуйте на рисунку”, “розв’язуйте з кінця”, “формулюйте еквівалентну проблему”. Особливого значення при цьому набуває вміння студентів планувати експеримент – “складати низку проміжних задач”.

ППЗ “GRAN1”, “GRAN2D”, “GRAN3D” виступають засобами візуалізації задачі та її розв’язання, які роблять діалог студента та викладача більш доступним та евристичним. Використання цих програм у більшості випадків дає можливість зробити розв’язання задач більш легким та доступним, завдяки простому розгляданню рисунків, графіків.

Розглянемо використання програми “GRAN1” на лабораторній роботі за темою: “Дослідження функцій та побудова їх графіків” (Додаток С). У даному випадку ця програма виступає засобом дослідження моделі та сприяє формуванню професійно-орієнтованої евристичної діяльності майбутніх інженерів.

Методичною концепцією побудови професійно-орієнтованої технології навчання математики, як зазначає В.І. Ключко [81], є наявність задач, розв’язування яких обумовлює використання математичних моделей. Проблема оволодіння студентами вмінням переведення знань із логіки науки у логіку розв’язування практичних задач у рамках ІКТ розв’язується шляхом використання задачного підходу до навчання.

Дослідження моделі, в якій представлена вся накопичена інформація про об’єкт, дозволяє спрогнозувати раніше невідомі особливості функціонування об’єкта та використати нові можливості або навпаки підправити модель. У зв’язку з цим, для дослідження студентам може бути запропонована така модель.

Висота частини вертикального струменя фонтану наближено виражається формулою  $h(H) = \frac{H^2}{4d^2}$ , де  $H$  – величина напору води у насадку (в метрах водяного стовпа),  $d$  – коефіцієнт, який визначається діаметром  $d$  (мм) вихідного перерізу насадка [146].

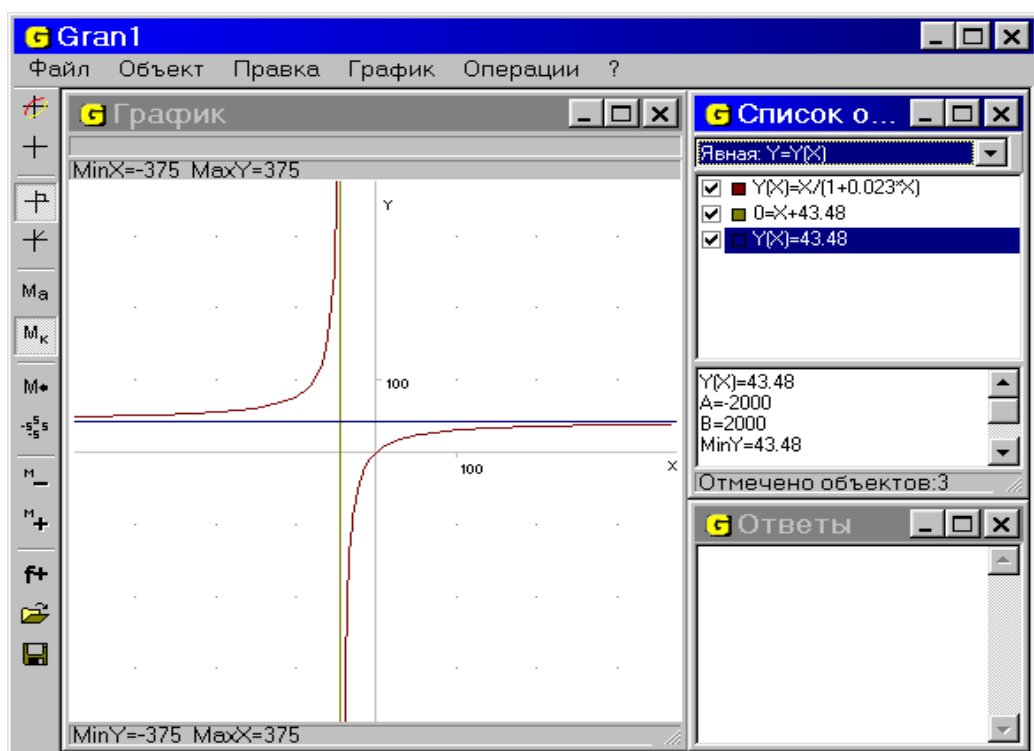
Завдання полягає в побудові графіків залежності  $h(H)$  при різних значеннях  $d$ :  $d_1 = 0,023$ ,  $d_2 = 0,009$ ,  $d_3 = 0,004$ ; дослідженні поведінки відповідних функцій, їх порівнянні; інтерпретації отриманих результатів дослідження.

Доцільно при побудові графіків за допомогою ППЗ GRAN1 (ОБ’ЄКТ СТВОРИТИ EMBED Equation.3

, при  $d_1 = 0,023$  ГРАФІК ПОБУДУВАТИ) (рис. 2.30) розглядати різні значення  $H$ , не враховуючи зміст задачі. Це вимагає від студентів вибору масштабу при якому добре спостерігається

поведінка функції біля точки, де  $h(H) = 0$ , тобто додаткового дослідження. Питання викладача “До чого прямує функція біля цієї точки?”, “До чого “притуляється” графік функції?” спонукає студентів до побудови

прямої  $Y = 43.48$  (при  $d_1 = 0,023$   $H = -43,48$ , тобто СПИСОК ОБ’ЄКТІВ 3 НЕЯВНА 3  $x + 43,48 = 0$ ), яку вони повинні визначити як вертикальну асимптоту (рис. 2.30).



Аналіз поведінки функції вимагає від студентів відповіді на запитання: “Що відбувається, коли абсолютне значення аргументу функції зростає: функція повільно прямує до нескінченності, а може до якогось числа?”. Студентам необхідно цю

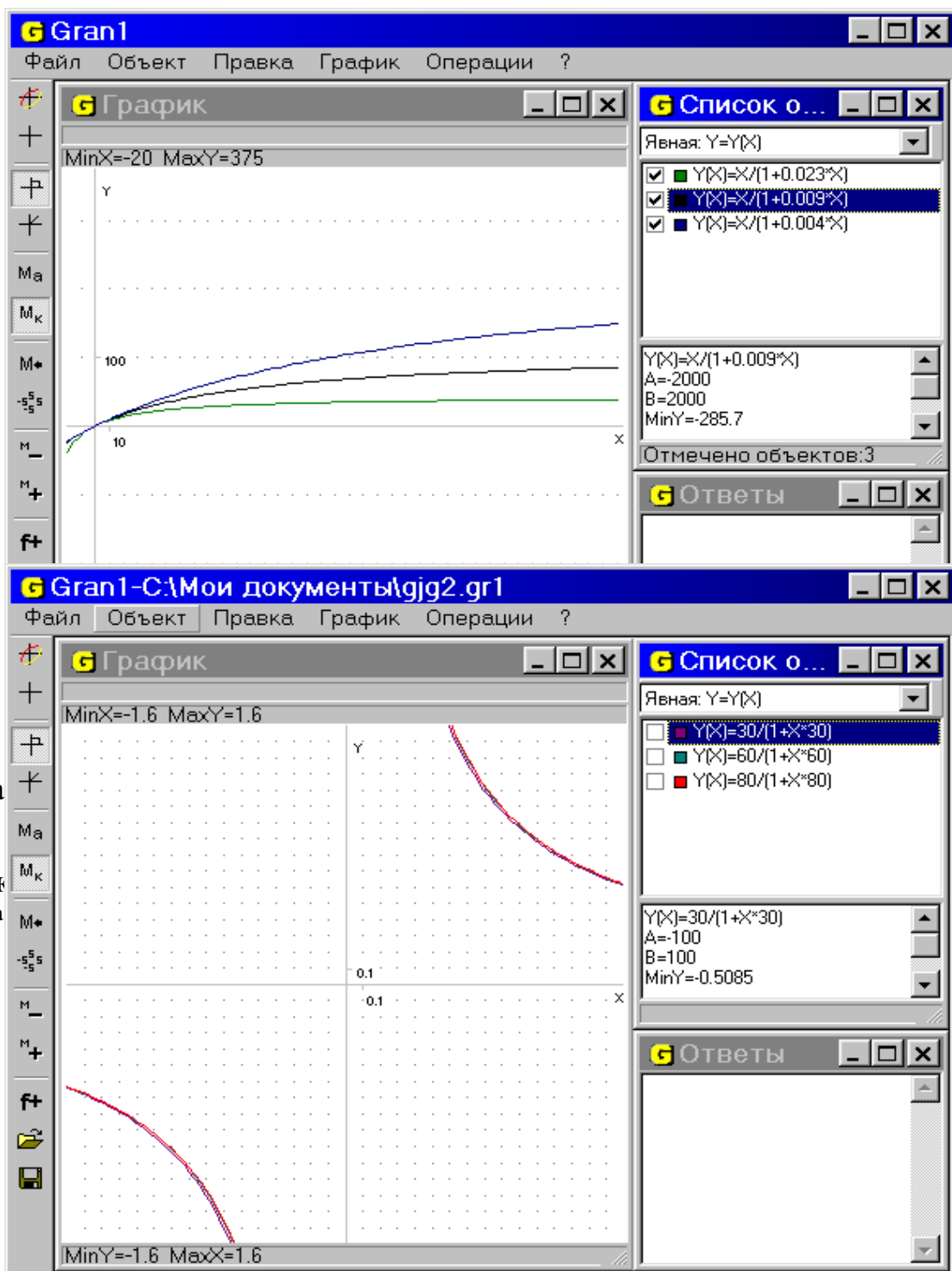
задачу переформулювати математичною мовою, тобто

-?. Значення цієї

границі вказує на існування горизонтальної асимптоти (при  $\alpha=0,023$   $h(x)=43,48$ ) (Рис 2.30).

При  $\alpha=0,009$  та  $\alpha=0,004$  студенти самостійно виконують завдання, проводячи аналогічне дослідження.

Для інтерпретації результатів порівняння отриманих залежностей необхідною є побудова графіків залежностей при різних значеннях  $\alpha$ , з урахуванням того, що за змістом задачі  $h$  обмежено відрізком  $[0; H]$  (рис. 2.31). Аналізуючи отримане зображення студенти повинні зробити висновок, що висота струменя на визначеному відрізку зростає при збільшенні величини напору, при зменшенні значення  $\alpha$  (при однакових значеннях величини напору), висота безперервної частини вертикального струменя фонтану зростає до  $H$ .



Самостійно

поведінки

(рис. 2.30)

$\alpha=0,009$ ;

$\alpha=0,004$ ;

приводи

ситуації

зображе

рис. 2.32

висота

3 майж

тобто висота

й аналіз

функції  $h$

при  $H$

80;

ть до

ній на

нні 0,3

нні 0,4

Рис. 2.32

Після дослідження функції  $f(x)$ , студенти виконують індивідуальне завдання, яке полягає в дослідженні та побудові графіка функції за допомогою похідної та перевірки правильності накресленого графіка за допомогою GRAN1. Творча частина передбачає зміну заданої функції з метою отримання нової функції із заданими властивостями на визначеному проміжку.

Проведіть дослідження та побудуйте графік функції  $f(x)$ . Сконструуйте аналітичний вираз функції на основі заданої, яка на проміжку  $[a; b]$  має такі властивості: для  $x \in [a; c]$  функція зростає, для  $x \in [c; b]$

- спадає;

Навіть, якщо студенти спочатку скористаються комп'ютерною програмою для побудови графіка, для виконання наступної частини завдання необхідними для них будуть – інтерпретація графічного зображення, усвідомлення властивостей заданої функції, аналітичне відображення властивостей функції, що вимагатиме відповідної діяльності, виконання деяких кроків алгоритму.

Під час виконання творчої частини завдання відбувається активізація евристичної діяльності студентів. Досвід діяльності, набутий при виконанні попереднього завдання, допомагає розв'язати поставлену проблему. Студентам необхідно перейти до рівносильної задачі, в якій присутній параметр  $a$ , а саме, нова функція може мати вигляд:

$f(x) = a \cdot g(x)$  або  $f(x) = a \cdot h(x)$  або  $f(x) = a \cdot k(x)$  та ін. і залежно від параметра  $a$  мати різні властивості. Надаючи параметру різних значень, тобто розглядаючи різні випадки, необхідно спостерігати за поведінкою функцій, порівнювати графіки функцій, аналізувати графічні дані, інтерпретувати їх, для визначення в якому саме напрямку потрібно змінювати параметр. Важливими при цьому є евристичні прийоми – “обертайте дії”, “розв'яжіть з кінця”. Доцільною є порада студентам намагатися спрогнозувати поведінку функції при зміні параметра, не будуючи її графіка, виходячи лише із аналітичного виразу та знання властивостей вихідної функції. Виконуючи такі дії в даному випадку студентом повинно бути встановлено, що функція, яку необхідно

сконструювати, використовуючи дану, має вигляд  $f(x) = a \cdot g(x)$ .

Математичний пакет Mathcad розширює та поглиблює вивчення та розуміння майбутніми інженерами математичних методів, надає їм можливість всебічно досліджувати нові об'єкти, виділяти загальні закономірності, формулювати узагальнюючі твердження на основі власних спостережень. Це вказує на доцільність використання даного пакету під час формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів.

Методична розробка лабораторної роботи за темою: “Локальні екстремуми функції багатьох змінних”, наведена у Додатку Т, передбачає використання комп'ютерної програми Mathcad під час побудови графіків, ліній рівня функцій багатьох змінних; у процесі розв'язання задач на дослідження функції багатьох змінних на екстремум, прикладних задач тощо.

Побудувавши за допомогою програми графік та лінії рівня функції двох змінних, студенти повинні проаналізувати, порівняти отримані на наведеному нижче фрагменті робочого документу Mathcad зображення та з'ясувати, як виглядають графік та лінії рівня функції, яка має локальні екстремуми, набуває постійних значень, має седлову точку.

Використання висновків, отриманих під час такої діяльності, а також здійснення дій за аналогією допоможе студентам у процесі виконання завдань лабораторної роботи визначати властивості функції за зображенням ліній рівня, зображувати лінії рівня за виглядом графіка функції.

Для виконання дослідження на локальний екстремум студентам дана функція:

. Використовуючи інструкцію (Додаток Т), за допомогою пакету Mathcad необхідно знайти вирази для часткових похідних функції  $f$ , розв'язати систему рівнянь для знаходження стаціонарних точок функції, визначити значення частинних похідних другого порядку в стаціонарних точках. Відповідний фрагмент робочого документу Mathcad (при дослідженні однієї з стаціонарних точок) повинен мати вигляд:



Використання евристичних прийомів узагальнення, конкретизації, порівняння, формулювання проміжних задач у процесі евристичного діалогу після роботи з програмою надасть змогу відповісти студентам на запитання.

- Чи отримали Ви відповідь до завдання за допомогою Mathcad?
- Який алгоритм розв'язання даної задачі?
- Що Ви змогли визначити за допомогою програми?
- Які дії для розв'язання задачі Ви виконували самостійно, на яких кроках алгоритму?
- Чи вважаєте Ви, що дана програма повністю реалізує алгоритм знаходження локального екстремуму функції багатьох змінних?

Студенти повинні усвідомити, що даний програмний засіб дає змогу розв'язати тільки проміжні задачі – для формулювання відповіді необхідна інтерпретація отриманих результатів, їх зіставлення з теоретичними фактами. Крім того для

визначення стаціонарних точок необхідно знати наближений розв'язок відповідної системи (точку із околу стаціонарної точки), тобто вміти інтерпретувати графічну інформацію, отриману під час побудови ліній рівня за допомогою програми.

Під час самостійної роботи студентів, яка полягає в розв'язанні прикладної задачі ( Канал, який підводить воду до турбіни, має в перерізі рівнобічну трапецію, площа якої дорівнює 4. Визначити глибину каналу та кут укосу так, щоб периметр змочений водою був найменшим) відбувається формування умінь моделювати та використовувати

математичний пакет Mathcad для дослідження отриманої моделі.

(L –змочений

периметр, h – глибина) є моделлю, яку студентам необхідно отримати за умовою та дослідити на локальний екстремум.

Таким чином, тільки поєднання традиційного навчання з використанням ІКТ надасть можливість сформувати професійно орієнтованого фахівця, який зможе використовувати набуті евристичні уміння при розв'язанні технічних задач.

### 2.3. Експериментальна перевірка результатів дослідження

Перевірка ефективності розробленої методичної системи здійснювалась з метою обґрунтування гіпотези сформульованої в дослідженні щодо формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ. Протягом п'яти років (2000–2005), під час констатуючого, пошукового, формуючого експериментів систематично аналізувались отримані результати, вносились корективи, вдосконалювалась методика.

Експеримент проводився серед студентів першого, другого курсів технічних ВНЗ: Автомобільно-дорожнього інституту ДонНТУ м. Горлівки, Української інженерно-педагогічної академії м. Харкова, Донецького національного технічного університету, Полтавського університету споживчої кооперації, Донецького державного університету економіки і торгівлі ім. Туган-Барановського, Металургійного технікуму м. Макіївки, Донбаської національної академії будівництва і архітектури, Дніпродзержинського державного технічного університету. У ньому прийняли участь близько 1000 студентів.

На першому (констатуючому) етапі (2000-2002 рр.) був визначений зміст нульової контрольної роботи (Додаток У), яка проводилась із студентами перших курсів на першому практичному занятті з вищої математики для виявлення рівня оволодіння ними евристичними умінями. Як зазначалося вище, формуванню евристичних умінь учнів основної та старшої школи дослідниками приділяється значна увага. Однак із-за відсутності масового впровадження результатів досліджень більшість першокурсників на початку навчання мають низький рівень розвитку евристичних умінь, про що свідчать результати, наведені у таб.2.5.

Таблиця 2.5

Результати нульової контрольної роботи

<b>Завдання</b>	1	2а)	2б)	2в)	3
Кількість студентів, які виконали завдання (%)	37%	29%	20%	18%	10%

На цьому етапі проводилося анкетування викладачів з метою з'ясування стану проблеми у вузівській практиці (Додаток Ф). Проводились бесіди з студентами, неодноразово відвідувались практичні заняття з вищої математики, які проводили різні викладачі. Ці методи дослідження дозволили зробити висновок про те, що формуванню професійно-орієнтованої евристичної діяльності не приділяється достатньо уваги – відсутня систематичність у формуванні евристичних умінь студентів; необхідним є прищеплювання студентам загальних та спеціальних евристичних прийомів діяльності через використання спеціальних засобів організації та управління навчально-пізнавальної евристичної діяльності студентів. У зв'язку з цим була сформульована гіпотеза про доцільність проектування теоретичної моделі експериментальної методичної системи навчання.

Під час другого (пошукового) етапу (2002-2004 рр.) були визначені теоретичні основи побудови моделі методичної системи. Відбір тем курсу вищої математики, пошук методів та форм навчання, засобів навчання, в тому числі комп'ютерних, були спрямовані на те, щоб виділити такі, які сприяють формуванню професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики.

Використання розроблених на цьому етапі пробних евристично-орієнтованих систем задач, пробних версій комп'ютерних навчальних програм, показало, що більшість студентів не володіють прийомами евристичної діяльності, не використовують алгоритмічні та евристичні приписи, правила-орієнтири. Це підтвердило доцільність врахування теоретичних основ формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів у процесі побудови конкретних елементів експериментальної методичної системи, які перевірялися у формуючому експерименті.

Формуючий експеримент був спрямований на апробацію, уточнення та впровадження розробленої нами методики навчання. Він дозволив уточнити вибір методів, форм і засобів навчання в процесі організації елементів професійно-

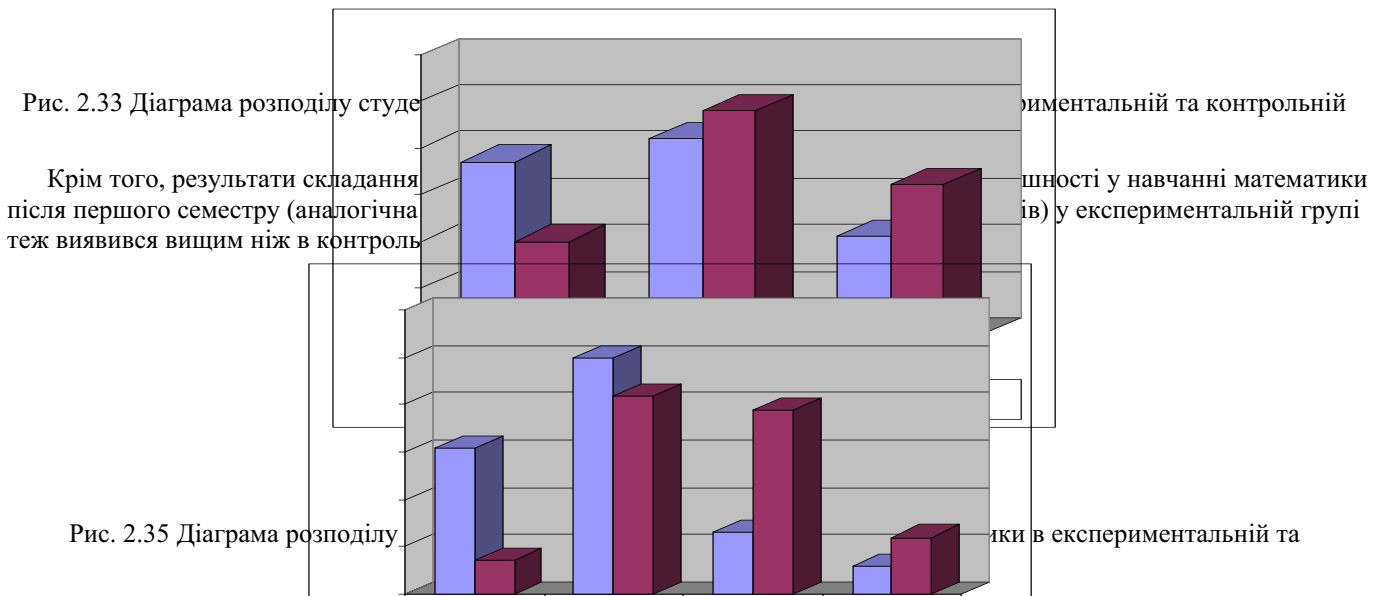
орієнтованої евристичної діяльності під час вивчення тем курсу математики для технічних ВНЗ.

Методом випадкового відбору із студентів першого курсу технічних ВНЗ було складено дві групи студентів з однаковою кількістю людей – 474. Експериментальна група (Е) навчалася за розробленою методикою, контрольна (К) – за традиційною. До початку експерименту різниця між групами Е та К не є статистично значущою. Порівняння початкового стану проводилось за результатами нульової контрольної роботи: мода рівня розвитку евристичних умінь студентів у обох групах є низькою.

Порівняння ефективності навчання під час формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів груп Е та К проводилося за наступними показниками: 1) за результатами засвоєння матеріалу курсу вищої математики для технічних ВНЗ; 2) за результатами проходження виробничої практики та виконання дипломних проектів.

Пошуковий експеримент дозволив виділити три рівні сформованості евристичних умінь студентів, які відповідають рівням розвитку професійно-орієнтованої евристичної діяльності. На етапі формуючого експерименту був виявлений вплив запропонованої методики на формування та розвиток цих рівнів.

Результати письмової роботи (Додаток У), яка була проведена наприкінці першого семестру навчання у групах Е та К, показали, що в процесі навчання відбувається перерозподіл рівнів розвитку евристичних умінь. Результати показали, що рівень сформованості евристичних умінь у експериментальній групі виявився вищими, ніж у контрольній, що відображено на діаграмі (рис.2.33 )



Результати виконання письмової роботи, наведені в таблиці 2.6, використаємо для перевірки нульової гіпотези про відсутність впливу запропонованої методичної системи на рівень сформованості евристичних умінь студентів. Відмінності результатів, що спостерігаються, при цьому вважаються випадковими. Оскільки вибірки студентів у нашому дослідженні є випадковими та незалежними, властивість, яка вимірюється (сформованість евристичних умінь), має неперервний розподіл та виміряна за шкалою порядку з трьома категоріями (низький, середній, високий), то

можливим є застосування двостороннього критерію

Таблиця 2.6

### Порівняння рівня розвитку евристичних умінь студентів експериментальної та контрольної груп за результатами виконання контрольних робіт

Письмова робота	Рівень			
	Вибірка	Низький	Середній	Високий
1-й семестр	Експериментальна група,			
	Контрольна група,			

2-й семестр	Експериментальна група,			
	Контрольна група,			
3-й семестр	Експериментальна група,			
	Контрольна група,			

Значення статистики критерію Т обчислюємо за формулою  $T = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{f_i^2}{n_i}}$ , де

$f_i$  – кількість студентів у експериментальній та контрольній групах відповідно,  $n_i$  – кількість студентів експериментальної (контрольної) групи, які опинилися в категорії  $i$  ( $i=1,2,3$ ) за станом властивості, що вивчається.

За відповідною статистичною таблицею для критичних значень статистик, які мають розподіл  $\chi^2$ , встановлюємо, що для рівня значущості  $\alpha$  та числа ступенів вільності  $\nu$  значення  $\chi^2_{\alpha, \nu}$ . За

результатами письмової роботи (39,41 > 5,99), що є основою для відхилення нульової гіпотези на користь альтернативної про вплив методичної системи на розвиток евристичних умінь студентів технічних ВНЗ.

Обробка результатів письмових робіт, які були проведені наприкінці другого та третього семестру (таблиця 2.6), дала підставу для ствердження аналогічного висновку про вплив методичної системи на розвиток евристичних умінь

студентів технічних ВНЗ, оскільки для цих письмових робіт відповідно (73,93 > 5,99) та (115,65 > 5,99).

Анкетування (Додаток X), яке проводилося зі студентами четвертих, п'ятих курсів, під час їх виробничої практики, а також бесіди з керівниками виробничої практики дозволили дійти до висновку, що більшість студентів, які навчалися вищої математики за експериментальною методикою, у процесі розв'язання поставлених задач:

- широко застосовували евристичні прийоми;
- успішно використовували математичний апарат;
- користувалися значною кількістю джерел, завдяки чому підійшли до проблеми з різних боків;
- запропонували цікаві інтерпретації, обґрунтування значущості отриманих результатів;
- намагалися знайти найбільш раціональне розв'язання.

У порівнянні зі студентами контрольної групи вони виявили більш варіативний, більш критичний характер мислення; досить вільно вступають у дискусії, можуть строго та послідовно обґрунтувати свою точку зору; характеризуються більш стійким інтересом до навчання та майбутньої професійної діяльності.

Під час формуючого експерименту групою експертів, яку склали члени комісії із захисту дипломів, було проаналізовано дипломні роботи студентів спеціальності "Автомобільний транспорт" Автомобільно-дорожнього інституту ДонНТУ (Серед них були як студенти групи К так і студенти групи Е.). На основі аналізу робіт та результатів їх захисту, експерти в карті оцінки евристичних умінь студента (наведена нижче), евристичні уміння оцінили за дев'ятибальною шкалою.

## КАРТА ОЦІНКИ ЕВРИСТИЧНИХ УМІНЬ СТУДЕНТА

1. Дата заповнення (число, місяць, рік) \_\_\_\_\_
2. Прізвище, ім'я, по батькові студента \_\_\_\_\_
3. Назва дипломної роботи \_\_\_\_\_

Оскільки у даному випадку використовується шкала порядку, то можливим є застосування такої характеристики як медіана для оцінки рівня розвитку евристичних умінь студентів експериментальної та контрольної груп. Найбільш характерні фрагменти результатів експертної оцінки евристичних умінь студентів представлені в таблиці 2.7. Вони свідчать про значну різницю між оцінками розвитку евристичних умінь студентів експериментальної та контрольної груп.

Таблиця 2.7

Експертна оцінка розвитку евристичних умінь студентів спеціальності “Автомобільний транспорт”

№ п/п	Евристичні уміння	Рівень розвитку умінь (медіана)		
		Група К		Група Е
1.	Виявляти в умові задачі істотне та неістотне для її розв'язання	4		8
<b>4. Евристичні уміння</b>		<b>Рівень розвитку умінь</b>		
		<b>Низький</b>	<b>Середній</b>	<b>Високий</b>
	- підводити задачу під певний тип;	1 2 3	4 5 6	7 8 9
	- виявляти схожі за змістом задачі;	1 2 3	4 5 6	7 8 9
2.	Виявляти приховану інформацію	2		7
3.	Обирати ефективний зручний запис подання інформації (Додаток А).	5		9
4.	Формулювати еквівалентну задачу на основі виявленої властивості	4		8
6.	Надавати граничні значення об'єктам, умовам	3		7
7.	Висувати гіпотези щодо розв'язання	4		8
8.	Доводити, спростовувати гіпотези	2		7
9.	Переформулювати цілі, питання задачі у загальному вигляді	3		8
10.	Перевіряти правильність виконаних дій	2		7
11.	Співвідносити кроки пошуку розв'язання між собою та з питаннями задачі	3		6
12.	Встановлювати недоліки розв'язання	3		8
13.	Оцінювати економічність, естетичність, раціональність, розв'язання	4		9
14.	Виконувати рефлексивні дії	3		7

Таким чином, підвищення рівня сформованості евристичних умінь та рівня математичної підготовки у студентів експериментальної групи у порівнянні зі студентами контрольної групи, змінення професійних мотивів студентів експериментальної групи у позитивному напрямку свідчить про ефективність запропонованої методики формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ.

## 2.4 Висновки до розділу 2

У другому розділі побудована методична система формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних вищих навчальних закладів на практичних заняттях з вищої математики, яка передбачає:

- систематичне використання систем евристично-орієнтованих завдань з вищої математики;
- доповнення системи традиційних методів навчання евристичними прийомами та методами;
- впровадження колективної, групової, парної, індивідуальної форм навчання під час проведення семінарів, практичних, лабораторних робіт;
- введення поряд з традиційними засобами навчання інформаційно-комунікаційних технологій у вигляді методичних розробок практичних занять та лабораторних робіт з вищої математики з використанням програмних засобів Gran1, DG, Mathcad та розроблених нами евристико-дидактичних конструкцій “Limit”, “C&G”, “Gauss”, евристичний тренажер за темою „Функції та їх властивості”, які забезпечують управління та корекцію навчально-пізнавальної евристичної діяльності студентів;
- введення поряд з традиційними формами організації контролю та корекції результатів навчання різнорівневого контролю знань для виявлення кожного із запропонованих нами рівнів сформованості евристичних умінь студентів.

Дана методична система пройшла експериментальну перевірку, яка довела достовірність висунутої гіпотези. Основні результати другого розділу опубліковано в роботах [110, 112, 113, 119, 120, 123, 124].

## ВИСНОВКИ

Цінність вищої освіти залежить від того, наскільки підготовка кожного окремого спеціаліста відповідає виробничій практиці, запитам суспільства, потребам особистості майбутнього фахівця, орієнтує його на постійний розвиток та поповнення своїх знань.

На шляху інтеграції освіти України до Європейського освітнього простору особливої уваги набуває визначення можливостей її удосконалення на новому етапі. Впровадження сучасних методичних підходів при цьому повинно бути спрямоване на забезпечення цінності вищої освіти для українського суспільства. Проведене дисертаційне дослідження скеровує на вирішення таких завдань, що підтверджує його актуальність.

Відповідно до поставлених цілей і завданням, у дослідженні:

- проаналізовано психолого-педагогічну і методичну літературу з обраної проблеми;
- обґрунтовано психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь майбутніх інженерів, зокрема експериментально підтверджена

- доцільність впровадження евристичного навчання;
- розроблено і науково обґрунтовано методичну систему формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ на практичних заняттях з вищої математики в умовах евристичного навчання на основі глибокого вивчення наукових засад інженерної діяльності, дослідження винахідницького аспекту евристики;
  - сформульовано методичні вимоги до визначення цілей навчання та змісту навчального матеріалу, вибору методів, організаційних форм та засобів навчання, які сприяють формуванню та розвитку професійно-орієнтованої евристичної діяльності майбутніх інженерів;
  - визначено роль евристичних прийомів у формуванні професійно-орієнтованої евристичної діяльності і на цій основі вказано шляхи та способи формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності майбутніх інженерів у процесі навчання вищої математики;
  - сконструйовано технології використання програмних педагогічних засобів, професійних математичних пакетів, а також, розроблених автором евристико-дидактичних конструкцій (у вигляді систем евристично орієнтованих завдань з вищої математики та евристичних комп'ютерних програм) на практичних заняттях з вищої математики;
  - проведено педагогічний експеримент, який цілком підтвердив гіпотезу дослідження і свідчить про вирішення однієї з актуальних проблем методики навчання математики – формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності в процесі вивчення математики на практичних заняттях.

На підставі результатів проведеного нами дослідження ми дійшли до таких висновків:

1. Характерні особливості професійної діяльності інженера, зокрема орієнтація сучасних інженерних технологій на універсальні принципи і закономірності, вимагають формування евристичної складової діяльності майбутнього інженера.

2. Методична система формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ спрямована на формування системи евристичних умінь, які сприятимуть проходженню майбутніми фахівцями всіх етапів розв'язання технічної проблеми, а саме, сприятимуть здійсненню інтерпретації умови задачі, постановки задачі, складанню плану розв'язання задачі, здійсненню плану розв'язання задачі, аналізу отриманого розв'язку.

3. Методична система формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ орієнтує майбутнього спеціаліста на самоосвітню діяльність, побудову власної освітньої траєкторії під час набування навичок професійної діяльності на практичних заняттях з вищої математики; ця система може бути ефективно реалізована в умовах модульно-рейтингової системи навчання та оцінювання знань.

4. Формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності передбачає одержання студентами творчої продукції без погіршення рівня сформованості базових знань і умінь з вищої математики, сприяє підвищенню цього рівня і якості професійної підготовки майбутнього інженера. Окрім цього, помітні позитивні

новоутворення в психічній діяльності студентів, зокрема інтелектуальній і творчій.

5. Систематичне, цілеспрямоване формування евристичних прийомів, які складають основу формування евристичних умінь майбутніх інженерів, професійно-орієнтованої евристичної діяльності тощо, дозволяє не тільки підвищити рівень математичної підготовки студентів, а й якість їх підготовки з спеціальних дисциплін

6. Істотними передумовами, що сприяють формуванню евристичних умінь майбутніх інженерів під час навчання вищої математики на практичних заняттях є:

- реалізація системного, комплексного, діяльнісного підходів до навчання;
- реалізація евристичного навчання, яке надає можливість найбільш ефективно використати переваги різних напрямків процесу навчання під час формування досвіду професійної діяльності майбутніх фахівців на практичних заняттях з вищої математики;
- дотримання принципів педагогіки співпраці, зокрема застосування викладачем діалогу: студент-студент, викладач-студент; використання комунікативних форм навчання на практичних, лабораторних роботах із застосуванням ІКТ;
- орієнтація студентів на самостійну роботу, формування в них потреби вивчати спеціальну літературу;
- забезпечення колективної, групової, та індивідуальної роботи студентів на практичних заняттях з вищої математики, що створює умови для формування індивідуального стилю евристичної діяльності студентів;
- цілеспрямоване формування алгоритмічних і евристичних прийомів розумової діяльності.

7. Залучення студентів до самостійної евристичної діяльності на практичному занятті сприятиме активізації такої діяльності під час виконання домашніх завдань.

8. Оскільки формування евристичних умінь найбільш ефективно відбувається в процесі залучення студентів до навчально-пізнавальної евристичної діяльності, то рівень їх сформованості детермінується особливостями її організації та управління. Це обумовлює використання систем евристично-орієнтованих завдань з вищої математики, інформаційно-комунікаційних технологій, у тому числі педагогічних програмних засобів, професійних математичних пакетів, евристичних навчальних комп'ютерних програм.

9. Система задач буде сприяти формуванню та розвитку професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів, якщо вона базуватиметься на принципах максимальної зацікавленості, наочності, евристичності, професійної спрямованості, поступового нарощування складності і відповідатиме таким вимогам: повноті подання евристик; раціональному співвідношенню між логічним і евристичним компонентами навчальної діяльності; спрямованості на відкриття; відповідності життєвій практиці студентів; комплексному і доцільно виправданому використанню традиційних і сучасних засобів навчання.

10. Розроблені й експериментально перевірені евристико-дидактичні конструкції “Limit”, “C&G”, “Gauss”, евристичний тренажер за темою „Функції та їх властивості” і методика їх використання для формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності, які можуть бути використані викладачами, методистами, авторами підручників для студентів і методичних посібників для викладачів, студентами технічних ВНЗ.

11. Подальшого розвитку вимагають напрямки і теми, що тісно пов'язані з проведеним дослідженням: дослідження питань формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності майбутніх інженерів під час викладання вищої математики на лекціях; розробка методичної системи формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ під час викладання „Теорії ймовірностей”, „Математичного програмування” та інших математично-орієнтованих дисциплін, в умовах технології дистанційного евристичного навчання тощо; формування методичного забезпечення евристичними засобами процесу викладання математичних дисциплін.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александров Е.А. Основы теории эвристических решений / Е.А. Александров. – М.: Сов. радио, 1975. – 256 с.
2. Алехин В.В. Философские проблемы инженерно-технического труда / В. В.Алехин. – М.: Высш. шк., 1983. – 95 с.
3. Альтшуллер Г.С. Алгоритм изобретения / Г.С.Альтшуллер. – М.: Московский рабочий, 1973. – 296 с.
4. Альтшуллер Г.С. Творчество как точная наука / Г.С.Альтшуллер. – М.: Сов. радио, 1979. – 175 с.
5. Альтшуллер Г.С. Рабочая книга по теории развития творческой личности: В 2-х ч. Ч. 1 / Г.С.Альтшуллер, И.М.Верткин. – Кишинев: МНТЦ «Прогресс», 1990. – 238 с.
6. Ананьев Б.Г. Избранные психологические труды. Том. 1. / Б.Г.Ананьев; Под ред. А.А. Бодалева и др. – М.: Педагогика, 1980. – 230 с.
7. Андреев В.И. Диалектика воспитания и самовоспитания творческой личности / В.И.Андреев. – Казань, Издательство Казанского университета, 1988. – 238 с.
8. Андреев В.И. Эвристическое программирование учебно-исследовательской деятельности: Методическое пособие / В.И.Андреев. – М.: Высшая школа, 1981. – 240с.
9. Антонов А.В. Психология изобретательского творчества / А.В. Антонов. – К.: Вища школа, 1978. – 176 с.
10. Арыдин В.М. Учебная деятельность студентов: Справочное пособие для абитуриентов, студентов, молодых преподавателей / В.М.Арыдин, Г.А.Атанов. – Донецк: «ЕАИ-пресс», 2000. – 80 с.
11. Атанов Г.А. Деятельностный подход в обучении / Г.А.Атанов. – Донецк.: «ЕАИ-пресс», 2001. – 160 с.
12. Атанов Г.А., Обучение и искусственный интеллект, или Основы современной дидактики высшей школы / Г.А.Атанов, И.Н.Пустынникова. – Донецк: Изд-во ДООУ, 2002. – 504 с.
13. Балк М.Б. Поиск решения / М.Б.Балк, Г.Д.Балк. – М.: Просвещение, 1974. – 124 с.
14. Бальян С.В. Техническая термодинамика и тепловые двигатели / С.В. Бальян. – Л.: Машиностроение, 1973. – 304 с.
15. Бахматов Р.Б. Для кого падают яблоки / Р.Б.Бахматов. – М.: Наука, 1973. – С.126-127.
16. Бевз Г.П. Методы навчання математики / Г.П.Бевз. – Х.: Видавнича група „Основа”, 2003. – 96 с.
17. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г.Н. Берман. – М.: Наука, 1969. – 440 с.
18. Блинов В.Я. Эффективность обучения / В.Я.Блинов. – М.: Педагогика, 1976. – 192 с.
19. Богоявленский Д.Н. Формирование приемов умственной работы учащихся как путь развития и активизации мышления / Д.Н.Богоявленский // Вопросы психологии. – 1962. – №4. – С.13-17.
20. Большой энциклопедический словарь / Под ред. А. Прохорова. – М.: МКС, 2001 . – 1456 с.

21. Боно Э. Латеральное мышление / Э.Боно. – СПб.: Питер Паблишинг, 1997. – 320 с.
22. Буйновська Л.О. Методика і результати вивчення мотиваційної сфери студентів технічного університету / Л.О.Буйновська // Вища освіта України. – 2002. – №1. – С.65-70.
23. Бурда М.І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи: Дис... д-ра пед. наук (13.00.02) / М.І. Бурда. – К., 1994. – 347 с.
24. Буш Г.О. Рождение изобретательских идей / Г.О.Буш. – Рига.: Лиесма, 1976. – 127 с.
25. Вергасов В.М. Активизация познавательной деятельности студентов высшей школы / В.М.Вергасов. – К.: Вища школа, 1985. – 175 с.
26. Вища математика: Збірник задач /За ред. В.П.Дубовика, І.І.Юрика. – К.: А.С.К., 2001.- 480с.
27. Власенко К.В. Методика організації і управління евристичною діяльністю учнів на уроках геометрії в класах з поглибленим вивченням математики: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / К.В.Власенко. – К., 2004. – 198 с.
28. Вражнова М.С. Инженерная профессия сегодня / М.С.Вражнова // Высшее образование в России. – 2004. – №5. – С. 115-119.
29. Выготский Л.С. Избранные психологические исследования / Л.С. Выготский. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1956. – 520 с.
30. Гальперин П.Я. Введение в психологию / П.Я.Гальперин. – М.: Высшая школа, Университет, 2002. – 325 с.
31. Гальперин П.Я. Основные результаты исследования по проблеме «Формирование умственных действий и понятий» / П.Я.Гальперин. – М.: Педагогика, 1965. – 176 с.
32. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / П.Я.Гальперин // Исследования мышления в советской психологии: Сб. науч. Тр. – М.: Наука, 1966. – С. 236-278.
33. Гареев Р. Т. Эвристические диалоги в инженерном образовании / Р.Т. Гареев // Высшее образование в России. – 2004. – №11. – С. 174-176.
34. Гейер В.Г. и др. Гидравлика и гидропривод / В.Г.Гейер. – М.: Недра, 1981. – 295 с.
35. Глотов Н.М. Строительство фундаментов глубокого заложения / Н.М. Глотов, К.С.Смин. – М.: Транспорт, 1985. – 248 с.
36. Гнеденко Б.В. Формирования мировоззрения учащихся в процессе обучения математике / Б.В.Гнеденко. – М.: Просвещение, 1982. – 144 с.
37. Голдовский Б.И. Рациональное творчество. О направленном поиске новых технических решений / Б.И.Голдовский, М.И.Вайнерман. – М.: «Речной транспорт», 1990. (Методы анализа проблем и поиска решений в технике.) – 120 с.
38. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник / С.У.Гончаренко. – К.: Либідь, 1997. – 376 с.
39. Горошко Ю.В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої школи: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ю.В.Горошко. – К., 1993. – 20 с.

40. Горчакова І.А. Система математичних задач як засіб формування евристичної діяльності учнів основної школи: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / І.А. Горчакова. – К., 2002. – 196 с.
41. Грабарь М.И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М.И.Грабарь, К.А.Краснянская. – М.: Педагогика, 1977. – 136 с.
42. Гуржій А.М. Засоби навчання загальноосвітніх навчальних закладів (теоретико-методологічні основи) / А.М.Гуржій. – К.: НМЦ засобів навчання, 2001. – 95 с.
43. Гурье Л.И. Методологическая подготовка в технологическом университете / Л.И.Гурье // Высшее образование в России. – 2004. – №2. – С. 66-70.
44. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении / В.В.Давыдов. – М.: Педагогика, 1972. – 423 с.
45. Давыдов В.В. О понятии развивающего обучения / В.В.Давыдов // Педагогика. – 1995. – №1. – С. 29 - 40.
46. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1: Учеб. пособие для студентов вузов / П.Е.Данко, А.Г.Попов, Т.Я.Кожевникова. – М.: Высшая школа, 1980. – 320 с.
47. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.2: Учеб. пособие для студентов вузов / П.Е.Данко, А.Г. Попов, Т.Я.Кожевникова. – М.: Высшая школа, 1980. – 365 с.
48. Джонс К. Инженерное и художественное конструирование. / К.Джонс. – М.: Мир, 1976. – 374 с.
49. Диксон Джон Р. Проектирование систем: изобретательство, анализ и принятие решений / Джон Р. Диксон. – М.: Мир, 1969. – 440 с.
50. Дитрих Я. Проектирование и конструирование. / Я.Дитрих. – М.: Мир, 1981. – 456 с.
51. Дмитрієва С.М. Психологічні особливості педагогічної співтворчості викладача і студентів: Дис. ... канд. псих. наук: 19.00.07 / С.М.Дмитрієва. – К., 1996. – 144 с.
52. Дрибан В.М. Активизация обучения в высшей школе: аспект проблемного обучения: Учебное пособие / В.М.Дрибан. – Донецк: ДонГУЭТ, 2002. – 145 с.
53. Дровозюк В.В. Методика изучения элементов теории пределов числовых последовательностей с использованием новых информационных технологий: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / В.В.Дровозюк. – К., 1992. – 20 с.
54. Дубовик В.П. Вища математика: Навч. посібник / В.П.Дубовик, І.І.Юрик. – К.: А.С.К., 2001. – 648 с.
55. Дюженкова Л.І. Вища математика: Приклади і задачі. Посібник / Л.І. Дюженкова, О.Ю.Дюженкова, Г.О.Михалін. – К.: Видавничий центр “Академія”, 2002. – 624 с.
56. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики. Посібн. для вчителів / М.І. Жалдак. – К.: Техніка, 1997. – 304 с.
57. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики / М.І. Жалдак, А.В.Пеньков // Використання нової інформаційної технології в навчальному процесі: Зб. наук. праць. – К.: РНМК, 1990. – С. 17-28.
58. Жильцов О.Б. Вища математика з елементами інформаційних технологій: Навч. Посіб / О.Б.Жильцов, Г.М.Торбін. – К.: МАУП, 2002. – 408 с.

59. Загребельна О.Т. Інженерне пізнання як діяльність (соціально-гносеологічний аспект): Автореф. дис. ... канд. філос. наук: 09.00.02 / О.Т. Загребельна. – Одеса, 1996. – 13 с.
60. Зайцева Т.В. Розвиток розумової діяльності старшокласників у процесі вивчення алгебри та початків аналізу з використанням інформаційних технологій: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Т.В.Зайцева. – К., 2001. – 215с.
61. Закон України “Про вищу освіту” // Вища освіта України. – 2002. - №6. – С. 5-17.
62. Закон України “Про внесення змін і доповнень до Закону Української РСР “Про освіту”. – К.: Генеза, 1996. – 36 с.
63. Занков Л.В. Дидактика и жизнь / Л.В.Занков. – М.: Просвещение, 1968. – 175 с.
64. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу / Г.И.Запорожец.– М.: Высшая школа, 1964. – 479 с.
65. Зверева Н.М. Развивается творческая самостоятельность: Опыт и предложения / Н.М.Зверева // Вестник высшей школы. – 1983. - №5. – С.70-72.
66. Зворыкин А.А., Очерки по истории советской горной техники / А.А. Зворыкин. – М.–Л., Из-во АН СССР, 1950. – 539 с.
67. Згуровський М.З. Технічна освіта в мінливому світі / М.З.Згуровський // Вища освіта України. – 2002. - №1. – С.7-12.
68. Зязюн Л.І. Гуманістична парадигма освіти і виховання / Л.І.Зязюн // Вища освіта України. – 2002. - №3. – С.111-116.
69. Иржавцева В.П. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителя / В.П. Иржавцева, Л.Я. Федченко; Под ред. Н. Л. Коломинского. – К.: Рад. шк., 1989. – 208 с.
70. Іванцев Н.І. Динаміка ціннісних орієнтацій студентської молоді протягом професійної підготовки: Дис... канд.. псих. наук: 19.00.07 / Н.І.Іванцев. – К., 2001. – 179 с.
71. Кабанова –Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственного развития учащихся / Е.Н.Кабанова –Меллер. – М.: Просвещение, 1968. – 238 с.
72. Как сформировать творческую личность? (беседа с директором Института общей и педагогической психологии, чл.-кор. АПН, проф. А.М. Матюшкиным) // «АМ». – 2004. – №8. – С. 30-35.
73. Калмыкова З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З.И. Калмыкова. – М.: Педагогика, 1981. – 200 с.
74. Калмыкова З.И. Психологические принципы развивающего обучения / З. И.Калмыкова. – М.: Знание, 1979. – 48 с.
75. Калошина И.П. Психология творческой деятельности: Учеб.пособие для вузов / И.П.Калошина. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 431 с.
76. Карлащук А.Ю. Формирование исследовательских умений школьников в процессе решения математических задач с параметрами: Дис... канд.. пед. наук: 13. 00.02 / А.Ю.Карлащук. – К., 2001. – 198 с.
77. Катаргин Р. Звание инженера / Р.Катаргин // Инженер. – 2002. – №4. – С. 7-8.
78. Кларин М.В. Инновации в мировой педагогике: обучение на основе исследования, игры и дискуссии (Анализ зарубежного опыта) / М.В.Кларин. – Рига,

НПЦ «Эксперимент», 1998. – 180 с.

79. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д.В. Клетеник. – М.: Наука, 1967. – 256 с.

80. Климов Е.А. Индивидуальный стиль деятельности в зависимости от типологических особенностей нервной системы / Е.А.Климов. – Казань: Из-во Казанского университета, 1969. – 199 с.

81. Ключко В.І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі: Дисс. ... д-ра. пед. наук: 13.00.02 / В.І.Ключко. – Вінниця, 1998. – 396 с.

82. Ключко В.І. Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій / В.І.Ключко // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2004.– Вип 22. – С. 10-15.

83. Ковалев В.И. Учитывающая степень мотивации / В.И.Ковалев // Вестник высшей школы. – 1985. – №8. – С.35-36.

84. Коваленко В.П. Використання методу  $\chi^2$  у педагогічних дослідженнях / В.П.Коваленко // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – Вип.19. – С.9-17.

85. Кодекс этики ученых и инженеров (Редакция Российского Союза научных и инженерных общественных организаций) // Инженер. – 2002. – №4. – С.1 - 2.

86. Козлакова Г.О. Інноваційні процеси у вищій технічній школі: інтеграція до європейського освітнього простору / Г.О.Козлакова // Вища освіта України. – 2005. – №3. – С. 36-39.

87. Козлакова Г.О. Інформаційні технології: інтелектуалізація навчання у вищій школі / Г.О.Козлакова // Вища освіта України. – 2002. – №1. – С. 48-52.

88. Колягин Ю.М. О системе учебных задач как средстве развития математического мышления школьников / Ю.М.Колягин, В.Ф.Харьковская, В.Г. Гульчевская // Из опыта преподавания математики в средней школе: Пособие для учителей / Сост.: А.В.Соколова, В.В.Пипан, В.А.Оганесян. – М., 1979. – С. 114-118.

89. Кон И.С. Психология ранней юности: Книга для учителя / И.С.Кон. – М.: Просвещение, 1989. – 255 с.

90. Кошелєв О.Л. Навчання студентів процедур і операціям творчої пізнавальної діяльності: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / О.Л.Кошелєв. – Луганськ, 1996. – 25 с.

91. Кривова В.А. Профессиональная подготовка студентов на лабораторных занятиях / В.А.Кривова // Информатика и образование. – 2001. – №7. – С. 39-40.

92. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі: Монографія / Т.В.Крилова. – К.: Вища шк., 1998. – 438 с.

93. Кругов В.И. Шире использовать творческий потенциал будущего специалиста / В.И.Кругов, В.М.Березин // Вестник высшей школы. – 1964. – №10. – С. 34-37.

94. Кудрявцев Т.Р. Психология технического мышления (Процесс и способы решения технических задач) / Т.Р.Кудрявцев. – М.: Педагогика Украины, 1975. – 304 с.

95. Кужель А.В. Методы обобщений в математике / А.В.Кужель. – Симферополь: СГУ, 1983. – 94 с.
96. Кулюткин Ю.Н. Эвристические методы в структуре решений / Ю.Н. Кулюткин. – М.: Педагогика, 1970. – 232 с.
97. Левитов Н.Д. Психология труда / Н.Д.Левитов. – М.: Учпедгиз, 1963. – 340 с.
98. Левченко М.В. К вопросу об адаптации студентов младших курсов к условиям обучения в педвузе. / М.В.Левченко // Психологические и социально-психологические особенности адаптации студентов.: – М. Просвещение, 1977. – С. 82.
99. Леонтьев А.Н. Деятельность, сознание, личность / А.Н.Леонтьев. – М.: Полиздат, 1975. – 304с.
100. Леонтьев А.Н. Обучение как проблема психологии / А.Н.Леонтьев // Вопросы психологии. – 1957. – №1. – С. 17 - 26.
101. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения / И.Я.Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.
102. Лернер И.Я. Процесс обучения и его закономерности / И.Я.Лернер // Вопросы психологии. – 1959. – №6. – С. 25 - 34.
103. Лернер И.Я. О методах обучения / И.Я.Лернер, М.Н.Скаткин // Сов. Педагогика. – 1965. – №3. – С. 11 - 17.
- 104.Лисовский В.Т. Личность студента / В.Т.Лисовский, А.В.Дмитриев. – Л.: ЛГУ, 1974. – 183с.
105. Лихолетов В.В. Инвариантные компоненты деятельностных знаний в профессиональном образовании / В.В.Лихолетов // “АМ”. – 2002. – №2. – С. 10 - 15.
106. Лосева Н.Н. Разнообразие моделей организации и проведения практических занятий по математическим курсам / Н.Н.Лосева, Е.И.Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – 120 с.
107. Лотюк Ю.Г. Застосування математичних пакетів у викладанні математики у вищому навчальному закладі / Ю.Г.Лотюк // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2001. – №3. – С. 21-24.
108. Лук А.Н. Психология творчества / А.Н.Лук. – М.: Наука, 1978. – 127 с.
109. Лунычек В.Э. Учебные компьютерные программы для общеобразовательных учебных заведений / В.Э.Лунычек, Т.В.Дрожжина, Е.Г. Жабина. – Х.: Скорпион, 2001. – 168 с.
110. Максимова Т.С. Використання вправ за готовими малюнками при формуванні евристичних умінь майбутніх інженерів / Т.С.Максимова. – Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі: Збірник наукових праць V Всеукраїнської науково-практ. конференції (Кривий Ріг, НМетАУ, березень 2005р.) – Кривий Ріг: НМетАУ, 2005. – С. 80-84.
111. Максимова Т.С. Використання ППЗ GRAN1 в процесі формування професійно-евристичної діяльності студентів технічних вузів / Т.С.Максимова // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2003.– Вип 21. – С. 119-123.
112. Максимова Т.С. Вплив інформаційно-комунікаційних технологій на формування професійно-евристичної діяльності майбутніх інженерів / Т.С. Максимова. – Комп'ютерне моделювання в освіті: Матеріали Всеукраїнського

науково-методичного семінару (Кривий Ріг, КДПУ, березень 2005р.). – Кривий Ріг: КДПУ, 2005. – С. 51.

113. Максимова Т.С. Використання евристико-дидактичних конструкцій на практичних заняттях з вищої математики / Т.С.Максимова, О.І.Скафа. – Информационные технологии в XXI веке: Сборник докл. и тез. Международного молодежного форума (Днепропетровск, УГХТУ, апрель 2004г.). – Днепропетровск: УГХТУ, 2004. – С. 109-112.

114. Максимова Т.С. Евристична складова формування майбутнього інженера / Т.С.Максимова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Між нар. збірник наук. робіт. – Вип 20. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – С. 93-104.

115. Максимова Т.С. Методика формування професійно-евристичної діяльності студентів технічних ВНЗ при вивченні методу Гауса з використанням комп'ютерної програми „Gauss” / Т.С.Максимова // Рідна школа. – 2005. – №2. – С. 32-34.

116. Максимова Т.С. Місце та основні компоненти професійно-евристичної діяльності в процесі формування майбутнього інженера / Т.С.Максимова // Наука і сучасність: Збірник наукових праць. – Том 49. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2005. – С. 81-88.

117. Максимова Т.С. Організація евристичної діяльності студентів технічних вузів / Т.С.Максимова. – Застосування та удосконалення методики викладання математики: Тез. доповідей ІХ регіонального наук.-метод. семінару (Донецьк, держ. університет економіки і торгівлі, травень 2003р.). – Донецьк: Видавн. ДонДУЕТ, 2003. – С. 14-15.

118. Максимова Т.С. Психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь майбутніх спеціалістів / Т.С.Максимова // Гуманізація навчально-виховного процесу: Збірник наукових праць. Вип. XXI. – Слов'янськ: Видавничий центр СДПІ, 2004. – С. 138-145.

**119. Максимова Т.С. Практичні заняття з вищої математики: сучасні технології навчання / Т.С. Максимова, О.І. Скафа. – Донецьк: Вид-во НОРД-ПРЕС, 2005. – 116 с.**

120. Максимова Т.С. Формування досвіду евристичної діяльності студентів на професійному рівні в умовах евристичного особистісно-орієнтованого навчання / Т.С.Максимова. – Технології особистісно орієнтованого навчання: Збірник доповідей регіонального наук.-практ. семінару (Донецьк, ДонНУ, лютий 2004р.). – Донецьк: Видавн. ДонНУ, 2004. – С. 44-46.

**121. Максимова Т.С. Форми організації практичних занять з вищої математики при формуванні професійно-евристичної діяльності студентів технічних вузів / Т.С.Максимова. – Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики: Тез. доповідей Всеукраїнської наук.-практ. конференції (Київ, НПУ ім. М.П. Драгоманова, жовтень 2004р.). – К.: НПУ, 2004. – С.105-106**

122. Максимова Т.С. Формування прийомів евристичної діяльності студентів при вивченні теми “Границя функції” з використанням навчальної програми LİMİT / Т.С.Максимова // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2002. – Вип 18. – С. 140-147.

123. Максимова Т.С. Формування професійно-евристичної діяльності майбутніх інженерів в умовах сучасних технологій навчання / Т.С.Максимова. – Эвристическое обучение математике: Тез. докладов Международной научно-метод. Конференции (Донецк, ДонНУ, ноябрь 2005г.). – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – С. 224-225.

124. Максимова Т.С. Шляхи формування евристичної діяльності студентів технічних вузів при вивченні систем лінійних рівнянь на практичних заняттях з вищої математики / Т.С.Максимова. – Застосування та удосконалення методики викладання математики: Тез. доповідей X регіонального наук.-метод. семінару ( Донецьк, держ. університет економіки і торгівлі, травень 2004р.). – Донецьк: Видавн . ДонДУЕТ, 2004. – С.108-110.
125. Максимова Т.С. Эвристико-дидактические конструкции как средство формирования эвристических умений студентов технических вузов / Т.С.Максимова . – Информационные технологии в учебном процессе: Сборник трудов четвертого регионального научно-метод. семинара (Одесса, ЮГПУ им. К.Д. Ушинского, июнь 2003г.).– Одеса: ЮГПУ, 2003. – С. 16-18.
126. Маливанов Н.В. Подготовка инженеров к инновационной деятельности в системе непрерывного образования / Н.В.Маливанов // «АМ». – 2004. – №8. – С. 62-64.
127. Мартинюк И.О. Инженер в зеркале времени / И.О.Мартинюк. – К.: Политиздат Украины, 1989. – 159 с.
128. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М. Матюшкин. – М.: Педагогика, 1972. – 208 с.
129. Махмутов М.И. Проблемное обучение / М.И.Махмутов. – М.: Педагогика, 1975. – 368 с.
130. Машбиц Е.И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е.И.Машбиц. – К.: Вища шк., 1987. – 224 с.
131. Машбиц Е.И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения / Е.И.Машбиц. – М.: Знание, 1988. – 191с.
132. Менчинская Н.А. Проблемы, обучения, воспитания и психического развития ребенка: Избр. психол. тр. / Н.А. Менчинская. – М.: Моск. психолого-социал. ин-т; Воронеж: МОДЕК, 2004. – 511 с.
133. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Теория эксплуатационных свойств автотранспортных средств» / Сост.: В.А. Фоменко, М.И.Загороднов. – Донецк: ДПИ, 1991. – 35 с.
134. Методические указания к выполнению расчетно-графической работы №2 по дисциплине «Водоснабжение и канализация» «Наружные канализационные сети» / Сост.: Г.В.Куликов. – Горловка: АДИ ДонГТУ, 1999. – 15 с.
135. Методические указания к расчету упругих систем на динамическую нагрузку в курсе сопротивления материалов / Сост.: В.Ф.Васильченко, С.В. Гавриленко, В.А.Космак, Л.М.Хныкин, М.Н.Чальцев. – Донецк: ДонГТУ, 1997. – 30 с.
136. Методические указания, рабочая программа и контрольные задания по курсу “Гидравлика, гидро- і пневмопривод” / Сост.: А.В.Остапенко, А.В.Химченко. – Горловка: АДИ ДонГТУ, 1999. – 32 с.
137. Методическое пособие по вариантному проектированию железобетонных автодорожных мостов / Сост.: Л.Н.Морозова, В.В.Пархоменко. – Горловка: АДИ ДонГТУ, 1999. – 95 с.
138. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни “Теоретичні основи теплотехніки” / Укл.: М.І.Міщенко, А.В.Остапенко, А.В. Хімченко. – Донецьк: ДонНТУ, 2001. – 33 с.



139. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу “Гідравліка, гідро- і пневмоприводи” / Укл.: М.І.Міщенко, А.В.Остапенко, Д.Ю.Приходченко. – Донецьк: ДонНТУ, 2001. – 36 с.
140. Методичні вказівки до виконання практичних занять з дисципліни “Екологічні характеристики транспортних систем міст” / Укл.: І.М.Бендас, А.В. Куниця. – Горлівка: АДІ ДонНТУ, 1999. – 48 с.
141. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи №1 з дисципліни “Інженерна геодезія” і “Топографія з основами картографії” / Укл.: В.М. Бушева, В.Т.Завадський, Д.Ф.Оболонков. – Донецьк: ДонНТУ, 2004. – 47 с.
142. Методичні рекомендації до лабораторних робіт з курсу “Нові інформаційні технології в математиці” / Укл.: О.В.Співаковський, В.А.Крекнін, К.В. Черниш. – Херсон: ХДПУ, 2000. – 55 с.
143. Милерян Е.А. Психология формирования общетрудовых политехнических умений / Е.А.Милерян. – М.: Педагогика, 1973. – 300 с.
144. Миракова Т.Н. Развивающие задачи на уроках математики: Пособие для учителя / Т.Н. Миракова. – Львов: „Квантор”, 1991. – 96 с.
145. Милорадова Н.Г. Студент в зеркале психологии / Н.Г.Милорадова // Архитектура и строительство России. – 1995. – №9. – С. 7-11.
146. Михайленко В. М. Сборник прикладных задач по высшей математике: Учеб. пособие / В. М.Михайленко, Р. А.Антонюк. – К.: Выща шк., 1990. – 167 с.
147. Михалін Г.О.Формування елементів психологічної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу / Г.О.Михалін // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2002. – №20. – С. 65-80.
148. Модернізація вищої освіти України і Болонський процес / Уклад.: Степко М.Ф., Болюбаш Я.Я., Левківський К.М., Сухарніков Ю.В // Освіта України. – 10 серп. –2004. –№ 60-61.
149. Мойсеєнко Л.А. Психологія розуміння творчих математичних задач на різних етапах їхнього розв’язування // Освіта Донбасу. – 2002. – №3. – С. 117 - 124.
150. Моляко В.А. Психология конструкторской деятельности. – М.: Машиностроение, 1983. – 134 с.
151. Моляко В.А. Психология решения школьниками творческих задач / В.А. Моляко. – М.: Рад. школа, 1983. – 94 с.
152. Моляко В.А. Стратегии решения новых задач в процессе регуляции творческой деятельности / В.А.Моляко // Психологический журнал. – 1995. – №1 (Том 16). – С.84-90.
153. Морзе Н.В. Система методичної підготовки майбутніх вчителів інформатики в педагогічних університетах: Дис... д-ра пед. наук (13.00.02)/ Н.В. Морзе. – Київ, 2003. – 600 с.
154. Морогин В.Г. Зависимость профессионального предпочтения студентов технического вуза от их индивидуально-типологических особенностей / В.Г. Морогин, И.Ю.Соколова // Психологический журнал. – 1995. – №2 (Том 16). – С. 114-119.
155. Мороз А.Г. К вопросу о дидактической адаптации первокурсников / А.Г. Мороз // Психологические и социально-психологические особенности адаптации студентов.: – М. Просвещение, 1977. – С. 104.

156. Наконечна Т.В. Деякі аспекти інженерної освіти у сучасному інформаційному суспільстві / Т.В.Наконечна // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2004.– Вип 22. – С. 24-27.

157. Низамов Р.А. Дидактические основы активизации учебной деятельности студентов / Р.А.Низамов. – Казань: Изд-во Казанского университета. – 1975. – 302 с.

158. Никандров Н.Д. Организационные формы и методы обучения в высшей школе / Н.Д.Никандров // Проблемы педагогики высшей школы. – Л.: ЛГУ, 1992. – С.108-113.

159. Никитаев В.Д. Деятельностный подход к содержанию высшего образования / В.Д.Никитаев // Высшее образование в России. – 1997. – №1. – С.34-33.

160. Никольская И.Л. Учимся рассуждать и доказывать / И.Л.Никольская, Е.Е. Семенов. – М.: Просвещение, 1989. – 192 с.

**161. Новиков А.М. Об аспектах и уровнях развития профессиональной культуры специалиста / А.М.Новиков // Специалист. – 2003. - №8. – С.29-34.**

162. Новиков П.М. Опережающее профессиональное образование: Научно-практическое пособие / П.М.Новиков, В.М.Зуев.– М.: РГАТиЗ, 2000 – 266 с.

163. Овсянкіна Л.А. Роль особистісно орієнтованої освіти в сучасному суспільстві / Л.А.Овсянкіна // Вища освіта України. – 2003. - №1. – С.101-105.

164. Олейник Т.В. Учебная исследовательская деятельность на основе НИТО как средство формирования математических представлений (на материале изучения курса алгебры и начал анализа): Автореф. дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Т.В. Олейник. – Харьков, 1992. – 24 с.

165. Ольбинский И.Б. Развитие задачи / И.Б.Ольбинский // Математика в школе. – 1998. – №2. – С. 15 -1 6.

166. Освітньо-професійна програма вищої освіти за професійним спрямуванням “Будівництво”. Сукупність норм до обов’язкового мінімуму змісту та рівня підготовки бакалавра. – К., 1994.– 44с.

167. Освітньо-професійна програма підготовки магістра (напрямок підготовки “Інженерна механіка”). – К.: УТУ, 1999. – 49 с.

168. Осинская В.Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9-10 кл / В.Н.Осинская. – К.: Рад. шк., 1980. – 143 с.

169. Осинская В.Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике / В.Н.Осинская. – К.: Рад. шк., 1989. – 192 с.

170. Основы педагогики и психологии высшей школы / В.С.Аванесов, А.А. Вербицкий, Л.Б.Ительсон и др.; Под ред. А.В.Петровского. – М: МГУ, 1986. – 302 с.

171. Павлюк Л.І. Педагогічні умови ефективності навчання із застосуванням комп’ютерів як засобу керування навчальною діяльністю старшокласників: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01/ Л.І.Павлюк. – Івано-Франківськ, 1994. – 196 с.

172. Пак В.В. Инженер, математика и другие. Простые методы математического моделирования природных и технологических процессов.

Монографія / В.В.Пак. – Донецьк: ДонГТУ, 1995. – 224 с.

173. Палант Ю.А. Управляющие программы в обучении математике. – Донецьк: Из-во ДонГУ, 1978. – С. 3-24.

174. Палант Ю.О. Евристичні лінії у шкільному компоненті / Ю.О.Палант, О. В.Хорольська, А.Ю.Карлащук // Евристика та дидактика точних наук. – 1998. – Вип. 9. – С. 4 - 6.

175. Панфілова Ф.М. Розвиток у студентів досвіду професійно-творчої діяльності (на прикладі виконання лабораторних робіт з курсу загальної фізики у технічних вузах): Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ф.М.Панфілова. – К., 1994. – 19 с.

176. Педагогика и психология высшей школы. Серия “Учебники и учебные пособия” / С.И.Самыгин, Л.Д.Столяренко, А.В.Духавнева и др.; Под ред. М.В. Буланова-Топоркова. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2002. – 544 с.

177. Петров О.М. Стратегія пошуку рішення задач як фактор розвитку теоретичного мислення: Дис. ... канд. псих. наук: 19.00.07 / О.М.Петров. – Х., 1996. – 183 с.

178. Пидкасистый П.И. Самостоятельная деятельность учащихся / П.И. Пидкасистый. – М.: Педагогика, 1972. – 184 с.

179. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов . Т.1: Учебное пособие для втузов / Н.С.Пискунов. – М.: Наука, 1985. – 432 с.

180. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. Т.2: Учебное пособие для втузов / Н.С.Пискунов. – М.: Наука, 1985. – 560 с.

181. Пойа Дж. Как решать задачу / Дж.Пойа. – М.: Учпедгиз, 1961. – 207 с.

182. Пойа Дж. Математика и правдоподобные рассуждения / Дж.Пойа. – М.: Наука, 1976. – 448 с.

183. Половинкин А.И. Теория проектирования новой техники: закономерности техники и их применение / А.И.Половинкин. – М.: Ин-т «Инфоэлектрон», 1991. – 104 с.

184. Полякова Н.Л. От трудового общества к информационному: западная социология об изменении социальной роли труда / Н.Л.Полякова; Отв. ред. С.А. Эфиоров. – М.: РГАТиЗ, 1990. – 132 с.

185. Пономарев Я.А. Психология творения / Я.А.Пономарев. – М.: Московский психолого-социальный институт; Воронеж: Из-во НПО «МОДЭК», 1999. – 480 с.

186. Пономарев Я.А. Психология творческого мышления / Я.А.Пономарев. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1960. – 352 с.

187. Пономарев Я.А. Психология творчества / Я.А.Пономарев. – М.: Наука, 1976. – 222 с.

188. Попков В.А. Дидактика высшей школы: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А.Попков, А.В.Коржуев. – М.: Издательский центр «Академия», 2001. – 136 с.

189. Постолова Г.И. О факторах, определяющих адаптационную способность человека / Г.И.Постолова // Психологические и социально-психологические особенности адаптации студентов. – Ереван: ЕИЦ, 1973. – С.18.

190. Про затвердження Положення про освітньо-кваліфікаційні рівні. Постанова Кабінету Міністрів України від 20 січня 1998р. – №65.

191. Пушкин В.Н. Эвристика – наука о творческом мышлении / В.Н.Пушкин. – М.: Политиздат, 1967. – 207 с.

192. Радьков А.М. Тестирование в обучении математике: диагностико-дидактические основы: Учеб. пособие / А.М. Радьков, С.А. Гуцанович. – Могилев: МГПИ им. А.А. Кулешова, 1995. – 203 с.
193. Раков С.А. Компьютерные эксперименты в геометрии / С.А.Раков, В.П.Горох. – Харьков.: "РЦНІТ", 1996. – 176 с.
194. Раушенбах Б.В. Поиск решения в задачах математического характера / Б. В.Раушенбах // Психологический журнал. – 1996. – Том 17. – №2. – С. 80-87.
195. Роменець В.А. Психологія творчості: Навч. посібник / В.А.Роменець. – К.: Либідь, 2001. – 288 с.
196. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования / С.Л. Рубинштейн. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1958. – 147с.
197. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии / С.Л.Рубинштейн. – М.: Учпедгиз,1946. – 416с.
198. Руденко І.І. Інженерна діяльність: сутність та соціальні функції: Автореф. дис. ... канд. філос. наук: 09.00.03 / І.І.Руденко. – К., 1999. – 17 с.
199. Русанова Т.С. Комп'ютерні програми як засіб дослідження функції / Т.С.Русанова. – Застосування та удосконалення методики викладання математики: Тез. доповідей VIII регіонального наук.-метод. семінару (Донецьк, держ. університет економіки і торгівлі, травень 2002р.). – Донецьк: Видавн. ДонДУЕТ, 2002. – С. 61-62.
200. Русанова Т.С. Застосування евристико-дидактичних конструкцій у вищій школі / Т.С.Русанова. – Алгебраїчні методи дискретної математики: Тез. доповідей Всеукраїнської наук. конференції (Луганськ, ЛДПУ, вересень 2002р.). – Луганськ: Видавн. ЛДПУ, 2002. – С. 113-114.
201. Русанова Т.С. Застосування комп'ютерних програм при вивченні теми "Функції" / Т.С.Русанова, О.В.Хорольська. – Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь: Тез. доповідей Міжнародної наук. конференції (Київ, НПУ ім. М.П.Драгоманова, грудень 2002р.). – К.: НПУ, 2002. – С. 92.
202. Самарин Ю.А. Очерки психологии ума / Ю.А.Самарин. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1962. – 148 с.
203. Саранцев Г.И. Методика обучения математике на рубеже веков / Г.И. Саранцев // Математика в школе. – 2000. – №7. – С. 2-5.
204. Саранцев Г.И. Формирование математических понятий в средней школе / Г.И.Саранцев // Математика в школе. – 1998. – №4. – С. 27 -29.
205. Саранцев Г.И. Эвристики в обучении доказательству / Г.И.Саранцев // Труды международной дистанционной конференции «Эвристические методы в обучении математике». – Донецьк: ТЕАН, 1997. – С. 9-10.
206. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие. В 3 ч. Ч.1 / А.П. Рябушко, В. В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юреть; Под ред. А.П.Рябушко. – Мн.: Выш. шк., 1990. – 270 с.
207. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие. В 3 ч. Ч.2 / А.П. Рябушко, В. В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юреть; Под ред. А.П.Рябушко. – Мн.: Выш. шк., 1991. – 352 с.
208. Семенець С.П. Розвиток продуктивного мислення учнів при вивченні алгебри і початків аналізу: Дис... канд.. пед. наук: 13.00.02 / С.П.Семенець. – К., 1998. – 220 с.
209. Семенов Е.Е. Об эвристичности диалога и диалогичности эвристик в преподавании математики / Е.Е.Семенов // Труды международной дистанционной конференции «Эвристические методы в обучении математике». – Донецьк: ТЕАН, 1997. – С . 11-12.

210. Семенов Е.Е. Размышления об эвристиках / Е.Е.Семенов // Математика в школе. – 1995. – №6. – С. 39-43.
211. Скафа Е.И. Методика обучения выбору учебного алгоритма решения математических задач (на материале раздела «Неравенства» для подготовительного отделения): Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Е.И.Скафа. – М., 1989. – 242 с.
212. Скафа Е.И. О процессе управления эвристической деятельностью при обучении решению математических задач / Е.И.Скафа // Збірник наукових праць: Матеріали науково-практичної конференції "Інформаційні технології в освіті". – Бердянськ, 2001. – С. 190-196.
213. Скафа Е.И. Разновидности эвристик и их классификация в дидактических целях / Е.И.Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2002. – Вип. 18. – С. 47 - 56.
214. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е.И.Скафа. – Донецк: Из-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
215. Скафа О.І. Концепція формування прийомів евристичної діяльності учнів в процесі навчання математики / Е.И.Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2004.– Вип 22. – С. 69-75.
216. Скафа О.І. Методичні складові етапів формування понять у евристичному навчанні математики / Е.И.Скафа // Математика в школі. – 2004. – №1. – С. 35-38.
217. Славская К.А. Детерминация процесса мышления // Исследование мышления в советской психологии / К.А.Славская. – М.: Наука, 1966. – С. 175-224.
218. Слепкань З.И. Методическая система реализации развивающей функции обучения математике в средней школе: Дис... в форме науч. доклада д-ра пед. наук: 13.00.02 / З.И.Слепкань. – М., 1987. – 47 с.
219. Слепкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. / З.І.Слепкань. – Тернопіль: Підручн. та посіб., 2004. – 240 с.
220. Слепкань З.І. Болонський процес – європейська інтеграція системи вищої освіти / З.И.Слепкань // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2005.– Вип 23. – С. 4-15.
221. Слепкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: Навч. посібник / З.І.Слепкань. – К.: Вища школа, 2005. – 239 с.
222. Слепкань З.І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики / З.И.Слепкань // Математика в школі. – 2003. – №1. – С. 6-9.
223. Слепкань З.І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики (закінчення) / З.И.Слепкань // Математика в школі. – 2003. – №3. – С. 7-13.
224. Смирнова Є.М. Розвиток найважливіших компонентів інтелекту на основі комплексного використання НІТ при навчанні математики в старшій школі: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Є.М.Смирнова. – К, 1997. – 24 с.
225. Современный словарь по педагогике / Сост. Рапацевич Е.С. – Мн.: «Современное слово», 2001. – 928 с.
226. Соколов В.Н. Педагогическая эвристика / В.Н.Соколов. – М.: Издат. центр "Академия", 1995. – 204 с.
227. Социально-психологический портрет инженера. – М.: Мысль, 1977. – 231 с.

228. Средства обучения математике: Сб. статей / Сост. А.М. Пышкало. – М.: Просвещение, 1980. – 208 с.
229. Столяров А.М. Творческие процессы в технике / А.М.Столяров. – М.: Феникс, 1999. – 289 с.
230. Талызина Н.Ф. Методика составления обучающих программ / Н.Ф.Талызина. – М.: Изд-во. Моск. ун-та, 1980. – 47 с.
231. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология / Н.Ф.Талызина. – М.: Издат. центр «Академия», 1999. – 288 с.
232. Талызина Н.Ф. Теоретические проблемы программированного обучения / Н.Ф.Талызина. – М.: Изд-во МГУ, 1969. – 131 с.
233. Талызина Н.Ф. Теория поэтапного формирования умственных действий и проблема развития мышления / Н.Ф.Талызина // Сов. педагогика. – 1967. – №1. – С. 28-32.
234. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н.Ф.Талызина. – М.: МГУ, 1975. – 343 с.
235. Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся / Н.Ф.Талызина. – М.: Знание, 1983. – 96 с.
236. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики: Монографія / Н.А.Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
237. Татьянченко Д.М. Развитие общеучебных умений школьников / Д.М. Татьянченко, С.В.Воровщиков // Народное образование. – 2003. – №8. – С. 115-126.
238. Терещук Г.В. Педагогічна діагностика ціннісних орієнтацій молоді в процесі її соціального і професійного становлення / Г.В.Терещук // Педагогіка і психологія. – 1996. – №3. – С.119-125.
239. Токар Н.Ф. Динаміка мотивації в процесі професійної підготовки / Н.Ф. Токар // Педагогіка і психологія. – 1997. – №4. – С.151-154.
240. Триус Ю.В. Методика використання пакету Maple 7 для розв'язування екстремальних задач / Ю.В.Триус // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. – Кривий Ріг: НМетАУ, 2005.– Вип.5. – Том 1.– С. 282-296.
241. Триус Ю.В. Проблеми і перспективи вищої математичної освіти / Ю.В. Триус, М.Л.Бакланова // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2005.– Вип 23. – С. 16-26.
242. Тютюнников Ю.Н. Преподаватель и студент: сценарии взаимодействия / Ю.Н.Тютюнников, М.С.Мазниченко // Высшее образование в России. – 2004. – №12. – С.97-105.
243. Федченко Л.Я. Методика організації узагальнення і систематизації знань і вмінь учнів при навчанні математики: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Л.Я. Федченко. – К., 1998. – 179 с.
244. Фомкіна О.Г. Методична система проведення практичних занять з математики зі студентами економічних спеціальностей: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.023 / О.Г.Фомкіна. – К., 2000. – 20 с.
245. Формирование личности инженера в вузе / К.Е. Зуев, В.И. Блохин. – К.: Вища школа, 1982. – 175 с.
246. Формирование учебной деятельности студентов / Под ред. В.Я. Ляудис. – М.: МГУ, 1979. – 240 с.

247. Фридман Л.М. Педагогический опыт глазами психолога / Л.М.Фридман. – М.: Просвещение, 1987. – 224 с.
248. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: Учеб. метод. л-ра / Л.М.Фридман. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 248 с.
249. Хилл П. Наука и искусство проектирования / П.Хилл. – М.: Мир, 1973. – 262 с.
250. Хорольская Е.В. Эвристический тренажер «Функции, их свойства, графики, приложения» (Ч.1) / Е.В.Хорольская // Эвристика и дидактика точных наук. – 1999. – Вып. 11. – С. 73 - 76.
251. Хуторской А.В. Деятельность как содержание образования / А.В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – №8. – С. 107 - 114.
252. Хуторской А.В. Развитие одаренности школьников: Методика продуктивного обучения: Пособие для учителя / А.В.Хуторской. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2000. – 320 с.
253. Хуторской А.В. Современная дидактика: Учебник для вузов / А.В. Хуторской. – СПб.: Питер, 2001. – 544 с.
254. Хуторской А.В. Эвристическое обучение: Теория, методология, практика / А.В.Хуторской. – М.: Международная педагогическая академия, 1998. – 266 с.
255. Циолковский К.Э. Собр. Соч. в 3-х т. Т. 2 / К.Э.Циолковский. – М.: Наука, 1964. – 455 с.
256. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н.Цубербиллер. – М.: Наука, 1966. – 336 с.
257. Чашечникова О.С. Використання систем підказок з метою розвитку математичних здібностей учнів / О.С.Чашечникова // Математика в школі. – 1998. – №1. – С. 44.
258. Чернишов Д.О. Педагогічні умови формування інженерного стилю мислення учнів технічного ліцею засобами інформатики: Дис... канд.. пед. наук: 13.00.01 / Д.О.Чернишов. – Луганськ, 2002. – 179 с.
259. Шадриков В.Д. Проблема системогенеза в профессиональной деятельности / В.Д.Шадриков.– М.: наука, 1982. – 185 с.
260. Шапиро С.И. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики / С.И. Шапиро.–М.: Просвещение, 1990.–126 с.
261. Шаповалов Е.А. Общество и инженер: философско-социологические проблемы инженерной деятельности / Е.А.Шаповалов. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. – 183 с.
262. Шишкіна М.П. Засоби навчання: проблеми термінології / М.П.Шишкіна // Проблеми освіти: Наук.-метод. зб. / Кол. авт. – К.: ІЗМН, 1998. – Вип. 14. – С. 205-208 с.
263. Шнейдер В.Е. и др. Краткий курс высшей математики. Т.1. Учеб. пособие для втузов / В.Е.Шнейдер. – М.: Высшая школа, 1978. – 384 с.
264. Шнейдер В.Е. и др. Краткий курс высшей математики. Т.2. Учеб. пособие для втузов / В.Е.Шнейдер. – М.: Высшая школа, 1978. – 328 с.
265. Эльконин Д.Б. Концепция формирования умственных действий и ее критика Ю.А. Самариным / Д.Б.Эльконин // Вопросы психологии. – 1959. – №6. – С. 25 - 34.

266. Энгельмейер П.К. Теория творчества / П.К.Энгельмейер. – СПб.: С пред. Овсяннико-куликовского С. Н., 1910. – 207с.
267. Эрдниев П.М. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике / П.М. Эрдниев, Б.П.Эрдниев. – М.: Просвещение, 1986. – 225 с.
268. Эсаулов А.Ф. Активизация учебно-познавательной деятельности студентов / А.Ф.Эсаулов. – М.: Высшая школа, 1988. – 223 с.
269. Якиманская И.С. Разработка технологии личностно-ориентированного обучения / И.С.Якиманская // Вопросы психологии. – 1995. – №2. – С. 31 - 42.
270. Якунин В.А. Педагогическая психология: Учеб. Пособие /В.А.Якунин. – СПб.: Изд-во В.А.Михайлова: Изд-во «Полиус», 1998. – 639 с.
271. Bank A. Experience based curriculum // The international encyclopedia of education: Research and studies / Ed. By T. Husen, T.N. Postlethwaite. – Oxford, 1985. – Vol. 3. – P. 1795.
272. Dochy F. Principles in the use of experiential learning as a source of prior learning // Distance Education. – 1992. – Vol. 12. – P. 85-108.
273. Driver R., Bell B. Student's thinking and the learning of science: A constructivist view // Science in science education, 1993. – Vol.13. – P.443-455.
274. Fliegler L. A. Levels of creativity // Educational theory, 1959. – Vol. 9, №2. – P. 105-108.
275. Goodinough F.L., Rynkiewicz L.M. Exceptional children. – N.Y.: Appleton century-crofts, 1956. – XI, 428 p.
276. Greeno J.G. Forms of understanding in mathematical problem solving // Learning and motivation in the classroom / Ed. by S.G. Paris, G.Olson, H.M. Stevenson. – Hillsdale, 1983.
277. Human Resource Practices for Implementing Manufacturing Technology. Washington, 1986.
278. Jonson T. Inclusive education. – Geneva: UN, 1994. – 158 p.
279. Keeton M.T., Tate P.J. What next in experiential learning? Learning by experience, what, why, how // New directions for experiential learning. – No 19. – San Francisco, 1978.
280. Kreitzberg P. The legitimation of educational aims: paradigms and metaphors. – Lund,1993.
281. Larkin J.A. Research on science education //Computers in education: Realizing the potential (Report of a Research Conference) / Ed. by A.M. Secgold, F. Reif. – Wash, 1983.
282. Larson L. Problem-Solving Through Problems. – Springer -Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 1983. – 344 p.
283. Lipman M. Philosophy goes to school. .– Philadelphia, 1988. – P. 67.
284. Naisbitt J., Aburdene P. Mega-trends 2000. – N.Y., 1990.
285. Osborn A.F. How to become more creative. – New York, 1964. – 85 p.
286. Svensson I., Hogfors C. Conceptions as the content of teaching: Improving education in mechanics // Improving learning / ed. By U. Ramsden. – L.,1988.
287. Towards developing new teacher competencies in response to mega-trends in curriculum reforms. – Bangkok, 1992.



288. Zwicky F. The morphological approach to discovery, invention, research and construction. – In.: Zwicky F., Wilson A.G. New methods of thought and procedure. – Berlin, 1967. – S. 45-69.

### ДОДАТОК А

Відповідність між професійними діями, які виконуються під час розв'язування технічних задач, та евристичними вміннями, які сприяють успішному виконанню професійних дій, та формуванню і розвитку яких найбільш сприяють заняття з вищої математики

Таблиця А.1

Етап	Зміст етапу	Професійні дії	Евристичні вміння
Інтер-прета-ція умови	<b>Первинний аналіз умови</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- класифікація новизни, типу задачі;</li> <li>- пригадування схожих задач (з однієї області, схожих за змістом, даними).</li> </ul>	<p>Первинне співвіднесення задачі з іншими вимагає:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- підводити задачу під певний тип;</li> <li>- виявляти задачі схожі за змістом або даними.</li> </ul>
	Зведення задачі як цілого до частинних компонентів, в яких досліджуються ще більш	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ділення умови на головну (загальна структура, призначення об'єкта, який треба побудувати) та другорядну частину;</li> <li>- співвіднесення тексту та креслення (схеми), якщо воно присутнє;</li> <li>- "своє" представлення даних задачі на схемі, кресленні –</li> </ul>	<p>Перебудова „своєї” системи знань вимагає:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- розділяти в умові, дані та вимоги;</li> <li>- перевіряти узгодженість даних;</li> <li>- виявляти в умові задачі істотне та неістотне для її розв'язування;</li> <li>- встановлювати зв'язки між даними та між даними і вимогами;</li> <li>- виявляти приховані дані;</li> <li>- встановлювати, які дані достатні для розв'язування задачі, які недостатні, які надмірні;</li> </ul>

задачі	елементарні частини	розроблення “своєї” схеми, рисунка;  - виділення в об’єкті головних вузлів, їх функцій та ін.;  - переформулювання умови у іншому ключі.	-співвідносити різні форми подання даних; -обирати ефективний зручний запис подання даних; -поділяти умову на частини; -розробляти первинну модель задачі; -переформулювати задачу іншою мовою, в іншому ключі.
Етап	Зміст етапу	Професійні дії	Евристичні уміння
Постановка задачі	Побудова послідовності елементарних допоміжних задач	- <b>виникнення орієнтирів на внутрисистемному, міжсистемному рівнях:</b>  а) розгляд аналогів у межах однієї області, декількох областей;  б) протиставлення різних способів розв’язання технічних задач;  - <b>перенесення структур, функцій об’єктів, які вже побудовані, в інші умови;</b>  -розчленування або об’єднання об’єктів;  -заміщення об’єктів;  -обертання об’єктів;  -співвіднесення ознак орієнтирів з ознаками шуканого об’єкта;  - <b>ухвалення рішення про прийняття або відхилення орієнтиру.</b>	Виявлення загальних закономірностей розв’язання допоміжних задач вимагає:  - знаходити спільне в розв’язанні із спільного в компонентах задач; -розглядати часткові випадки задачі; -об’єднувати дані про розв’язання часткових випадків; -знаходити спільне та різне в методах розв’язання задач, які вплинуть на відмінність або спільність метода розв’язання вихідної задачі та тієї, яка розглядається; -видозмінювати задачу з метою, що її розв’язання наведе на розв’язання вихідної задачі; -формулювати еквівалентну задачу на основі виявленої властивості; -ділити об’єкти на частини; -співвідносити ціле та частину, частину і частину, ціле та ціле; -розробляти модель задачі; -надавати граничні значення об’єктам, умовам; -робити перебір варіантів; -розв’язувати з кінця; -висувати гіпотези щодо розв’язання; -доводити або спростовувати гіпотези; - переформулювати цілі, питання задачі в загальному вигляді.
Етап	Зміст етапу	Професійні дії	Евристичні уміння

Складання плану розв'язання задачі	Отримання стратегії розв'язання задачі	<ul style="list-style-type: none"> <li>- розроблення схеми, креслення об'єкта, який потрібно побудувати, перебудувати;</li> <li>- складання плану покрокового впровадження розв'язання задачі в життя.</li> </ul>	<p>Використання „своїх” умінь та умінь набутих під час розв'язування задачі у визначеній системності вимагає:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- проводити міркування, які основані на фактах, зв'язках, установлених на попередніх етапах;</li> <li>- інтегрувати всі факти, зв'язки, установлені на попередніх етапах.</li> </ul>
Здійснення плану розв'язання задачі	Реалізація знайденого плану та його коригування	<ul style="list-style-type: none"> <li>- впровадження плану, схеми, креслення в реальне життя;</li> <li>- зміна плану, схеми, креслення (якщо це необхідно) в процесі впровадження.</li> </ul>	<p>Коригування знайденої стратегії в процесі розв'язання вимагає:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- перевіряти правильність виконаних дій;</li> <li>- співвідносити кроки пошуку розв'язання між собою та з питаннями задачі;</li> <li>- встановлювати недоліки розв'язання ще до отримання результату;</li> <li>- відхилитися від знайденого плану.</li> </ul>
Аналіз отриманого розв'язку	Аналіз отриманого розв'язку	<ul style="list-style-type: none"> <li>- застосування нової конструкції, споруди;</li> <li>- встановлення недоліків та достоїнств об'єкта (вартість, естетичні показники);</li> <li>- спроби нового задуму задачі.</li> </ul>	<p>Критичний аналіз всієї попередньої діяльності вимагає:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- переформулювати задачу з урахуванням недоліків;</li> <li>- перевіряти розв'язання (за розмірністю, оцінкою вірогідного результату);</li> <li>- перевіряти відповідність розв'язання вимогам задачі;</li> <li>- зіставляти отриманий результат з еталонним;</li> <li>- оцінювати економічність, естетичність, раціональність, розв'язання;</li> <li>- виконувати рефлексивні дії: <ul style="list-style-type: none"> <li>а) визначати, які нові способи дій, використовувались;</li> <li>б) встановлювати, де ще може бути застосоване отримане розв'язання.</li> </ul> </li> </ul>

## ДОДАТОК Б

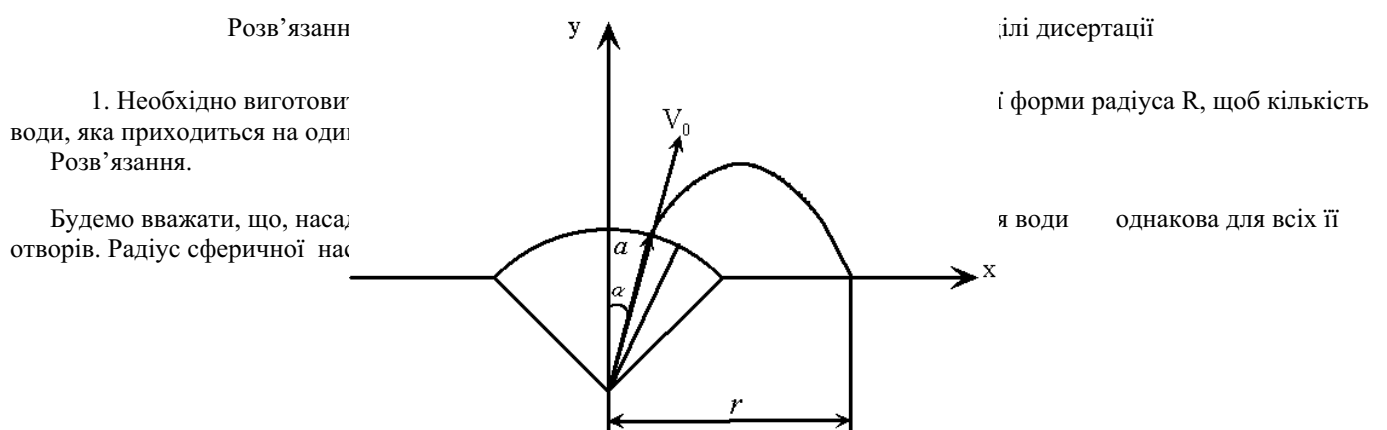


Рис. Б.1

Шуканою величиною в задачі є число  $n$  малих отворів, які приходяться на одиницю площі поверхні насадки, яке очевидно залежить від кута  $\alpha$ .

Спочатку розглянемо більш просту задачу, знехтувавши опором повітря. Тоді для струменя, який витікає під кутом  $\alpha$ , маємо в проекціях на вісі координат

звідки, виключаючи  $t$ , знаходимо траєкторію струменя

$$(Б.1)$$

Покладаючи  $y=0$ , знаходимо точку приземлення струменя

. Ця величина досягає

максимуму

при

, звідки знаходимо необхідну швидкість витікання води

та її

тиск

, де

- щільність води.

Кількість води, яка приходиться на кільце радіуса  $r$  та шириною  $dr$ , пропорційна його площі

.3

, звідки використовуючи вираз для  $r$ , знаходимо

.3

(Б.2)

З іншого боку, ця ж кількість води (на основі рівняння нерозривності) пропорційна площі сферичного шару насадки та щільності

розподілу на ній отворів

.3

(Б.3)

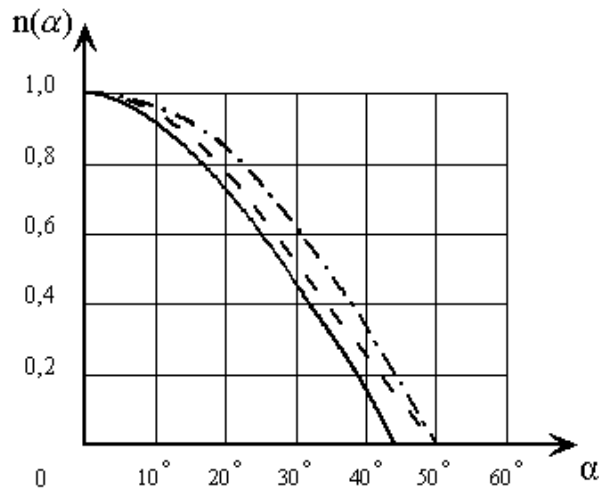
Порівнюючи (Б.2) та (Б.3), знаходимо

Нормуємо отриману величину на одиницю, тоді

$$(Б.4)$$

Графік функції

зображений на рис. Б.2 суцільною лінією.



– цілком прийнятні

Тепер піднімаємо насадку на висоту  $h$ , яка істотно менша за  $R$ , тоді замість (Б.1) маємо

, звідки при  $y=0$  отримуємо

(Б.5)

Диференціюючи (Б.5), знаходимо

(Б.6)

Використовуючи (Б.3), (Б.5), (Б.6), аналогічно попереднім міркуванням отримуємо

(Б.7)

З (Б.6), покладаючи маємо кут нахилу найбільш „далекобійного” струменя

(Б.8)

Знову зробимо числові оцінки. Нехай  $h=1$  м, тоді в нашому випадку

За

допомогою (Б.5) визначаємо  $R=6,8$  м. Вигляд кривої для даного випадку зображений на рис. Б.2 пунктиром. Як бачимо висота насадки відіграє значну роль.

Тепер оцінимо вплив сили повітря, для чого задамо діаметр краплі м та визначимо число Рейнольдса

для якого коефіцієнт опору сфери дорівнює  $C=0,4$ . Однак приблизно пів шляху струмінь летить як єдине ціле, а потім вже розбивається на краплі. У струменя ж поверхня контакту з повітрям значно менша,

чим у краплі. Тому шар з об'ємом замінимо рівновеликим циліндром того ж діаметра ,

довжина якого дорівнює . Бічна поверхня циліндра, який контактує з повітрям, в 1,5 рази менше поверхні сфери. Тому коефіцієнт опору рідини при польоті можна взяти у  $0,5(1+1,5)=1,25$  рази менше, чим для сфери, тобто в нашому випадку можна прийняти  $C=0,32$ .

Сила опору повітря складає

,

де - щільність повітря; модуль швидкості струменя. Щоб спростити задачу, середньою величину  $V$ , тим більше, що вона змінюється у незначних межах. Дійсно

,

звідки при  $t=0$ , , а при Беремо середнє значення

Таким чином, маємо

Маса краплі дорівнює кг, тоді її питомий опір складає Рівняння руху в цьому випадку (при  $h=0$ ) запишуться так

(Б.9)

Розв'язання першого рівняння (Б.9) дає При  $t=0$ , звідки та

Інтегруючи ще раз, отримуємо  
маємо

При  $t=0$   $x=0$ , звідки

тобто

$$(B.10)$$

Розв'язання другого рівняння (B.10) дає

При  $t=0$

звідки

так що

Інтегруючи ще раз, отримаємо

При  $t=0$  та  $y=0$  маємо

та

$$(B.11)$$

Так як викладок було багато, ймовірність помилки істотна, тому перевіримо правильність (B.10) та (B.11), використовуючи принцип відповідності, для чого перейдемо до границі при скориставшись правилом

Лопітала. Маємо

,

, як і повинно бути.

Розкладаючи у ряд Тейлора

замість (B.10) та (B.11) отримаємо

$$(B.12)$$

$$(B.13)$$

Покладаючи у (B.13)  $y=0$ , маємо вираз для  $t$

підставляючи яке в (B.12), знайдемо

$$(B.14)$$

Диференціюючи (B.14), отримуємо

$$(B.15)$$

Враховуючи (B.3), (B.14), (B.15), аналогічно попереднім міркуванням, маємо

Неважко побачити, що в цьому випадку найбільш „далекобійний” струмінь буде при

При за допомогою (B.14) знаходимо  $R=5,08$  м. Тобто врахування опору повітря вносить помітні корективи. Характер розподілу показаний на рис. Б.2 штрихпунктиром. Щоб отримати необхідні  $R=6$  м,

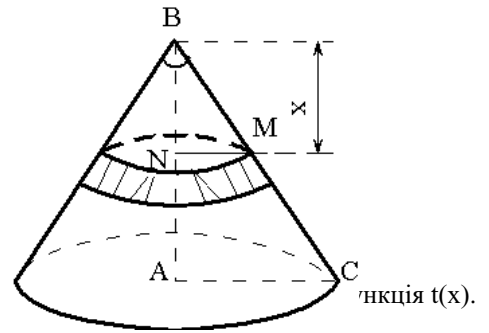
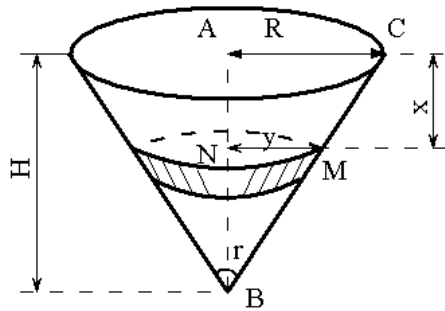
необхідно підняти насадку на висоту  $h=1,02$  м або збільшити швидкість витікання до

Якщо враховувати сумісну дію опору повітря та підйому насадки на висоту  $h$ , то отримаємо

Відповідь:

2. Дві однакових посудини мають форму прямого кругового конуса з вертикальною віссю. Висота посудин  $H$ , радіус основи –  $R$ , кут між твірними  $\gamma$ . Причому одна з посудин спрямована вершиною вниз, інша – вверху. Обидві посудини наповнили водою, а потім одночасно почали спорожнювати через невеликі однакові круглі отвори унизу (рис. Б.3). Зробити припущення про те, яка з посудин спорожниться швидше та обґрунтувати його? Вказівка: прийняти

, що швидкість витікання рідини дорівнює  $\sqrt{2gh}$ , де  $g$  - прискорення сили тяжіння,  $h$  - висота рівня води над отвором.



Розв'язання.  
Нехай час  $t$ , за який рівень води знизиться на висоту  $x$ , знайдемо її диференціал за при зміні  $x$  на величину  $dx$ .

Нехай зменшенню рівня води в посудині на невелику величину  $dx$  відповідає невеликий приріст часу  $dt$ . Тоді, припускаючи, що на протязі цього невеликого проміжку функції часу вода витікає із посудини з постійною швидкістю

, яка дорівнює  $\sqrt{2gh}$ , знайдемо, що об'єм води, яка витекла за час  $dt$  через отвір в днищі площею  $S$ , дорівнює  $S \sqrt{2gh} dt$ .

За цей же час  $dt$  об'єм води у посудині зменшиться на величину  $dV$ , яка повинна об'єму витеклої води дорівнювати. Звідси, із рівності  $dV = S \sqrt{2gh} dt$ , отримуємо

Час  $T$  повного спорожнення першої або другої посудини отримаємо, інтегруючи  $dt$  в межах від  $x=0$  до  $x=H$ :

Виразимо  $r$  у через  $x$ .

Оскільки  $r/R = x/H$  та  $S = \pi r^2$  подібні (рис. Б.3), то:

1) для першої посудини  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 x$ ,  $dV = \pi r x dx$ ;

2) для другої посудини  $V = \frac{1}{3} \pi R^2 (H-x)$ ,  
Час повного спорожнення першої посудини:

Час повного спорожнення другої посудини:

Н. Введемо нову змінну  $z=H-x$ , тоді  $dx=-dz$ ; при  $x=0$ ; при  $x=$

Зіставляючи та : , робимо висновок, що перша посудина спорожнюється швидше другої.  
Відповідь: посудина, спрямована вершиною вниз, спорожнюється швидше посудини, спрямована вершиною вгору.

3. Знайти об'єм тіла обмеженого поверхнями ,  
Розв'язання.

Тіло обмежене кулею та циліндричними поверхнями ( )

та ( $x < 0$ ). Оскільки тіло симетрично відносно координатних осей, обчислимо частину

об'єму, тобто , де  $D$ : , .

У інтегралі перейдемо до полярних координат:

Після заміни маємо 
$$\text{EMBED Equation.3}$$

Відповідь:

4. Знайти площу частини поверхні , яка розташована зовні циліндрів .  
Розв'язання.

Спираючись на міркування задачі 2., маємо , де  $D$ : ,

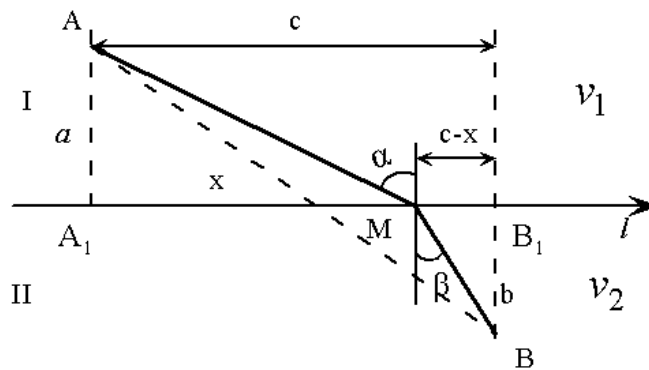


Оскільки  $v_1 > v_2$ , то  
Після переходу до полярних координат маємо

Відповідь:

5. Пряма  $l$  ділить площину на два середовища I і II. В середовищі I точка рухається з швидкістю  $v_1$ , а в середовищі II – із швидкістю  $v_2$ . По якому шляху має рухатись точка, щоб найшвидше дістатися з точки A середовища I в точку B середовища II?  
Розв'язання.

(рис. Б.4).



елінійним, але шлях по них відрізків AM і MB, знайдемо час  $t$ , за який

Знайдемо похідні

Для розв'язання рівняння  $f(x) = a \sqrt{1 + \frac{v_2^2}{v_1^2} + \frac{2x}{c} \frac{v_2^2}{v_1^2} + \frac{x^2}{c^2} \frac{v_2^2}{v_1^2} + \frac{v_2^2}{v_1^2} \frac{b^2}{c^2} - \frac{2x}{c} \frac{v_2^2}{v_1^2} \frac{b}{c} - \frac{x^2}{c^2} \frac{v_2^2}{v_1^2} \frac{b}{c}$  треба мати числові дані задачі, у зв'язку з цим, дослідимо його.

Оскільки похідні  $f'(x) = \frac{v_2^2}{v_1^2} \left( \frac{x}{c} + \frac{b}{c} \right)$  існують при всіх значеннях  $x$  і  $f''(x) = \frac{v_2^2}{v_1^2} \frac{1}{c}$  при всіх значеннях  $x$ , то похідна

зростає на всьому проміжку  $[0, c]$  і не може дорівнювати нулю більше одного разу. Але

при деяких значеннях  $x$ ,  $f'(x) = 0$  тому рівняння  $f'(x) = 0$  має єдиний корінь  $x = -\frac{b}{c}$ , який лежить між 0 і  $c$ , і

якому відповідає єдиний мінімум функції  $f(x)$ . Абсциси  $x=0$  і  $x=c$  відповідають точкам  $A_1$  і  $B_1$ .

З'ясуємо геометричний зміст знайденого розв'язку. Абсциса  $x$  шуканої точки  $M$  має задовольняти рівняння

або

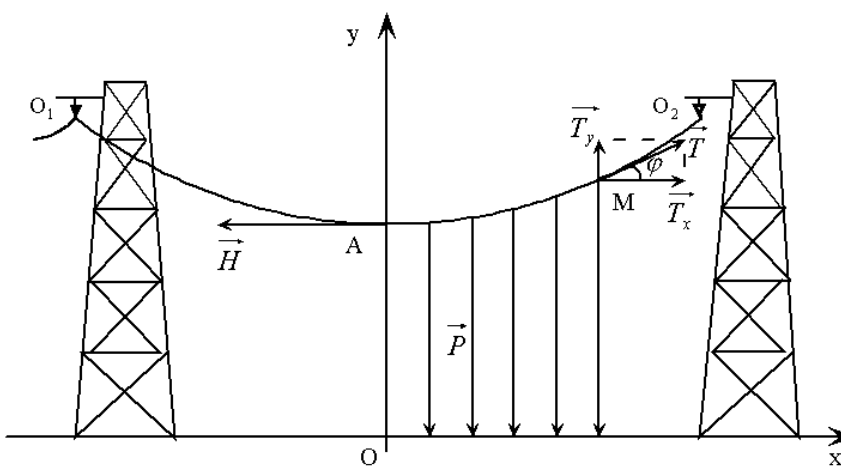
звідки

або

Ми дістали відомий з фізики закон заломлення світла: заломлення світла відбувається так, наче промінь світла обирає найшвидший час з точок одного середовища в точки другого. Цей результат повністю узгоджується з відомим у оптиці принципом Ферма: із всіх можливих шляхів, які йдуть з А в В, промінь світла обирає такий, який він проходить за найменший час.

Відповідь: найкоротший шлях складається з двох прямолінійних відрізків АМ і МВ, т. М знаходиться між точкам і .

6. Гнучкий провід лінії електропередач закріплений у точках та . Знайти рівняння кривої, по якій розташовується провід під дією сили тяжіння (рис.Б.5).



Розв'язання.

Будемо розглядати систему координат (р точку проводу А. Віз

Ділянка проводу

о прямокутну дять через найнижчу

направленої по дотичній до ділянки проводу; сили натягу , прикладеної до точки М та направленої по дотичній до ділянки проводу; сили, направленої вниз і рівної вазі ділянки АМ проводу.

Оскільки ділянка АМ проводу знаходиться в рівновазі, то вертикальна сила , яка направлена вниз, за величиною повинна дорівнювати вертикальній складовій сили ( ); теж саме відноситься до направлених у протилежні сторони горизонтальним силам і ( ). Оскільки ,

, де S – довжина дуги АМ проводу, то

Поділивши

почленно першу рівність на другу, маємо

Оскільки

то

Диференціюючи по x

обидві частини останньої рівності, а також враховуючи, що

постійні,

, отримуємо

диференціальне рівняння змінної x.

. Це рівняння другого порядку, яке явно не містить незалежної

Знизимо порядок даного рівняння, покладемо

. Звідси

Так як у точці  $A$   $x=0$  і (дотична паралельна вісі  $Ox$ ), то із останнього співвідношення знаходимо

Тому Розв'яжемо цю рівність відносно  $P$ :

Тобто

Інтегруючи, знайдемо

Якщо вісь  $Ox$  обрана так, що то використовуючи початкову умову  $y=a$  при  $x=0$ , знайдемо

Шукане рівняння лінії, по якій розташовується під дією сили тяжіння провід, закріплений на кінцях, має вигляд:

Це рівняння ланцюгової лінії.

Відповідь:

7. Обчислити інтеграл:  
Розв'язання.

Зробимо заміну  
Звідси

Тоді

Зробимо заміну

Тоді

де

Остаточно маємо

Відповідь:

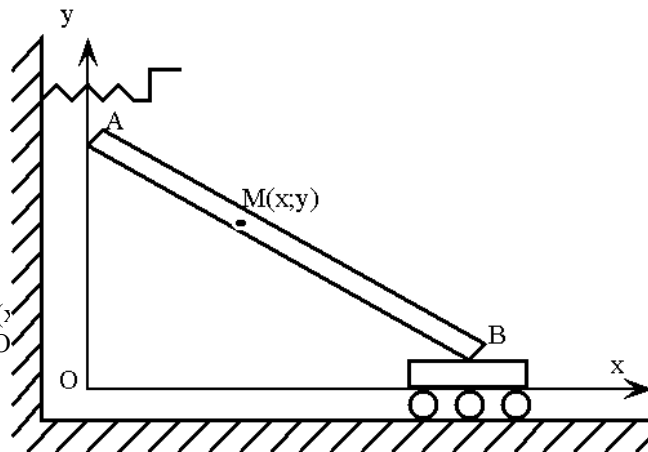
8. Важку балку довжиною  $L$  спускають на землю так, що її нижній кінець прикріплюється, а верхній – утримується канатом, який намотаний на корбу вагонетки (рис. Б.6). Яку лінію описує при цьому довільна внутрішня точка  $M(x, y)$  балки?

Розв'язання.

Відстань від точки  $M(x, y)$  який утворює балка з віссю  $O$

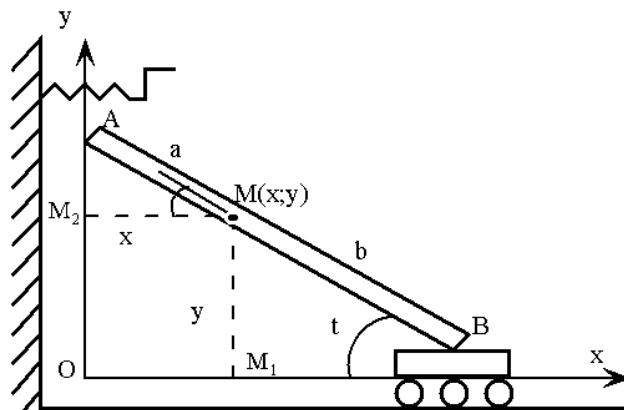
, причому  $a+b=L$ . Гострий кут,

(рис. Б.7).



З трикутників

та



Отримані рівняння є канонічними рівняннями еліпса. Виключаючи параметр  $t$ , запишемо рівняння цієї лінії у канонічному вигляді

Таким чином, за умови вказаного руху балки її довільна точка  $M$  описує дугу еліпса.

(Якщо точка  $M$  співпадає з серединою балки, то  $a=b$ . Тоді точка  $M$  описує дугу кола )

Відповідь: точка  $M$  описує дугу еліпса.

Зв'язок між евристичною, пізнавальною, професійною, навчальною,  
навчально-пізнавальною евристичною, професійно-орієнтованою  
евристичною діяльностями

Рис В.1 Схематичне зображення зв'язку між різними видами діяльностей

#### ДОДАТОК Д

Евристичні правила-орієнтири деяких евристичних прийомів

Операційний склад дій для виконання аналізу через синтез:

- визначити мету аналізу;
- визначити можливі напрями аналізу у відповідності з поставленою метою;

- поділити на частини об'єкти, які аналізуються, та розглянути перехід від одного з них або декількох до нової системи зв'язків та відношень;
- встановити нові властивості вихідного об'єкта;
- зіставити кожну з отриманих нових властивостей вихідного об'єкта з пошуком початкового результату;
- сформулювати висновок.

Операційний склад дій для виконання порівняння:

- визначити мету порівняння;
- визначити різні властивості об'єктів, які порівнюються;
- визначити можливі лінії порівняння у відповідності з поставленою метою та виявленими властивостями;
- встановити спільні властивості;
- встановити відмінність об'єктів, які порівнюються
- сформулювати висновок про схожість та різницю даних об'єктів у зв'язку з поставленою метою.

Операційний склад дій для виконання абстрагування:

- визначити мету абстрагування;
- визначити різні властивості об'єктів;
- виділити ті властивості, від яких потрібно відволіктися у зв'язку з поставленою метою;
- знайти відвернені властивості в інших предметах;
- сформулювати назву відвернених властивостей математичною мовою.

Операційний склад дій для виконання емпіричного узагальнення:

- визначити мету узагальнення;
- знайти різні властивості об'єктів, які узагальнюються;
- вказати загальні істотні властивості об'єктів, які узагальнюються, у відповідності з поставленою метою;
- сформулювати висновок.

**Операційний склад дій для виконання теоретичного узагальнення:**

- визначити мету узагальнення;
- згадати та сформулювати загальну істотну властивість;
- зіставити об'єкти за цією властивістю;
- об'єднати ті об'єкти, які мають дану істотну загальну властивість;
- сформулювати висновок.

Операційний склад дій для виконання класифікації:

- вивчити окремий об'єкт (тут познається одиничне шляхом аналізу та порівняння його властивостей, за допомогою абстрагування виділяються та узагальнюються істотні спільні ознаки та відношення);
- пригадати родові поняття, правило або закон, до якого повинен бути віднесений даний одиничний об'єкт (в голові у студента може виникнути декілька ймовірних родових понять, правил або законів; він пригадає їх основні властивості, думка його працює із спільними);
- віднести істотні властивості та відношення одиничного об'єкта з такими ж властивостями та відношеннями наведеного загального родового поняття, правила чи закону (тут відбувається перехід від загального до часткового шляхом аналізу);
- сформулювати висновок про відношення одиничного та спільного.

Операційний склад дій для виконання аналогії:

- визначити мету дії;

- розглянути деякі властивості або відношення об'єкта, який вивчається;
- пригадати, чи зустрічався раніше схожий об'єкт;
- якщо так, то пригадати всі його властивості;
- порівняти властивості першого та другого об'єкта;
- якщо другий об'єкт має властивості, які не виявлені поки що в першому об'єкті, затвердити їх наявність у об'єкті, який вивчається;
- сформулювати висновок відносно поставленої мети.

Операційний склад дій для виконання підведення під поняття (якщо визначення поняття надається через найближчий рід і видову відмінність):

- пригадати (повторити, прочитати) визначення поняття найближчого роду;
- перевірити належність об'єкта до вказаної у визначенні множини (родового поняття);
- перевірити наявність в об'єкті характерних ознак (видових відмінностей): якщо при цьому ознаки поняття пов'язані логічною зв'язкою "і", то перевірити всі ознаки; якщо зв'язкою "або", то хоча б одну з них;
- зробити висновок про належність цього об'єкта до поняття.

Операційний склад дій для виконання підведення під поняття (якщо визначення поняття конструктивне):

- пригадати (повторити, прочитати) визначення поняття, яке вже побудовано;
- зіставити етапи побудови, що даються у визначенні поняття, з уявними етапами побудови об'єкта з метою виділення істотних ознак;
- перевірити наявність усіх цих ознак у об'єкта;
- зробити висновок про належність цього об'єкта до поняття.

Операційний склад дій для виконання виведення наслідків:

- визначити мету дії;
- поділити на частини об'єкти, які аналізуються, та розглянути перехід від одного з них або декількох до нової системи зв'язків та відношень;
- встановити нові властивості вихідного об'єкта;
- співвіднести кожний з отриманих наслідків з самим об'єктом;
- сформулювати висновки.

Операційний склад дій для виконання дослідження за частинами:

- виділити елементи об'єкта;
- виділити елементи об'єкта, до яких можна застосувати відомі математичні факти;
- визначити різні властивості виділених у об'єкті елементів;
- визначити взаємне розташування елементів об'єкта;
- встановити відношення між виділеними елементами об'єкта та виразити їх математичною мовою.

Операційний склад дій для виконання моделювання:

- виділити в умові задачі величину (дві або більше), яку „зручно” прийняти за невідоме;
- виразити всі величини, які входять в умову задачі (та пов'язані між собою за допомогою формул, законів та ін .) через дані та обране невідоме;
- на основі умови задачі встановити співвідношення (два або більше) між отриманими виразами;
- зіставити отримане співвідношення з умовою – з'ясувати чи зберігаються відношення між величинами задані умовою.

Операційний склад дій для виконання варіювання задачі:

- змінити умову (дані або вимоги) даної задачі або якоїсь відомої задачі, щоб їх можна було порівняти;
- застосувати прийом аналогії;
- на основі нових виявлених властивостей вихідної задачі (тип задачі, спосіб розв'язання) встановити відношення між даними та невідомими.

Операційний склад дій для виконання виділення головного.

- роздібнити об'єкт, який вивчається на складові елементи;
- порівняти властивості виділених елементів;
- встановити відношення між елементами;
- визначити, які властивості елементів у найбільшій мірі впливають на відношення між ними;
- зробити висновок.

Операційний склад дій для виконання введення додаткових елементів:

- роздібнити об'єкт, який вивчається на складові елементи;
- визначити властивості отриманих елементів;
- з'ясувати, який новий елемент надає можливість пов'язати початкові елементи;
- встановити співвідношення між початковими елементами за допомогою нового елемента.

Операційний склад дій для виконання розглядання декількох моделей та встановлення зв'язків між ними:

- побудувати декілька моделей задачі;
- визначити властивості побудованих моделей;
- порівняти побудовані моделі;
- зробити висновки.

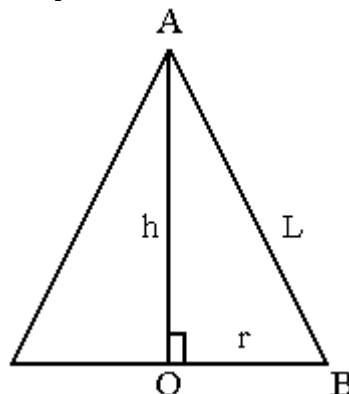
## ДОДАТОК Е

Розв'язання деяких із наведених у другому розділі дисертації задач з вищої математики

1. Чому повинна дорівнювати висота прямого кругового конуса, так що б при заданій довжині твірної  $L$  конус мав найбільший об'єм?

Розв'язання.

Зобразимо осьовий переріз конуса.





Об'єм конуса обчислюється за формулою  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ , де  $h$  – довжина висоти конуса,  $r$  – довжина радіуса основи конуса. – функція двох змінних, виключимо одну з них.

Знайдемо зв'язок між  $h$  та  $r$ . В прямокутному трикутнику  $OAB$  (рис. E.1):

Тоді

Знайдемо значення  $h$  при якому функція досягає найбільшого значення.

при довільному значенні  $h$ . Із рівняння знаходимо

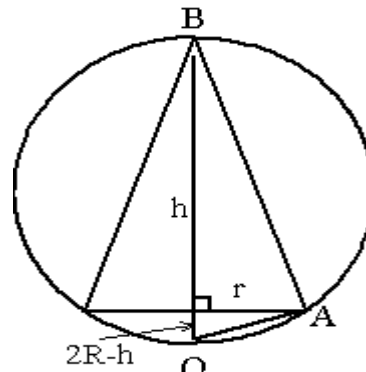
При ( не задовольняє зміст задачі), тобто при цьому значенні  $h$  функція досягає максимуму, а разом з тим і найбільшого значення.

Відповідь:

2. Знайти висоту конуса найбільшого об'єму, який можна вписати у кулю радіуса  $R$ .

Розв'язання.

Зобразимо осьовий переріз конуса.



Об'єм конуса обчислюється за формулою  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ , де  $h$  – довжина висоти конуса,  $r$  – довжина радіуса основи конуса. – функція двох змінних, виключимо одну з них.

Знайдемо зв'язок між  $h$  та  $r$ . (рис. E.2), оскільки спирається на діаметр кола. В прямокутному трикутнику  $OAB$ :

Тоді

Знайдемо значення  $h$  при якому функція досягає найбільшого значення.

Із рівняння знаходимо При ( $h=0$  - не задовольняє зміст задачі), тобто при цьому значенні  $h$  функція досягає максимуму, а разом з тим і найбільшого значення.

Відповідь: .

ДОДАТОК Ж

Система задач за темою “Застосування криволінійного інтеграла першого роду до розв’язування практичних задач”

Заповнити пропущені місця в таблиці (Таблиця Ж.1).

Таблиця Ж.1

Завдання за темою “Застосування криволінійного інтеграла першого роду до розв’язування практичних задач”

№	Умова задачі	Розв’язання задачі
1	..... .....	$x=a(t-\sin t), y=a(1-\cos t),$  $dl=$   EMBED Equation.3   EMBED Equation.3
2	Обчислити координати центра маси гвинтової лінії $x=3\cos t, y=3\sin t, z=4t$ (.....), якщо густина в кожній точці дорівнює $4z$ .	.....



## ДОДАТОК 3

## Системи задач за темою “Пряма та площина у просторі”

Задані вершини піраміди  $SABC$ :  $S(1;8;9)$ ,  $A(4;7;8)$ ,  $B(-1;13;0)$ ,  $C(2;4;9)$ . Заповнити таблицю 3.1 – в порожніх комірках вкажіть евристичні орієнтири розв’язання задач – засобами векторної алгебри (стовпець 1), аналітичної геометрії (стовпець 2), іншими засобами відмінними від перших двох (стовпець 3). Розв’язати задачі вказаними засобами.

Таблиця 3.1

## Завдання системи задач за темою “Пряма та площина у просторі”

№	Знайти	1	2	3	Відповідь
1	Рівняння прямої, що містить ребро $AB$	Знайти	Записати рівняння:		
2	Рівняння прямої, паралельної $AB$		Врахувати, що у та $AB$ :		
3	Рівняння основи ( $ABC$ )	Знайти			
4	Рівняння прямої, що містить висоту $SO$		Використати рівняння ( $ABC$ )		
5	Кут між ребрами $AB$ та $AS$				
6	Кут між ребром $AS$ та площиною основи		За взяти напрямний вектор прямої, що містить $SO$ ,		
7	Кут між гранями ( $ASC$ ) та ( $ABC$ )	Знайти , EMBED Equation .3			
№	Знайти	1	2	3	Відповідь
8	Координати точки $O$		Знайти $O$ як точку перетину прямої та		
















			ПЛОЩИНИ		
9	Довжину висоти SO	Знайти EMBED Equation .3		Знайти	

## Додаток И

Таблиця И.1

Задачі, складені студентами за темою “Лінійні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами”

№												
1				0		2	1					
		0	2									
2		-1	-1	-1		1						
										EMBED Equation.3		
3				2		3						

4		3	-1	 	0	 						
5					0							
6				0		1	1					
		0	3									
												
												





## ДОДАТОК К

Евристичні підказки та пояснення до розв'язання задач за темою „Визначники та їх властивості”

### Евристичні підказки

Під час розв'язання задач користуйтеся евристикami:

- “порівняйте” стовпці, рядки, елементи визначників;
- “модифікуйте” – змінійте місцями рядки, стовпці, елементи визначників з метою отримати визначники з однаковими відповідними елементами;
- “обертайте дії”, щоб встановити якою властивістю скористались;
- “спостерігайте”, знаходьте визначники з властивостями, які відрізняють їх від інших (завдання 5-10);
- “дійте за аналогією” (завдання 5-10);
- “розв'яжуйте з кінця” (завдання 11-12);
- “узагальнюйте”, “погляньте на попередні задачі з іншої точки зору” (завдання 15).

### Пояснення до розв'язання задач

1. У визначнику поміняли місцями 2-й та 3-й рядки. Визначник змінить знак на протилежний, якщо поміняти місцями два його рядки (стовпці). Тому знак рівності встановлений неправильно. Правильним буде:

2. У визначнику 1-й рядок поміняли місцями з 2-м, а потім 2-й з 3-м (або 1-й з 3-м, а потім 1-й з 2-м та ін). Тобто, 2 рази застосовуючи властивість із завдання 1), ми отримуємо, що визначник не змінює знак. Ця властивість може бути записана таким чином: непарна кількість змін місцями будь-яких двох рядків (стовпців) змінює знак визначника на протилежний, парна кількість – не змінює визначника. Знак рівності встановлений правильно.

3. У визначнику рядки замінили відповідними за номером стовпцями (або навпаки). Визначник не зміниться, якщо його рядки замінити відповідними за номером стовпцями, і навпаки. Знак рівності встановлений правильно.

4. Ситуація аналогічна завданню 1) тільки для стовпців. Знак рівності встановлений правильно.

5. Легко побачити, що добутки елементів, які стоять на побічній діагоналі та у вершинах відповідних

трикутників дорівнюють 0, добуток елементів на головній діагоналі дорівнює 0. Залишилися добутки та , які стоять у вершинах трикутників відносно головної діагоналі, в сумі вони не дають 0 (правило трикутників). Знак рівності встановлений неправильно. Не існує властивості, в якій би стверджувалось, що визначник , у якого на діагоналі стоять нулі дорівнює 0. Тобто визначник може дорівнювати 0 або іншому числу.

6. Завдання аналогічне 5), але добутки елементів та , які стоять у вершинах трикутників відносно головної діагоналі, в сумі дають 0 (правило трикутників). Знак рівності встановлений правильно.

7. Визначник дорівнює 0, якщо всі елементи рядка (стовпця) рівні 0. Знак рівності встановлений неправильно.

8. Даний визначник має трикутний вигляд. Визначник має трикутний вигляд, якщо дорівнюють 0 всі його елементи, які стоять під або над однією з діагоналей. В такому випадку визначник дорівнює добутку елементів названої діагоналі з урахуванням знаку. Знак рівності встановлений правильно.

9. Завдання аналогічне 8. Знак рівності встановлений неправильно. Визначник дорівнює 15.

10. У визначнику елементи 1-го та 3-го рядка пропорційні, вони відрізняються в 3 рази. Визначник дорівнює 0, якщо елементи двох рядків (стовпців) пропорційні. Знак рівності встановлений неправильно. Визначник дорівнює 0.

11. Визначник збільшиться в раз, якщо всі елементи рядка (стовпця) помножити на число . В нашому випадку відбулося множення 3-го стовпця, а значить, і визначника на число 7. Звідси випливає, що можна виносити за знак визначника. Знак рівності встановлений правильно.

12. Не плутайте з властивістю із завдання 11). Знак рівності встановлений неправильно.

13. До другого рядка цього визначника додали перший, помножений на число 3. Визначник не зміниться, якщо до елементів одного рядка (стовпця) додати відповідні елементи іншого рядка (стовпця), помножені на те саме число. Знак рівності встановлений правильно.

14. Визначник розкладений за елементами 1-го рядка. Визначник дорівнює сумі добутків елементів рядка (

стовпця) на алгебраїчні доповнення. Алгебраїчне доповнення елемента , де  $i, j$  – номер рядка, стовпця, відповідно, елемента

, - мінор елемента визначника  $n$ -го порядку – визначник  $(n-1)$ -го порядку, одержаний із даного шляхом викреслення рядка і стовпця, що містять . В даному випадку алгебраїчне доповнення до елемента рівного 8:

, тобто перед 8 повинний бути знак “-“. Знак рівності встановлений неправильно.

**15. Твердження неправильне. Продивіться попередні завдання, в багатьох із них між визначниками стверджується рівність, а відповідні елементи є різними.**

## ДОДАТОК Л

Евристичні підказки та пояснення до розв’язання задач за темою „Диференціальні рівняння”

Евристичні підказки

1. “Порівняйте” поняття “рівняння” та “диференціальне рівняння”, “розв’язати рівняння” та “розв’язати диференціальне рівняння”; “конкретизуйте” поняття “рівняння”, “систематизуйте” знання.

2. “Підводьте під поняття”, “порівнюйте” задані рівняння, “обирайте іншу

систему позначень” ( ).

3, 5. “Підводьте під поняття”.

4. “Розгляньте окремі випадки”, “порівняйте” рівняння та

, “формулюйте проміжні задачі” ( ), “формулюйте

обернені твердження”, “обертайте дії” ( та ).

6. “Обертайте дії”, “перевіряйте результат” (у випадку в)).

7. “Формулюйте поставлену задачу на геометричній мові”.

Пояснення до розв’язання задач

1. Рівняння з однією, двома, та багатьма змінними (невідомими) – рівність, яка містить цю змінну (змінні). Диференціальне рівняння крім незалежних змінних містить шукані функції від цих змінних та їх похідні. Зокрема, в звичайному диференціальному рівнянні, шукана функція є функцією однієї незалежної змінної. Зверніть увагу, що диференціальне рівняння може в явному вигляді не містити незалежну змінну та шукану функцію, але містить обов’язково одну або декілька похідних цієї функції чи відповідні диференціали.

Розв'язання рівняння передбачає знаходження всіх коренів рівняння (корінь – значення невідомої, при підстановці якого в рівняння отримуємо правильну рівність) або доведення, що коренів немає. Розв'язування диференціального рівняння передбачає знаходження невідомої функції, яка при підстановці в рівняння перетворює його в тотожність.

2. Згідно з означенням звичайного диференціального рівняння (див.1), звичайними диференціальними рівняннями є рівняння А (1-го порядку), В (1-го порядку), С (3-го порядку), G (5-го порядку). Рівнянні А, оскільки

, можна записати . Зокрема, в рівнянні F, якщо зробити аналогічне перетворення, крім похідної

буде присутній – воно не диференціальне. Порядок рівняння визначається найвищим порядком похідної, яка міститься в рівнянні.

3.1) рівняння не розв'язане відносно похідної ( ); 2) рівняння розв'язане відносно похідної ( ); 3) рівняння у диференціальній формі ( ).

4. Перехід здійснити можна не завжди (дивиться приклади наведені в евристичних підказках).

Перехід можна представити як : можна здійснити завжди (помножити рівняння 2) на , перенести все в один бік, помножити рівняння на ), а не завжди ( дивиться вище), тобто можна здійснити не завжди.

Перехід обернений до . Всі дії, які забезпечують перехід , можна здійснити в оберненому порядку і, значить, здійснити .

Також можна здійснити переходи , наприклад, перенести все в один бік, (перехід здійснити можна не завжди), або теж саме (обидва переходи можна здійснити завжди).

5. Функція , яка залежить від аргументу та довільної сталої , називається загальним розв'язком рівняння в області , якщо вона задовольняє умовам:

1) при довільних значеннях , із деякої множини, функція є розв'язком цього рівняння;

2) для довільної точки можна знайти таке значення , що функція , задовольняє початкову умову: .

Частинним розв'язком рівняння називається функція , яка утворюється із загального розв'язку при певному значенні сталої .

Якщо загальний розв'язок диференціального рівняння знайдено в неявному вигляді, тобто у вигляді

то такий розв'язок називають загальним інтегралом диференціального рівняння. Рівність

у цьому випадку називають частинним інтегралом рівняння.

Правильна відповідь: можуть бути загальним розв'язком – С; частинним розв'язком – Н, D; загальним інтегралом – А, В; частинним інтегралом – F, G.

6. Розв'язання диференціального рівняння ще називають інтегруванням. Ви маєте відповідь, тобто необхідно діяти у оберненому порядку. Операція обернена до інтегрування – диференціювання. Значить, а) ; б) ;

в) . Однак, якщо в останньому випадку ви зробите перевірку, тобто проінтегруєте, то отримаєте

. повинно бути нулем. Це станеться, коли одночасно . Маємо задачу Коші

, або ,

7. У задачі необхідно визначити інтегральну криву, яка відповідає розв'язку задачі Коші, тобто проходить через точку з координатами (0;1). Правильна відповідь – В.

## ДОДАТОК М

Методична розробка лабораторної роботи за темою: “Методи розкриття невизначеностей .3 , .3

### *на прикладі дробово–раціональних функцій та функцій, які містять ірраціональність”*

#### **Цілі роботи.**

##### **Освітні:**

формування:

- поняття нескінченно малої та нескінченно великої величини: розглядання істотних ознак понять на прикладі елементарних функцій, застосування властивостей цих величин під час обчислення границь;
- поняття про невизначеність на прикладі , , ;
- уміння розкривати невизначеності в процесі обчислення границь дробово–раціональних функцій та функцій, які містять ірраціональність;
- уміння записувати властивості величин математичною мовою – за допомогою границь.

Розвивальні: - формування та розвиток евристичних прийомів “виділяйте підзадачі”, “дійте за аналогією”, “обертайте дії”, “підводьте під поняття”, “виводьте наслідки”, “варіюйте умову”, “узагальнюйте”, “систематизуйте”, “складайте правило-орієнтир” та відповідних їм евристичних умінь.

Виховні: - розвивати прагнення до пізнання математичних об’єктів.

Обладнання: комп’ютерна програма “LIMIT”.

Література: Дубовик В.П. Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: А.С.К., 2001. – 648 с.

#### Хід лабораторної роботи

Організаційний момент: викладач оголошує тему та мету лабораторної роботи; студенти отримують рекомендації щодо виконання лабораторної роботи (див. далі), інструкцію для користувача (вона знаходиться в програмі “LIMIT”).

Актуалізація знань студентів: колективна робота, в результаті якої студентам необхідно пригадати означення нескінченно малої та нескінченно великої функції в околі певної точки та розібрати істотні ознаки цих понять.

1). На дошці записані рівняння:

EMBED Equation.3

EMBED

Equation.3

- Пригадайте, що це за рівняння та побудуйте графіки функцій

EMBED

Equation.3

- Опишіть графіки функцій коли ?
- Як поведуть себе функції, коли ?
- Виходячи з означень, записаних на лекції, сказати, які з функцій є нескінченно малими або нескінченно великими і в околі яких точок?
- Запишіть у зошитах відповідні співвідношення.

та ін.

- Чому дорівнюють границі вище вказаних функцій, коли

2). Після обговорення питань індивідуальна робота студентів з програмою: виконання завдань 1, 2 в режимі актуалізації знань роботи програми.

Обчислення границь – робота з програмою “LİMİT”: виконання комп’ютерних завдань 1, 4, 7 (індивідуальна робота студентів з програмою).

Евристичний діалог після роботи з програмою (колективна робота), його мета – складання правила-орієнтира.

- Чи завжди можна застосовувати основні правила обчислення границь?
- Що таке невизначеність?
- Назвіть причину виникнення невизначеності . Яким чином можна позбавитися цієї невизначеності?
- Яким чином розкривається невизначеність ? Чому дорівнює границя дроби оберненого до дроби із завдання 7? А границя дроби, в якого степінь чисельника дорівнює степені знаменника?

- Складіть правило – орієнтир.

Правило-орієнтир може бути таким.

1. “Виділити” у чисельнику та знаменнику множник, який прямує до 0:
  - розкладанням на множники, групуванням, діленням многочлена на многочлен, застосуванням формул скороченого множення;
  - множення чисельника та знаменника на вираз спряжений чисельнику або знаменнику, неповний квадрат суми, різниці.
2. Порівняти степені чисельника та знаменника:
  - якщо степінь чисельника менша степені знаменника, то границя дорівнює 0;
  - якщо степінь чисельника більша степені знаменника, то границя дорівнює ;

- якщо степінь чисельника дорівнює степені знаменника, то границя дорівнює відношенню коефіцієнтів при найвищих степенях;
3. Якщо нескінченності одного знаку, то враховуючи

звести до невизначеностей

вигляду (Цей пункт викладач записує сам. Ним необхідно скористатися під час виконання домашнього завдання).

Домашнє завдання. Повинно передбачати наявність завдань на розкриття вже знайомих невизначеностей та невизначеності, рекомендації до розкриття якої студенти вже отримали: 336, 340, 349, 351, 361, 369, 371, 380, 382, 356.

Програма "LIMIT" може бути запропонована студентам на диску для роботи вдома (завдання 1-9).

**Рекомендації до виконання лабораторної роботи (надаються студентам на аркушах)**

Під час актуалізації знань:

- намалюйте графіки функцій, з якими маєте справу;
- використайте деякі результати завдання 1 у 2-ому завданні;
- спробуйте змінити умову до знайомої ситуації та використайте це;

- зверніть увагу на границі із 2 (У першому випадку це невизначеність

а у другому - . Ці важливі границі будуть розглянуті окремо). Подумайте, що таке невизначеність.

Під час роботи з програмою:

- не відкривайте одразу текст підказок, може їх назви наштовхнуть Вас на ідею розв'язання;
- зверніть увагу, різні підказки можуть наводити на різні ідеї розв'язання, Ви маєте можливість знайти різні методи розв'язання задачі;
- підказка не допомогла в розв'язанні задачі – однак вона містить корисну інформацію, яка знадобиться Вам під час розв'язання задачі;
- використовуйте інформацію, отриману із однієї підказки, у процесі роботи з іншою підказкою;
- продивляйтесь всі методи розв'язання, вони можуть відрізнитися від отриманих Вами;
- виписуйте невизначеності, з якими Ви зустрічаєтесь під час роботи з програмою;
- дайте назву прийомам, які Ви винайшли для розкриття невизначеностей, запишіть їх у зошити;
- запишіть у зошити розв'язання задач.

Методична розробка лабораторної роботи за темою "Застосування першої та другої важливих границь при обчисленні границь функцій. Інші види невизначеностей. Порівняння нескінченно малих величин"

Цілі роботи.

**Освітні:**

**формування:**

- навичок розкриття вже відомих студентам (з попереднього заняття) видів невизначеностей та невизначеності за допомогою першої важливої границі та "наслідків" з неї;

- навичок розкриття невизначеності за допомогою другої важливої границі;
- поняття про еквівалентні нескінченно малі величини та вміння застосовувати їх у процесі обчислення границь.

Розвивальні: - формування та розвиток евристичних прийомів “виділяйте підзадачі”, “формулюйте рівносильну проблему”, “моделюйте”, “розглядайте граничні випадки”, “використовуйте малі зміни”, “дійте за аналогією”, “обертайте дії”, “підводьте під поняття”, “виводьте наслідки”, “варіюйте умову”, “узагальнюйте”, “систематизуйте”, “складайте правило-орієнтир” та відповідних їм евристичних умінь.

Виховні: - розвивати прагнення до пізнання математичних об’єктів.

Обладнання: комп’ютерна програма “LIMIT”.

Література: Дубовик В.П. Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: А.С.К., 2001. – 648 с.  
 Михайленко В. М., Антонюк Р. А. Сборник прикладных задач по высшей математике: Учеб. пособие. – К.: Выща шк., 1990. – 167 с.

#### Хід лабораторної роботи

Організаційний момент: викладач оголошує тему та мету лабораторної роботи; студенти отримують рекомендації щодо виконання лабораторної роботи (див. далі), інструкцію для користувача (вона знаходиться в програмі).

Постановка та розв’язання викладачем проблеми. Бетонна колона висотою  $h$  стискається силою  $P$  та власною вагою в напрямку своєї вертикальної осі. Розміри колони запроєктовані так, що для кожного її поперечного перерізу нормальний опір є сталим і дорівнює (колона сталого опору). Встановити закон зміни площі поперечного перерізу колони, у залежності від відстані перерізу від її верхньої грані.

Викладач:

- Розіб’ємо колону на частини. Проведемо, починаючи зверху, перерізи з площинами. Зафіксуємо  $x > 0$  – відстань від верхньої грані колони і позначимо  $S(x)$  відповідний переріз. Розглянемо ступінчасту фігуру, яка складається із циліндрів з площами основ, рівними та висотами

Використаємо умову сталого опору де - стала опору на стиснення. Звідси

- На переріз діє два навантаження, окрім , ще вага верхньої частини колони , де - питома вага матеріалу. Тому навантаження на дорівнює EMBED Equation.3 +

- З іншого боку, EMBED Equation.3 . Тому

- Аналогічно, тому

- Є закономірність. Яка вона?

Студенти повинні помітити, що  $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ , причому похибка тим менша, чим дрібніше розбити

колону на частини, тобто чим менша є величина

Викладач:

- Як визначити  $S(x)$ ?  
Студенти повинні відповісти:
- Розглянемо граничне значення виразу. При  $x \rightarrow 0$  будемо мати шуканий закон.

EMBED Equation.3

Викладач:

- Тобто задача звелась до рівносильної задачі: обчислити границю. Ви отримали математичну модель даного в задачі процесу. У кінці заняття Вам необхідно дати відповідь, чому границя дорівнює.

**Актуалізація** знань студентів.

1). Індивідуальна робота з програмою, в результаті якої студентам необхідно пригадати першу та другу важливі границі та наслідки з них, – студенти виконують завдання 4 у режимі актуалізації знань роботи програми.

2). Заповнити пропущені місця (самостійна робота):

а)  $\sin ax \sim ?$ ,  $\sin ax \sim ax$ ; б)  $\operatorname{tg} x \sim ?$ ,  $\operatorname{tg} x \sim x$ ; в)  $\ln(1+ax) \sim ?$ ,  $\ln(1+ax) \sim ax$ ; г)  $\operatorname{arctg} 2x \sim ?$ ,  $\operatorname{arctg} 2x \sim 2x$ ; д)

$\operatorname{arcsin}(3x+1) \sim ?$ ,  $\operatorname{arcsin}(3x+1) \sim 3x+1$ .

Обчислення границь – робота з програмою: виконання комп'ютерних завдань 10, 12, 13, 16 основної частини програми (індивідуальна робота студентів з програмою).

Додаткові завдання: 14, 15.

Евристичний діалог після роботи з програмою (колективна робота), його мета – складання правила-орієнтира.

- За рахунок яких перетворень можна розкрити невизначеність  $\frac{0}{0}$  ?
- Яким чином розкривається невизначеність  $\frac{\infty}{\infty}$  ?
- Навіщо робиться заміна змінних у границі?
- Яким чином використовуються еквівалентні нескінченно малі під час обчислення границь?
- Які для Вас нові типи невизначеностей? Які прийоми Ви винайшли для їх розкриття?
- До чого приводить логарифмування?
- **Доповніть правило – орієнтир, складене на попередньому занятті.**

Правило-орієнтир може бути таким.

1. Звести завдання до використання першої важливої границі:



- тотожними перетвореннями (використання тригонометричних формул, множення чисельника та знаменника на один і той же вираз та ін.), заміною змінних.

3. звести до невизначеності або представленням 0 як , або як , за рахунок

тотожних перетворень, заміни змінних:

4.

- звести до невизначеності або логарифмуванням.
- звести ситуацію до використання другої важливої границі представленням основи степеня функції

як а показника  
або тотожними перетвореннями.

Після складання правила орієнтира. Викладач:

Дайте відповідь на задачу поставлену на початку заняття. ( EMBED Equation.3

).

**Домашнє завдання.** Повинно містити завдання на закріплення вмінь та навичок розкриття невизначеностей за допомогою 1-ї та 2-ї важливих границь та порівняння нескінченно малих: 399, 400, 416, 429, 492 (3, 4, 12, 14).

Також передбачає роботу студентів із завданнями: 459, 466, 452. У результаті

якої відбувається формування умінь застосовувати ,

під час обчислення границь.

Програма може бути запропонована студентам на диску для роботи вдома (завдання 10-16).

Рекомендації до виконання лабораторної роботи (надаються студентам на аркушах )

Під час актуалізації знань:

- використовуйте важливі границі;
- з'ясуйте який прийом лежить у основі виконання всіх завдань, пригадайте приклади, які розглядалися на лекції;
- **пригадайте означення еквівалентних нескінченно малих величин;**
- використовуйте результати виконання завдання 1 у 2-ому завданні;

Під час роботи з програмою:

- не відкривайте одразу текст підказок, може їх назви наштовхнуть Вас на ідею розв'язання;
- зверніть увагу, різні підказки можуть наводити на різні ідеї розв'язання, Ви маєте можливість знайти різні методи розв'язання задачі;
- підказка не допомогла в процесі розв'язуванні задачі – однак вона містить корисну інформацію, яка знадобиться Вам при розв'язанні задачі;

- використовуйте інформацією, отриману із однієї підказки, під час роботи з іншою підказкою;
- продивіться всі методи розв'язання, вони можуть відрізнитися від Ваших;
- виписуйте невизначеності, з якими Ви зустрічаєтесь під час роботи з програмою;
- дайте назву прийомам, які Ви винайшли для розкриття невизначеностей, запишіть їх у зошити;
- використовуйте прийоми, які Ви винайшли дома в процесі роботи з невизначеністю ;
- запишіть у зошити розв'язання задач.

## ДОДАТОК Н

Методична розробка лабораторної роботи за темою: “Неперервність функції однієї змінної”

Цілі роботи.

Освітні: - формування понять функції неперервної у точці, на відрізку;  
 - поглиблення знань про поняття функції, застосування логіки та інтуїції під час визначення її властивостей.

Розвивальні: - формування та розвиток евристичних прийомів “виділяйте підзадачі”, “дійте за аналогією”, “обертайте дії”, “підводьте під поняття”, “виводьте наслідки”, “виділяйте головне”, “формулюйте еквівалентну задачу на геометричній, аналітичній мові”, “зіставляйте різні форми подання інформації”, “обирайте ефективну систему позначень”, “поділяйте на частини” та відповідних їм евристичних умінь.

Виховні: - розвивати прагнення до дослідження математичних об'єктів.

Обладнання: система евристично-орієнтованих завдань з вищої математики, комп'ютерна програма “C&G”.

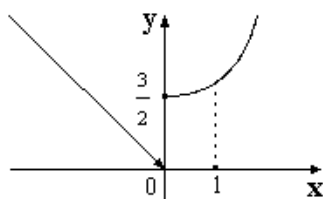
Література: Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1969. – 440 с.

### Хід лабораторної роботи

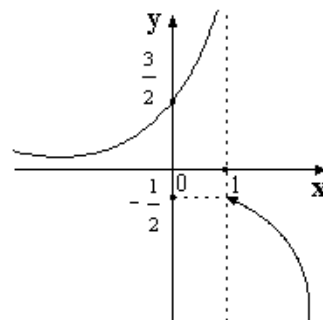
Організаційний момент: викладач оголошує тему та мету лабораторної роботи; студенти отримують рекомендації щодо виконання лабораторної роботи (див. далі), інструкцію для користувача (вона знаходиться в програмі).

Актуалізація знань студентів: колективна робота з системою евристично-орієнтованих завдань. На рис. Н.1 зображені графіки функцій.

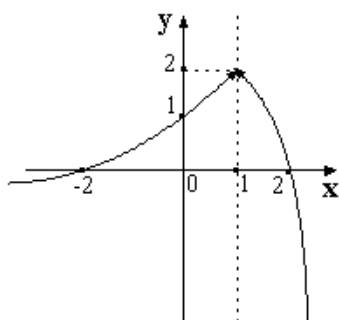
1. Вказати функції неперервні в точці  $x=1$ .
2. Вказати функції, які мають або можуть мати розрив у точці  $x=1$ :
  - а) знайти односторонні границі в цій точці, значення функції у цій точці;
  - б) назвати умову в означенні функції неперервної у точці, яка не виконується;
  - в) встановити тип розриву.



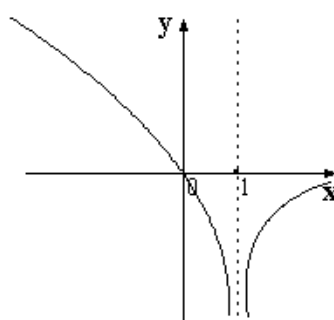
a)



b)

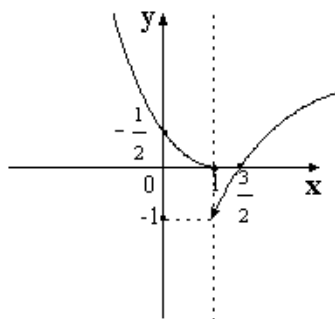


c)

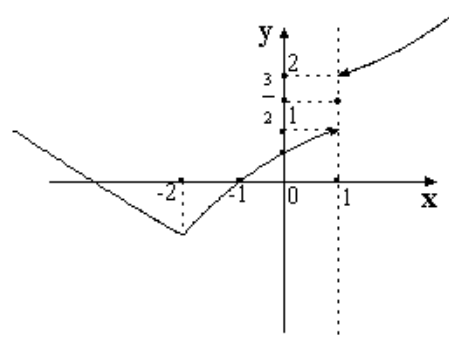


d)

Розв'язу  
1. Обо



e)



f)

які містяться в програмі.

2. Додаткові завдання: дослідження функцій:

, які містяться в програмі.

Евристичний діалог зі студентами (колективна робота), мета якого складання правила-орієнтира дослідження функції на неперервність та побудови графіка без використання похідної.

Евристичні запитання.

1. Яка різниця, схожість кроків у дослідженні (побудові графіка) функцій з якими ви працювали?
2. З чим це пов'язано – чому деякі кроки співпадають, а деякі різняться?
3. Чи зберігається послідовність кроків дослідження (побудови графіка) запропонована програмою під час дослідження різних функцій?
4. Які ці кроки?
5. Складіть правило-орієнтир дослідження функції на неперервність, побудови графіка, врахувавши попередні міркування.

Правило-орієнтир дослідження на неперервність функції у точці може бути таким.

1. Якщо функція елементарна, визначити точки у яких вона невизначена, якщо ні, наприклад, задана декількома аналітичними виразами, – точки у яких невизначена та точки у яких змінюється її аналітичний вираз.
2. Визначити односторонні границі функції та значення функції (якщо вони існують) у точках, знайдених у попередньому пункті.
3. Визначити тип розриву, скориставшись відповідним означенням:
  - а) якщо хоча б одна з односторонніх границь у точці, знайденої у пункті 1, не існує або дорівнює нескінченності, то ця точка є точкою розриву другого роду;
  - б) якщо існують скінченні односторонні границі у точці, знайденої у пункті 1, але вони не рівні між собою або хоча б одна з них не дорівнює значенню функції у цій точці, то точка є точкою розриву першого роду;
  - в) якщо існують скінченні односторонні границі у точці, знайденої у пункті 1, вони рівні між собою, але не дорівнюють значенню функції у цій точці, то точка є точкою усувного розриву.

6. Як записати відповідь до задач даного типу?

Домашнє завдання.

1. Дослідити на неперервність (побудувати графіки) функції (за допомогою програми або без неї), якщо ці завдання не виконані на лабораторній роботі.
2. Сконструювати функції (аналогічні тим, що були розглянуті на лабораторній роботі), які містять структуру

, та дослідити їх на неперервність, побудувати їх графіки.

## Рекомендації до виконання лабораторної роботи (надаються студентам на аркушах )

Під час виконання системи задач на рисунках (рис. Н.1), представлених на дошці:

- скористайтеся означенням функції неперервної у точці;
- визначте: чи функція визначена в точці (Який вигляд це має на рисунку?); як односторонні границі позначають на рисунку; чи вони скінченні, нескінченні;
- опишіть словесно все, що Ви бачите на рисунку;
- пригадайте графік гіперболи, зсунутої, наприклад, на вправо (Яка ця функція в точці ?); графіки відомих Вам неперервних функцій у якійсь точці; порівняйте ці графіки із заданими;
- порівнюйте рисунки між собою, з тим рисунком, на якому зображена функція, яку Ви вже дослідили на неперервність;
- поділяйте на частини задані рисунки, шукайте схожі частини.

Під час роботи із завданнями представленими у програмі:

- використовуйте інструкцію для користувача ДОПОМОГА ІНСТРУКЦІЯ;
- досліджуйте (побудуйте графіки) функції

- якщо Ви виконали ці завдання працюйте з функціями  
 $f(x) = \frac{1}{x}$ ;  
 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ;
- намагайтесь спочатку самостійно виконати завдання, якщо при цьому виникли труднощі звертайтеся до програми;
- якщо Ви виконали завдання, зверніться до програми, щоб перевірити результат (Чи за таким планом Ви діяли? Яке розв'язання більш раціональне?);
- пам'ятайте, що всі елементарні функції неперервні в своїй області визначення; функція неперервна на відрізку  $[a; b]$ , якщо вона неперервна в кожній внутрішній точці цього відрізка, а також у точці справа і в точці зліва;
- зверніть увагу на структуру  $f(x) = \frac{1}{x}$ , вона використовується як частина запропонованих Вам функцій. Якщо Ви не можете розв'язати самостійно запропоновані завдання, почніть із дослідження функції  $f(x) = \frac{1}{x}$  за допомогою програми, а потім самостійно намагайтесь розв'язати інші завдання;
- під час побудови графіка, спробуйте побудувати його самостійно, якщо навіть попередні кроки у цьому режимі Ви виконали не самостійно. Порівняйте отриманий Вами графік з тими, що задані (Чи є такий серед заданих? Чим відрізняються задані від нарисованого Вами?);
- запишіть формулювання проміжних задач у загальному вигляді для кожної з функцій, порівняйте списки, отримані для запропонованих функцій (Для якої функції список завдань найдовший? Чому?);
- використовуйте результати вже розв'язаних Вами завдань у наступних.

## ДОДАТОК П

Методична розробка практичного заняття за темою „Метод Гауса. Розв'язування задач”

Цілі заняття.

- Освітні:
- формування умінь розв'язувати системи методом Гауса;
  - систематизація знань про різні методи розв'язування систем лінійних рівнянь.

- Розвивальні: - формування уміння висувати гіпотези, прогнозувати на основі попереднього досвіду, інтуїції, здогадки;
- формування та розвиток евристичних прийомів: “розглядайте випадки”, “модифікуйте умову”, “розв’язуйте з кінця”, “обертайте дії”; “формулюйте проблеми у загальному вигляді”, “розвивайте задачу”, “аналізуйте”, “порівнюйте”, “перевіряйте результат”, “підводьте під поняття”, “виводьте наслідки” та відповідних їм евристичних умінь.
- Виховні: - розвивати прагнення до дослідження математичних об’єктів.

Обладнання: програма „задача-метод”, комп’ютерна програма “Gauss”.

Література: Дубовик В.П. Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: А.С.К., 2001. – 648 с.  
Методичні рекомендації та завдання до самостійної роботи за курсом “Вища математика”. Розділ лінійної алгебри / Укл. М.Ф.Єфремов – Горлівка: АДІ ДонНТУ, 1998. – 44с.

## Хід заняття

Організаційний момент: викладач оголошує мету та тему заняття.

Систематизація знань студентів про існуючі методи розв’язання систем лінійних рівнянь: колективна робота студентів із програмою „задача-метод” з метою усвідомлення умов застосування того чи іншого методу, того що метод Гауса може бути застосований для розв’язування будь-якої системи лінійних рівнянь.

**Для кожної із систем вкажіть метод її розв’язання. Не розв’язуючи систем, зробіть припущення про кількість розв’язків.**

а) матричний метод; б) метод Гауса; с) формули Крамера.

А.

Відповідь: матричний метод, метод Гауса, формули Крамера.

В.

Відповідь: метод Гауса.

С.

Відповідь: метод Гауса.

Д.

Відповідь: метод Гауса.

Е.

Відповідь: метод Гауса, формули Крамера.

Звернути увагу на два останні випадки: Д – всі , Е – існують .

Розв'язування задач.

1. Робота з комп'ютерною програмою "Gauss" (самостійна робота).

2. Виконання завдань (самостійна робота):

а) розв'язати систему:

Відповідь: (1;2;-2).

б) розв'язати систему:

Відповідь:

3. Проведення дослідження студентами у процесі виконання завдань (групова робота). (Перед виконанням завдань викладач надає студентам евристичні підказки.)

1. Чи може для системи 4-х рівнянь з 3-ма невідомими виконуватись рівність:  $\det A = 0$  (  $A$  - матриця системи,  $A_{(3)}$  - розширена матриця системи).

Відповідь.  $\det A_{(3)} \neq 0$  не може дорівнювати чотирьом.

2. Чи може для системи 4-х рівнянь з 3-ма невідомими виконуватись рівність:  $\det A = 0$ .

Відповідь. Так. Якщо, наприклад, у системі 2 а) останнє рівняння замінити на  $0 = 0$ .

3. Чи може для системи 3-х рівнянь з 4-ма невідомими виконуватись рівність:  $\det A = 0$ .

Відповідь. Так. Наприклад, якщо в завданні 2 б) коефіцієнт 3 у останньому рівнянні замінити на 0.

4. Чи може для системи 3-х рівнянь з 4-ма невідомими виконуватись рівність:  $\det A = 0$ .

Відповідь. Ні.  $\det A \neq 0$ , оскільки  $B$  включає  $A$ .

5. Чи може для системи 3-х рівнянь з 4-ма невідомими виконуватись рівність:  $\det A = 0$ .

Відповідь: Так. Наприклад, якщо в завданні 2 б) коефіцієнт 3 у останньому рівнянні замінити на 0, та 1 на 0.)

### Евристичні підказки

**Розглядайте різні випадки – наводьте приклади, при цьому використовуйте розв'язані Вами на занятті системи: модифікуйте умову, розв'яжуйте з кінця, обертайте дії; формулюйте проблеми в загальному вигляді (кількість змінних більше кількості рівнянь, тощо), інтерпретуйте дані з точки зору сумісності системи (при таких то рангах стоїть фактично питання про можливість отримати визначену кількість розв'язків).**

4. Демонстрація представниками груп отриманих результатів: наведення прикладів, пояснень.

Домашнє завдання. У систему лінійних рівнянь з параметром, яку Ви розв'язували під час вивчення формул

Крамера (див. п.2.1.2) підставити почергово знайдені там значення  $\lambda$  та  $\mu$ . Одержимо дві системи.

а) у випадку, коли  $\lambda = 0$  розв'язати систему методом оберненої матриці та методом Гауса;

б) у випадку, коли розв'язати систему методом Гауса;

**в) для одержаних двох систем записати відповідні однорідні системи і розв'язати кожну з них методом Гауса.**

При розв'язанні систем методом Гауса в кожному випадку з'ясувати питання про сумісність системи.

### Евристичні підказки

Отримані результати повинні відповідати результатам, отриманим раніше; для розв'язання систем у в) простіше змінити розв'язання у а) та б); відповісти на питання про сумісність можна не розв'язуючи завдання.

### ДОДАТОК Р

#### Програма "Gauss"

1. Розв'язати систему методом Гауса.

Перепишіть умову та переходьте до 6.

2. Як Ви вважаєте, яке перетворення матриці системи необхідно зробити, щоб отримати нулі в 1-му стовпці?

Якщо здогадались самі, отримуйте нулі самостійно та переходьте до 43, якщо ні до 17.

3. Подумайте, з яких перетворень розширеної матриці системи необхідно почати, щоб привести її до ступінчастого вигляду, та переходьте до 20.

4. Для того щоб отримати нулі в 1-му стовпці, необхідно рядок, у якому ви отримали 1-цю помножити на (-2) та скласти з рядком  $(2 \ 5 \ 10 \ 1)$ , помножити рядок з одиницею на (-7) та скласти з рядком  $(7 \ 1 \ 2 \ -5)$  – це у тому випадку, коли у вашій матриці присутні ці рядки (на місці перших елементів 2 та 7 у цих рядках Ви отримуєте нулі); або, якщо у матриці присутні рядки  $(2 \ 5 \ 10 \ 1)$  та  $(3 \ 2 \ 4 \ 1)$ , то необхідно множити рядок з 1-цею на (-2) та складати з рядком  $(2 \ 5 \ 10 \ 1)$ , і на (-3) та складати з  $(3 \ 2 \ 4 \ 1)$  та ін. Після того, як Ви виконаєте це перетворення переходьте до 14.

5. Поділивши, наприклад, 1-й рядок розширеної матриці системи на 7, ви отримаєте елементи 1, - дробові числа, з якими важко працювати. Існує широкий вибір властивостей, за допомогою яких цього можна уникнути. Тобто це не раціонально, переходьте знов до 21.

6. Подумайте та спробуйте розв'язати задачу самостійно. Якщо розв'язати самостійно не можете, зверніться до допомоги, для цього перейдіть до 3. Якщо можете, розв'яжіть самостійно у зошиті та переходьте до 18.

7. Це робити не доцільно. Наприклад, щоб зробити нулі у 2-му рядку спочатку на місці 3, необхідно останній

рядок розширеної матриці системи

помножити на (-3) та скласти з другим рядком,

помноженим на 2. Ви отримаєте  
необхідно тепер 1-й або 3-й рядок на щось множити та складати з 2-м рядком (зауважте, що множити та додавати

. Для того, щоб отримати нуль тепер замість (-11)



стовпці не можна, їх можна тільки переставляти, подумайте чому), при цьому отриманий 0 на 1-му місці зникне.

Переходьте до 20.

8. Розв'яжіть систему по-іншому, обравши зараз перетворення, які не були в основі Вашого розв'язання:

- отримання одиниці у 1-му стовпці, а потім за допомогою неї нулів у цьому ж стовпці;

10

- отримання нулів у 1-му стовпці без отримання одиниці у цьому стовпці; 15

- отримання нулів у 2-му стовпці; 42

- отримання нулів у 3-му стовпці. 25

9. Ви отримали: або або , або

, або , або , або , або

де 3-й або 1-й рядок - це один з рядків вихідної р. м. с., причому ці рядки можуть бути розташовані у іншому порядку, всі елементи якого-небудь рядка чи всіх рядків можуть бути протилежного знаку. Рядки матриці системи є пропорційними рядку (0 11 22). Тому можна поділити деякі рядки на відповідні числа (4 або 3 або 9 або 2 або 1) та отримати 2 рядка матриці системи з рівними або протилежними за знаком елементами (у стовпці вільних членів при цьому Ви отримаєте дробові числа), а потім скласти ці 2 рядки або один з рядків спочатку помножити на (-1) та скласти з іншим. Виконайте це та переходьте до 35.

10. Якщо Ви можете самостійно отримати 1-цю в 1-му стовпці, зробіть це та переходьте до 12, якщо ні до 21.

11. Подумайте та оберіть відповідний варіант відповіді.

### У третьому стовпці необхідно отримати нулі:

- розділивши елементи цього стовпця на 2; 32

- за допомогою двійки у цьому стовпці робити нулі; 19

- по-іншому. 40

12. Якщо після перестановки рядка, де Ви отримали одиницю, на 1-й рядок, Ви маєте:

або EMBED Equation.3 , або , або

(зауважте, що у той матриці, яку Ви отримали, рядки можуть бути розташовані у іншому порядку, чим у цих, та всі елементи деяких з них або всіх матимуть протилежний знак) то переходьте до 24; у іншому випадку до 37.

13. Отримати нулі в 1-му стовпці можна: а) помноживши 1-й рядок на (-3), 2-й на 7 та додавши їх, той рядок який Ви залишите без змін (1-й або 2-й не має значення, подумайте чому) помножте на (-2) та складіть з 3-м, помноженим на 3 або 7 в залежності від того, який рядок Ви залишаєте; б) помноживши 3-й рядок на (-3), 2-й на 2 та додавши їх, той рядок який Ви залишите без змін помножте на (-7) та складіть з 1-м, помноженим на 3 або 2 в залежності від того, який рядок Ви залишаєте; в) помноживши 2-й рядок на (-7), 1-й на 3 та додавши їх, той рядок який Ви залишите без змін помножте на (-2) та складіть з 3-м, помноженим на 3 або 7 в залежності від того, який рядок Ви залишаєте та ін. Зробіть це та після цього переходьте до 28.

14. Якщо ви отримали матриці:

або

або

або або - причому рядки можуть бути по-різному розташовані, всі елементи якого-небудь рядка чи всіх рядків можуть бути протилежного знаку, то переходьте до 30, у іншому випадку до 4.

15. Якщо Ви можете самостійно отримати нулі, зробіть це та переходьте до 28, якщо ні до 13.

16. Як Ви вважаєте, яке перетворення матриці системи необхідно зробити, щоб отримати нулі в 2-му стовпці за допомогою одиниці? Якщо здогадались самі, зробіть це та переходьте до 34, якщо ні до 29.

17. Подумайте та оберіть відповідний варіант відповіді.

У першому стовпці необхідно отримати нулі:

- отримавши одиницю в цьому стовпці; 10

- за рахунок перетворень, без отримання одиниці. 15

18. Перевірте свій розв'язок – подумайте, чи правильно Ви зробили перетворення розширеної матриці системи.

Переходьте до 20 та оберіть те перетворення, яке найшвидше приведе Вас до відповіді.

19. Якщо Ви можете самостійно отримати нулі в 3-му стовпці за допомогою 2-ки то зробіть та переходьте до

44, якщо ні 38.

20. Оберіть перетворення, яке, Ви вважаєте, потрібно зараз робити та перейдіть до відповідного пункту:

- роблю нулі в 1-му стовпці; 2

- роблю нулі в 2-му стовпці, а потім роблю перестановку стовпців; 42

- роблю нулі в 3-му стовпці, а потім роблю перестановку стовпців; 25

- роблю нулі в якомусь з рядків. 7

21. Подумайте та оберіть відповідний варіант відповіді.

Одиницю в першому стовпці можна отримати:

- за рахунок ділення якогось рядка на відповідне число; 5

- за рахунок множення та додавання рядків. 23

22. Молодець, Ви вірно розв'язали систему. Для того, щоб розв'язати систему іншим способом перейдіть до 8.

23. Якщо можете зробіть це самостійно та переходьте до 12, якщо ні до 37.

24. Як Ви вважаєте, яке перетворення р. м. с. необхідно далі робити, щоб отримати нулі в 1-му стовпці? Якщо здогадались самі, зробіть це та переходьте до 14, якщо ні до 4.

25. Як Ви вважаєте, яке перетворення матриці системи необхідно зробити, щоб отримати нулі в 3-му стовпці?

Якщо здогадались самі, зробіть це та переходьте до 49, якщо ні до 11.

26. Подумайте та оберіть відповідний варіант відповіді.

У другому стовпці необхідно отримати нулі:

- за допомогою 1-ці у цьому стовпці; 16

- за рахунок перетворень, без використання одиниці. 31

27. Подумайте, що необхідно далі робити, щоб привести матрицю до трикутного або ступінчастого вигляду.

Якщо Ви знаєте, як цього досягти, то зробіть це самостійно та переходьте до 33, у іншому разі до 48.

28. Якщо Ви отримали:

або

або

, де 3-й рядок це

один з рядків вихідної р. м. с., причому ці рядки можуть бути розташовані у іншому порядку, всі елементи якого-небудь рядка чи всіх рядків можуть бути протилежного знаку, то переходьте до 30, у іншому випадку до 13.

29. Для того, щоб отримати нулі в 2-му стовпці за допомогою одиниці, необхідно 1-й рядок помножити на  $(-2)$  та скласти з 2-м і 1-й рядок помножити на  $(-5)$  та скласти з 3-м. (Отримання нулів у 2-му стовпці за допомогою одиниці є самим раціональним способом отримання нулів у цьому стовпці.) Зробіть це та переходьте до 34.

30. Переставте рядки так, щоб нулі опинилися у 2-му та 3-му рядку та подумайте, що потрібно далі робити, щоб привести р. м. с. до трикутного або ступінчатого вигляду. Якщо здогадались самі, зробіть це та переходьте до 35, якщо ні до 9.

31. У даному випадку найбільш раціональним буде отримати нулі за допомогою одиниці, яка знаходиться в 1-му рядку. У іншому разі Ви зробіте більшу кількість кроків. Переходьте до 26.

32. Не можна виконувати таке перетворення зі стовпцями. Ділити на число , тобто множити на число

, можна тільки рядки. (Подумайте чому.) Стовпці можна тільки переставляти місцями, причому звертати увагу на те, куди перейдуть коефіцієнти при відповідних змінних, що важливо при відновленні системи. Переходьте до 11.

33. Якщо Ви отримали матрицю: або ті хто переставив місцями стовпці:

, то переходьте до 39, в іншому разі до 48.

34. Якщо Ви отримали матрицю: , то переходьте до 27, у іншому випадку до 29

35. Якщо після перестановки рядків, Ви отримали матрицю вигляду: , де - елементи матриці відмінні від 0, то переходьте до 39, в іншому випадку до 9.

36. Необхідно зробити висновок. Якщо Ви вважаєте, що система не має жодного розв'язку, то переходьте до 22, в іншому разі до 45.

37. Отримати 1 в 1-му стовпці можна: а) помноживши 3-й рядок р. м. с. на  $(-1)$  та склавши його з 2-м рядком; б) помноживши 2-й рядок р. м. с. на  $(-2)$  та склавши його з 1-м рядком; помноживши останній рядок на  $(-3)$  та склавши його з 1-м рядком. Після виконання такої операції можна залишати будь-який рядок із тих, з якими ви працювали без змін, а замість іншого записувати результат складання. Подумайте чому та переходьте до 12.

38. Для того, щоб отримати нулі в 3-му стовпці за допомогою 2-ки, необхідно 1-й рядок помножити на  $(-2)$  та скласти з 2-м і 1-й рядок помножити на  $(-5)$  та скласти з 3-м. Зробіть це та переходьте до 44.

39. Який наступний крок при розв'язанні системи рівнянь методом Гауса? Подумайте та переходьте до 47.

40. У даному випадку найбільш раціональним буде зробити нулі за допомогою 2-ки у цьому стовпці, бо всі числа у цьому стовпці кратні двом. Подумайте, як це зробити та переходьте до 11.

41. Ранг матриці дорівнює числу її ненульових рядків. Для знаходження рангу матриці достатньо елементарними перетвореннями звести її до східчастого вигляду (Ви це вже зробили і для матриці A і для D) та підрахувати кількість ненульових рядків.

Ви отримали матрицю вигляду  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ , де  $a, b, c, d$  - елементи матриці відмінні від 0. Та матриця яка стоїть зліва риски – це  $A$ , вся матриця - це  $D$ . Обчисліть ранги та переходьте до 46.

42. Як Ви вважаєте, яке перетворення матриці системи необхідно зробити, щоб отримати нулі в 2-му стовпці? Якщо здогадались самі, зробіть це та переходьте до 50, якщо ні до 26.

43. Якщо Ви отримали:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$  або  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , або

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , або  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , або  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,

або  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , або  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , де 3-й або 1-й рядок - це один з рядків вихідної р. м. с., причому ці рядки можуть бути розташовані у іншому порядку, всі елементи якого-небудь рядка чи всіх рядків можуть бути протилежного знаку, то переходьте до 30. У іншому випадку до 17.

44. Якщо Ви отримали матрицю:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ , то переходьте до 27, у іншому випадку до 38

45. ТЕОРЕМА КРОНЕКЕРА-КАПЕЛЛІ. Якщо система лінійних рівнянь містить  $n$  невідомих і:  $r(A)=r(D)=n$ , то система сумісна і має єдиний розв'язок;

$r(A)=r(D) < n$ , то система сумісна і має безліч розв'язків;

$r(A) < r(D)$ , то система несумісна і не має жодного розв'язку.

( $A$  - матриця системи,  $D$  - розширена матриця системи.)

Тобто, щоб скористатися цим фактом необхідно обчислити ранги матриць  $A$  та  $D$  і порівняти їх. Якщо Ви можете це зробити самостійно то переходьте до 46, якщо ні – до 41.

46. Якщо Ви отримали:  $r(A)=2$ , а  $r(D)=3$ , то переходьте до 36, в іншому випадку до 41.

47. Наступним кроком є дослідження на сумісність. Подумайте, яким теоретичним фактом треба скористатися при цьому. Якщо Ви можете дослідити на сумісність самостійно, то робіть це дослідження та переходьте до 36, якщо ні – до 45.

48. Зверніть увагу, що числа  $-11$  та  $33$  пропорційні, тому можна помножити 2-й рядок на  $(-3)$  та скласти з 3-м. Виконайте це та переходьте до 33.

49. Якщо Ви отримали матрицю:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ , то переходьте до 27, у іншому випадку до 11

50. Якщо Ви отримали матрицю: \_\_\_\_\_, то переходьте до \_\_\_\_\_ 27, у іншому випадку до \_\_\_\_\_ 26

### ДОДАТОК С

Методична розробка лабораторної роботи за темою: “Дослідження функції однієї змінної та побудова її графіка”

Цілі роботи.

Освітні: - формування уміння досліджувати моделі та змінювати їх за допомогою комп’ютерних засобів та похідної.

Розвивальні: - формування та розвиток евристичних прийомів “формулюйте узагальнену задачу”, “варіюйте умову задачі”, “дійте за аналогією”, “обертайте дії”, “розв’язуйте з кінця”, “підводьте під поняття”, “виводьте наслідки”, “виділяйте головне (головну частину)”, “формулюйте еквівалентну задачу на геометричній, аналітичній мові”, “зіставляйте різні форми подання інформації”, “обирайте ефективну систему позначень”, “поділяйте на частини” та відповідних їм евристичних умінь.

Виховні: - розвивати прагнення до дослідження математичних об’єктів.

Обладнання: система евристично орієнтованих завдань з вищої математики, комп’ютерна програма GRAN1.

Література: Михайленко В. М., Антонюк Р.А. Сборник прикладных задач по высшей математике: Учеб. пособие. – К.: Выща шк., 1990. – 167 с.  
Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 1 / А. П. Рябушко, В.В. Бархатов. – Мн.: Выш. шк., 1990.- 270 с.

### Хід лабораторної роботи

Організаційний момент: викладач оголошує тему та мету лабораторної роботи; студенти отримують рекомендації щодо виконання лабораторної роботи (див. далі).

Актуалізація знань студентів: колективна робота з системою евристично-орієнтованих задач (дається час на обдумування):

1. Похідна функції має вигляд:

1) EMBED Equation.3 ; 2) ; 3) ;

4) ; 5) .

Обрати для кожної з функцій відповідне твердження.

На проміжку

- A. Неспадна.
- B. Зростаюча.
- C. Незростаюча.
- D. Спада.

2.  $x=2$  є точкою перегину функції, друга похідна якої має вигляд.

- A. .
- B. .
- C. .
- D. .3 .
- E. .3 .

3. Обрати для кожної з функцій на рис. С.1 відповідне твердження.

- A. Функція парна, її область визначення відрізок  $[-5; 5]$ .
- B. Функція непарна, зростає на проміжку  $[-3; 3]$ .
- C. Область значення функції відрізок  $[-5; 5]$ , вона має нулі  $x=-3$  та  $x=3$ .
- D. Найбільше значення функції дорівнює 5, найменше  $-5$ , точки екстремуму функції  $x=-3$  та  $x=3$ .
- E. Функція не є однією з вище названих.

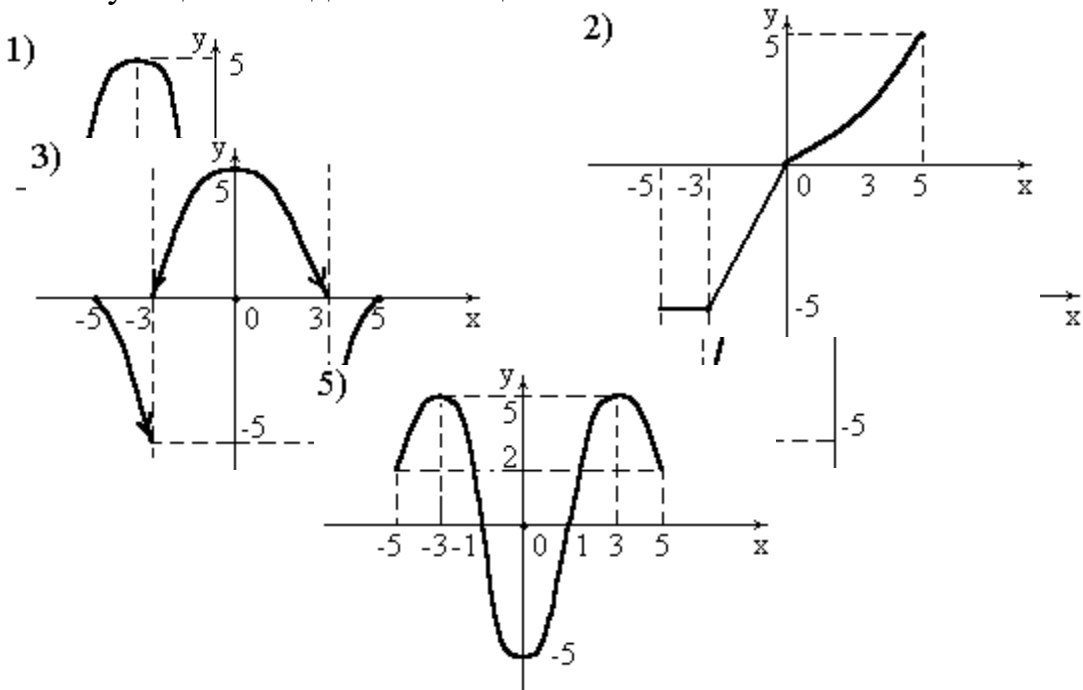
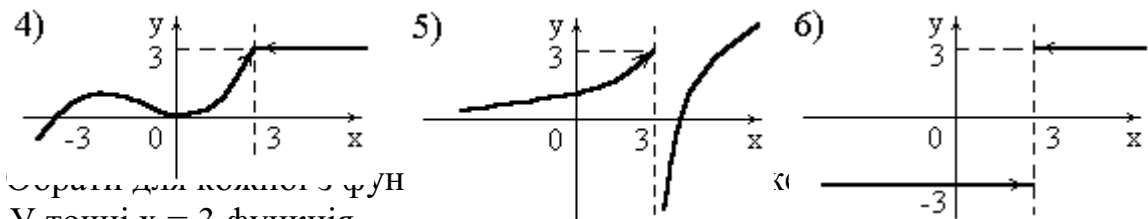


Рис. С.1

## 4. Задані функції:

1)  $y = \sqrt{x-3}$  ; 2)  $y = \sqrt{3-x}$  ;

3)  $y = \sqrt[3]{x-3}$  ;



Обрати для кожного з функцій

У точці  $x = 3$  функція

- A. Неперервна.
- B. Має розрив першого роду.
- C. Має розрив другого роду.
- D. Має усувний розрив.

## 5. Встановити відповідність між твердженнями:

Функція

1)  $y = \sqrt{x-3}$  ; A. Має похилу асимптоту.

2)  $y = \sqrt{3-x}$  ; B. Не має асимптот.

3)  $y = \sqrt[3]{x-3}$  ; C. Має горизонтальну та вертикальну асимптоти.

Виконання дослідницького завдання – робота студентів з ППЗ “GRAN1”.

Висота безперервної частини вертикального струменя фонтану наближено виражається формулою

$h = k \cdot N^2$ , де  $N$  – величина напору води у насадку в метрах водяного стовпа,  $k$  – коефіцієнт, який визначається діаметром  $d$  (мм) вихідного перерізу насадка. Побудувати графіки залежності  $h(N)$  при різних значеннях  $k$ :  $k = 0,023$ ,  $k = 0,009$ ,  $k = 0,004$ ;  $h(3)$  при різних значеннях  $N$ :  $N=30$ ;  $N=60$ ;  $N=80$ .

Дослідити поведінку відповідних функцій, порівняти; інтерпретувати отримані результати дослідження.

**За допомогою комп'ютера, кожним студентом виконується.**

1. Побудова графіків  $h(H)$  при різних значеннях  $\rho = 0,023$ ,  $\rho = 0,009$ ,  $\rho = 0,004$  у одній системі координат.

2. Побудова графіків  $h(H)$  при різних значеннях  $H$ :  $H=30$ ,  $H=60$ ,  $H=80$  у одній системі координат.

Евристичний діалог викладача зі студентами під час виконання першого завдання при значенні  $\rho = 0,023$ .

1). Чи є особливі точки у функції  $h(H)$ ? Чи бачите Ви особливості на графіку?

2). До чого прямує функція біля  $H \rightarrow \infty$ ? До чого “притуляється” графік біля цієї точки? (Вертикальна асимптота).

3). Що відбувається, коли абсолютне значення аргументу функції зростає: функція повільно прямує до нескінченності, а може до якогось числа? (Горизонтальна асимптота).

4). У яких межах змінюється  $H$ ?

Самостійна побудова графіків при інших значеннях  $\rho$ , постановка кожним студентом собі аналогічних запитань.

Коллективне обговорення отриманих результатів після виконання другого завдання.

Самостійне дослідження студентами залежності  $h(H)$  (рис. 3).

### **Самостійна робота студентів.**

1). Дослідження студентами функції  $h(H)$ . (Можливе використання комп'ютера).

2). Виконання дослідницького завдання за допомогою комп'ютера: сконструйте аналітичний вираз функції

на основі заданої (із завдання 1), яка на проміжку  $H \in [0; H_{\text{max}}]$  має такі властивості: для  $H < H_0$  функція

зростає, для  $H > H_0$  - спадає;  $h(H_0) = h_{\text{max}}$ . (Відповідь:  $H_0 = \dots$ ).

Домашнє завдання (без використання комп'ютера).

1). Дослідити функцію та побудувати її графік відповідно до свого варіанту.

2). Скласти завдання аналогічні другому завданню, яке виконували на занятті.

Рекомендації до виконання лабораторної роботи (надаються студентам на аркушах)

Під час виконання системи задач (надана на аркушах).

1. Пригадайте необхідні, достатні умови монотонності.

2. Пригадайте необхідну, достатню умову існування точки перегину.

3. Пригадайте, що таке область визначення, множина значення, нулі функції, точка локального екстремуму функції однієї змінної, найбільше та найменше значення функції однієї змінної на відрізку. Визначте, як поводить себе функція при переході через точку екстремуму (використайте достатню ознаку екстремуму). Порівняйте значення, які функція набуває на кінцях проміжку та в критичних точках (що за теорема “працює”?). Описуйте словесно все, що Ви бачите на рисунках; порівняйте отримані дані з тими, що записані аналітично.

4. Користуйтеся означенням функції неперервної у точці. Визначте: чи функція визначена в точці (Який вигляд це має на рисунку?); які вона має односторонні границі в точці; як односторонні границі виносять на рисунок; чи вони скінченні, нескінченні.

5. Користуйтеся необхідною та достатньою умовою існування вертикальної, горизонтальної, похилої асимптоти. Виділяйте лінійну частину функції під час знаходження асимптот.

Під час роботи із завданням: висота безперервної частини вертикального струменя фонтану наближено

виражається формулою  $h(H) = \frac{g}{2v^2} H^2 - \frac{g}{2v^2} H^3$ , де  $H$  – величина напору води у насадку в метрах водяного стовпа,  $v$  – коефіцієнт, який визначається діаметром  $d$  (мм) вихідного перерізу насадка. Побудувати графіки залежності  $h(H)$  при



різних значеннях :  $\alpha = 0,023$ ,  $\beta = 0,009$ ,  $\gamma = 0,004$ ;  $h(\ )$  при різних значеннях  $N$ :  $N=30$ ;  $N=60$ ;  $N=80$ . Дослідити поведінку відповідних функцій, порівняти; інтерпретувати отримані результати дослідження.

- побудуйте графік  $h(N)$   $\alpha = 0,023$ : ОБ'ЄКТ СТВОРИТИ , при  $\beta = 0,023$  ГРАФІК ПОБУДУВАТИ;
- за зображенням функції опишіть її властивості;
- побудуйте прями ( при  $\alpha = 0,023$   $N = -43,48$ , тобто СПИСОК ОБ'ЄКТІВ НЕЯВНА  $x + 43,48 = 0$ ) та (при  $\alpha = 0,023$ ,  $h = 43,48$ , тобто побудувати необхідно лінію  $y(x) = 43,48$ );
- побудуйте графік  $h(N)$  при інших значеннях (Відповідайте на запитання аналогічні до тих, що були задані в процесі побудови першого графіка);
- побудуйте всі графіки у одній системі координат з урахуванням можливих значень  $N$ ;
- інтерпретуйте отримані результати, згідно до змісту величин;
- проведіть аналогічне дослідження функції  $h(\ )$ .

Під час самостійної роботи.

- 1). Дослідіть функцію та побудуйте її графік – використовуйте теоретичні факти, які були застосовані в процесі роботи з системою задач на початку заняття.
- 2). Сконструуйте аналітичний вираз функції (за допомогою комп'ютера) на основі заданої (із завдання 1)), яка на проміжку має такі властивості: для функція зростає, для - спадає;

- варіюйте значення величин, які входять у вираз функції ;
- побудуйте за допомогою комп'ютера графік нової функції;
- запишіть властивості нової функції математичною мовою;
- порівняйте властивості нової функції та потрібної;
- намагайтесь спрогнозувати поведінку нової функції не будуючи її графік. Визначте, як зміниться дослідження при зміні якогось параметра.

#### ДОДАТОК Т

Методична розробка лабораторної роботи за темою: “Локальні екстремуми функції багатьох змінних”

Цілі роботи.

- Освітні:
- формування вміння знаходити локальні екстремуми функції багатьох змінних за допомогою комп'ютерної програми Mathcad;
  - формування вміння розв'язувати прикладні задачі за даною темою за допомогою комп'ютерної програми Mathcad.

Розвивальні: - формування та розвиток евристичних прийомів “використовуйте результат розв'язання попередньої задачі під час розв'язання наступної”, “інтерпретуйте геометричну інформацію”, “використовуйте симетрію”, “формулюйте та розв'яжіть обернену задачу”, “дійте за аналогією”, “формулюйте еквівалентну задачу на геометричній, аналітичній мові”, “зіставляйте різні форми подання інформації”, “обирайте ефективну систему позначень”, “моделюйте”, “аналізуйте”, “порівнюйте”, “узагальнюйте” та відповідних їм евристичних умінь.

Виховні: - розвивати прагнення до дослідження математичних об'єктів.

Обладнання: комп'ютерна програма Mathcad.

Література: Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1969. – 440 с.  
Плис А.И., Сливина Н.А. Mathcad 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 656 с.

### Хід лабораторної роботи

Організаційний момент: викладач оголошує тему та мету лабораторної роботи; студенти отримують рекомендації щодо виконання лабораторної роботи (див. далі).

Розв'язання задач за допомогою програми Mathcad.

Самостійна робота студентів із програмою Mathcad.

1. Побудувати за допомогою програми Mathcad графіки та лінії рівнів функцій: а)  $f(x,y)=xy$ , б)

.3

*Для кожного з випадків а) та б) проінтерпретувати інформацію отриману на двох малюнках (один – з графіком, другий – з лініями рівня). Порівняти випадки а) та б).*

**Колективна робота студентів із завданнями** (Один з студентів вказує на властивість. Слабкого студента можна викликати пояснювати чому функція має вказану властивість, інші – допомагають, коректують відповідь. Якщо відповідає слабкий студент, можна запропонувати евристичні орієнтири: “аналізуйте”, “порівняйте рисунок з рисунками із попереднього завдання”, “використовуйте висновки отримані під час розв'язання попереднього завдання”, “дійте за аналогією”).

2. На рис. Т.1 зображені лінії рівня функції

та

. Що можна сказати про ці функції, не будуючи їх графіки за допомогою комп'ютера?

Рис. Т.1

3. На рис. Т.2 зображений графік функції побудувати лінії рівня цієї функції.

. Без допомоги комп'ютера

## Рис. Т.2

Після виконання кожного із завдань 2, 3 викладач пропонує перевірити отримані висновки, побудувавши відповідні графіки, лінії рівня.

Самостійна робота студентів з програмою Mathcad.

### 4. Визначити локальні екстремуми функції за допомогою програми Mathcad.

Питання до евристичного діалогу (колективна робота після самостійного виконання студентами завдання 4).

- 1). Який алгоритм розв'язання даної задачі?
- 2). Що Ви змогли визначити за допомогою програми?

3). Які дії для розв'язання задачі Ви виконували самостійно, на яких кроках алгоритму?

4). Чи вважаєте Ви, що дана програма повністю реалізує алгоритм знаходження локального екстремуму функції багатьох змінних?

Самостійне розв'язання студентами прикладної задачі (Викладач не дає вказівок використовувати чи ні комп'ютер. Викладач консультує, надає допомогу студентам у залежності від їх рівня знань).

5. Канал, який підводить воду до турбіни, має в перерізі рівнобічну трапецію, площа якої дорівнює 4. Визначити глибину каналу та кут укусу так, щоб периметр змочений водою був найменшим.

( — модель, яку необхідно отримати за умовою, та дослідити на локальний екстремум.  $L$  – змочений периметр,  $h$  – глибина. )

Домашнє завдання (з використанням комп'ютера).

- 1). Обрати довільну функцію, яка має не менше одного мінімуму та одного максимуму; побудувати її графік, лінії рівнів, дослідити на локальний екстремум, за допомогою програми Mathcad. Роздрукувати отримані матеріали.
- 2). Для однієї із знайдених точок екстремуму скласти функцію



та побудувати її графік. Яке відношення ця функція має до екстремумів?

Рекомендації до виконання лабораторної роботи (надаються студентам на аркушах )

Під час виконання завдання 1а):

- для того, щоб побудувати графік функції  $f(x,y)=xy$ :

1) введіть  $f(x,y):x*y$ ;

2) натисніть у панелі  на кнопку ;

3) введіть у позначену позицію  $f$  та зробіть клік зовні поля графіка;

- для того, щоб після цього побудувати лінії рівня функції  $f(x,y)=xy$ :

1) натисніть у панелі  на кнопку ;

2) введіть у позначену позицію  $f$  та зробіть клік зовні поля ліній рівня;

- для того, щоб змінити параметри зображення, зробіть подвійний клік у полі графіка (полі ліній рівня).

Під час виконання завдання 1б):

- для того, щоб побудувати графік функції :
- 1) введіть  $g(x,y):e^{-(x^2-y^2)}*(2*x^2+3*y^2)$ ;  
 N:20 i:0;N j:0;N  
 xp:-2 yp:-2  
 xk:2 yk:2

.3

.3

.3

.3

.3

(Тобто сформували матрицю значень

функції G на прямокутній сітці  $-2 < x < 2, -2 < y < 2$ .);






2)-3) дійте як у відповідних пунктах для 1a);

- для того, щоб після цього побудувати лінії рівня функції


1)-2) дійте як у відповідних пунктах для 1a).

Під час виконання завдань 2, 3 використовуйте висновки, отримані в результаті виконання завдання 1.


















Під час виконання завдання 4:

- введіть вираз функції f;
- для того, щоб знайти частинні похідні функції f за змінними x, y:
  - 1) натисніть у панелі  на кнопку ;
  - 2) введіть у позначені позиції вира  функції (тобто  $\frac{d}{dx}$ ) та змінної (тобто x або y);
  - 3) натисніть у панелі  на кнопку ;
  - 4) зробіть клік по робочому документу правіше та нижче стрілки;

- для того, щоб розв'язати систему :

- 1) задайте початкове наближення розв'язання, тобто введіть x: ? y: ? (замість знаків питання Вам потрібно ввести наближені координати точки екстремуму, які Ви визначили у завданні 2б));
- 2) нижче введіть Given;
- 3) нижче введіть вираз для похідної по x, знайдений у 1), натисніть у панелі  на знак = введіть 0; нижче повторіть дії для похідної по y;



- 4) нижче введіть  (натисніть у панелі  на кнопку  вкажіть кількість рядків – 2,  кількість стовпців – 1, у позначених позиціях введіть x0, y0, далі введіть :=Find(x,y);
- 5) введіть x0=, зробіть клік по робочому документу, нижче введіть y0, зробіть клік по робочому документу;
  - для того, щоб знайти частинні похідні другого порядку функції f:
    - 1) введіть A:= натисніть на панелі  кнопку , у позначених позиціях  введіть порядок похідної – 2, змінну диференціювання x, вираз функції -f(x, ); нижче введіть A= зробіть клік по робочому документу;
    - 2) нижче введіть B:= натисніть на панелі  кнопку , у позначених позиціях  введіть порядок похідної – 2, змінну диференціювання x, вираз функції - f(x,y); нижче введіть B= зробіть клік по робочому документу;
    - 3) нижче введіть C:= натисніть на панелі  кнопку , у позначених позиціях  введіть змінну диференціювання x, вираз функції - , знову змінну y, та  функції - f(x,y); нижче введіть C= зробіть клік по робочому документу;
  - введіть A\*C-B^2= зробіть клік по робочому документу. 

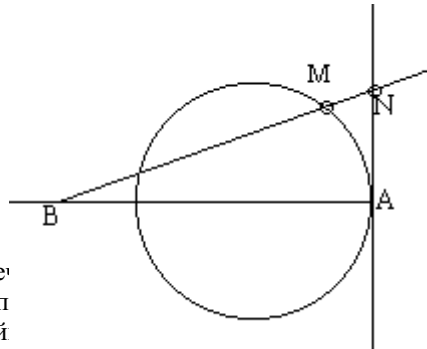
Подумайте як швидко змінити документ для іншої точки локального екстремуму.



1. До кола радіуса  $r$  проведена дотична в точці  $A$  (рис. У.2) та на ній відкладений відрізок  $AN$ , довжина якого дорівнює довжині дуги  $AM$ . Пряма  $MN$  перетинає продовження діаметру  $AO$  в точці  $B$ . Покажіть, що

, де  $\alpha$  – радіанна міра центрального кута, який відповідає дузі  $AM$ .

Евристична підказка: виконайте додаткові побудови для отримання подібних трикутників.



2. А. Проектується канал, поперечний перетин якого дорівнює  $2a$ , а глибина води –  $h$ . Визначте, яким плинком дотику води зі стінками каналу був найменшим.

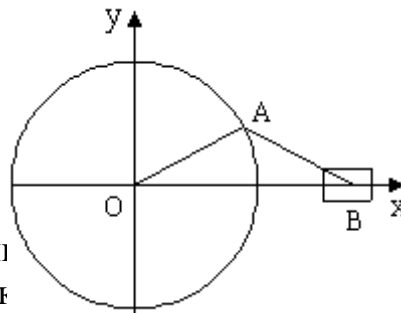
Б. Переформулюйте задачу для рівнобедреного трикутника, визначте недостатні (надмірні) дані, скорегуйте умову та розв'яжіть отриману задачу.

визначте недостатні (надмірні) дані, скорегуйте умову та розв'яжіть отриману задачу. Ширина каналу по дну дорівнює  $2a$ , а глибина води –  $h$ . Визначте, яким плинком дотику води зі стінками каналу був найменшим, щоб його замочений периметр (лінійний периметр) був найменшим.

## II варіант

1. Кривошип  $OA$  (рис. У.3) обертається навколо точки  $O$  із сталою кутовою швидкістю  $\omega$  і приводить у рух повзун  $B$  за допомогою шатуна  $AB$ , причому  $OA=AB=l$ . Складіть рівняння траєкторії середньої точки  $M$  шатуна.

Евристична підказка: введіть допоміжний параметр  $\alpha$  (кут) для розв'язання трикутників.



2. А. Поперечний перетин якого дорівнює  $a$ . Визначте, яким плинком дотику води зі стінками каналу був найбільшим, щоб при 60 %-му заповненні живий перетин (площа поперечного перетину) потоку в каналі був найбільшим?

Б. Переформулюйте задачу для рівнобічної трапеції, визначте недостатні (надмірні) дані, скорегуйте умову та розв'яжіть отриману задачу.

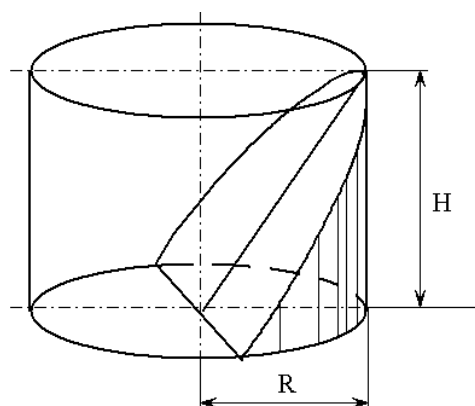
визначте недостатні (надмірні) дані, скорегуйте умову та розв'яжіть отриману задачу. трикутник, бічна сторона якого дорівнює  $a$ , а глибина води –  $h$ . Визначте, яким плинком дотику води зі стінками каналу був найбільшим, щоб його замочений периметр (лінійний периметр) був найбільшим, а ширина каналу зверху, а глибина води –  $h$ .

Контрольна робота №2 (2-й семестр)

## I варіант

1. Знайдіть об'єм тіла, відсіченого від круглого циліндру площиною, яка проходить через діаметр основи (рис. У.4). Зокрема покладіть  $R=10$  см та  $H=6$  см.

Евристична підказка: проведіть площину, перпендикулярну до радіуса кола.

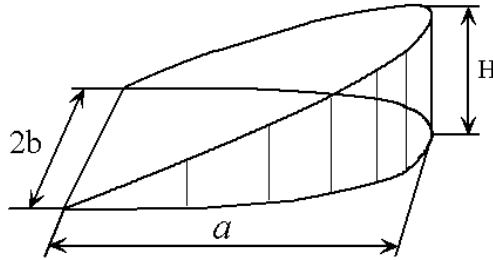


## Рис. У.4

2. А. Ланцюг, що звисає на гачку, починає сповзати в момент часу (без тертя), коли один кінець його має довжину 12 м, а інший – 8 м. Визначте, за який час ланцюг сповзе повністю?  
 Б. Сформулюйте та розв'яжіть задачу, враховуючи силу тертя, яка дорівнює вазі 1 м ланцюга.

## II варіант

1. Знайдіть об'єм тіла, відсіченого від еліптичного циліндру площиною, яка проходить через малу вісь еліпса (рис. У.5). Зокрема покладіть  $a=10$  см та  $H=5$  см,  $2b=6$  см.  
 Евристична підказка: проведіть площини, перпендикулярні до малої вісі еліпса.



2. А. Ланцюг, завдовжки 6 м  
 Визначте, якою буде швидкість лан

ся тоді, коли звисав 1 м ланцюга.  
 ?

- Б. Сформулюйте та розв'яжіть задачу, враховуючи силу тертя, яка дорівнює вазі 1 м ланцюга.

Контрольна робота №3 (3-й семестр)

## I варіант

1. Сила за величиною обернено пропорційна відстані точки її прикладання від площини  $Oxy$  і напрямлена до початку координат. Обчисліть роботу при переміщенні точки під дією цієї сили вдовж лінії  $x=at$ ,  $y=bt$ ,  $z=ct$  від точки  $(a,b,c)$  до точки  $(2a,2b,2c)$ .

Евристична підказка: введіть одиничний вектор, напрямлений із точки прикладання сили до початку координат, для того, щоб визначити координати вектора-сили.

2. А. Знайдіть центр мас круглої пластинки радіуса  $R$ , якщо її густина в кожній точці пропорційна відстані цієї точки від точки  $(R,0)$  і дорівнює в центрі пластинки.

Б. Переформулюйте та розв'яжіть задачу для випадку, коли пластинка має форму кільця.

## II варіант

1. Сила за величиною обернено пропорційна відстані точки її прикладання від осі  $Oz$ , перпендикулярна до цієї осі і напрямлена до неї. Обчисліть роботу при переміщенні точки під дією цієї сили вдовж лінії  $x=\cos t$ ,  $y=1$ ,  $z=\sin t$  від точки  $(1,1,0)$  до точки  $(0,1,1)$ .

Евристична підказка: введіть одиничний вектор, напрямлений із точки прикладання сили до осі  $Oz$  та перпендикулярний до цієї осі, для того, щоб визначити координати вектора-сили.

2. А. Знайдіть центр мас квадратної пластинки із стороною  $a$ , якщо її густина в кожній точці пропорційна відстані цієї точки від однієї з вершин квадрата і дорівнює в центрі квадрата.

Б. Переформулюйте та розв'яжіть задачу для прямокутної пластинки.

ДОДАТОК Ф

## Анкета для викладачів

Ми вдячні всім, хто дасть відповіді на запитання анкети. Це допоможе, як ми сподіваємось, щось покращити у навчанні вищої математики на практичних заняттях.

1. Яких результатів Ви намагаєтесь досягти, викладаючи студентам навчальний матеріал з вищої математики? Чи ставите Ви за мету формування та розвиток евристичних умінь студентів?

2. Чи намагаєтесь Ви того, щоб у перспективі майбутні інженери могли здійснювати професійну діяльність на творчому рівні? Якщо так, то як Ви дієте у зв'язку з цим на практичних заняттях з вищої математики?

3. Які уміння Ви вважаєте професійно значущими для майбутніх інженерів? Які проблеми, протиріччя Ви вбачаєте у формуванні цих умінь? Яку роль у вирішенні цих проблем, протиріч відіграють прийоми евристичної діяльності?

4. Чи знайомі Ви з методичною системою евристичного навчання? Якщо так, то чи можуть бути організовані евристичні заняття в студентській групі? Які особливості евристичних практичних занять з вищої математики?

5. Чи для всіх студентів підходить евристична діяльність? Які засоби можуть сприяти включенню студентів у таку діяльність?

6. Що, на Вашу думку, уявляє собою евристична комп'ютерна навчальна програма, система евристично-орієнтованих задач? Яким чином вони можуть забезпечити досягнення евристичного результату?

7. Які професійні якості Ви вважаєте необхідно мати викладачу, який реалізує методичну систему евристичного навчання у ВНЗ?

#### ДОДАТОК X

### Анкета студента

Ми вдячні всім, хто дасть відповіді на запитання анкети. Це допоможе, як ми сподіваємось, щось покращити у навчанні вищої математики на практичних заняттях.

**1. Прізвище, ім'я, по батькові.**

**2. Навчальний заклад.**

**3. Спеціальність.**

**4. Місце проходження практики.**

**5. Опишіть завдання поставлене перед Вами під час виробничої практики?**

**6. За яким планом Ви діяли?**

**7. Чи використовували Ви евристики у процесі розв'язання завдання?**

**Якщо так, то які?**

**8. Чи вплинуло використання евристик на отриманий Вами результат?**

**Вами було отримано (підкресліть): а) очікуваний результат; б) цікавий результат; в) несподіваний результат.**

**9. Скільки розв'язань завдання було запропоновано Вами? Якщо Ви отримали більше одного розв'язання, то за рахунок чого?**

**10. Скільки джерел Ви використовували під час розв'язання завдання? Чи користувалися Ви джерелами, які стосуються не тільки обраної Вами професійної галузі.**



**11. Чи відкрили Ви щось нове для себе у Вашій професійній (або у іншій) галузі? Якщо так, яку роль у цьому відіграли евристики?**

**12. Чи змінилося Ваше ставлення до обраної професії у зв'язку із застосування евристик?**

**13. Які Ви можете дати рекомендації до розв'язання завдання, з яким Ви мали справу під час проходження виробничої практики?**

#### ДОДАТОК Ц

Комп'ютерні програми із системи евристико-дидактичних конструкцій

Евристичний тренажер за темою „Функції та їх властивості”.  
“LIMIT”.  
“Continuity and Graphics”.  
“Gauss”.