

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені М.П. ДРАГОМАНОВА

На правах рукопису

ШИШЕНКО Інна Володимирівна

УДК 371.315.6:[371.32:51]:373.543(043.5)

**АКТИВІЗАЦІЯ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ
СТАРШОКЛАСНИКІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В КЛАСАХ
ГУМАНІТАРНИХ ПРОФІЛІВ**

13.00.02 – теорія та методика навчання (математика)

Дисертація

на здобуття наукового ступеня

кандидата педагогічних наук

Науковий керівник:
кандидат педагогічних наук, професор
Швець Василь Олександрович

Київ – 2017

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....	4
ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. ПРЕДМЕТ І ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ.....	14
1.1. Профільна диференціація в старшій школі. Гуманітарний профіль навчання і математична підготовка школярів.....	14
1.1.1. Профільне навчання в старшій школі і шляхи його здійснення.....	14
1.1.2. Школи і класи з гуманітарним профілем навчання та специфіка їх роботи.....	18
1.1.3. Математична підготовка школярів, які обрали класи з гуманітарним профілем навчання.....	23
1.2. Проблема математичної підготовки учнів-гуманітаріїв та її розв'язання.....	29
1.2.1. Проблема математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у наукових дослідженнях.....	29
1.2.2. Реалії математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у сучасній старшій профільній школі.....	36
1.3. Активізація пізнавальної діяльності учнів-гуманітаріїв під час навчання математики як педагогічна проблема.....	42
1.3.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів. Різні тлумачення цього поняття.....	43
1.3.2. Психолого-педагогічні особливості учнів-гуманітаріїв, що проявляються в навчанні математики.....	54
1.3.3. Змістова модель активізації пізнавальної діяльності учнів- гуманітаріїв у навчанні математики.....	63
Висновки до розділу 1.....	69

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ КЛАСІВ З ГУМАНІТАРНИМ ПРОФІЛЕМ НАВЧАННЯ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ.....	71
2.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час вивчення нового матеріалу.....	71
2.1.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час вивчення нового матеріалу на уроках алгебри.....	71
2.1.2. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час вивчення нового матеріалу на уроках геометрії.....	88
2.2. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час формування навичок і вмінь.....	102
2.2.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час розв’язування практичних задач	103
2.2.2. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час розв’язування прикладних задач.....	128
2.3. Контроль і оцінювання навчальних досягнень учнів-гуманітаріїв з математики.....	146
2.4. Організація та результати педагогічного експерименту.....	168
Висновки до розділу 2.....	183
ВИСНОВКИ.....	185
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	188
ДОДАТКИ.....	227

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ВНЗ	Вищі навчальні заклади
ДПА	Державна підсумкова атестація
ЕГ	Експериментальна група
ЗНО	Зовнішнє незалежне оцінювання
ІКТ	Інформаційно-комунікаційні технології
ІТ	Інформаційні технології
КГ	Контрольна група
ПДМ	Програми динамічної математики
ПІ	Пізнавальний інтерес
ППЗ	Педагогічний програмний засіб
СКМ	Системи комп'ютерної математики
СумДПУ	Сумський державний педагогічний університет

ВСТУП

Актуальність теми. Стратегічні напрями модернізації освіти України визначаються як об'єктивними тенденціями загальносвітового розвитку, так і тісно пов'язаними з ними внутрішньодержавними інтересами. Соціальним замовленням сучасного українського суспільства є запровадження у старшій ланці загальноосвітньої школи профільного навчання. Це надає кожному учню можливість професійно зорієнтуватися, створює базу для успішної навчальної діяльності випускників школи у майбутній професійній освіті.

Першочерговими завданнями сучасної математичної освіти у старшій профільній школі відповідно до положень, проголошених Державним стандартом загальної середньої освіти [82], є оволодіння старшокласниками знаннями та вміннями з математики, формування стійкого інтересу учнів до математики, виявлення й розвиток їх здібностей, підготовка до подальшого навчання протягом життя та до майбутньої професійної діяльності.

Проблема вдосконалення математичної підготовки учнів у середній школі розглядалася в роботах українських математиків і методистів І.А. Акуленко [5; 7], В.Г. Бевз [21], М.І. Бурди [38], М.І. Жалдака [99], Т.Г. Крамаренко [124], І.В. Лов'янової [165], С.М. Лук'янової [171], Ю.І. Мальованого [37], О.І. Матяш [182], Г.О. Михаліна [98], Є.П. Неліна [198; 199], С.П. Семенця [249], О.І. Скафи [260], С.О. Скворцової [207], З.І. Слєпкань [262], Н.А. Тарасенкової [271], Т.М. Хмари [292], В.О. Швеця [303], М.І. Шкіля [343] та інших.

Старшокласники нині опановують математику за програмами одного із чотирьох рівнів. Відповідно до «Концепції профільного навчання в старшій школі» [144] профільна диференціація навчання математики має не лише враховувати відмінності рівнів розвитку в учнів різного віку, але й повинна забезпечувати якісну математичну підготовку та активність учнів з різними типами мислення та з різною спрямованістю інтересів. А це означає, що необхідним є створення та застосування нових освітніх технологій, які б дійсно розв'язували навчальні та виховні завдання з урахуванням специфіки

навчання математики учнів різних груп (відповідно до аспектів профільної та рівневої диференціації).

Класи з гуманітарним профілем навчання виникли у сучасній українській школі порівняно недавно, тому досліджень, присвячених особливостям методики навчання математики у таких класах, не велика кількість. Зміст та специфіку курсу математики в класах з гуманітарним профілем навчання розглядали у своїх дослідженнях М.І. Бурда [37], В.Г. Болтянський [34], Г.Д. Глейзер [118], Ю.М. Колягін [139], Ю.І. Мальований [178], Е.Г. Позняк [61], Ю.П. Попов [236], І.М. Смірнова [264], М.В. Ткачова [139], Н.Є. Федорова [139], Л.Г. Шестакова [305] та інші. Близькими до проблеми нашого дослідження є такі дисертаційні дослідження: С.В. Івановою [121] обґрунтовано методику формування геометричних умінь старшокласників шкіл гуманітарного профілю, О.В. Панішевою [216] розкрито особливості формування готовності майбутніх учителів математики до роботи в класах гуманітарного профілю, З.О. Сердюк [254] обґрунтовано методику формування прийомів розумової діяльності учнів у процесі вивчення математики в школах суспільно-гуманітарного напрямку, М.Г. Симоновою [256] розкрито проблему індивідуалізації навчання математики учнів гуманітарного профілю засобами елективних курсів та інших. Дослідники відзначають значні труднощі в процесі вивчення математики учнями класів з гуманітарним профілем навчання та важливість цілеспрямованої роботи вчителя з урахування індивідуально-типових особливостей цих учнів. Пропоновані авторами методичні напрацювання стосуються лише окремих аспектів проблеми підвищення якості математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання.

Для організації навчання математики у таких класах характерними є низка локальних протиріччя, які потребують розв'язання.

1. У класах з гуманітарним профілем навчання мета вивчення математики полягає у формуванні загальної математичної культури, виробленні математичного стилю мислення (вмінь аналізувати, класифікувати, встановлювати закономірності, приймати рішення тощо),

тобто для успішної участі у суспільному житті особистість має володіти певними прийомами математичної діяльності. Проте в таких класах значення математичної освіти нівелюється, математика відіграє пересічну роль, учні не розуміють, що математика є головним інструментом їх розумового розвитку.

2. Предмет математика у класах з гуманітарним профілем навчання є обов'язковою навчальною дисципліною, проте вивчається переважно за програмою рівня стандарту, де передбачено 3 години математики на тиждень. Також ці учні мають велике навантаження профільними для них дисциплінами. Це знижує мотивацію навчання, а відповідно і пізнавальний інтерес до вивчення математики.

3. Учні класів з гуманітарним профілем навчання досить часто мають негативну установку на вивчення математики, певні психологічні бар'єри, тому не намагаються зрозуміти суть навчального матеріалу, не застосовують його у нестандартних ситуаціях, повсякденному житті чи у моделюванні майбутньої професійної діяльності. Проте одним з головних завдань курсу математики є забезпечення умов для досягнення учнями практичної компетентності, яка свідчить про готовність молоді до суспільної діяльності.

4. Учні часто обирають навчання в таких класах через бажання «уникнути математики». Проте значна частина цих учнів складають ЗНО з математики. При цьому вони переважно отримують бали середнього рівня, оскільки розв'язують під час складання ЗНО ті ж завдання, що й учні, які вивчали математику за програмою академічного чи профільного рівня. Надалі такі учні вступають до ВНЗ, де продовжують вивчення математики, а рівень їх мотивації та математичної підготовки не задовольняють очікування викладачів для успішної підготовки до майбутньої професійної діяльності.

Освітні технології, що мають використовуватися в процесі навчання математики за програмою рівня стандарту, повинні бути спрямовані на активізацію пізнавальної діяльності цих учнів. Безпосередньо проблемі активізації пізнавальної діяльності учнів, питанням формування та розвитку їх пізнавального інтересу, пізнавальної активності, пізнавальної

самостійності присвячені дослідження Л.П. Арістової [9], Ю.К. Бабанського [17], М.А. Данилова [80], Б.П. Єсіпова [96; 97], М.Я. Ігнатенка [123], І.Я. Лернера [161], А.М. Матюшкіна [181], М.І. Махмутова [184], В.М. Осинської [211], П.І. Підкасистого [222], М.М. Скаткіна [85; 258], І.Ф. Харламова [289], Т.І. Шамової [300], Г.І. Щукіної [346] та інших. Проте сьогодні відсутній єдиний методичний підхід до розв'язання проблеми активізації пізнавальної діяльності старшокласників класів з різними профілями навчання у процесі навчання математики.

Отже, вищевикладене можна узагальнити у глобальне протиріччя між об'єктивною необхідністю активізації пізнавальної діяльності старшокласників класів з гуманітарним профілем навчання у процесі навчання математики та відсутністю відповідного методичного забезпечення. Для активізації пізнавальної діяльності старшокласників класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики важливим є пошук шляхів формування позитивної мотивації до навчання математики завдяки цілеспрямованому добору та структуруванню навчального матеріалу, вдосконаленню форм, методів і засобів навчання математики цих учнів. Тому проблема активізації процесу навчання математики учнів, які обрали навчання у класах з гуманітарним профілем навчання, має бути об'єктом спеціального вивчення.

Окреслені чинники вказують на актуальність цієї проблеми та зумовили вибір теми дисертації: **«Активізація пізнавальної діяльності старшокласників на уроках математики в класах гуманітарних профілів».**

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація підготовлена згідно з темою науково-дослідної роботи кафедри математики Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка «Розвиток інтелектуальних вмінь та творчого мислення учнів та студентів при вивченні математики» (номер державної реєстрації 0111U005733). Тема затверджена вченою радою СумДПУ імені А.С. Макаренка (протокол № 1 від 29 серпня 2008 р.) й узгоджена

Радою з координації наукових досліджень у галузі педагогіки та психології в Україні (протокол № 7 від 30 вересня 2008 р.).

Мета дослідження – розробити та експериментально перевірити методику навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, спрямовану на активізацію їх пізнавальної діяльності.

Відповідно до мети були поставлені такі **завдання дослідження**:

1) визначити психолого-педагогічні особливості учнів-гуманітаріїв, що проявляються в навчанні математики;

2) визначити сутність поняття «активізація пізнавальної діяльності учнів» у контексті дослідження;

3) визначити форми, методи та прийоми й засоби активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в ході навчання математики;

4) розробити та експериментально перевірити розроблену методику активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики.

Об'єктом дослідження є процес навчання математики старшокласників класів з гуманітарним профілем навчання.

Предметом дослідження є зміст, форми, методи і прийоми та засоби активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики.

Окреслені завдання вмотивували вибір **методів дослідження**, які уможливили обґрунтованість і достовірність його результатів. *Теоретичні*: аналіз психолого-педагогічної, науково-методичної літератури, нормативних документів у контексті дослідження (тут і далі – підрозділи дисертації 1.1, 1.2, 1.3); з'ясування особливостей організації навчального процесу в класах з гуманітарним профілем навчання, зокрема з математики (1.1, 1.2); класифікація, систематизація та узагальнення чинних шляхів та засобів активізації пізнавальної діяльності учнів у контексті дослідження (1.3), теоретичне проектування та моделювання навчального процесу

старшокласників на уроках математики (2.1, 2.2, 2.3), методи математичної статистики (2.4). *Емпіричні*: педагогічний експеримент, педагогічне спостереження, бесіди з учителями, учнями класів з гуманітарним профілем навчання, студентами-практикантами фізико-математичних факультетів педагогічних університетів (стосовно основних питань досліджуваної проблеми), анкетування вчителів дисциплін природничо-математичного циклу та учнів класів з гуманітарним профілем навчання, аналіз усних відповідей і письмових робіт з математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання (1.1, 1.2, 1.3, 2.4).

Методологічною основою дослідження є концептуальні положення теорії пізнання, концепція навчальної діяльності, психологічні теорії мислення, теорія поетапного формування розумових дій, теорія розвивального і проблемного навчання, теорія евристичного навчання та роль евристичних методів у процесі навчання, положення дидактики та методики навчання математики про системний підхід та структуру дидактичного циклу, положення про роль задач і вправ у формуванні знань і вмінь, сучасні концепції розвитку шкільної математичної освіти, теоретичні основи підготовки і проведення сучасного уроку, положення методики навчання математики про комп'ютерну підтримку процесу навчання.

Наукова новизна дослідження полягає в тому, що:

– *розроблено* й теоретично обґрунтовано авторську методику активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики;

– *уточнено* поняття активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання; визначено рівні активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в пізнавальній діяльності з математики; шляхи й засоби активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики;

– подальшого розвитку набули положення щодо здійснення диференційованого підходу у навчанні математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання.

Практичне значення дослідження полягає у:

– визначенні форм організації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання, що забезпечують активізацію їх пізнавальної діяльності на уроках математики;

– доборі та складанні прикладних задач для довгострокового домашнього завдання, портфоліо учнів класів з гуманітарним профілем навчання та обґрунтуванні методики їх використання;

– розробці навчально-методичних матеріалів, зокрема з друкованою основою, упровадження яких у процес навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання забезпечує активізацію їх пізнавальної діяльності;

– організації та проведенні дистанційного туру конкурсу з математики для учнів 8-11 класів усіх профілів «Математика для всіх».

Особистий внесок здобувача. У працях, опублікованих у співавторстві, дисертантові належать такі здобутки: уточнення поняття активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання, обґрунтування схеми спільної діяльності вчителя та учнів у процесі розв’язування завдання [298], розробка та впровадження матеріалів щодо формування асоціативних рядів на уроках математики через залучення інформаційних технологій у галузі математики [252], розробка та впровадження матеріалів щодо залучення ІТ у навчанні математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання [251], розробка та впровадження системи завдань для підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання до використання ЗКВМЗ у процесі навчання математики [250].

Результати дослідження впроваджено в навчальний процес Сумського ліцею Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка (довідка № 85 від 17.05.2007), Сумської приватної гімназії

«Просперітас» (довідка № 52 від 24.10.2011), Луциківської загальноосвітньої школи I-III ступенів Білопільської районної ради Сумської області (довідка № 167 від 06.05.2011), Павлівського навчально-виховного комплексу Білопільської районної ради Сумської області (довідка № 179 від 30.04.2011), комунальної установи Сумської загальноосвітньої школи I-III ступенів № 15 імені Д. Турбіна (довідка № 206 від 30.05.2016), комунальної установи Сумської спеціалізованої школи I-III ступенів № 25 (довідка № 01-26/179 від 08.06.2016), комунальної установи Сумської спеціалізованої школи I-III ступенів № 27 (довідка № 374 від 07.06.2016), комунального закладу Сумської обласної ради «Сумська обласна гімназія-інтернат для талановитих та творчо обдарованих дітей» (довідка № 260 від 07.06.2016).

Апробація результатів дослідження. Основні результати дисертації оприлюднені й обговорені на

– *міжнародних науково-методичних конференціях* («Проблеми математичної освіти» (Черкаси, 2009, 2013, 2015), «Эвристическое обучение математике» (Донецьк, 2009), «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу» (Суми, 2012, 2014, 2015)); *науково-практичних конференціях* («Освітні інновації: філософія, психологія, педагогіка» (Суми, 2009), «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики» (Вінниця, 2012), «Актуальные проблемы и перспективы преподавания математики» (Курск, 2012, 2013), «Педагогічні та психологічні науки в умовах сучасних трансформаційних процесів» (Львів, 2013), «Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі» (Кривий Ріг, 2013)); *науково-методичній дистанційній конференції молодих учених, аспірантів і студентів* «Евристичне навчання математики» (Донецьк, 2009); *науково-практичній конференції студентів та аспірантів* «Математика и её приложения в современной науке и практике» (Курск, 2012); *молодіжній науковій конференції* «Прикладная математика, управление и информатика» (Белгород, 2012);

– *всеукраїнських науково-методичних конференціях* («Проблеми математичної освіти» (Черкаси, 2007), «Стан та перспективи підготовки вчителя математики в Україні» (Вінниця, 2009), «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики» (Суми, 2009)); *дистанційній науково-методичній конференції з міжнародною участю* «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 2011» (Суми, 2011); *науково-практичних конференціях* «Сучасні проблеми та перспективи навчання дисциплін природничо-математичного циклу» (Суми, 2011), «Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей» (Суми, 2013, 2014, 2015)); *студентській науково-практичній конференції* «Формування компетентності учнів і студентів засобами природничо-математичних дисциплін» (Херсон, 2012);

– *міжвузівській науково-практичній конференції* «Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей» (Суми, 2011, 2012).

Результати наукового пошуку представлено на Всеукраїнському науково-методичному семінарі кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова «Актуальні проблеми методики навчання математики» (Київ, лютий, 2010).

Публікації. Основні результати дослідження представлено у 41 праці. Серед них: 8 статей у фахових виданнях (5 – одноосібних); 3 статті в закордонних виданнях, 30 матеріалів і тез доповідей на конференціях.

Структура роботи. Дисертація складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел (362 найменування), додатків. Основний зміст дослідження викладено на 187 сторінках та містить 29 таблиць і 20 рисунків. Загальний обсяг дисертації – 341 сторінка.

РОЗДІЛ 1. ПРЕДМЕТ І ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДИСЕРТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Профільна диференціація в старшій школі. Гуманітарний профіль навчання і математична підготовка школярів

Надзвичайно важливим аспектом реформування сучасної шкільної освіти у старшій ланці є її профілізація. Упровадження профільності навчання в старшій школі офіційно розпочалося порівняно недавно, з 2007 року. У 2003 році було прийнято Концепцію профільного навчання в старшій школі [145], яка мала регламентувати такий підхід до організації освіти старшокласників. Проте реалії сучасної старшої профільної школи створили необхідність уточнення методології, організаційно-педагогічних умов та механізмів реалізації профільного навчання. Тому, починаючи з 2013 року, навчання старшокласників базується на новій Концепції профільного навчання в старшій школі [144].

Розглянемо детальніше ці нормативні документи, визначаючи тим самим особливості реалізації профільної диференціації в сучасній старшій школі.

1.1.1. Профільне навчання в старшій школі і шляхи його здійснення. Перша редакція Концепції профільного навчання в старшій школі [145] була розроблена науковцями Інституту педагогіки НАПН України та затверджена рішенням колегії Міністерства освіти 25 вересня 2003 року. Друга редакція Концепції [143] затверджувалася вже наказом МОН України від 11 вересня 2009 року. Обидва варіанти передбачали трирічну старшу школу (10-12 класи), тобто орієнтувалися на дванадцятирічний термін загальної середньої освіти.

Проте процес розбудови шкільної освіти вимагав удосконалення законодавчої бази на основі виявлення переваг та недоліків розробленої та запроваджуваної теоретичної педагогічної моделі освіти. Тому у 2013 році

було прийнято Національну стратегію розвитку освіти в Україні на період до 2021 року [194] та нову редакцію Державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти [82]. Відповідно *виникла необхідність* на основі новоприйнятих документів, спираючись на аналіз досвіду реалізації профілізації старшої школи, оновити Концепцію профільного навчання, прийняту у 2009 році.

До громадського обговорення було запропоновано проект цього документа, а в червні 2013 року Указом Президента України схвалено його остаточну редакцію.

За структурними елементами та їх змістовим наповненням нова Концепція [144] майже не відрізняється від попередньої, проте є ряд особливостей, які оновлюють підходи до здійснення профільної диференціації навчання в старшій школі.

Виокремимо ці *особливості* з метою визначення теоретичних засад дослідження.

У Концепції [144], як і в попередніх редакціях, названо документи, на яких вона базується, коротко схарактеризовано вітчизняний та зарубіжний досвід організації профільного навчання. Аналіз такого досвіду показує, що існують різні підходи до розуміння питання профілізації старшої школи (додаток А.1, додаток А.2):

- як поглиблене вивчення певного циклу предметів задля забезпечення належного рівня підготовки випускників середньої школи до вступу у вищий навчальний заклад (такий підхід реалізується, наприклад, у Франції, Німеччині, Італії, Іспанії, Нідерландах, Данії, Аргентині, Швеції);

- як підготовка учнів до професійної діяльності, отримання професії всіма учнями по закінченню середньої школи;

- як *поєднання двох вищезазначених підходів (такий підхід реалізується, наприклад, у США, Англії, Шотландії)* (курсив наш).

На нашу думку, профілізація у вітчизняній школі більше відповідає саме *третьому, інтегрованому, підходу*. Так, навчання в класах суспільно-

гуманітарного та природничо-математичного напрямів має на меті забезпечити підготовку школярів до вступу в певний вищий навчальний заклад, у той час як у класах профілів технологічного, художньо-естетичного та спортивного напрямів (дизайн, інформатика, атлетика тощо) здійснюється початкова професійна підготовка випускників [232].

Серед розглянутих у Концепції [144] практик функціонування профільної школи для організації профільного навчання в сучасній українській старшій школі важливими є *такі положення*:

- створення умов для індивідуалізації навчання;
- визначення переліку профілів навчання;
- збалансування кількості обов’язкових, профільних предметів та предметів за вибором відповідно до навчальних профілів;
- організація співпраці загальноосвітнього навчального закладу з вищим навчальним закладом у рамках обраних моделей профільного навчання.

У новій редакції Концепції [144] уточнено сутність, мету та завдання профільного навчання, яких ми дотримувалися в нашому дослідженні. Як показує порівняльний аналіз цих положень (додаток Б), на перший план у новій редакції Концепції виступає створення можливостей задоволення індивідуальних запитів кожного учня, здійснення навчання за індивідуальними планами й програмами, реалізація старшокласниками власних освітніх траєкторій, а відповідно і всебічний розвиток кожного з них як цілісної особистості, її здібностей і обдарувань.

Також було доповнено й принципи організації профільного навчання [144]. Поряд з принципами наступності й неперервності, гнучкості, варіативності, діагностико-прогностичної реалізованості проголошено *принцип соціальної рівноваги, принципи диференціації та індивідуалізації*. Принцип соціальної рівноваги полягає в узгодженості освітніх можливостей навчальних закладів, замовлення працедавців та соціальних очікувань.

Натомість принцип фуркації [145] було вилучено, що, на нашу думку, цілком виправдано, оскільки включено принципи диференціації та індивідуалізації.

Аналіз теоретичних положень Концепції [144] вказує на те, що запровадження профільного навчання продиктоване насамперед необхідністю оновлення діяльності старшої школи через урахування індивідуальних особливостей і потреб кожного учня. Профілізація старшої школи є *соціальним замовленням* сучасного українського суспільства. Цим обумовлена *актуальність проблеми* нашого дисертаційного дослідження та вибір теми дослідження «Активізація пізнавальної діяльності старшокласників на уроках математики в класах гуманітарних профілів».

Розглянемо основну термінологію, якою оперує нова Концепція профільного навчання [144] та на яку ми спиралися у своєму дослідженні.

Профіль навчання – це спосіб організації диференційованого навчання, який передбачає розширене, поглиблене й професійно зорієнтоване вивчення циклу споріднених предметів. Школи формують ті чи інші профілі навчання за рахунок комбінації базових, профільних, вибірково-обов'язкових предметів, спеціальних курсів (профілюючих предметів), курсів за вибором та факультативів відповідно до профільного самовизначення учнів.

Базові предмети є обов'язковими для учнів усіх профілів (інваріантна складова). Ці предмети реалізують цілі й завдання загальної середньої освіти. Зміст навчання й вимоги до підготовки старшокласників визначаються Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти [82]. Ним же визначається шість базових предметів, у тому числі й математика, на вивчення кожного виділяється по три години на тиждень у 10 та 11 класах.

У новій Концепції [144], порівняно з попередніми, розширено перелік моделей профільного навчання, детальніше описано взаємодію різних типів навчальних закладів у мережевій профілізації. Зокрема виділяються такі форми організації профільного навчання в старшій школі як *внутрішньошкільні* (профільні класи чи групи в однопрофільних і багатпрофільних загальноосвітніх навчальних закладах; профільні класи з

поглибленим вивченням предметів; профільне навчання за індивідуальними навчальними планами та програмами, тобто індивідуальні освітні траєкторії; динамічні профільні групи, у тому числі різновікові; профільні класи чи групи в спеціалізованих школах-інтернатах) та *зовнішньошкільні* (міжшкільні профільні класи чи групи в опорній школі освітнього округу, районному ресурсному центрі тощо; міжшкільні класи чи групи професійної підготовки та профільного навчання на базі міжшкільного навчально-виробничого комбінату; профільні класи чи групи загальноосвітніх навчальних закладів на базі професійно-технічних, вищих навчальних закладів).

В Україні *організація профільного навчання* здійснюється переважно через функціонування профільних класів у однопрофільних і багатопрофільних школах (ліцеях, гімназіях). У сільських малокомплектних школах навчання організовується за універсальним профілем або на основі можливостей школи створюється однопрофільний заклад [144; 232].

Отже, відповідно до запроваджуваної Концепції профільного навчання [144] існують такі напрямки профілізації: *суспільно-гуманітарний, природничо-математичний, технологічний, художньо-естетичний, спортивний тощо*. Відповідно до них створено мережу навчальних закладів та сітку класів з певним профілем навчання, зокрема *гуманітарним*. У нашому дослідженні розглядається проблема профілізації навчання в школах і класах гуманітарної спрямованості. Тому зупинимось детальніше на проблемі функціонування класів та шкіл з гуманітарним профілем навчання.

1.1.2. Школи і класи з гуманітарним профілем навчання та специфіка їх роботи. Аналіз інформаційних ресурсів, наданих нам у відповідь на запити щодо класів з гуманітарним профілем в областях України Державними адміністраціями України на основі статистичної звітності «Відомості про профільне навчання і поглиблене вивчення предметів на початок 2014-2015 навчального року» та «Зведений звіт денних загальноосвітніх навчальних закладів на початок 2014-2015 навчального року», показує, що класи з гуманітарним профілем навчання представлені

історичним, правовим, філософським та історико-філологічним профілями, а також профілями української та іноземної філології.

Класи з такими профілями навчання ми й називаємо в дослідженні класами з гуманітарним профілем навчання (або інакше – класи гуманітарних профілів).

Відповідно до Концепції профільного навчання в старшій школі [144] *метою навчання в класах гуманітарного профілю навчання є забезпечення умов для якісної освіти старшокласників відповідно до їх нахилів, здібностей і потреб, забезпечення їх професійної орієнтації на майбутню діяльність суспільно-гуманітарного чи філологічного напрямів, встановлення наступності між загальною середньою і професійною суспільно-гуманітарною або філологічною освітою, забезпечення можливостей постійного самовдосконалення особистості. Відповідно до Концепції профільного навчання в старшій школі [144] основними завданнями навчання учнів за суспільно-гуманітарним напрямком є:*

- створення умов для розвитку нахилів, здібностей і потреб учнів гуманітарної спрямованості;
- формування усвідомленого ставлення до української або іноземної мови та літератури, історії України як інтелектуальної та духовної цінності;
- формування готовності до свідомого вибору й отримання професійної суспільно-гуманітарної або філологічної освіти;
- сприяння розвитку в школярів творчих здібностей, системи уявлень, умінь та навичок щодо мовних, історичних, правових чи філософських явищ і фактів.

Гуманітарний профіль навчання передбачає розширене й поглиблене вивчення предметів суспільно-гуманітарного або філологічного циклів. Засвоєння старшокласниками змісту освіти за цим профілем навчання має, окрім забезпечення загальноосвітньої підготовки учнів, забезпечувати

підготовку до майбутньої професійної діяльності в суспільно-гуманітарній чи філологічній сферах [144].

Для учнів, які навчаються в класах *історичного чи правового профілю*, базовими предметами є українська мова та література, іноземна мова, **математика**, природознавство, фізична культура, а *профільними предметами* є історія України, всесвітня історія та право.

Для учнів, які навчаються в класах *філософського профілю*, базовими предметами є українська мова та література, іноземна мова, **математика**, природознавство, фізична культура, а *профільними предметами* є українська мова та література, історія України, всесвітня історія та філософія.

Для учнів, які навчаються за *профілем української філології*, базовими предметами є історія України, всесвітня історія, іноземна мова, **математика**, природознавство, фізична культура, а *профільними предметами* є українська мова та література.

Для учнів, які навчаються за *профілем іноземної філології*, базовими предметами є українська мова та література, історія України, всесвітня історія, **математика**, природознавство, фізична культура, а *профільним предметом* є іноземна мова.

Учні, які навчаються на виділених вище профілях, вивчають також певну кількість спеціальних курсів та відвідують факультативи, що забезпечують поглиблене й розширене вивчення профільних предметів. Тематика їх різноманітна, наприклад, «Риторика», «Історія літератури» тощо. На вивчення цих предметів може відводитися від 2 до 7 годин на тиждень.

У процесі проведеного нами констатувального експерименту було отримано статистичні дані про кількість учнів класів гуманітарних профілів та мережу загальноосвітніх навчальних закладів гуманітарної спрямованості (табл. 1.1). Аналіз отриманих даних показує, що майже четверта частина учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів обирає навчання в класах гуманітарних профілів. Усі вони вивчають математику, яка є базовим предметом.

Таблиця 1.1.

Кількість учнів класів гуманітарних профілів у 2014-2015 навчальному році

Область України	Загальна кількість учнів 10-11 класів, осіб	Кількість учнів класів з гуманітарним профілем	
		осіб	%
1	2	3	4
Вінницька область	дані не надано		
Волинська область	14266	6330	44
Житомирська область	15070	6314	42
Дніпропетровська область	дані не надано		
Донецька область	дані не надано		
Закарпатська область	17727	3155	18
Запорізька область	17973	7301	41
Івано-Франківська область	15192	926	6
Київська область	17842	7136	40
Кіровоградська область	10658	3318	31
Луганська область	дані не надано		
Львівська область	28159	1085	4
Миколаївська область	12248	3539	29
Одеська область	25432	2072	8
Полтавська область	15392	4180	27
Рівненська область	17870	6670	37
Сумська область	10991	1112	10
Тернопільська область	11998	1334	11
Харківська область	дані не надано		
Херсонська область	12519	1247	10

Продовження табл. 1.1.

1	2	3	4
Хмельницька область	15151	3896	26
Черкаська область	дані не надано		
Чернігівська область	дані не надано		
Чернівецька область	11840	4453	38
Усього	252355	56767	23

У процесі констатувального експерименту досліджувалася мотивація до вибору профілю навчання учнями класів гуманітарних профілів. Метою також було виявити особливості навчальної мотивації учнів класів гуманітарних профілів. Серед мотивів вибору учнями навчання в класах гуманітарних профілів переважає (показали 68,8 % опитуваних старшокласників) мотив «уникнення труднощів і складнощів у навчанні», що приводить до зниження рівня домагань, пасивності учнів, відсутності ініціативи, невпевненості в собі.

Так, справді, часто *підставою вибору старшокласниками навчання в класах гуманітарних профілів* є не прагнення поглиблено вивчати предмети цього циклу, не гуманітарна спрямованість особистості учня, а бажання «уникнути математики», зменшити для себе складність виконуваних завдань, рівень вивчення природничо-математичних дисциплін. Старшокласники орієнтуються також на можливість мати вищі бали в атестаті з цих предметів, оскільки сьогодні середній бал атестата враховується під час вступу до ВНЗ. При цьому вони майже не замислюються над вибором майбутньої спеціальності чи профілю вищого навчального закладу для подальшого навчання та здобуття професії. За результатами опитування 142 студентів 1 курсу фізико-математичного та природничого факультетів Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка (проведено нами у 2010-2011 навчальному році) абітурієнтів, що навчалися в класах з

гуманітарним профілем навчання, було 73,3 %. А за результатами опитування, проведеного нами у 2013-2014 навчальному році серед студентів Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка та Сумського національного аграрного університету, кількість таких студентів становила 61 % та 42 % відповідно.

На нашу думку, добір учнів до класів з гуманітарним профілем навчання має відбуватися на основі:

1) усвідомлення учнями мети навчання в класах таких профілів та формування свідомої мотивації вибору гуманітарного профілю навчання, зокрема через вивчення з учнями курсу «Вибір професії», проведення профорієнтаційних бесід як з учнями, так і їх батьками ще в основній школі;

2) визначення гуманітарної спрямованості особистості учня шкільним психологом на основі проведення анкетування, бесід з учителями-предметниками, класними керівниками та батьками учнів в основній школі та під час набору;

3) визначення рівня навчальних досягнень учнів основної школи з тих предметів, які входять до складу профільних у класах з гуманітарним профілем навчання.

Натомість сьогодні добір учнів до класів з гуманітарним профілем навчання відбувається переважно на основі написання ними контрольних робіт з профільних предметів. При цьому зарахування учнів до класів з гуманітарним профілем навчання, на відміну від класів з природничо-математичним профілем навчання, майже стовідсоткове.

З'ясувавши особливості функціонування шкіл і класів з гуманітарним профілем навчання, зосередимося на проблемі математичної підготовки старшокласників, які обрали класи з гуманітарним профілем навчання.

1.1.3. Математична підготовка школярів, які обрали класи з гуманітарним профілем навчання. Навчальна дисципліна *математика* в класах з гуманітарним профілем навчання є базовою навчальною дисципліною. Її вивчення регламентується передусім Державним стандартом базової та

повної загальної середньої освіти [82], зміст якого вибудовано на засадах особистісно зорієнтованого, компетентнісного й діяльнісного підходів.

Парадигма особистісно зорієнтованої освіти зобов'язує вчителя математики включати в зміст освіти, крім предметної складової, що задається освітніми стандартами, навчальними програмами, ще й емоційно-ціннісні, особистісні компоненти [19; 20; 42; 51; 130; 249; 275; 299; 354; 355].

Компетентністний підхід передбачає формування в учнів не лише системи знань, навичок і умінь, а й сукупності взаємозалежних смислових орієнтацій, досвіду діяльності, необхідних для здійснення особистісної й соціально значимої продуктивної діяльності. Математична компетентність учнів належить і до ключових компетентностей, і до предметних. Тобто *математична компетентність* для всіх учнів, у тому числі й класів з гуманітарним профілем навчання, має бути серед якостей особистості та забезпечувати можливості для ефективної діяльності в різних сферах. Також математична компетентність як предметна компетентність означає набутий учнями класів з гуманітарним профілем навчання досвід специфічної для математики діяльності, пов'язаної із засвоєнням, розумінням і застосуванням математичних знань та способів діяльності [112; 113; 266].

Головна теза діяльнісного підходу розвитку особистості полягає в тому, що людина виявляє властивості та зв'язки елементів реального світу лише в процесі й на основі різних видів діяльності (предметної, розумової, індивідуальної чи колективної тощо). В учнів потрібно виховувати певне ставлення до знань, навчальні мотиви. Завдяки цьому знання й уміння набудуть для них особистісного смислу, стануть їхнім внутрішнім надбанням. Знання ніколи не можна дати в готовому вигляді, вони завжди здобуваються завдяки самостійній, цілеспрямованій, систематичній навчальній діяльності [14; 160; 262; 293].

У Державному стандарті [82] проголошено, що основною метою освітньої галузі «Математика» є формування в учнів, зокрема учнів класів з гуманітарним профілем навчання, математичної компетентності на рівні,

достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їхньої уваги, пам'яті, логіки, культури мислення та інтуїції.

За Державним стандартом [82] завданнями освітньої галузі, що визначають зміст математичної освіти в старшій школі, зокрема в класах з гуманітарним профілем навчання, є:

- розширення компетентностей учнів щодо тотожних перетворень виразів (степеневих, логарифмічних, ірраціональних, тригонометричних), розв'язування відповідних рівнянь і нерівностей;

- завершення формування поняття числової функції в результаті вивчення степеневих, показникових, тригонометричних класів функцій, формування вмінь їх досліджувати й використовувати для опису та вивчення явищ і процесів;

- ознайомлення з ідеями й методами диференціального та інтегрального обчислення, формування елементарних умінь їх практичного застосування;

- формування практичної компетентності щодо розпізнавання випадкових подій, обчислення їх ймовірності, застосування базових статистико-ймовірнісних моделей під час розв'язування навчальних і практичних задач та опрацювання експериментальних даних у процесі вивчення предметів природничого циклу;

- формування системи знань про просторові фігури та їх основні властивості, способи обчислення площ їх поверхонь і об'ємів, а також умінь застосовувати здобуті знання під час розв'язування практичних задач;

- формування уявлення про аксіоматичну побудову математичних теорій.

Зазначені завдання виконуються в процесі опанування навчального змісту освітньої галузі «Математика», у якому виокремлюються такі змістові лінії: числа, вирази, рівняння і нерівності, функції, елементи комбінаторики, теорії ймовірності та математичної статистики, геометричні фігури і геометричні величини [82]. Також у Державному стандарті [82] відповідно до змістових ліній

визначено державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів, зокрема учнів класів з гуманітарним профілем навчання також (Додаток В).

Окрім Державного стандарту, вивчення математики в школі регламентується також Навчальними програмами з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. У процесі проведеного нами констатувального експерименту було визначено, що переважна більшість учнів класів з гуманітарним профілем навчання *вивчають математику за програмою рівня стандарту*. Проте, за рахунок шкільного компоненту адміністрація деяких навчальних закладів може додати ще одну годину на вивчення математики в класах цих профілів, і тоді *учні таких класів опановують математику на академічному рівні*.

Навчальною програмою з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів рівня стандарту [179] передбачено *як сумісне, так і роздільне вивчення геометрії та алгебри і початків аналізу*. Перший підхід в умовах вивчення предмета на рівні стандарту має певні переваги порівняно з другим, оскільки дозволяє забезпечити цілісність навчання математики, можливість концентрації навчальної діяльності на певному відрізку часу навколо невеликої кількості понять і фактів, раціонально розподілити час на вивчення окремих тем з урахуванням особливостей контингенту учнів, забезпечити природні внутрішні та міжпредметні зв'язки тощо. Такий підхід особливо важливий в умовах загальнокультурної спрямованості навчання математики. Другий підхід, як наголошується в програмі [179], запобігає великим перервам у вивченні окремих предметів. *Учні класів з гуманітарним профілем навчання переважно вивчають інтегрований курс «Математика»*.

Новим у програмі з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту) [179] пропонується:

- 1) вступне заняття, присвячене методу математичного моделювання;
- 2) розширення змісту програми темами: «Функції, їх властивості і графіки» (22 год.), де здійснюється систематизація матеріалу стосовно функцій;

«Елементи теорії ймовірностей та математична статистика» (20 год.), яка раніше пропонувалася в додатковій частині; «Вектори і координати» (10 год.), де узагальнюються векторний і координатний методи на випадок простору; «Рівняння, нерівності та їх системи» (16 год.), де узагальнюються й систематизуються їх класи, методи розв'язування, сфера застосування;

3) збільшення кількості годин на вивчення тем «Паралельність прямих і площин у просторі» і «Перпендикулярність прямих і площин у просторі» шляхом їх відокремлення; аналогічно розділено теми «Похідна та її застосування» та «Інтеграл та його застосування», але кількість годин для їх вивчення збереглася;

4) у програмі не пропонується для вивчення тема «Комплексні числа».

Проаналізуємо підручники з математики (10-11 класи), що рекомендовані Міністерством освіти і науки України для вивчення математики на рівні стандарту, авторів: Г.П. Бевз, В.Г. Бевз (2010, 2011) [22; 23]; О.М. Афанасьєва, Я.С. Бродський, О.Л. Павлов, А.К. Сліпенко (2010, 2011) [176; 177]; М.І. Бурда, Т.В. Колесник, Ю.І. Мальований, Н.А. Тарасенкова (2010) [178].

Особливістю викладення теоретичного матеріалу підручників [22; 23; 178] є дещо занижений рівень строгості обґрунтування теоретичних тверджень. Деяка частина їх розглянута без строгого доведення, проілюстрована конкретними прикладами, наочними рисунками, тобто вводиться на наочно-інтуїтивній основі. Рівень подання матеріалу в підручниках [176; 177], у порівнянні з іншими, є більш високим та передбачає щонайменше достатній рівень навчальних можливостей учнів класів з гуманітарним профілем навчання. Слід зазначити також, що рівень науковості подання теоретичного матеріалу у всіх підручниках відповідає психолого-педагогічним особливостям учнів, які навчаються в класах з гуманітарним профілем. Ми вважаємо, що рівень подання навчального матеріалу, запропоновані доведення та обґрунтування є цілком доступними для засвоєння учнями, які вивчають математику на рівні стандарту.

Навчальний матеріал подано у відповідності до принципів доступності та послідовності, сприяє усвідомленню учнями класів з гуманітарним профілем навчання місця та ролі математики в системі наукових знань, формуванню уявлень про її застосування в різних галузях діяльності.

У всіх підручниках, окрім [176; 177], міститься матеріал, присвячений історичним аспектам математики та її ролі в сучасному світі. На нашу думку, матеріал з історії математики представлений недостатньо, хоча широке використання у вивченні математики учнями класів з гуманітарним профілем навчання відомостей з історії науки, ознайомлення їх з ідеями, математичними відкриттями, долями видатних математиків є надзвичайно корисним.

Задачний матеріал усіх підручників спрямовано на індивідуалізацію та диференціацію навчання через варіювання рівня складності завдань. Звертаємо увагу, що переважна більшість завдань спрямовані на засвоєння змісту понять та формулювань означень, на закріплення матеріалу, на відпрацювання навичок та умінь, вони мають тренувальний характер, сформульовані чіткою, лаконічною математичною мовою. Натомість для учнів, які вивчають математику на рівні стандарту, доцільно пропонувати завдання історичного характеру, завдання, що ілюструють роль математики у повсякденному житті чи майбутній професійній діяльності. Також відзначимо наявність у всіх підручниках вправ та задач прикладного характеру. Це сприяє посиленню міжпредметних зв'язків, проте, на нашу думку, вони не достатньо ілюструють можливості застосування математики в психології, соціології, лінгвістиці тощо.

Визначивши вимоги до математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання, регламентовані Державним стандартом базової та повної загальної середньої освіти та навчальною програмою з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту), зосередимо увагу на проблемах, які потрібно вирішувати для досягнення вказаних вимог.

1.2. Проблема математичної підготовки учнів-гуманітаріїв та її розв'язання

Проблема математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання є предметом і теоретичних досліджень, і практичних. Сьогодні її вивчення продовжується й не є завершеним. Розглянемо наукові дослідження, присвячені цьому питанню, та проаналізуємо реальний стан математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у сучасній старшій профільній школі.

1.2.1. Математична підготовка учнів-гуманітаріїв у наукових дослідженнях. Особливості математичної освіти учнів класів з гуманітарним профілем навчання висвітлено в ряді вітчизняних дисертаційних досліджень останніх років: С.В. Іванової [121] (1999 р.), де обґрунтовано методику формування геометричних умінь старшокласників шкіл з гуманітарним профілем навчання; З.О. Сердюк [254] (2011 р.), де обґрунтовано методику формування прийомів розумової діяльності учнів у процесі навчання математики в школах суспільно-гуманітарного напрямку; М.Г. Симонової [256] (2012 р.), де розкрито проблему індивідуалізації навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання засобами елективних курсів.

У дисертаційному дослідженні С.В. Іванової «Формування геометричних умінь старшокласників шкіл (класів) гуманітарного профілю» [121] зазначено, що значна кількість учнів навчається в школах (класах) гуманітарного спрямування, тобто таких, де поглиблено вивчають філологію, естетику, історію, юриспруденцію та інші гуманітарні дисципліни. Геометрія, як наголошується, є для учнів-гуманітаріїв непрофільною дисципліною, але її можливості для формування та розвитку творчих здібностей таких учнів мають бути використані повною мірою. У процесі дослідження було встановлено також, що *рівень сформованості геометричних умінь в учнів шкіл (класів) з гуманітарним профілем навчання низький, учні не володіють стратегіями пошуку нових геометричних*

результатів, не вміють застосовувати геометричні факти у варіативних ситуаціях, мають прогалини в знаннях, навичках та вміннях з курсу планіметрії, не вміють розв'язувати задачі обов'язкового рівня складності. Дана низка проблем доповнюється відсутністю знань про структуру, етапи, методи та прийоми розв'язування геометричних задач, значна кількість цих учнів відчуває труднощі при переході зі звичайної на математичну мову, побудові зображень просторових фігур, встановленні взаємного розміщення геометричних фігур у просторі тощо.

С.В. Івановою вказано, що неохочість до математики характеризується: конкретним, неформалізованим сприйняттям матеріалу; домінуванням наочно-образного мислення; труднощами з оперуванням абстрактними категоріями, з узагальненням математичних відношень; відсутністю згорнутих форм математичних міркувань; недостатньо розвиненою пам'яттю на абстрактні математичні об'єкти та відношення. Цим обумовлено особливості геометричної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання: домінування наочно-образного компонента; основні функції діяльності – пізнавальна та розвиваюча; спрямованість на формування раціонального стилю мислення; операційно-орієнтований зміст прийомів діяльності (покрокові програми дій); прикладна спрямованість; має переважно емпіричний рівень.

З метою подолання вказаних проблем С.В. Івановою було запропоновано методичку формування геометричних вмінь учнів, яка враховує операційний склад умінь, рівні програмних вимог до їх формування, закономірності формування вмінь, специфіку просторового мислення учнів та передбачає посилення ролі мотивації. Встановлено, що навчання учнів-гуманітаріїв геометрії передбачає використання пояснювально-ілюстративних та репродуктивних методів з широким застосуванням наочності, упровадження фронтальної та індивідуальної форм організації навчальної діяльності учнів, застосування лекцій, семінарів та навчальних ділових ігор, використання новітніх інформаційних технологій.

Як і в попередньому дослідженні, встановлено, що методика має бути орієнтована на діалогічні, емоційно забарвлені стосунки вчителя з учнями, що ґрунтуються на співробітництві.

У дисертаційному дослідженні З.О. Сердюк «Формування прийомів розумової діяльності учнів у процесі вивчення математики в школах і класах суспільно-гуманітарного напрямку» [254] до класів суспільно-гуманітарного напрямку віднесено такі навчальні профілі: філологічний, історико-правовий, юридичний, лінгвістичний та інші. Відзначається, що *труднощі в учнів класів суспільно-гуманітарного напрямку у вивченні математики найчастіше виникають через*: недостатню мотивацію вивчення деяких програмових тем; брак часу внаслідок великої завантаженості вивченням інших (профільних) предметів; складність у засвоєнні теоретичного матеріалу з математики, особливо стереометрії; відсутність зв'язку між теоретичним матеріалом та його практичним застосуванням. Як засвідчує автор, якість навчання математики в класах суспільно-гуманітарного напрямку з кожним роком знижується.

З.О. Сердюк зазначає також, що навчальний процес з математики в класах суспільно-гуманітарного напрямку повинен бути організований з урахуванням, крім відомих підходів – комплексного, системного, діяльнісного, особистісно орієнтованого, ще й семіотичного підходу. Виявлено, що в процесі навчання математики в цих класах найбільш ефективними є такі прийоми: подання нового матеріалу невеликими порціями (мініблоками); організація засвоєння кожного мініблоку як відносно самостійного дидактичного циклу, а сукупності мініблоків, винесених на окремий урок, – як інтеграційного дидактичного циклу; переважне використання пояснювально-ілюстративного й репродуктивного методів навчання, застосування елементів евристичного навчання математики; застосування інформаційно-комунікаційних технологій; створення й використання дидактично-виваженої системи запитань і завдань, прив'язаних до кожного об'єкта засвоєння (поняття, математичного факту, способу діяльності); організація групової (на етапах засвоєння, закріплення нових знань), фронтальної

(на етапах засвоєння нових знань, їх закріплення і повторення, а також відпрацювання навичок і вмінь) та індивідуальної роботи учнів.

У дисертаційному дослідженні М.Г. Симонової «Індивідуалізація навчання математики учнів гуманітарного профілю засобами елективних курсів» [256] зафіксовано *обмеженість програм факультативних курсів і курсів за вибором з математики* для профілю «Іноземна філологія» та наголошено на *необхідності практичного розширення математичного змісту* для даного профілю. М.Г. Симонова зазначає, що необхідність комплексного застосування учнями класів гуманітарного профілю навчання математичних знань у подальшій практичній діяльності вимагає проектування процесу навчання математики з урахуванням трьох типів напрямів індивідуалізації (характеристики особистості учня, особистісні інтереси учня, індивідуальне педагогічне прогнозування в розвитку, навчанні та вихованні учнів класів з гуманітарним профілем навчання) і психолого-педагогічних особливостей сприйняття та опанування учнями-гуманітаріями математики (наочно-образне мислення; інтерес до прикладних і міжпредметних аспектів змісту; наявність індивідуальних завдань та лабораторних робіт, що зорієнтовані на практичні побудови, обчислення, моделювання, дослідження).

Проаналізовано також дослідження О.В. Панішевої [216] (2011 р.), де розкрито особливості формування готовності майбутніх учителів математики до роботи в класах з гуманітарним профілем навчання. Вказано, що класи з гуманітарним профілем навчання є одними з найпоширеніших у старшій школі. На основі результатів опитування вчителів математики, які працюють з гуманітаріями, встановлено такі *проблеми навчання математики учнів цих класів*: недостатня мотивація школярів до вивчення математики, зменшення кількості годин на вивчення математики, відсутність психологічного супроводу та навчально-методичного забезпечення профільного навчання, домінування правої півкулі цієї категорії учнів, що зумовлює специфіку викладання їм предмета. Відповідно майбутніх учителів математики

необхідно цілеспрямовано готувати до врахування психолого-педагогічних особливостей учнів-гуманітаріїв у процесі навчання математики [216].

Близьким до проблеми нашого дослідження є проблема дисертаційного дослідження Т.П. Гордієнко [66] (1998 р.), де запропоновано систему навчання фізики в 10-11 класах з гуманітарним профілем навчання. У першому розділі коротко розглянуто досвід диференціації навчання у вітчизняній школі. Відзначається, що профільна диференціація має на меті розвиток особистості учня на основі знання й урахування його індивідуально-типових особливостей та передбачає створення сприятливих умов для реалізації кожним учнем його можливостей. Із цього погляду цікавим є представлений у дисертації розподіл учнів 10-11 класів з гуманітарним профілем навчання за типами вищої нервової діяльності: мислительний, художній та середній типи. До кожного типу учнів наведено опосередковані психологічні портрети, що описують найбільш властиві їм риси, короткі характеристики основних пізнавальних процесів (пам'ять, мислення тощо), пізнавальних потреб та мотивів навчання стосовно різних шкільних предметів. Як показують результати даного дослідження [66], серед учнів, які навчаються в класах з гуманітарним профілем навчання, присутні майже порівну представники художнього, мислительного та середнього типів. Це пояснюється різноманітним спектром мотивів, що приводили учнів у класи з гуманітарним профілем навчання, та відсутністю кваліфікованого психологічного добору в профільні класи досліджуваних шкіл на той час. Крім цього, у дослідженні відзначається, що у ході вивчення фізики *учні мають використовувати математичні методи, якими учні класів з гуманітарним профілем навчання фактично не володіють.*

Також нами було проаналізовано базу даних дисертаційних досліджень Російської Федерації на предмет виявлення робіт, пов'язаних з проблемами природничо-математичної освіти учнів класів з гуманітарним профілем навчання: дослідження О.Є. Хвостенко присвячене методиці навчання алгебри і початків аналізу в 10-11 класах гуманітарного профілю з

використанням комп'ютера (2000 р.) [291], Н.А. Єлізарової присвячене методичним особливостям вивчення функцій у класах гуманітарного спрямування профільної школи (2004 р.) [93]; І.В. Кузьмінової присвячене методиці формування готовності учнів до вивчення геометрії в старших класах гуманітарного профілю (2005 р.) [158].

Відзначається, що значення математичної освіти в класах з гуманітарним профілем навчання багатовекторне, проте важливо враховувати той факт, що учні цих класів в основному завершують свою математичну освіту в середній школі. У сучасних підходах до модернізації математичної освіти в Російській Федерації головна роль відводиться навчальній та розвивальній функціям навчання, диференціації та гуманітаризації математичної освіти. Курс геометрії перебудовується в напрямку розвитку просторового мислення, більш результативного використання взаємозв'язків образного й логічного компонентів мислення учнів. Перенесення акценту з операційних умінь учнів на евристичні стосується удосконалень курсу алгебри. Вивчення цих робіт показує, що *використання традиційних методів та засобів навчання явно не достатньо старшокласникам класів з гуманітарним профілем навчання для вивчення алгебри і початків аналізу*. Як показують ці дослідження, учні класів з гуманітарним профілем навчання відчують значні труднощі, у першу чергу, психологічного характеру у вивченні математики: копіювання з дошки написаного вчителем, механічне запам'ятовування, що веде до перевантаження, стресових станів, почуття власної неповноцінності, інтереси учнів-гуманітаріїв не пов'язані з математикою, яка, з іншого боку, є для них обов'язковим базовим предметом. Ефективність навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання багато в чому залежить не тільки від розробки програм, підручників, відповідних даному профілю, але й від психологічної готовності учнів до засвоєння предмета. У цих дослідження подано *такі рекомендації щодо процесу навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання*: використання історичного підходу до розгляду основних питань

курсу; емоційна насиченість і подача матеріалу; опора на образний компонент сприйняття; використання принципу від «простого до складного»; теоретичний матеріал, зразки записів, які даються при доведенні теорем або розв'язанні завдань, мають відображати головні етапи міркувань і подаватися у вигляді графічних образів (схем і таблиць); учитель має цілеспрямовано використовувати психолого-педагогічні особливості цих учнів, підтримувати атмосферу «психологічної комфортності».

Також було проаналізовано дослідження, пов'язані з проблемами навчання фізики в цих класах, зокрема дисертації Т.О. Гуріної «Технологія навчання фізики учнів класів гуманітарного профілю» (2001 р.) [75], В.О. Прага «Організаційно-педагогічні основи методичної системи навчання фізики в класах гуманітарного профілю» (2002 р.) [229], Л.П. Серафімової «Методика використання динамічної моделі фізичного пізнання в базовій підготовці з фізики учнів класів з гуманітарним профілем навчання» (2003 р.) [253], М.О. Первушиної «Фізика в школах гуманітарного профілю» (2006 р.) [221], Т.В. Швальової «Організація самостійної роботи учнів при навчанні фізики в класах гуманітарного профілю» (2006 р.) [302], Н.О. Філатової «Структурування навчальної інформації на уроках фізики в класах гуманітарних профілів» (2007 р.) [283]. У цих дисертаціях наголошується, що *організація навчання фізики в класах і школах з гуманітарним профілем навчання має базуватися на узгодженні міжпредметних зв'язків фізики й математики, оскільки математичні труднощі, з якими зустрічаються ці учні, викликають негативне ставлення до освітнього процесу*. Відзначено також особливості контингенту учнів, зокрема вказуються *такі особливості*: конкретно-образний тип мислення, орієнтований на чуттєву, емоційну оцінку навколишнього світу, складно сприймають інформацію на слух, мають складнощі в розумінні абстрактного матеріалу, мають низький рівень мотивації до вивчення природничо-математичних дисциплін.

Таким чином, усі названі вище дослідники зазначають, що: а) *вивчення математики в класах з гуманітарним профілем навчання викликає в учнів значні труднощі*; б) для розв'язання проблем математичної освіти учнів класів з гуманітарним профілем навчання надзвичайно важливою є *постійна та цілеспрямована робота з діагностування індивідуально-типових особливостей цих учнів*.

Розроблені цими авторами методичні напрацювання стосуються розв'язання проблем їх індивідуальних дисертаційних досліджень процесу навчання математики учнів-гуманітаріїв і лише частково торкаються проблеми активізації пізнавальної діяльності учнів, яка має розв'язуватися як самостійна проблема наукового дослідження.

1.2.2. Реалії математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у сучасній старшій профільній школі. Проаналізовані дисертаційні дослідження, присвячені проблемам математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання, здійснювалися в різні роки, відповідно до іншого Державного стандарту математичної освіти, за іншими програмами та підручниками, які сьогодні не є чинними, тобто здійснювалися в інших умовах. Затвердження нового Державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти [82] та Навчальної програми з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів за рівнем стандарту [179] змінило вимоги до математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання, що накладає певний відбиток на умови набуття знань учнів з математики. Для визначення стану проблеми математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у сучасній українській старшій профільній школі нами було використано анкетування вчителів предметів природничо-математичного циклу (172 респонденти) та учнів класів з гуманітарним профілем навчання (198 респондентів) (додаток Г.1, додаток Г.2, додаток Г.4), спостереження процесу навчання математики учнів класів цих профілів, вивчення досвіду роботи вчителів математики в класах з нематематичним профілем навчання та його аналіз.

На думку 61,6% опитаних учителів предметів природничо-математичного циклу саме в класах з математичним профілем навчання найбільш комфортно проводити уроки природничо-математичного циклу, 35% вважають, що в класах з природничим профілем навчання, 21,6% – у класах з економічним профілем навчання, і лише 10% і 5% відповідно вказують класи з гуманітарним та спортивно-естетичним профілем навчання. Слід відзначити, що 45% опитаних учителів природничо-математичних дисциплін вважають, що саме в старших класах працювати найважче, при цьому 51,6% вказали класи зі спортивно-естетичним профілем навчання як найбільш складні, 36,6% – класи з гуманітарним профілем навчання, 18,3% – класи з математичним профілем навчання і по 10% опитаних відзначили класи з економічним та природничим профілем навчання. Зауважимо, що серед причин труднощів педагогічної діяльності в класах з гуманітарним профілем навчання вчителі природничо-математичних дисциплін найбільш часто вказують такі (табл. 1.2).

Таблиця 1.2

Причини труднощів учителів природничо-математичних дисциплін, що виникають у роботі з учнями класів з гуманітарним профілем навчання

Причини труднощів	Відсоток опитаних
Складно викладати матеріал, бо він є важким і малодоступним для учнів	41,6%
Складно викладати матеріал доступно для учнів	16,6%
Складно зацікавити учнів своїм предметом: у них інша спрямованість інтересів	48,3%
Підручник для класів даного профілю не відображає його специфіки	25%

Відмітимо, що 45,9% опитаних студентів 4-5 курсів фізико-математичного та природничого факультетів СумДПУ імені А.С. Макаренка, що пройшли

педагогічну практику, також указали класи з гуманітарним профілем навчання як найпроблемніші, виокремлюючи аналогічні причини труднощів.

У процесі проведення дослідження було відвідано 57 уроків математики, алгебри та початків аналізу і геометрії в класах з гуманітарним профілем навчання. Їх аналіз показав, що:

1) недостатня увага приділяється перевірці домашнього завдання, більшість учнів виконує його частково та поверхово;

2) мало приділяється уваги етапу постановки мети та завдань уроку, часто вони оголошуються формально;

3) під час мотивації учнів до вивчення нової теми вчителі здебільшого використовують приклади, наведені в підручнику, рідко звертаючись до аналізу можливості використання даного матеріалу в майбутній професійній чи повсякденній діяльності, проте для розвитку інтересу учнів до теми активно використовується історичний матеріал;

4) новий матеріал подається переважно вчителем математики, недостатньо уваги приділяється створенню проблемної ситуації, самостійній роботі учнів;

5) широко застосовується наочність вчителями математики, проте використання новітніх інформаційних технологій обмежується лише демонстраційними програмами, зокрема Power Point;

6) більшість завдань, що пропонуються учням для розв'язування, носять репродуктивний характер, проте вчителі математики застосовували диференційований підхід до учнів та пропонували учням з більш високим рівнем навчальних можливостей завдання реконструктивного характеру;

7) майже не використовуються такі форми організації навчання, як семінари, взаємонавчання, практичні чи лабораторні роботи, дидактичні ігри, заліки, конференції тощо, проте використовуються деякі прийоми інтерактивних технологій навчання;

8) контроль навчальних досягнень учнів проводиться за традиційною методикою у вигляді написання самостійних та контрольних робіт за

запропонованими різнорівневими завданнями, аналіз контрольних робіт проводиться у вигляді роботи над помилками, недостатня увага приділяється організації самоконтролю діяльності учнів;

9) недостатня увага приділяється аналізу психологічного стану учнів під час перебігу уроку математики.

Слід відзначити, що активність учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час уроку математики проявлялася епізодично, стихійно, формування її здійснювалося випадково, без належного урахування вчителями математики специфіки учнів цих класів, що проявлялося в процесі навчання математики. Виконувана учнями у ході уроку математики діяльність позбавлена внутрішньої мотивації й спонукається лише зовнішніми чинниками. Успіх чи невдачі в процесі розв'язування завдань зазвичай не викликає в учнів цих класів емоційних реакцій. Крім того, перенесення набутих ними теоретичних знань у нові умови практичного завдання часто викликали труднощі.

Таким чином, було встановлено, що навчання учнів класів з гуманітарним профілем навчання математики ускладнюється кількома проблемами, які можна узагальнити в таких тезах:

- недостатня кількість часу для засвоєння теоретичного матеріалу, для відпрацювання навичок та вмінь його застосування, для розв'язування завдань більш високого рівня складності;
- низька мотивація учнів до вивчення математики;
- низький рівень упевненості учнів у власних силах щодо вивчення математики.

Саме тому нами досліджувалася навчальна мотивація учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час вивчення математики. Метою дослідження було виявити особливості навчальної мотивації учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі вивчення математики. Учням було запропоновано анкету, результати якої подано в таблиці 1.3. Після її проведення отримані такі дані (табл. 1.3).

Таблиця 1.3

Особливості навчальної мотивації учнів класів гуманітарних профілів у процесі навчання математики

Мотиви навчальної діяльності в процесі навчання математики	Кількість учнів (%)	Кількість учнів (ос.)
вимога батьків, адміністрації школи, учителів, однокласників, друзів	18,2%	36
бути освіченою людиною, яка має свій погляд з будь-якого питання та розуміється в багатьох галузях сучасної науки	23,7%	47
успішно навчатися та отримати атестат з гарними оцінками	63,6%	126
отримати глибокі та міцні знання	27,3%	54
бути постійно готовим до наступних занять	27,3%	54
не відставати у вивченні предметів природничо-математичного циклу	9%	18
для забезпечення успішної майбутньої професійної діяльності	27,3%	54
для досягнення поваги вчителя	9 %	18
бути прикладом для однокласників, друзів	0	0
уникнення покарання за погане навчання	45,5%	90
отримання інтелектуального задоволення	9%	18
застосування отриманих знань у професійній чи повсякденній діяльності	4,5%	9
інтерес до математики як науки	2%	4

Під час проведення анкетування учням класів з гуманітарним профілем навчання було запропоновано оцінити якості особистості, у тому числі й самостійність, та вибрати із списку запропонованих 3 якості, найбільш притаманні їм. Визначено, що лише 24% учнів класів з гуманітарним профілем

навчання визнали самостійність головною в себе рисою. На їх думку, самостійність не є якістю, що визначає високий рівень навчальних досягнень.

На запитання анкети «Чи могли б Ви самостійно вивчати математику?» 63% цих учнів відповіли негативно, указуючи серед причин високу складність завдань чи необхідність додаткових пояснень учителя. Спираючись на дослідження Л.М. Король [147], для виявлення рівня самостійності учнів класів з гуманітарним профілем навчання ми використали модифікований опитувальник, що містить 11 запитань (додаток Г.5). На кожне з них учні мали давати одну з відповідей, які оцінювались відповідно до інструкції, тоді сума балів свідчить про певний рівень самостійності. Високий рівень самостійності мають 44% досліджуваних, середній – 39%, низький – 17% учнів. Отримані результати дослідження (21,3 бали) вказують на загальний середній рівень розвитку самостійності учнів-гуманітаріїв.

Отже, аналіз реального стану математичної підготовки учнів в класах з гуманітарним профілем навчання дозволив виокремити ряд проблем, що виникають під час навчання математики учнів цих класів:

1) *проблема обмеженості навчального процесу в часі* – оскільки в класах з гуманітарним профілем навчання математика вивчається на рівні стандарту, то досить складно забезпечувати підвищення ефективності уроку математики, якщо це необхідно узгоджувати з 3 годинами математики на тиждень. Дана проблема обумовлює брак часу і на застосування прикладних чи нестандартних завдань під час навчання математики в цих класах, що мало б забезпечувати формування вмінь застосовувати математику в повсякденному житті;

2) *проблема мотивації пізнавальної діяльності учнів-гуманітаріїв під час навчання математики* – зміст навчання математики не розкриває учням цих класів відповіді на запитання про мету вивчення ними математики, тому одним з основних завдань вчителя математики є забезпечення розуміння учнями важливості вивчення математики для їх розумового розвитку;

3) *проблема психологічних бар'єрів учнів класів з гуманітарним профілем навчання при навчанні математики* – досить часто учні класів з гуманітарним профілем навчання мають негативну установку на вивчення математики, що проявляється перш за все в труднощах при виконанні домашнього завдання, письмових відповідях на питання за теоретичним матеріалом чи самотійному розв'язуванні завдань;

4) *проблема відсутності доведень та завдань підвищеного рівня складності при навчанні математики* – часто вчителі математики, які працюють у цих класах, опускають строгі математичні обґрунтування математичних фактів, теорем, обмежуються вправами тренувального характеру, фокусуючись на відпрацюванні навичок і вмінь, не приділяючи увагу завданням нестандартного, творчого характеру;

5) *проблема оцінювання й самооцінювання навчальних досягнень учнів класів з гуманітарним профілем навчання при навчанні математики* – часто вчителі математики формально переносять досвід роботи в класах з іншим профілем навчання зі зниженням не лише рівня подання матеріалу, але й рівня вимог.

Результати теоретичного дослідження та вивчення стану математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання показали проблеми, які виникають через те, що навчання математики таких учнів не є активним. Тому необхідно створювати умови для активізації пізнавальної діяльності учнів цих класів під час навчання математики. Відповідно розглянемо суть поняття активізації пізнавальної діяльності учнів під час навчання математики.

1.3. Активізація пізнавальної діяльності учнів-гуманітаріїв під час навчання математики як педагогічна проблема

Висвітливши питання профільної диференціації в сучасній старшій школі та особливості гуманітарного профілю навчання, ми визначили проблеми математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем

навчання. Проведене теоретичне дослідження та реалії математичної підготовки учнів-гуманітаріїв свідчать про необхідність створення методики активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики на основі виокремлення їх психолого-педагогічних особливостей. Для цього розглянемо різні тлумачення понять пізнавальної діяльності, активності, активізації пізнавальної діяльності учнів та їх співвідношення, розкриємо психолого-педагогічні особливості учнів класів з гуманітарним профілем навчання, що проявляються в процесі навчання математики.

1.3.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів. Різні тлумачення цього поняття. Розглянемо поняття «активізація пізнавальної діяльності». У додатку Д.1 представлено підходи до визначення поняття «активізація пізнавальної діяльності учнів» у педагогічній літературі. При цьому було визначено таке.

Підходи, які запропонували Л.П. Арістова [9], Г.М. Муртазін [192], Т.І. Шамова [300], А.Г. Гебос [58], О.С. Дубинчук [90], В.М. Осинська [211], М.В. Гриньова [220], З.І. Слєпкань [263], визначають активізацію пізнавальної діяльності як цілеспрямоване керівництво вчителем навчальною діяльністю учнів, тобто вказують на провідну роль саме діяльності вчителя в навчальному процесі. І.Ф. Харламов [289] розглядає активізацію пізнавальної діяльності учнів як організацію їх активної пізнавальної діяльності з оволодіння знаннями й формування практичних вмінь і навичок і зазначає серед істотних характеристик активності учнів пізнавальний інтерес, пізнавальну активність та самостійність (такий підхід і в дисертаційному дослідженні Л.С. Межейнікової [185]). Г.І. Щукіна [348] наголошує на необхідності спільної діяльності вчителя та учнів в процесі навчання. Цього підходу дотримуються також у своїх дослідженнях М.Я. Ігнатенко [123], П.Г. Лузан [170].

Т.І. Шамова [300], узагальнюючи дослідження М.Н. Скаткіна [258], Л.П. Арістової [9] та інших, групує умови успішної активізації пізнавальної діяльності учнів залежно від мети діяльності (табл. 1.4).

Таблиця 1.4

Умови активізації пізнавальної діяльності учнів залежно від мети діяльності (за Т.І. Шамовою)

Мета діяльності	Умови активізації пізнавальної діяльності учнів
Формування мотиву діяльності	<ul style="list-style-type: none"> – формування пізнавальної потреби у конкретній діяльності; – виховання стійких пізнавальних інтересів; – об'єднання емоційного та раціонального компонентів у навчанні.
Формування системи знань на основі самокерування процесом навчання	<ul style="list-style-type: none"> – формування основних інтелектуальних вмінь; – формування вмінь планування, самоорганізації і самоконтролю у процесі навчання.
Включення кожного школяра у процес активного навчання	<ul style="list-style-type: none"> – індивідуальний підхід; – колективні форми роботи; – контроль пізнавальної діяльності учнів.

О.С. Дубинчук [90] показує, що активізація пізнавальної діяльності визначається:

- 1) діяльністю вчителя: забезпечення самостійності учнів у набутті знань і їх практичному застосуванні, озброєння учнів прийомами розумової та навчальної діяльності;
- 2) застосуванням диференційованого підходу до учнів, індивідуалізацією навчання;
- 3) сформованістю пізнавальних інтересів учнів;

4) застосуванням методів проблемного навчання.

У дослідженні П.Г. Лузана [170] виділено специфічні принципи активізації навчання студентів:

- принцип проблемності (дає варіанти побудови взаємодії викладачу і учіння);
- принцип педагогічного стимулювання (перетворення зовнішнього впливу у внутрішні спонукання особистості);
- принцип оптимальності (передбачає вміле керування педагогом поетапним формуванням активності та навчання студентів самостійно знаходити оптимальні рішення);
- принцип орієнтації на майбутню професійну діяльність (передбачає оволодіння знаннями, вміннями і навичками, необхідними майбутньому фахівцю вже з перших занять);
- принцип динамічності (відображає можливості педагогічної системи динамічно реагувати на зміни у змісті навчання, у розвитку пізнавальних можливостей студентів, соціальному середовищі).

Відзначимо, що вказані положення визначають активізацію пізнавальної діяльності й учнів. У праці [205] щодо проблем активності учнів сформульовано ряд дидактичних принципів, з урахуванням яких має відбуватися навчання.

Отже, на основі проведеного аналізу визначено, *що у процесі активізації пізнавальної діяльності учнів формується та розвивається активність учнів. Активність є загальною характеристикою, за якою може порівнюватися по-різному організована і виконувана, з різним змістом і метою діяльність, тобто є мірою ставлення суб'єкта до діяльності [26; 31; 52].*

У „Філософському енциклопедичному словнику” [284] *активність* (від лат. *activus* – дієвий, практичний) визначається як одна з характерних рис способу життєдіяльності соціального суб'єкта (особистості, соціальної групи, суспільства в цілому), що відображає міру (рівень) спрямованості його

здібностей, знань, навичок, прагнень, концентрації вольових, творчих зусиль на реалізацію нагальних потреб, інтересів, цілей, ідеалів.

У психології [83; 89; 91; 245] розглядається положення про *активність* перш за все у зв'язку з введенням такої категорії психології, як особистість. Будь-який психічний процес носить активний характер, активність є однією з характеристик особистості, а не тільки діяльності, і конкретизується у зв'язку з проблемою потреб і мотивів як рушійних сил діяльності: «Велич людини, її активність проявляється не тільки у діях, але й у спогляданні, у вмінні збагнути і правильно поставитись до Всесвіту, до світу, до буття» [245, с. 343]. Д.М. Узнадзе також підкреслював, що «у активні відносини з дійсністю вступає безпосередньо сам суб'єкт, а не окремі акти його психологічної діяльності» [279, с. 166]. У сучасній психології існують різні за своїм характером класифікації активності. Е.Д. Телегіна [272], покладаючи в основу ставлення суб'єкта до процесу пізнавальної діяльності та саму побудову цього процесу, визначає особистісно-мотиваційну та процесуальну активність. М.І. Лісіна [162] вказує на такі форми активності: психічна, розумова, інтелектуальна, пізнавальна. А.М. Матюшкін [181] за основними функціями усі види активності поділяє на два граничні типи: адаптивна та продуктивна.

У педагогічних дослідженнях також зустрічаються різні підходи до трактування поняття активності. Активність у педагогічній науці розглядається або як якість особистості, або як діяльнісний її стан (Додаток Д.2).

Отже, спираючись на аналіз психолого-педагогічної літератури [4; 10; 167; 168; 170], виокремимо найбільш часто вказувані критерії активності, які є важливими у контексті дослідження: ініціативність; характеристики діяльності (енергійність, інтенсивність, розмах, широта, масштаб її результатів тощо); позитивне ставлення до діяльності (інтерес, сумлінність, допитливість тощо); самостійність, самодіяльність, саморегуляція;

усвідомленість діяльності; воля особистості (упертість у досягненні мети, доведення справи до кінця); цілеспрямованість діяльності; творчість тощо.

Серед критеріїв також виявлено такі фактори у сфері активності:

- швидкісний: характеризує швидкість психічних процесів;
- ергічний: визначає розумову витривалість, тобто здатність до тривалої інтелектуальної напруги при розв'язуванні складних завдань;
- варіаційний: характеризує можливості використання різноманітних прийомів розв'язування завдань [88; 246; 162].

У дослідженнях Г.І. Щукіної [348] та Т.І. Шамової [300] вказано, що характерні ознаки активності в пізнавальній діяльності учнів полягають у:

- цілеспрямованості пізнавальних дій, у їх умотивованості;
- у характері знань, навичок і вмінь, у мобільності їх використання, у змістовності запитань, звернених до вчителя;
- у бажанні розширити й поглибити знання, використовуючи різні джерела інформації;
- у психологічному настрої їх діяльності: зосередженості, увазі, зацікавленості, ініціативності тощо;
- в активній участі в обговоренні задач, проблем, які порушує вчитель (швидкий зворотний зв'язок), прагненні брати участь у відповідях однокласників, доповнювати їх.

Відповідно до виокремлених показників та критеріїв активності учнів у пізнавальній діяльності відзначимо запропоновані в психолого-педагогічній літературі її рівні. Зазвичай дослідники пропонують класифікувати активність учнів у пізнавальній діяльності за трьома рівнями (Д.Б. Богоявленська [30], Г.І Щукіна [348], Т.І. Шамова [300], О.С. Дубинчук [90]), спираючись на ступінь самостійності учнів, характер їх пізнавальної діяльності, інтерес та наполегливість учнів:

- 1) репродуктивна (наслідувальна) активність – учні інертні, пасивні, не виходять за рамки встановлених зразків дій, тобто досвід однієї людини накопичується через досвід іншої;

2) евристична (пошукова, виконавська) активність – учні прагнуть зрозуміти завдання, знайти нові способи його виконання;

3) креативна (творча) активність – учні відрізняються ініціативністю в постановці завдань, уміють переходити до теоретичних узагальнень, обирають нові, нестандартні, творчі шляхи розв'язування завдань.

П.Г. Лузан [170] наводить показники навчально-пізнавальної активності, групуючи їх за рівнями активності суб'єкта пізнання та спираючись на змістово-результативний критерій (результат активності), операційний критерій (прийоми учіння) та мотиваційно-динамічний критерій (психічний стан) (Додаток Е).

Отже, проведений аналіз підходів до розуміння у філософії, психології, педагогіці та методиці навчання математики поняття «активність» показав, що *активність учнів у пізнавальній діяльності визначається рівнем розвитку її істотних складових: пізнавальним інтересом, пізнавальною активністю та пізнавальною самостійністю*. Розглянемо ці характеристики активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках математики детальніше.

Пізнавальний інтерес. Проблемі активізації пізнавальної діяльності учнів з погляду її зв'язку з пізнавальним інтересом учнів присвячено праці Л.І. Божович [32], В.С. Ільїна [117], А.К. Маркової [175], М.В. Матюхіної [180], Т.І. Шамової [300], Ю.В. Шарова [301], Г.І. Щукіної [346; 347], зокрема під час навчання математики О.С. Дубинчук [90], М.Л. Крайзмана [153], М.О. Родіонова [244]. Існують різні підходи до визначення поняття пізнавального інтересу. Г.І. Щукіна [347] визначає пізнавальний інтерес як важливу характеристику особистості, що складається в процесі життєдіяльності особи, формується в соціальних умовах її існування й не притаманне особистості від народження. Т.І. Шамова [300], Р.А. Хабіб [288] указують, що пізнавальний інтерес є фактором успішного навчання за умови опори на активну розумову діяльність учнів; створення сприятливої емоційної атмосфери навчання тощо.

Р.А. Хабіб [288], О.С. Дубінчук [90] визначають три основні рівні розвитку пізнавального інтересу учнів у процесі навчання математики:

- 1) елементарний рівень (безпосередній інтерес до нових фактів та явищ, пов'язаних з інформацією, яку учні одержують на уроці);
- 2) інтерес до пізнання істотних властивостей предметів і явищ;
- 3) інтерес до причинно-наслідкових зв'язків, до виявлення закономірностей та встановлення загальних принципів, що стосуються різного роду явищ.

Будемо спиратися надалі на показники рівнів розвитку пізнавального інтересу учнів, обґрунтовані в дослідженні Г.І. Щукіної [347] (табл. 1.5).

Таблиця 1.5

Показники рівнів розвитку пізнавального інтересу (за Г.І. Щукіною)

Високий	Середній	Низький
1. Висока довільна пізнавальна активність	1. Пізнавальна активність вимагає систематичних побуджень вчителя	1. Пізнавальна інертність
2. Інтерес до сутності явищ і процесів, їх взаємозв'язку	2. Інтерес до накопичення описової інформації	2. Епізодичний інтерес до ефектних явищ без інтересу до їх сутності
3. Інтенсивний процес самостійної діяльності	3. Залежність процесу самостійної діяльності від конкретної ситуації	3. Уявна самостійність дій
4. Прагнення до подолання труднощів	4. Подолання труднощів лише за допомогою інших	4. Повна бездіяльність при труднощах
5. Кореляція інтересів і нахилів	5. Епізодичні заняття предметом зацікавленості	5. Відсутність нахилів до будь-якого виду діяльності

Погоджуємося, що формування та розвиток пізнавального інтересу учнів у процесі навчання математики визначається такими послідовними стадіями [300; 347; 348]: зацікавленість (обумовлена зовнішніми несподіваними обставинами й зникає з їх усуненням); допитливість (виявляються досить сильні емоційні переживання); пізнавальний інтерес

(характеризується цінною мотивацією); теоретичний інтерес (стадія активного впливу особистості на світ).

На думку Г.І. Щукіної [348], існують різні прояви пізнавального інтересу.

1. Інтерес як риса особистості.

2. Інтерес як засіб пізнання. У своєму дослідженні ми погоджуємося з поглядами Г.І. Щукіної [348], яка вважає цікавість засобом привернення інтересу до предмету вивчення, що сприяє переходу пізнавального інтересу від ситуативної зацікавленості до стадії більш стійкого пізнавального ставлення, прагнення поглибити набуті знання, навички та вміння.

3. Інтерес як мотив навчальної діяльності. Мотивація є однією з фундаментальних проблем психології (В.Г. Асеєв [11], О.М. Леонт'єв [160], Л.І. Божович [32], Б.І. Додонов [87], Дж. Аткинсон [358]). Проблему мотивації навчання розглянуто в педагогічних дослідженнях Ю.К. Бабанського [17], М.А. Данилова [80; 81], Б.П. Єсипова [96; 97], І.Я. Лернера [161], М.І. Махмутова [183], В.О. Оніщука [206], М.Н. Скаткіна [258]. У дослідженнях В.О. Оніщука [206], В.А. Крутецького [155; 156; 157], М.А. Данилова [80; 81] та інших [53; 63; 67; 86; 108; 127; 175; 206; 356] виокремлено групи пізнавальних мотивів та їх прояви (Додаток 3).

У психолого-педагогічних дослідженнях В.А. Крутецького [155; 156; 157], В.М. Русалова [246] та інших [33; 62; 101; 140; 174; 175; 191; 345] встановлено ряд психолого-педагогічних особливостей старшокласників, що визначають мотивацію навчання у цьому віці:

- потреба в життєвому самовизначенні та зверненість планів у майбутнє, усвідомлення з цих позицій сьогодення;
- чітко виражений вибірковий характер мотивів і цілей під кутом зору вибору професії;
- стійкість інтересів, їх відносна незалежність від думки оточення;
- негативне ставлення до форм жорсткого контролю з боку вчителя;

- незадоволеність одноманітністю форм навчальних занять, відсутністю творчих та проблемних форм навчальної діяльності;
- стійкий інтерес до одних предметів за рахунок засвоєння інших;
- розвиток широких пізнавальних мотивів: інтерес до нових знань, подолання труднощів під час їх здобуття;
- удосконалення навчально-пізнавальних мотивів: участь старшокласників у шкільних наукових товариствах, використання дослідницьких методів на уроках, раціоналізація організації розумової праці;
- розвиток чинних та поява нових мотивів самоосвітньої діяльності: оцінка учнями особливостей своєї особистості та особливостей своєї навчальної діяльності, вироблення нових особистісних позицій та нових способів пізнавальної діяльності, розгорнуті самоконтроль та самооцінювання, що виражаються в самоплануванні, аналіз індивідуального стилю своєї навчальної діяльності, визначення сильних та слабких сторін своєї навчальної діяльності, прагнення виразити свою індивідуальність в процесі навчання;
- зростає мотив отримання гарної оцінки вчителя, що пов'язано з підсумками навчання в середній школі та їх відображенням в атестаті;
- характерним є зростання позитивного ставлення до навчання старших школярів, стабілізація емоцій, більш стійка самооцінка, спрямованість у майбутнє, загальна атмосфера позитивних емоцій у цьому віці.

М.А. Родіоновим [244] визначено основні принципи формування мотиваційної сфери учнів у процесі навчання математики. Серед них виділимо такі:

- 1) принцип забезпечення мовної парадигми: полягає в багатоконтекстному описі об'єктів, наприклад, логарифм можна розглядати як число, як значення відповідної функції, як назву результату операції логарифмування, як відповідний наочно-геометричний образ тощо;

2) принцип рівноваги: означає необхідність дотримання в навчальному процесі розумних співвідношень строгих логічних умовиводів та суджень наочно-інтуїтивного характеру;

3) принцип «єдності істини та краси»: передбачає орієнтацію учнів на використання естетичних почуттів у процесі розв'язування завдань при вивченні шкільного курсу математики таких, як природність, «несподівана простота», обґрунтованість, інформаційна ємність;

4) принцип потенційної діалогічності: передбачає доцільність залучення учнів до спільної пізнавальної діяльності;

5) принцип адекватного контролю: доцільно передбачити при організації діагностики можливість додатково заохочувати учнів за ефективність чи оригінальність, наочність виконаного розв'язання.

Пізнавальна активність. У психолого-педагогічних дослідженнях подано різні тлумачення даного поняття. Узагальнимо їх у вигляді таблиці у додатку Д.3.

У дослідженнях Т.І. Шамової [300] та інших [44; 123; 278; 288] виокремлено три рівні пізнавальної активності учнів:

- 1) відтворювальна активність – характеризується прагненням учня зрозуміти, запам'ятати й відтворити знання, оволодіти способами їх застосування за зразком;
- 2) інтерпретивна активність – характеризується прагненням учня пізнати зв'язки між явищами й процесами, оволодіти способами його застосування в змінених ситуаціях, умовах;
- 3) творча активність – характеризується інтересом і прагненням не тільки глибоко проникнути в суть явищ, які вивчаються, а й знайти для цього новий спосіб.

Пізнавальна самостійність. Навчальна самостійність – це здатність, яка проявляється в умінні власними силами, без сторонньої допомоги вирішувати поставлені вчителем чи самими учнями завдання, використовуючи при цьому нові раціональні способи роботи, та в стійкому бажанні та прагненні не лише на

вимогу вчителя, а й за власним почином активно брати участь у навчальній роботі, що здійснюється на уроці [147; 173].

А.К. Маркова [175], Т.І. Шамова [300] зазначають, що самостійна навчальна діяльність виконується учнями тоді, коли один або декілька її компонентів виконується учнем без допомоги вчителя. У дослідженні Л.М. Король [147] відмічено, що пізнавальна самостійність – результат досконалої системи навчання, виховання й розвитку учнів, спрямованої на формування розумової та практичної самостійності як якості особистості школяра. У дослідженні Г.І. Щукіної [348] пізнавальна самостійність подається як особистісне утворення школяра, що пов'язане з ініціативою, пошуком різних шляхів розв'язання пізнавальних завдань без участі дорослих і допомоги ззовні. У різних джерелах [36; 72; 201; 285; 290; 300; 348] наводяться такі прояви пізнавальної самостійності учнів:

- самоконтроль, самооцінка, самоаналіз пізнавальних та практичних дій;
- схильність до аналізу помилок, критичність;
- самостійне опрацювання різноманітних джерел знань з теми;
- використання раніше отриманих знань у новій ситуації.

Т.І. Шамова [300] виокремлює такі компоненти пізнавальної самостійності:

1) мотиваційний – прояви самостійності учнів у пізнавальній діяльності обов'язково пов'язані з її мотивацією. Дійсно, пропонуючи учням класів гуманітарних профілів завдання для самостійного опрацювання, що ілюструють застосування математики в галузі, яка цікавить учнів, ми спостерігаємо зацікавленість, підвищення впевненості у власних силах;

2) змістово-операційний – формування стійкого прагнення до поповнення знань і оволодіння новими способами діяльності можливе лише за умови, що учень уже володіє певною системою провідних знань і вміннями самостійно їх здобувати. При вивченні математики учнями класів гуманітарних профілів слід спиратися на рівень їх навчальних можливостей;

3) вольовий – вольові процеси органічно пов'язані з діяльністю. Необхідно стимулювати вольові зусилля учнів-гуманітаріїв на самостійне досягнення мети та результату, доцільно дозувати допомогу таким учням.

Як зазначено у дослідженні Г.І. Щукіної [348], виокремлюють три рівні пізнавальної самостійності школярів: репродуктивний, частково-пошуковий та дослідницький.

У дослідженнях О.С. Дубинчук [90], М.Л. Крайзмана [153], Т.І. Шамової [300], Р.А. Хабіба [288] та інших [81; 248; 267] розкрито провідні шляхи стимулювання учнів до навчання, які, звичайно, є основою для формування та розвитку пізнавальних інтересів, активності та самостійності учнів на уроках математики.

Отже, активізація пізнавальної діяльності учнів є процесом формування та розвитку активності учнів через збудження їх пізнавального інтересу, стимулювання пізнавальної активності та спонукання учнів до пізнавальної самостійності та має забезпечуватися доцільно підібраним змістом, формами, методами і прийомами та засобами навчання математики.

Визначимо надалі психолого-педагогічні особливості учнів-гуманітаріїв, що проявляються в навчанні математики.

1.3.2. Психолого-педагогічні особливості учнів-гуманітаріїв у навчанні математики. Над проблемами психології юнацтва, розвитку типових та індивідуальних особливостей школярів у юнацькому віці, психології навчання та виховання старшокласників, зокрема у процесі вивчення математики, працювали В.А. Петровський [49], В.В. Давидов [79], Г.І. Щукіна [348], Л.М. Фрідман [286], В.А. Крутецький [155; 156; 157], І.С. Кон [140] та інші [1; 2; 8; 12; 41; 45; 48; 56; 57; 74; 78; 107; 148; 294; 344; 349; 357; 361].

Юнацький вік є етапом у фізичному розвитку людини, що посідає місце між дитинством і дорослим життям. У цьому віці відбувається збільшення соціальних ролей, розширення діапазону інтересів, якісна їх зміна, з'являється все більше дорослих ролей, а відповідно збільшується й

міра самостійності і відповідальності. Відповідно особливістю соціальної ситуації розвитку старшокласника є невизначеність його статусу й вимог, що висуваються до нього, оскільки, з одного боку, старшокласнику постійно нагадують, що він дорослий, а з іншого – вимагають слухняності. Розумові здібності старшокласників продовжують удосконалюватися, особливо швидко розвиваються спеціальні здібності. Розумова діяльність юнаків стає більш стійкою та ефективною за рахунок оволодіння ними складними інтелектуальними операціями та зростання диференціації інтересів.

У юнацькому віці активізується ціннісно-орієнтаційна діяльність: пізнання власних якостей, засвоєння нових знань, розвиток самосвідомості та самооцінки. Психологи В.А. Петровський [49], В.В. Давидов [79] та інші [2; 74; 95; 102; 111; 149; 155] виокремлюють два шляхи усвідомлення власних якостей для старшокласників:

- 1) емоційна оцінка, тобто зіставлення рівня власних прагнень з досягнутими результатами;
- 2) соціальне порівняння, тобто зіставлення думок про себе оточення.

У психологічній літературі [54; 134; 140; 155; 157; 225; 255; 276] відзначається, що в ранньому юнацькому віці (15-17 років) відбувається значна перебудова взаємин з батьками, розмежовуючи поведінкову, емоційну, моральну та ціннісну автономії старшокласників. Юнакам та дівчатам досить важливо відчувати себе прийнятими однолітками, потрібними групі, мати певний престиж та авторитет у ній.

Указані характерні риси юнацького віку не вичерпують психолого-педагогічних особливостей сучасних старшокласників, які суттєво відрізняються від своїх однолітків кілька поколінь тому за загальнокультурним рівнем, шириною та різнобічністю інтересів, ціннісними орієнтаціями та суспільною активністю. Слід, звичайно, урахувати широкий і відкритий доступ старшокласників до інформаційних ресурсів, щоденне зростання технічних можливостей ними користуватися: телебачення, радіо, Internet, соціальні мережі тощо. Цьому сприяє й швидкісний темп життя. Усе більше

старшокласників отримують можливість подорожувати не лише Україною, але й іншими країнами. Великий вплив на сучасних юнаків мають такі молодіжні течії, як „емо”, „готи”, „хіп-хопери”, „гяру” тощо [39; 159; 166; 169; 202]. Часто їх соціальні та моральні уявлення йдуть врозрід з суспільно прийнятими, що важко сприймається як учителями, так і адміністрацією школи.

Спираючись на наші спостереження, бесіди, анкетування учнів (198 респондентів, додаток Г.3), вважаємо, що сучасні старшокласники є більш пасивними до своїх однолітків, ніж кілька поколінь тому, їх важко чим-небудь здивувати, зацікавити. Батьки дають їм значну самостійність, тому вони є більш зрілими, легше сприймають нове, зміни взагалі. Багато хто з юнаків та дівчат вважають, що є достатньо обізнаними у всіх сферах суспільного життя й з усякого приводу мають власну думку.

Досліджуючи проблему розвитку математичних здібностей старшокласників, В.А. Крутецький [156] називає такі загальні математичні здібності, що проявляються в старшому шкільному віці:

- 1) різнобічність, багатоплановість сприйняття математичних завдань, розвиток тенденцій досліджувати їх;
- 2) схильність подумки опускати певні етапи в процесі математичної діяльності;
- 3) ініціативність у знаходженні різноманітних шляхів розв'язування завдань, спрямованість на знаходження найбільш економного та раціонального способу;
- 4) швидке запам'ятовування загальних підходів до розв'язування різноманітних завдань, вказівок до них тощо.

Ці риси характерні для тих учнів, що здібні до математики. Дослідники, у полі зору яких були виключно учні-гуманітарії, зокрема Е.Е. Хвостенко [291], указують на те, що в учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики:

- переважає наочно-образне мислення;
- сприйняття краси математики спрямоване на її прояви в живій природі, витворах мистецтва, конкретних об'єктах тощо;

- увага на уроці математики може бути стійкою лише протягом 10-15 хвилин;

- найбільший інтерес викликають питання з історії математики, прикладні аспекти, цікавий матеріал;

- перевага надається таким формам роботи на уроці математики, як пояснення вчителем нового матеріалу, лабораторні роботи, ділові ігри, виконання індивідуальних завдань із застосуванням науково-популярної літератури, колективна робота над завданнями;

- багата уява, сильний прояв емоцій.

Спираючись на цей теоретичний аналіз, ми теж досліджували питання виявлення психолого-педагогічних особливостей учнів-гуманітаріїв, що проявляються в процесі навчання математики, через проведення анкетування та бесід з учителями природничо-математичного циклу м. Суми та Сумської області (172 респонденти, додаток Г.1, додаток Г.6).

У процесі констатувального експерименту було встановлено такі психолого-педагогічні особливості навчання математики учнями-гуманітаріями:

- мислення образами, а не абстрактними конструкціями, завжди потребують наочних прикладів у процесі вивчення нового матеріалу;

- труднощі в сприйманні графіків функцій, математичних формул чи запису означень та теорем за допомогою символів;

- при відтворенні формулювань означень чи доведень теорем часто відсутнє глибоке розуміння вивченого, учні відтворюють їх, «наче вірші», часто старшокласники не спроможні навести фрагмент доведення теореми чи скласти його план;

- пояснення до завдань завжди розширене, не лаконічне;

- учні-гуманітарії часто потребують індивідуальних консультацій та допомоги вчителя в навчальній діяльності, найбільше зацікавлені в завданнях на зразок: «Підготувати реферат», «Підготувати повідомлення».

Дійсно, як показують спостереження, розвиток пізнавальних процесів у учнів класів з гуманітарним профілем навчання має свої особливості. Спостережливість та увага їх не є досить систематичними та цілеспрямованими, учні часто поспішають з висновками, але під керівництвом вчителя здатні сфокусуватися на поставленому завданні. Часто учні-гуманітарії в процесі ознайомлення з новим матеріалом у процесі вивчення математики не засвоюють його основної ідеї, не проникають у сутність питання, тобто сприймають його формально. Сприяє концентрації уваги учнів класів з гуманітарним профілем навчання наголошення на практичній значущості матеріалу, що вивчається, на його важливості для засвоєння, обов'язкова опора на наочні образи, як предметні, так і словесні, на ППЗ (презентації, програми консультивного та навчального характеру тощо). Досить часто при усвідомленні нового матеріалу учні-гуманітарії звертають увагу не на означення поняття, а на його зовнішню випадкову ознаку. Важливо, аби вчитель наголошував на суттєвих ознаках і підкреслював можливі зміни несуттєвих ознак. Тоді учні класів з гуманітарним профілем навчання, зазвичай, здатні провести порівняння, навести власні приклади, виокремити як суттєве, так і те, що змінюється [6; 80; 126; 152; 157; 243; 235; 261]. Але цим учням досить складно переходити від однієї розумової операції до іншої, вони схильні розв'язувати завдання єдиним знайденим чи знайомим їм шляхом. Не часто зустрічаються випадки, коли вони без вказівки вчителя після першого способу розв'язування завдання починають пошуки більш раціонального способу [156].

Старшокласники швидко оволодівають і активно використовують різноманітні прийоми запам'ятовування: складання планів текстів, конспектів, виокремлення головних думок, частин текстів, переказ своїми словами, розуміння головної ідеї тексту тощо [40; 74; 218]. Формується вміння одночасно слухати пояснення вчителя й конспектувати. Але учні-гуманітарії досить активно використовують указані прийоми й уміння саме в процесі вивчення профільних предметів: історія, українська та зарубіжна література, українська

та іноземна мова, правознавство тощо. У той же час на уроках математики переважає дослівне запам'ятовування, механічне заучування не лише у випадках вивчення означень, формул, але й доведень теорем зокрема.

Слід відмітити, що учні класів з гуманітарним профілем навчання завдяки специфіці профілю навчання (наприклад, значному обсягу літератури, що читається) володіють досить високим рівнем грамотності, культури мовлення, уміють висловлювати свої думки, відтворити навчальний матеріал з профільних предметів своїми словами. Одне із завдань учителя математики –чити їх робити це лаконічно, структуровано, логічно.

Знання й урахування психолого-педагогічних особливостей учнів цих класів дозволяє створити сприятливі умови для реалізації кожним учнем його можливостей. З метою реалізації диференційованого підходу до навчання математики [257; 280] у своєму дослідженні ми розподілили учнів класів з гуманітарним профілем навчання на такі гомогенні групи (табл. 1.6, рис.1.1).

Таблиця 1.6

Групи учнів класів з гуманітарним профілем навчання

За рівнем навченості та научуваності	За рівнем сформованості мотивів до навчання математики
1	2
1) учні-гуманітарії, які мають усі можливості для вивчення математики на рівні державних вимог (достатній запас знань з математики, достатній рівень навченості й научуваності з математики);	а) учні-гуманітарії, які вмотивовані навчатися, мають інтерес до навчання, у тому числі й до математики;
2) учні-гуманітарії, які мають середні можливості для вивчення математики на рівні державних вимог (середній запас знань з математики, достатній рівень навченості й научуваності);	б) учні-гуманітарії, які мають слабку навчальну мотивацію, навчаються з примусу, особливо з математики;

Продовження табл. 1.6.

1	2
3) учні-гуманітарії, які мають у край низькі можливості для вивчення математики на рівні державних вимог (слабкий запас знань з математики, низький рівень навченості й научуваності).	а) учні-гуманітарії, у яких відсутня навчальна мотивація, оскільки математика їм не потрібна.

Тоді умовно учні класів з гуманітарним профілем навчання поділялися на такі групи, і навчальний процес ми здійснювали відповідно до цього розподілу.

Група 1а. До цієї групи входять учні-гуманітарії, які мають високий рівень пізнавального інтересу, активності та самостійності з усіх предметів, і з математики в тому числі.

Група 1б. До цієї групи входять учні-гуманітарії, які мають високий рівень пізнавального інтересу, активності та самостійності з усіх предметів, але на уроках математики мають низький рівень пізнавального інтересу, рівень активності та самостійності – середній.

Група 1с. До цієї групи входять учні-гуманітарії, які мають високий рівень пізнавального інтересу, активності та самостійності з усіх предметів, але на уроках математики при достатньому запасі знань з курсу математики основної школи та високому рівні научуваності мають низький рівень або навіть відсутній пізнавальний інтерес, активність та самостійність.

Група 2а. До цієї групи входять учні-гуманітарії, які мають високий рівень пізнавального інтересу, активності та самостійності з усіх предметів, і з математики у тому числі, але мають низький рівень знань з математики, їм не вистачає теоретичної бази математичних знань та сформованих умінь застосовувати теоретичні факти до розв'язування задач.

Група 2b. До цієї групи входять учні-гуманітарії, які на уроках математики мають середній рівень пізнавального інтересу, активності та самостійності, мають середній рівень знань з математики, але рівень навчальних можливостей достатній.

Група 2с. До цієї групи входять учні-гуманітарії, які з математики мають достатній рівень наочності, але мають низький рівень пізнавального інтересу, активності та самостійності, відсутня навчальна мотивація.

Група 3а. До цієї групи входять учні-гуманітарії, які мають високий рівень пізнавального інтересу з математики, але мають низький рівень знань з математики, через низьку наочність відсутня активність та самостійність на уроках математики.

Група 3b. До цієї групи входять учні-гуманітарії, які на уроках математики мають середній рівень пізнавального інтересу, проте через низький рівень навчальних можливостей та низький рівень знань з математики теж відсутня активність та самостійність на уроках математики.

Група 3с. До цієї групи входять учні-гуманітарії, які з математики мають низький рівень наочності, низький рівень пізнавального інтересу, відсутня пізнавальна активність та самостійність, відсутня навчальна мотивація.

Відповідно експериментальне навчання математики цих учнів ми реалізували з урахуванням принципів диференціації навчання та положень особистісно орієнтованого навчання. Тобто в подальшому всі етапи навчального процесу ми здійснювали з урахуванням розподілу учнів класів з гуманітарним профілем навчання на групи, добираючи форми, методи та прийоми, засоби навчання математики відповідно до їх особливостей.

Тому розглянемо надалі модель активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики, уточнюючи поняття активності та активізації пізнавальної діяльності учнів-

гуманітаріїв та добираючи систему методів та форм організації навчання математики для кожної групи цих учнів.

1.3.3. Змістова модель активізації пізнавальної діяльності учнів-гуманітаріїв у навчанні математики. Спираючись на аналіз різних підходів, поданих у пункті 1.3.1, та враховуючи виокремлені психолого-педагогічні особливості учнів класів з гуманітарним профілем навчання, визначимо, що саме будемо розуміти під активністю учнів-гуманітаріїв у навчанні математики, активізацією їх пізнавальної діяльності, розглянемо головні особливості цього процесу.

За даними анкетування, проведеного нами серед учителів природничо-математичного циклу м. Суми та Сумської області (172 респонденти, додаток Г.1, додаток Г.6), серед ознак активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання найбільш часто вказувались такі (табл. 1.7).

Таблиця 1.7

Ознаки активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання

Ознаки активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання	Відсоток опитаних
Позитивне ставлення до предмету	63,3%
Ініціативність	46,6%
Уміння застосовувати знання на практиці	38,3%
Самостійність	36,4%
Емоційність	31,7%
Високий рівень знань	21,7%
Енергійність	16,6%
Формулювання учнем запитань до вчителя	1,6%

Дійсно, для вчителя, який навчає математики на рівні стандарту, надзвичайно важливим є ставлення учнів класів з гуманітарним профілем навчання до даної діяльності: увага, жвава співучасть у загальному процесі, прихильність тощо. Отже, у своєму дослідженні ми погоджуємося з визначенням активності в навчанні, запропонованим Т.І. Шамовою [300,

с. 54], і під активністю учнів класів з гуманітарним профілем навчання у пізнавальній діяльності з математики розуміємо не просто діяльнісний стан учня, а якість цієї діяльності, у якій [якості] проявляється особистість самого учня з його ставленням до змісту, характеру діяльності й прагненням мобілізувати морально-вольові зусилля на досягнення навчально-пізнавальних цілей.

На наш погляд, активізацію пізнавальної діяльності учнів-гуманітаріїв у процесі навчання математики визначають такі *особливості*:

- 1) висока позитивна емоційна напруга на уроці: учні-гуманітарії на уроці математики мають почуватися вільно, невимушено, не відчувати страху перед розв'язуванням завдань;
- 2) посилена увага до розв'язування завдань під час вивчення теоретичного матеріалу при фундаментальній його ролі;
- 3) орієнтація на можливість застосовувати матеріал у повсякденному житті та на специфіку майбутньої професійної діяльності: завдання та приклади мають містити відомості екологічного, психологічного, лінгвістичного чи суспільно-історичного характеру;
- 4) створення ситуації успіху в навчанні математики, зокрема стимулювання позитивною оцінкою за значущі саме для учнів-гуманітаріїв види завдань;
- 5) оволодіння учнями методами запам'ятовування навчального матеріалу, знаково-символьної діяльності;
- 6) формування навичок та вмінь самоконтролю.

На основі проведеного теоретичного аналізу показників та критеріїв активності учнів у пізнавальній діяльності (пункт 1.3.1) відзначаємо, що активізація пізнавальної діяльності учнів пов'язана з проблемою розвитку пізнавального інтересу, пізнавальної активності та самостійності учнів, які ми й будемо розглядати як характеристики активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики.

Під активізацією пізнавальної діяльності учнів класів гуманітарних профілів у процесі навчання математики ми розуміємо їх спільну діяльність з учителем математики, спрямовану на подолання негативних установок та психологічних бар'єрів щодо вивчення ними математики, що проявляється в підвищенні рівня активності учнів через формування та розвиток їх пізнавального інтересу (розуміння математики як засобу розумового розвитку та засобу пізнання оточуючого світу), пізнавальної активності (прагнення учнів до усвідомлення й розв'язування завдань нестандартного характеру) та пізнавальної самостійності (удосконалення самооцінювальної діяльності учнів).

Нами розроблено модель методики активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики (рис. 1.2).

Ураховуючи психолого-педагогічні особливості учнів-гуманітаріїв, учитель математики має особливо уважно ставитись до постановки мети та завдань і добору змісту завдань. При цьому його діяльність має бути спрямована також на визначення та вибір ефективних методів та прийомів, форм та засобів навчання, які б забезпечували формування та розвиток пізнавального інтересу, пізнавальної активності та пізнавальної самостійності учнів-гуманітаріїв у процесі навчання математики. Це спрямовує пізнавальну діяльність учнів на усвідомлення необхідності знання математичного апарату як дієвого інструменту розумового розвитку через розв'язування нестандартних завдань та організацію самооцінювання.

Побудована за даною схемою спільна діяльність учителя та учнів класів з гуманітарним профілем навчання у процесі навчання математики забезпечує підвищення рівня їх активності в процесі навчання математики, зокрема і рівня навчальних досягнень з математики, позитивної емоційності, рівня навченості та научуваності на кожному уроці математики. Це призводить до позитивних зрушень у сфері мотивів, інтересів, емоцій учнів-гуманітаріїв. На основі цього вчитель має змогу прослідковувати результати та здійснювати корегуючу діяльність.

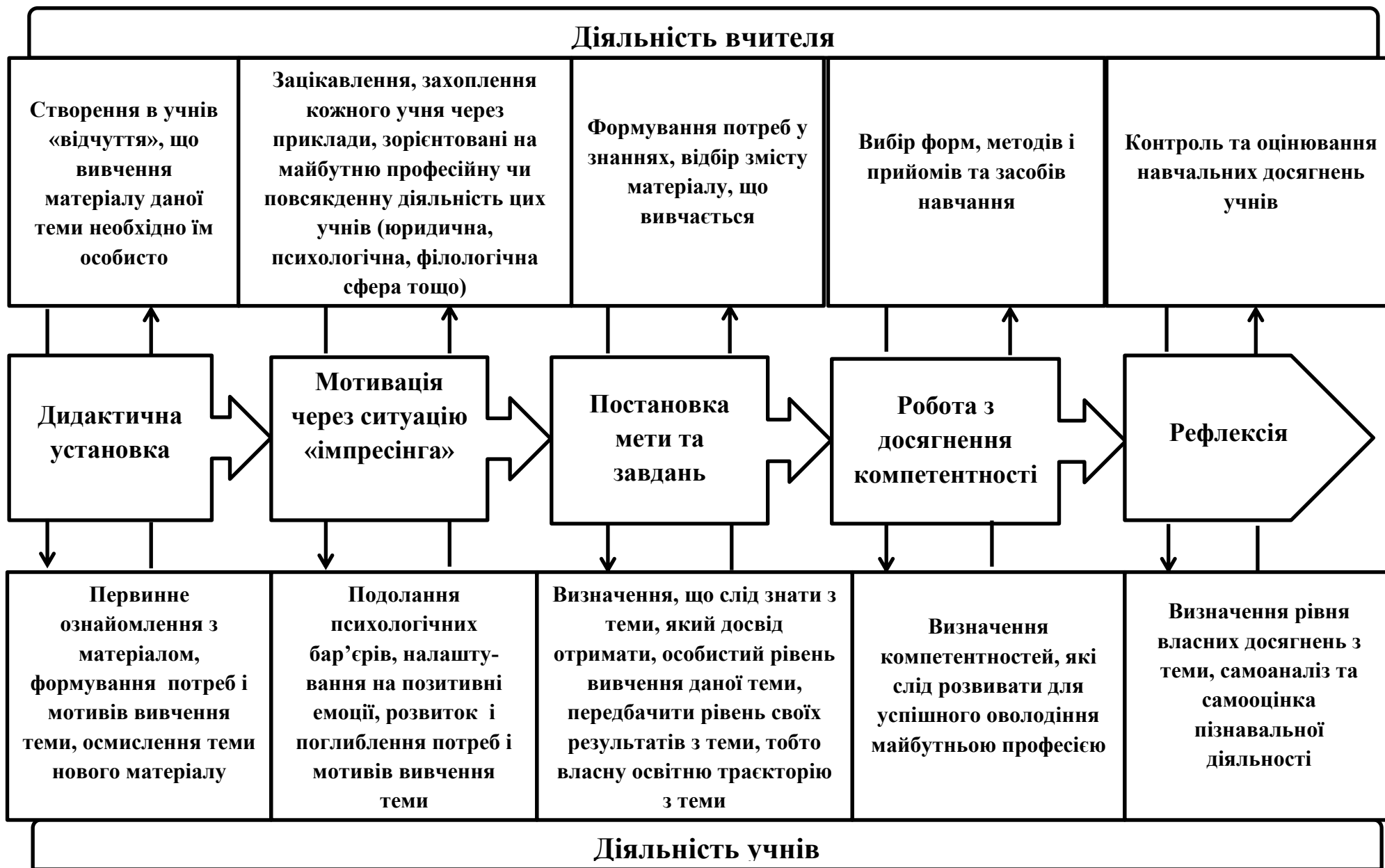


Рис. 1.2. Схема діяльності вчителя та учнів у процесі активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час навчання математики

Розкриємо структуру пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання у процесі навчання математики. У процесі повідомлення вчителем математики навчальної теми, мети, актуалізації опорних знань учнів, мотивації їх навчальної діяльності, організації вивчення теоретичного матеріалу та ілюстрації його прикладами відбувається первинне ознайомлення учнів з навчальним матеріалом та формується ставлення учнів до нього. Коли учні налаштовуються на позитивну пізнавальну діяльність під час уроку математики, можна говорити про формування елементів математичної свідомості учнів-гуманітаріїв.

У процесі формування вмінь та навичок учнів-гуманітаріїв розв'язувати завдання розвивається їхня математична грамотність. Діяльність учителя математики з організації аналізу учнями процесу учіння стимулює цих учнів до самоаналізу та самооцінки пізнавальної діяльності на уроці математики.

Таким чином, *головним у процесі вивчення математики учнями класів з гуманітарним профілем навчання має стати усвідомлення ними необхідності вивчення кожної теми. Саме тоді навчання математики таких учнів буде спиратися на співпрацю вчителя та учнів за пріоритетної ролі вчителя – як poradника, а учня – як здобувача знань, умінь і навичок.*

Змістову модель активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики слід сприймати як сукупність компонентів моделі та систему взаємозв'язків між компонентами.

У своєму дослідженні ми виходимо з того, що *провідною метою вивчення математики в класах з гуманітарним профілем навчання має стати опрацювання та опанування математичного матеріалу учнями на рівні вмінь його застосування в повсякденному житті чи професійній діяльності, оскільки учням-гуманітаріям часто не очевидні такі застосування і їх необхідно «примусово» відшукувати.*

На нашу думку, *акцент у цілях та завданнях навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання слід робити також на досягнення*

високого рівня інтелектуального розвитку учнів-гуманітаріїв, формування прийомів розумової діяльності, продукувати ідеї та використовувати здобуті знання, вміння та навички, формування умінь правильного та точного висловлення думок засобами математики.

Тому для виокремлених груп учнів класів з гуманітарним профілем навчання доцільно робити акценти на розвитку:

- 1) пізнавальної самостійності для учнів-гуманітаріїв груп 1a та 2a;
- 2) пізнавальної активності для учнів-гуманітаріїв груп 1b, 2b, 3a, 3b;
- 3) пізнавального інтересу для учнів-гуманітаріїв груп 1c, 2c, 3c.

Формування та розвиток пізнавальних інтересів, активності та самостійності учнів класів гуманітарних профілів у процесі навчання математики має забезпечуватися специфікою змісту навчального матеріалу, доцільно дібраними формами, засобами й методами та прийомами навчання математики.

У додатках Ж.1 та Ж.2 виокремлено форми організації занять з математики залежно від мети діяльності, що поряд з традиційними типами уроків доцільні в класах з гуманітарним профілем навчання, а також методи і прийоми навчання математики учнів-гуманітаріїв [13; 16; 24; 25; 84; 116; 125; 172; 186; 187; 190; 204; 226; 260; 269; 287; 351; 353; 359].

Активність учнів-гуманітаріїв під час навчання математики буває різною. Ми виділили у своєму дослідженні три рівні активності. Їх характеристики й зміст подані у додатку Ф.

Уважаємо, що при цьому доцільно спиратися на такі ознаки діяльності учнів-гуманітаріїв як позитивне ставлення до предмету, рівень успішності, енергійності, ініціативності, інтенсивності роботи, емоційності, що проявляються на уроках математики.

Отже, запропонована модель активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем у навчанні математики ґрунтується на диференційованому підході до навчання математики й ураховує психолого-педагогічні особливості виділених груп учнів-гуманітаріїв та їх математичну підготовку, а також спрямована на подолання проблем, що виникають у процесі навчання математики учнів цих класів.

Висновки до розділу 1

1. Профілізація старшої школи є соціальним замовленням сучасного українського суспільства. Цим обумовлена актуальність проблеми дисертаційного дослідження.

2. Майже четверта частина учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів обирає навчання в класах гуманітарних профілів. Встановлено, що при виборі цього профілю навчання старшокласники переважно орієнтуються на можливість зменшити для себе рівень вивчення природничо-математичних дисциплін.

3. Математична компетентність для всіх учнів, у тому числі й класів з гуманітарним профілем навчання, має бути серед якостей особистості. Було визначено, що переважна більшість учнів класів з гуманітарним профілем навчання вивчають математику за програмою рівня стандарту як інтегрований курс.

4. Аналіз методичних напрацювань сучасних дослідників засвідчив, що: а) вивчення математики в класах з гуманітарним профілем навчання викликає в учнів значні труднощі; б) для розв'язання проблем математичної освіти учнів класів з гуманітарним профілем навчання надзвичайно важливою є постійна та цілеспрямована робота з діагностування індивідуально-типових особливостей цих учнів.

5. Проблеми, що виникають під час навчання математики учнів-гуманітаріїв, зумовлені недостатньою мотивацією пізнавальної діяльності та психологічними бар'єрами учнів класів гуманітарних профілів під час навчання математики, викликають недостатній рівень математичної підготовки цих учнів, пасивність та формалізм у навчанні.

6. Проведене дослідження дало змогу охарактеризувати психолого-педагогічні особливості вивчення математики учнями-гуманітаріями. Відповідно до цих особливостей з метою здійснення диференційованого

підходу до навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання важливо об'єднувати у різні групи.

7. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики має розумітися як спільна діяльність учителя математики та цих учнів, спрямована на подолання негативних установок та психологічних бар'єрів щодо вивчення ними математики, що проявляється в підвищенні рівня активності учнів через формування та розвиток пізнавального інтересу (розуміння математики як засобу розумового розвитку), пізнавальної активності (прагнення учнів до усвідомлення й розв'язування завдань нестандартного характеру) та пізнавальної самостійності (удосконалення самооцінювальної діяльності учнів). Розроблена змістова модель активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики передбачає такі етапи: дидактична установка, мотивація учнів через ситуацію «імпресінга», постановка мети та завдань, робота з досягнення компетентності, рефлексія.

При визначенні рівнів активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час навчання математики доцільно спиратися на такі показники активності учнів-гуманітаріїв, як позитивне ставлення до предмету, рівні успішності, енергійності, ініціативності, інтенсивності роботи, емоційності, виявлені на уроках математики.

Основні результати першого розділу відображено у роботах [298], [310], [313] – [316], [318], [319], [321] – [323], [325], [327], [331], [332], [335] – [338], [340].

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ КЛАСІВ З ГУМАНІТАРНИМ ПРОФІЛЕМ НАВЧАННЯ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

2.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час вивчення нового матеріалу

Вивчення нового матеріалу на уроках алгебри та початків аналізу і на уроках геометрії має свої особливості. У першому випадку переважає використання алгоритмічних приписів для управління навчально-пізнавальною діяльністю учнів. На уроках геометрії переважає евристичний характер діяльності учнів. Тому розглянемо особливості активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час вивчення нового матеріалу на уроках алгебри та початків аналізу та на уроках геометрії окремо. У відповідності до запропонованої моделі активізації пізнавальної діяльності учнів розглянемо мету, зміст, методи та прийоми, форми й засоби навчання математики на кожному етапі окремо.

2.1.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час вивчення нового матеріалу на уроках алгебри та початків аналізу. Головною метою уроків засвоєння нових знань з алгебри та початків аналізу є ознайомлення учнів з математичними поняттями та їх означеннями, формування вмінь застосовувати їх властивості до розв'язування завдань. Уроки цього типу передбачають такі етапи, як актуалізація опорних знань учнів, формулювання мети та завдань уроку, мотивація навчальної діяльності учнів і сприйняття, усвідомлення та осмислення нового матеріалу. Уважаємо, що під час вивчення нового матеріалу на уроках алгебри та початків аналізу в класах з гуманітарним профілем навчання важливими етапами є мотивація навчальної діяльності учнів та формулювання мети та завдань уроку, оскільки саме внутрішня потреба пізнати нове та чітке планування досягнення поставленої

мети є необхідною умовою для активної пізнавальної діяльності учнів з розуміння та засвоєння нового матеріалу.

Тому відповідно до запропонованої схеми активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики, вивчення нового матеріалу з алгебри та початків аналізу необхідно розпочати з етапу дидактичної установки.

Мета навчання на цьому етапі – формування в учнів особистісної необхідності у знаннях нового матеріалу, що вивчається.

Змістом навчання на цьому етапі є прикладні задачі, приклади та завдання на застосування матеріалу, що вивчається у повсякденному житті чи майбутній професійній діяльності, а також історичні відомості.

Найефективнішою *формою* організації навчальної діяльності учнів на даному етапі на уроках алгебри та початків аналізу в класах з гуманітарним профілем навчання, як показали дослідження, виявилася фронтальна робота.

Найефективнішим *методом* – бесіда, під час якої вчитель має наголошувати саме на значущості матеріалу, який вивчається, для майбутньої професійної діяльності. Для цього доцільним є використання таких *прийомів*:

1) діяльність учнів групи 1a та 2a має бути спрямована на розвиток їх пізнавальної самостійності, тому доцільним для них є *наведення власних прикладів*, де саме даний матеріал може «працювати» в життєвих ситуаціях чи майбутній професійній діяльності. При цьому вчитель має спиратися на попередній досвід учнів та показати, що вони мають загальне інтуїтивне уявлення про дане поняття на побутовому рівні й, спираючись на нього, спроможні навести такі приклади;

2) для учнів групи 1b, 2b, 3a та 3b для розвитку їх пізнавальної активності доцільними в процесі бесіди є *заповнення таблиць міжпредметних зв'язків та використання емоційної забарвленості матеріалу*. При опрацюванні таблиць зв'язків матеріалу, що вивчається, зі змістом інших дисциплін доцільно пропонувати готову таблицю та

обговорити її з учнями, а потім доповнити її відповідями учнів на запитання «У яких професіях може бути використано цей матеріал? Чи зустрічалися з такими задачами в стародавніх цивілізаціях?» тощо. Під використанням емоційної забарвленості матеріалу розуміємо не лише ілюстрацію певного поняття творами мистецтва, наприклад, художньо-поетичними цитатами, епіграфами до занять, математичними ситуаціями, змальованими в художніх творах, картинами, гравюрами, фрагментами фільмів та спектаклів учителем чи пошук та створення їх самими учнями (широко описано в дослідженні О.В. Панішевої [214-218]), але й перефразування математичного тексту звичайною мовою, проведення аналогій з повсякденним життям тощо. На нашу думку, учителю математики в класах з гуманітарним профілем навчання слід виважено та обережно застосовувати історичний чи мистецький матеріал, аби на вивчення безпосередньо математичного матеріалу залишалось достатньо часу;

3) розвитку пізнавального інтересу учнів групи 1с, 2с, 3с сприяє *показ розв'язування прикладних задач* з даної теми. При цьому доцільно вказати розділи математики чи інших дисциплін, професії, до яких вона може належати, показати учням зразок складання оберненої задачі.

Наприклад, до завдання «У США основною одиницею довжини вважається ярд, який дорівнює $\frac{3600}{3937}$ м. Задайте формулою залежність довжини L , вираженої в метрах, від числа ярдів l » [22] можна скласти таку обернену задачу «Залежність довжини L , вираженої в метрах, від числа ярдів l виражається функцією $L = \frac{3600}{3937}l$. Визначте, скільки метрів становить 1 ярд».

Наведемо приклади використання вказаних прийомів навчання математики. На етапі дидактичної установки вивчення нового матеріалу з теми «Числові функції» (10 клас) доцільно провести бесіду вчителя з учнями.

Фрагмент уроку

Учитель нагадує учням, що функціональна змістова лінія є однією з основних у шкільному курсі алгебри, а більшість відомостей про функції учням відомі ще з 7-9 класів.

Бесіда. Вчитель. Найголовнішим словом у понятті функції є термін «залежність». Які синоніми можна дібрати до цього слова?

Очікувана відповідь учнів. Зв'язок, взаємозв'язок, закономірність, відповідність, закон, правило...

Вчитель. У повсякденному житті ви часто зустрічаєтеся з функціональними залежностями та вдало їх використовуєте в потрібний для себе момент на інтуїтивному рівні! Якщо маєте сумніви, тоді наведемо приклади таких життєвих ситуацій. Уявімо, що ви відчуваєте, коли можете вранці запізнитися до школи, бо вийшли на кілька хвилин пізніше. Як будете діяти? При цьому ви чітко знаєте залежність, чим швидше йдеш, тим менше часу витратиш на дорогу. Відповідно до цієї закономірності ви, очевидно, будете рухатися жвавіше, тобто дотримуватися загального закону: час, витрачений на шлях, є функцією швидкості руху. Спробуйте навести власні приклади, коли функціональні залежності працюють у життєвих ситуаціях.

Очікувана відповідь учнів. Наприклад, чим більше користуєшся мобільним телефоном упродовж дня, тим швидше закінчується заряд батареї телефону, тобто маємо залежність заряду батареї телефону від часу його використання.

Вчитель. Отже, ми маємо загальне інтуїтивне уявлення про функцію. Якщо деяка величина A залежить від іншої величини B , то говорять, що величина A є функцією величини B .

Звичайно, ідучи до школи чи користуючись мобільним телефоном, ми не замислюємося про самі функціональні залежності, але в обох прикладах є дуже важливий момент: якщо знати закон залежності, то це означає, що ми знаємо, що необхідно зробити зараз, щоб отримати необхідний результат потім! Тобто саме знання функціональних залежностей дозволяє прорахувати

результат наперед. Якщо ми хочемо прорахувати певні результати точно та безпомилково, а це необхідно не лише в багатьох технічних галузях, але й таких професіях, як соціолог, психолог, філолог, треба провести точні математичні розрахунки.

При вивченні теми «Радіанна міра кутів» у 10 класі на етапі дидактичної установки можна запропонувати учням під час бесіди заповнити таблицю міжпредметних зв'язків (табл. 2.1). При цьому графа «Історичні відомості» заповнюється на основі повідомлень учнів, підготовлених заздалегідь, а дві останні графи заповнюються під час бесіди на уроці.

Таблиця 2.1

Таблиця зв'язку нового матеріалу з матеріалом, що вивчався раніше

Дисципліна	Зв'язок з матеріалом, що вивчався раніше
Геометрія	кут, класифікація кутів, градусна міра кута, коло та його елементи
Фізика	співвідношення між градусами, хвилинами та секундами, застосування градусної міри, вираження величини кута в міжнародній системі одиниць СІ, прилади для вимірювання кутів
Історичні відомості	<i>Очікувана відповідь учнів: вперше використав Роджер Котс (Англія, XVIII ст.), раніше, наприклад, Аль-Каші використовував «частину діаметра», яка дорівнювала 1/60 радіана тощо.</i>
Професії, у яких застосовується	<i>Очікувана відповідь учнів: архітектор, будівельник, проєктант, астроном тощо.</i>
Приклади творів мистецтва, у яких зустрічається	<i>Очікувана відповідь учнів: тріумфальна арка тощо.</i>

На етапі мотивації учнів через ситуацію імпресінга метою навчання є зацікавити кожного учня, захопити несподіваною ситуацією, при цьому така ситуація має стосуватися саме майбутньої професійної діяльності цих учнів.

Змістом навчання на цьому етапі, як і на попередньому, є прикладні задачі, приклади та завдання на застосування матеріалу, що вивчається у повсякденному житті чи майбутній професійній діяльності, а також історичні відомості.

Серед різноманіття *форм* організації навчальної діяльності для учнів класів з гуманітарним профілем навчання найефективнішими на уроках алгебри та початків аналізу виявилися такі: *самостійна робота учнів з навчальними відомостями* (для учнів груп 1a та 2a), *навчальна діяльність в парах* (для учнів груп 1b, 2b, 3a та 3b), *навчальна діяльність в групах під керівництвом учителя* (для учнів груп 1c, 2c, 3c). Вважаємо обов'язковим на даному етапі пропонувати всім учням *довгострокове домашнє завдання з розв'язування прикладних задач*. При цьому можна запропонувати учням розв'язати не всі задачі, а лише ті, що найбільше їх зацікавили чи відповідають майбутньому професійному спрямуванню. Важливим є проведення консультацій вчителем та визначення чітких термінів виконання цього завдання.

Серед *методів та прийомів* навчання, як показали результати експериментального навчання, свою ефективність засвідчили *дидактична гра, використання емоційної забарвленості матеріалу та історичних довідок з теми*, при цьому учні наводять коротко лише ті факти, які найбільше їх зацікавили або вразили.

Серед *засобів навчання*, як показали результати експериментального навчання, доцільним на даному етапі є *використання презентацій з ілюстраціями застосування понять, які вивчаються, у різних професійних сферах*.

Наведемо для прикладу фрагмент етапу мотивації вивчення нового матеріалу з теми «Числові функції» (10 клас), під час якої використано вказані прийоми навчання математики.

Фрагмент уроку

Учитель пропонує учням ознайомитися з прикладними задачами з різних професійних сфер та самостійно обрати одну з них для розв'язування як довгострокове домашнє завдання.

а) соціологія: у 1980 році на Землі проживало близько 4,4 мільярда людей, а приріст чисельності населення складав 1,7 % на рік; за умов збереження такого приросту побудуйте графік зміни чисельності населення, відкладаючи на осі абсцис десятиліття, а на осі ординат – кількість населення (у мільярдах); якою мала б бути чисельність населення планети при збереженні цього ж темпу росту у 2015 році і якою вона була насправді? якою буде чисельність населення планети при збереженні цього ж темпу росту у 2050 році? у 2222 році [265, с. 30]?

б) економіка: залежність добового надою молока y (в літрах) від віку корови x (в роках) виражається функцією $y = -9,53 + 6,68x - 0,49x^2$ за умови, що $x \in (2; 12)$; побудуйте графік такої залежності та визначте, у якому віці корова буде давати найбільше молока [265, с. 26];

в) екологія: при вивченні екологічного стану річок вчені встановили залежність $y = 0,958 + 0,13x - 0,225x^2$ швидкості течії річки y (в м/с) на різних її глибинах $x \in [0; n]$, де n – найбільша глибина русла (в м), яка виражається функцією; побудуйте графік такої залежності та визначте, на якій глибині річки швидкість течії буде найбільша [265, с. 27];

г) історія: самостійно знайдіть дані щодо світових цін на золото за останнє століття; побудуйте графік зміни світових цін на золото в залежності від років останнього століття та визначте, чи задає він функцію; визначте, чи існує такий проміжок, на якому графік може задавати функцію, спробуйте задати її різними способами;

д) мовознавство: оберіть ваш улюблений твір та спробуйте побудувати для нього графік, що відповідає закону Ципфа розподілу частот зустрічі слів у тексті;

е) спорт: самостійно знайдіть дані щодо прогнозування результатів атлетів у гирьовому спорті; побудуйте графік залежності результату в класичному підніманні двох гир від ваги снаряда. Визначте вид функціональної залежності. За графіком визначте кількість піднімань двох гир вагою 32 кг, якщо атлет виконав таку вправу з гирями 26 кг 118 раз.

Надалі вчитель пропонує учням зробити доповіді за знайденими заздалегідь історичними відомостями з теми.

Очікувана відповідь учнів. Перші кроки у становленні поняття функції зробили в Стародавньому Вавилоні. Тут склали таблиці обернених значень чисел, їх квадратів і кубів, сум квадратів і кубів чисел. По суті, це таблиці значень функцій $y = \frac{1}{x}$; $y = x^2$; $y = x^3$; $y = x^2 + x^3$.

При вивченні теми «Логарифмічна функція» в 11 класі на цьому етапі з метою активізації пізнавальних процесів учнів, налаштування їх на продуктивну роботу на уроці математики було запропоновано завдання у формі дидактичної гри: «До кожної букви слова «Функція» записати по одному слову, що починається з цієї букви і пов'язане з математикою чи зі сферою майбутніх професійних інтересів». При цьому учні класів з поглибленим вивченням іноземної мови виконували це завдання й англійською мовою. Наприклад, «ф – figure», «у – узус», «н – натуральне число» тощо.

На етапах постановки мети та завдань вивчення теми метою є визначення особистого рівня опанованості даною темою та передбачення рівня результатів кожного учня, але й підготовка до сприйняття нового матеріалу, тобто актуалізація опорних знань учнів.

Змістом навчання на цьому етапі є навчальний матеріал, який вивчався раніше і який необхідно повторити перед вивченням нової теми.

На цьому етапі пропонуємо використовувати такий *прийом навчання*, як заповнення учнями таблиць «Матеріал, що необхідно повторити» та

«*Мета та завдання вивчення теми*». Таблиця «Матеріал, що необхідно повторити» складається з трьох стовпчиків. У першому стовпчику учням пропонується перелік фактів, які необхідно повторити та пригадати для успішного вивчення теми. У другому стовпчику учні мають указати джерело, до якого слід звернутися, щоб повторити означення, властивість чи теорему. У третьому стовпчику учні мають поставити позначку «+», якщо теоретичний матеріал вони повторили, та поставити позначку «?», якщо необхідні додаткові пояснення вчителя. Таблиця «Мета та завдання вивчення теми» складається з двох стовпчиків. У першому стовпчику учням пропонується перелік нових знань, умінь та навичок, які вони мають опанувати в процесі вивчення теми. У другому стовпчику учні мають поставити позначку «+», якщо завдання їм зрозумілі, та поставити позначку «?», якщо необхідні додаткові пояснення. Після цього вчитель пропонує учням домашнє завдання: сформулювати особисту мету та завдання вивчення теми. Це завдання оформлюється в зошиті як у вигляді таблиці, так і у довільній описовій формі. Передбачається, що для його виконання учні мають ознайомитися за підручником зі змістом розділу, вивчення якого розпочато на цьому уроці. При цьому очікувана відповідь учня може бути такою: моя особиста мета та завдання вивчення теми полягає у тому, щоб повторити та систематизувати матеріал з теми «Функції, їх властивості та графіки», з'ясувати, як вивчення даної теми може сприяти мені у повсякденному житті чи майбутній професійній діяльності.

Надалі учням пропонується оцінити впевненість у власних силах щодо вивчення теми за «Шкалою впевненості» (рис. 2.1). Учні працюють у зошиті з друкованою основою і ставлять відповідну позначку, що відображає рівень їх впевненості у власних силах на даний момент часу.

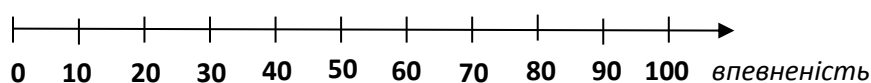


Рис. 2.1 Шкала впевненості

Передбачається, що аналогічне завдання учні виконають на етапі узагальнення та систематизації знань, навичок та вмінь перед контрольною роботою. Як показують дослідження, упевненість учнів наприкінці вивчення теми зростає, і це сприяє подоланню психологічних бар'єрів учнів класів з гуманітарним профілем навчання щодо вивчення математики й активізації їх пізнавальної діяльності.

При цьому пропонуємо такі *форми* організації навчальної діяльності для учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках алгебри та початків аналізу: учні груп 1а та 2а працюють індивідуально, учні груп 1б, 2б, 3а та 3б працюють у парах, учні груп 1с, 2с, 3с заповнюють таблиці під керівництвом учителя. Тобто необхідно пропонувати учням різних груп різний ступінь допомоги з боку вчителя.

При цьому найдоцільніше використовувати такі *засоби навчання* математики, як зошит з друкованою основою, узагальнювальні схеми та таблиці, презентації, опрацювання матеріалу підручника, конспекта тощо.

Наприклад, у процесі вивчення теми «Похідна та її застосування» (11 клас) на цьому етапі учням пропонувалася таблиця 2.2, а під час вивчення теми «Функції, їх властивості та графіки» (10 клас) на цьому етапі учням пропонувалася таблиця 2.3.

Таблиця 2.2.

Матеріал, що необхідно повторити

У цьому розділі будемо повторювати:	Де знайти	Позначка учнів про виконання
поняття швидкості руху тіла;	довідник з фізики, Internet	
поняття дотичної до кола;	довідник з геометрії, Internet	
поняття кутового коефіцієнта прямої.	довідник з геометрії, Internet	

Мета та завдання вивчення теми

Мета та завдання вивчення теми	Позначка учнів про виконання
повторити означення <i>функції та графіка функції</i> ; повторити матеріал про <i>способи задання функцій</i> ; повторити матеріал про <i>властивості функцій</i> ; повторити матеріал про <i>основні види функцій</i> ; повторити матеріал про <i>побудову графіків функцій за допомогою геометричних перетворень</i>	

Етап роботи з досягнення компетентності в пропонованій схемі активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики безпосередньо починається з *вивчення нового матеріалу*. Тому *метою навчання* є набуття учнями компетентностей, які слід розвивати для успішного оволодіння майбутньою професією, участі у сучасному суспільному житті.

Змістом навчання є навчальний матеріал тем: «Функції, їх властивості та графіки», «Тригонометричні функції», «Логарифмічна та показникова функції», «Похідна та її застосування», «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики». Що стосується вивчення *теми* «Інтеграл та його застосування», то вважаємо за доцільне уточнити й зміст вивчення даної теми в класах гуманітарного профілю. У чинних підручниках для учнів 11 класів, що вивчають математику на рівні стандарту, вивчення теми «Інтеграл та його застосування» починається зі введення операції інтегрування як оберненої до операції диференціювання функції. Потім вводиться поняття первісної для даної функції, основна властивість первісної, таблиця первісних та правила знаходження первісних. На наступному уроці на основі задачі про площу криволінійної трапеції вводиться поняття визначеного інтеграла та формула Ньютона-Лейбніца. Серед застосувань визначеного інтеграла основна увага приділяється саме обчисленню площ плоских фігур.

Натомість вивчення теми можна побудувати й за іншою схемою, яку ми для учнів класів з гуманітарним профілем навчання вважаємо більш доцільною: розпочати вивчення теми із задачі про суму нескінченно малих шляхів, пройдених за нескінченно малі проміжки часу, та на її основі ввести поняття визначеного інтеграла, формулу Ньютона-Лейбніца та поняття первісної. Після цього слід наголосити, що операція знаходження первісної називається інтегрування та є оберненою до операції диференціювання і на цій основі скласти таблицю первісних. Після цього необхідно перейти до розгляду застосувань визначеного інтеграла, зокрема обчислення площ фігур (додаток Р). Такий підхід дозволить не лише сформулювати проголошений програмою рівень підготовки учнів з теми, але й сформулювати уявлення про визначений інтеграл як нескінченну суму нескінченно малих величин. Дійсно, вміння знаходити первісні та обчислювати інтеграл після закінчення школи більшістю цих учнів не використовуватиметься в майбутній діяльності, у той час як розуміння основної ідеї інтегрального числення є більш корисним для загального розумового розвитку учнів та формування у їх свідомості наукової картини світу. Також такий підхід дозволяє більш раціонально розподілити навчальний час для вивчення теоретичного матеріалу та розв'язування завдань.

Серед різноманітних *форм навчання* алгебри та початків аналізу учнів класів з гуманітарним профілем навчання, як показали наші дослідження, однією з провідних є *шкільна лекція* [270]. У роботі М.І. Іпполітової [120] розглядається характер впливу окремих прийомів лекційного викладу на розвиток активності учнів та порівняльна характеристика цих прийомів. Уважаємо, що серед запропонованих прийомів сприяють формуванню та розвитку активності саме учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках алгебри та початків аналізу такі.

Для учнів груп 1с, 2с, 3с доцільним є *наведення проблемного епіграфу*: учитель, називаючи тему уроку, подає епіграф до теми, завдяки цьому учні цих груп більш цілеспрямовано сприймають новий матеріал.

Наприклад, при вивченні теми «Елементи теорії ймовірностей» (11 клас) як епіграф можна взяти уривок з листа Б. Паскаля до П. Ферма: «... Більшість людей вважає, якщо вони про що-небудь не мають повного знання (але ми ніколи не маємо повного знання), то вони взагалі нічого про це не знають. Я впевнений, що такого роду думки глибоко помилкові. Часткове знання теж є знанням, і неповна впевненість теж має деяке значення, особливо коли мені відомий ступінь цієї впевненості. Хтось може запитати: «А хіба можна виміряти ступінь упевненості числом?» Звичайно, відповім я: особи, які грають в азартні ігри, засновують свою впевненість саме на цьому... відмічу відразу ж, що ступінь можливості (упевненості) події я назвав ймовірністю. Я багато міркував над вибором підходящого слова і саме його вважаю найбільш виразним. Як на мене, воно знаходиться в повній відповідності зі звичайним слововживанням» [29].

Для учнів груп 1b, 2b, 3a та 3b доцільним є *повідомлення плану вивчення нового матеріалу*, при цьому якщо пункти плану сформульовано у вигляді запитань, то передбачається можливість проведення бесіди під час заняття; у процесі такої лекції учні цих класів більш активно включаються в процес розв'язування поставлених завдань, оскільки наступні кроки підказуються планом лекції.

Наприклад, у ході вивчення теми «Логарифми та їх властивості» (11 клас) можна запропонувати такий план лекції:

- 1) що називається логарифмом;
- 2) що називається десятковим логарифмом;
- 3) де застосовується основна логарифмічна тотожність;
- 4) які основні властивості логарифмів?

Використання елементів самоконтролю та самооцінювання учнями є доцільним для учнів груп 1a та 2a: під час лекції цим учням пропонується контролювати своє сприйняття матеріалу різними способами (складати план лекції, задавати запитання вчителю, відмічати незрозумілі положення, складати тези лекції, таблиці чи схеми), такий прийом розвиває ініціативність

учнів у постановці запитань до вчителя, закладає навички самоконтролю, дозволяє учням контролювати власне сприйняття нового матеріалу та оцінювати його. Доцільно також пропонувати окремі пункти плану лекції, що не є складними для сприйняття, містять відомі учням твердження чи стосуються додаткового чи довідкового матеріалу, висвітлити самим учням. Повідомлення у цьому випадку можуть бути як репродуктивними, так і продуктивними.

У процесі подання нового матеріалу з алгебри та початків аналізу для учнів класів з гуманітарним профілем навчання, як показали наші дослідження, слід використовувати і такі *прийоми навчання*:

- *значна кількість прикладів* застосувань нових знань до розв'язування завдань: введення кожного нового означення, властивості, правила слід проілюструвати прикладом;
- *наявність пояснень без математичної термінології*, аналогій з повсякденного життя чи майбутньої професійної діяльності: додаткові пояснення складного математичного матеріалу звичайною мовою сприяють подоланню психологічних бар'єрів цих учнів щодо вивчення математики;
- *обов'язкове наведення учнями власних прикладів*, що ілюструють нові поняття;
- *введення елементів актуалізації опорних знань*, при цьому під час подання нового матеріалу можна використати приклади на повторення, розв'язуючи їх на окремій дошці (додаток М.2);
- *значна кількість алгоритмічних приписів*, зразків діяльності.

Важливим, як показали дослідження, є також використання в процесі подання нового матеріалу таких *засобів навчання*, як *конспекти з друкованою основою, презентації та флеш-ролики*.

Застосування електронних наочностей для ілюстрації нового математичного матеріалу (Microsoft Power Point) з подальшим обговоренням є особливо доцільним саме для учнів класів з гуманітарним профілем

навчання, оскільки сприяє концентрації уваги цих учнів під час перебігу уроку математики, підвищенню рівня їх пізнавального інтересу, активному включенню в навчальний процес. Учитель математики має забезпечувати синхронну роботу обох мозкових півкуль учнів-гуманітаріїв, для чого сприймання логічно структурованого математичного матеріалу лівою півкулею мозку має доповнюватися формуванням наочного образу матеріалу, який вивчається, у правій півкулі мозку учнів. Застосування ІКТ в процесі навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час вивчення нового матеріалу на уроках алгебри та початків аналізу сприятиме формуванню в уявленні учнів асоціацій певного математичного поняття з відповідним наочно-графічним образом на екрані комп'ютера. Це дозволяє перейти від формально-логічного сприйняття математичного матеріалу учнями-гуманітаріями в площину наочно-образних, інтуїтивних уявлень про нього, що сприятиме врахуванню психолого-педагогічних особливостей цих учнів. Відповідно учні класів з гуманітарним профілем навчання із зацікавленням, з більш високою швидкістю та меншою кількістю помилок засвоюють теоретичний матеріал та застосовують його, розв'язуючи завдання на уроках алгебри та початків аналізу. Зрозуміло, що завдяки візуалізації на слайдах презентації MS Power Point чи засобами ППЗ GRAN 1, GRAN-2D, DG відповідні відомості поєднуються в мозку учнів-гуманітаріїв, що мають наочно-образну основу мислення, з різними асоціаціями, уявленнями, що тісно пов'язане з усім процесом пізнавальної діяльності. Завдяки цьому покращується процес сприйняття та засвоєння навчального матеріалу.

Наприклад, закріплюючи вивчення матеріалу з теми «Функції, їх властивості та графіки» (10 клас), доцільно наголосити на необхідності формування навичок та вмінь майбутніх психологів, соціологів, істориків працювати з графічними ілюстраціями, запропонувавши завдання прикладного характеру: «За статистикою зменшення з роками середнього числа членів однієї селянської родини описується лінійною функцією. У 1890

Зараз іноді «забувають» використовувати такі «традиційні» засоби навчання як *опорні конспекти з друкованою основою*. Сучасні зошити з друкованою основою з математики для учнів, що вивчають математику на рівні стандарту, спрямовані передусім на здійснення контролю навчальних досягнень учнів. Проте доцільно застосовувати такі засоби навчання не лише на цьому етапі засвоєння навчального матеріалу. Дійсно, учні по-різному сприймають і засвоюють навчальний матеріал. Для одних учнів достатньо загальних вказівок вчителя, для інших новий матеріал повинен бути деталізований, доповнений системою підказок. Емоційно-образне наповнення текстів, спеціально оформлення посібників поліпшують перш за все міжпівкульну взаємодію. Це сприяє засвоєнню і право-, і лівопівкульно орієнтованої інформації, що активізує її сприйняття й запам'ятовування. Тактильні відчуття, які виникають у процесі заповнення робочого зошиту, на відміну від роботи з ПК, асоціюються в мозку дитини з різними м'язово-суглобними відчуттями, кінестезією рухів рук, що тісно пов'язане з усім процесом пізнавальної діяльності. Завдяки тактильним відчуттям змінюється і процес опрацювання навчальних відомостей. Вони разом із такою зовнішньою стимуляцією надходять до центральної нервової системи, де відбуваються циклічні процеси опрацювання та перетворення цих відомостей на різних рівнях нервової системи учня. Процес тактильних відчуттів – це не одноактне пасивне відображення тієї чи іншої діяльності, а активний процес, що має визначену структуру, складна діяльність аналізаторів, яка активує мозок. А це значною мірою визначає успішність та працездатність дитини [132; 135; 164].

Опорні конспекти з друкованою основою можуть містити стислі теоретичні відомості, представлені у вигляді основних формул до розділу та приклади розв'язування типових завдань. Учні можуть працювати з ними як у процесі подання нового матеріалу вчителем, так і самостійно. Нами розроблено опорні конспекти до теми «Функції, їх властивості та графіки» (10 клас) (додаток М.1). Опорні конспекти також можуть передбачати

самостійне заповнення учнями «Словника термінів з теми» та «Українсько-англійського словника з теми» [109].

Відповідно до запропонованої схеми активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики, проілюструємо пропоновані засоби, методи, прийоми та форми вивчення нового матеріалу з алгебри та початків аналізу на прикладі теми «Інтеграл та первісна» (11 клас) та теми «Функції, їх властивості та графіки» (10 клас), при цьому спираємось на підручник [22] (додаток Р, додаток С).

Активізація пізнавальної діяльності під час вивчення нового матеріалу на уроках алгебри та початків аналізу здійснюється за наведеною схемою поетапно. На кожному етапі нами відібрано найдоцільніші для учнів класів з гуманітарним профілем навчання форми, методи та прийоми навчання, окрім того, у процесі вивчення теми «Інтеграл та його застосування» нами уточнено й зміст теми. Відповідно на уроках геометрії вивчення нового матеріалу ми застосували цю ж модель активізації пізнавальної діяльності учнів. Розглянемо її далі.

2.1.2. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час вивчення нового матеріалу на уроках геометрії. Головною метою вивчення стереометрії на рівні стандарту, як указано в Навчальній програмі [179], є навчання учнів правильному сприйманню навколишнього світу, розвиток логічного мислення, формування просторової уяви, вироблення навичок застосування геометрії до розв'язування практичних завдань, формування чітких уявлень про взаємовідношення геометричних об'єктів (прямих, площин) навколишнього світу.

Вивчення стереометрії в 10 класі з гуманітарним профілем навчання розпочинається з розгляду теми «Паралельність прямих і площин у просторі». Як указано в програмі [179], у ній закладається фундамент для вивчення стереометрії – геометрії простору. Особливу увагу необхідно приділити реалізації прикладної спрямованості теми. У програмі

рекомендовано важливе місце в темі відвести навчання учнів зображенню просторових фігур на площині й застосуванню цих зображень при розв'язуванні задач. Центральною в стереометричній підготовці учнів є тема «Геометричні тіла. Об'єм і площі поверхонь геометричних тіл» (11 клас), де розглядаються основні види геометричних тіл та їхні властивості. У програмі наголошується, що в процесі вивчення цієї теми мають бути розглянуті різні методи обчислення об'ємів і площ поверхонь, а особливу увагу необхідно приділити методу розбиття.

У програмі також рекомендовано використання конструктивних означень. Такий підхід дозволяє встановити спільність між призмами й циліндрами, пірамідами та конусами, що дає перевагу в часі при вивченні їхніх властивостей та сприяє формуванню навичок конструювання й класифікації тіл та їх поверхонь. Необхідно також застосовувати аналогію між вимірюваннями площ плоских фігур і об'ємів, користуватися природною та важливою з практичного погляду ідеєю розгортки, що сприятиме засвоєнню матеріалу учнями.

Вивчення нового матеріалу з геометрії передбачає ознайомлення учнів з означеннями геометричних фігур, їх властивостями, формування вмінь зображати геометричні фігури та виділяти їх на рисунках та моделях, застосовувати сформульовані в аксіомах, означеннях та теоремах властивості фігур до розв'язування стереометричних задач. Як і в процесі вивчення алгебри та початків аналізу, уроки такого типу передбачають такі етапи, як актуалізація опорних знань учнів, формулювання мети та завдань уроку, мотивація навчальної діяльності учнів і сприйняття, усвідомлення та осмислення нового матеріалу, тобто структура їх аналогічна. Вважаємо, що під час вивчення нового матеріалу на уроках геометрії в класах з гуманітарним профілем навчання найважливішими етапами також є мотивація навчальної діяльності учнів та формулювання мети та завдань уроку.

Відповідно до запропонованої схеми активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання

математики, вивчення нового матеріалу з геометрії необхідно розпочати з етапу дидактичної установки.

Мета навчання на цьому етапі – формування в учнів особистісної необхідності у знаннях нового матеріалу, що вивчається, проте на відміну від уроків алгебри та початків аналізу, на цьому етапі на уроках геометрії вчитель має наголошувати більше на можливостях матеріалу, який вивчається, для розвитку просторової уяви та уявлень учнів, їх мислення, формування вмінь застосовувати геометричні міркування до об'єктів навколишнього світу.

Змістом навчання на цьому етапі є прикладні задачі, приклади та завдання на застосування матеріалу, що вивчається у повсякденному житті чи майбутній професійній діяльності, а також історичні відомості.

Як показали наші дослідження, на цьому етапі доцільно організувати навчальну діяльність учнів у *формі фронтальної роботи*, використовуючи *бесіду* як основний *метод*. Дійсно, на етапі дидактичної установки на уроках алгебри та початків аналізу бесіда спрямована на обґрунтування доцільності застосування матеріалу, який вивчається, у майбутній професійній діяльності. На уроках геометрії *така бесіда носить більш конкретний характер і показує можливість застосування цього матеріалу вже сьогодні в повсякденному житті*. При цьому учням груп 1a та 2a доцільно заздалегідь запропонувати *завдання підготувати узагальнений та систематизований матеріал з планіметрії*, що стосується даної теми. Доцільно, аби учні подали його у вигляді основних опорних фактів у таблицях чи схемах на слайдах чи спираючись на динамічні моделі [28]. Для учнів групи 1b, 2b, 3a та 3b доцільними є *емоційна спрямованість бесіди* через наведення прикладів, як матеріал, що вивчається, спрацьовує у навколишньому світі. Для учнів групи 1c, 2c, 3c необхідно пропонувати завдання *приготувати слайди зі зразками прикладного застосування матеріалу даної теми*.

Наведемо для прикладу фрагмент бесіди вчителя з учнями на етапі дидактичної установки вивчення нового матеріалу з теми «Паралельність прямої та площини» (10 клас).

Фрагмент уроку

Бесіда. Учитель нагадує учням, що їм відомий матеріал про взаємне розташування прямих у просторі та паралельні прямі, зокрема й з курсу планіметрії. При цьому учні груп 1а та 2а демонструють без детального обговорення заздалегідь підготовлену схему взаємного розташування прямих у просторі та слайди «Паралельні прямі». Застосування цього матеріалу легко знайти, подивившись на яскраві приклади дизайнерської майстерності (рис. 2.3) [195; 196]. Ці слайди готують учні груп 1с, 2с, 3с.

Кожен власник будь-якого житла мріє облаштувати його красиво, стильно й зручно. Можна, звичайно, скористатися послугами професіоналів, але опанування дизайнерською майстерністю заощадить фінанси й дозволить отримати нові навички. Проте розвиток художнього таланту, народження творчих ідей облаштування оселі чи офісу, формування прагматичного вміння проектувати неможливі без елементарних знань про взаємне розташування прямих і площин у просторі та їх властивості!

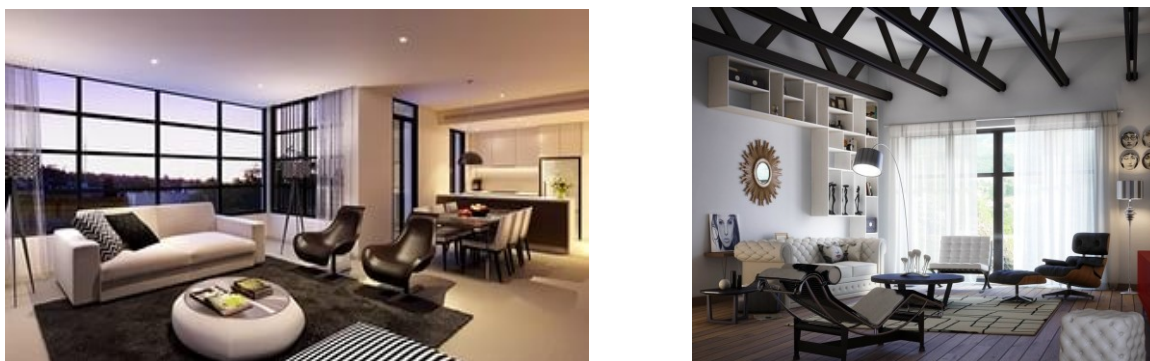


Рис. 2.3. Слайд до презентації до уроку

Мета та завдання навчання на етапі мотивації учнів такі ж, як і на уроках алгебри та початків аналізу.

У процесі вивчення геометричного матеріалу учнями класів з гуманітарним профілем навчання ефективними теж є такі *форми організації навчальної діяльності* учнів, як *самостійна робота учнів* з навчальним матеріалом (для учнів груп 1а та 2а), *робота в парах* з навчальним матеріалом (для учнів груп 1б, 2б, 3а та 3б), *робота в групах під керівництвом учителя* (для учнів груп 1с, 2с, 3с).

Спираючись на проведені дослідження, ефективними визначаємо такі *методи та прийоми навчання*, як *дидактична гра, довгострокове домашнє завдання з розв'язування прикладних задач та виконання завдань іноземною мовою*, зокрема англійською. Проте було виявлено, що для учнів груп 1с, 2с та 3с доцільно пропонувати зразок виконання такого завдання.

Наведемо для прикладу фрагмент етапу мотивації вивчення нового матеріалу з теми «Паралельність прямої та площини» (10 клас).

Фрагмент уроку

Бесіда вчителя з учнями. Учитель пропонує учням самостійно обрати зразок інтер'єру та описати його, використовуючи поняття про взаємне розташування прямих і площин у просторі. Учні мають виконати це завдання українською та іноземною мовами як довгострокове домашнє завдання.

При цьому для учнів груп 1с, 2с та 3с можна запропонувати зразок виконання завдання у вигляді таблиці (табл. 2.4). Для учнів груп 1b, 2b, 3a та 3b можна додатково запропонувати скласти словник перекладів до теми, зокрема, англо-український (табл. 2.5).

Бажано, аби такий словник, окрім перекладу термінів англійською мовою, містив також графу «Позначення» чи «Графічна ілюстрація», а також графу «Де знайти», у якій учні відмічають сторінку підручника та номер параграфу з визначенням цього поняття.

Таблиця 2.4

Зразок виконання завдання

Взаємне розташування			
прямих		прямих і площин	
українською мовою	англійською мовою	українською мовою	англійською мовою
Балки стелі паралельні між собою	The ceiling beams are parallel to each other	Внутрішній віконний профіль паралельний до стелі	The inner profile of the window is parallel to the ceiling

Таблиця 2.5

Англо-український словник перекладів до теми

Термін українською мовою	Позначення, графічна ілюстрація	Де знайти	Термін англійською мовою
Паралельні прямі	$a \parallel b$	конспект, підручник	The parallel lines

На етапах постановки мети та завдань мета та зміст навчання співпадають з метою та змістом навчання на цьому етапі у процесі вивчення курсу алгебри та початків аналізу (п. 2.1.1). Тому пропонуємо використовувати ті ж форми, методи та прийоми навчання, тобто *заповнення учнями* відповідних *таблиць*. У додатку Ю наведено приклади таких таблиць до теми «Паралельність прямої та площини» (10 клас). У таблицях (додаток Ю) учні мають поставити позначку «+», якщо мета й завдання їм зрозумілі, та поставити позначку «?», якщо необхідні додаткові пояснення вчителя. Після цього вчитель, як і на уроках алгебри і початків аналізу, пропонує учням сформулювати особисту мету та завдання вивчення теми, а також оцінити впевненість у власних силах щодо вивчення теми за «Шкалою впевненості» (рис. 2.1).

Етап роботи з досягнення компетентності теж починається з *вивчення нового матеріалу*. Тому *метою навчання* теж є набуття учнями компетентностей.

Змістом навчання є навчальний матеріал тем: «Паралельність прямих і площин у просторі», «Перпендикулярність прямих і площин у просторі», «Координати і вектори у просторі», «Геометричні тіла. Площі поверхонь геометричних тіл».

У процесі експерименту було встановлено, що ефективною *формою організації* вивчення нового матеріалу зі стереометрії учнями класів з гуманітарним профілем навчання є лабораторно-практичні роботи.

Дійсно, такі форми роботи не лише посилюють прикладну спрямованість навчання стереометрії, але й сприяють засвоєнню нового навчального матеріалу, підвищуючи активність учнів у ході уроку [209].

Характер лабораторно-практичних робіт може бути різноманітним:

- демонстраційні лабораторні роботи;
- проведення експериментів з метою висування або спростування гіпотез, у тому числі й за допомогою комп'ютерних програм;
- практикум з обчислення числових характеристик реальних об'єктів або за їх моделями та кресленнями [242].

У процесі дослідження свою ефективність на уроках стереометрії засвідчили роботи з обчислення числових характеристик реальних об'єктів або за їх моделями та кресленнями.

За місцем проведення вони поділяються на класні та домашні. За способом організації діяльності учнів лабораторно-практичні роботи можуть бути індивідуальні, групові та колективні [242].

Вважаємо, що для учнів класів з гуманітарним профілем навчання більш доцільною є колективна та групова форми з об'єднанням учнів у групи по 2, оскільки, працюючи індивідуально, ці учні відчувають невпевненість у власних силах та психологічний дискомфорт.

У процесі проведення лабораторно-практичних робіт обов'язковими є інструкції для учнів, які повинні містити:

- мету роботи;
- опис обладнання та способів його використання;
- порядок виконання завдань роботи;
- правила та послідовність дій учнів з виконання роботи;
- зразок оформлення результатів.

Оформити звіт про виконану роботу можна в різних формах: текстовій, графічній (креслення, графіки), статистичній (статистичні таблиці, діаграми), мультимедійній (презентації) [242].

Структура лабораторно-практичної роботи може бути такою [242]:

- повідомлення теми та мети роботи;
- ознайомлення з інструкцією до виконання лабораторно-практичної роботи;
- виконання роботи учнями;
- складання звіту;
- обговорення отриманих результатів;
- рефлексія діяльності.

Широкі можливості для організації лабораторно-практичних робіт надає застосування таких *засобів навчання*, як програмні засоби GRAN 1, GRAN 2D, GRAN 3D, DG, а також динамічні стереометричні моделі [28; 70; 100].

Наприклад, почати вивчення теми «Об'єм циліндра» у класах з гуманітарним профілем навчання можна з розв'язування у вигляді лабораторно-практичної роботи такої задачі [90]: «Як визначити об'єм пляшки з круглим пласким дном, якщо для цього її можна лише частково наповнити рідиною, а з вимірювальних приладів є лише лінійка?».

При цьому діяльність учнів була організована за такою схемою:

- 1) учні записують умову, виконують ескіз;
- 2) учні з'ясовують, що в завданні відомо: радіус основи пляшки, висота рідини в пляшці;
- 3) під керівництвом учителя відбувається висунення гіпотези щодо розв'язання завдання: обчислити об'єм пляшки по частинах;
- 4) створюється план виконання роботи, у зошитах учні описують перебіг виконання роботи;
- 5) учні оформлюють звіт про виконану роботу і відповідь до завдання.

У процесі обговорення учні усвідомлюють необхідність вивчення формули об'єму циліндра для розв'язування даної задачі. Наявність у задачі додаткових умов «невелика кількість рідини» та «лінійка» спрямовують їх на відшукування шляхів вимірювання об'єму саме даної пляшки. Дійсно, якщо

налити в пляшку рідину, виміряти радіус основи та висоту рідини, то можна обчислити об'єм цієї частини пляшки. Об'єм іншої частини можна визначити, перевернувши пляшку догори дном. Причому, як помічають учні, результат вимірювання об'єму всієї пляшки не буде залежати від кількості рідини, оскільки об'єм частини пляшки, що не закривається рідиною або одночасно перекривається рідиною в обох перевертаннях, необхідно відповідно додати або відняти від суми знайдених об'ємів. Тут учитель наголошує на суттєвих ознаках поняття, що вивчається.

У процесі підсумкової бесіди після виконання практичної роботи вчителю математики доцільно окремо зупинитися на тих питаннях, які викликали в учнів труднощі та які були прийняті без строгих обґрунтувань.

Досвід роботи показав, що доцільно пропонувати учням класів з гуманітарним профілем навчання готову форму звіту про виконання практичної роботи з математики, оскільки учні часто мають труднощі при визначенні напряму міркувань та перебігу виконання роботи. Також для виконання практичних робіт з математики краще об'єднати в групи учнів з різними навчальними можливостями, оскільки всі учні мають виконати завдання роботи. Виконані лабораторно-практичні роботи можна використовувати для розв'язування задач на обчислення, пропонувати учням за виконаними кресленнями сформулювати умови задач й розв'язати їх. При цьому таке завдання учні можуть виконати, використовуючи можливості інформаційних технологій, зокрема, програми Gran3D чи динамічні моделі [28]. Це буде сприяти подоланню психологічних бар'єрів учнів щодо вивчення математики, адже саме інформаційні технології дозволяють отримати результат, відповідь до задачі без ґрунтовних математичних знань. Важливо наголосити при цьому на інтерпретації отриманих результатів, провести порівняння з площами та об'ємами об'єктів, які легко уявити.

Наприклад, при вивченні нового матеріалу з теми «Об'єм піраміди» (11 клас) пропонувалася інструкція до перебігу виконання лабораторно-практичної роботи з даної теми у вигляді таблиць, заповнення яких і стало

звітом про роботу. Учні отримали два завдання: вивести формулу для обчислення об'єму піраміди (табл. 2.6) та обчислити об'єм піраміди Хеопса, виконавши вимірювання на її моделі (табл. 2.7).

Таблиця 2.6

Лабораторно-практична робота «Виведення формули для обчислення об'єму піраміди» (лист-еталон)

№	Завдання	Відповідь
1	2	3
1.	Обчисліть об'єм куба, якщо довжина його ребра a .	$V = a^3$
2.	Виконайте рисунок куба.	
3.	Побудуйте точку O перетину діагоналей куба та з'єднайте її з усіма вершинами.	
4.	Скільки рівних чотирикутних пірамід, у яких спільна вершина O , а основами є грані куба, ви отримали?	Шість
5.	Виразіть об'єм однієї з пірамід через об'єм куба.	$V = \frac{1}{6}a^3$
6.	Знайдіть площу S основи піраміди.	$S = a^2$
7.	Виразіть висоту h піраміди через довжину ребра куба a .	$h = \frac{a}{2}$
8.	Підставте у формулу об'єму однієї з пірамід $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2$ площу S та висоту h .	$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$
9.	Отримана вами формула має місце для будь-якої піраміди. Прочитайте та запишіть її у вигляді твердження.	Об'єм піраміди дорівнює третині добутку площі основи піраміди на висоту піраміди

Таблиця 2.7

Лабораторно-практична робота «Обчислення об'єму піраміди Хеопса»

№	Завдання	Відповідь (варіант відповіді учнів)
1.	За даним зображенням піраміди Хеопса у масштабі 1:1000 визначити довжину бічного ребра та ребра основи (у м).	Довжина бічного ребра 225 м, ребра основи 230 м
2.	Знайти площу основи піраміди Хеопса.	85500 м ²
3.	Порівняти це число з площею футбольного поля розмірами 65×100 м. Скільки футбольних полів помістилося б на основі піраміди Хеопса?	13 футбольних полів
4.	Знайти висоту піраміди Хеопса.	140 м
5.	Обчислити об'єм піраміди Хеопса.	2,5 млн м ³
6.	Прокоментувати це число, порівняти його з об'ємом басейну довжиною 25 м (280 м ³).	становить близько 8900 басейнів

Лабораторно-практичні роботи, виконувані учнями класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики, є ефективною формою активізації їхньої пізнавальної діяльності в процесі вивчення предмету.

Як показують наші дослідження, ефективною *формою вивчення нового матеріалу* на уроках стереометрії учнями класів з гуманітарним профілем навчання, як і на уроках алгебри та початків аналізу, є *шкільні лекції*. Проте, на уроках стереометрії особливістю таких лекцій має стати посилена увага до пошукових форм роботи.

Як показують наші дослідження, найбільш ефективними на цих уроках стереометрії в класах з гуманітарним профілем навчання є такі *методи та прийоми навчання*:

для учнів груп 1а та 2а:

- *наведення власних прикладів і контрприкладів;*

- самостійна ілюстрація доведень теорем;
- формулювання обернених тверджень до теорем, перевірка їх правильності, наведення прикладів та їх ілюстрація;
- заміна в означеннях чи теоремах певних властивостей на інші та аналіз отриманих тверджень;

для учнів груп 1b, 2b, 3a та 3b:

- ілюстрація матеріалу, який вивчається, іноземною мовою;
- створення опорних конспектів;
- виконання рисунків до теорем;

для учнів груп 1c, 2c та 3c:

- ілюстрація практичного застосування матеріалу, який вивчається, та прикладних завдань;
- підготовка повідомлень на історичну тематику;
- пошук фактів у наведених ілюстраціях з навколишнього середовища.

Наведемо для прикладу фрагмент уроку вивчення нового матеріалу теми «Паралельність прямої та площини» (10 клас). У процесі бесіди слід розглянути різні випадки взаємного розташування прямих і площин залежно від кількості спільних точок та скласти схему (рис. 2.4).

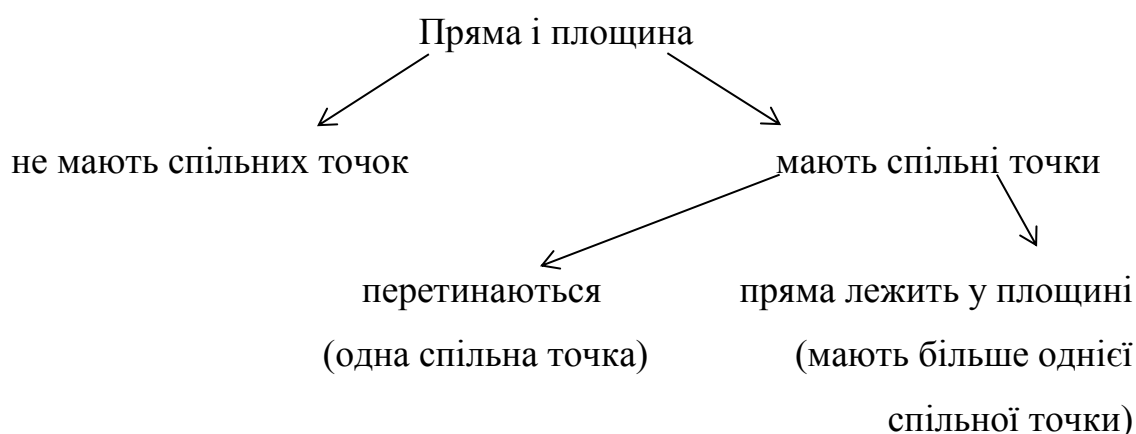


Рис. 2.4. Взаємне розташування прямих і площин

Наведіть приклади такого взаємного розташування прямих і площин на слайдах інтер'єру (рис. 2.3).

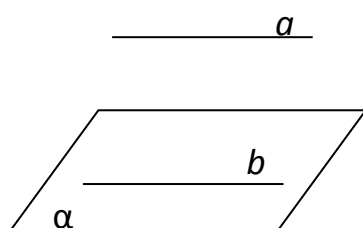
Виконайте рисунки до кожного з випадків взаємного розташування прямих і площин.

Спробуйте сформулювати означення прямої, паралельної до площини.

Після цього вчитель формулює означення прямої, паралельної до площини, та ознаку паралельності прямої та площини.

При цьому для учнів груп 1а та 2а пропонуємо самотійно попрацювати з підручником і доведення теореми оформити у вигляді таблиці (додаток Щ), де в останньому стовпчику учні мають вказувати номер сторінки та параграфа підручника, де вказаний відповідний факт.

Для решти учнів доцільно використати інший прийом заміни знаків „ α ” та „...” на необхідні символи та твердження в записах з пропусками.



Дано: $a \parallel b, b \perp \alpha$.

Довести: $a \perp \alpha$.

Доведення

Методом від супротивного.

Нехай $a \perp \alpha$. Тоді $a \perp \alpha = A$.

Розглянемо два випадки.

1) $A \in b \Rightarrow a \perp b = A$, що суперечить ...

2) $A \perp b \Rightarrow a$ і b – мимобіжні, що суперечить ...

Припущення ... і $a \parallel \alpha$. Теорему доведено.

Після доведення теореми вчитель пропонує учням груп 1с, 2с та 3с навести приклади застосування теореми в навколишньому середовищі або на представлених рисунках інтер'єрів кімнат.

Для учнів груп 1b, 2b, 3a та 3b пропонуємо провести через дану точку пряму, паралельну до даної площини.

Для учнів груп 1а та 2а пропонуємо сформулювати твердження, обернене ознаці паралельності прямої та площини, проілюструвати його рисунком та визначитися щодо його справедливості.

Далі слід розглянути наслідки з теореми, використовуючи стереометричний ящик чи спираючись на динамічні моделі [28], та перейти до усних та письмових вправ на закріплення нових знань та формування навичок та вмінь.

У додатку III проілюстровано пропонувану схему вивчення нового матеріалу на прикладі фрагмента уроку з теми «Циліндри і призми». Це перший урок теми «Геометричні тіла. Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл».

Отже, активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі вивчення нового матеріалу на уроках алгебри та початків аналізу та геометрії здійснюється поетапно: на етапі дидактичної установки, етапі мотивації, етапах постановки мети та завдань вивчення теми, етап вивчення нового матеріалу.

Як показали наші дослідження, на етапі дидактичної установки найбільш ефективною формою організації навчальної діяльності учнів є фронтальна, метод навчання – бесіда вчителя, проте на уроках алгебри та початків аналізу бесіда має звертати увагу учнів на важливість матеріалу, який вивчається, для розвитку їх мислення та бути спрямована на застосування матеріалу, що вивчається, в майбутній професійній діяльності, а на уроках геометрії – у повсякденному житті. Ця особливість буде визначати й завдання, які пропонуються учням на уроках алгебри та початків аналізу та на уроках геометрії на етапі мотивації учнів через «ситуацію імпресінга». На цьому етапі важливо використовувати дидактичні ігри, емоційну забарвленість матеріалу, історичні довідки, виконання завдань іноземною мовою, довгострокові домашні завдання.

На етапах постановки мети та завдань вивчення теми як на уроках алгебри та початків аналізу, так і на уроках геометрії, ефективним є особистісне сприйняття та розуміння кожним учнем мети та завдань вивчення теми, формулювання особистої мети та завдань. Така організація діяльності учнів буде вирішувати і завдання актуалізації опорних знань

учнів. Також пропонуємо учням на цьому етапі заповнювати «Шкалу впевненості», що сприяє подоланню психологічних бар'єрів.

У процесі вивчення нового матеріалу на уроках алгебри та початків аналізу свою ефективність засвідчила шкільна лекція, особливістю якої є значна кількість прикладів, а на уроках геометрії доцільно використовувати лабораторно-практичні роботи.

Розглянемо надалі особливості активізації пізнавальної діяльності учнів цих класів під час формування вмінь та навичок на уроках алгебри та початків аналізу та геометрії.

2.2. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час формування навичок і вмінь

Уроки формування навичок та вмінь обов'язково передбачають такий етап, як виконання вправ різних видів: на відтворення вивченого на основі зразка, на знаходження шляхів розв'язування задачі на основі знання загального методу, на знаходження методів розв'язування.

У навчальній програмі з математики (рівень стандарту) [179] зазначається, що одним із головних завдань цього курсу є забезпечення умов для досягнення кожним учнем *практичної* компетентності. Практична компетентність є важливим показником якості математичної освіти. Разом з тим вказується [179], що *прикладній* спрямованості навчання математики необхідно приділяти особливу увагу.

Відзначимо, що практична спрямованість навчання математики – це спрямованість змісту і методів навчання на розв'язування задач і вправ математичного характеру [303]. Як показують дослідження, формування практичної компетентності учнів класів з гуманітарним профілем навчання для багатьох учителів ускладнюється, насамперед, нестачею часу, який відводиться програмою на вивчення математики в цих класах, оскільки багатьом їхнім учням необхідно більше часу для засвоєння матеріалу.

Відведених годин вистачає часто лише на виконання завдань на відпрацьовування навичок. Більшість таких завдань саме з алгебри та початків аналізу має тренінговий характер, часто вони однотипні, тому процес їх розв'язування нерідко для цих учнів достатньо швидко стає не цікавим.

Прикладна спрямованість навчання математики – це орієнтація змісту та методів навчання на застосування математики в суміжних науках, у професійній діяльності, народному господарстві та побуті [303]. Забезпечення прикладної спрямованості навчання математики в класах з гуманітарним профілем навчання також утруднюється обмеженістю навчального процесу в часі. Окрім цього, необхідно враховувати іншу спрямованість інтересів учнів класів з гуманітарним профілем навчання та високий рівень їх завантаженості профільними предметами.

Відповідно до поданих означень будемо розрізняти практичні та прикладні задачі. Тому розглянемо особливості їх розв'язування у процесі навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання окремо.

2.2.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час розв'язування практичних задач. У навчальній програмі [179] перераховано складові практичної компетентності випускника класів з гуманітарним профілем навчання, серед яких виділяємо такі вміння: розуміти постановку математичної задачі, її характер і особливості; уточнювати дані та мету задачі; переформулювати задачу; розчленовувати задачу на складові; складати план розв'язання задачі; перевіряти правильність розв'язання задачі; інтерпретувати отриманий результат.

Вважаємо, що найважливішим у процесі навчання учнів цих класів розв'язувати математичні задачі є не безпосереднє навчання їх працювати з формулами, будувати графіки функцій чи виконувати обчислення, а *формування вмінь відшукувати шляхи та основні ідеї розв'язання задачі*

при мінімальному обсязі знань, часто за допомогою логічних міркувань чи комп'ютерних програм.

У пропонованій нами схемі активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання розв'язування задач відповідає *етапу роботи з досягнення компетентності*. Цей етап реалізується в процесі закріплення нового матеріалу, формування навичок та вмінь учнів, а також узагальнення та систематизації знань, навичок та вмінь учнів. Між розв'язуванням задач з алгебри та початків аналізу та з геометрії є ряд відмінностей, які обумовлені, перш за все, алгоритмічним характером діяльності при вивченні алгебраїчного матеріалу та евристичним – при вивченні геометричного матеріалу учнями-гуманітаріями. Розглянемо найбільш доцільні форми, засоби, методи та прийоми навчання учнів розв'язувати практичні алгебраїчні та геометричні задачі на різних етапах вивчення теми.

Як показали дослідження, особливістю закріплення нового матеріалу з алгебри та початків аналізу у класах з гуманітарним профілем навчання є обов'язковий супровід невеликих порцій теоретичного матеріалу розв'язанням типових прикладів, тобто органічне переплетення нового теоретичного матеріалу та прикладів, що ілюструють його. Частково це було проілюстровано на прикладах вивчення нового матеріалу з алгебри та початків аналізу в попередньому параграфі.

Особливістю закріплення нового матеріалу з геометрії в класах з гуманітарним профілем навчання є розгляд прикладів до теоретичного матеріалу вже після його опрацювання. При цьому слід розпочинати закріплення з розв'язування найпростіших задач на безпосереднє застосування факту чи формули, що вивчається.

Як у процесі вивчення алгебри та початків аналізу, так і в процесі вивчення геометрії під час розв'язування таких завдань доцільно використати *фронтальну форму* організації діяльності учнів, використовуючи такі *прийоми*:

- заповнення пропусків,
- наведення власних прикладів чи складання завдань до теми учнями,
- заповнення таблиць з додатковими запитаннями до задач,
- складання алгоритмічних приписів,
- знаходження помилок у запропонованих розв'язаннях прикладів,
- дидактичні ігри «Магічний квадрат», «Знайди відповідності»,
- наведення контрприкладів до завдань, розв'язаних у тексті підручника.

Проілюструємо вказані прийоми прикладами.

Вивчаючи в 10 класі тему «Дійсні числа та обчислення» за підручником [178], учні виконують завдання на перетворення періодичних десяткових дробів у звичайні не тільки за правилом та зразком, наведеним у тексті підручника (при перетворенні чистого періодичного десяткового дробу у звичайний необхідно у чисельнику поставити період дробу, а в знаменнику стільки дев'яток, скільки цифр у періоді дробу), але й із застосуванням геометричної прогресії.

Приклад. Подайте у вигляді звичайного дробу $0,(5)$.

1 спосіб. Період дробу рівний 5, тому за правилом перетворення чистого періодичного десяткового дробу маємо $0,(5) = \frac{5}{9}$.

2 спосіб. Використаємо формулу суми нескінченної спадної геометричної прогресії, маємо:

$$\begin{aligned} 0,(5) &= 0,55555\dots = 0,5 + 0,05 + 0,005 + 0,0005 + \dots = \\ &= \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + \dots = \frac{\frac{5}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{5}{9}. \end{aligned}$$

У процесі вивчення теми «Ірраціональні рівняння» (10 клас) корисно запропонувати учням скласти ірраціональні рівняння видів

$$\overline{ax + b} = c, \quad \overline{ax + b} + \overline{cx + d} = f, \quad \overline{ax + b} = \overline{cx + d},$$

які мали б задані наперед корені, наприклад, $x = 2$.

У процесі вивчення теми «Степені з раціональними показниками» (10 клас) на етапі закріплення набутих знань, умінь та навичок учням доцільно запропонувати роботу з «магічними квадратами», тобто проставити в порожніх клітинках вираз так, щоб їх добуток (частка) за кожною вертикаллю, горизонталлю чи діагоналлю становив, наприклад, a^8b^{25} (табл. 2.8). Крім того, можна запропонувати учням підготувати доповідь за історичною довідкою про «магічні квадрати».

Таблиця 2.8

Завдання до теми «Степені з раціональними показниками»

ab^4		
a^4b		a^3b^{18}

На цьому етапі доцільною є дидактична гра «Знайди відповідності». Для її проведення необхідно об'єднати учнів у диференційовані за рівнем навчальних можливостей пари. Учні пропонується опрацювати три завдання, при цьому кожне завдання було подано на кількох картках: на одній з них сформульоване завдання, на іншій додаткові запитання до нього, на іншій до завдання пропонується розв'язання або обґрунтування та детальні пояснення. Наприклад, у процесі вивчення теми «Числові функції» (10 клас) одне із завдань на властивість парності функції, що пропонувалося учням під час цієї гри, було подано на таких картках.

Картка № 1. «Дослідити функцію на парність $y(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ ».

Картка № 2. «1) Спочатку перевіримо першу умову. Знайдемо область визначення і з'ясуємо, чи симетрична вона відносно 0. Функцію задано аналітично, вид функції – многочлен, тому $D(y) = R$ ».

Картка № 3. «1) Оскільки $D(y) = R$, то $(-x) \in D(y)$ для будь-якого $x \in D(y)$. Тому $D(y)$ симетрична відносно початку координат».

Картка № 4. «Пригадати, що $(-x)^n = \dots$, якщо n – парне, $n \in N$, $(-x)^n = \dots$, якщо n – непарне, $n \in N$. Виконати піднесення до степеня $(-x)^2$; $(-x)^3$; $(-x)^4$; $(-x)^5$; $(-x)^6$; $(-x)^7$ ».

Картка № 5. «2) Перевіримо другу умову. Підставимо $(-x)$ замість x у вираз, що задає функцію. Якщо отримаємо такий же вираз, то функція парна, якщо з протилежним знаком – непарна. При перетвореннях враховуємо, що $(-x)^4 = x^4$ і $(-x)^2 = x^2$, та порівнюємо отриманий вираз з умовою».

Картка № 6. «2) $y(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 + 3 = x^4 - 2x^2 + 3 = y(x)$ ».

Картка № 7. «3) Робимо висновок про парність (непарність, загальний вигляд) функції».

Картка № 8. «3) Функція парна. Її графік симетричний відносно осі Oy ».

Також дане завдання пропонувалося учням і в іншій формі: текст карток залишався той же, проте без нумерації кроків розв'язання, учні мали розташувати картки в правильній послідовності. Після цього учні мали підкреслити та поставити запитання біля тих фрагментів у розв'язанні, які є незрозумілими.

Доцільно також пропонувати учням розв'язання до завдань у вигляді таблиць з додатковими запитаннями до них. Наприклад, у процесі вивчення теми «Числові функції» (10 клас) пропонується завдання «Знайти нулі функції $y(x) = x^4 - x^2 - 6$ » (табл. 2.9) і запитання до нього.

Запитання до завдання:

- що таке нулі функції;
- пригадайте, як знайти нулі функції;
- пригадайте, яке рівняння називається бікватратним;
- пригадайте теорему Вієта та обернену до неї;
- пронумеруйте кроки розв'язання;
- позначте нулі даної функції у системі координат;
- складіть алгоритмічний припис для знаходження нулів функції;
- поставте запитання біля тих фрагментів у розв'язанні, які викликали найбільше труднощів.

Таблиця 2.9

Знайти нулі функції $y(x) = x^4 - x^2 - 6$

Розв'язання	Обґрунтування
$x^4 - x^2 - 6 = 0$. Введемо заміну $x^2 = t$ ($t \geq 0$), тоді $x^4 = t^2$. Маємо рівняння $t^2 - t - 6 = 0$, де за оберненою теоремою Вієта $t_1 = -2$ (не задовольняє умову $t \geq 0$), $t_2 = 3$. Тоді $x^2 = 3$, $x_1 = \sqrt{3}$, $x_2 = -\sqrt{3}$. Відповідь: нулі функції $\sqrt{3}; -\sqrt{3}$.	Щоб знайти нулі функції $y(x)$, необхідно розв'язати рівняння $y(x) = 0$. Складемо <u>біквдратне</u> рівняння. Для його розв'язання зробимо заміну змінних (завжди підкреслюйте зроблену заміну, щоб потім не сплутати рівняння, до якого треба повертатися при оберненій заміні). Нове рівняння розв'яжемо за допомогою <u>оберненої теореми Вієта</u> . З двох знайдених коренів тільки один дозволяє повернутися до підстановки $x^2 = t$, розв'язуємо отримане квадратне рівняння $x^2 = 3$. Отримані значення x і є шуканими нулями функції.

Після цього пропонуємо учням завдання «Наведіть власний приклад функції та визначте нулі функції» та шаблон його виконання у робочому зошиті з друкованою основою (табл. 2.10).

Таблиця 2.10

Фрагмент робочого зошиту з друкованою основою
«Наведіть власний приклад функції та визначте нулі функції»

Розв'язання	Обґрунтування
1) $y(x) = 0$, 2) 3) $x_1 =$ 4) Відповідь: нулі функції	1) Прирівняємо вираз функції до нуля. Складемо рівняння. 2) Для його розв'язання ... 3) Отримаємо значення x 4) Отримані значення x і є шуканими нулями функції.

Аналогічні підходи доцільно використати під час розв'язування завдань на застосування властивостей зростання та спадання функції, властивостей та графіків елементарних функцій у 10 класі. Наприклад, після розгляду алгоритмічного припису для побудови графіка квадратичної функції можна запропонувати учням у зошиті з друкованою основою виконати завдання: «Наведіть приклад квадратичної функції та побудуйте її графік» (рис. 2.5).

Наведіть приклад квадратичної функції та побудуйте її графік

$y = _x^2 \pm _x \pm _.$

1) координати вершини параболы
 $A(m; n): m = (-b):2a = \underline{\hspace{2cm}}$
 $n = am^2 + bm + c = \underline{\hspace{2cm}}$

2) $a = _ ,$
 вітки параболы напрямлені вгору/вниз.

3) точка перетину з віссю Oy $(0; _)$

4) точки перетину з віссю Ox
 $_x^2 \pm _x \pm _ = 0,$
 $x_1 = _ , x_2 = _$
 $(_ ; 0), (_ ; 0)$ – точки перетину з віссю Ox

Рис. 2.5 Фрагмент зошиту з друкованою основою

У процесі вивчення теми «Основні поняття і аксіоми стереометрії. Наслідки з аксіом стереометрії» (10 клас) учням класів з гуманітарним профілем навчання під час колективної діяльності пропонується розв'язати такі задачі та заповнити таблицю (табл. 2.11).

Задача 1. Столяр за допомогою двох ниток перевіряє, чи не буде хитким виготовлений стілець з чотирма ніжками. Як необхідно протягнути нитки? Відповідь обґрунтуйте.

Задача 2. Довести, що довільний чотирикутник лежить в одній площині, якщо його діагоналі перетинаються або якщо продовження двох його несуміжних сторін перетинаються.

Завдання до задач

Аксиоми та наслідки з них, використані при розв'язуванні задачі 1	Установіть спільне та відмінне у розв'язаннях задач		Аксиоми та наслідки з них, використані при розв'язуванні задачі 2
	спільне	відмінності	

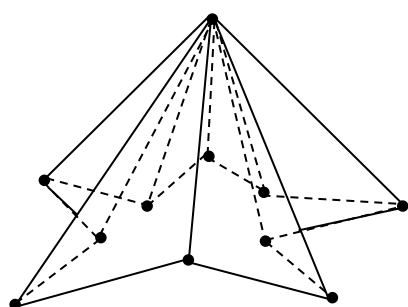


Рис 2.6

Наведемо приклад одного з завдань, створених учнями самостійно на етапі закріплення матеріалу за темою «Геометричні тіла. Піраміда та конус» (11 клас): «Чи можна назвати геометричним тілом фігуру, зображену на рисунку 2.6? Пірамідою? Обґрунтуйте».

Сприяє засвоєнню та закріпленню нового математичного матеріалу учнями класів з гуманітарним профілем навчання наведення вчителем контрприкладів до понять чи системи запитань, що нашоухують учнів на обмірковування цих формулювань. Наприклад, учень навів таке визначення показникової функції: «Функція виду $y = a^x$ називається показниковою з основою a ». Тоді вчитель ставить завдання серед наведених прикладів функцій обрати ті, що не є показниковими, і обґрунтувати відповідь: $y = 5^x$, $y = 0^x$, $y = (-3)^x$, $y = 0,3^x$, $y = 1^x$, $y = (2/3)^x$. Учень відповідає, що графіком функції $y = 1^x$ є пряма, а вирази 0^x та $(-3)^x$ при певних конкретних значеннях x не мають змісту. Тоді учень виправляє допущені у визначенні неточності: «Функція виду $y = a^x$, де $a \neq 1$ і $a > 0$ називається показниковою з основою a ». Знаходження учнем допущених помилок у наведених ним означеннях свідчить про свідомість розуміння ним понять, що вивчаються, а не про механічне їх запам'ятовування.

Наш досвід роботи показує, що часто учні-гуманітарії запам'ятовують новий навчальний матеріал на основі заучування, а не на основі опрацювання його логічної будови. Загальновідомо, що саме активна

робота з навчальним матеріалом приводить до його розуміння міцного запам'ятовування. З цією метою доцільно ознайомлювати учнів цих класів з тими прийомами запам'ятовування, які б допомагали їм зі вказаними особливостями опрацьовувати та запам'ятовувати математичний матеріал у процесі уроку математики [74; 218]. Доцільно, щоб під керівництвом учителя математики учні класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики використовували такі шляхи запам'ятовування:

- 1) виокремлення основного навчального матеріалу, обов'язкового для запам'ятовування;
- 2) проведення структурування навчального матеріалу за його змістом, складністю тощо;
- 3) систематичне чергування сприйняття навчального матеріалу з його відтворенням учнями;
- 4) систематичне повторення основних положень на різних етапах вивчення теми (використання закону розподілу повторення у часі [74]);
- 5) використання мнемотехнік.

Особливо корисними мнемотехнічні правила є для учнів-гуманітаріїв у процесі вивчення тригонометричних формул та співвідношень. Наприклад, у дослідженні Ю.Г. Гуревич [74] пропонується використати прямокутний трикутник для запам'ятовування формул універсальної тригонометричної підстановки. Для цього будується прямокутний трикутник з кутом α . Катет, протилежний цьому куту, позначається $tg \alpha$, а прилеглий до цього кута катет позначається «1». Тоді використання теореми Піфагора достатньо легко дозволяє виразити будь-яку тригонометричну функцію через $tg \alpha$. У дослідженнях [213; 218] пропонується для запам'ятовування, зокрема і тригонометричних формул, створювати слухові та зорові образи за допомогою віршованих рядків, казок, асоціативних рисунків тощо.

Наприклад, для формули синуса подвійного аргумента можна запропонувати такий вірш та картку, де ліва та права частини формули розташовані на частинах, зафарбованих різними кольорами (рис. 2.7).

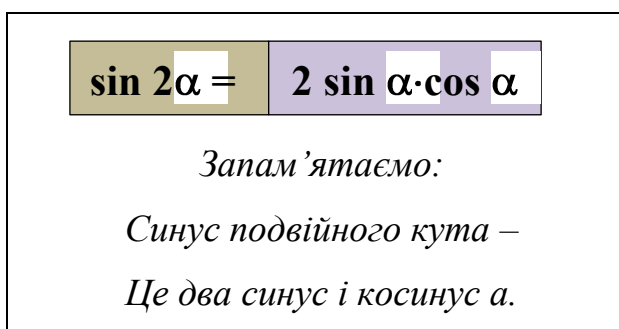


Рис. 2.7. Фрагмент картки для запам'ятовування формули синуса подвійного аргумента

Слід наголосити, що лінгвістичні особливості пам'яті учнів-гуманітаріїв дозволяють їм достатньо легко запам'ятовувати незвичні, чужинні звукосполучення та слова. Тому, як показують проведені спостереження, ці учні без складнощів запам'ятовують терміни та назви, на відміну від їх тлумачення. Тому для таких учнів ми у своїх дослідженнях пропонували мнемотехнічні системи: запам'ятовувати матеріал за допомогою складних слів чи аббревіатур, складених з означень виучуваних термінів. Такий спосіб сприяв осмисленню учнями навчального матеріалу, його змістовому аналізу. У додатку Ц пропонується система запам'ятовування формулювання аксіом стереометрії у процесі вивчення теми «Основні поняття і аксіоми стереометрії. Наслідки з аксіом стереометрії» (10 клас) учням класів з гуманітарним профілем навчання. Важливо також і самим учням класів гуманітарних профілів пропонувати створювати прийоми запам'ятовування математичного матеріалу, оскільки в такому випадку вони отримують установку не лише на запам'ятовування, але й на обмірковування матеріалу.

Проте не слід особливо захоплюватися такими прийомами, оскільки такі мнемотехнічні способи є досить специфічними і віднайти загальні рекомендації для їх застосування достатньо складно.

Аналогічні форми, методи та прийоми навчання будуть ефективними при закріпленні матеріалу тем: «Функції, їх властивості та графіки», «Тригонометричні функції», «Логарифмічна та показникова функції», «Похідна та її застосування», «Інтеграл та його застосування», «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики», «Паралельність прямих і площин у просторі», «Перпендикулярність прямих і площин у просторі», «Координати і вектори у просторі», «Геометричні тіла. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл».

Під час формування навичок і вмінь та узагальнення та систематизації знань, навичок і вмінь, окрім традиційних уроків розв'язування задач, пропонуємо також використовувати такі *форми*:

- урок з елементами психологічного тренінгу;
- інтегрований урок;
- урок лабораторно-практичну роботу;
- урок-конференцію.

Для проведення *уроку з елементами психологічного тренінгу* доцільно заздалегідь об'єднати клас у пари, у які можуть входити як учні з однаковим рівнем математичної підготовки, так і з різним. Учні груп 1а та 2а розв'язують вправи, спрямовані на відпрацьовування навичок та вмінь, «автоматично», проходять цей етап достатньо швидко й більше зацікавлені в розв'язуванні нестандартних, творчих завдань. Учні ж інших груп потребують на проходженні етапу «тренування» більше часу. Тому організація розв'язування завдань з обов'язковим відслідковуванням та обговоренням учнями у парах психологічного стану та емоцій на кожному етапі розв'язання надасть можливість зацікавити учнів, активізувати їх пізнавальну діяльність. Обов'язкове обговорення процесу та результату виконання (не лише зовнішнього, але й внутрішнього, психологічного) є надзвичайно корисним для майбутніх юристів, істориків, психологів тощо. При цьому важливим є заповнення учнями таблиць психологічного стану та

відповіді ними на запитання анкет, які учні отримують до кожного завдання, що має бути розв'язане на уроці.

Фрагмент такого уроку на прикладі завдання «Розв'язати рівняння $\sqrt{x+1}=x+1$ » розглянуто у додатку Т. Учні, працюючи в парах, мають розв'язати рівняння й заповнити третій стовпчик таблиці, спираючись на рекомендації та запитання вчителя. Запитання анкети психологічного стану учні обговорюють усно в парах. Учитель консультує учнів, бере участь в обговореннях.

Уроки лабораторно-практичних робіт доцільно виконувати не лише в процесі вивчення нового матеріалу з геометрії. Так, на різних етапах вивчення теми «Тригонометричні функції» можна запропонувати учням класів з гуманітарним профілем навчання виконати такі лабораторно-практичні роботи.

1. У крузі вирізати центральний кут, що відтинає на колі дугу, довжина якої дорівнює радіусу кола. Виміряти цей кут.
2. Створити матеріальну модель синусоїди, використовуючи вказівки, наведені в § 14 підручника [22].
3. Побудуйте графік періодичної функції. Використовуючи вказівки, наведені в § 15 підручника [22], створіть площинний орнамент.

Наприклад, до завдання 1 учням можна запропонувати таку інструкцію.

1. Вирізати круг довільного радіуса, наприклад, 4 см або 5 см.
2. Позначити центр цього круга.
3. За допомогою нитки відмітити дугу на колі, що дорівнює радіусу кола.
4. З'єднати кінці дуги з центром круга. Вирізати кут.
5. Виміряти величину цього кута.
6. Висновок: це є кут в 1 радіан.

Звіт до завдання 1 можна запропонувати учням оформити у такому вигляді.

1. Якого радіусу вирізали круг? $R =$ _____.
2. Як позначили центр круга? _____.
3. Яким способом відмітили дугу, що рівна $R =$ __ см? _____.
4. Яким інструментом виміряли кут, що вирізали? _____.
5. Скільки градусів становить вирізаний кут? _____.
6. Висновок: 1 рад \approx ___ градусів.

Також активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання сприяє впровадження в процес навчання математики *інтегрованих уроків*.

За визначенням Н.С. Костарева [150] інтегрований урок – це спеціально організований урок, мета якого досягається шляхом об'єднання знань з різних предметів, спрямований на розгляд і вирішення деякої суміжної проблеми, що дозволяє досягти цілісного, синтезованого сприйняття учнями досліджуваного питання через гармонійне поєднання в собі методів різних наук, такий урок, що має практичну спрямованість.

У дослідженні [150] серед ознак інтегрованого уроку вказується, що такий урок має бути спеціально організованим, мати специфічну мету, у процесі такого уроку мають широко використовуватися знання з різних дисциплін, тобто здійснюватися міжпредметні зв'язки, доцільно також використовувати шкільну лекцію та бесіди, комбінувати пояснення вчителя та управління самостійною роботою учнів, використовувати евристичні прийоми навчання тощо.

Проведення інтегрованих уроків підвищує та розвиває інтерес учнів-гуманітаріїв до предметів природничо-математичного циклу, формує впевненість у цих учнів, що вони можуть з розумінням вивчати достатньо складний математичний матеріал, дозволяє використовувати в навчальному процесі програмне забезпечення, створене на базі інтеграції, у тому числі і самими учнями, розширяє світогляд учнів, сприяє розвитку їх творчих можливостей, допомагає більш глибокому усвідомленню та засвоєнню

учнями-гуманітаріями програмового матеріалу основного курсу дисциплін природничо-математичного циклу [47; 150].

Отже, метою проведення інтегрованих уроків математики з іншими дисциплінами учнів класів з гуманітарним профілем навчання є:

- 1) урізноманітнення умов для розвитку мислення учнів у процесі навчання;
- 2) підвищення та розвиток пізнавального інтересу учнів до предметів природничо-математичного циклу;
- 3) формування вмінь учнів бачити теоретичне та практичне значення математичного матеріалу;
- 4) розширити й поглибити рамки шкільної програми з математики шляхом міжпредметних зв'язків;
- 5) формування вмінь учнів користуватися додатковою літературою, робити висновки та узагальнення.

Проведення інтегрованих уроків з математики та інших дисциплін надає можливість на початку вивчення нової теми показати практичне застосування того чи іншого матеріалу, що врешті дозволяє наголосити учням-гуманітаріям, що подальше розв'язування вправ тренувального характеру необхідне саме для формування навичок самостійно розв'язувати більш складні завдання практичного спрямування.

Слід наголосити, що саме застосування комп'ютерних технологій у процесі проведення інтегрованих уроків дозволяє змоделювати реальні фізичні, хімічні, економічні, математичні та інші процеси, керувати ними, розв'язуючи нестандартними методами практичні задачі.

У процесі експериментального навчання на етапі узагальнення та систематизації знань, навичок та вмінь учнів нами було проведено інтегрований урок з алгебри та початків аналізу та інформатики з теми «Тригонометричні рівняння та нерівності», під час якого для розв'язування завдання «Визначити, скільки дійсних коренів має рівняння

$\frac{2}{\pi} \arccos x = \sqrt{1-x^2} +$ » учням було запропоновано використати інформаційні

технології. Більшість школярів почали в Інтернеті шукати посилання на ресурси, які дають змогу це зробити. Частина учнів одержала рекомендації про застосування СКМ (MAPLE, Mathematica тощо), іншим було запропоновано побудувати графіки й знайти точки перетину з віссю Ox . Були й пропозиції залучити он-лайн-розв'язувачі рівнянь.

Навчальною метою діяльності вчителя математики та учнів на той момент було формування вмінь щодо графічного способу розв'язування рівнянь, які не належали до жодного з вивчених чи аналізованих раніше типів. Саме тому вчителем інформатики було запропоновано залучити педагогічні програмні засоби математичного спрямування й спробувати графічно відобразити праву і ліву частини рівності (на попередніх уроках математики побудова графіків функцій здійснювалася з використанням пакету *Gran1*, і така операція не викликала негативного ставлення з боку учнів). Під час евристичної бесіди, повторивши означення кореня рівняння, учні самостійно встановили, що графічне розв'язування рівнянь з однією змінною вигляду $f(x) = \varphi(x)$ зводиться до знаходження абсцис точок перетину графіків лівої і правої частин рівняння. Зокрема, для рівняння виду $f(x) = 0$ ними було встановлено, що корені мають асоціюватися із абсцисами точок перетину графіка функції $f(x)$ з віссю абсцис або з нулями цієї функції.

Аналогічні підходи можна реалізувати під час формування навичок та вмінь розв'язувати логарифмічні нерівності в 11 класі. Після розв'язування завдання «Визначте кількість цілих розв'язків нерівності $\log_{90} x - 10 + \log_{90} x - 11 \leq 1$ » [59] учням пропонувалося провести аналіз та перевірку отриманих у програмному засобі результатів (рис. 2.8), зокрема висунути гіпотези щодо розв'язків нерівності $\log_{90} x + \log_{90} x \leq 1$ та перевірити їх аналітично.

Таким чином, завдання, які спочатку викликали негатив через несформованість вмінь їх розв'язувати, стали основою формування

асоціативних рядів «корені рівняння – нулі функції», «розв’язки нерівності – проміжки знакосталості функції». У свідомості учнів було закріплено ситуацію успіху через формування вмінь залучити програмний засіб до поставленої проблеми чи задачі.

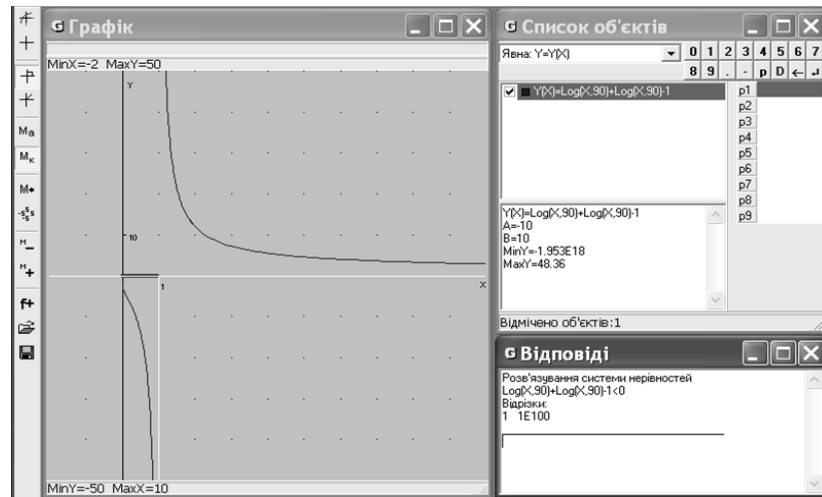


Рис. 2.8. Ілюстрація до завдання

У процесі вивчення цієї теми нами також було проведено інтегрований урок з математики та інформатики, на якому залучено табличний процесор для розв’язування рівнянь та нерівностей, чим закріплено сформовані асоціативні ланцюжки та продемонстровано інші програмні засоби, які можна залучити до розв’язання математичних завдань [47].

У роботі [228] пропонується розробка інтегрованого уроку з математики та психології для учнів 11 класу з філологічним профілем навчання. Учителі математики та психології на основі поняття про психометрію ставлять за мету повторити основні види многогранників. У розробці [188; 189] показано приклади застосування показникової функції та логарифмів у медицині, музиці тощо. Дійсно, учням класів з гуманітарним профілем навчання доцільно продемонструвати показникове зростання та спадання прикладами виділення та руйнування адреналіну в крові людини, можливості діагностики хвороб нирок, швидкості зміни кількості ліків в організмі. У процесі вивчення логарифмічної функції ці учні із зацікавленням дізнаються, що номери клавіш рояля є логарифмами кількості коливань відповідних звуків, а вперше математичну теорію музики створив саме

Піфагор. Корисними для цих учнів будуть і відомості, що різноманітні застосування показникової функції надихнули англійського поета Е. Брилла на написання «Оди експоненті», яку можна взяти як епіграф до уроку з даної теми в класах з гуманітарним профілем навчання.

У дослідженні В.Г. Бевз [21] наголошується, що активізації пізнавальної діяльності старшокласників сприяє проведення *уроків-конференцій*. Урок-конференція як форма організації навчально-виховного процесу передбачає розв'язання певної теоретичної чи практичної проблеми у процесі творчого обговорення. Учнівська конференція сприяє формуванню знань, умінь і навичок учнів, їх закріпленню, узагальненню і систематизації. Уроки-конференції з математики у класах з гуманітарним профілем навчання забезпечують позитивну установку на сприйняття змісту матеріалу, відповідного морального і психологічного мікроклімату, атмосфери поваги і довіри на уроках математики. Важливо також, щоб у цих класах підсумки конференції підбивалися колективно, а учні були залучені до оцінювання.

Серед запропонованої у [21] тематики таких уроків цікавими та доступними для учнів класів з гуманітарним профілем навчання є «Правильні многогранники», «Симетрія в просторі», «Пам'ятники видатним математикам», «Математичне моделювання».

У процесі експериментального навчання на етапі узагальнення та систематизації знань, навичок та вмінь учнів нами було проведено урок-конференцію за темою «Функції, їх властивості та графіки» (10 клас) за таким планом.

1. Повідомлення теми, мети уроку.
2. Обговорення епіграфа уроку: «Не в кількості знань полягає освіта, а в повному розумінні й майстерному застосуванні всього того, що знаєш». А. Дістервег.
3. Вступне слово вчителя. Бесіда про важливість вивчення функцій.
4. Виступи учнів з історичними відомостями за темою.
5. Доповіді учнів за розв'язаними завданнями.

6. Підсумки конференції. Оцінка емоційного стану учнів.

Проведення таких уроків вимагає ґрунтовної підготовки учнів та кропіткої роботи вчителя математики. При проведенні даного уроку учням груп 1с, 2с та 3с пропонувалося, наприклад, таке завдання. Завдання для учнів інших груп наведено у додатку У.

Завдання. Спробуйте задати функції, вказані на рисунку, аналітичним способом (рис. 2.9).

Проведення таких уроків сприяє підготовці учнів-гуманітаріїв до складнішої творчої діяльності з обробки та засвоєння значних обсягів інформації, зняття емоційної напруженості, встановленню емоційних контактів, створенню сприятливої атмосфери спілкування, розвитку інтересу до математики, загальної культури та особистісних якостей учнів.

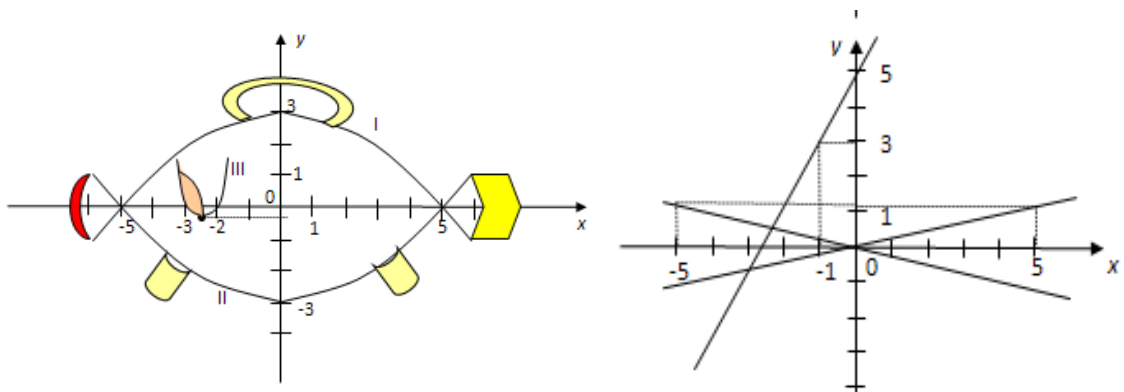


Рис. 2.9. Ілюстрація до завдання

Відзначимо *вимоги до завдань з алгебри та початків аналізу та з геометрії*, які пропонуються на етапі формування навичок та вмій та узагальнення та систематизації знань учнів та враховують специфіку учнів класів з гуманітарним профілем навчання.

Під *варіативністю умови* розуміємо можливість за однією умовою до завдання ставити кілька запитань. Оскільки збільшити кількість годин математики в цих класах немає можливості, тому з метою економії часу на уроках математики пропонувані завдання повинні передбачати варіативність умови завдання, тоді у ході розв'язування учні за невеликий проміжок часу повторять матеріал з різних розділів. Такі завдання будуть корисними саме

для учнів груп 1a та 2a. Ця вимога стосується як завдань з алгебри та початків аналізу, так і з геометрії.

Наступною вимогою є *доступність формулювання завдання*. Дійсно, у процесі уроку математики учні класів з гуманітарним профілем навчання швидше беруться розв'язувати завдання репродуктивного рівня, до яких відомий алгоритм чи які потребують виконання одного-двох нескладних кроків. Дійсно, часто через невисокий рівень знань та вмінь учні класів з гуманітарним профілем навчання самостійно не розв'язують ті завдання, які потребують знань формул чи правил. А можливість розв'язати завдання логічними міркуваннями, перебором, без формул, привертає увагу цих учнів, зацікавлює їх, особливо учнів груп 1b, 2b, 3a та 3b. Таку вимогу висуваємо перш за все до завдань з алгебри та початків аналізу, оскільки їх формулювання («Спростити вираз», «Розв'язати рівняння» тощо) є більш абстрактними, ніж формулювання геометричних задач, які можна проілюструвати рисунком чи моделлю.

Також, пропонуючи завдання з нестандартним формулюванням серед досить традиційних на картках самостійної роботи, ми помітили, що учні груп 1b, 2b, 3a та 3b спочатку приступають саме до їх розв'язування. Аналіз надісланих учнями розв'язань завдань дистанційного конкурсу з математики для учнів 8-11 класів всіх профілів «Математика для всіх», показав, що учні в першу чергу розв'язують ті завдання, які хоча б частково подані «нематематично». Таке переформулювання завдання дозволяє подолати психологічні бар'єри учнів класів з гуманітарним профілем навчання щодо вивчення математики. Ця вимога стосується переважно завдань з геометрії.

Крім того, формулювання завдань з алгебри та початків аналізу мають показувати зв'язки математики з майбутньою професійною діяльністю учнів класів з гуманітарним профілем навчання, а формулювання завдань з геометрії мають сприяти показу ролі математики в повсякденному житті. Реальність змісту завдання, «родзинка» умови чи вимоги сприяє формуванню та розвитку пізнавального інтересу учнів груп 1c, 2c та 3c на уроках

математики. Реалізація цих двох вимог до математичних завдань для врахування специфіки учнів-гуманітаріїв відбувається в процесі розв'язування прикладних задач.

Пропонування учням класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики завдань, що враховують специфіку цих учнів, зауважень та підказок до їх розв'язування, колективне їх обговорення у формі евристичної бесіди сприяє підвищенню рівня завдань, які вони спроможні виконувати з мінімальною допомогою вчителя. Поступово учні класів з гуманітарним профілем навчання стають більш упевненими у власних силах при розв'язуванні математичних завдань, швидше опрацьовують їх, встигають розглянути більше матеріалу під час уроку.

Наприклад, під час вивчення ознак зростання і спадання функцій (11 клас) можна запропонувати таку умову завдання [265]: «У країні Меланхолії виникла епідемія депресії, яка розповсюджується так, що відсоток p тих, що захворіли, залежить від часу t (в добах) наступним чином $p = 0,05(12t^2 - t^3)$, де $0 \leq t \leq 12$ ». Якщо поставити запитання до умови «Скільки відсотків мешканців захворіє до кінця другої доби? Скільки діб відсоток тих, що захворіли, буде збільшуватись? Починаючи з якої доби епідемія почне спадати? Протягом скількох діб швидкість зміни відсотку тих, що захворіли, буде зменшуватися?», то під час розв'язування учні повторять матеріал: відсотки, знаходження значення функції в точці, критичні точки, ознаки зростання та спадання функції, механічний зміст похідної.

Досить широкі можливості застосування таких завдань з варіативною умовою відкриваються в процесі вивчення перетворень тригонометричних виразів. При перетворенні виразів з тригонометричними функціями необхідно використовувати різні способи розв'язування одного прикладу.

Наприклад, у завданні «Спростити вираз $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha}$ » можна виразити всі функції через тангенс аргументу й розв'язання буде коротшим, а можна через синус та косинус, тоді в процесі розв'язування застосовуються більш відомі

формули. Можна запропонувати учням порівняти ці способи, знайти найбільш, на їх думку, раціональний, знайти приклади, які теж можна розв'язати кількома шляхами тощо. Такі завдання доцільно використовувати також на етапах закріплення, систематизації та узагальнення знань, навичок та вмінь учнів з певної теми й на початку вивчення теми, пропонуючи таке завдання як задачу-цікавинку. Інші приклади наведено у додатку X.

Ілюструвати різні способи розв'язування завдань, обирати більш раціональний шлях зручно й під час вивчення перетворення ірраціональних виразів. Так завдання

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} : \frac{1}{1-x^2} + 1$$

можна розв'язати, звільнившись від ірраціональності в знаменнику, а можна обрати більш простий шлях зведення кожного виразу до спільного знаменника. Доцільно запропонувати учням самостійно відшукати способи перетворення цього ірраціонального виразу [267], при цьому більш громіздкі варіанти розв'язування, запропоновані учнями, не можна відхиляти як помилкові чи нераціональні, доречніше знайти в цьому позитивні моменти, зокрема, що учні пригадують ряд різноманітних правил тощо.

Розглянемо, наприклад, таке завдання.

Задача. Великий шовковий шлях в околі міста Кашгар має розгалуження, що описується залежністю $y = 2|x| - 3$. Вийшовши з цього міста, караван у пустелі збився зі шляху й зупинився в точці (2; -3). Звіздар каравану визначив, якщо повертатися на Великий шовковий шлях найкоротшою дорогою, то караван прийде до оази на цьому шляху. Знайти координати цієї оази.

Завдання має кілька способів розв'язування (логічними міркуваннями, знаходженням екстремумів функції з застосуванням похідної, з використанням геометричного змісту похідної, векторним методом чи застосуванням геометричних властивостей трикутників), проте доцільно запропонувати його в процесі вивчення застосування похідної в 11 класі та

використати екстремуми функції для його розв'язування. Також воно зацікавлює учнів нестандартністю формулювання, сформульоване доступно, не містить термінів, за змістом тісно пов'язане з історією, географією, тобто має реальний практичний зміст.

У процесі вивчення теми «Кут між прямою та площиною» у 10 класі після розв'язування задачі: «З точки A до площини α проведена похила довжиною 10 см, що утворює з площиною кут 30° . Знайдіть довжину проєкції цієї похилої і відстань від точки A до площини α » учнями було отримано відповіді: $5\sqrt{3}$ см і 5 см. Тоді учням для перевірки відповіді було запропоновано скласти за заданими даними задачу з нестандартним формулюванням, яка дозволяла б перевірити правильність відповіді. Серед найцікавіших задач, складених учнями можна виділити таку.

Задача. Увечері, виконуючи при освітленні домашнє завдання з математики, я розташував свій олівець вертикально до аркуша зошита та виміряв довжину його тіні, що склала $5\sqrt{3}$ см. Під яким кутом падає світло від лампи на зошит та яка довжина уявного відрізка, що з'єднує кінці олівця і його тіні, якщо довжина олівця 5 см?

Проте ефективність використовуваного прийому підтвердила зауваження інших учнів, які відразу вказали, що неможливо виміряти лінійкою довжину відрізка й отримати величину $5\sqrt{3}$ см, а тому умову задачі слід перефразувати. Як зазначено в [350], указаний прийом сприяє підвищенню усвідомленості засвоєння матеріалу, а відповідно й активізації пізнавальної діяльності учнів.

Наведемо інші приклади завдань, складених учнями самостійно за наведеною схемою. У процесі вивчення теми «Похідна та її застосування» (11 клас) учні до завдання «Знайти похідну функції $y = 2x^2 - 4x$ та побудувати графіки обох функцій» створили таке завдання з нестандартним формулюванням: «На рисунку (рис. 2.9) знайти графіки функцій, що є

похідними квадратичних функцій, графіки яких (I, II, III) зображують рибку на рисунку (рис. 2.9)».

Звичайно, що в процесі розв'язування завдань з алгебри та початків аналізу, які передбачають побудову графіків функцій, учні широко залучають комп'ютерні технології, у тому числі й онлайн-розв'язувачі. Серед засобів навчання стереометрії особливу увагу слід приділити використанню ППЗ GRAN-2D, GRAN-3D, DG та каркасні 3-D моделі [28]. Учні-гумантарії переважно не відчують труднощів при зображенні просторових тіл. Проте достатньо складним для них є встановлення співвідношень між елементами зображення; визначення просторових характеристик об'єкта за його рисунком; побудова перерізів геометричних тіл.

Саме динамічність комп'ютерних моделей у даних ППЗ дає змогу з мінімальними витратами часу розташувати просторову фігуру в іншому ракурсі, змінити розташування опорних точок, виконати перетворення фігури, унаочнити розв'язування стереометричної задачі.

Загальновідомо, що застосування моделей геометричних тіл сприяє подоланню труднощів у сприйнятті та засвоєнні стереометричного матеріалу. Проте визначення певної властивості реального просторового об'єкту для учнів-гумантаріїв не завжди забезпечує вміння «прочитати» цю ж властивість на його плоскому зображенні. Тому доцільно унаочнювати процес розв'язування стереометричної задачі динамічними мультимедійними демонстраційними моделями.

Динамічність комп'ютерних моделей дає змогу з мінімальними витратами часу розташувати просторову фігуру в іншому ракурсі, змінити розташування опорних точок, виконати перетворення фігури тощо.

Наприклад, на перших уроках стереометрії учням 10 класу гуманітарних профілів можна запропонувати за допомогою ППЗ «Жива геометрія» [92] або каркасних 3-D моделей [28], що мають вбудований у динамічне креслення «поворотний механізм», виконати такі завдання.

Задача 1. Змінюючи положення тетраедра, визначте, на якому ребрі розташовується точка P та у якій грані лежить пряма a . Побудуйте переріз тетраедра площиною, що проходить через точку P та пряму a (рис. 2.10).

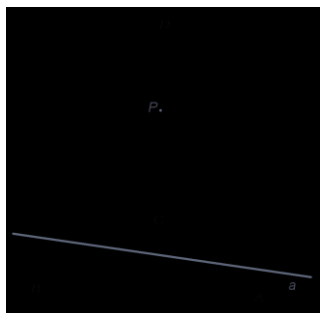


Рис. 2.10. Ілюстрація до завдання

Задача 2. Змінюючи положення тетраедра, визначте, у якій грані лежать пряма a та точка P . Побудуйте переріз тетраедра площиною, що проходить через точку P та ребро AD (рис. 2.11).

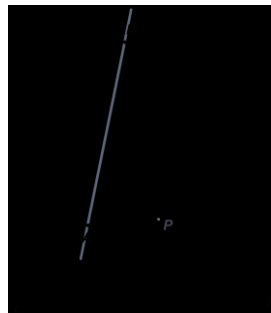


Рис. 2.11. Ілюстрація до завдання

Задача 3. Задано куб. Побудуйте переріз куба, що проходить через точку A паралельно площині PQR , якщо точки P, Q, R обрано на ребрах, що виходять з однієї вершини, а точка A – на одному з ребер.

Під час бесіди учні, обертаючи зображення, змінюючи нахил та масштаб зображення, визначають найкращий ракурс розташування тетраедра для з'ясування розміщення точок та прямих та зображення результату в зошит. Доцільно пропонувати учням виконувати ці зображення в безклітинному зошиті.

Також доцільно учнів класів з гуманітарним профілем навчання залучати до складання завдань з використанням динамічних креслень. Наприклад, учнями 10 класу з поглибленим вивченням англійської мови приватної гімназії «Просперітас» під час вивчення теми «Паралельне проектування» було запропоноване таке завдання.

Задача. Дано куб $ABDCTMKE$ та його паралельну проекцію на площину. Визначте: 1) якою фігурою є проекція квадрата $ABDC$; 2) якою фігурою є проекція прямого кута BMT ; 3) як розташовуються прямі BD і CE , якщо їх проекції перетинаються (рис. 2.12).

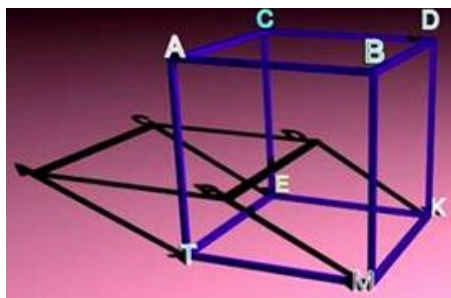


Рис. 2.12. Ілюстрація до завдання

Розв'язуючи дане завдання за статичним зображенням, учні пропонують різні варіанти відповідей: «Проекцією квадрата $ABDC$ є квадрат $ATEC$ » або «Проекцією квадрата $ABDC$ є квадрат $TMKE$ » тощо. Розмаїття відповідей вимагало залучення не лише «не традиційних» пояснень вчителя, а й інших прийомів навчання: ми скористалися інтерактивністю ППЗ «Жива геометрія», у якому побудоване креслення мало поворотний механізм. Змінюючи ракурс, положення опорних точок, ми домоглися того, що всі гіпотези щодо відповідей, висунутих учнями, були підтверджені або спростовані. При цьому ми досягли двох цілей: підвели учнів до розуміння та інтерпретації властивостей паралельного проектування, а також показали механізм для прийняття або відхилення можливих відповідей. Під час співпраці вчителя та учнів відбувалося формування не тільки критичного мислення, а й рефлексії навчальної діяльності.

Отже, у процесі формування навичок і вмінь та узагальнення та систематизації знань, навичок і вмінь у класах з гуманітарним профілем навчання доцільно використовувати, окрім традиційних уроків розв'язування задач, також уроки–психологічні тренінги, інтегровані уроки, уроки–лабораторно-практичні роботи та уроки-конференції. Прийоми навчання учнів цих класів розв'язувати задачі будуть визначатися вимогами до завдань з алгебри та початків аналізу та з геометрії: варіативність умови, доступність формулювання завдання, використання нестандартного формулювання, зв'язків математики з майбутньою професійною діяльністю та показ ролі математики в повсякденному житті. Важливо також застосовувати такі

засоби навчання математики, як ППЗ GRAN-1, GRAN-2D, GRAN-3D, DG та каркасних 3-D моделей. Як показали дослідження, саме такі засоби, прийоми та форми навчання учнів класів з гуманітарним профілем навчання враховують специфіку цих учнів та сприяють оволодінню цими учнями навичками застосувань прийомів математичної діяльності до розв'язування практичних задач.

2.2.2. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання під час розв'язування прикладних задач. Теорія та практика навчання математики беззаперечно підтверджує, що прикладна спрямованість шкільного курсу математики сприяє формуванню в учнів стійких мотивів до навчання, посилює інтерес до вивчення математики, підвищує рівень пізнавальної активності та самостійності учнів, а відповідно забезпечує активізацію пізнавальної діяльності учнів у процесі навчання математики.

Як зазначено в Навчальній програмі [179], реалізація прикладної спрямованості в процесі навчання математики означає:

1) створення запасу математичних моделей, які описують реальні явища й процеси, мають загальнокультурну значущість, а також вивчаються в суміжних предметах;

2) формування в учнів знань та вмінь, які необхідні для дослідження цих математичних моделей;

3) навчання учнів побудові й дослідженню найпростіших математичних моделей реальних явищ і процесів.

Одним із найважливіших засобів забезпечення прикладної спрямованості навчання математики є встановлення природних міжпредметних зв'язків між математикою та іншими предметами, у першу чергу, природничими. Особливої уваги заслуговує встановлення тісних, взаємовигідних зв'язків між математикою та інформатикою – двома освітніми галузями, які є визначальними в підготовці особистості до життя в постіндустріальному інформаційному суспільстві. Також програма

передбачає побудову курсу математики на застосуванні методу математичного моделювання. Тому цілком природно, що програма містить вступ до курсу, який присвячено цьому методу [179].

У дослідженні [303] подано таке визначення прикладної спрямованості шкільного курсу математики.

Прикладна спрямованість шкільного курсу математики – це орієнтація цілей, змісту та засобів навчання математики у напрямку набуття учнями в процесі математичного моделювання знань, умінь та навичок, які використовуватимуться ними в різних сферах життя.

Проектуючи це визначення на діяльність учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі вивчення математики, будемо мати на увазі, перш за все, ті математичні знання, навички та вміння, які використовуватимуться майбутніми психологами, юристами, філологами, перекладачами іноземних мов, соціологами, істориками, спортсменами тощо.

Під *прикладною задачею* розуміємо задачу, що виникає за межами математики, але розв'язування якої потребує застосування математичного апарату [303].

У дослідженні В.О. Швеця та А.В. Прус [233] усі прикладні задачі об'єднано в три групи. *Прикладні задачі практичного характеру* – це задачі, розв'язування яких передбачає використання реального предмета, проведення геометричного експерименту, відповідних вимірювальних робіт тощо. *Прикладні задачі теоретичного характеру* – це задачі, розв'язування яких не пов'язане з роботою з реальними об'єктами чи їх моделями. *Якісні прикладні задачі* – це задачі з вимогою пояснити, дослідити або обґрунтувати певний факт, при цьому виконання обчислень чи побудов є необов'язковим.

У дослідженнях [233; 303] указано загальні методичні рекомендації для навчання учнів розв'язувати прикладні задачі. Спираючись на ці рекомендації та проведене дослідження, зазначимо, що *головною особливістю цієї діяльності учнів групи 1а, 2а, 1б, 2б класів з гуманітарним профілем навчання є розв'язування ними прикладних задач саме*

теоретичного характеру й організація цієї діяльності у вигляді довгострокового домашнього завдання, а для учнів групи 3а, 3б, 1с, 2с, 3с – прикладних задач практичного характеру та якісних прикладних задач у вигляді портфоліо цих учнів.

Розглянемо більш детально кожен з цих прийомів навчання учнів розв'язувати прикладні задачі.

Довгострокове домашнє завдання – це один із видів самостійної роботи учнів, який включає розв'язування прикладних задач теоретичного характеру, може включати самостійне вивчення нового матеріалу й вимагає від учнів творчих підходів до застосування теоретичних знань.

Метою таких завдань є показ учням класів з гуманітарним профілем навчання ролі математичних знань, навичок та вмінь у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, надання цим учням можливостей проявити власні інтереси та опрацювати навчальний матеріал на тому рівні, що відповідає навчальним можливостям учня.

Уже на перших уроках математики доцільно запропонувати учням класів з гуманітарним профілем навчання пам'ятку «Як виконувати домашнє завдання з математики», що містить такі рекомендації:

- 1) прочитайте уважно умову завдання;
- 2) запишіть коротку умову, якщо треба, виконайте рисунок;
- 3) прочитайте вимогу завдання;
- 4) складіть план дій для відшукування розв'язку;
- 5) запишіть розв'язання, якщо необхідно, то у вигляді окремих дій з поясненнями;
- 6) пишіть чітко, крупно (на всю клітинку), кожна цифру у своїй клітинці, рисунок виконуйте олівцем щонайменше на 1/3 сторінки;
- 7) перевірте розв'язання завдання, поміркуйте про інші способи розв'язання;
- 8) запишіть повну відповідь;
- 9) якщо були труднощі, зверніться до вчителя за допомогою.

Для довгострокового домашнього завдання з розв'язування прикладних задач доцільно до цієї пам'ятки учням запропонувати такі рекомендації:

- 1) перекажіть умову задачі;
- 2) уявіть собі ситуацію задачі в реальному житті;
- 3) поміркуйте, що необхідно дізнатися, які додаткові дані потрібно отримати, щоб відповісти на запитання задачі;
- 4) розв'яжуйте задачу творчо, застосовуйте набуті теоретичні знання, будьте уважними та спостережливими.

Як було зазначено вище, довгострокове домашнє завдання з розв'язування прикладних завдань доцільно пропонувати учням класів з гуманітарним профілем навчання на етапі мотивації вивчення теми, що сприятиме створенню ситуації «імпресінга», швидкому, несподіваному введенню учнів у матеріал теми. Учитель може запропонувати одну задачу до теми, систему задач чи перелік задач, з якого учень може самостійно обрати певну кількість як фіксовану, так і довільну. Такі задачі можуть бути індивідуальними для кожного учня, можуть бути розраховані на групу учнів з однаковим рівнем навчальних можливостей чи загальним завданням для всього класу.

Важливо, щоб до кожної задачі чи системи задач певного спрямування вчитель підготував та надав учням такі матеріали:

- перелік математичних теоретичних фактів з теми, необхідних для розв'язування задачі;
- систему евристичних запитань до задачі, відповіді на які забезпечували б пошук плану розв'язання задачі;
- план розв'язання задачі;
- додаткові завдання чи запитання;
- посилання на джерела додаткових даних з галузі знань, до якої належить задача;
- довідкові матеріали.

Протягом вивчення теми вчитель має контролювати перебіг виконання довгострокового домашнього завдання, аби уникнути перевантаження учнів та виконання цього завдання безпосередньо перед закінченням терміну здачі роботи. Як показали результати дослідження, ефективним видом такого контролю є проведення консультацій, зокрема онлайн-консультацій з використанням соціальних мереж «Facebook» та «Вконтакте». При цьому учні мали, наприклад, щосереді усно ставити чи письмово надсилати вчителю або запитання за певними кроками розв'язання, або запитання за математичними теоретичними фактами з теми, необхідними для розв'язування задачі, або знайдені ними додаткові дані з галузі знань, до якої належить задача, або відповіді до системи евристичних запитань до задачі тощо.

Обов'язковою вимогою є встановлення чітких термінів здачі робіт вчителю. Як свідчить проведене дослідження, найкраще перевіряти розв'язання цих прикладних задач на етапі узагальнення та систематизації знань, навичок та вмінь учнів з теми. При цьому учні мають виконати завдання в окремих зошитах для довгострокового домашнього завдання. Про критерії оцінювання цього завдання та форми його перевірки вчителем математики мова піде далі.

Важливо також при розв'язуванні прикладних задач використовувати такі засоби навчання математики, як ІТ. Так, у процесі вивчення теми «Застосування похідної» учням 11 класу була запропонована така домашня задача: «При вивченні екологічного стану річок вчені встановили залежність $y = 0,958 + 0,13x - 0,225x^2$ швидкості течії річки y (в м/с) на різних її глибинах $x \in [0; n]$, де n – найбільша глибина русла (в м), яка виражається функцією; побудуйте графік такої залежності та визначте, на якій глибині річки швидкість течії буде найбільша» [265, с. 27].

По суті, завдання не можна вважати складним, але квадратична функція була представлена раціональними коефіцієнтами з трьома цифрами після коми, що було дуже незвичним і незручним, – саме це, як стверджували

старшокласники, заважало в розв'язуванні завдання. Лише 68 % учасників експерименту взялися виконувати завдання. Бажання одержати високий бал створило сприятливі умови для пошуків результату, а ми не заперечували проти залучення учнями інформаційних засобів до процесу розв'язування задачі. Учні скористалися програмою *Gran1* (80 %) і табличним процесором *MS Excel* (20 %). Разом з цим якщо учні, які залучили комп'ютерні інструменти, легко побудували графік, то самостійно дати відповідь на запитання задачі змогли не всі. Одні не розуміли суті запитання математичною мовою, інші розуміли вимогу задачі, але не змогли точно визначити відповідь через недосконале володіння можливостями пакетів або прийомами роботи в них. Лише після консультації з учителем завдання було розв'язане. Таке завдання показало частині учнів, що розв'язування математичних задач сьогодні спрощується із залученням комп'ютерних засобів, але для одержання правильної відповіді їх використання має бути свідомим, а інтерпретація результату все ж таки не можлива без розуміння фундаментальних математичних понять.

Наведемо приклади прикладних задач теоретичного характеру до теми «Числові функції», які пропонувалися учням залежно від напрямку їх майбутніх професійних інтересів. Учні мали розв'язати всі задачі певного спрямування.

Прикладні задачі до теми «Числові функції»

Соціологія

1. Як свідчить статистика, середнє число членів однієї сільської родини постійно зменшується, до того ж зменшення наближено описується лінійною функцією. У 1900 році число членів однієї селянської родини було в середньому 4,76, а в 1980 році цей показник дорівнював 2,75. Запишіть формулу для обчислення середнього числа P членів сім'ї у році з номером x . Яка була середня чисельність сім'ї у 2000 році? Починаючи з якого року цей показник в середньому буде менше двох за умови, що не зміниться демографічна ситуація [265, с. 25]?

2. Населення міста складає 100 тисяч чоловік. Щорічний приріст населення становить 2 %. Дослідіть, як буде змінюватися чисельність населення протягом 50 років за умови, що значення приросту буде сталим [265, с.30].

3. Населення деякої країни щорічно збільшується на 2 %. У скільки разів воно збільшиться за півроку? За 50 років [265, с. 30]?

4. У 1980 році на Землі проживало приблизно 4,4 мільярда чоловік. У кінці 70-х років приріст населення складав 1,7 % на рік. Якою буде чисельність населення нашої планети при збереженні того ж темпу росту у 2020 році? У 2200 році [265, с. 30]?

5. Населення деякої країни зростає експоненціально, причому за рік приріст становить 8 %. За скільки років кількість населення становитиме 20 млн., якщо сьогодні воно становить 8,5 млн. [265, с. 40]?

Економіка

1. Залежність добового надою молока y (в літрах) від віку корови x (у роках) виражається функцією $y = -9,53 + 6,68x - 0,49x^2$, де $x \in (2; 15)$. Визначте вік корови, за якого надій буде найбільшим [265, с. 26].

2. Залежність обсягу продукції, що виробляється (наприклад, кількість готової до відправлення продукції в штуках), від величини ресурсу, що витрачається (наприклад, робочого часу) t , описується виробничою функцією $f(t) = 4\sqrt{t}$. Побудувати графік цієї виробничої функції та за графіком установити: 1) обсяг виробленої продукції при $t = 6$ год., при $t = 8$ год., при $t = 12$ год.; 2) приріст обсягу продукції при збільшенні робочого часу від 6 до 8 год.; від 12 до 14 год.; від 18 до 20 год. Перевірте, чи виконується для даної виробничої функції економічний закон спадної ефективності.

3. Для визначення живої маси свиней y (у кг) використовують формулу $y = 1,54a + 0,99b - 150$, де a – обхват грудей за лопатками (у см), b – довжина тулуба тварини (у см). Побудувати графіки залежностей живої маси свині від обхвату грудей за лопатками та від довжини тулуба тварини, вважаючи

кожен з параметрів сталим. Яка з залежностей швидше зростає? Який з параметрів більше впливає на вагу тварини?

4. Залежність урожаю зернових y (у тонах) від кількості внесених азотних N (у кг) добрив виражається формулою $y = 22,91 + 2,09N - 0,42N^2$. Побудувати графік залежностей врожаю зернових від внесених азотних добрив та визначити кількість добрив, за якої урожай буде найбільшим.

Екологія

1. При вивченні екологічного стану річок вчені встановили залежність $y = 0,958 + 0,13x - 0,225x^2$ швидкості течії річки y (в м/с) на різних її глибинах $x \in [0; n]$, де n – найбільша глибина русла (в м), яка виражається функцією; побудуйте графік такої залежності та визначте, на якій глибині річки швидкість течії буде найбільша, та найбільшу швидкість течії річки [265, с. 27].

2. У пробірку потрапив один мікроб, який відразу став розмножуватися шляхом ділення навпіл через кожну годину. Скільки мікробів буде в пробірці через добу? Через який час у пробірці буде мільйон мікробів [265, с. 30]?

3. Ступінь забруднення доріг свинцем (у мг на m^2 за рік) обчислюється за формулою: $C = 0,012Ae^{-0,11k} + 0,37\sqrt[3]{A}$, де A – інтенсивність руху (число транспортних засобів) за добу і k – відстань від краю дороги в метрах. Знайдіть залежність між величинами C і k для доріг, якими проїжджає відповідно 1000 і 3000 транспортних засобів за добу. Границею безпеки вважається ступінь забрудненості 10 мг/м^2 свинцю на рік. На якій відстані від краю дороги починається безпечна зона в кожному з цих випадків? У скільки разів в кожному з даних випадків забрудненість полотна дороги перевищує допустиму норму [265, с. 28]?

4. З танкера, який потрапив в аварію, виливається в море нафта, утворюючи на поверхні моря круглу пляму, площа якої збільшується з постійною швидкістю $6 \text{ км}^2/\text{год}$. З якою швидкістю збільшується радіус нафтової плями в той момент, коли площа плями дорівнює 9 км^2 [265, с. 50]?

Фізична культура та спорт

1. На рисунку (рис. 2.13) представлена зміна тиску крові вздовж судинного русла. Як залежить тиск крові від товщини ділянки судинної системи? На якій ділянці тиск найбільший, а на якій найменший [265, с. 52]?

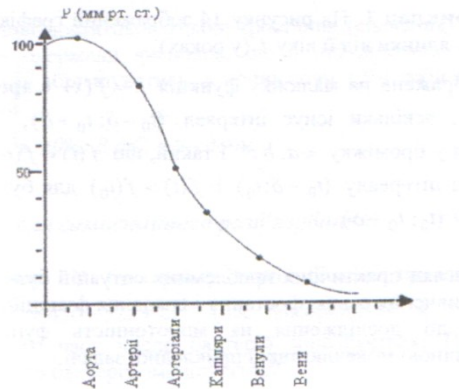


Рис. 2.13 Ілюстрація до задачі

2. Епідемія поширюється за законом $p(t) = 0,005(15t^2 - t^3)$, де $t \in [0; 15]$, $p(t)$ – відсоток тих, що захворіли протягом t діб, від загального числа мешканців. Протягом скількох діб відсоток тих, що захворіли, буде зростати, а протягом скількох діб буде спадати? Протягом скількох діб швидкість зміни відсотку тих, що захворіли, буде збільшуватися, а протягом скількох діб буде зменшуватися [265, с. 55]?

3. Аеробні властивості людини залежать від об'єму серця. Об'єм серця (y см³) людини середнього зросту визначається за формулою $V = 20 \frac{m}{174}$, де m – маса тіла (y г). Побудувати графік цієї залежності. Визначити вид функціональної залежності. Яку масу буде мати людина середнього зросту з об'ємом серця 389 см³?

Психологія

1. У країні Меланхолії виникла епідемія депресії, яка розповсюджується так, що відсоток p тих, що захворіли, залежить від часу t (в добах) наступним чином $p = 0,05(12t^2 - t^3)$, де $0 \leq t \leq 12$.

- 1) Скільки відсотків мешканців захворіє до кінця другої доби?
- 2) Скільки діб відсоток тих, що захворіли, буде збільшуватися?

3) Починаючи з якої доби епідемія почне спадати [265, с. 54]?

2. Рівень тривожності людини, що приймає заспокійливий препарат, описується формулою: $y = \frac{0,25}{0,3x-0,01} - 2,14$, де x – кількість препарату у мг. За якої кількості препарату може настати летальний результат?

3. Психологи помітили, що існує залежність рівня настрою людини від кількості сонячних днів на рік у місцевості, де вона проживає. Проведені дослідження привели до формули $y = 1,33 + 0,79 \bar{n}$, де n – кількість таких днів, $n \in [0; 365]$. На скільки відсотків змінився настрій людини, що переїхала з України до ОАЕ?

До кожної задачі доцільно запропонувати картку з додатковими даними, підказками та запитаннями. Наприклад, до задачі «Залежність обсягу продукції, що виробляється (наприклад, кількість готової до відправлення продукції у штуках), від величини ресурсу, що витрачається (наприклад, робочого часу) t , описується виробничою функцією $f t = 4 \bar{t}$. Побудувати графік цієї виробничої функції та за графіком встановити: 1) обсяг виробленої продукції при $t = 6$ год., при $t = 8$ год., при $t = 12$ год.; 2) приріст обсягу продукції при збільшенні робочого часу від 6 до 8 год.; від 12 до 14 год.; від 18 до 20 год. Перевірити, чи виконується для даної виробничої функції економічний закон спадної ефективності» пропонувалася така картка.

Картка до задачі

Теоретичний матеріал теми, який необхідно знати для розв'язування задачі:

- побудова графіка функції $y = \bar{x}$;
- геометричні перетворення графіків функцій;
- знаходження значення функції залежно від значення аргументу.

План розв'язання задачі:

- складіть таблицю значень функції $f t = \bar{t}$;

- побудуйте графік функції $f(t) = \bar{t}$;
- використовуючи геометричні перетворення графіків функцій, побудуйте графік функції $f(t) = 4\bar{t}$;
- знайдіть ординату точки графіка цієї функції, що має абсцису $t = 6$, $t = 8$, $t = 12$, $t = 14$, $t = 18$, $t = 20$;
- для знаходження приросту функції від ординати точки графіка з абсцисою $t = 8$ відніміть ординату точки графіка з абсцисою $t = 6$;
- аналогічно для $t = 12$ і $t = 14$, $t = 18$ і $t = 20$;
- порівняйте отримані дані з вимогою закону спадної ефективності.

Довідковий матеріал:

- виробнича функція однієї змінної в економіці;
- економічний закон спадної ефективності.

Додаткове завдання. Складіть завдання-двійник (абстрактну математичну задачу, розв'язування якої подібне до розв'язування прикладної задачі [303, с. 37]) з алгебри та початків аналізу з даної теми.

Як показали проведені дослідження, така інструкція до виконання завдання дозволила учням швидше зорієнтуватися в етапах розв'язування задачі, абстрагуватися від властивостей, несуттєвих для побудови математичної моделі, та сформулювати умову та вимогу задачі мовою математики. Тоді учню легше вказувати відмінності між об'єктом та його моделлю, перевіряти знайдений розв'язок на відповідність вимозі задачі, інтерпретувати його мовою задачі.

Аналогічні прийоми навчання будуть ефективними при навчанні учнів розв'язувати задачі тем: «Тригонометричні функції», «Логарифмічна та показникова функції», «Похідна та її застосування», «Інтеграл та його застосування», «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики», «Паралельність прямих і площин у просторі», «Перпендикулярність прямих і площин у просторі», «Координати і вектори у просторі», «Геометричні тіла. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл».

Портфоліо учня з теми – це один з видів самостійної роботи учнів, який включає розв’язування прикладних задач практичного характеру та якісних прикладних задач у вигляді збору інформаційних матеріалів із зовнішніх джерел з їх аналізом, кількісною та якісною оцінкою.

Такий вид діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання їх розв’язувати задачі, як зазначено в дослідженні [352], спирається перш за все на положення компетентнісного підходу в навчанні математики [15; 110; 239; 240; 295; 296]. Спираючись на дослідження [64], ми вважаємо, що під *набуттям математичної компетентності учнів класів з гуманітарним профілем навчання* слід розуміти загальний інтелектуальний розвиток учнів через підвищення рівня їх активності та самостійності в процесі навчання математики, що ґрунтується на позитивному ставленні учнів до предмету, зацікавленості до всього, що відбувається на уроці математики, та реалізується завдяки удосконаленню форм, методів та прийомів навчального процесу. Тому одним із шляхів набуття математичної компетентності учнів класів з гуманітарним профілем навчання є створення ними портфоліо з роз’язаннями прикладних задач.

Виокремимо компоненти математичної компетентності учнів-гуманітаріїв, ґрунтуючись на дослідженні [64] (табл. 2.12).

Таблиця 2.12

Компоненти математичної компетентності учнів
класів гуманітарних профілів

Компонент	Сутність
1	2
Інтелектуальний	Передбачає формування в учнів способів інтелектуального саморозвитку, культури мислення, істотних якостей інтелекту
Ціннісно-мотиваційний	Передбачає формування в учнів пізнавального інтересу та активності

Продовження табл. 2.12

1	2
Інформаційно-комунікативний	Передбачає формування в учнів інформаційної потреби, опанування способів роботи з інформацією, зокрема, оволодіння учнями прийомами організації передачі інформації
Навчально-пізнавальний	Передбачає формування в учнів базових математичних знань, навичок і умінь, опанування способів організації учіння
Загальнокультурний	Передбачає формування в учнів уявлень про історію, розвиток і значення математики для пізнання дійсності та суспільного розвитку

Головною особливістю введення портфоліо з розв'язування прикладних задач учнями класів з гуманітарним профілем навчання є орієнтація не на оволодіння конкретними математичними знаннями, не на формування навичок та вмінь розв'язувати типові математичні завдання, а на розвиток здатності відшуковувати розв'язання задачі, оцінювати та інтерпретувати їх без глибоких та широких математичних знань, навичок та вмінь. Слід показати цим учням, що рівня їх знань, навичок та вмінь з математики їм достатньо, аби бути здатними осмислено застосовувати математику в повсякденному житті та майбутній професійній діяльності. При цьому важливим є зосередження саме на з'ясуванні математичної суті того чи іншого явища, факту, прояв інтуїції та логічного мислення, а не виконанні «вручну» обчислень чи застосування конкретних формул та теорем. Відповідно запропоновані в портфоліо завдання мають спиратися на ті можливості та інтереси учня, які він здатен проявити при його виконанні. У такому разі в процесі створення портфоліо буде зафіксовано саме успіхи учня, не наголошуватиметься на нижчому рівні можливостей цих учнів у вивченні математики, що сприятиме подоланню психологічних бар'єрів

щодо вивчення математики, створенню позитивної мотивації до її вивчення та активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики [59; 230].

Тому метою створення учнями портфоліо є забезпечення умов для індивідуалізації, диференціації навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання та можливостей показу цим учням ролі математики в їх майбутній професійній чи повсякденній діяльності.

Завданнями створення учнями класів з гуманітарним профілем навчання портфоліо є:

- забезпечення мотивації учнів цих класів до вивчення математики;
- підвищення рівня їх активності та самостійності в процесі навчання математики;
- урахування індивідуальних особливостей та спрямованості інтересів та здібностей цих учнів;
- формування вмінь самостійно навчатися, а саме: ставити мету та завдання, планувати та організовувати власну освітню діяльність та оформляти її результати.

Як показали проведені дослідження, система роботи зі створення портфоліо з розв'язування прикладних задач має передбачати такі етапи:

- 1) підготовчий;
- 2) аналітичний;
- 3) процесуальний;
- 4) узагальнюючий;
- 5) контролюючий.

На підготовчому етапі учні отримують прикладні задачі практичного чи якісного характеру, а вчитель математики роз'яснює мету виконання цього завдання. Цей етап має також відповідати етапу мотивації вивчення теми. Учитель має запропонувати одну задачу до теми. Такі задачі можуть бути індивідуальними для кожного учня, можуть бути запропоновані для парної чи групової роботи учнів з різним рівнем навчальних можливостей.

Учні мають провести самоаналіз мети та завдань створення портфолію, які складові математичної компетентності необхідні для його виконання.

У результаті виконання даного етапу має з'явитися перший розділ портфолію «Постановка та обґрунтування мети вивчення теми», яку ми пропонували учням виконати у вигляді таблиці (табл. 2.13).

Таблиця 2.13

Постановка та обґрунтування мети виконання завдання

Діяльність	Виконання
Визначити мету створення портфолію	
Визначити завдання створення портфолію	
Скласти план створення портфолію	
Визначити, які знання, навички та вміння необхідні для створення портфолію	

Аналітичний етап передбачає аналіз умови та вимоги задачі учнями, з'ясування необхідних додаткових та довідкових даних, витрат часу для їх пошуку, можливостей виконання завдання, а також складання плану розв'язання завдання. Учитель математики допомагає та проводить консультації, як показало проведене дослідження, переважно онлайн за допомогою соціальних мереж. Такі консультації також допомагатимуть учителю математики контролювати хід створення портфолію. При виконанні даного етапу учні створюють другий розділ портфолію «Щоденник дослідження», який передбачає такі частини: використане обладнання; необхідні та використані ресурси; додаткові зібрані дані; довідкові дані; теоретичний матеріал теми; план розв'язання задачі та інші.

Процесуальний етап передбачає безпосередню реалізацію плану розв'язання задачі, а узагальнюючий етап – оформлення результатів виконання портфолію. Учитель математики координує цей процес. На цьому етапі учні в третьому розділі «Розв'язання задачі» в довільній формі

оформляють розв'язання: виконують необхідні рисунки, описують розрахунки, наводять теоретичні обґрунтування тощо.

Контролюючий етап доцільно проводити на етапі узагальнення та систематизації знань, навичок та вмінь учнів з теми. Тут учні аналізують, чи були виконані поставлені в першому розділі завдання, які компетентності вони набули в процесі розв'язання даної задачі, виконують самооцінку результатів, роблять висновки, чи досягнута мета завдання, готують звіт про створення портфоліо (виступ з доповіддю, презентація, папка з розділами створення портфоліо), учитель математики проводить оцінювання портфоліо. Також у портфоліо створюється четвертий розділ «Результати виконання завдання», який ми рекомендуємо виконувати у вигляді таблиці (табл. 2.14).

Таблиця 2.14

Результати виконання завдання

Діяльність	Зміст діяльності	Відмітка про виконання
Поставлені завдання		
Набуті математичні компетентності		
Самооцінка		
Висновки		
Оцінка вчителя		

Про форми звіту та критерії оцінювання виконання портфоліо мова піде далі.

Прикладні задачі практичного чи якісного характеру, які пропонуються учням для портфоліо, мають ураховувати:

- спрямованість майбутніх професійних інтересів учнів класів з гуманітарним профілем навчання (переважно для завдань з алгебри та початків аналізу);
- можливості застосування матеріалу, який вивчається, у повсякденному житті (переважно для завдань зі стереометрії);
- зміст матеріалу теми, що вивчається.

Наведемо прикладні задачі, які були запропоновані нами учням класів з гуманітарним профілем навчання в процесі вивчення теми «Числові функції» для створення портфоліо.

1) Визначте середній зріст та середню вагу різних порід собак, що найбільш розповсюджені в Україні. Складіть за отриманими даними таблицю та нанесіть дані на систему координат. Проаналізуйте, чи існує залежність ваги тіла собаки від її зросту. Побудуйте графік такої залежності та визначте цю залежність [265, с. 21].

2) Безпечні стратегії ставок на спорт у букмекерських конторах описуються математичними формулами. Визначити, якою функцією буде задаватися розмір ставки в стратегії «Фіксований прибуток», якщо коефіцієнт на гру дорівнює 2,0. Проаналізувати дані стратегії ставок на найближчий футбольний матч.

3) Визначте, хто є сильнішим у змаганні з жиму від грудей штанги вагою 100 кг, якщо Петро з вагою тіла 80 кг виконав жим 10 раз, а Іван з вагою тіла 92 кг виконав жим 11 раз. Побудуйте графік залежності відносної сили спортсмена від маси його тіла, вважаючи сталою максимальну вагу, що може підняти спортсмен. За допомогою графіка поясніть, чому мураха «сильніша» за слона. Проведіть спортивні змагання «Найміцніше рукостискання» серед хлопців вашого класу за допомогою кистьового еспандера з фіксованою жорсткістю (y кг) та визначте переможця. Поясніть, чому обов'язково використовувати кистьовий динамометр перед змаганням.

4) Визначте вагу y (y кг) та зріст x (y см) ваших однокласників. Складіть за отриманими даними таблицю та нанесіть дані на систему координат. Проаналізуйте, чи виконуються лінійна залежність ваги людини від зросту $y = x - 110$.

5) З'ясуйте, скільки людей проживає у нашому місті зараз та скільки проживало в минулому році. Скільки відсотків складає приріст населення? Скільки людей буде проживати в нашому місті через 50 років при збереженні такої ж величини приросту?

Аналогічно для створення портфоліо з різних тем з алгебри та початків аналізу та стереометрії учням класів з гуманітарним профілем навчання пропонувалися прикладні задачі практичного та якісного характеру, зокрема:

- задача на створення таблиць тригонометричних функцій за зразком робіт стародавніх математиків при вивченні теми *«Тригонометричні функції»*;
- задача на перевірку психологічного закону, що інтенсивність відчуття пропорційна десятковому логарифму інтенсивності стимулу (гучності звуку, яскравості світла тощо), задача на побудову логарифмічних спіралей, за якими розвиваються мушлі равликів, насіння соняшника, кольорова капуста тощо, задача на розрахування частот звуків музичного звукоряду (для класичного поділу октави на частини необхідно розглянути раціональне наближення $\log_2 \frac{3}{2} \approx 0,585$), задача про число кіл гри за олімпійською системою (дорівнює двійковому логарифму від числа учасників змагань) при вивченні теми *«Логарифмічна та показникова функції»*;
- задача про побудову до стіни школи нового спортзалу найбільшої площі за обмеженої кількості цегли при вивченні теми *«Похідна та її застосування»*;
- задачі на опрацювання статистичних даних опитування класу чи мешканців району, статистичних даних про кількість та склад населення рідного міста чи села, задача на розрахунок жіночої привабливості за формулою Ландау, задача на визначення математичного очікування однієї ставки на спортивну подію за теорією *«Value betting»* при вивченні теми *«Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики»*;
- задачі на переклад статті математичного змісту з англійської мови зі складанням словника перекладів, визначенням мовних закономірностей у тексті при вивченні тем *«Інтеграл та його застосування»*,

«Паралельність прямих і площин у просторі», «Перпендикулярність прямих і площин у просторі»;

- задачі на конструювання одягу за допомогою тригонометричної, координатної систем крою, геометричного, інженерного методів та методу тріангуляції, методів січних площин та геодезичних ліній при вивченні теми *«Координати і вектори у просторі»;*
- задачі на виготовлення геометричних тіл та їх комбінацій за допомогою орігамі [303], задачі на визначення геометричних характеристик панорами огляду з найвищої точки у рідному місті чи селі при вивченні теми *«Геометричні тіла. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл».*

У додатку Н наведено приклад портфоліо, створеного учнями 10 класу з поглибленим вивченням англійської мови приватної гімназії «Просперітас» (м. Суми), за темою *«Числові функції».*

Отже, для забезпечення прикладної спрямованості шкільного курсу математики в класах з гуманітарним профілем навчання пропонуємо організувати розв'язування учнями цих класів прикладних задач теоретичного характеру у вигляді довгострокового домашнього завдання, прикладних задач практичного характеру та якісних прикладних задач у вигляді портфоліо цих учнів.

Розглянемо надалі особливості контрольно-оцінювальної діяльності вчителя математики в класах з гуманітарним профілем навчання.

2.3. Контроль і оцінювання навчальних досягнень учнів-гуманітаріїв з математики

Важливим аспектом процесу навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання є *контроль та оцінювання* їх навчальних досягнень. Контроль навчальних досягнень учнів дозволяє вчителю математики систематично отримувати об'єктивні дані про перебіг навчальної

діяльності учнів, дізнаватися про наявність прогалин у знаннях учнів, виявляти неточне розуміння навчального матеріалу чи рівень усвідомленості і міцності його засвоєння, перевіряти навички та уміння застосовувати знання, привчати учнів до самоконтролю, до наполегливості та відповідальності в навчальній діяльності, а також визначати продуктивність використання певного методу чи прийому навчання та здійснювати корекцію навчального процесу.

Контроль навчальних досягнень учнів складається з перевірки результатів навчання учнів (обсяг знань, навичок і вмінь), оцінки результатів навчання та процесу їх досягнення, обліку результатів навчання.

Контроль у навчанні математики може виконувати такі функції: навчальну, контролюючу, стимулювальну, виховну, розвивальну, діагностичну, прогностичну та орієнтувальну [50; 262]. Тому контроль та оцінювання учнів мають проводитися на різних етапах вивчення учнями навчального матеріалу: на етапі сприйняття та усвідомлення нового матеріалу, на етапі застосування здобутих знань та формування вмінь і навичок, на етапі визначення рівня сформованості знань, вмінь і навичок учнів.

У навчальній програмі з математики (рівень стандарту) [179] наведено рекомендації до контрольно-оцінювальної діяльності вчителя математики, що працює у класах з гуманітарним профілем навчання. Вивчення кожної теми слід починати з виконання діагностичної роботи, що дає змогу встановити рівень опанування матеріалом попередніх тем. За результатами діагностичної роботи виявляються прогалини у підготовці учнів та рівень їх актуальних досягнень. У програмі рекомендовано також приділяти посилену увагу тематичному контролю навчальних досягнень учнів як засобу керування навчальним процесом. До кожної теми система контролю може складатися з тематичної контрольної роботи сюжетного характеру, контрольної роботи теоретичного характеру та виконання тестів. Поточне оцінювання учнів з математики слід проводити безпосередньо під час

навчальних занять або за результатами виконання домашніх завдань, усних відповідей, письмових робіт, індивідуальних завдань, які передбачають ознайомлення учнів з розвитком математики в історичному аспекті, чи змістових завдань, що ілюструють застосування математики в інших галузях чи повсякденному житті.

Як зазначено в програмі [179], до навчальних досягнень учнів з математики, які безпосередньо підлягають оцінюванню, належать теоретичні знання, що стосуються математичних понять та тверджень, знання, що стосуються способів діяльності, та здатність застосовувати набуті знання до розв'язування навчальних і практичних задач.

Відповідно до ступеня оволодіння зазначеними знаннями і способами діяльності виокремлюються чотири рівні навчальних досягнень учнів з математики: початковий рівень (учень називає математичні об'єкти та за допомогою вчителя виконує елементарні завдання), середній рівень (учень здатен розв'язувати завдання за зразком), достатній рівень (учень самостійно виконує математичні операції за відомим алгоритмом у змінених умовах), високий рівень (діяльність учня має дослідницький характер).

У програмі [179] рекомендовано оцінювання якості математичної підготовки учнів здійснювати у двох аспектах: *визначати рівень оволодіння теоретичними знаннями у процесі усного опитування, а якість практичних умінь і навичок – під час розв'язування задач і вправ.*

Спираючись на рекомендації, наведені в Навчальній програмі [179] та проведене дослідження, вважаємо, що в класах з гуманітарним профілем навчання контроль та оцінювання навчальних досягнень учнів має бути, перш за все, потужним мотиваційним фактором навчання, а також має сприяти створенню ситуації «успіху» та подоланню психологічних бар'єрів цих учнів у вивченні математики. Тому при оцінюванні якості математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання необхідно розглядати і *третій аспект: рівень пізнавального інтересу, пізнавальної активності та пізнавальної самостійності.*

Тому пропонуємо таку схему контрольно-оцінювальної діяльності вчителя математики в класах з гуманітарним профілем навчання (рис. 2.14).



Рис. 2.14. Проведення контролю та оцінювання учнів класів з гуманітарним профілем навчання з математики

Як показують результати дослідження, на контрольно-оцінювальну діяльність вчителя математики значною мірою впливають психолого-педагогічні особливості учнів класів з гуманітарним профілем навчання. Для запобігання суб'єктивного оцінювання навчальних досягнень у процесі контрольно-оцінювальної діяльності вчитель математики має враховувати не лише вимоги до навчальних досягнень учнів, що вивчають математику на рівні стандарту, але й навчальні можливості та досягнення учнів-

гуманітаріїв, що ґрунтуються на їх особливостях, що проявляються в процесі навчання математики, здібностях та нахилах через самоконтроль та самооцінювання учнів. Серед загальновідомих вимог до процесу контролю та оцінювання учнів в процесі навчання математики виокремимо ті, що враховують психолого-педагогічні особливості учнів класів з гуманітарним профілем навчання:

- надавати учневі достатньо часу для підготовки та обмірковування відповіді;
- проводити опитування за невеликим обсягом матеріалу за мірою їх засвоєння;
- проводити оцінювання на основі формування в учнів упевненості у власних силах через систему словесних заохочень;
- знайомити заздалегідь учнів з вимогами до рівня їх навчальних досягнень з теми, зразками завдань для проведення контролю та критеріями оцінювання;
- ураховувати вимоги індивідуалізації та диференціації навчання математики.

Відповідно до запропонованої моделі активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики розглянемо види та форми контролю та оцінювання навчальних досягнень цих учнів на всіх етапах.

На всіх етапах моделі активізації пізнавальної діяльності учнів значну увагу слід приділяти організації самоконтролю учнів. Серед *форм* такої роботи для учнів-гуманітаріїв ми пропонуємо заповнення ними «Таблиць самооцінювання». Учні таким чином долучаються до планування вивчення теми, чітко окреслюють для себе ті теоретичні та практичні завдання, які їм необхідно опанувати, мають змогу самостійно контролювати хід та темп вивчення теми, що сприяє ствердженню цих учнів у власних силах щодо навчання математики.

Таблиця обов'язково має відображати перевірку знання теоретичного матеріалу, рівня сформованості навичок та вмінь учнів з теми та особливості підготовки учнів до проведення контролю та оцінювання, перевірку виконання домашнього завдання, ведення зошита, контроль та оцінювання довгострокового домашнього завдання, портфоліо учнів чи інших творчих завдань з теми.

Наприклад, у процесі експериментального навчання учням 11 класу з поглибленим вивченням англійської мови перед вивченням теми «Геометричні тіла» було запропоновано таблицю самооцінювання, яку вони мали заповнювати самостійно впродовж вивчення теми. Наведемо фрагмент цієї таблиці (табл. 2.15).

Таблиця 2.15

Зразок таблиці самооцінювання учнів

Тема: «Геометричні тіла»				Прізвище, ім'я						Ведення зошита	Д/з (max – 10 балів)		Оцінка за виконання творчого завдання (max – 12 балів)
Я обов'язково вивчу теоретичні питання				Самостійна робота № 1		Самостійна робота № 2		Контрольна робота			номер уроку	оцінка учителя	
питання	бали	моя відмітка	оцінка учителя	як я готувався	оцінка учителя	як я готувався	оцінка учителя	як я готувався	оцінка учителя				
Означення многогранника	0,5									1			
Означення призми	0,5									2			
Назвіть елементи призми	0,5									3			
Означення правильної призми	0,5									4			
.....													

Зауважимо, що теоретичні питання, які учні мають знати, слід озвучити на початку вивчення теми на етапі постановки мети та завдань вивчення теми. Доцільно наголосити для учнів, які саме властивості геометричних тіл розглядаємо з доведенням, які приймаємо без доведення, а для яких його слід знайти самостійно. У графі «Моя відмітка» учень має самостійно поставити відмітку, якщо дане означення чи властивість ним вивчена, і залишити її порожньою, якщо це питання викликає труднощі. У графі «Як я готувався» учень має зазначити, чи прочитано ним теоретичний матеріал (за підручником чи лекцією), чи використовувалася додаткова література в

процесі підготовки, чи є матеріал, який залишився незрозумілим, чи розв'язував учень зразок самостійної чи контрольної роботи. У графі «Оцінка за виконання творчого завдання» виставляється оцінка за довгострокове домашнє завдання та портфоліо учнів.

За ведення «Таблиці самооцінювання» учні можуть отримати максимально 2 бали, які можуть додати до оцінки за будь-яку форму контролю.

На всіх етапах моделі активізації пізнавальної діяльності учнів відбувається поточний контроль навчальних досягнень учнів. Виокремимо *форми* контролю, вимоги та критерії оцінювання, які доцільно використовувати в процесі здійснення поточного контролю якості знань учнів класів з гуманітарним профілем навчання.

На етапах дидактичної установки, мотивації та постановки мети і завдань, роботи з досягнення компетентності доцільно використовувати *усні форми поточного контролю*. Рекомендуємо усні відповіді учнів класів гуманітарних профілів на уроках математики не оцінювати повними балами взагалі, а ввести систему додаткових балів за роботу на уроці, які учні можуть використовувати потім, додаючи до балу за будь-яку форму письмого контролю, окрім контрольної роботи. Така організація контролю та оцінювання учнів сприяє подоланню їх психологічних бар'єрів, формує впевненість у власних силах та діях, знімає проблему «боязні одержати низькі бали», навіть якщо результат не відповідає бажаному, підвищує їх активність на уроці математики, дозволяє обережно оцінювати невдачі учнів, створювати комфортні умови для навчальної діяльності на уроках математики. Це стосується оцінювання доповідей учнів за історичними довідками, доповідей на запитання вчителя у ході бесіди під час дидактичної установки чи постановки мети та завдань вивчення теми, а також доповідей учнів біля дошки.

На етапі роботи з досягнення компетентності, як показали наші дослідження, для перевірки знання учнями груп 1а та 2а та груп 1б, 2б, 3а та

Зб теоретичного матеріалу доцільніше використовувати *письмові форми поточного контролю*.

Учням для підготовки до контролю та оцінювання слід заздалегідь надати систему запитань до матеріалу, який буде виноситися на перевірку. При цьому система запитань може бути диференційованою, якщо включає запитання й на відпорення вивченого в стандартній ситуації, й на застосування вивченого матеріалу в зміненій ситуації. Тому кількість балів за правильну відповідь на кожне запитання доцільно розподілити пропорційно до кількості завдань та рівня їх складності. Якщо у формулюванні означення чи властивості допущено неточності чи помилки, то відповідь не слід зараховувати, і учень отримує 0 балів за відповідь на запитання. Це стимулює учнів не просто заучувати означення математичних понять та формулювання математичних фактів, а намагатися зрозуміти їх, аналізувати в процесі запам'ятовування. Для учнів груп 1а та 2а ефективними є такі форми письмового поточного контролю, як *математичний диктант* з завданнями, що вимагають не лише запам'ятовування навчального матеріалу, а й вмінь обґрунтовувати свої відповіді, а для учнів груп 1б, 2б, 3а та 3б доцільною є *дидаткична гра «Броунівський рух» та «Інформаційний вакуум»*.

Для перевірки знання учнями груп 1с, 2с та 3с теоретичного матеріалу доцільніше використовувати таку *усну форму поточного контролю*, як *«тихе опитування»*. Наведемо змістове наповнення для таких форм контролю.

Математичний диктант за темою «Тіла обертання» (11 клас)

Частина I

1. Що називається циліндром?
2. Як можна утворити циліндр?
3. Що є перерізом циліндра площиною, яка проходить паралельно основам?
4. Що є осьовим перерізом циліндра?
5. Сформулюйте властивості циліндра.
6. Що називається конусом?

7. Як можна утворити конус?
8. Що є перерізом конуса площиною, яка проходить через його вершину?
9. Що називається кулею?
10. Як можна утворити кулю?

Частина II

1. Чим схожі циліндри і призми?
2. Чим схожі піраміди і конуси?
3. Чи можна конус вважати опуклою фігурою?
4. Що називається твірною циліндра? Чому вона має таку назву?
5. Що називається висотою циліндра? Скільки висот мають циліндр і конус?

Дидактична гра «Інформаційний вакуум» за темою «Елементи комбінаторики. Перестановки, розміщення, комбінації» (11 клас)

Учням пропонується заповнити пропуски у тексті.

На минулому занятті ми вивчали... . У процесі вивчення теми ми розв'язуємо комбінаторні задачі. У цих задачах необхідно вибирати... та розташовувати Комбінаторика – це Розв'язування комбінаторних задач ґрунтуються на правилах ... та Правило суми говорить, що За правилом добутку Обрані групи елементів називаються Сполука називається впорядкованою, якщо Будь-яка впорядкована множина з n елементів називається Кількість перестановок можна визначити за формулою Покажемо, що це дійсно так. Нехай є n елементів, які треба розставити по n місцях. Тоді Маємо: Розміщеннями з n елементів по k елементів називають Формула, що визначає кількість розміщень з n елементів по k елементів Будь-яка підмножина з k елементів, що вибрані з n -елементної множини, називається Формула, що визначає кількість комбінацій з n елементів по k елементів При розв'язуванні комбінаторних задач слід дати відповідь на два запитання: 1) ... ; 2) Якщо відповідь на перше запитання ... , то Якщо відповідь на перше запитання ... , то Якщо відповідь на друге запитання ... , то Якщо

відповідь на друге запитання ... , то У процесі виконання домашнього завдання я розв'язував такі завдання Я вважаю, що тема «Елементи комбінаторики» є

Дидактична гра «Броунівський рух» за темою «Поняття випадкової події. Частота події. Ймовірність події. Операції над подіями. Ймовірність суми та добутку подій» (11 клас)

Зауваження до ходу проведення гри. Учні отримують картки з написаними на них прикладами до теми. Слід визначити, який саме термін чи факт ілюструють вказані приклади, навести ці визначення чи факти (бажано з обґрунтуванням, якщо воно подавалося) та власний приклад. Картки можна пронумерувати згідно з порядком введення визначень та фактів, а можна ускладнити завдання й запропонувати учням самим визначити порядок їх відповідей.

1. Подія A – випадання герба при підкиданні монети.
2. Вчені різних країн помітили, що серед 1000 новонароджених приблизно 514 хлопчиків. Нехай подія A – народження хлопчика. Чим для цієї події є число 514?
3. Подія U – випадання менше 7 очок при підкиданні грального кубика.
4. Подія \emptyset – випадання більше 7 очок при підкиданні грального кубика.
5. При підкиданні монетки правильної форми рівноймовірними є події: A – випав герб, B – випало число.
6. Знайти ймовірність випадання більше чотирьох очок при підкиданні грального кубика.
7. Подія A – купили справний прилад, подія \bar{A} – купили бракований прилад.
8. З колоди витягли 1 карту. Нехай подія A – витягли бубнову карту, подія B – витягли чирвову карту. Подія $A + B$ – витягли бубнову або чирвову карту.

9. При підкиданні грального кубика розглянемо події: A – випала парна кількість очок, B – випало число очок, кратне 3, тоді подія $A \cdot B$ – випало число очок, яке одночасно і парне, і кратне 3, тобто випало 6 очок.
10. Якими є події « A – випала парна кількість очок при підкиданні кубика» та « B – випало 1 очко при підкиданні кубика»?
11. Два стрільці мають зробити по одному пострілу в одну мішень. Ймовірність влучити в мішень для першого стрільця складає 0,9, а для другого 0,8. Знайти ймовірність того, що в мішень влучать: 1) обидва стрільці; 2) принаймні один стрілець; 3) жоден стрілець; 4) перший влучить, а другий – ні; 5) перший не влучить, а другий – влучить.
12. У коробці лежить 10 куль, з них 4 білих. Навмання беруть 2 кулі одну за одною й першу кулю не повертають. Знайти ймовірність того, що обидві кулі білі?

При проведенні саме даної гри доцільно об'єднати учнів у пари з різним рівнем навчальних можливостей для відповіді на більш складні запитання чи запитання, відповідь на які потребує більшого обсягу знань навчального матеріалу (запитання 3, 4, 6, 7, 11, 12). Тоді один з учнів може навести визначення чи факт, а інший його обґрунтувати чи запропонувати розв'язування завдання.

«Тихе опитування» за темою «Числові функції» (10 клас)

Учні усно відповідають на запитання вчителя. При цьому їх відповідь слухає лише вчитель.

Середній рівень

Проаналізуйте розв'язане завдання: «Навести приклади функцій»

Функціональна залежність	Не є функціональною залежністю
Залежність периметра правильного трикутника від довжини сторони.	Кардіограма серця.

Достатній рівень

Укажіть, які з наведених залежностей є функціональними.

- 1) Залежність периметра правильного трикутника від довжини сторони.
- 2) Кардіограма серця.

Високий рівень

Наведіть власний приклад функції та приклад залежності, яка не є функціональною.

Функціональна залежність	Не є функціональною залежністю

Контроль та оцінювання виконання учнями *домашнього завдання* на цьому етапі не обов'язково має відбуватися на кожному уроці, учитель може перевірити наявність усіх домашніх робіт у зошитах і перед тематичною контрольною роботою. Проте перевірка правильності розв'язання домашнього завдання має відбуватися кожного уроку за записами, підготовленими заздалегідь учителем на дошці чи на слайді. Доцільно, аби учні виконували домашнє завдання пастою чорного кольору або в спеціальних зошитах для домашнього завдання. Це економить час учителя при перевірці виконання домашніх завдань. Якщо в процесі перевірки домашнього завдання учень знайшов помилки чи неточності, то слід закреслити й записати правильно поряд, а не коректувати або переписувати завдання. Також учні мають зробити відмітку про виконання кожного домашнього завдання в таблиці самооцінювання, що дозволяє учню контролювати власну освітню траєкторію.

Максимальний бал, який учень може отримати за виконання домашніх завдань, – 10. Тому кількість балів за завдання до кожного уроку доцільно розподілити пропорційно до кількості завдань та рівня їх складності. При перевірці домашнього завдання слід урахувати охайність, повноту, правильність розв'язання завдань.

Поточні самостійні роботи, як форма поточного контролю на етапі роботи з досягнення компетентності, мають носити діагностувально-коригувальний характер. Як показують наші дослідження, найдоцільніше проводити ці роботи письмово, пропонуючи учням перелік різнорівневих завдань чи тести. Не потрібно обмежувати учнів рівнем написання самостійної роботи, доцільно, щоб учні самостійно визначали рівень власних навчальних досягнень з теми. При цьому слід наперед запропонувати учням зразки цих робіт та критерії оцінювання. Це можна зробити на початку вивчення теми, а можна запропонувати зразок самостійної роботи як домашнє завдання напередодні її написання. У такому разі учні свідомо плануватимуть власну освітню траєкторію, прагнутимуть досягти поставленої мети та завдань, усвідомлюватимуть почуття відповідальності за прийняті рішення. Також учні мають можливість свідомо самостійно визначити рівень виконання завдань. Наведемо приклади пропонованих нами самостійних робіт.

Самостійна робота до теми «Елементи теорії ймовірностей» (11 клас)

Середній рівень

1. Знайти ймовірність того, що обране навмання число з натурального ряду від 1 до 30 містить у записі цифру 7.
2. У коробці лежать 7 жовтих і 9 блакитних олівців. Навмання по черзі беруть два олівці, при чому перший не повертають. Знайти ймовірність витягти обидва сині олівці.
3. У коробці лежать 2 сині кульки й кілька червоних. Скільки червоних кульок у коробці, якщо ймовірність того, що вибрана навмання кулька виявиться червоною, дорівнює 0,8?

Достатній рівень

1. У класі навчається 16 дівчаток і 14 хлопчиків. Щопонеділка в розкладі стоїть 6 уроків. Знайти ймовірність того, що на кожному уроці викличуть по одній різній дівчинці.

2. Із цілих чисел від -3 до 5 навмання вибирають 2. Знайти ймовірність того, що їх добуток є від'ємним числом.
3. Ймовірність того, що випадково зустрітий на вулиці чоловіка є блондином складає $0,4$. Яка ймовірність того, що серед чотирьох послідовно зустрітих чоловіків виявиться не більше двох блондинів?

Високий рівень

1. Яка ймовірність того, що при двох кидках грального кубика першого разу випаде число, менше від 3 , а вдруге – не менше від 5 .
2. З 20 виготовлених деталей 4 виявились з дефектами. Яка ймовірність того, що 2 деталі вибрані навмання з цих 20 деталей будуть без дефектів?
3. Три стрільці, для яких імовірності влучення в мішень дорівнюють $0,8$; $0,75$; $0,7$, роблять по одному пострілу по одній мішені. Знайдіть ймовірність того, що хоча б один зі стрільців влучив у мішень.

У пропонованій самостійній роботі за виконання завдань середнього рівня учні могли отримати максимум 6 балів, тобто кожне завдання оцінювалося 2 балами. Якщо учень обирає завдання достатнього рівня, то за правильне виконання кожного завдання міг отримати 3 бали. За правильне виконання кожного завдання високого рівня учні отримували по 4 бали.

Тестові завдання до теми «Тригонометричні функції» (10 клас)

1. Укажіть правильне значення виразу $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$, користуючись формулою косинуса подвійного кута $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ та значенням

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

А. $\frac{1}{2}$. Б. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. В. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Г. $-\frac{1}{2}$.

2. На рисунках 1 і 2 зображено графіки функцій, які пов'язані з функцією $y = \operatorname{tg} x$. Позначте, які з наведених чотирьох тверджень правильні, а які – неправильні.

А. Графік функції $y = ctg(x + \frac{\pi}{3})$ можна одержати з графіка функції $y = tgx$ паралельним перенесенням вздовж осі x на $-\frac{\pi}{3}$ (тобто вліво).

Б. Графік функції $y = ctg(x - \frac{\pi}{3})$ можна одержати з графіка функції $y = tgx$ паралельним перенесенням вздовж осі x на $\frac{\pi}{3}$ (тобто вправо).

В. На рисунку 1 зображено графік функції $y = ctg(x - \frac{\pi}{3})$.

Г. На рисунку 2 зображено графік функції $y = ctg(x + \frac{\pi}{3})$.

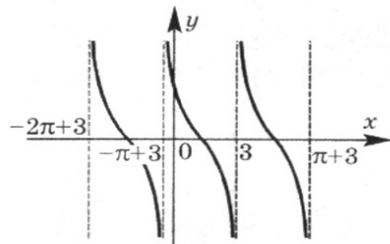


Рис. 1

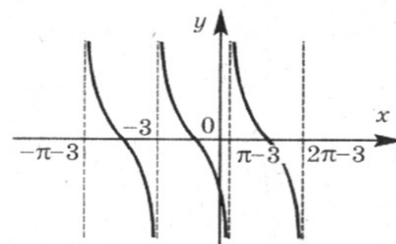


Рис. 2

3. Користуючись формулами зведення, позначте, які з наведених чотирьох тверджень правильні, а які – неправильні.

А. $\cos(180^\circ + \alpha) = \cos \alpha$.

Б. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$.

В. $ctg(90^\circ + \alpha) = -ctg \alpha$.

Г. $tg(\pi - \alpha) = -tg \alpha$.

Етап рефлексії передбачає не лише контроль-оцінювальну діяльність вчителя, але й визначення учнями-гуманітаріями рівня власних досягнень з теми. На цьому етапі відбувається *поточний та тематичний контроль*. *Поточний контроль* передбачає перевірку виконання учнями довгострокового домашнього завдання та портфоліо учнів з теми.

Контроль та оцінювання *довгострокового домашнього завдання* має на меті визначення рівня навичок та вмінь застосовувати математичні знання в повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, рівня пізнавального інтересу, активності та самостійності учнів у процесі навчання математики.

При оцінюванні виконання довгострокового домашнього завдання слід враховувати правильність розв'язання завдання, раціональність обраного

способу, повноту оформлення, якість підібраних додаткових матеріалів та доповіді з представлення розв'язання завдання. При цьому кількість проведених вчителем консультацій, ступінь допомоги учню у виконанні завдання, рівень самостійного внеску не має впливати на оцінку за це завдання. Максимальний бал, який може отримати учень за виконання довгострокового домашнього завдання, – 12. Тому пропонуємо такі критерії оцінювання цього завдання:

– за дібраний теоретичний матеріал теми, який необхідно знати для розв'язування задачі, учень може отримати максимум 2 бали, якщо матеріали представлені повно, подано всі необхідні визначення, властивості та формули з повним їх обґрунтуванням; 1 бал, якщо відсутні доведення властивостей, виведення необхідних формул або матеріали подано не в повному обсязі; 0 балів, якщо теоретичний матеріал не подано взагалі;

– за розв'язання завдання учень може отримати максимум 4 бали, якщо завдання розв'язане правильно, є всі необхідні обґрунтування та пояснення; 3 бали, якщо завдання розв'язане правильно, але є незначні недоліки чи відсутні деякі обґрунтування; 2 бали, якщо завдання розв'язане зі значними недоліками; 1 бал, якщо зроблено деякі раціональні кроки, але завдання розв'язане неправильно; 0 балів, якщо завдання не розв'язане взагалі;

– за дібраний довідковий матеріал з іншої галузі, якої стосувалася прикладна задача, учень може отримати максимум 3 бали, якщо матеріали представлені повно, є всі необхідні пояснення; 2 бали, якщо відсутні деякі необхідні пояснення та уточнення, але матеріали представлені повно; 1 бал, якщо матеріали подано не в повному обсязі; 0 балів, якщо довідковий матеріал не подано взагалі;

– за виконане додаткове завдання учень може отримати максимум 3 бали, якщо завдання виконане повністю з усіма необхідними поясненнями; 2 бали, якщо завдання виконане, але відсутні деякі необхідні пояснення, або якщо завдання виконане повністю, але з незначними недоліками; 1 бал, якщо

завдання виконане з суттєвими недоліками; 0 балів, якщо завдання не виконане:

– за доповідь за виконаним завданням учні можуть отримати максимум 2 бали, якщо доповідь була повною, чіткою, лаконічною, зрозумілою для всіх учнів, викликала їх зацікавленість та додаткові запитання, використовувалася презентація; 1 бал, якщо представлена доповідь мала недоліки, вимагала доопрацювання; 0 балів, якщо доповідь не робилася.

Як показали наші дослідження, ефективною є така форма перевірки виконання довгострокового домашнього завдання: учень здає вчителю на перевірку зошит з довгостроковим домашнім завданням перед представленням доповіді. При цьому доповідь учні готують на урок формування вмінь перед уроком узагальнення та систематизації знань, вмінь та навичок учнів. Можливість передбачити час для проведення такого уроку є в процесі вивчення тем «Тригонометричні функції», «Інтеграл та його застосування», «Паралельність прямих і площин у просторі», «Перпендикулярність прямих і площин у просторі», «Геометричні тіла. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл».

Якщо відведена кількість годин на вивчення теми не дозволяє виокремити час для проведення цього уроку, то пропонуємо учням робити такі доповіді на уроках формування навичок і вмінь, узагальнення та систематизації знань, навичок та вмінь та уроках контролю та оцінювання навчальних досягнень учнів. Так, у процесі вивчення тем «Функції, їх властивості та графіки», «Логарифмічна та показникова функції», «Похідна та її застосування», «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики», «Координати і вектори у просторі» учні представляли свої результати протягом 5 хвилин упродовж кількох уроків теми.

Контроль та оцінювання створення учнями *портфоліо* має відбуватися таким чином, аби учні прагнули вдосконалювати себе, свої здібності та

нахили, розвивати пізнавальний інтерес, активність та самостійність у процесі навчання математики.

Як було зазначено вище, портфоліо учнів має складатися з 4 розділів: «Постановка та обґрунтування мети навчання теми», «Щоденник дослідження», «Розв'язання задачі» та «Результати виконання завдання».

При цьому рівень самостійності учнів теж не має впливати на оцінку за це завдання. Максимальний бал, який може отримати учень за виконання портфоліо, – 12. Тому пропонуємо такі критерії оцінювання портфоліо:

– за розділ «Постановка та обґрунтування мети навчання теми» учень може отримати максимум 2 бали, якщо запропонована в розділі таблиця заповнена з повним обґрунтуванням; 1 бал, якщо розділ подано не в повному обсязі; 0 балів, якщо розділ не подано взагалі;

– за розділ «Щоденник дослідження» учень може отримати максимум 2 бали, якщо описано використане обладнання та ресурси; зібрані додаткові дані; довідкові дані; теоретичний матеріал теми; план розв'язання задачі та інше; 1 бал, якщо розділ подано не в повному обсязі; 0 балів, якщо розділ не подано взагалі;

– за розділ «Розв'язання задачі» учень може отримати максимум 2 бали, якщо завдання розв'язане правильно, є всі необхідні обґрунтування та пояснення; 1 бал, якщо є зауваження до розв'язання завдання; 0 балів, якщо завдання не розв'язане взагалі;

– за доповідь за портфоліо учні можуть отримати максимум 2 бали, якщо доповідь була повною, чіткою, лаконічною, зрозумілою для всіх учнів, викликала їх зацікавленість та додаткові запитання, використовувалася презентація; 1 бал, якщо представлена доповідь мала недоліки, вимагала доопрацювання; 0 балів, якщо доповідь не робилася.

– за поставлену самооцінку учень може отримати максимум 2 бали, якщо подано всі необхідні пояснення до поставлених учнем собі балів; 1 бал, якщо оцінка виставлена собі, але не обґрунтована; 0 балів, якщо оцінка не поставлена;

– за висновки до виконаного портфоліо учень може отримати максимум 2 бали, якщо висновки повні, обгрунтовані; 1 бал, якщо висновки не правильні, не достатньо обгрунтовані; 0 балів, якщо висновки не зроблено.

Як показало наше дослідження, учителю зручно оцінювати портфоліо у вигляді таблиці (табл. 2.16).

Таблиця 2.16

Оцінювання портфоліо учнів

Зміст	Бали	Обгрунтування
Постановка та обгрунтування мети		
Щоденник дослідження		
Розв'язання задачі		
Доповідь		
Самооцінка		
Висновки		
Оцінка		

Така система оцінювання портфоліо дозволяє визначити рівень інтересу учнів-гуманітаріїв до застосування математичних знань у невідомій ситуації, зацікавленості до всього, що відбувається на уроці математики, чи позитивне ставлення до предмету, рівень розвитку здатності до самостійної діяльності в ситуації застосування знань, працьовитості, наполегливості тощо. Важливо також використовувати взаємооцінювання учнями портфоліо.

Як показали дослідження, з об'єктивних причин досить складно передбачити окремий час для проведення доповідей за портфоліо на уроках. Тому наприкінці вивчення теми в позаурочний час доцільно проводити «Годину захисту портфоліо», де учні представляли власні напрацювання за отриманим завданням. Також учні здавали вчителю на перевірку портфоліо перед представленням доповіді.

Тематичний контроль на цьому етапі доцільно проводити у письмовій формі контрольної роботи чи в усно-письмовій формі заліку.

Тематичні контрольні роботи рекомендуємо проводити письмово, пропонуючи учням перелік різнорівневих завдань. Доцільно, щоб учні самостійно визначали рівень власних навчальних досягнень з теми. Також слід наперед запропонувати учням зразки цих робіт як на початку вивчення теми, так і як домашнє завдання напередодні написання контрольної роботи. Ефективним є розв'язання зразка контрольної роботи в процесі підготовки до контролю та оцінювання з теми. Наведемо приклади пропонованих нами контрольних робіт.

Контрольна робота з теми «Числові функції» (10 клас)

Середній рівень

1. Функція задана формулою $f(x) = -x^3 + 1x - \sqrt{x}$. Знайти $f(2)$.
2. Знайти нулі функції $y = \frac{3x - 1}{x^2 + 1}$.
3. Наведіть приклад функції та побудуйте її графік.

Достатній рівень

1. Знайти нулі функції $y = x^5 + 1x^3 + 1x^2 + 14$.
2. Знайти проміжки зростання та спадання функції $y = x + 1x^2 - 1$ та її найменше значення.
3. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{4x^2 + x + 1}$. Наведіть власний приклад функції та знайдіть її область визначення.

Високий рівень

1. Знайти область визначення функції $y = \frac{\sqrt{x+1} - x^2}{x^2 - 1}$.
2. Дослідити функцію на парність: $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$, $(-1 < x < 1)$.
3. Побудувати графік функції та вказати її властивості $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$.
Наведіть власний приклад функції та вкажіть, які геометричні перетворення необхідно виконати для побудови її графіка.

У пропонованій контрольній роботі за виконання завдань середнього рівня учні могли отримати максимум 6 балів, тобто кожне завдання оцінювалося 2 балами. Якщо учень обирає завдання достатнього рівня, то за правильне виконання кожного завдання міг отримати 3 бали. За правильне виконання кожного завдання високого рівня учні отримували по 4 бали.

Як показали дослідження, ефективними також є уроки контролю та оцінювання знань, навичок та вмінь учнів у формі *уроків-заліків*. Для цього клас заздалегідь об'єднують у групи з різним рівнем навчальних можливостей. Кожна група обирає капітана. Далі групи отримують завдання підібрати чи скласти завдання певного змісту, їх кількість пропорційна кількості учнів у групі. Капітани ж відповідальні за обмін завданнями та їх розв'язаннями між групами, вони також проводять консультації для учнів з розв'язування цих завдань. Учитель за потреби консультиє капітанів. Наприклад, до уроку-заліку за темою «Степенева функція» (10 клас) учні були об'єднані в 5 груп, кожна з яких відповідно за отриманою умовою запропонувала такі завдання.

1. Знайти значення виразу:

$$\text{а) } \sqrt[6]{\frac{64}{100000000}} \cdot \sqrt[4]{39\frac{1}{16}} : \sqrt[3]{-\frac{19}{27}}; \quad \text{б) } \sqrt[4]{16 \cdot 625}; \quad \text{в) } 8^{\frac{2}{3}} : 81^{0,75};$$

$$\text{г) } (2,5^{1,5} + 1,4^{1,5}) : (\sqrt{2,5} + \sqrt{0,4}); \quad \text{д) } \sqrt[5]{64} : \sqrt[3]{\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}}.$$

2. Спростити:

$$\text{а) } \sqrt[15]{a^5}; \quad \text{б) } a^{\frac{8}{21}} : a^{\frac{3}{7}}; \quad \text{в) } \sqrt[4]{a^3 \cdot \sqrt[5]{a}}; \quad \text{г) } \left(a^{\frac{4}{17}}\right)^{\frac{51}{6}};$$

$$\text{д) } \left(c^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)^{-1} - \sqrt[4]{xy^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{3. Скоротити дріб: а) } \frac{a - 1}{a^{\frac{1}{2}} + 1^{\frac{1}{2}}}; \quad \text{б) } \frac{2a + \sqrt[4]{a^4}}{a^{\frac{3}{4}} + 1}; \quad \text{в) } \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x - 15}.$$

4. Розв'язати рівняння: а) $4 + \sqrt{2x+1} = x-1$; б) $\sqrt{2x^2+1} = x-1$;
 в) $\sqrt{23+x-x^2} = 1$; г) $\sqrt{15-3x}-1 = 2$; д) $\sqrt{49-5x} + 1 = x$.

5. Розв'язати нерівність: а) $\sqrt{13-x^2} \leq 1$; б) $\sqrt{8-x} \geq \sqrt{x^2-6}$;
 в) $\sqrt[3]{x^2+4x-6} \geq -1$; г) $\sqrt{x-1} \geq x-1$.

Доцільно також до даної системи завдань включати декілька «завдань від вчителя». Ці завдання мають відповідати середньому чи достатньому рівням, з їх змістом учні заздалегідь не ознайомлюються й не мають змоги їх розв'язати напередодні. У процесі самого уроку-заліку учні по черзі обирають картку з одним із завдань та відразу розв'язують це завдання біля дошки з повним коментарем. Якщо учень має труднощі з розв'язанням обраного навмання завдання, то він має право розв'язати завдання, яке було ним запропоноване до уроку-заліку, проте в цьому разі оцінка буде не вищою за 6 балів. У процесі проведених заліків ми також включали елементи дидактичної гри, так звані «картки-бонуси», де замість завдань пропонувалася кількість балів за тематичну контрольну роботу, а саме «7», «8», «9» або «10» балів. Якщо учень не погоджувався з обраною ним навмання оцінкою, то він мав право продемонструвати розв'язання будь-якого із завдань, що виносилися на залік, за власним вибором.

Такий вид роботи дозволяє надати кожному учню індивідуальну допомогу залежно від його особливостей, створити ситуацію успіху, умови для самовираження кожного учня, забезпечити психологічний комфорт у ході контрольної-оцінювальної діяльності. Проте їх проведення вимагає більш ретельної та тривалої підготовки.

Отже, відповідно до результатів проведеного дослідження, пропонуємо таку *структуру системи контролю* до кожної теми:

- 1) визначення рівня оволодіння теоретичними знаннями з теми;
- 2) визначення рівня оволодіння способами математичної діяльності, відповідними до теми;

- 3) врахування рівня пізнавального інтересу, активності та самостійності.

До першого блоку входить перевірка знання теоретичного матеріалу. До другого блоку входить перевірка виконання домашнього завдання, проведення та оцінювання поточних самостійних робіт діагностувально-коригувального характеру та тематичної (підсумкової) контрольної роботи. До третього блоку відносимо контроль та оцінювання довгострокового домашнього завдання, портфоліо учнів, ведення зошита та таблиці самооцінювання учнів. Як показують дослідження, учні груп 1a та 2a найчастіше отримують найвищі бали, виконуючи завдання першого та третього блоків, учні груп 1b, 2b, 3a та 3b – завдання другого та третього блоків, а учнів груп 1c, 2c та 3c намагаються отримувати найвищі бали за виконання завдань третього блоку.

Отже, головною особливістю контрольно-оцінювальної діяльності вчителя математики у класах з гуманітарним профілем навчання є орієнтація не лише на з'ясування рівня оволодіння конкретними математичними знаннями та рівня сформованості навичок та вмінь розв'язувати типові математичні завдання, але й на визначення рівня мотивації до вивчення математики, здатності застосовувати математику в повсякденному житті та майбутній професійній діяльності.

2.4. Організація та результати педагогічного експерименту

Основні положення дисертаційного дослідження перевірялись експериментально протягом одинадцяти років (2005-2016). Експериментальна робота здійснювалась у три етапи.

На першому етапі (2005-2008) проводився *констатувальний експеримент*, метою якого було розглянути стан досліджуваної проблеми та визначити шляхи її вирішення. Відповідно до мети були визначені завдання цього етапу:

- 1) визначити особливості профільного навчання в старшій школі та специфіку роботи шкіл і класів з гуманітарним профілем навчання;

2) проаналізувати навчальні програми, підручники та посібники, дидактичні матеріали з дисциплін природничо-математичного циклу для учнів класів з гуманітарним профілем навчання;

3) проаналізувати проблему математичної підготовки учнів-гуманітаріїв, зібрати та дослідити дані щодо організації активної пізнавальної діяльності учнів-гуманітаріїв вчителями математики;

4) проаналізувати психолого-педагогічну, науково-методичну та навчальну літературу щодо питання активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання;

5) визначити показники та критерії активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики та на їх основі виділити рівні активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання щодо навчання математики.

Методи дослідження, що застосовувалися: аналіз психолого-педагогічної, науково-методичної та навчальної літератури, програм, підручників та посібників, дидактичних матеріалів щодо проблематики дослідження; аналіз відповідей Державних адміністрацій України на запити щодо класів з гуманітарним профілем навчання в областях України; анкетування вчителів предметів природничо-математичного циклу, учнів класів нематематичних профілів та студентів I та V курсів природничого та фізико-математичного факультетів педагогічних університетів; спостереження за процесом навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, вивчення досвіду роботи вчителів математики в класах з нематематичними профілями навчання та його аналіз.

Було відвідано 57 уроків математики в класах з гуманітарним профілем навчання, відмічено такі особливості.

На етапі перевірки домашнього завдання вчителі переважно з'ясовували, яке з завдань домашньої роботи викликало труднощі та в більшості випадків самі розв'язували це завдання на дошці. Певна частина

учнів у кожному відвіданому класі взагалі не виконувала домашньої роботи, коментуючи фразою: «Я нічого не зрозумів».

Етап постановки мети та завдань вивчення нової теми в деяких випадках опускався взагалі з метою економії часу уроку для розв'язування більшої кількості завдань. Інколи мета уроку оголошувалася лише фразою: «Сьогодні на уроці будемо вивчати нову тему...». Також етап мотивації вивчення нового матеріалу часто ототожнювався з попереднім етапом.

У процесі подання нового матеріалу, особливо на уроках геометрії, часто опускалися строгі обґрунтування та доведення математичних тверджень. Проте слід відмітити широке використання історичного матеріалу, що позитивно впливає на формування пізнавального інтересу та активності учнів цих класів. Позитивним на етапі закріплення нового матеріалу є використання презентацій, де учням пропонувалися усні вправи на підведення під поняття.

На етапі формування навичок та вмій учням пропонувалися завдання з підручників рівня А, лише на етапах узагальнення та систематизації розв'язувалися декілька завдань рівня Б та прикладні задачі, що пропонувалися в підручнику.

Контроль та оцінювання результатів навчання учнів цих класів проводився у вигляді традиційних самостійних та контрольних робіт з дотриманням вимог диференціації, проте самооцінювання діяльності учнів не проводилося.

Слід наголосити, що на відвіданих уроках математики використовувалися дидактичні ігри, прийоми інтерактивних технологій («Мікрофон», «Мозковий штурм»), емоційна забарвленість у вигляді епіграфів та математичних віршів, але психологічний стан учнів у процесі уроку вчителем не контролювався.

Загалом вчителі математики зазначають, що учні цих класів переважно не бажають вивчати математику, тому часто й не здатні опанувати математичний матеріал. Проте вчителі погоджувалися з думкою, що до таких учнів необхідні особливі підходи, методи, засоби та форми навчання. Крім

того, відмічається брак відведеного програмою часу на вивчення багатьох тем. Отже, головною проблемою поганої математичної підготовки учнів класів з гуманітарним профілем навчання є низький рівень мотивації цих учнів до вивчення математики.

На констатувальному етапі дослідження було визначено, що вирішення проблеми підвищення ефективності навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання має ґрунтуватися перш за все на врахуванні психолого-педагогічних особливостей цих учнів. З цією метою було розроблено модель діяльності учнів-гуманітаріїв у процесі навчання математики, уточнено поняття активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики, визначено критерії та показники активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики та здійснено їх характеристику, виділено рівні активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання щодо навчання математики.

Основні результати констатувального експерименту висвітлені нами у першому розділі.

Пошуковий експеримент тривав чотири роки (2007-2011). Метою його проведення була розробка моделі активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики, відбір та структурування навчального матеріалу, виокремлення методів, засобів та форм організації навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, що сприяли б активізації пізнавальної діяльності цих учнів.

Відповідно до мети були визначені завдання цього етапу:

- 1) розробити модель активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання у процесі навчання математики;
- 2) упровадити виокремлений зміст, методи, форми та засоби навчання математики в навчальний процес у класах з гуманітарним профілем навчання;
- 3) за аналізом результатів експериментального навчання дібрати матеріали для проведення формувального етапу експерименту.

У процесі пошукового експерименту були використані такі методи дослідження: анкетування та тестування учнів класів з гуманітарним профілем навчання; спостереження за процесом навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, вивчення досвіду роботи вчителів математики у класах з гуманітарним профілем навчання та його аналіз, бесіди з учнями та вчителями математики класів з нематематичними профілями навчання; систематизація і узагальнення власного педагогічного досвіду.

У процесі пошукового експерименту були визначені фактичні можливості вирішення проблеми активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання через формування розуміння учнями математики як засобу розумового розвитку, розвиток прагнення учнів до усвідомлення й розв'язування завдань нестандартного характеру, удосконалення самооцінювальної діяльності учнів на уроках математики та врахування психолого-педагогічних особливостей учнів-гуманітаріїв. За таких умов процес розв'язування кожного завдання в процесі уроку математики сприймався учнями-гуманітаріями як власне відкриття й супроводжувався позитивними емоціями, що сприяло становленню внутрішньої мотивації пізнавальної діяльності учнів класів гуманітарних профілів у процесі навчання математики. На цих положеннях ґрунтується розроблена на даному етапі методика навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, що сприяє активізації їх пізнавальної діяльності.

У 2010 навчальному році за підтримки адміністрації приватної гімназії м. Суми «Просперітас» ми запровадили дистанційний математичний конкурс, орієнтований саме на учнів класів з гуманітарним профілем навчання «Математика для всіх: інтелект – творчість – математика (ІТМ)» (додаток Л.1, додаток Л.2). На цьому етапі було розроблено положення про організацію та проведення конкурсу «Математика для всіх: інтелект – творчість – математика (ІТМ)», у якому обґрунтовано доцільність запровадження конкурсу для учнів класів гуманітарних профілів, визначено

мету, завдання, принципи та особливості його організації та проведення. Статистичні дані результатів проведення конкурсу наведені у додатку Л.2.

Детальніше основні результати пошукового експерименту висвітлені нами у пунктах 1.3, 2.1-2.3 та додатках.

На етапі *формульованого експерименту* (2011-2016) була поставлена мета перевірки ефективності розробленої методики. Завданням даного етапу була апробація та впровадження запропонованої методики навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, що сприяє активізації їх пізнавальної діяльності. Були використані такі методи дослідження, як педагогічний експеримент, анкетування та тестування учнів класів з гуманітарним профілем навчання, спостереження процесу навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, статистичне опрацювання даних, бесіди з учнями та вчителями математики класів з гуманітарним профілем навчання.

Для проведення педагогічного експерименту у зв'язку зі специфікою досліджуваного контингенту учнів контрольну та експериментальну групи було сформовано протягом різних навчальних років у різних навчальних закладах (додаток Я). Експериментальну групу складав 171 учень таких навчальних закладів: Сумського ліцею Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка, Сумської приватної гімназії «Просперітас», Луциківської загальноосвітньої школи I-III ступенів Білопільської районної ради Сумської області, Павлівського навчально-виховного комплексу Білопільської районної ради Сумської області, комунальної установи Сумської загальноосвітньої школи I-III ступенів № 15 імені Д. Турбіна, комунальної установи Сумської спеціалізованої школи I-III ступенів № 25, комунальної установи Сумської спеціалізованої школи I-III ступенів № 27, комунального закладу Сумської обласної ради «Сумська обласна гімназія-інтернат для талановитих та творчо обдарованих дітей».

Контрольну групу склали 162 учні таких навчальних закладів: комунальної установи Сумської загальноосвітньої школи I-III ступенів № 15

імені Д. Турбіна, комунальної установи Сумської спеціалізованої школи I-III ступенів № 25, комунальної установи Сумської спеціалізованої школи I-III ступенів № 27, комунального закладу Сумської обласної ради «Сумська обласна гімназія-інтернат для талановитих та творчо обдарованих дітей».

На початку експерименту для визначення рівнів активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання м. Суми та Сумської області (ЗОШ № 15 м. Суми, Приватна гімназія «Просперітас» м. Суми, Сумський ліцей СумДПУ ім. А.С. Макаренка, Луциківська ЗОШ, Павлівський НВК Білопільського району, СПШ № 25 м. Суми, ЗОШ № 27 м. Суми, Сумська обласна гімназія-інтернат для талановитих та творчо обдарованих дітей) було проведено їх психологічне тестування (додаток Г.7), оцінка вчителем рівня їх пізнавального інтересу та діагностувальна контрольна робота (додаток К).

Контрольну роботу виконували 171 учень експериментальної групи та 162 учні контрольної групи. Результати виконання учнями контрольної роботи подано в додатку К.

Після виконання контрольної роботи проводилося визначення психологічного стану учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики за методикою діагностики оперативної оцінки самопочуття, активності та настрою [71; 234]. Учням пропонувався опитувальник (додаток Г.7), що складався з 30 пар протилежних характеристик, за якими учнів просили оцінити свій психологічний стан. Кожна пара характеристик є шкалою, на якій учні відмічали ступінь виразності тієї чи іншої характеристики свого стану. У процесі підрахунку крайній ступінь вираженості негативного полюсу пари оцінювався одним балом, а крайній ступінь вираженості позитивного полюсу пари сімома балами, тобто позитивні стани отримують високі бали, а негативні – низькі. Набрана кількість балів у діапазоні [3; 10) може свідчити про низький рівень активності, у діапазоні [10;16) – середній рівень активності, у діапазоні [16; 21] – високий рівень активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики.

Спираючись на показники рівнів розвитку пізнавального інтересу учнів, обґрунтовані в дослідженні Г.І. Щукіної [346; 347], учитель математики виставляв кожному учню 3, 2 або 1 бал, якщо учень, на думку вчителя, мав високий, середній чи низький рівень розвитку пізнавального інтересу (ПІ).

Відповідно до проведених видів робіт учні класів з гуманітарним профілем навчання, що набрали сумарну кількість балів від [3; 15), визначаються як такі, що мають низький рівень активності щодо навчання математики, учні, що набрали сумарну кількість балів від [15; 24), – середній рівень активності щодо навчання математики, учні, що набрали сумарну кількість балів від [24; 33], – високий рівень активності щодо навчання математики. Наведемо фрагмент таблиці з розрахунку рівня активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики (табл. 2.17).

Таблиця 2.17

Фрагмент таблиці визначення рівня активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання у процесі навчання математики

№ п/п	Бали, отримані за			Підсумковий бал	Рівень активності
	діагностувальну контрольну роботу	тест самопочуття активності та настрою	рівень ПІ		
1	2	3	4	5	6
1	9	10	2	21	середній
2	8	7	2	17	середній
3	7	13	1	20	середній
4	4	4	1	8	низький
5	10	17	3	27	високий
6	5	5	2	12	низький

Продовження табл. 2.17

1	2	3	4	5	6
7	7	10	2	19	середній
8	6	6	1	13	низький
9	5	7	2	14	низький
10	8	13	2	23	середній

Ці зрізи показали, що експериментальні та контрольні класи за рівнем активності учнів на уроках математики на початку експерименту є однорідними репрезентативними вибірками (табл. 2.18). Перевірка цього супроводжувалася статистичним опрацюванням результатів і відповідною їх інтерпретацією [27; 69; 197].

Таблиця 2.18

Рівні активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики на початку експерименту

Рівень активності	ЕГ		КГ	
	Кількість учнів	%	Кількість учнів	%
Високий	8	4,68	12	7,4
Середній	80	46,78	79	48,77
Низький	83	48,54	71	43,83
Разом	171	100	162	100

Для оцінки *репрезентативності* вибірки за проведеними випробуваннями склалися таблиці виду 2.17. За п'ятим стовпчиком цієї таблиці будувався варіативний ряд. Приклад ряду наведено у таблиці 2.19.

Таблиця 2.19

Варіативний ряд розподілу сумарних балів контрольної групи учнів на початку експерименту

Сумарний бал	[3; 15)	[15; 24)	[24; 33]
Частота	12	79	71

За частотою відомого сумарного балу для кожної вибірки будувалися гістограми (рис. 2.15а, рис. 2.15б). Попередній візуальний аналіз гістограм дозволив висунути припущення про нормальність розподілу кількості сумарних балів (гістограми нагадують криві нормального розподілу).

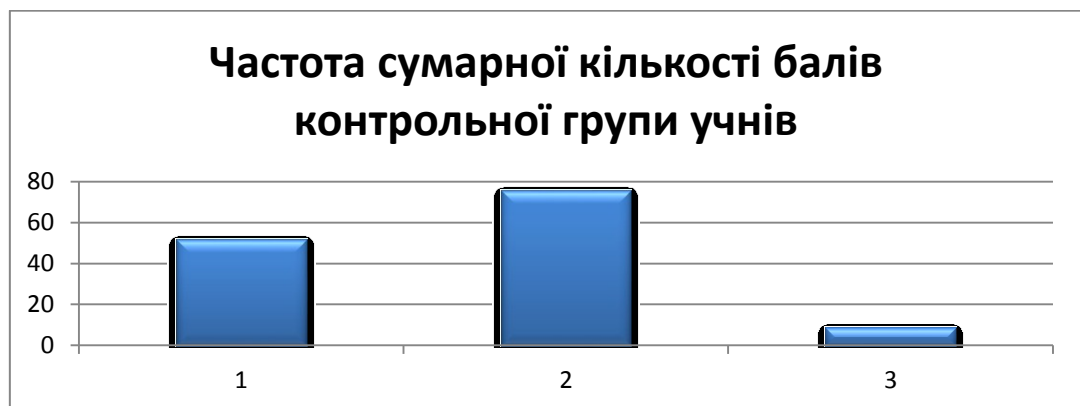


Рис. 2.15. а) Гістограма сумарного балу контрольної групи учнів

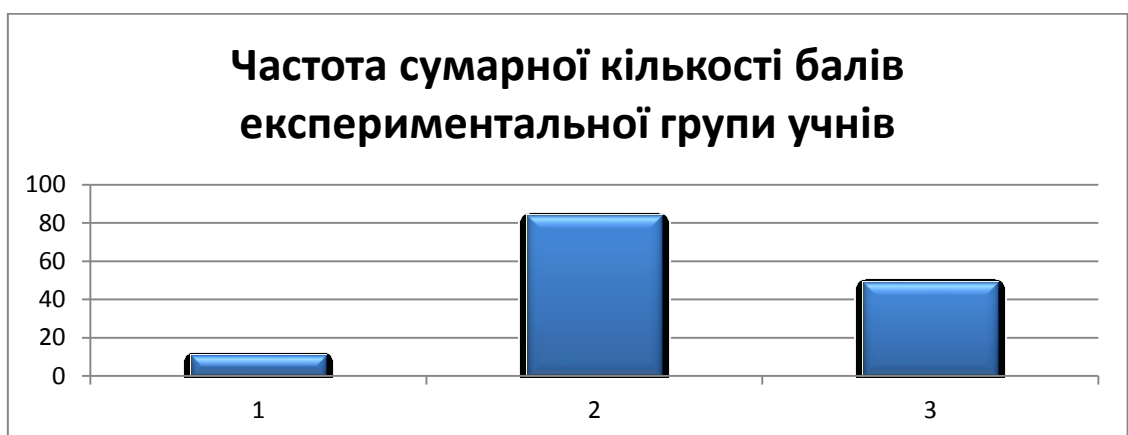


Рис. 2.15. б) Гістограма сумарного балу експериментальної групи

Оцінка нульової гіпотези: «Розподіл сумарного балу підлягає нормальному закону» – проводилась за критерієм χ^2 Пірсона й підтверджується

для розглядуваного тут випадку на рівні значущості 0,03. Обчислення проводилися за допомогою табличного процесору MS Excel за алгоритмом, наведеним у додатку П. Значення критерію χ^2 Пірсона обчислене для даних, котрі наведені в таблиці 2.19, дають значення $\chi^2 = 0,4$ та $\chi^2 = 0,21$, що менше табличного значення цього ж критерію для рівня значущості 0,03: $\chi^2 = 4,71$. Таким чином, наведені вибірки можна вважати репрезентативними, а висновки, зроблені на їх основі, надійними на рівні 97%.

За побудованими варіаційними рядами для контрольної та експериментальної груп оцінювалася й їх *однорідність*. При цьому порівнювалися вибіркові значення дисперсій в обох групах. У подальшому для вибірових середніх балів виконувалися статистичні розрахунки спочатку для нуль-гіпотези: «Дисперсії взятих вибірок рівні». Одержане співвідношення $F = S_1^2/S_2^2 = 38,84 / 35,45 = 1,096 < F_0 = 2,014$. Оскільки обчислене значення критерію Фішера менше від критичного, це дозволяє стверджувати нуль-гіпотезу про рівність дисперсій на рівні значущості 0,05, тобто відмінності в числовому значенні обчислених дисперсій пояснюється лише випадковими причинами й не можуть бути основою твердження про суттєву відмінність дисперсій згаданих розподілів.

Таким чином, статистична обробка даних підтвердила, що вибірки можна вважати репрезентативними та однорідними.

На початку формувального експерименту вчителям, що працювали у експериментальних групах, було запропоновано методичні рекомендації та дидактичні матеріали. Експериментальна група навчалася за розробленою моделлю підготовки, а в контрольній групі навчальний процес було побудовано за звичайними найбільш поширеними умовами навчання математики в класах з гуманітарним профілем навчання.

Для доведення ефективності розробленої методики визначення рівня активності учнів на даному етапі експерименту здійснювалося за тими ж зрізами, що й на попередньому етапі. Ці зрізи показали, що в

експериментальних класах у результаті запровадження розробленої методики навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, яка сприяє активізації їх пізнавальної діяльності, рівень активності учнів на уроках математики (табл. 2.20) зріс.

Таблиця 2.20

Рівні активності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках математики наприкінці експерименту

Рівень активності	ЕГ		КГ	
	Кількість учнів	%	Кількість учнів	%
Високий	54	31,58	9	5,56
Середній	98	57,31	87	53,7
Низький	19	11,11	66	40,74
Разом	171	100	162	100

Візуальна підтримка результатів здійснена гістограмами рівнів активності учнів (рис. 2.16, рис. 2.17, рис. 2.18).

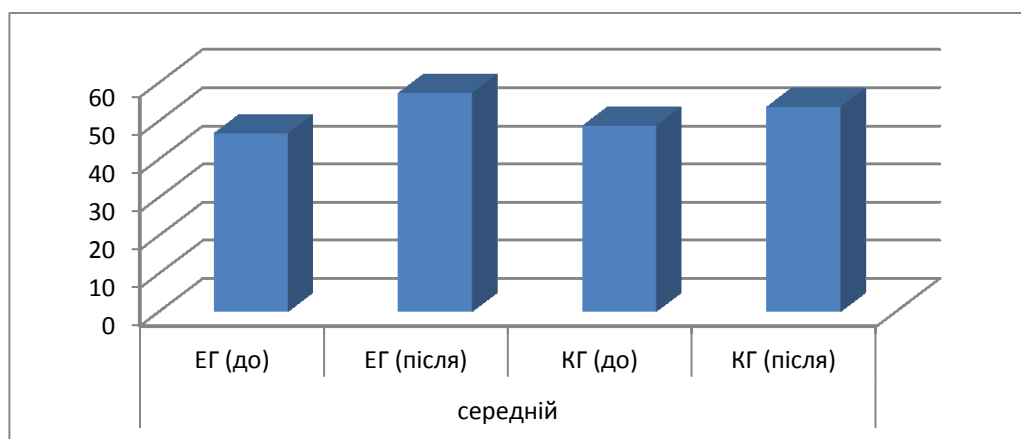


Рис. 2.16. Гістограма середнього рівня активності учнів

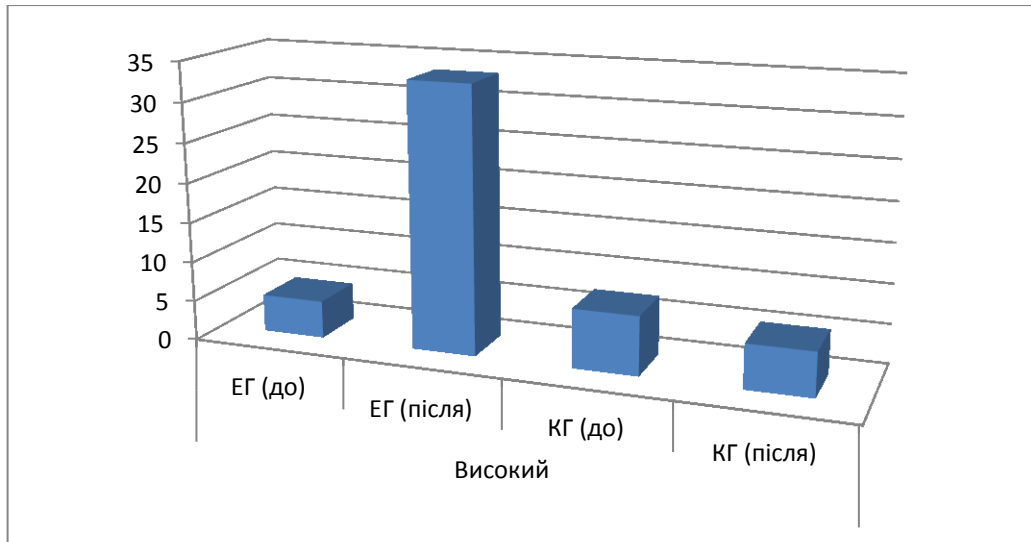


Рис. 2.17. Гістограма високого рівня активності учнів

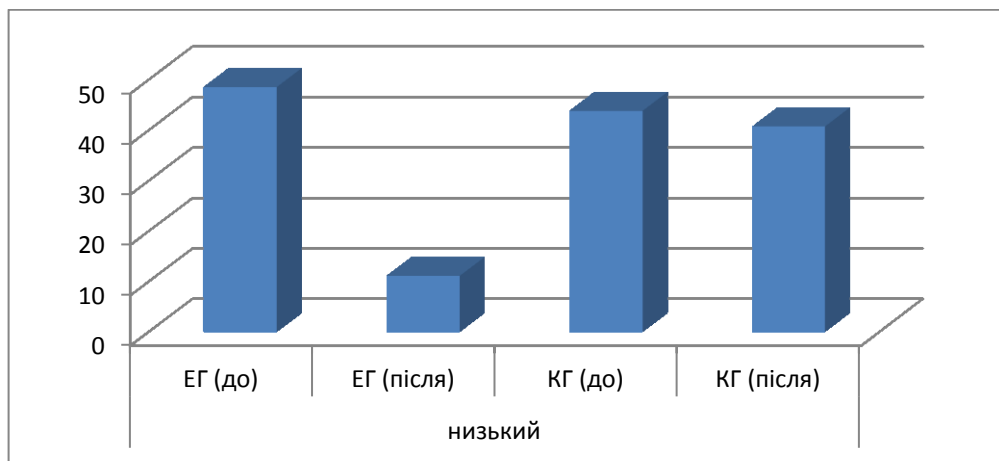


Рис. 2.18. Гістограми низького рівня активності учнів

Перевірка ефективності запровадження методики навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, що сприяє активізації їх пізнавальної діяльності, теж супроводжувалася статистичним опрацюванням результатів.

Порівняння рівнів активності у двох групах учнів проводилося з використанням t -критерію Ст'юдента. Наведемо розрахунки при статистичному опрацюванні результатів педагогічного експерименту щодо активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики (табл. 2.21, 2.22). Обчислення теж проводилися за допомогою табличного процесору MS Excel за алгоритмом, наведеним у додатку П.

При цьому оцінювався ступінь розбіжності між вибірковими середніми сумарними балами за критерієм Ст'юдента. Оскільки на початку було взято однакові вибірки, а оцінка дисперсій дала підставу стверджувати гіпотезу про їх рівність, то були вибрані число ступенів свободи $\nu = 2n - 2$, де n – кількість учнів, та оцінка t критерію

$$t = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{S_x^2 + S_y^2}{n}}}$$

Обчислене значення t -критерію в нашому випадку $t = 2,003 > t_0 = 1,96$, що дозволяє стверджувати, що альтернативна гіпотеза про суттєву розбіжність між вибірковими середніми сумарними балами справджується на рівні значущості 0,05.

У процесі експерименту було підтверджено, що рівень активності під час навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, які навчалися за методикою, зорієнтованою на активізацію їх пізнавальної діяльності, об'єктивно вищий за такий же показник у групі, яка навчалася в звичайних найбільш поширених умовах навчання математики в класах з гуманітарним профілем навчання.

Висновки до розділу 2

1. У дисертаційному дослідженні обґрунтовано, що в класах з гуманітарним профілем навчання на етапі дидактичної установки найефективнішою формою організації навчальної діяльності учнів є фронтальна робота, а метод – бесіда вчителя, спрямована на розкриття особливостей застосування нового матеріалу в майбутній професійній діяльності (на уроках алгебри та початків) та в повсякденному житті (на уроках геометрії).

2. Встановлено, що на етапі мотивації учнів через ситуацію імпресінга найефективнішими формами організації навчальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання на уроках алгебри та початків аналізу є такі: самостійна робота учнів з навчальним матеріалом, а також робота в парах та в групах під керівництвом учителя. Серед методів та прийомів свою ефективність засвідчили дидактична гра, використання емоційної забарвленості матеріалу та історичних довідок з теми. Обов'язковим є довгострокове домашнє завдання з розв'язування прикладних задач.

3. У дисертаційному дослідженні обґрунтовано, що на етапах постановки мети та завдань вивчення теми ефективним є формулювання особистої мети та завдань вивчення теми через заповнення відповідних таблиць. Також учням необхідно на цьому етапі заповнювати «Шкалу впевненості», що сприяє подоланню психологічних бар'єрів цих учнів.

4. У процесі вивчення нового матеріалу свою ефективність засвідчила шкільна лекція, особливостями якої на уроках алгебри та початків аналізу є значна кількість прикладів, наявність пояснень без математичної термінології, наведення учнями власних прикладів, введення елементів актуалізації опорних знань, значна кількість алгоритмічних приписів, зразків діяльності. У процесі вивчення нового матеріалу на уроках геометрії доцільним є наведення учнями власних прикладів, самостійна ілюстрація доведень теорем, формулювання обернених тверджень до теорем та їх ілюстрація, заміна у визначеннях чи теоремах певних властивостей та аналіз

отриманих тверджень, ілюстрація матеріалу, що вивчається, іноземною мовою, складання опорних конспектів, виконання рисунків до теорем, ілюстрація практичного застосування матеріалу, що вивчається, та прикладних завдань, підготовка повідомлень на історичну тематику, знаходження фактів, що вивчаються, у наведених ілюстраціях з навколишнього середовища. Також на уроках геометрії доцільно використовувати лабораторно-практичні роботи.

5. Головною особливістю під час формування вмінь і навичок має стати формування вмінь учнів-гуманітаріїв знаходити шляхи розв'язання задачі за мінімального обсягу знань. Встановлено, що уроки формування навичок, умінь, узагальнення та систематизації знань, навичок і вмінь доцільно проводити у формі уроку психологічного тренінгу, інтегрованого уроку, уроку лабораторно-практичної роботи, уроку-конференції. Зазначено, що для забезпечення прикладної спрямованості шкільного курсу математики в класах з гуманітарним профілем навчання слід організовувати розв'язування учнями цих класів прикладних задач у вигляді довгострокового домашнього завдання та портфолію. У дисертаційному дослідженні визначено вимоги до математичних завдань, що враховують специфіку учнів-гуманітаріїв.

6. У дисертаційному дослідженні запропоновано трирівневу структуру системи контролю до кожної теми. На всіх етапах проведення контролю та оцінювання навчальних досягнень учнів значну увагу слід приділяти організації самоконтролю учнів.

7. У процесі експерименту було підтверджено суттєве зростання навчальних досягнень та рівня активності під час навчання математики учнів класів гуманітарних профілів, які навчалися за методикою, зорієнтованою на активізацію їх пізнавальної діяльності. Узагальнення отриманих результатів дозволило стверджувати, що мету дисертаційної роботи досягнуто.

Основні результати першого розділу відображено у роботах [250] – [252], [306], [307], [308], [309], [311], [312], [317], [320], [324], [326], [328] – [330], [333], [334], [339], [341], [342].

ВИСНОВКИ

У дисертації обґрунтовано необхідність, розроблено й апробовано методику навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, що спрямована на активізацію їх пізнавальної діяльності, й отримано такі **результати**:

– з'ясовано реальний стан досліджуваної проблеми в теорії та практиці навчання;

– визначено психолого-педагогічні особливості учнів-гуманітаріїв, що проявляються в навчанні математики;

– визначено сутність поняття «активізація пізнавальної діяльності учнів» у контексті дослідження;

– визначено й теоретично обґрунтовано шляхи й засоби активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в ході навчання математики;

– розроблено та експериментально перевірено розроблену методику активізації пізнавальної діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання в процесі навчання математики.

Результати теоретичного та експериментального дослідження надали змогу сформулювати такі **висновки**.

1. Запровадження профільної диференціації в старшій ланці загальноосвітньої школи відповідає інноваційним процесам, які відбуваються сьогодні в державі з метою модернізації освіти. Сучасний ринок праці вимагає від кваліфікованих фахівців певної математичної підготовки. Це стосується й професій гуманітарної спрямованості, оскільки якість математичної підготовки свідчить про готовність молоді до повсякденного життя та професійної діяльності. У процесі навчання математики учні класів з гуманітарним профілем навчання мають усвідомити роль математики як елемент загальної людської культури та міжпредметні зв'язки курсу математики з гуманітарними навчальними предметами; оволодіти прийомами

розумових дій з розв'язування математичних і прикладних завдань. Значна частина випускників класів з гуманітарним профілем навчання складають ЗНО з математики. Результати виконання цих завдань засвідчують зниження рівня навчальних досягнень учнів з математики, а відповідно й відсутність стійких мотивів до навчання математики. Для вирішення цієї актуальної проблеми необхідно модифікувати й удосконалити чинну методичну систему навчання математики в класах з гуманітарним профілем навчання, спрямовуючи її на активізацію пізнавальної діяльності цих учнів.

2. Сучасні старшокласники суттєво відрізняються від своїх однолітків кілька поколінь тому за загальнокультурним рівнем, шириною та різнобічністю інтересів, ціннісними орієнтаціями та суспільною активністю. Учні класів з гуманітарним профілем навчання мають ряд психолого-педагогічних особливостей, що проявляються у процесі навчання математики. Оскільки навчання математики цих учнів має реалізовуватися з урахуванням принципів диференціації навчання та положень особистісно орієнтованого навчання, учнів класів з гуманітарним профілем навчання доцільно об'єднувати в гомогенні групи за рівнем навченості та научуваності та за рівнем сформованості мотивів до навчання математики.

3. Процес навчання математики учнів-гуманітаріїв ускладнюється проблемами обмеженості навчального процесу в часі, низької мотивації їх пізнавальної діяльності, психологічних бар'єрів учнів, оцінювання й самооцінювання їх навчальних досягнень, відсутності нестандартних завдань. Пропонування шляхів для вирішення цих проблем й буде створювати умови для активізації пізнавальної діяльності таких учнів у процесі навчання математики.

4. Створена в даному дисертаційному дослідженні методика навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання, спрямована на активізацію пізнавальної діяльності учнів, може бути використана в роботі за будь-яким підручником математики рівня стандарту. У процесі повідомлення вчителем математики навчальної теми, мети, актуалізації опорних знань

учнів, мотивації їх навчальної діяльності, організації вивчення теоретичного матеріалу та ілюстрації його прикладами відбувається первинне ознайомлення учнів з навчальним матеріалом та формується ставлення учнів до нього. На цьому етапі учні налаштовуються на позитивну пізнавальну діяльність у процесі вивчення теми. Під час діяльності вчителя математики з формування вмінь та навичок учнів-гуманітаріїв проявляється рівень математичної грамотності та математичної правильності діяльності учнів класів з гуманітарним профілем навчання. Діяльність учителя математики з організації аналізу учнями процесу навчання стимулює самооцінювальний компонент діяльності учнів. Розроблена методика ґрунтується на формуванні позитивної мотивації до навчання через обґрунтований добір та структурування навчального матеріалу, подальше удосконалення форм, методів і засобів навчання математики цих учнів.

5. У процесі експерименту було підтверджено, що рівень активності в процесі навчання математики учнів класів гуманітарних профілів, які навчалися за методикою, зорієнтованою на активізацію їх пізнавальної діяльності, об'єктивно вищий за такий же показник у групі, яка навчалася в звичайних найбільш поширених умовах навчання математики в класах з гуманітарним профілем навчання.

Результати дослідження можуть бути використані в практиці навчання математики учнів 10-11 класів з гуманітарним профілем навчання в загальноосвітніх навчальних закладах I-III ступенів, учнів нематематичних спеціальностей освітніх закладів I-II рівнів акредитації, у системі підвищення кваліфікації вчителів математики.

Подальших наукових досліджень потребує проблема створення електронного навчального підручника з математики для учнів-гуманітаріїв, у якому були б реалізовані вже вказані та нові пропозиції щодо змісту, методів, форм і засобів навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абульханова К. А. Психология и сознание личности (проблемы методологии, теории и исследования личности) : избранные психологические труды / К. А. Абульханова. – Москва : Московский психолого-социальный институт ; Воронеж : МОДЭК, 1999. – 224 с.
2. Абульханова-Славская К. А. О субъекте психической деятельности / К. А. Абульханова-Славская. – Москва : Наука, 1973. – 287 с.
3. Активизация обучения математике в сельской школе / [сост. Ю. М. Колягин]. – Москва : Просвещение, 1975. – 94 с.
4. Акуленко І. А. До проблеми з'ясування стану методичної підготовки майбутнього вчителя математики профільної школи / І. А. Акуленко // Science and Education a New Dimension. – Budapest, 2013. – Vol. 5. – P. 48–53.
5. Акуленко І. А. До проблеми навчання математики учнів-гуманітаріїв на основі врахування їхніх індивідуальних і типових особливостей / І. А. Акуленко // Дидактика математики : проблеми і дослідження : Міжнародний збірник наукових робіт. – 2010. – № 34. – С. 93-97.
6. Акуленко І. А. Методика навчання математики в профільній школі : методичні рекомендації до проведення практично-семінарських занять / І. А. Акуленко. – Черкаси : Чабаненко Ю., 2012. – 165 с.
7. Акуленко І. А. Організація навчання математики та інформатики в профільній школі : навчально-методичний посібник / І. А. Акуленко, Л. В. Гришко. – Черкаси : Вид-во ЧНУ, 2016. – 168 с.
8. Ананьев Б. Г. Индивидуальное развитие человека и контрастность воспитания / Б. Г. Ананьев, М. Д. Дворяшина, Н. А. Кудрявцева. – Москва : Просвещение, 1986. – 212 с.
9. Аристова Л. П. Активность учения школьника / Л. П. Аристова. – Москва : Педагогика, 1968. – 138 с.
10. Архіпова Т. Л. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів 7–9 класів у процесі вивчення геометрії з використанням комп'ютера :

- автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Т. Л. Архіпова. – Київ, 2002. – 20 с.
11. Асеев В. Г. Мотивация поведения и формирование личности / В. Г. Асеев. – Москва : Мысль, 1976. – 158 с.
 12. Асмолов А. Г. Психология личности: культурно-историческое понимание развития человека / А. Г. Асмолов. – Москва : Академия, 2007. – 528 с.
 13. Атаманчук П. С. Управління процесом навчально-пізнавальної діяльності / П. С. Атаманчук. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський державний педагогічний інститут, Інформаційно-видавничий відділ, 1997. – 136 с.
 14. Атанов Г. А. Деятельностный подход в обучении / Г. А. Атанов. – Донецк : ЕАИ-пресс, 2001. – 160 с.
 15. Ачкан В. В. Формування математичних компетентностей старшокласників у процесі вивчення рівнянь та нерівностей : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / В. В. Ачкан. – Київ, 2009. – 224 с.
 16. Бабанский Ю. К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе / Ю. К. Бабанский. – Москва : Просвещение, 1985. – 208 с.
 17. Бабанский Ю. К. Оптимизация педагогического процесса / Ю. К. Бабанский, М. М. Поташник. – Киев : Радянська школа, 1982. – 200 с.
 18. Балк М. Б. Математика после уроков / М. Б. Балк, Г. Д. Балк. – Москва : Просвещение, 1971. – 462 с.
 19. Бараболин М. П. Методологические основы развивающего обучения / М. П. Бараболин. – Москва : Высшая школа, 1991. – 232 с.
 20. Башмаков М. И. Теория и практика продуктивного обучения / М. И. Башмаков. – Москва : Народное образование, 2000. – 248 с.

21. Бевз В. Г. Провідні методологічні підходи у навчанні математики в профільній школі / В. Бевз, В. Кузьменко // Математика в школі. – 2010. – № 1-2. – С. 3-7.
22. Бевз Г. П. Математика : 10 кл. : підручник для загальноосвітніх навчальних закладів : рівень стандарту / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – Київ : Генеза, 2010. – 272 с.
23. Бевз Г. П. Математика : 11 кл. : підручник для загальноосвітніх навчальних закладів : рівень стандарту / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – Київ : Генеза, 2011. – 320 с.
24. Бевз Г. П. Методи навчання математики / Г. П. Бевз. – Харків : Основа. – 2003. – 96 с.
25. Бевз Г. П. Методика викладання математики / Г. П. Бевз. – Київ : Вища школа, 1989. – 367 с.
26. Бернштейн Н. А. Очерки по физиологии движений и физиологии активности / Н. А. Бернштейн. – Москва : Медицина, 1966. – 349 с.
27. Бикел П. Дж. Математическая статистика / П. Дж. Бикел, Доксам Куэлл ; пер. с англ. Ю. А. Данилова. – Москва : Финансы и статистика, 1983. – 254 с.
28. Біляніна О. Я. Геометрія 10. 3D моделі-ілюстрації (каркасні) [Електронний ресурс] / О. Я. Біляніна , Г. І. Білянін, В. О. Швець. – Режим доступу : http://www.3dg.com.ua/Shvets_10_ukr/index.htm. – Загол. з екрану. – Мова укр.
29. Блез Паскаль : биография, цитаты [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.erwr.ru/quotauthor/334/>. – Загл. с экрана. – Язык рус.
30. Богоявленская Д. Б. Интеллектуальная активность как проблема творчества / Д. Б. Богоявленская. – Ростов-на-Дону : Изд-во Ростовского университета, 1983. – 176 с.
31. Боденко Б. Н. Активизация в тренинге образовательной деятельности студентов : методическое пособие / Б. Н. Боденко. – Москва :

- Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, Сектор «Гуманизация образования», 2001. – 29 с.
32. Божович Л. И. Познавательные интересы и пути их изучения / Л. И. Божович // Известия АПН РСФСР. – Москва, 1955. – Вып. 73. – С. 3-14.
 33. Божович Л. И. Психическое развитие школьника и его воспитание / Л. И. Божович, Л. С. Славина. – Москва : Знание, 1971. – 96 с.
 34. Болтянский В. Г. К проблеме дифференциации школьного математического образования / В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер // Математика в школе. – 1988. – № 3. – С. 9-10.
 35. Болдырев Н. И. Педагогика / Н. И. Болдырев. – Москва : Знание, 1968. – 349 с.
 36. Буковська О. І. Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / О. І. Буковська. – Київ, 2010. – 20 с.
 37. Бурда М. І. Математика 10-11 : Навчальний посібник для шкіл, ліцеїв та гімназій гуманіст. профілю / М. І. Бурда, О. С. Дубинчук, Ю. І. Мальований. – Київ : Освіта, 2004. – 224 с.
 38. Бурда М. І. Структура і зміст профільного навчання математики / М. І. Бурда // Математика в школі. – 2007. – С. 3–6.
 39. Бусел Ю. Сучасні молодіжні субкультури / Ю. Бусел. – Київ : Шкільний світ, 2009. – 96 с.
 40. Буткин Г. А. О способах подачи новых знаний в зависимости от типа мышления учащихся / Г. А. Буткин, Д. Л. Ермонская, Г. А. Кислюк // Возрастные особенности познавательной деятельности школьников и студентов : сборник научных трудов. – Москва : МГПИ им. В. И. Ленина, 1979. – 105 с.

41. Вайзер Г. А. Теория учения развивающейся личности: история и современность / Г. А. Вайзер, О. Н. Юдина // Вопросы психологии. – 2003. – № 3. – С. 122-133.
42. Васьков Ю. Особистісно зорієнтоване навчання – нова освітня парадигма / Юрій Васьков // Сучасні педагогічні технології. – 2006. – Ч. 1. – С. 63-64.
43. Вашуленко О. П. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках геометрії за допомогою електронної наочності [Електронний ресурс] / О. П. Вашуленко // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2012. – № 1. – Режим доступу : <http://nbuv.gov.ua/j-pdf/komp2012115.pdf>. – Загол. з екрану. – Мова укр.
44. Вергасов В. М. Активизация познавательной деятельности студентов в высшей школе / В. М. Вергасов. – Киев : Вища школа, 1985. – 176 с.
45. Вікова психологія / [за ред. Г. С. Костюка]. – Київ : Радянська школа, 1976. – 270 с.
46. Вітенко І. С. Тести для визначення інтелектуального розвитку дітей та дорослих / І. С. Вітенко, Н. М. Воронич-Семченко, І. В. Ємельяненко. – Івано-Франківськ : Нова Зоря, 2002. – 107 с.
47. Власенко С. В. Інтегрований урок з математики – інформатики / С. В. Власенко, Л. М. Страннікова // Математика в школі. – 2005. – № 6. – С. 27-30.
48. Власова О. І. Педагогічна психологія / О. І. Власова. – Київ : Либідь, 2005. – 400 с.
49. Возрастная и педагогическая психология / [В. В. Давыдов, Т. В. Драгунова, Л. Б. Ительсон и др.] ; под ред. В. А. Петровского. – [2-е изд., испр. и доп.]. – Москва : Просвещение, 1979. – 288 с.
50. Волкова Н. П. Педагогіка / Н. П. Волкова. – Київ : Видавничий центр Академія, 2003. – 576 с.

51. Волковська Т. Особистісно зорієнтоване навчання / Т. Волковська, Т. Коляда, Л. Овчаренко // Сучасні педагогічні технології. – 2006. – Ч. 1. – С. 65-66.
52. Воляннюк Н. Феноменологія суб'єктної активності / Н. Воляннюк // Соціальна психологія. – 2004. – № 3. – С. 97-109.
53. Вопросы психологии познавательной деятельности школьников и студентов / [под ред. И. Л. Баскакова]. – Москва : МГПИ им. В. И. Ленина, 1988. – 220 с.
54. Выготский Л. С. Собрание сочинений : в 6 т. Т. 1 / Л. С. Выготский. – Москва : Педагогика, 1982. – 488 с.
55. Выставки в Риме 2013 : выставка картин Пабло Пикассо, Жоржа Брака, других классиков кубизма [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://2queens.ru/Articles/Vystavki-Drugie-vystavki/Vystavki-v-Rime-2013-vystavka-kartin-Pablo-Pikasso-ZHorzha-Braaka-drugih-klassikov-kubizma.aspx?ID=1261>. – Загл. с экрана. – Язык рус.
56. Гальперин П. Я. Введение в психологию / П. Я. Гальперин. – Москва : Университет, 1999. – 332 с.
57. Гальперин П. Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / П. Я. Гальперин // Исследование мышления в советской психологии. – Москва : Наука, 1966. – С. 105-140.
58. Гебос А. И. Психология познавательной активности учащихся / А. И. Гебос. – Кишинёв : Штиинце, 1975. – 104 с.
59. Гельфман Э. Г. Формирование универсальных учебных действий в процессе создания учебного проекта на уроках математики / Э. Г. Гельфман, А. Г. Подстригич // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2012. – № 8. – С. 160-167.
60. Гений во всём : 5 интересных фактов из биографии Готфрида Лейбница [Электронный ресурс]. – Режим доступа :

- <http://www.vm.ru/news/2013/11/13/genij-vo-vsem-5-interesnih-faktov-iz-biografii-gotfrida-lejbnitsa-222494.html>. – Загл. с экрана. – Язык рус.
61. Геометрия : 10-11 класс / [Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.]. – Москва : Просвещение, 2008. – 264 с.
 62. Гилев Д. К. К вопросу о мотивах учебной деятельности учащихся / Д. К. Гилев // Вопросы развития познавательных интересов учащихся в процессе обучения. – Свердловск, 1970. – С. 3-20.
 63. Глезерман Г. Е. Интерес как социологическая категория / Г. Е. Глезерман // Вопросы философии. – 1966. – № 10. – С. 15-26.
 64. Глобін О. І. Компетентністний підхід у навчанні та стандарти шкільної математичної освіти / О. І. Глобін // Математика в школі. – 2011. – № 11/12. – С. 2-5.
 65. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник / С. У. Гончаренко. – Київ : Либідь, 1997. – 376 с.
 66. Гордиенко Т. П. Профильная дифференциация обучения физике в 10–11 классах средней общеобразовательной школы (гуманитарный профиль) : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Татьяна Петровна Гордиенко. – Киев, 1998. – 210 с.
 67. Гордон Л. Д. Психологія і педагогіка інтересу / Л. Д. Гордон. – Київ : Радянська школа, 1940. – 123 с.
 68. Горох В. П. Математика. Комплексна підготовка / В. П. Горох, Ю. П. Бабич, Г. М. Вартамян та ін. – Харків : Факт, 2009. – 176 с.
 69. Грабарь М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М. И. Грабарь, К. А. Краснянская. – Москва : Педагогика, 1977. – 136 с.
 70. Грамбовська Л. В. Комп'ютерні динамічні моделі як засіб дидактичного забезпечення процесу навчання геометрії в сучасній школі [Електронний ресурс] / Л. В. Грамбовська, О.М. Яковчук // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2010. – № 7. – Режим доступу : <http://nbuv.gov.ua/j-pdf/komp2010076.pdf>. – Загол. з екрану. – Мова укр.

71. Грановская Р. М. Элементы практической психологии / Р. М. Грановская. – Ленинград : ЛГУ, 1994. – 490 с.
72. Григулич С. М. Самостійна робота старшокласників з математики в умовах диференційованого навчання : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / С. М. Григулич. – Київ, 2004. – 20 с.
73. Гриньова М. В. Організація навчальної діяльності підлітків з низьким рівнем досягнень при вивченні предметів природничого циклу / М. В. Гриньова, К. Ю. Вовк. – Полтава : Кобеляки, 2001. – 120 с.
74. Гуревич Ю. Г. Психологические особенности учебной деятельности / Ю. Г. Гуревич, С. В. Кошелева. – Иркутск : Изд-во Иркутского университета, 1988. – 72 с.
75. Гурина Т. А. Технологии обучения физике учащихся классов гуманитарного профиля : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / Т. А. Гурина. – Москва, 2001. – 16 с.
76. Гусева Н. В. Гуманитарный потенциал школьного курса математики и его реализация в обучении / Н. В. Гусева, С. В. Менькова, Е. В. Баранова. – Арзамас : Арзамаский филиал ННГУ, 2014. – 46 с.
77. Давиденко А. А. Науково-дослідницька діяльність учнів-членів Малої академії наук України / А. А. Давиденко. – Чернігів : РВВ ЧОППО, 2001. – 38 с.
78. Давыдов В. В. О понятии личности в современной психологии / В. В. Давыдов // Психологический журнал. – 1988. – № 4. – С. 22-32.
79. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. – Москва : ИНТОР, 1996. – 544 с.
80. Данилов М. А. Активное восприятие и осознание учащимися нового учебного материала / М. А. Данилов // Известия Академии педагогических наук РСФСР. – 1949. – Вып. 20. – С. 73-104.

81. Данилов М. А. Процесс обучения в советской школе / М. А. Данилов. – Москва : Учпедгиз, 1960. – 299 с.
82. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.mon.gov.ua/ua/often-requested/state-standards/> – Загол. з екрану. – Мова укр.
83. Джидарьян И. А. Категория активности и её место в системе психологического знания / И. А. Джидарьян // Категории материалистической диалектики в психологии / под ред. Л. И. Анцыферова. – Москва : Наука, 1988. – С. 56-88.
84. Дидактика современной школы / Б. С. Кобзарь, Г. Ф. Кумарина, Ю. А. Кусый и др. ; [под ред. В. А. Онищука]. – Киев : Радянська школа, 1987. – 351 с.
85. Дидактика средней школы / под ред. М. Н. Скаткина. – Москва, 1982. – 318 с.
86. Добрынин Н. Ф. Интерес и внимание / Н. Ф. Добрынин // Ученые записки МГПИ им. К. Либкнехта. – Москва, 1941. – Т. 8, вып. 2. – С. 3-19.
87. Додонов Б. И. Структура и динамика мотивов деятельности / Б. И. Додонов // Вопросы психологии. – 1984. – № 4. – С. 126-130.
88. Долбенко Т. О. Педагогічні основи активізації пізнавальної діяльності підлітків [Електронний ресурс]. – Режим доступу : www.ch1.kiev.ua/UKR/nauka/dolbenko.htm#3. – Загол. з екрану. – Мова укр.
89. Дубинин Н. П. Что такое человек / Н. П. Дубинин. – Москва : Мысль, 1983. – 334 с.
90. Дубинчук Е. С. Активизация познавательной деятельности учащихся средних профтехучилищ в процессе обучения математике / Е. С. Дубинчук. – Київ : Вища школа, 1987. – 104 с.
91. Дубровина И. В. Психология / И. В. Дубровина, Е. Е. Данилова, А. М. Прихожан ; [под ред. И. В. Дубровиной]. – Москва : Академия, 2002. – 464 с.

92. Дубровский В. Н. Динамическая геометрия в школе. Стереометрия в двумерных средах / В. Н. Дубровский, С. Н. Поздняков // Компьютерные инструменты в школе. – 2008. – № 6. – С. 24-38.
93. Елизарова Н. А. Методические особенности изучения функции в классах гуманитарного направления профильной школы : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / Н. А. Елизарова. – Орел, 2004. – 18 с.
94. Ермакова И. В. Поиск новых средств решения учебных задач в начальной и основной школе / И. В. Ермакова, Г. А. Цукерман // Вопросы психологии. – 2009. – № 6. – С. 13-22.
95. Ермолаев Ю. А. Возрастная физиология / Ю. А. Ермолаев. – Москва : Высшая школа, 1985. – 384 с.
96. Есипов Б. П. Активизация мышления учащихся в процессе обучения / Б. П. Есипов // Известия АПН РСФСР. – 1949. – Вып. 20. – С. 37-72.
97. Есипов Б. П. Самостоятельная работа учащихся в процессе обучения / Б. П. Есипов // Известия АПН РСФСР. – 1961. – Вып. 115. – С. 6-37.
98. Жалдак М. І. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою. Посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін. – Київ : Шкільний світ, 2006. – 120 с.
99. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики / М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Винниченко. – Київ : РННЦ «ДІНІТ», 2003. – 324 с.
100. Жалдак М. І. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання математики, фізики, інформатики / М. І. Жалдак, В. В. Лапінський, М. І. Шут. – Київ : Дініт, 2004. – 110 с.
101. Жильцова О. А. Реализация принципов психологической теории деятельности А. Н. Леонтьева в естественнонаучном образовании школьников / О. А. Жильцова, Ю. А. Самоненко // Вопросы психологии. – 2007. – № 1. – С. 136-144.

102. Заброцький М. М. Педагогічна психологія / М. М. Заброцький. – Київ : МАУП, 2000. – 100 с.
103. Зависимость обучения от типа ориентировочной деятельности / под ред. : Й. Я. Гальперина, Н. Т. Талызиной. – Москва : Изд-во Москов. ун-та, 1968. – 240 с.
104. Загвязинский В. И. Учебно-познавательные задания как средство разрешения противоречий обучения / В. И. Загвязинский // Психолого-педагогические проблемы формирования активности личности учащегося. – Тюмень, 1971. – Вип. 12. – С. 3-20.
105. Заика Е. В. Игры для формирования раскрепощённости в познавательной сфере школьников / Е. В. Заика, Г. Н. Лантушенко // Вопросы психологии. – 1997. – № 4. – С. 58-62.
106. Застосування похідної до розв'язування математичних задач прикладного змісту [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://bibl.com.ua/matematika/32419/index.html>. – Загол. з екрану. – Мова укр.
107. Захарова А. В. Психология обучения старшеклассников / А. В. Захарова. – Москва : Знание, 1976. – 64 с.
108. Здравомыслов А. Г. Потребности, интересы, ценности / А. Г. Здравомыслов. – Москва : Политиздат, 1986. – 223 с.
109. Зеленцов Б. П. Обучающий словарь по математике / Б. П. Зеленцов // Математика в школе. – 2000. – № 5. – С. 38-45.
110. Зимняя И. А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата современного образования [Электронный ресурс] / И. А. Зимняя // Ейдос. – Режим доступа : <http://www.eidos.ru/journal/>. – Загл. с экрана. – Язык рус.
111. Зимняя И. А. Педагогическая психология / И. А. Зимняя. – Ростов-на-Дону : Феникс, 1997. – 480 с.
112. Зіненко І. М. Упровадження компетентнісного підходу до навчання алгебри та початків аналізу учнів гуманітарного ліцею : результати

- педагогічного експерименту / І. М. Зіненко // Дидактика математики: проблеми і дослідження : Міжнародний збірник наукових робіт. – 2010. – № 34. – С. 98-101.
113. Зорина Л. Я. Системность – качество знаний / Л. Я. Зорина. – Москва : Знание, 1976. – 64 с.
114. Иванова Т. А. Гуманитаризация общего математического образования / Т. А. Иванова. – Н. Новгород : НГПУ, 1998. – 206 с.
115. Игнатенко Н. Я. Математические методы психолого-педагогических исследований / Н. Я. Игнатенко. – Ялта : РИО КГУ, 2009. – 52 с.
116. Из опыта преподавания математики в средней школе / [сост. : А. В. Соколова, В. В. Пикан, В. А. Оганесян]. – Москва : Просвещение, 1979. – 192 с.
117. Ильин В. С. Проблема воспитания потребности в знаниях у школьников / В. С. Ильин. – Ростов-на-Дону, 1971. – 224 с.
118. Индивидуализация и дифференциация обучения в вечерней школе / [У. Байсалов, Л. Н. Белоновская, Г. Д. Глейзер и др.]; под ред Г. Д. Глейзера. – Москва : Просвещение, 1985. – 143 с.
119. Интересные факты о Ньюtone [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://sivs.ru/viewtopic.php?id=3998>. – Загл. с экрана. – Язык рус.
120. Ипполитова М. И. Лекция учителя и активность учащихся / М. И. Ипполитова // Литература в школе. – 1976. – № 6. – С. 21-27.
121. Иванова С. В. Формування геометричних умінь старшокласників шкіл (класів) гуманітарного профілю : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Світлана Володимирівна Іванова. – Київ, 1999. – 178 с.
122. Іваськів І. С. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів на основі систем штучного інтелекту при навчанні інформатики в старшій школі : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (інформатика)» / І. С. Іваськів. – Київ, 2000. – 20 с.
123. Ігнатенко М. Я. Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні

- математики : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Микола Якович Ігнатенко. – Київ, 1997. – 335 с.
124. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики / В. В. Корольський, Т. Г. Крамаренко, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк : [під ред. акад. М. І. Жалдака]. – Кривий Ріг : Книжкове видавництво Кирєєвського, 2009. – 316 с.
125. Інтерактивні технології на уроках математики / Уклад. І. С. Маркова. – Харків : Основа, 2008. – 126 с.
126. Кабанова-Меллер Е. Н. Формирование приёмов умственной деятельности и умственное развитие учащихся / Е. Н. Кабанова-Меллер. – Москва : Просвещение, 1968. – 288 с.
127. Каган М. С. Человеческая деятельность : (опыт системного анализа) / М. С. Каган. – Москва : Политиздат, 2004. – 328 с.
128. Калмыкова З. И. Психологические принципы развивающего обучения / З. И. Калмыкова. – Москва : Знание, 1979. – 48 с.
129. Калущкая И. Н. Психология развития личности / И. Н. Калущкая // Вопросы психологии. – 2007. – № 4. – С. 168-171.
130. Каплан М. З. Воспитательные возможности проблемного обучения / М. З. Каплан // Математика в школе. – 1990. – № 6. – С. 34-38.
131. Карасіков В. В. Активізація пізнавальної діяльності старшокласників у навчанні інформатики з використанням програмно-навчального комплексу : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (інформатика)» / В. В. Карасіков. – Київ, 2011. – 16 с.
132. Кириченко Т. Ф. Использование материалов с печатной основой в учебном процессе / Т. Ф. Кириченко // Приёмы активизации обучения математике : межвузовский сборник научных трудов. – Ленинград : ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1985. – С. 93-103.
133. Кирьяков Б. С. Региональные олимпиады школьников как объект проектирования / Б. С. Кирьяков // Педагогика. – 2000. – № 8. – С. 37-42.

134. Ковалев А. Г. Психология личности / А. Г. Ковалев. – Москва : Просвещение, 1970. – 391 с.
135. Ковязина М. С. Пространственные представления и межполушарное взаимодействие у младших школьников / М. С. Ковязина, Е. Ю. Балашова // Вопросы психологии. – 2009. – № 5. – С. 40-53.
136. Колесник Т. В. Розвиток функціональної змістової лінії у старшій профільній школі / Т. В. Колесник // Математика в школі. – 2006. – № 1. – С. 40-44.
137. Колесніченко Л. А. Основи психології та педагогіки / Л. А. Колесніченко, Л. Л. Борисенко. – Київ : КНЕУ, 2002. – 157 с.
138. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математики / Ю. М. Колягин. – М. : Просвещение, 1977.
- Ч. 1 : Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М. : Просвещение, 1977. – 110 с.
- Ч. 2 : Обучение математике через задачи и обучение решению задач. – М.: Просвещение, 1977. – 144 с.
139. Колягин Ю. М. Профильная дифференциация обучения математике / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова // Математика в школе. – 1990. – № 4. – С. 21-27.
140. Кон И. С. Психология ранней юности : книга для учителя / И. С. Кон. – Москва : Просвещение, 1989. – 255 с.
141. Концепція Державної цільової соціальної програми підвищення якості шкільної природничо-математичної освіти на період до 2015 року // Математика в школі. – 2010. – № 11. – С. 3-4.
142. Концепція національного виховання // Початкова школа. – 1995. – № 2. – С. 48-52.
143. Концепція профільного навчання в старшій школі (2009 р.) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/normativno-pravova-baza/>. – Загол. з екрану. – Мова укр.

144. Концепція профільного навчання в старшій школі (2013 р.) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/normativno-pravova-baza/>. – Загол. з екрану. – Мова укр.
145. Концепція профільного навчання в старшій школі // Математика в школі. – 2006. – № 4. – С. 2-7.
146. Корнейчук І. Аналогія у вивченні властивостей піраміди / І. Корнейчук // Математика в школі. – 2008. – № 9. – С. 31-36.
147. Король Л. М. Психологічні особливості розвитку пізнавальної самостійності сучасних учнів / Л. М. Король, С. М. Максимець // Вісник Житомирського педагогічного університету. – 2003. – Вип. 13. – С. 249-253.
148. Король С. О. Типові та індивідуальні особливості розвитку критичності мислення в юнацькому віці / С. О. Король // Республіканський науково-методичний збірник «Психологія». – Київ : Радянська школа, 1986. – Вип. 27. – С. 52-59.
149. Коссов Б. Б. Личность : актуальные проблемы системного подхода / Б. Б. Коссов // Вопросы психологии. – 1997. – № 6. – С. 58-69.
150. Костарев Н. С. Концепция интегрированного обучения [Электронный ресурс] / Н. С. Костарев. — Режим доступа: <http://school4-perm.narod.ru/kio.htm>. – Загл. с экрана. – Язык рус.
151. Костюк Г. С. Мислення в діяльності молодших школярів / Г. С. Костюк. – Київ : Радянська школа, 1981. – 155 с.
152. Костюк Г. С. Про психологію розуміння / Г. С. Костюк // Наукові записки НДІ психології УРСР. – Київ, 1950. – Т. II. – С. 7-57.
153. Крайзман М. Л. Шляхи активізації розумової діяльності учнів при викладанні математики / М. Л. Крайзман. – Київ : Радянська школа, 1964. – 96 с.
154. Краткий педагогический словарь / [сост. : М. Н. Колмакова, В. С. Суров]. – Москва : Политиздат, 1984. – 319 с.

155. Крутецкий В. А. Очерки психологии старшего школьника / В. А. Крутецкий, Н. С. Лукин. – Москва : Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1963. – 198 с.
156. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. – Москва : Просвещение, 1968. – 432 с.
157. Крутецкий В. А. Психология обучения и воспитания школьника / В. А. Крутецкий. – Москва : Просвещение, 1976. – 303 с.
158. Кузьминова И. В. Методика формирования готовности учащихся к изучению геометрии в старших классах гуманитарного профиля : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / И. В. Кузьминова. – Москва, 2005. – 16 с.
159. Кузьмінський А. І. Педагогіка / А. І. Кузьмінський, В. Л. Омеляненко. – Київ : Знання, 2007. – 447 с.
160. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – Москва : Политиздат, 1977. – 304 с.
161. Лернер И. Я. Процесс обучения и его закономерности / И. Я. Лернер. – Москва : Знание, 1980. – 96 с.
162. Лисина М. И. Развитие познавательной активности детей в ходе общения со взрослыми и сверстниками / М. И. Лисина // Вопросы психологии. – 1982. – № 4. – С. 18-36.
163. Лицур Ю. Генезис теоретичних уявлень про пізнавальну активність учнів на уроках хімії / Ю. Лицур // Науковий вісник Чернівецького університету. Педагогіка та психологія. – 2011. – Вип. 582. – С. 100-107.
164. Лікарчук А. М. Технологія створення та використання зошитів з друкованою основою (на матеріалі хімії) : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія і методика навчання (хімія)» / А. М. Лікарчук. – Київ, 2003. – 20 с.

165. Лов'янова І. В. Теоретико-методичні засади навчання математики у профільній школі : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Ірина Василівна Лов'янова. – Черкаси, 2015. – 400 с.
166. Лозниця В. С. Основи психології та педагогіки / В. С. Лозниця. – Київ : КНЕУ, 2001. – 288 с.
167. Лозова В. І. Цілісний підхід до формування пізнавальної активності школярів / В. І. Лозова. – [Вид. 2-ге, доповн.]. – Харків : ОВС, 2000. – 164 с.
168. Лозовая В. И. Познавательная активность как педагогическая проблема / В. И. Лозовая, А. В. Троцко // Советская педагогика. – 1989. – № 11. – С. 25-31.
169. Ломов Б. Ф. Проблема общения в психологии / Б. Ф. Ломов // Проблема общения в психологии. – Москва : Наука, 1981. – С. 3-23.
170. Лузан П. Г. Теорія і методика формування навчально-пізнавальної активності студентів / П. Г. Лузан. – Київ : Національний аграрний університет, 2004. – 272 с.
171. Лук'янова С. М. Розв'язання текстових задач арифметичними способами в основній школі : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / С. М. Лук'янова. – Київ, 2005. – 20 с.
172. Малафійк І. В. Дидактика / І. В. Малафійк. – Київ : Кондор, 2009. – 406 с.
173. Малкин И. И. Рационально организовывать самостоятельную работу учащихся / И. И. Малкин // Народное образование. – 1966. – № 10. – 36 с.
174. Мальковская Т. Н. Учитель – ученик / Т. Н. Мальковская. – Москва : Просвещение, 1986. – 144 с.
175. Маркова А. К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте / А. К. Маркова. – Москва : Просвещение, 1983. – 96 с.

176. Математика : 10 клас : [підручник для загальноосвітніх навчальних закладів] : рівень стандарту / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, А. К. Сліпенко. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2010. – 480 с.
177. Математика : 11 клас : [підручник для загальноосвітніх навчальних закладів] : рівень стандарту / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, А. К. Сліпенко. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2011. – 480 с.
178. Математика : підручник для 10 класів загальноосвітніх навчальних закладів : рівень стандарту / М. І. Бурда, Т. В. Колесник, Ю. І. Мальований, Н. А. Тарасенкова. – Київ : Видавничий дім «Освіта», 2011. – 288 с.
179. Математика. Навчальні програми для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <www.mon.gov.ua>. – Загол. з екрану. – Мова укр.
180. Матюхина М. В. Мотивация учения младших школьников / М. В. Матюхина. – Москва : Педагогика, 1984. – 144 с.
181. Матюшкин А. М. Психологическая структура, динамика и развитие познавательной активности / А. М. Матюшкин // Вопросы психологии. – 1982. – № 4. – С. 5-17.
182. Матяш О. І. Теоретико-методичні засади формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики до навчання учнів / О. І. Матяш. – Вінниця : ФОП Легкун В.М., 2013. – 445 с.
183. Махмутов М. И. Современный урок и пути его организации. – Москва : Педагогика, 1975. – 64 с.
184. Махмутов М. М. Проблемное обучение / М. М. Махмутов. – Москва : Педагогика, 1975. – 368 с.
185. Межейнікова Л. С. Активізація пізнавальної діяльності учнів основної школи в процесі розв'язування математичних задач фінансового

- змісту : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Л. С. Межейнікова. – Київ, 2005. – 20 с.
186. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян, В. Я. Саннинский, Г. Л. Луканкин. – Москва : Просвещение, 1975. – 462 с.
187. Методы обучения как условия развития активности и самостоятельности учащихся / под ред. проф. И. М. Чередова. – Омск : Изд-во ОмГПУ, 2000. – 114 с.
188. Мірецька Л. Б. Семінар з алгебри на тему : «Показникова і логарифмічна функції в природі, науці, техніці, мистецтві» : (10–11 клас) / Л. Б. Мірецька // Математика в школі. – 2005. – № 10. – С. 32-36.
189. Мірецька Л. Б. Семінар з алгебри на тему : «Показникова і логарифмічна функції в природі, науці, техніці, мистецтві» : (10–11 клас) / Л. Б. Мірецька // Математика в школі. – 2006. – № 1. – С. 32-36.
190. Моро М. И. О совершенствовании методов обучения математике / М. И. Моро, А. М. Пышкало // О совершенствовании методов обучения математике / [сост. В. С. Крамор]. – Москва : Просвещение, 1978. – С. 7-51.
191. Морозова Н. Г. Учителю о познавательном интересе / Н. Г. Морозова. – Москва : Знание, 1979. – 47 с.
192. Муртазин Г. М. О некоторых способах активизации познавательной деятельности учащихся / Г. М. Муртазин // Активизация познавательной деятельности учащихся. – Уфа : Редакционно-издательский совет Башгосуниверситета, 1972. – С. 4-34.
193. Національна доктрина розвитку освіти // Освіта України. – 2002. – 23 квітня.
194. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на 2012–2021 роки [Електронний ресурс]. – Режим доступу:

- mon.gov.ua>images/files/news/12/05/4455.pdf. – Загол. з екрану. – Мова укр.
195. Недвижимость [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <<http://vk.com/club98379688>>. – Загл. с экрана. – Язык рус.
196. Недвижимость [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <moskva.gde.ru>. – Загл. с экрана. – Язык рус.
197. Нейман Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики / пер. с англ. : Н. М. Митрофановой и А. П. Хусу ; под ред. акад. Ю. В. Линника. – Москва : Наука, 1968. – 448 с.
198. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : дворівневий підручник для 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Харків : Світ дитинства, 2005. – 329 с.
199. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : дворівневий підручник для 10 класів загальноосвітніх навчальних закладів / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Харків : Світ дитинства, 2004. – 262 с.
200. Неліна О. Є. Систематизація та узагальнення знань і вмінь учнів з алгебри як засіб активізації їх пізнавальної діяльності : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / О. Є. Неліна. – Київ, 2003. – 20 с.
201. Нестеренко А. М. Розвиток пізнавальної самостійності майбутніх абітурієнтів у системі довузівської математичної підготовки : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / А. М. Нестеренко. – Київ, 2005. – 20 с.
202. Низовских Н. А. Жизненные принципы и ценностные ориентации студенческих групп / Н. А. Низовских // Вопросы психологии. – 2008. – № 5. – С. 73-82.
203. Носова О. Л. Контроль знаний на уроках геометрии в гуманитарных классах / О. Л. Носова, Т. Д. Фролова // Математика в школе. – 2001. – № 6. – С. 44-50.

204. О совершенствовании методов обучения математике : сборник статей / сост. В. С. Крамор. – Москва : Просвещение, 1978. – 160 с.
205. Обучение и развитие : экспериментально-педагогическое исследование / [под ред. Л. В. Занкова]. – Москва : Педагогика, 1975. – 440 с.
206. Онищук В. А. Урок в современной школе / В. А. Онищук. – Москва : Просвещение, 1986. – 160 с.
207. Онопрієнко О. В. Компетентнісний підхід до навчання математики / О. В. Онопрієнко, Н. П. Листопад, С. О. Скворцова. – Київ : Редакції газет з дошкільної та початкової освіти, 2014. – 128 с.
208. Опыт компьютерной педагогической диагностики творческих способностей / науч. ред. В. И. Андреев. – Казань : Изд-во Казанского ун-та, 1989. – 142 с.
209. Орехов Ф. А. Графические лабораторные работы по геометрии / Ф. А. Орехов. – Москва : Просвещение, 1967. – 78 с.
210. Орлов В. И. Активность и самостоятельность учащихся в обучении / В. И. Орлов // Специалист. – 2002. – № 5. – С. 29-31.
211. Осинская В. Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9–10 классах / В. Н. Осинская. – Київ : Радянська школа, 1980. – 143 с.
212. Павлова Н. С. Активізація розумової діяльності учнів на уроках інформатики у процесі розв'язування різнорівневих завдань / Н. С. Павлова // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 2, Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. пр. – Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. – № 4 (11). – С. 156-159.
213. Пальчевський С. С. Асоціативний малюнок на уроках геометрії як засіб її гуманітаризації / С. С. Пальчевський // Математика в школі. – 2005. – № 3. – С. 45-46.
214. Панішева О. В. Забезпечення емоційної насиченості уроку математики / О. В. Панішева // Математика в школі. – 2006. – № 5. – С. 29-33.

215. Панішева О. В. Інтеграція математичних і гуманітарних знань як передумова якісної підготовки майбутнього вчителя математики до роботи в гуманітарних класах [Електронний ресурс] / О. В. Панішева. – Режим доступу : www.conf.vstu.edu.ua/humed/2008/txt/Panishewa.php. – Загол. з екрану. – Мова укр.
216. Панішева О. В. Прийоми запам'ятовування навчального матеріалу / О. В. Панішева // Математика в школі. – 2007. – № 8. – С. 24-28.
217. Панішева О. В. Формування готовності майбутніх учителів математики до роботи в класах гуманітарного профілю : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04 / Ольга Вікторівна Панішева. – Луганськ, 2011. – 254 с.
218. Панішева О. В. Формування готовності майбутніх учителів математики до роботи в класах гуманітарного профілю / О. В. Панішева. – Луганськ : ДЗ «ЛНУ імені Тараса Шевченка», 2009. – 172 с.
219. Параскевич С. П. Математика і дивосвіт / С. П. Параскевич. – Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2014. – 300 с.
220. Педагогічні технології : теорія та практика : [навчально-методичний посібник / за ред. проф. М. В. Гриньової]. – Полтава : АСМІ, 2006. – 230 с.
221. Первушина М. О. Фізика в школах гуманітарного профіля : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія і методика обучения и воспитания (физика)» / М. О. Первушина. – Санкт-Петербург, 2006. – 16 с.
222. Пидкасистый П. И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении / П. И. Пидкасистый. – Москва : Педагогика, 1980. – 240 с.
223. Подласый И. П. Продуктивная педагогика / И. П. Подласый. – Москва : Народное образование, 2003. – 496 с.
224. Половникова Н. А. Система воспитания познавательных сил школьников / Н. А. Половникова. – Казань : Изд-во Казан. пед. ин-та, 1985. – 100 с.

225. Полярж В. М. Влияние направленности личности студента на его учебную деятельность : автореф. дис. ... канд. психолог. наук : спец. 19.00.01 «Общая психология» / В. М. Полярж. – Москва, 1989. – 18 с.
226. Пометун О. І. Енциклопедія інтерактивного навчання / О. І. Пометун. – Київ, 2004. – 144 с.
227. Пометун О. І. Компетентнісний підхід до оцінювання рівнів досягнень учнів / О. І. Пометун. – Київ, 2004. – 10 с.
228. Пономарьова С. Інтегрований урок з математики та психології / С. Пономарьова, І. Малік // Математика в школі. – 2008. – № 3. – С. 24-27.
229. Праг В. А. Организационно-педагогические основы методической системы обучения физике в классах гуманитарного профиля : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.01 ; спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / В. А. Праг. – Вологда, 2002. – 25 с.
230. Приходченко К. І. Творче освітньо-виховне середовище загальноосвітнього закладу гуманітарного профілю : монографія / К. І. Приходченко. – Донецьк : Донеччина, 2007. – 640 с.
231. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика. 5–12 класи. Старша школа. Рівень стандарту. – Ірпінь : Перун, 2005. – 65 с.
232. Профілізація навчання – магістральний шлях реформи старшої школи // Освіта України. – 2005. – № 90/91. – С. 4-54.
233. Прус А. В. Прикладна спрямованість стереометрії : 10–11 кл. / А. В. Прус, В. О. Швець. – Київ : Шкільний світ, 2007. – 128 с.
234. Психологические тесты. Т. 2. / ред. А. А. Карелин. – Москва : Владос ; ИМПЭ им. А.С. Грибоедова, 2001. – 248 с.
235. Психологія / Ю. Л. Трофімов, В. В. Рибалка, П. А. Гойчарукта та ін. ; [за ред. Ю. Л. Трофімова]. – Київ : Либідь, 2001. – 560 с.
236. Пухначев Ю. В. Математика без формул / Ю. В. Пухначев, Ю. П. Попов. – Москва : АО «Столетие», 1995. – 512 с.

237. Разумникова О. М. Соотношение оценок внимания и успешности обучения / О. М. Разумникова, Е. И. Николаева // Вопросы психологии. – 2001. – № 1. – С. 123-129.
238. Райгородский Д. Я. Практическая психодиагностика : методики и тесты / Д. Я. Райгородский. – Самара : Бахрах, 1998. – 668 с.
239. Раков С. А. Математична освіта : компетентністний підхід в використанні ІКТ / С. А. Раков. – Харків : Факт, 2005. – 360 с.
240. Раков С. А. Формування математичних компетентностей вчителя математики на основі дослідницького підходу з використанням інформаційних технологій : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / С. А. Раков. – Київ, 2005. – 47 с.
241. Рамський Ю. С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю. С. Рамський // Математика в школі. – 2007. – № 7. – С. 36-40.
242. Реутова І. Лабораторно-практичні роботи на уроках геометрії / І. Реутова // Математика в школі. – 2010. – № 1/2. – С. 26-33.
243. Рибалка В. Концепція, програма дослідження та класифікація типів особистості О. Лазурського / В. Рибалка // Психологія і суспільство. – 2003. – № 3. – С. 4-16.
244. Родионов М. А. Мотивация учения математике и пути её формирования / М. А. Родионов. – Саранск : МГПИ им. М. Е. Евсевьева, 2001. – 252 с.
245. Рубинштейн С. Л. Проблемы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – Москва : Педагогика, 1973. – 424 с.
246. Русалов В. М. Дифференциальная психофизиология: основные достижения и перспективы изучения индивидуальности человека / В. М. Русалов // Психологический журнал. – 1980. – Т. 1, № 2. – С. 61-76.
247. Салмина Н. Г. Виды и функции материализации в обучении / Н. Г. Салмина. – Москва : Изд-во МГУ, 1981. – 134 с.

248. Самостоятельная деятельность учащихся при обучении математике (формирование умений самостоятельной работы) / [сост. : С. И. Демидова, Л. О. Денищева]. – Москва : Просвещение, 1985. – 191 с.
249. Семенець С. П. Методологія і теорія розвивального навчання математики / С. П. Семенець. – Житомир : Видавець О. О. Євенок, 2015. – 236 с.
250. Семеніхіна О. В. Визначення доцільності системи вправ спецкурсу з вивчення засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань для формування фахової компетентності вчителя математики / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк, І. В. Шищенко // Science and education a new dimension : Pedagogy and Psychology. – 2015. – III (36). – Issue 74. – P. 60-64.
251. Семеніхіна О. В. Наслідки поширення ІТ і зміщення акцентів навчання математики у вищій школі / О. В. Семеніхіна, І. В. Шищенко // Вища освіта України. – 2013. – № 4. – С. 71-79.
252. Семеніхіна О. В. Проблема психолого-педагогічного впливу ІТ на особистість : формування та використання асоціацій у процесі навчання математичних дисциплін / О. В. Семеніхіна, І. В. Шищенко // Вісник Чернігівського національного педагогічного університету імені Т. Г. Шевченка / Чернігівський національний педагогічний університет імені Т. Г. Шевченка ; гол. ред. М. О. Носко. – Чернігів : ЧНПУ, 2013. – Вип. 113. – С. 84-88.
253. Серафимова Л. П. Методика использования динамической модели физического познания в базовой подготовке по физике учащихся классов с гуманитарным профилем обучения : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / Л. П. Серафимова. – Красноярск, 2003. – 24 с.
254. Сердюк З. О. Формування прийомів розумової діяльності учнів у процесі вивчення математики в школах і класах суспільно-

- гуманітарного напрямку : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Зоя Олексіївна Сердюк. – Черкаси, 2011. – 245 с.
255. Сидоров К. Р. Самооценка, уровень притязаний и эффективность учебной деятельности старшеклассников / К. Р. Сидоров // Вопросы психологии. – 2007. – № 3. – С. 149-157.
256. Симонова М. Г. Індивідуалізація навчання математики учнів гуманітарного профілю засобами елективних курсів : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Марія Геннадіївна Симонова. – Черкаси, 2012. – 267 с.
257. Сікорський П. І. Теоретико-методологічні основи диференційованого навчання / П. І. Сікорський. – Львів : Каменяр, 1998. – 196 с.
258. Скаткин М. Н. Совершенствование процесса обучения / М. Н. Скаткин. – Москва : Педагогика, 1971. – 208 с.
259. Скафа Е.И. Организация педагогического эксперимента в области методики обучения математике : сущность и основные этапы проведения / Е. И. Скафа // Дидактика математики : проблемы і дослідження : Міжнародний збірник наукових робіт. – 2005. – № 23. – С. 105-108.
260. Скафа О. І. Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики / О. І. Скафа, О. В. Тутова. – Донецьк : Вебер, 2009. – 320 с.
261. Скрипченко О. В. Довідник з педагогіки та психології / О. В. Скрипченко, Т. М. Лисянська, Л. О. Скрипченко. – Київ : Видавництво Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, 2002. – 216 с.
262. Слепкань З. І. Методика навчання математики / З. І. Слепкань. – [2-ге вид., доповн. і переробл.]. – Київ : Вища школа, 2006. – 582 с.
263. Слепкань З. І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі / З. І. Слепкань. – Київ : НПУ, 2000. – 210 с.
264. Смирнова И. М. Геометрия : 10-11 классы (гуманитарный профиль) / И. М. Смирнова. – Москва : Мнемозина, 2011. – 223 с.

265. Соколенко Л. О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу : практикум / Л. О. Соколенко, Л. Г. Філон, В. О. Швець. – Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010. – 128 с.
266. Солодченко Л. І. Розвиток життєвих компетентностей на уроках математики : на основі принципу історизму та прикладної спрямованості / Л. І. Солодченко. – Тернопіль–Харків : Ранок, 2011. – 144 с.
267. Срода Р. Б. Воспитание активности и самостоятельности учащихся в учении / Р. Б. Срода. – Москва : Изд-во Акад. пед. наук, 1956. – 56 с.
268. Стиль конструктивизм в интерьере [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://vk.com/album-27769691_213347963. – Загл. с экрана. – Язык рус.
269. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н. Ф. Талызина. – Москва : Изд-во Моск. ун-та, 1975. – 343 с.
270. Тарасенкова Н. А. Активизация познавательной деятельности учащихся в условиях лекционно-практической системы обучения математики в школе : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Нина Анатолиевна Тарасенкова. – Киев, 1991. – 156 с.
271. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики / Н. А. Тарасенкова. – Черкаси : Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
272. Телегина Э. Д. Роль активности личности в регуляции познавательных процессов / Э. Д. Телегина // Возрастные особенности познавательной деятельности школьников и студентов : (сб. науч. трудов). – Москва : МГПИ им. В. И. Ленина, 1979. – С. 38-45.
273. Темергівська Т. Г. Формування пізнавальної активності студентів медичного коледжу в процесі вивчення природничо-наукових дисциплін : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.04 «Теорія та методика професійної освіти» / Т. Г. Темергівська. – Тернопіль, 2004. – 20 с.

274. Тесленко Й. Ф. Методика преподавания планиметрии / Й. Ф. Тесленко, С. М. Чашечников, Л. И. Чашечникова. – Киев : Радянська школа, 1986. – 160 с.
275. Токова О. Урок у системі особистісно орієнтованого навчання / О. Токова // Сучасні педагогічні технології. – 2006. – Ч. 1. – С. 70-72.
276. Толстых Н. Н. Формирование личности как становление субъекта развития / Н. Н. Толстых // Вопросы психологии. – 2008. – № 5. – С. 134-141.
277. Тополя Л. Дидактичні ігри на уроках алгебри і геометрії : 7–9 класи / Л. Тополя, В. Швець. – Київ : Шкільний світ, 2009. – 128 с.
278. Тятюшкина М. К. Воспитание активной познавательной деятельности учащихся в процессе обучения / М. К. Тятюшкина // Математика в школе. – 1990. – № 6. – С. 31-34.
279. Узнадзе Д. Н. Экспериментальные основы психологии установки / Дмитрий Николаевич Узнадзе. – Тбилиси : Издательство АН Грузинской ССР, 1961. – 210 с.
280. Унт И. Э. Индивидуализация и дифференциация обучения / И. Э. Унт. – Москва : Педагогика, 1990. – 192 с.
281. Урок математики в сучасних технологіях : теорія і практика. – Харків : Основа, 2007. – 128 с.
282. Успенский В. В. Типология школьных исследовательских задач / В. В. Успенский // Вопросы воспитания. – 1967. – Вып. 46. – С. 21-30.
283. Филатова Н. О. Структурирование учебной информации на уроках физики в классах гуманитарных профилей : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / Н. О. Филатова. – Москва, 2007. – 19 с.
284. Філософський енциклопедичний словник / гол. ред. В. І. Шинкарук. – Київ : Абрис, 2002. – 744 с.
285. Фіцула М. М. Педагогіка / М. М. Фіцула. – Київ : Академія, 2000. – 544 с.

286. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л. М. Фридман. – Москва : Просвещение, 1983. – 160 с.
287. Фурман А. В. Роль і функції проблемної ситуації в навчальній діяльності школярів / А. В. Фурман // Республіканський науково-методичний збірник «Психологія». – Київ : Радянська школа, 1986. – Вип. 27. – С. 40-51.
288. Хабіб Р. А. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики / Р. А. Хабіб. – Київ : Радянська школа, 1985. – 152 с.
289. Харламов И. Ф. Как активизировать учение школьников / И. Ф. Харламов. – [2-е изд.]. – Минск : Нар. асвета, 1975. – 208 с.
290. Харламов И. Ф. Педагогика / И. Ф. Харламов. – Минск : Университэцкое, 2000. – 560 с.
291. Хвостенко Е. Е. Методика обучения алгебре и началам анализа в 10–11 классах гуманитарного профиля с использованием компьютера : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / Е. Е. Хвостенко. – Махачкала, 2000. – 20 с.
292. Хмара Т. М. Створюємо особистісно орієнтовану систему навчання математики / Т. М. Хмара // Математика в школі. – 2001. – № 5. – С. 4-5.
293. Хохліна О. П. Діяльність як базова категорія спеціальної психології / О. П. Хохліна // Актуальні проблеми соціології, психології та педагогіки : матеріали Всеукр. наук.-практ. конф. [«Тенденції розвитку психології в Україні : історія та сучасність»] / під ред. проф. В. Б. Євтуха. – Київ : Либідь, 2006. – С. 132-138.
294. Хрипкова А. Г. Возрастная физиология и школьная гигиена / А. Г. Хрипкова, М. В. Антропова, Д. А. Фарбер. – Москва : Просвещение, 1990. – 319 с.

295. Хуторской А. В. Ключевые компетенции как компонент личностно ориентированной парадигмы образования / А. В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58-64.
296. Цукерман Г. А. Система Эльконина-Давыдова как ресурс повышения компетентности российских школьников / Г. А. Цукерман // Вопросы психологии. – 2005. – № 4. – С. 84-96.
297. Цукерман Г. А. Установка на поиск как развивающий эффект учебной деятельности / Г. А. Цукерман, А. Л. Венгер // Вопросы психологии. – 2007. – № 3. – С. 30-41.
298. Чашечникова О. С. Спрямованість навчання математики на активізацію пізнавальної діяльності учнів-гуманитаріїв / О. С. Чашечникова, І. В. Шищенко // Вісник Черкаського університету. Серія «Пед. науки». – Черкаси, 2009. – № 155. – С. 124-131.
299. Чернега Н. Особистісно зорієнтоване навчання: сучасні підходи / Н. Чернега // Сучасні педагогічні технології. – 2006. – Ч. 1. – С. 42-43.
300. Шамова Т. И. Активизация учения школьников / Т. И. Шамова. – Москва : Педагогика, 1982. – 208 с.
301. Шаров Ю. В. Сущность и генезис познавательной потребности / Ю. В. Шаров // Вопросы воспитания и перевоспитания. – Новосибирск, 1972. – С. 7-30.
302. Швалева Т. В. Организация самостоятельной работы учащихся при обучении физики в классах гуманитарного профиля : автореф. дис. ... канд. пед. наук : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (физика)» / Т. В. Швалева. – Томск, 2006. – 19 с.
303. Швець В. О. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії / В. О. Швець, А. В. Прус. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. – 156 с.
304. Шеварев П. А. Обобщённые ассоциации в учебной работе школьника / П. А. Шеварев. – Москва : Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 304 с.

305. Шестакова Л. Г. Организация обучения математике в условиях профильной дифференциации / Л. Г. Шестакова // Профильная школа. – 2008. – № 4. – С. 41-45.
306. Шищенко И. В. Дидактические игры как средство активизации познавательной деятельности учащихся-гуманитариев на уроках математики / И. В. Шищенко // Актуальные проблемы и перспективы преподавания математики : материалы III Международной научно-практической конференции, [15–16 ноября 2012 г.]. – Курск, 2012. – С. 184-185.
307. Шищенко И. В. Использование средств обучения математике, адекватных особенностям восприятия учащихся-гуманитариев / И. В. Шищенко // Математика и её приложения в современной науке и практике : материалы II Международной научно-практической конференции студентов и аспирантов, [г. Курск, 5–6 апреля 2012 г.]. – Курск : Юго-Западный государственный университет, 2012. – С. 20-24.
308. Шищенко И. В. Исследование проблемы повышения активности учащихся-гуманитариев на уроках математики средствами ПДМ [Электронный ресурс] / И. В. Шищенко // Журнал Министерства народного просвещения. – 2015. – Вып. 3. – № 1. – С. 29-40. – Режим доступа: http://ejournal18.com/journals_n/1427798622.pdf. – Загл. с экрана. – Язык рус.
309. Шищенко И. В. К вопросу контроля и оценивания учебных достижений учащихся-гуманитариев в процессе обучения математике / И. В. Шищенко // Актуальные проблемы и перспективы преподавания математики: материалы IV Международной научно-практической конференции, [14–16 ноября 2013 г.]. – Курск, 2013. – С. 190-194.
310. Шищенко И. В. Некоторые аспекты преемственности математического образования : проблемы школьного образования, проявляющиеся при изучении студентами курса «Аналитическая геометрия» / И. В. Шищенко // Международный проект развития методических

- систем высшего профессионального образования «Проблемы методики обучения в высшей школе» / [под ред. : И. Е. Маловой, В. В. Пакштайте, О. С. Чашечниковой]. – Брянск : Изд-во БГУ, 2011. – С. 233-240.
311. Шищенко И. В. Проблема формирования и развития познавательной самостоятельности учащихся-гуманитариев на уроках математики / И. В. Шищенко // Сборник трудов Международной молодежной конференции «Прикладная математика, управление и информатика», г. Белгород, 3–5 октября 2012 г. : в 2 т. – Белгород : ИД «Белгород», 2012. – Т. 2. – С. 309-312.
312. Шищенко И. В. Результаты экспериментального обучения математике учащихся классов гуманитарных профилей, направленного на активизацию их познавательной деятельности / И. В. Шищенко // Вестник ТулГУ. Серия «Современные образовательные технологии в преподавании естественнонаучных дисциплин». – Тула : Изд-во ТулГУ, 2013. – Вып. 12. – С. 127-132.
313. Шищенко І. В. Активізація пізнавальної діяльності учнів класів гуманітарних профілів на уроках математики / І. В. Шищенко // Проблеми математичної освіти (ПМО-2009) : матеріали Міжнародної науково-методичної конференції, м. Черкаси, 7–9 квітня 2009 р. – Черкаси : Видавничий відділ ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 101-102.
314. Шищенко І. В. Визначення поняття пошукової активності учнів у процесі навчання математики / І. В. Шищенко // Евристика та дидактика математики : матеріали міжнародної науково-методичної дистанційної конференції молодих вчених, аспірантів, студентів. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – С. 127-130.
315. Шищенко І. В. Визначення рівнів активності учнів класів гуманітарних профілів у ході навчання математики / І. В. Шищенко // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології : науковий журнал. – Суми : Вид-во СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2010. – № 2 (4). – С. 109-119.

316. Шищенко І. В. Визначення рівнів активності учнів класів гуманітарних профілів у процесі навчання математики / І. В. Шищенко // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики : матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції, [3–4 грудня 2009 року]. – Суми : Вид-во СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2009. – С. 110-112.
317. Шищенко І. В. Використання ІКТ як засіб підвищення мотивації до навчання математики учнів-гуманітаріїв / І. В. Шищенко // Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі : матеріали XI Міжнародної науково-практичної конференції, [11–12 квітня 2013 р.]. – Кривий Ріг : Видавничий відділ КМІ, 2013. – Вип. IV – С. 285-292.
318. Шищенко І. В. Врахування особливостей учнів-гуманітаріїв у роботі вчителя математики / І. В. Шищенко // Стан та перспективи підготовки вчителя математики в Україні : матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції, [10–11 грудня 2009 р.]. – Вінниця : Планер, 2009. – С. 136-138.
319. Шищенко І. В. Деякі шляхи вирішення проблем, що виникають у процесі навчання математики учнів класів гуманітарних профілів / І. В. Шищенко // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 2012» : матеріали Міжнародної науково-методичної конференції, [6-7 лютого 2012 р.]. – Суми : Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2012. – Том I. – С. 122-125.
320. Шищенко І. В. Динамічні стереометричні комп'ютерні моделі як засіб розвитку просторового мислення учнів-гуманітаріїв / І. В. Шищенко // Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей : матеріали III Міжвузівської науково-практичної конференції, [5–6 грудня 2012 року]. – Суми : Вид-во СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2012. – С. 286-287.

321. Шищенко І. В. До питання про взаємопов'язаність математичної підготовки у школі та ВНЗ / І. В. Шищенко // Сучасні проблеми та перспективи навчання дисциплін природничо-математичного циклу : матеріали І Всеукраїнської науково-практичної конференції, [22 березня 2011 р.] – Суми : СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2011. – С. 126-128.
322. Шищенко І. В. До проблеми врахування вчителем математики специфіки навчання математики учнів різних груп / І. В. Шищенко // Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей : матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, [3–4 грудня 2014 року]. – Суми, 2014. – С. 94-96.
323. Шищенко І. В. До проблеми здійснення диференційованого підходу до навчання математики учнів класів з гуманітарним профілем навчання / І. В. Шищенко // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 2015» : матеріали Міжнародної науково-методичної конференції, [3-4 лютого 2015 р.]. – Суми : Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2015. – Том І. – С. 122-123.
324. Шищенко І. В. До проблеми розвитку математичної компетентності учнів-гуманітаріїв на уроках математики / І. В. Шищенко // Формування компетентності учнів і студентів засобами природничо-математичних дисциплін: матеріали Всеукраїнської студентської науково-практичної конференції, [19–20 квітня 2012 р.]. – Херсон : ПП Вишемирський В. С., 2012. – С. 184-185.
325. Шищенко І. В. До проблеми цілей та завдань навчання математики учнів класів гуманітарних профілів / І. В. Шищенко // Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей : матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, [5–6 грудня 2013 року]. – Суми, 2013. – С. 148-149.

326. Шищенко І. В. Компетентністний підхід до навчання математики учнів класів гуманітарних профілів / І. В. Шищенко // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики : матеріали міжнародної науково-практичної конференції, [26–27 квітня 2012 р.]. – Вінниця : ВДПУ, 2012. – С. 349-350.
327. Шищенко І. В. Математична підготовка школярів, які обрали гуманітарний профіль навчання / І. В. Шищенко // Проблеми математичної освіти (ПМО-2015) : матеріали Міжнародної науково-методичної конференції, [4–5 червня 2015 року]. – Черкаси : Видавничий відділ ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – С. 90-92.
328. Шищенко І. В. Методи та форми організації навчання математики, спрямовані на активізацію пізнавальної діяльності учнів класів гуманітарних профілів / І. В. Шищенко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 3, Фізика і математика у вищій і середній школі : зб. наук. пр. – Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2014. – № 14. – С. 118-126.
329. Шищенко І. В. Можливості активізації пізнавальної діяльності учнів класів гуманітарних профілів на уроках математики / І. В. Шищенко // Теоретичні питання культури, освіти та виховання : зб. наук. пр. / за заг. ред. акад. АПН України М.Б. Євтуха ; уклад. О. В. Михайличенко. – Київ : Вид. центр КНЛУ, 2009. – Вип. 38. – С. 198-201.
330. Шищенко І. В. Можливості активізації пізнавальної діяльності учнів класів гуманітарних профілів у ході позакласної роботи з математики / І.В. Шищенко // Актуальні питання природничо-математичної освіти : збірник наукових праць. – 2013. – № 1. – С. 107-113.
331. Шищенко І. В. Можливості навчання математики щодо активізації пізнавальної діяльності учнів як рушійної сили розвитку суспільства / І. В. Шищенко // Освітні інновації: філософія, психологія, педагогіка : матеріали Міжнародної науково-практичної конференції, [17–18 березня 2009 р.]. – Суми : РВВ СОІППО, 2009. – С. 71-72.

332. Шищенко І. В. Особливості математичної підготовки школярів, які обрали гуманітарний профіль навчання / І. В. Шищенко // Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей : матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, [2–3 грудня 2015 року]. – Суми, 2015. – С. 129-132.
333. Шищенко І. В. Практичні роботи з математики як один зі шляхів залучення учнів-гуманітаріїв до науково-дослідницької діяльності / І. В. Шищенко // Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей : матеріали II міжвузівської науково-практичної конференції, [1–2 грудня 2011 року]. – Суми : Вид-во СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2011. – С. 160-162.
334. Шищенко І. В. Про застосування ІКТ у процесі навчання математики учнів класів гуманітарних профілів / І. В. Шищенко // Проблеми математичної освіти (ПМО-2013) : матеріали Міжнародної науково-методичної конференції, [8–10 квітня 2013 р.]. – Черкаси : Видавець Чабаненко Ю., 2013. – С. 289-290.
335. Шищенко І. В. Проблема врахування психолого-педагогічних особливостей учнів-гуманітаріїв у процесі навчання математики / І. В. Шищенко // Педагогічні та психологічні науки в умовах сучасних трансформаційних процесів : матеріали Міжнародної науково-практичної конференції, [12–13 квітня 2013 року]. – Львів : ГО «Львівська педагогічна спільнота», 2013. – С. 30-33.
336. Шищенко І. В. Проблема математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у наукових дослідженнях / І. В. Шищенко // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2015. – Вип. 2 (5). – С. 83-91.
337. Шищенко І. В. Проблема розвитку пошукової активності учнів класів гуманітарного профілю / І. В. Шищенко // Педагогічні науки : збірник наукових праць. – Суми : Вид-во СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2008. – Ч. 3. – С. 276-286.

338. Шищенко І. В. Реалізація принципу наступності при вивченні шкільного курсу математики / І. В. Шищенко // Проблеми математичної освіти : матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції, [7–9 квітня 2007 р.]. – Черкаси : Видавничий відділ ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2007. – С. 267-268.
339. Шищенко І. В. Робочі зошити з друкованою основою з математики для учнів класів гуманітарних профілів / І. В. Шищенко // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 2014» : матеріали Міжнародної дистанційної науково-методичної конференції, [6–7 лютого 2014 р.]. – Суми : Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2014. – Том I. – С. 96-98.
340. Шищенко І. В. Розвиток пізнавального інтересу учнів класів гуманітарних профілів у процесі навчання математики / І. В. Шищенко // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 2011» : матеріали Всеукраїнської дистанційної науково-методичної конференції з міжнародною участю, [11 лютого 2011 р.]. – Суми : Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2011. – Том I. – С. 105-107.
341. Шищенко І. В. Уроки-тренінги з математики як один зі шляхів активізації пізнавальної діяльності учнів-гуманітаріїв / І. В. Шищенко // Эвристическое обучение математике : материалы Третьей международной научно-методической конференции, [1–3 октября 2009 года]. – Донецьк : Изд-во ДонНУ, 2009. – С. 112-113.
342. Шищенко І. В. Формування та розвиток пізнавального інтересу учнів класів гуманітарних профілів у процесі навчання математики / І. В. Шищенко // Педагогічні науки : теорія, історія, інноваційні технології : науковий журнал. – Суми : Вид-во СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2013. – № 2 (28). – С. 167-177.

343. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу : підручник для 10-11 класів загальноосвітніх шкіл / М. І. Шкіль, З. І. Слєпкань, О. С. Дубинчук. – Київ : Зодіак-ЕКО, 2001. – 608 с.
344. Шпалинский В. В. Основы психолого-педагогических исследований / В. В. Шпалинский, И. В. Распопов, В. И. Ткачук. – Днепропетровск : ДГУ, 1989. – 68 с.
345. Шумилин Е. А. Психологические особенности личности старшеклассника / Е. А. Шумилин. – Москва : Педагогика, 1979. – 152 с.
346. Щукина Г. И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся / Г. И. Щукина. – Москва : Педагогика, 1988. – 208 с.
347. Щукина Г. И. Проблема познавательного интереса в педагогике / Г. И. Щукина. – Москва : Педагогика, 1971. – 352 с.
348. Щукина Г. И. Роль деятельности в учебном процессе / Г. И. Щукина. – Москва : Педагогика, 1986. – 144 с.
349. Эльконин Д. Б. Психическое развитие в детских возрастах / под ред. Д. И. Фельдштейна. – Москва : Институт практической психологии, 1995. – 416 с.
350. Эрдниев П. М. К вопросу об активизации преподавания предметов физико-математического цикла / П. М. Эрдниев // Советская педагогика. – 1957. – № 8. – С. 22-31.
351. Эрдниев П. М. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике / П. М. Эрдниев. – Москва : Просвещение, 1986. – 255 с.
352. Юрченко С. В. Из опыта работы по созданию портфолио ученика средней школы по математике [Электронный ресурс] / С. В. Юрченко. – Режим доступа : school9-art.narod.ru/kl_ruk/portfolio.doc. – Загл. с экрана. – Язык рус.
353. Юцявичене П. А. Принципы модульного обучения / П. А. Юцявичене // Советская педагогика. – 1990. – № 1. – С. 55-60.

354. Якиманская И. С. Развивающее обучение / И. С. Якиманская. – Москва : Педагогика, 1979. – 144 с.
355. Якиманская И. С. Разработка технологии личностно-ориентированного обучения / И. С. Якиманская // Вопросы психологии. – 1995. – № 2. – С. 31-42.
356. Яковлева Е. Л. Эмоциональные механизмы личностного и творческого развития / Е. Л. Яковлева // Вопросы психологии. – 1997. – № 4. – С. 20-27.
357. Akulenko I. Monitoring the Students' Cognitive Interest in Math Class / I. Akulenko, I. Vasilenko // American Journal of Educational Research. – 2015. – 3, no. 12. – Special issue «Ensuring the quality of higher education» / Chief Guest Editor N. Tarasenkova : [Электронный ресурс] : Режим доступа : <http://pubs.sciepub.com/education/3/12B/2/index.html>
358. Atkinson J. W. Personality motivation and achievement / J. W. Atkinson, J. O. Rayner. – London : Wiley, 1974. – 272 p.
359. Feest A. Making reflection count / Alan Feest and Kenneth // Engineering Education: Journal of the Higher Education Academy Engineering Subject Centre. – 2006. – Vol 1. – No 1. – P. 25-31.
360. Милушев В. Конструирание на учебно-познавателна евристична дейност по решаване на математически задачи / В. Милушев, Е. Скафа. – Пловдив : Университетско издателство «Паисий Хилендарски», 2009. – 332 с.
361. Mroczek D. K. Handbook of personality development / D. K. Mroczek, T. D. Little. – Mahwah, N. J. : Lawrence Erlbaum, 2006. – 544 p.
362. Ray B. B. Reflective practices among language arts teachers: The use of weblogs / B. B. Ray, G. A. Coulter // Contemporary Issues in Technology and Teacher Education. – 2008. – № 8 (1). – P. 6-26.

Додаток А.1

Таблиця А.1.1

З історії профілізації вітчизняної старшої школи

№	Рік впровадження	Ким затверджено	Форма реалізації профільного навчання
1	2	3	4
1.	1864	Міністр освіти Російської імперії Головнін О.В.	Створено 3 типи загальноосвітніх навчальних закладів: 1) класичні з двома древніми мовами; 2) класичні з латинською мовою; 3) реальні училища. Тільки класичні готували до вступу у вищі заклади освіти.
2.	1902	Міністр освіти Російської імперії Зенгер Г.Е.	Утверджені 3 типи загальноосвітніх навчальних закладів: 1) гімназії; 2) реальні училища; 3) комерційні училища.
3.	1914	Міністр народної освіти Ігнат'єв П.М.	Створено єдину 7-річну середню школу, після 4-го класу існувало три напрями навчання: 1) старогуманітарний (древні мови); 2) новогуманітарний (словесність, історія, мови); 3) реальний (математика, природничі науки).

Продовження таблиці А.1.1

1	2	3	4
4.	1917-1918, резолуція II Всеукраїнського учительського з'їзду	Еміграційний уряд України у Тарнові, „Проект єдиної школи” (1921 р.)	Десятирічна загальноосвітня школа, де „курс останніх трьох років потрібно приладнати до вищих шкіл”.
5.	1920-ті, після третього встановлення радянської влади	Радянський уряд України	Створено семирічну школу соціального виховання, після чого випускники обов'язково мали закінчити дво- або трирічну професійну школу.
6.	1931	Радянський уряд України	Після закінчення 7-річної трудової школи існувала професійна школа різних типів: 1) індустріально-технічна; 2) сільськогосподарська; 3) соціально-економічна; 4) медична; 5) мистецька; 6) ремісничка; 7) будівельна; 8) транспортна тощо.
	II половина 30-х	Радянський уряд України	Створено нові профшколи: – фабрично-заводського учнівства (ФЗУ); – школи сільської молоді (ШСМ).

Продовження таблиці А.1.1

1	2	3	4
7.	Середина 50-х	АПН РРФСР	<p>У старших класах загальноосвітніх шкіл створено три напрями навчання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) фізико-математичний і технічний; 2) біолого-агрономічний; 3) соціально-економічний і гуманітарний.
8.	1960-1980-ті	АПН РРФСР	<p>Існували спеціалізовані класи, школи, факультативи з поглибленим вивченням, проводилася підготовка у міжшкільних НВК, введено навчальний предмет „Вибір професії”.</p>
9.	Початок 90-х	уряд України	<p>З’являються нові типи навчальних закладів з поглибленим вивченням окремих предметів (гімназії, ліцеї, коледжі).</p>
10.	З 2004	уряд України	<p>Розпочато підготовчий період переходу до профільної старшої школи. Впровадження профільного навчання.</p>

Додаток А.2

Зарубіжний досвід організації профільного навчання в старшій школі

Принципи здійснення профільної диференціації у:

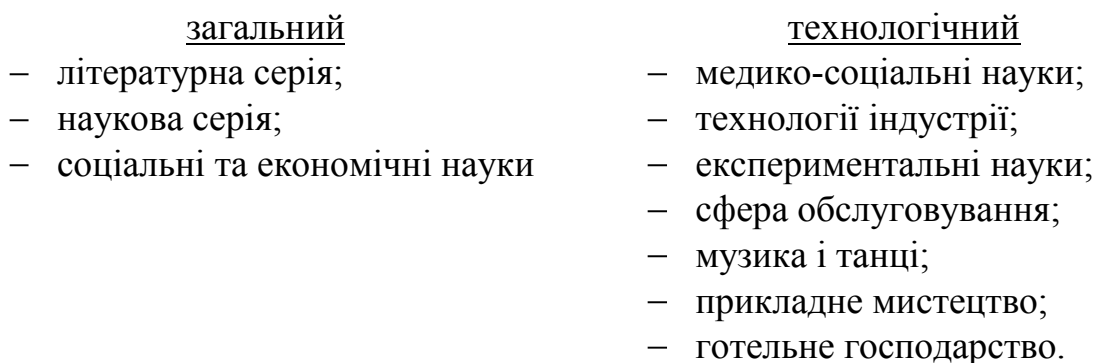
1) Франції, Німеччині, Італії, Іспанії, Нідерландах, Данії, Аргентині, Швеції та інших.

10 клас: обов'язковий для всіх навчальний план + декілька курсів за вибором;

11 клас: існує декілька напрямів профілізації, які містять різні секції, відділення, серії, сети, бенди.

До вищого навчального закладу можна вступати з будь-яким дипломом.

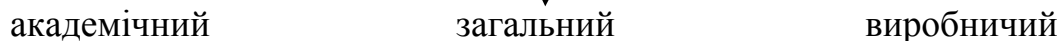
Наприклад, у Франції існують такі напрями



2) США, Англії, Шотландії та інших.

Основа – елективні курси (кілька сотень) + традиційні обов'язкові предмети.

Наприклад, у США існують такі напрямки



До вищого навчального закладу можна вступати лише з дипломом академічного напрямку.

Додаток Б

Таблиця Б.1.

Порівняння положень Концепцій профільного навчання 2003 та 2013 рр.

Положення	Концепція профільного навчання 2003 року	Концепція профільного навчання 2013 року
1	2	3
Профільне навчання	Це вид диференційованого навчання, який передбачає врахування освітніх потреб, нахилів та здібностей учнів і створення умов для навчання старшокласників відповідно до їхнього професійного самовизначення, що забезпечується за рахунок змін у цілях, змісті та структурі організації навчання.	Це вид диференціації й індивідуалізації навчання, що дає змогу за рахунок змін у структурі, змісті й організації освітнього процесу повніше враховувати інтереси, нахили і здібності учнів, їх можливості, створювати умови для навчання старшокласників відповідно до їхніх освітніх і професійних інтересів і намірів щодо соціального і професійного самовизначення.
Мета профільного навчання	Це забезпечення можливостей для рівного доступу учнівської молоді до здобуття загальноосвітньої профільної та початкової допрофесійної підготовки, неперервної освіти впродовж усього життя, виховання особистості, здатної до самореалізації, професійного зростання й мобільності в умовах	Це забезпечення умов для якісної освіти старшокласників у відповідності з їхніми індивідуальними нахилами, можливостями, здібностями і потребами, забезпечення професійної орієнтації учнів на майбутню діяльність, яка користується попитом на ринку праці, встановлення

Продовження таблиці Б.1.

1	2	3
	реформування сучасного суспільства.	наступності між загальною середньою і професійною освітою, забезпечення можливостей постійного духовного самовдосконалення особистості, формування інтелектуального та культурного потенціалу як найвищої цінності нації.
Завдання профільного навчання	<p>1) створення умов для врахування й розвитку навчально-пізнавальних і професійних інтересів, нахилів, здібностей і потреб учнів старшої школи в процесі їхньої загальноосвітньої підготовки;</p> <p>2) забезпечення наступності між загальною середньою та професійною освітою, можливості отримати професію;</p> <p>3) виховання в учнів любові до праці, забезпечення умов для їхнього життєвого і професійного самовизначення, формування готовності до свідомого вибору й оволодіння майбутньою професією;</p>	<p>3) сприяння професійній орієнтації і самовизначенню старшокласників, соціалізації учнів незалежно від місця проживання, стану здоров'я тощо;</p>

Продовження таблиці Б.1.

1	2	3
	<p>4) формування соціальної, комунікативної, інформаційної, технічної, технологічної компетенції учнів на допрофільному рівні, спрямування підлітків щодо майбутньої професійної діяльності.</p>	<p>4) здійснення психолого-педагогічної діагностики щодо визначення готовності до прийняття самостійних рішень, пов'язаних з професійним становленням;</p> <p>5) сприяння у розвитку творчої самостійності, формуванні системи уявлень, ціннісних орієнтацій, дослідницьких умінь і навичок, які забезпечать випускнику школи можливість успішно самореалізуватися;</p> <p>6) продовження всебічного розвитку учня як цілісної особистості, його здібностей і обдарувань, його духовності й культури, формування громадянина України, здатного до свідомого суспільного вибору.</p>

Додаток В

Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів

Змістова лінія «Вирази» передбачає узагальнення поняття степеня, вивчення логарифмів, формування вмінь учнів перетворення степеневих, тригонометричних, ірраціональних, показникових та логарифмічних виразів.

Змістова лінія «Рівняння і нерівності» передбачає вивчення тригонометричних, ірраціональних, показникових та логарифмічних рівнянь, показникових та логарифмічних нерівностей. У ході вивчення старшокласники мають отримати уявлення про трансцендентні рівняння і нерівності, знання основних відомостей про тригонометричне, ірраціональне, показникові, логарифмічне рівняння та системи таких рівнянь, формуються уміння розв'язувати прості рівняння і нерівності зазначених видів та їх нескладні системи.

Змістова лінія «Функції» передбачає вивчення числових функцій: тригонометричних, степеневих, показникових, логарифмічних функцій; неперервності функції; похідної та інтеграла. У ході вивчення старшокласники мають отримати уявлення про функцію як математичну модель залежності між змінними будь-якої природи, про неперервність функції, знання про зазначені види функцій, похідну та інтеграл, формул похідних основних функцій, формуються уміння будувати графіки функцій, характеризувати за графіками їх властивості, знаходити похідні, інтеграли, застосовувати похідну та інтеграл до розв'язування задач прикладного змісту.

Змістова лінія «Елементи комбінаторики» передбачає вивчення сполук без повторень. Учні мають отримати уявлення про перестановки, розміщення та комбінації, знати формули для обчислення кількості кожного виду сполук без повторень та застосовувати набуті знання у ході розв'язування задач прикладного змісту.

Змістова лінія «Початок теорії ймовірностей та елементи статистики» передбачає вивчення випадкових подій та їх ймовірностей; статистичних

таблиць, рядів розподілу, середніх значень, моди та медіани. Учні мають отримати знання основних понять, зазначених у змісті, та вміти застосовувати набуті знання у ході розв'язування задач прикладного змісту.

Змістова лінія «Геометричні фігури» передбачає вивчення аксіом стереометрії, взаємного розміщення прямих і площин, многогранників і тіл обертання, побудов у просторі, геометричних перетворень, координат і векторів. Учні мають знати означення геометричних фігур у просторі та їх властивості, види геометричних перетворень, методи, що застосовуються у стереометрії, та вміти зображати геометричні фігури, розв'язувати геометричні задачі, зокрема прикладного змісту.

Змістова лінія «Геометричні величини» передбачає знання учнями означень відстані від точки до площини, мір кутів між прямими і площинами, формул площ поверхонь і об'ємів многогранників та тіл обертання. Учні мають вміти знаходити відстані, міри кутів, розв'язувати задачі на вимірювання і обчислення площ поверхонь і об'ємів тіл.

Таблиця В.1

Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів

Зміст освіти	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів
1	2
<p>Вирази Узагальнення поняття степеня. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута та числа. Логарифм. Степеневі, тригонометричні, ірраціональні, показникові, логарифмічні вирази та їх перетворення</p>	<p>знати і розуміти означення синуса, косинуса, тангенса та котангенса, тригонометричні формули, що таке корінь n-го степеня, степінь з раціональним і дійсним показниками та їх властивості, означення логарифма та його властивості, уміти знаходити значення виразів, наведених у змісті освіти, за значенням змінних, які входять до них, перетворювати тригонометричні вирази, вирази із степенями і коренями, логарифмічні вирази, застосовувати відповідні формули та алгоритми під час розв'язування задач.</p>

1	2
<p>Рівняння і нерівності</p> <p>Ірраціональні, тригонометричні, показникові, логарифмічні рівняння. Показникові і логарифмічні нерівності</p>	<p>знати і розуміти, що таке ірраціональні, тригонометричні рівняння та показникові, логарифмічні рівняння і нерівності, основні методи їх розв'язування, уміти розв'язувати нескладні ірраціональні, тригонометричні рівняння та показникові, логарифмічні рівняння і нерівності, застосовувати відповідні рівняння і нерівності для аналітичного опису відношень між реальними, зокрема геометричними та фізичними, величинами.</p>
<p>Функції</p> <p>Властивості функцій. Степенева, тригонометричні, показникова та логарифмічна функції. Похідна. Інтеграл</p>	<p>знати і розуміти означення характерних властивостей функцій (зростання, спадання, парність тощо), означення та властивості степеневі, тригонометричної, показникової та логарифмічної функцій, зміст поняття неперервної функції, диференційованої функції, означення та властивості похідної та первісної, уміти будувати та аналізувати графіки функцій, зокрема степеневі, тригонометричної, показникової та логарифмічної функцій, знаходити похідні та первісні деяких функцій, застосовувати похідну для встановлення властивостей функцій та побудови їх графіків, первісну та інтеграл – для обчислення площ і геометричних фігур.</p>
<p>Елементи комбінаторики, теорії ймовірності та статистики</p> <p>Класичне визначення ймовірності випадкової події. Комбінаторний підхід до обчислення ймовірностей випадкових подій. Генеральна сукупність та вибірка.</p>	<p>знати і розуміти, що таке перестановки, розміщення, комбінації (без повторень), класичне визначення поняття ймовірності, що таке генеральна сукупність та вибірка, означення середнього значення, моди та медіани вибірки, уміти обчислювати в найпростіших випадках кількість перестановок, розміщень, комбінацій, обчислювати ймовірності випадкових подій, використовуючи класичне визначення та комбінаторні правила і</p>

1	2
<p>Мода, медіана, середнє значення.</p>	<p>формули, обчислювати середнє значення, моду і медіану вибірки та інтерпретувати одержані результати, застосовувати ймовірнісні характеристики навколишніх явищ для прийняття рішень.</p>
<p>Геометричні фігури Аксиоми стереометрії. Взаємне розміщення прямих і площин у просторі. Многогранники і тіла обертання, їх види та властивості Геометричні перетворення у просторі. Координати і вектори у просторі</p>	<p>знати і розуміти аксіоми стереометрії та висновки з них, визначення понять многогранника (призми, піраміди), тіла обертання (кулі, сфери, циліндра, конуса), властивості зазначених геометричних фігур, визначення понять геометричних перетворень, координат і векторів та їх основні властивості, уміти розрізняти означувані та неозначувані поняття, аксіоми і теореми, класифікувати за певними ознаками взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площин, просторові тіла, зображувати геометричні фігури та їх елементи, застосовувати означення, властивості та методи під час розв'язування найпростіших задач, зокрема прикладного змісту, для дослідження властивостей реальних об'єктів.</p>
<p>Геометричні величини Відстані у просторі. Міри кутів між прямими і площинами. Площі поверхонь і об'єми тіл</p>	<p>знати і розуміти, що таке відстань (від точки до прямої, від точки до площини, між мимобіжними прямими, від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами), міра кута (між прямими, між прямою і площиною, між площинами), площа поверхні та об'єм геометричного тіла, формули для обчислення площ поверхонь та об'ємів многогранників і тіл обертання, уміти обчислювати відстані та міри кутів, і використовуючи координати і вектори, розв'язувати найпростіші задачі на вимірювання і обчислення площ поверхонь і об'ємів тіл, застосовувати вивчені означення, властивості і формули до розв'язування найпростіших задач прикладного змісту, суть яких полягає в обчисленні площ поверхонь і об'ємів тіл.</p>

Додаток Г.1

Анкета для вчителів природничо-математичних дисциплін

Мета анкети: зібрати дані щодо організації активної пізнавальної діяльності учнів-гуманітаріїв на уроках предметів природничо-математичного циклу.

Стаж _____ **Предмет викладання** _____

Профіль класу _____

1. Чи працюєте (працювали) Ви у класах гуманітарних профілів?

ні так

2. Якщо ні, то чи є у Вашому класі учні-гуманітарії

Примітка. Учні-гуманітарії – учні, що навчаються у класах гуманітарних профілів, та учні, що навчаються у класах інших профілів, але мають гуманітарну спрямованість.

ні так

3. Які проблеми у навчанні математики учнів-гуманітаріїв Ви можете вказати ?

4. Чи використовуєте Ви та Ваші учні додаткову літературу?

матеріали мережі Internet; довідники; збірники завдань;

розв'язники до збірників та підручників; енциклопедії;

журнали „Квант”, „У світі математики”, „Математика у школі”;

інше _____

5. На Вашу думку, якими ознаками характеризується активна пізнавальна діяльність учнів-гуманітаріїв?

позитивне ставлення до предмету; емоційність;

високий рівень знань;

ініціативність; енергійність; самостійність;

вміння застосовувати знання на практиці;

інше _____

6. Які психолого-педагогічні особливості учнів-гуманітаріїв Ви можете виділити?

Мислення	<input type="checkbox"/> наочно-образне	<input type="checkbox"/> абстрактно-логічне
Сприймання	<input type="checkbox"/> матеріал, поданий у описовій формі	<input type="checkbox"/> матеріал, поданий у графічній та символній формі
Усвідомлення	<input type="checkbox"/> увага до неважливих деталей	<input type="checkbox"/> виділення головного, міркування лаконічні
Запам'ятовування	<input type="checkbox"/> заучування	<input type="checkbox"/> на логічній основі
Відтворення	<input type="checkbox"/> перевага розв'язуванню завдань за аналогією, індивідуальним формам роботи	<input type="checkbox"/> перевага нестандартним колективним формам роботи

Інше _____

7. На Вашу думку, чи доцільно враховувати ці особливості на уроках математики через використання:

історичного матеріалу	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
цікавих, нестандартних задач	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
міжпредметних зв'язків з предметами гуманітарного циклу (укр. мова, література, історія)	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
з суміжними дисциплінами (фізика, інформатика, хімія, біологія)	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
використання літературних хвилинок (математичні казки, епіграфи, вірші)	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
системи уроків (зокрема, лекційних та практичних занять)	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
інтегрованих уроків	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
лабораторних занять	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
самостійної роботи	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
колективних форм роботи	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так

індивідуальних форм роботи	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
репродуктивних методів (вчитель пояснює новий матеріал, учні виконують завдання за зразком)	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
евристичних методів (вчитель формулює проблему, учні під його керівництвом розв'язують її і набувають необхідних знань і вмінь)	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
проблемних, дослідницьких методів (викладач ставить проблему, учні розв'язують її самостійно)	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
використання НІТ:		
програми тестового характеру	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
програми для ілюстрації матеріалу	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
GRAN, DG	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
використання зошитів з друкованою основою	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так
аналіз емоційного стану, внутрішніх переживань учнів, що виникли у ході уроку	<input type="checkbox"/> ні	<input type="checkbox"/> так

Інше _____

8. Як Ви вважаєте, які методи і прийоми є найбільш доцільними для роботи у класах гуманітарних профілів?

9. На Вашу думку, у класах яких паралелей і профілів важче працювати?

5-6 класах 5-9 класах 7-9 класах 5-12 класах 10-

12 класах

- гуманітарних профілів; природничих профілів;
 математичних профілів;
 економічних профілів; спортивно-естетичних профілів;
 інше _____

тому що

- складно викладати матеріал, бо він є важким і складним для учнів;
 складно викладати матеріал доступно для учнів;

- складно зацікавити учнів своїм предметом: в них інша спрямованість інтересів;
- підручник для класів даного профілю не відображає його специфіки;
- інше _____

10. На Вашу думку, у класах яких профілів найбільш комфортно проводити урок?

- гуманітарних профілів; природничих профілів;
- математичних профілів;
- економічних профілів; спортивно-естетичних профілів;
- інше _____

11. Чи згодні Ви, що для учнів різних профілів необхідні різні підручники?

- | | | |
|--|-----------------------------|------------------------------|
| за змістом | <input type="checkbox"/> ні | <input type="checkbox"/> так |
| за рівнем складності | <input type="checkbox"/> ні | <input type="checkbox"/> так |
| з посиленням акцентом на міжпредметні зв'язки з предметами свого профілю | <input type="checkbox"/> ні | <input type="checkbox"/> так |
| інше _____ | | |

Дякуємо за співпрацю!

Додаток Г.2

Анкета № 1 для учнів класів з гуманітарним профілем навчання

1. Чи подобається Вам вивчати математику?

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> ні, тому що ...
<input type="checkbox"/> не цікавий предмет;
<input type="checkbox"/> не розумію, не маю часу розібратися у матеріалі;
<input type="checkbox"/> не цікавий, складний підручник;
<input type="checkbox"/> не знадобиться у майбутньому;
<input type="checkbox"/> інше _____ | <input type="checkbox"/> так, тому що...
<input type="checkbox"/> цікавий предмет;
<input type="checkbox"/> розумію, люблю розв'язувати задачі;
<input type="checkbox"/> цікавий підручник;
<input type="checkbox"/> цікаво розповідає вчитель;
<input type="checkbox"/> необхідний у майбутній діяльності;
<input type="checkbox"/> інше _____ |
|---|--|

2. Чи подобається Вам розв'язувати завдання, для яких не відомий алгоритм, правило розв'язання?

- так, завжди ні, тому що _____
 так, іноді, якщо _____

3. Чи отримуєте Ви на уроці математики позитивні емоції (радість, піднесення, захоплення)?

- ні** **так, якщо...**
 розв'язуєте завдання;
 Ваша відповідь оцінена гарною оцінкою;
 вивчаєте цікавий матеріал;
 інше _____

4. Чи пригадуєте Ви цей позитивний стан (радість, піднесення, захоплення) у схожих ситуаціях?

- ні** **так, тому що...**
 це допомагає у розв'язанні складного завдання;
 це допомагає не боятися, якщо викликали відповідати;
 це допомагає подолати труднощі;
 інше _____

5. Чи відвідуєте Ви додаткові заняття з математики (факультатив, гурток)?

- ні так займаюся з репетитором
 не вистачає часу;
 не цікаво;
 не потрібно;
 їх не проводять;
 інше _____

6. Чи відвідували б Ви додаткові заняття з математики (факультатив, гурток)?

- ні, тому що ... так, тому що...
 не цікаво; цікаво;
 немає часу; необхідно для майбутньої
 не потрібно. діяльності.

7. Чи могли б Ви самостійно вивчати математику? Чому?

- ні так
 за підручником;
 за комп'ютерною програмою;
 за довідником та розв'язником завдань;

тому що _____

8. Чи використовуєте Ви додаткові джерела знань (окрім підручника) для підготовки до уроку математики?

- ні так
 матеріали мережі Internet;
 довідники;
 збірники завдань;
 розв'язники до збірників та підручників;

- інші підручники математики, окрім того з яким працюєте;
- енциклопедії;
- журнали „Квант”, „У світі математики”, „Країна знань”;
- інформацію, отриману від батьків, репетитора;
- інше _____

9. Чи брали Ви участь у олімпіадах, конкурсах, змаганнях з математики?

- ні так
- шкільні олімпіади;
 - міські олімпіади;
 - „Кенгуру”;
 - „Золотий ключик”;
 - інше _____

10. Скільки часу Ви витрачаєте на виконання домашнього завдання з математики?

Додаток Г.4

Анкета № 3 для учнів класів з гуманітарним профілем навчання

Вивчення мотивації навчальної діяльності учнів класів гуманітарних профілів у процесі навчання математики

Я вивчаю математику (працюю на уроках, виконую домашні завдання тощо) тому, що

- 1) примушують батьки, адміністрація школи, вчителі, однокласники, друзі;
- 2) хочу стати освіченою людиною, що має свою точку зору з будь-якого питання та розуміється у багатьох галузях сучасної науки;
- 3) хочу успішно навчатися та отримати атестат з гарними оцінками;
- 4) хочу отримати глибокі та міцні знання;
- 5) хочу бути постійно готовим до наступних занять;
- 6) не хочу відставати у предметах природничо-математичного циклу;
- 7) для забезпечення успішної майбутньої професійної діяльності;
- 8) для досягнення поваги вчителів;
- 9) для того, щоб бути прикладом для однокласників, друзів;
- 10) для того, щоб уникати осудження та понукання за погане навчання;
- 11) для того, щоб отримувати інтелектуальне задоволення;
- 12) для того, щоб застосувати отримані знання у професійній чи повсякденній діяльності;
- 13) математика є цікавим та корисним предметом.

Додаток Г.5

Анкета № 4 для учнів класів з гуманітарним профілем навчання

Виявлення рівня самостійності старшокласників

Що, на Вашу думку, є самостійністю? Це властивість і стан, уміння діяти без сторонньої допомоги або керівництва, уміння взяти відповідальність на себе.

1. Закінчивши основну школу, як Ви приймали рішення про подальше навчання, вибір профілю класу:

- а) вирішували самостійно, слідуючи своєму захопленню і своїм даним;
- б) прислухалися до думки своїх батьків, родичів;
- в) прислухалися до поради друзів.

2. На що Ви сподіваєтесь, якщо маєте утруднення з профільними предметами:

- а) лише на свої сили;
- б) на допомогу батьків, друзів;
- в) на допомогу репетитора.

3. Як Ви готуєтеся до іспитів, занять:

- а) розраховуєте на свою працьовитість;
- б) інколи просите допомогти вчителів чи друзів;
- в) розраховуєте лише на сторонню допомогу.

4. При підготовці домашніх завдань з непрофільних предметів Ви завжди:

- а) працюєте самостійно;
- б) віддаєте перевагу списуванню;
- в) шукаєте відповідь у інших джерелах.

5. При складних ситуаціях у майбутній професійній діяльності яким чином Ви б приймали рішення:

- а) розраховуючи лише на свій досвід і знання;
- б) інколи консультувалися б з колегами;
- в) завжди будете з ними радитися.

6. При виконанні складних завдань з непрофільних предметів Ви завжди:

- а) розраховуєте лише на свої знання;
- б) віддаєте перевагу списуванню;
- в) шукаєте відповідь у інших джерелах.

7. Якщо Ваші батьки у довготривалому відрядженні, чи здатні Ви самостійно прийняти важливе рішення:

- а) так;
- б) звичайно, але краще відкласти рішення;

в) ні.

8. Наскільки наполегливо в підлітковому віці Ви відстоювали свою думку:

а) завжди відстоювали, із цього приводу у Вас навіть були конфлікти з батьками; б) відстоювали, але зберігали і пошану до думки батьків;

в) Ви ні на що не могли зважитися самі.

9. У даний час наскільки наполегливо Ви відстоюєте власну думку:

а) відстоюєте, незалежно від обставин;

б) в більшості випадків – так;

в) рідко.

10. Як Ви розвиваєтеся як особистість в суспільній, інтелектуальній сферах:

а) повністю віддаєте себе навчанню, підготовці до майбутньої професійної діяльності;

б) для Вас дуже важлива думка ваших близьких;

в) Ви повністю покладаєтеся на їх думку.

11. Якщо Ваші близькі чи друзі роблять щось собі на шкоду:

а) змушуєте їх відмовитися від цього;

б) тактовно підказуєте, що їм потрібно робити;

в) не втручаєтесь, це їх особисті справи.

За кожен відповідь «а» нараховується по 4 очки, за «б» – 2, за «в» – 0.

Результат.

Від 33 до 44 очок. Ви занадто самостійні в усіх відношеннях. Ви не лише не терпите якого-небудь втручання у ваші справи, але і не можете прислухатися до чужої думки. Чи упевнені ви, що завжди точно оцінюватимете плюси і мінуси якого-небудь рішення? Запам'ятаєте, що самовпевненість добре лише в міру, інакше вона перетвориться у недолік.

Від 15 до 29 очок. У вас сильний характер, ви непогано переносите стреси. Ви надійний друг. Ваша упевненість в собі, своєму майбутньому обґрунтована. Ви незалежні, але завжди прислухаєтеся до думки тих, що оточують вас, вони вас за це цінують.

Від 0 до 14 очок. Ви дуже нерішучі. Можливо, тому до вас інколи відносяться із зневагою? Чом би вам не спробувати проявити більше самостійності? Можливо, варто зробити і так, щоб ваша нерішучість не була написана у вас на обличчі? Станьте більш самостійним, і у вас з'явиться упевненість в собі, якої вам не вистачає.

Додаток Г.6

Анкета для студентів I курсу факультетів природничо-математичного спрямування

1. Чому Ви обрали цю професію? (оберіть варіант чи, по можливості, вкажіть власний)

Причини	Так
Любов до дітей (для педагогічного ВНЗ)	
Бажання батьків	
Приклад друзів	
Умови праці	
Сам процес трудової діяльності	
Діяльнісна робота, можливість нових вражень	
Спокійна робота	
Підвищена відповідальність	
Самостійне прийняття рішень	
Контактування з людьми	
Можливість творчої діяльності	
Корисність результату Вашої праці	
Перспективність, професійне зростання	
Можливість отримання базової системи знань	
Ваш варіант	

2. Чи маєте Ви труднощі при підготовці до занять? (вкажіть процентне співвідношення)

Предмети	%
Математичний аналіз	
Алгебра і теорія чисел	
Геометрія	

Психологія	
Історія України	
Ваш варіант	

3. У чому саме полягають ці труднощі? (оберіть варіант чи, по можливості, вкажіть власний)

Труднощі	Так
Необхідність засвоєння великої кількості інформації	
Необхідність раціонального розподілу часу	
Відсутність вмінь у сфері самоосвіти	
Відсутність вмінь у сфері самоорганізації	
Ваш варіант	

4. У чому, на Вашу думку, полягають причини цих труднощів? (оберіть варіант чи, по можливості, вкажіть власний)

Причини	Так
Недоліки підготовки у школі	
Зміна режиму робочого дня	
Недостатня допомога і контроль з боку куратора і деканату	
Незацікавленість у навчанні	
Велике захоплення позанавчальним спілкуванням	
Ваш варіант	

5. Чи отримуєте Ви допомогу при підготовці домашніх завдань і в якій мірі? (вкажіть процентне співвідношення)

Отримана допомога	%
Займаюся самостійно	
Допомагають батьки	

Допомагають товариші	
Займаюся з репетитором	
Ваш варіант	

6. Чи маєте Ви прогалини шкільних знань і з яких дисциплін? (вказіть процентне співвідношення)

Предмети	%
Алгебра	
Геометрія	
Фізика	
Українська мова та література	
Іноземна мова	
Ваш варіант	

7. Чи маєте Ви наступні навички? (вказіть процентне співвідношення)

Навички	Так
Ведення лекційних записів	
Самоосвіти	
Самостійної роботи з першоджерелами	
Конспектування	
Робити висновки	
Розподіляти час	
Пошуку інформації	
Ваш варіант	

8. У класі якого профілю Ви навчалися? (оберіть варіант чи, по можливості, вкажіть власний)

Профіль	Так
Універсальний	
Фізико-математичний	

Економічний	
Гуманітарний	
Природничий	
Ваш варіант	

9. Чому Ви обрали цей профіль? (оберіть варіант чи, по можливості, вкажіть власний)

Відповіді	Так
Подобаються предмети, які входять до цього профілю	
Цей профіль був пов'язаний з майбутньою професією	
Порадили батьки	
Приклад друзів	
Ваш варіант	

10. Який степінь твердості Вашого рішення про вибір професії? (поставте оцінку за п'ятибальною шкалою) _____

11. На що Ви орієнтувались, обираючи професію? (оберіть варіант чи, по можливості, вкажіть власний)

Відповіді	Так
Принести користь суспільству	
Цікава та змістовна робота	
Відповідність Вашим інтересам	
Відповідність Вашим можливостям	
Ваш варіант	

ДЯКУЄМО ЗА УЧАСТЬ В АНКЕТУВАННІ!

Додаток Г.7

Методика діагностики оперативної оцінки самопочуття, активності та настрою

Мета: оперативна оцінка самопочуття, активності та настрою.

Інструкція: опишіть свій стан, який ви відчуваєте саме зараз, після уроку математики, за допомогою таблиці, що складається з 30 полярних ознак. Ви маєте у кожній парі обрати ту характеристику, яка найбільш точно описує ваш стан, і відмітити цифру, яка відповідає силі вираженості даної характеристики.

Типова картка методики САН

1.	Самопочуття добре	3 2 1 0 1 2 3	Самопочуття погане
2.	Почуваю себе сильним	3 2 1 0 1 2 3	Почуваю себе слабким
3.	Пасивний	3 2 1 0 1 2 3	Активний
4.	Малорухливий	3 2 1 0 1 2 3	Рухливий
5.	Веселий	3 2 1 0 1 2 3	Сумний
6.	Гарний настрій	3 2 1 0 1 2 3	Поганий настрій
7.	Працездатний	3 2 1 0 1 2 3	Розбитий
8.	Повний сил	3 2 1 0 1 2 3	Знесилений
9.	Повільний	3 2 1 0 1 2 3	Швидкий
10.	Бездіяльний	3 2 1 0 1 2 3	Діяльний
11.	Щасливий	3 2 1 0 1 2 3	Нещасний
12.	Життєрадісний	3 2 1 0 1 2 3	Похмурий
13.	Напружений	3 2 1 0 1 2 3	Розслаблений
14.	Здоровий	3 2 1 0 1 2 3	Хворий
15.	Байдужий	3 2 1 0 1 2 3	Захоплений
16.	Апатичний	3 2 1 0 1 2 3	Схвильований
17.	Захоплений	3 2 1 0 1 2 3	Смутний

18.	Радісний	3 2 1 0 1 2 3	Печальний
19.	Відпочилий	3 2 1 0 1 2 3	Втомлений
20.	Свіжий	3 2 1 0 1 2 3	Виснажений
21.	Сонливий	3 2 1 0 1 2 3	Збуджений
22.	Бажання відпочити	3 2 1 0 1 2 3	Бажання працювати
23.	Спокійний	3 2 1 0 1 2 3	Заклопотаний
24.	Оптимістичний	3 2 1 0 1 2 3	Песимістичний
25.	Витривалий	3 2 1 0 1 2 3	Охлялий
26.	Бадьорий	3 2 1 0 1 2 3	Млявий
27.	Міркувати важко	3 2 1 0 1 2 3	Міркувати легко
28.	Розсіяний	3 2 1 0 1 2 3	Уважний
29.	Повний сподівань	3 2 1 0 1 2 3	Розчарований
30.	Задоволений	3 2 1 0 1 2 3	Незадоволений

Додаток Д.1

Підходи до визначення поняття активізації пізнавальної діяльності

Таблиця Д.1.1

Підходи до визначення поняття активізації пізнавальної діяльності

Автор	Визначення Активізація пізнавальної діяльності учнів – це	Особливості
1	2	3
Л. Арістова	спрямування діяльності учнів на розв'язування проблем з використанням різноманітних джерел знань [9].	вказує на необхідність цілеспрямованого керування вчителем навчальною діяльністю учнів
Г. Муртазін	управління пізнавальними процесами шляхом цілеспрямованого пробудження, стимулювання і посилення цих процесів (відчуття, сприйняття, уявлення, пам'ять, уява, мислення), що протікають у головному мозку учнів під час його різноманітної пізнавальної діяльності [192].	
Т. Шамова	організація за всіма навчальними предметами дій учнів, спрямованих на усвідомлення і вирішення конкретних навчальних проблем [300].	
А. Гебос	керівництво процесом функціонування та розвитку пізнавальної активності учнів у ході навчання та самонавчання [58].	

Продовження таблиці Д.1.1

1	2	3
О. Дубинчук	формування у учнів позитивного ставлення до навчання, систематичне засвоєння ними знань, оволодіння вміннями пізнавати; це не тільки дати учням певний запас знань і підготувати до самоосвіти, а й сформувати у них стійкі мотиви навчання і діяльності взагалі [90].	
В. Осинська	розуміється як цілеспрямоване формування в учнів прийомів розумової діяльності [211].	
М. Гриньова	система дій вчителя, спрямована на стимуляцію пошукової активності учнів, інтенсифікацію пізнавальних процесів, необхідних для розв'язання пошукових навчальних завдань [220].	
З. Слєпкань	цілеспрямована діяльність викладача, спрямована на розробку і використання такого змісту, форм, методів, прийомів і засобів навчання, які сприяють підвищенню пізнавального інтересу, активності, творчої самостійності студентів у засвоєнні знань, формуванні навичок і вмінь застосовувати їх на практиці [263].	

Продовження таблиці Д.1.1

1	2	3
І. Харламов	прагнення учнів до знань, висока пізнавальна активність та вміння самостійно працювати над собою [289].	вказує на істотні сторони активності учнів:
Л.Межейнікова	перехід до вищого рівня активності та самостійності учнів у процесі навчання, який стимулюється розвитком пізнавального інтересу, та відбувається завдяки удосконаленню методів та прийомів навчального процесу [185].	пізнавальні інтерес, активність та самостійність
Г. Щукіна	процес, спрямований на посилену, спільну навчально-пізнавальну діяльність вчителя і учнів, на збудження до її енергійного, цілеспрямованого здійснення, на подолання інертності, пасивних і стереотипних форм викладання і учіння [348].	вказує на необхідність спільної діяльності вчителя та учнів у процесі навчання
П. Лузан	цілеспрямований процес формування навчально-пізнавальної активності студентів через включення їх як суб'єктів педагогічної взаємодії у різновиди пізнавальної діяльності [170].	
М. Ігнатенко	процес, спрямований на посилену спільну навчально-пізнавальну діяльність вчителя та учнів, на спонукання до цілеспрямованого досягнення інтелектуального та різностороннього розвитку учнів, на	

Продовження таблиці Д.1.1

1	2	3
	подолання інерції та пасивних форм викладання і навчання [123].	
М. Скаткін	активна робота думки, пізнавальна самостійність та творчий підхід учнів до діяльності, що передбачає позитивне ставлення учнів до навчання [258].	вказує на провідну роль діяльності учня у навчальному процесі
М. Махмутов	піднесення рівня мисленевої діяльності учня, навчання його не окремим операціям у стихійному порядку, а системі розумових дій, яка характерна для розв'язування нестереотипних задач і вимагає застосування творчої мисленевої діяльності [183].	вказує на необхідність ефективного використання запам'ятовування
В. Вергасов	процес активізації кожного з механізмів діяльності інтелекту, тобто на основі активізації сприйняття відбувається активізація мислення [44].	вказує на необхідність ефективного використання запам'ятовування

Додаток Д.2

Таблиця Д.2.1.

Підходи до визначення активності у навчанні

Характеристика активності	Автор	Означення
		Активність розуміється як
1	2	3
якості особистості	Л. Арістова	прояв перетворюючого, творчого ставлення індивіда до об'єкта його пізнання, яке пов'язане зі змінами у його свідомості [9, с. 30].
	Г. Щукіна	особистісне утворення, що виражає особливий стан учня і його ставлення до діяльності (увага, жвава співучасть у загальному процесі, швидка реакція на зміну обставин діяльності, прихильність) [348, с. 18].
	Т. Шамова	не просто діяльнісний стан учня, а якість цієї діяльності, у якій [якості] проявляється особистість самого учня з його ставленням до змісту, характеру діяльності і прагненням мобілізувати морально-вольові зусилля на досягнення навчально-пізнавальних цілей [300, с. 54].
	Р. Хабіб	якість особистості, пов'язана з виховним завданням сучасної школи; формується у процесі їхньої інтенсивної цілеспрямованої діяльності у праці, громадському житті, навчанні тощо [288, с. 6].

Продовження табл.Д.2.1.

1	2	3
	П. Лузан	багаторівневе цілісне утворення особистості, яке характеризується регулюючим психічним станом суб'єкта у навчанні і виявляється у результатах та ставленні до навчально-пізнавальної діяльності [170, с. 34].
	В. Орлов	ставлення учня до навчально-пізнавальної діяльності, яке характеризується прагненням досягти поставлену мету в межах заданого проміжку часу [210, с. 29].
діяльнісного стану	І. Харламов	діяльнісний стан суб'єкта [289, с. 31].
	Н. Болдирев	свідомий цілеспрямований прояв зусиль учня, що веде до успішного виконання будь-якої задачі, що виникає у процесі навчання [35, с. 156].
	Б. Єсіпов	свідоме, вольове, цілеспрямоване виконання розумової та фізичної роботи, необхідної для оволодіння знаннями, вміннями і навичками, включаючи користування ними у подальшій навчальній роботі та практичній діяльності [97, с. 22].
	С. Гончаренко	дидактичний принцип, що вимагає від педагога такої організації процесу навчання, яка сприяє вихованню в учнів ініціативності і самостійності, міцному і глибокому засвоєнню знань, виробленню необхідних умінь і навичок, розвитку в них спостережливості, мислення і мови, пам'яті й творчої уяви [65, с. 21].

Продовження табл.Д.2.1.

1	2	3
і як якість особистості, і як діяльнісний стан	Г. Муртазін	і мета (формування творчої активності як якості особистості), і засіб (систематична активна пізнавальна діяльність), і результат ефективно організованого навчального процесу [192, с. 8].

Додаток Д.3

Таблиця Д.3.1.

Визначення поняття «пізнавальна активність»

Автор	Пізнавальна активність - це
1	2
Гриньова М.В.	діяльне пізнання світу, умова повноцінного духовного розвитку особистості учня [73].
Лісіна М.І.	стан готовності учня до пізнавальної діяльності, той стан, що передує діяльності й породжує її [162].
Лозова В.І.	риса особистості, яка виявляється в її ставленні до пізнавальної діяльності, що передбачає стан готовності, прагнення до самостійної діяльності, спрямованої на засвоєння індивідом соціального досвіду, накопичених людством знань і способів діяльності, а також знаходить вияв у пізнавальній діяльності [167].
Лузан П.Г.	психічне утворення особистості, джерелом якого є пізнавальна потреба, що задовольняється в навчально-пізнавальній діяльності [170].
Маркова А.К.	всі види активного ставлення до навчання як до пізнання (нові типи ставлення до об'єкта, що вивчається) [175].
Половникова Н.А.	готовність учня до оволодіння знаннями [224].
Хабіб Р.А.	мета діяльності, засіб її досягнення та результат цієї діяльності [288].
Харламов І.Ф.	діяльнісний стан учня, що характеризується прагненням до навчання, розумовою напругою й виявом вольових зусиль у процесі оволодіння знаннями [289].

Продовження табл.Д.3.1.

1	2
Шамова Т.І.	якість діяльності особистості, яка (якість) проявляється в ставленні учня до змісту й процесу діяльності, у його прагненні до ефективного оволодіння знаннями й способами діяльності за прийнятний час, у мобілізації вольових зусиль на досягнення навчально-пізнавальної мети [300].
Щукіна Г.І.	особистісне утворення школяра, що впливає на продуктивність навчання, на активізацію навчальної діяльності [348].

Додаток Е

Таблиця Е.1.

Рівні навчально-пізнавальної активності суб'єкта пізнання
(за П.Г. Лузаном)

Рівень активності	Змістово-результативний критерій (результат активності)	Операційний критерій (прийоми учіння)	Мотиваційно-динамічний критерій (психічний стан)
1	2	3	4
Репродуктивний	засвоєні образи, поняття, судження, правила, закономірності, інші значення теоретичного і практичного характеру	первинне осмислення інформації, дія за зразком, механічне застосування правила, відповіді на інформаційні питання, спостереження, стереотипне розв'язування задач та інше, доведення знань до рівня умінь та навичок	акти поведінки мають ситуативний характер: інтерес, бажання, впевненість, задоволеність, ініціатива, інтенсивність, напруга, темп, ритм, енергійність

Продовження табл. Е.1.

1	2	3	4
Продуктивний	самостійно отримані висновки та обґрунтування, перенесення навичок та умінь застосування знань, різні способи вирішення проблем, нові способи дій	осмислення умов та вихідних даних, своєрідне розуміння проблеми, висування та доказ оригінальних гіпотез, систематизація знань, більше застосування знань на практиці	акти поведінки проявляються постійно: інтерес, бажання, впевненість, ініціатива, напруга, енергійність; ситуативний прояв задоволеності, інтенсивності
Творчий	винаходи, відкриття, вирішення складних теорем, задач, мистецькі роботи, літературні твори тощо	вихід за межі задачі, постановка та вирішення теоретичних навчальних проблем, конструювання, раціоналізаторство, винахідництво, створення літературних та образотворчих праць тощо	акти поведінки трансформуються у риси особистості: інтерес, бажання, впевненість, ініціатива, напруга

Додаток Ж.1

Таблиця Ж.1.1

Форми організації занять, доцільні для різних груп учнів класів з гуманітарним профілем навчання

Тип уроку	Вид заняття, найбільш доцільний для учнів класів з гуманітарним профілем навчання		
	груп 1а та 2а	груп 1б, 2б, 3а, 3б	груп 1с, 2с, 3с
Вивчення нового матеріалу	лекція; самостійна робота з інформацією	лекція; евристична бесіда	урок пояснення нового матеріалу (з прикладами прикладного характеру)
Закріплення та застосування знань, навичок і вмінь	лабораторна (практична) робота	урок відпрацьовування навичок і вмінь (з завданнями прикладного характеру); урок з елементами психологічного тренінгу	урок-гра
Узагальнення та систематизація знань	семінар	урок узагальнення та систематизації; урок-психологічний тренінг	урок-гра; участь у математичних конкурсах
Контроль та оцінювання знань і вмінь	залік	контрольна робота (з нестандартними завданнями)	тести

Додаток Ж.2

Таблиця Ж.2.1.

Ефективні методи та прийоми навчання математики для різних груп учнів класів з гуманітарним профілем навчання

Групи учнів класів з гуманітарним профілем навчання	Етапи процесу навчання				
	актуалізація опорних знань	вивчення нового матеріалу	формування навичок та вмінь	узагальнення та систематизація	контроль та оцінювання
групи 1а та 2а	<ul style="list-style-type: none"> - попереднє повідомлення учням мети, плану, термінів вивчення теми - наведення власних прикладів 	<ul style="list-style-type: none"> - евристичний метод 	<ul style="list-style-type: none"> - складання схем і таблиць за матеріалом, що вивчається - самостійна робота з підручником 	<ul style="list-style-type: none"> - самостійний пошук практичних застосувань - самостійне складання рівнянь - відшукування різних способів розв'язування 	<ul style="list-style-type: none"> - використання таблиць самооцінювання - залік - складання учнями зразків контрольних робіт для учнів 2 групи
	групи 1б, 2б, 3а та 3б	<ul style="list-style-type: none"> - своєчасне визнання успіхів учнів - заповнення таблиць міжпредметних 	<ul style="list-style-type: none"> - пояснювально-ілюстративний метод - використання прийомів запам'ятовування 	<ul style="list-style-type: none"> - опрацювання матеріалу за запропонованим планом - заповнення таблиць 	<ul style="list-style-type: none"> - виконання довгострокових завдань - складання словників - підготовка

Продовження табл.Ж.2.1.

	зв'язків		виконання завдань	рефератів та презентацій	
	<ul style="list-style-type: none"> - заповнення пропусків у розв'язаннях чи доведених - дидактичні ігри - використання емоційної забарвленості матеріалу 				
<p style="text-align: center;">групи 1с, 2с, 3с</p>	<ul style="list-style-type: none"> - створення проблемних ситуацій - введення елементів історичних довідок 	<ul style="list-style-type: none"> - проблемний метод 	<ul style="list-style-type: none"> - обґрунтування фактів, отриманих емпіричним шляхом - розв'язування прикладних задач 	<ul style="list-style-type: none"> - перефразування умови завдання - іншомовне озвучення матеріалу - розв'язування прикладних задач 	<ul style="list-style-type: none"> - прийоми фронтального опитування - підготовка доповідей
	<ul style="list-style-type: none"> - дидактичні ігри - розв'язування нестандартних завдань 				

Додаток 3

Таблиця 3.1.

Прояви пізнавальних мотивів учнів у навчальній діяльності

Пізнавальні мотиви	Прояви пізнавальних мотивів
Широкі пізнавальні мотиви	<ul style="list-style-type: none"> – успішне виконання навчальних завдань; – позитивна реакція на підвищення вчителем рівня завдань; – звернення до вчителя за додатковими відомостями; – позитивне ставлення до необов'язкових завдань; – звернення до навчальних завдань у вільній обстановці.
Навчально-пізнавальні мотиви	<ul style="list-style-type: none"> – самостійне звернення учнів до пошуків способів виконання завдання; – аналіз способів розв'язування завдання після отримання результату;
	<ul style="list-style-type: none"> – інтерес при переході до нових понять та способів діяльності; – інтерес до аналізу власних помилок; – самоконтроль у ході виконання завдання; – увага та зосередженість при виконанні завдання.
Мотиви самоосвіти	<ul style="list-style-type: none"> – звернення до вчителя щодо способів раціональної організації навчальної праці та прийомів самоосвіти; – самоосвіта учнів: читання додаткової літератури, відвідування гуртків, участь у конкурсах, складання плану самоосвіти тощо.

Додаток К

Контрольна робота для учнів класів з гуманітарним профілем навчання

Контрольна робота була складена на основі завдань державної підсумкової атестації для учнів 9 та 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів та завдань ЗНО 2007 року та передбачала виконання завдань трьох рівнів [22; 23; 68]. Завдання першого рівня кількістю 10 мали тестовий характер і оцінювалися 0,5 бала за кожне. Максимальна кількість балів за виконання цієї частини – 5 балів. Завдання №11-13 другого рівня оцінювалися 1 балом за кожне, а 2 завдання №14-15 третього рівня – по 2 бали. Максимальна кількість балів за виконання контрольної роботи – 12 балів. Одержані 1-5 балів вказують на можливий низький рівень активності, 6-8 балів – середній рівень активності, а 9-12 балів – високий рівень активності учнів класів гуманітарних профілів у процесі навчання математики.

Діагностуюча контрольна робота

1. Розташуйте числа у порядку зростання: $\bar{5}; \frac{5}{2}; 2,49$.

А	Б	В	Г	Д
$\bar{5}; 2,49; \frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}; \bar{5}; 2,49$	$\frac{5}{2}; 2,49; \bar{5}$	$\bar{5}; \frac{5}{2}; 2,49$	$2,49; \bar{5}; \frac{5}{2}$

2. Знайти область визначення функції $y = \overline{x + 9}$.

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$[9; +\infty)$	$[-3; +\infty)$	$[-9; +\infty)$	$[-9; 9]$

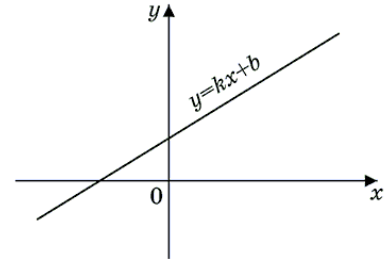
3. Будівельна компанія закупила для нового будинку металопластикові вікна та двері у відношенні 4:1. Укажіть число, яким може бути виражена загальна кількість вікон та дверей у цьому будинку.

А	Б	В	Г	Д
41	45	54	68	81

4. Банк сплачує своїм вкладникам 8% річних. Визначте, скільки грошей треба покласти на рахунок, щоб через рік отримати 60 грн. прибутку.

А	Б	В	Г	Д
1150	1050	950	850	750

5. За видом графіка функції $y = kx + b$ визначте знаки k і b . Оберіть правильне твердження.

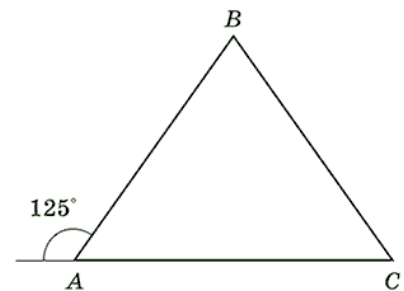


А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} k > 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k > 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k = 0, \\ b > 0 \end{cases}$

6. Укажіть, скільки дійсних коренів має рівняння $x^3 - 4|x| = 0$.

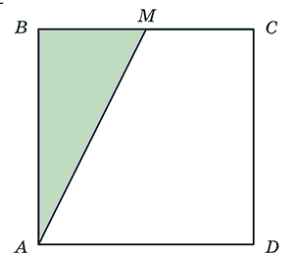
А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

7. Градусна міра зовнішнього кута A рівнобедреного трикутника ABC ($AB = BC$) становить 125° . Знайдіть градусну міру внутрішнього кута B .



А	Б	В	Г
30°	40°	50°	60°

8. Точка M – середина сторони квадрата $ABCD$. Площа зафарбованої частини дорівнює 7 см^2 . Знайдіть площу всього квадрата.



А	Б	В	Г	Д
14 см^2	21 см^2	28 см^2	35 см^2	42 см^2

9. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням круга навколо діаметра, довжина якого дорівнює a см.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{2}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{6}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{12}\pi a^3 \text{ см}^3$

10. Ребро куба зменшили у 3 рази. У скільки разів зменшився об'єм куба?

А	Б	В	Г	Д
у 3 рази	у 6 разів	у 9 разів	у 27 разів	у 18 разів

11. Розв'яжіть нерівність $x + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} - 2$.

12. Знайдіть суму перших двадцяти непарних натуральних чисел.

13. Для опалювальної системи будинку необхідні радіатори з розрахунку три одиниці на 50 м^3 . Яку кількість одиниць радіаторів треба замовити, якщо новий будинок має форму прямокутного паралелепіпеда розміром $15 \text{ м} \times 18 \text{ м} \times 25 \text{ м}$?

14. Середній вік одинадцяти футболістів команди становить 22 роки. Під час гри одного з футболістів було вилучено з поля, після цього середній вік гравців, що залишилися, став 21 рік. Скільки років футболісту, який залишив поле?

15. Розв'яжіть рівняння $(x^2 - 9)\sqrt{-15 + 8x - x^2} = 0$.

Таблиця К.1

Результати виконання учнями діагностувальної контрольної роботи на початку експерименту

Завдання	Кількість учнів, що виконали завдання (у %)	
	Експериментальна група	Контрольна група
1	98 %	98 %
2	93 %	95 %
3	54 %	56 %
4	66 %	66 %
5	81 %	83 %
6	28 %	27 %
7	98 %	98 %
8	93 %	94 %
9	81 %	82 %
10	73 %	78 %
11	62 %	71 %
12	28 %	27 %
13	67 %	66 %
14	11%	10 %
15	9 %	8 %

Додаток Л.1

Положення про дистанційний конкурс з математики для учнів класів нематематичних профілів

«Математика для всіх: інтелект – творчість – математика»

Вступ. Органічною частиною навчально-виховного процесу у школі є позакласна робота, зокрема, з математики. Загальновідомо, що використовуючи зміст, різноманітні форми і методи навчальної позакласної роботи, вчителі математики формують та розвивають цікавість до математики, поглиблюють та розширюють знання з математики, розвивають математичне мислення та творчі здібності учнів. Питання форм та методики проведення позакласної роботи з математики висвітлюються у працях Балка М.Б., Балка Г.Д., Гусева В.А. [18] та інших. Учні, що обрали класи нематематичних профілів, успішно вивчають профільні предмети, а математичні знання, як невід’ємний компонент загальної культури сучасної людини, опановують на рівні стандарту. Необхідність розвитку пізнавального інтересу учнів до математики, залучення їх до позакласних занять з предмету обґрунтовує необхідність проведення позакласної навчальної роботи з учнями старшої профільної школи у ході вивчення непрофільних для них дисциплін.

Дистанційний конкурс з математики для учнів класів нематематичних профілів «Математика для всіх: інтелект – творчість – математика» – це, перш за все, добровільні змагання, що реалізують бажання учнів перевірити свої сили у математиці. Конкурс зорієнтовано на формування інтересу учнів класів нематематичних профілів до математики, розвиток їх пізнавальних здібностей, пам’яті, уваги, ініціативи, самостійності, креативності мислення, формування вмінь розв’язувати нестандартні завдання, раціональну організацію вільного часу учнів через залучення їх до позакласних занять з математики.

I. Цілі та завдання проведення конкурсу.

Серед основних цілей та завдань конкурсу виокремлюємо:

- активізацію пізнавальної діяльності учнів класів нематематичних профілів на уроках математики та у позакласній роботі;
- підвищення інтересу учнів класів нематематичних профілів до вивчення математики, прищеплення широким колам учнівської молоді навичок творчої, дослідницької роботи;
- формування та розвиток мотивації пізнавальної діяльності учнів класів нематематичних профілів на уроках математики;
- підвищення рівня знань, навичок та умінь учнів класів нематематичних профілів з математики;
- залучення учнів класів нематематичних профілів до позакласної роботи з математики;
- впровадження у навчальний процес прийомів і методів навчання, що враховують особливості учнів класів нематематичних профілів;
- систематичне спонукання учнів до власних відкриттів, до перевірки своїх сил у розв'язуванні математичних завдань;
- виховання в учнів наполегливості у подоланні труднощів;
- формування творчої, активної, впевненої у власних силах особистості, здатної до самовдосконалення тощо.

II. Принципи організації та проведення конкурсу.

Організація та проведення конкурсу здійснюється відповідно до наступних принципів:

- відкритість (можливість участі у конкурсі учнів різних класів, різних вікових груп, з різним інтересами, нахилами та здібностями);
- доступність (орієнтація конкурсу на рівень освітньої підготовки з математики, інтереси, нахили та здібності учнів класів нематематичних класів);
- гнучкість та динамічність (змісту й форм організації конкурсу);

- прикладна спрямованість та проблемність (орієнтація на переважне значення теоретичних знань для розв'язування практичних проблем та прикладних завдань);
- довготривалість та дистанційність (такі терміни та форма організації конкурсу є оптимальними для учнів класів нематематичних профілів, зважаючи на невелику кількість годин, відведених на вивчення математики у цих класах);
- стимулювання внутрішніх сил (участь учнів класів нематематичних профілів у конкурсі сприятиме перетворенню зовнішнього впливу вчителів математики, орієнтованого на формування загальної математичної культури учнів, у внутрішні надбання учнів);
- оптимальність (орієнтація конкурсу на учнів класів нематематичних профілів не означає невисокий рівень складності завдань, завдання враховують психолого-педагогічні особливості цих учнів та принципово відрізняються від завдань математичних олімпіад та турнірів).

III. Наукова підтримка конкурсу.

Наукова підтримка та обґрунтування конкурсу здійснюється Лабораторією змісту, методів та форм навчання математики, фізики та інформатики Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка, базою проведення конкурсу є приватна гімназія «Prosperitas» (м. Суми). Коло учасників конкурсу регламентується учнями класів нематематичних профілів, проте у конкурсі мають право брати участь всі учні, що мають на те бажання. Доцільним є довготривалий термін проведення конкурсу, що дозволяє пропонувати учасникам завдання пошуково-дослідницького, творчого, нестандартного характеру. У конкурсі створені рівні умови для учасників, учням надано можливості проявляти індивідуальні нахили.

IV. Характеристика завдань для проведення конкурсу.

Завдання мають надавати впевненості у своїх силах учням, не відштовхувати їх від занять математикою. Завдання математичної олімпіади для учнів класів нематематичних профілів мають бути спрямовані:

- на формування та розвиток здатності застосовувати знання і вміння, що відповідають програмі з математики рівня стандарту, до розв'язування нестандартних завдань;
- на запобігання відмови від розв'язування завдання, які «відштовхують» учнів-гуманітаріїв незвичністю, нешаблонністю формулювань.

Завдання конкурсу спрямовані:

- на формування умінь застосовувати знання, отримані на уроках математики, в конкретних ситуаціях (завдання прикладного характеру, зокрема, завдання на використання статистичних методів в мовознавстві, на проведення статистичних досліджень);
- на підвищення інтересу гуманітаріїв до вивчення математики (завдання історичного характеру; питання, пов'язані з біографіям видатних математиків);
- на підвищення самостійності, розвиток творчого мислення учнів (скласти завдання, навести приклад з повсякденного життя, що ілюструє застосування математики; опис математичної ситуації іноземною мовою, створення презентацій, мультфільмів, віршів, малюнків, моделей на задану тематику) тощо.

Доцільним є максимальне використання можливостей ПК в ході проведення конкурсу, оскільки використання комп'ютера часто робить посильним для учнів класів нематематичних профілів розв'язування тих завдань, методами розв'язування яких вони з об'єктивних причин володіють не в достатній мірі (або не володіють зовсім).

V. Оцінювання робіт учасників конкурсу.

Перевірку робіт здійснюють члени журі на основі єдиних критеріїв, що дозволяють перевіряти кожне завдання окремо, не порівнюючи роботи між собою.

Оцінювання робіт здійснюють члени журі. За кожне завдання виставляється дві оцінки: безпосередньо за правильність розв'язування завдання та за оригінальність запропонованого розв'язування.

Таблиця Л.1.1

Оцінювання робіт учасників

№ завдання	Оцінка за правильність розв'язування завдання	Оцінка за оригінальність запропонованого розв'язування
1		
2		
...		
Середнє арифметичне	P	O

Наявність двох оцінок дозволяє обчислити два показники роботи: $K = P + O$ характеризує виконання роботи з кількісного боку та $H = O - P$, що характеризує оригінальність, нестандартність у виконанні роботи. Кожен з цих показників роботи вважається неповним, якщо його взято окремо, і є додатковим по відношенню до іншого. Тоді підсумковий результат обчислюється за формулою РЕЗУЛЬТАТ = $K + H$. Крім того, саме другий показник вказує, перевага якої оцінки формує результат. Якщо $H > 0$, то $O > P$ і результат є вищим саме за рахунок прояву нестандартності мислення учнів у ході розв'язування завдань конкурсу, якщо $H < 0$, то $O < P$ і результат є нижчим.

Журі готує подання до нагородження переможців конкурсу.

Додаток Л.2

Зразки завдань дистанційного конкурсу з математики для учнів класів нематематичних профілів «Математика для всіх» та особливості їх оцінювання

У процесі підготовки завдань для проведення конкурсу ми орієнтувалися не тільки на нестандартність завдань, але й на рівень учасників змагань, тобто добирали завдання відповідно до загального математичного рівня розвитку учнів класів нематематичних профілів. Ці завдання мають надавати впевненості у своїх силах учням, не відштовхувати їх від занять математикою.

Наприклад, на розвиток пам'яті, уваги, спостережливості тощо спрямоване завдання, запропоноване у 2011 році для учнів 8-9 класів: «Уявіть, що ви – відомий математик. Ви побачили інопланетний корабель. Опишіть його якомога детальніше, але з погляду математика, використовуючи математичні терміни, факти, опис геометричних фігур тощо». Зауважимо, що певна кількість надісланих розв'язків містила помилки в описаннях. Наприклад, одна з надісланих робіт включала такий опис: «...Цей об'єкт нам нагадував піраміду, що складалася з таких фігур: низ являв собою якийсь квадрат, на верхній основі якого був розміщений еліпс...Над ним розміщувався циліндр, в нижній частині якого були колоподібні отвори...».

Наприклад, на формування умінь обґрунтовувати, доводити свою думку, вибирати раціональний шлях розв'язування завдання серед декількох запропонованих, спрямоване завдання: «Вираз $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha}$ спростити двома способами: 1) виразивши всі функції через синус та косинус аргументу α ; 2) виразивши всі функції через тангенс аргументу α . Оберіть з двох способів, на вашу думку, більш раціональний та економний. Обґрунтуйте свій вибір». Учні по-різному обґрунтовували раціональність обраного способу,

наприклад, так: «Другий спосіб коротший, але перший передбачав використання більш поширених формул, що й робить його простішим»

Доцільно також і самих учнів класів нематематичних профілів залучати до підбору й складання завдань для конкурсу. Разом з тим учні набуватимуть досвіду самостійної роботи з літературою, це надасть змогу розширити й поглибити знання учнів, наблизити їх до проблем сучасної науки. В учнів вироблятиметься вміння відбирати з великої кількості матеріалу потрібний саме для даної теми, генерувати ідеї та висувати гіпотези. Наприклад, одним з учасників конкурсу (Чередніченко О.С., Білопільська СШ I-III ступенів № 1) було запропоновано завдання до теми «Чотирикутники»: «Сова розклала сливи у вигляді квадрата. Покажіть сові, що їх можна розмістити у вигляді двох рівносторонніх трикутників, щоб сторона одного з них дорівнювала стороні квадрата, а другого – на одиницю менша». Цікаво, що в тексті завдання не вказано кількість слив, що утворюють сторону квадрата, але завдання ілюструється малюнком, де сливи розкладено у вигляді квадрата розміром 5×5 . Як бачимо, у даному випадку «спрацьовують» психолого-педагогічні особливості мислення учнів-гуманітаріїв на наочно-образній основі.

Доцільним є максимальне використання можливостей ПК в процесі проведення конкурсу. Використання комп'ютера часто робить посильним для учнів класів нематематичних профілів розв'язування тих завдань, методами розв'язування яких вони з об'єктивних причин володіють не достатньо (або не володіють зовсім). Наприклад, при розв'язуванні завдання «Визначити, скільки дійсних коренів має рівняння $\frac{2}{\pi} \arccos x = \sqrt{1-x^2} +$ » учасникам рекомендовано використовувати будь-який відповідний педагогічний програмний засіб, досвід роботи з яким вони мають (зокрема Gran1).

З метою реалізації в процесі проведення олімпіад з математики діагностики розвитку творчого мислення учнів класів нематематичного профілю доцільно до завдань пропонувати коментарі та вказівки.

Наприклад, для розв'язування завдання «Визначте, при яких значеннях параметра a задане рівняння $(a - 2)x^2 + (4 - 2a)x + 3 = 0$ має єдиний розв'язок. Якщо виконання завдання викликає труднощі, скористайтеся підказкою» учням пропонувалася підказка.

Підказка до цього завдання 2010 року для учнів 8-9 класів: «Лише при $2a \neq 0$ (тобто $a \neq 0$) маємо квадратне рівняння. Інакше при $a = 0$ отримаємо лінійне рівняння $-4x + 1 = 0$. Так маємо одне із значень параметра a . $a \neq 0$. Умова існування єдиного кореня $D = 0$. Відповідь: $a_1 = -\frac{1}{2}$, $a_2 = 2$, $a_3 = 0$ ».

Особливістю є й те, що учасники прислали в оргкомітет конкурсу роботи навіть з неповними розв'язками, оскільки за кожне завдання виставляється дві оцінки: безпосередньо за правильність розв'язання завдання і за його оригінальність. Таким чином, стимулюється пізнавальна активність школярів.

При оцінюванні завдань саме наявність другого показника дозволяє не втратити за масовістю конкурсу творчих дітей з оригінальним, нестандартним мисленням.

Наприклад, за завдання 2011 року для 8-9 класів «Словниковий запас пересічної людини становить 7-10 тисяч слів, у творах О. Пушкіна вжито 21280 слів, а в російськомовних творах Т. Шевченка – 21548 слів. Відомо, що 56 найчастотніших слів у творах О. Пушкіна покривають 40 % тексту, 1000 слів – 70 %, 8000 – 95 %, інші 13280 слів – усього лише 5 % тексту. Саме тому середня частотність використовується також для встановлення справжнього авторства виявлених без зазначення автора творів. Визначте: а) скільки слів у творі Т.Г. Шевченка «Мені тринадцятий минало...»; б) які з них зустрічаються найчастіше; в) який відсоток від загальної кількості слів вони становлять» учні могли набрати 3 бали за правильність розв'язування та 3 бали за оригінальність запропонованих розв'язків. За правильність учень міг отримати бали, якщо правильно вказано кількість слів у творі, правильно вказано слова, що найбільш часто зустрічаються та правильно обчислено

відсотки для них від загальної кількості слів. Учням необхідно було підрахувати кількість слів у вірші – їх 197, та визначити ті, що найчастіше вживаються. Це слова «сльози», «світ», «сонце», а також слова «я» та «Бог» у різних формах. Вони становлять 3% від загальної кількості слів у вірші. За оригінальність учень отримує бали, якщо детально розписана кількість для кожного слова у творі, побудовано гістограми, вжито термін «мода» та інше. Відзначимо, що 87 % учасників впоралися з цим завданням. За завдання 2011 року для 10-11 класів «Опишіть розташування об'єктів навколишнього світу (оберіть три об'єкти) іноземною мовою (англійською, німецькою), використовуючи відношення паралельності між прямими й площинами» учні могли набрати 2 бали за правильність розв'язування та 2 бали за оригінальність запропонованих розв'язків. За правильність учень міг отримати максимальну кількість балів, якщо наведений опис не містить помилок математичного чи мовного характеру. За оригінальність учень отримує максимальні бали, якщо для опису використано якнайбільше властивостей цих об'єктів, використано значну кількість математичних термінів чи символів та інше.

Відзначимо, що розробка критеріїв оцінювання оригінальності містила певні труднощі, оскільки передбачити нестандартні підходи учнів до розв'язування запропонованих завдань досить складно і деякі надіслані варіанти не були відображені в критеріях. Наприклад, до завдання для 8-9 класів 2013 року «Дано дві точки A та B . Застосовуючи лише циркуль, побудувати таку точку C , щоб $\angle ABC = 90^0$ » у критеріях оцінювання оригінальності не було вказано, що бали можуть нараховуватися за застосування умови задачі до реальної практичної ситуації. Зокрема одна з надісланих учнями робіт поряд з розв'язком даної задачі на побудову за допомогою циркуля містила таке розв'язання: «...Якщо точки A та B дано на місцевості, то необхідно знайти таку точку O , що рівновіддалена від точок A та B . Для цього необхідно взяти мотузку, згинанням визначити її середину. Зафіксувати жердинами кінці мотузки в точках A та B і середину в точці O

(або гукнути двох помічників, які візьмуться за кінці мотузки й стануть у відповідних точках). Потім узяти жердину в точці B разом з кінцем мотузки й рухатися за годинниковою стрілкою, весь час тримаючи натягнутою свою половину мотузки (тобто по колу). Необхідно дійти до деякої точки C , для якої точки C , O , A будуть на одній прямій. Тоді $\angle ABC = 90^\circ$, оскільки спіратиметься на діаметр кола...». У цьому разі члени журі відзначають такі роботи та нараховують бали за оригінальність.

Перед учителями математики, які працюють у класах нематематичних профілів, стоїть важливе завдання, зацікавлюючи учнів своїм предметом, розвивати їх творче мислення. Пропонування учням зауважень до розв'язувань завдань конкурсу, колективне обговорення у формі евристичної бесіди дозволяє розширити коло учнів-гуманітаріїв, які працюють над нестандартними завданнями з математики; сприяє підвищенню рівня завдань, які вони спроможні виконувати з мінімальною допомогою зовні. Поступово учні класів гуманітарних профілів залучаються до позакласної роботи з математики, відкриваються можливості для її організації та проведення.

Звичайно, головним мінусом таких конкурсів є неможливість визначити рівень самостійності виконання завдань. Проте в процесі навчання математики учнів-гуманітаріїв це не є визначальним чинником. Позитивний момент – саме особиста пізнавальна ініціатива, яку гуманітарій проявляє, беручи участь у такому конкурсі, оскільки це відбувається не з примусу (не за вказівкою) вчителя математики.

Коло учасників конкурсу регламентувалося учнями класів з нематематичним профілем навчання, проте в конкурсі мали право брати участь усі учні, які мали бажання. Доцільним був довготривалий термін проведення конкурсу, організація його проведення в дистанційній формі, оскільки учні класів з нематематичним профілем навчання, зазвичай, не мають достатньо часу на відвідування позакласних занять з математики. Крім того, це дозволяло пропонувати учасникам завдання пошуково-дослідницького, творчого, нестандартного характеру.

У процесі підготовки завдань для проведення конкурсу ми орієнтувалися не тільки на нестандартність завдань, але й на рівень учасників змагань, добирали завдання відповідно до загального математичного рівня розвитку учнів класів нематематичних профілів. Такі завдання надавали впевненості у своїх силах учням-гуманітаріям, не відштовхували їх від занять математикою. За допомогою комп'ютера учні класів нематематичних профілів, які інколи не достатньо володіють відповідними методами, алгоритмами для розв'язування завдань, можуть розв'язати досить складні завдання. Тому максимально використовувалися можливості комп'ютера у ході проведення конкурсу. Також і самих учнів класів з нематематичним профілем навчання залучали до підбору і складання завдань для конкурсу. Разом з тим учні набували досвіду самостійної роботи з літературою, що сприяло розширенню й поглибленню знань учнів, дозволяло наблизити їх до проблем сучасної науки. В учнів вироблялося вміння вибирати з великої кількості матеріалу потрібний саме для даної теми, генерувати ідеї та висувати гіпотези.

Ми рекомендували учням проявляти максимальну самостійність у процесі розв'язування завдань конкурсу. У такому разі знання й уміння учасників знаходилися в постійному активному використанні. Учителі математики, які забезпечили підготовку учнів та участь їх у конкурсі, відзначалися грамотами фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С.Макаренка. Переможці конкурсу нагороджувалися дипломами, усім учасникам надавався сертифікат.

Наведемо статистичні дані щодо проведення конкурсу (рис. Л.2.1, рис. Л.2.2, рис. Л.2.3).

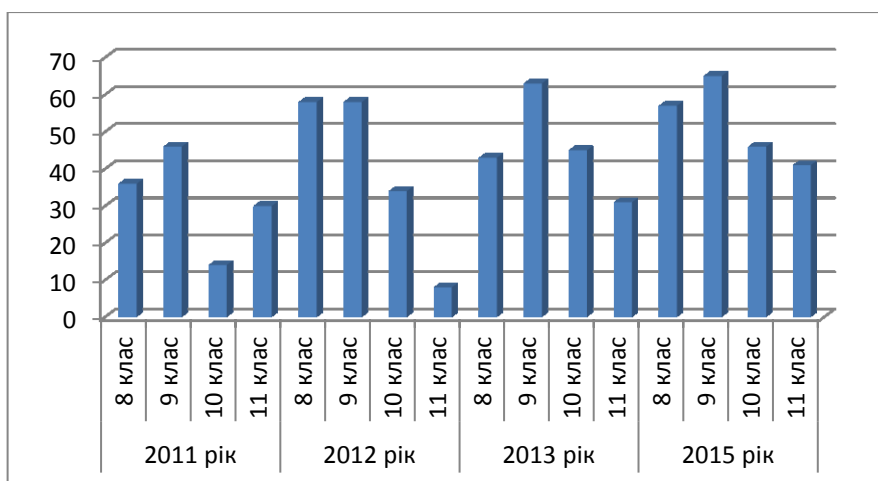


Рис. Л.1.1. Розподіл учасників конкурсу за класами

За діаграмою можна зробити висновки про збільшення кількості учасників старших класів.

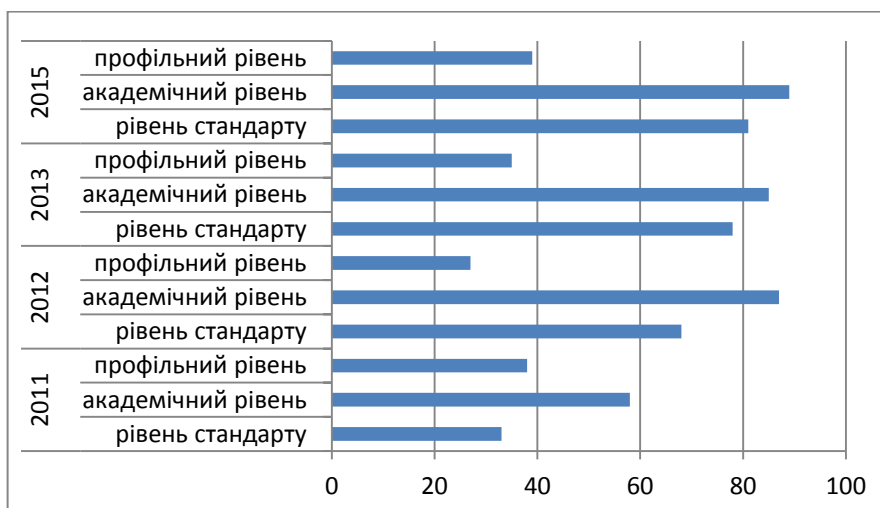


Рис. Л.2.2. Розподіл учасників конкурсу за профілями

За діаграмою можна зробити висновки про збільшення кількості учасників-учнів класів з математичним профілем навчання.

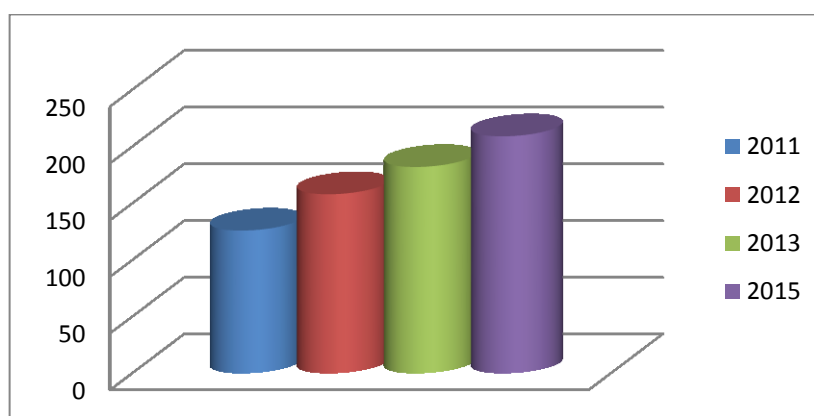


Рис. Л.2.3. Кількість учасників конкурсу «Математика для всіх»

Додаток М.1

Фрагменти робочого зошиту з друкованою основою до теми «Функції, їх властивості та графіки»

14

ФОРУМ

ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ

Якщо функцію задано ГРАФІЧНО, то область визначення можна визначити проектуванням графіка функції на вісь Ox .

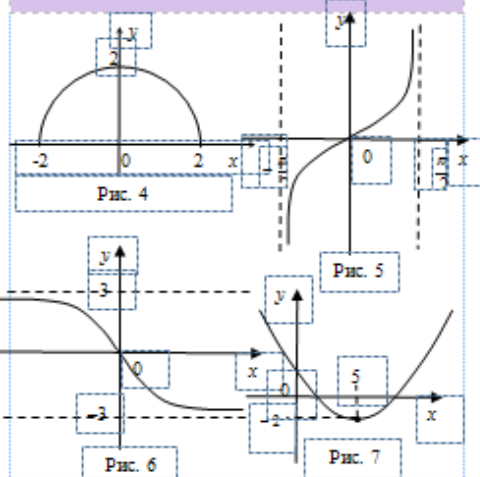


Рис. 4

Рис. 5

Рис. 6

Рис. 7

15

ТРЕНІНГ

Уявіть, що Ви «притискаєте» графік функції до осі Ox , тобто визначаєте проміжок, «над яким розташовано» графік функції.

Рис. 4: $D(y): x \in [-2; 2]$.

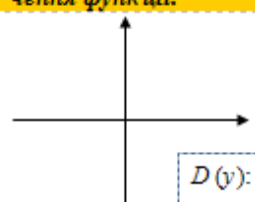
Рис. 5: $D(y): x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Рис. 6: $D(y): x \in \mathbb{R}$.

Рис. 7: $D(y): x \in \mathbb{R}$.

Пригадайте, коли ставимо дужки $()$ та $]$.

Наведіть власний приклад графіка функції та знайдіть область визначення функції.



$D(y): x \in \underline{\hspace{2cm}}$

32

ФОРУМ

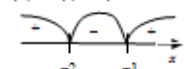
ПРОМІЖКИ ЗНАКОСТАЛОСТІ ФУНКЦІЇ

Проміжки області визначення функції, на яких функція не змінює знака, тобто набуває тільки додатних чи тільки від'ємних значень, називаються **ПРОМІЖКАМИ ЗНАКОСТАЛОСТІ**. Нехай функція задана АНАЛІТИЧНО.

Щоб знайти проміжки знакосталості, на яких функція $y = f(x)$ набуває **ДОДАТНИХ** значень, необхідно розв'язати нерівність $f(x) > 0$.

Щоб знайти проміжки знакосталості, на яких функція $y = f(x)$ набуває **ВІД'ЄМНИХ** значень, необхідно розв'язати нерівність $f(x) < 0$.

Розгляньте ПРИКЛАД. Знайти проміжки, де функція набуває додатних значень $y(x) = x^2 + 3x + 2$.

Розв'язання	Обчислювання
$x^2 + 3x + 2 > 0$. 1) $x^2 + 3x + 2 = 0$, за теоремою Бієта $x_1 = -2, x_2 = -1$. 2) $(x + 2)(x + 1) > 0$. 	Складемо квадратну нерівність. Дано використавши метод інтервалів: знайдемо корні функції, розкладемо квадратний тричлен на множники, відложимо корні на числовій прямій та розставимо знаки значень, які приймає функція на даному проміжку. Оскільки слід знайти проміжки, на яких функція набуває додатних значень, то у відповідні «обчислено» проміжки, на яких стоїть знак «+».
3) Функція набуває додатних значень при $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; \infty)$	

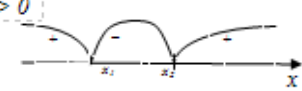
33

ТРЕНІНГ

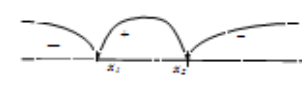
Пригадайте формулу розкладання на множники квадратного тричлена: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, де x_1 і x_2 – корені квадратного тричлена.

Пригадайте, як розставити знаки значень квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ на числовій прямій при розв'язуванні квадратної нерівності:

при $a > 0$



при $a < 0$



34

ФОРУМ

ПРОМІЖКИ ЗНАКОСТАЛОСТІ ФУНКЦІЇ

Нехай функція задана ГРАФІЧНО.
 При визначенні проміжків знакосталості, на яких функція $y = f(x)$ набуває ДОДАТНИХ значень, «забирають» проміжок вісі Ox , де графік функції розташовується вище, ніж вісь Ox (тобто відповідає додатній частині вісі Oy).

При визначенні проміжків знакосталості, на яких функція $y = f(x)$ набуває ВІД'ЄМНИХ значень, «забирають» проміжок вісі Ox , де графік функції розташовується нижче, ніж вісь Ox (тобто відповідає від'ємній частині вісі Oy).

Рис. 28

Функція набуває додатних значень при $x \in (-1; 2) \cup (4; \infty)$, а від'ємних значень при $x \in (-\infty; -1) \cup (2; 4)$.

35

ТРЕНІНГ

Наведіть власний приклад графіка функції та знайдіть проміжки знакосталості функції.

Функція набуває додатних значень, тобто $y > 0$ при $x \in$ _____

Функція набуває від'ємних значень, тобто $y < 0$ при $x \in$ _____

36

ТРЕНІНГ

ПРОМІЖКИ ЗНАКОСТАЛОСТІ ФУНКЦІЇ

Встановіть, проміжки знакосталості функцій

Рис. 29 $y > 0$ при $x \in$ _____
 $y < 0$ при $x \in$ _____

Рис. 30 $y > 0$ при $x \in$ _____
 $y < 0$ при $x \in$ _____

Рис. 31 $y > 0$ при $x \in$ _____
 $y < 0$ при $x \in$ _____

Рис. 32 $y > 0$ при $x \in$ _____
 $y < 0$ при $x \in$ _____

37

ТРЕНІНГ

Рис. 29

Рис. 30

Рис. 31

Рис. 32

20

ТРЕНІНГ

МОНОТОННІСТЬ ФУНКЦІЇ

Рис. 14

Рис. 15

Рис. 16

Рис. 17

21

ТРЕНІНГ

Рис. 14: функція зростає на проміжку $x \in [-2; 0]$ та спадає на проміжку $x \in (0; 2]$.

Встановіть проміжки зростання та спадання функцій:

Рис. 15 _____

Рис. 16 _____

Рис. 17 _____

Наведіть власний приклад графіка функції та знайдіть проміжки зростання та спадання функції.

26

ТРЕНІНГ

ПАРНІСТЬ ФУНКЦІЇ

Розгляньте ПРИКЛАД.
Дослідити функцію на парність $y(x) = x^4 - 2x^2 + 3$.

Розв'язання	Обґрунтування
1) $D(y): x \in \mathbb{R}$. $D(y)$ симетрична відносно початку координат.	1) Спочатку перевіряємо першу умову. Знайдемо область визначення і з'ясуємо, чи симетрична вона відносно 0. Функцію задано аналітично, вид функції – многочлен, тому $D(y): x \in \mathbb{R}$.
2) $y(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 + 3 = x^4 - 2x^2 + 3 = y(x)$.	2) Перевіримо другу умову. Підставимо $(-x)$ замість x у вираз, що задає функцію. Якщо отримаємо такий же вираз, то функція парна, якщо з протилежним знаком – непарна. При перетвореннях врахуємо, що $(-x)^4 = x^4$ і $(-x)^2 = x^2$, та порівняємо отриманий вираз з умовою.
3) Функція парна. Її графік симетричний відносно осі Oy .	3) Робимо висновок про вид функції.

27

ТРЕНІНГ

Підкресліть та поставте запитання біля тих фрагментів у розв'язанні, які є незрозумілими.

Наведіть власний приклад функції та дослідіть на парність $y(x) =$

Розв'язання	Обґрунтування
1) $D(y): x \in \mathbb{R}$. $D(y)$ <u>симетрична / не симетрична</u> відносно початку координат.	1) Функцію задано аналітично, вид функції – _____, тому $D(y): x \in$ _____
2) $y(-x) =$	2) Підставимо $(-x)$ замість змінної x у вираз, що задає функцію. Якщо отримаємо такий же вираз, то функція парна, якщо з протилежним знаком – непарна.
3) Функція <u>парна / непарна / загального вигляду</u> .	3) Робимо висновок про парність (непарність, загальний вигляд) функції.

28

ФОРУМ **НУЛІ ФУНКЦІЇ**

Значення аргументу x , при яких значення функції дорівнює нулю, називають **НУЛЯМИ ФУНКЦІЇ**.

Щоб знайти **НУЛІ** функції $y = f(x)$ необхідно розв'язати рівняння $f(x) = 0$. Його корені і будуть нулями функції.

Розгляньте ПРИКЛАД. Знайти нулі функції $y(x) = x^4 - x^2 - 6$.

Розв'язання	Обґрунтування
$x^4 - x^2 - 6 = 0$. Введемо заміну $x^2 = t$ ($t \geq 0$), тоді $x^4 = t^2$. Маємо рівняння $t^2 - t - 6 = 0$, де за теоремою Вієта $t_1 = -2$ (не задовольняє умову $t \geq 0$), $t_2 = 3$. Тоді $x^2 = 3$, $x_1 = \sqrt{3}$, $x_2 = -\sqrt{3}$. Відповідь: нулі функції $\sqrt{3}; -\sqrt{3}$.	Складемо бікватратне рівняння. Для його розв'язання зробимо заміну змінних (завжди підкреслюйте зроблену заміну, щоб потім не сплутати рівняння, до якого треба повертатися при оберненій заміні). Нове рівняння розв'яжемо за допомогою теорему Вієта . З двох знайдених коренів тільки один дозволяє повернутися до підстановки $x^2 = t$, розв'яжемо отримане квадратне рівняння $x^2 = 3$. Отримані значення x і є шуканими нулями функції.

29

ТРЕНІНГ

Пригадайте знайоме поняття «**бікватратне рівняння**».

Теорема Вієта говорить, що добуток коренів квадратного рівняння зі старшим коефіцієнтом 1 дорівнює вільному члену, а сума коренів – коефіцієнту при x , взятому з протилежним знаком. Для заданого рівняння добуток коренів дорівнює (-6) , а їх сума 1.

Почнемо з добутку. Число (-6) можемо отримати з добутку таких пар чисел: $(-6; 1)$, $(6; -1)$, $(-3; 2)$, $(3; -2)$. Легко перевірити, що тільки остання пара чисел в сумі дає 1.

30

ТРЕНІНГ **НУЛІ ФУНКЦІЇ**

Щоб знайти **НУЛІ** функції, що задана **ГРАФІЧНО**, необхідно знайти точки перетину графіка функції з віссю Ox . Їх абсиси і будуть нулями функції.

Встановіть, нулі функцій

Рис. 24 $x_1 = -2; x_2 = 2$

Рис. 25 _____

Рис. 26 _____

Рис. 27 _____

31

ТРЕНІНГ

Рис. 24

Рис. 25

Рис. 26

Рис. 27

40

ФОРУМ

ЛІНІЙНА ФУНКЦІЯ

ФОРМУЛА: $y = kx + b$

ГРАФІК:



Рис. 33

ВЛАСТИВОСТІ:

- 1⁰ Область визначення $D(y): x \in \mathbb{R}$.
- 2⁰ Область значення $E(y): y \in \mathbb{R}$.
- 3⁰ Функція зростає при $k > 0$, функція спадає при $k < 0$.
- 4⁰ Графіком є пряма.


Деякі елементарні функції будемо за точками, надаючи значень змінній x та обчислюючи значення змінної y .

Іноколи зручно при побудові графіка лінійної функції для змінної x надавати значень 0 і 1 .

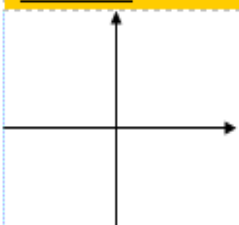
41

ТРЕНІНГ

Пригадайте, скільки точок необхідно, щоб провести пряму?



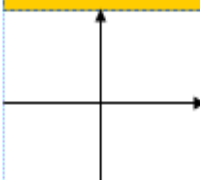
Пригадайте, що є графіком функції $y = kx$ (пряма пропорційність). Визначте її властивості.



Наведіть приклад лінійної функції та побудуйте графік

x	y

$y = \underline{\quad}x + \underline{\quad}$.



Властивості
 $D(y): x$ _____
 $E(y): y$ _____
 Функція зростає / спадає

44

ФОРУМ

ФУНКЦІЯ
 $y = x^2$

ГРАФІК:

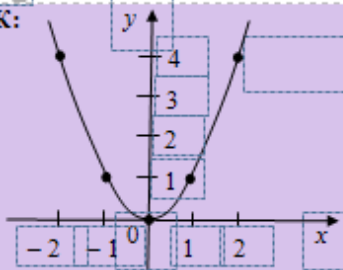


Рис. 34

ВЛАСТИВОСТІ:


- 1⁰ Область визначення $D(y): x \in \mathbb{R}$.
- 2⁰ Область значення $E(y): y \in [0; +\infty)$.
- 3⁰ Функція спадає при $x \in (-\infty; 0)$, функція зростає при $x \in (0; +\infty)$.
- 4⁰ Графіком є парабола.

45

ТРЕНІНГ

Виконайте піднесення до квадрату

$(-5)^2 =$
 $(-2)^2 =$
 $(-1)^2 =$
 $2^2 =$
 $3^2 =$



При побудові графіка параболи зручно змінній x надавати значень, симетричних відносно $(0; 0)$.

Заповніть таблицю значень функції (рис. 34)

x	y

50

ФОРУМ

КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ

ФОРМУЛА: $y = ax^2 + bx + c$

ГРАФІК: графіком є парабола.

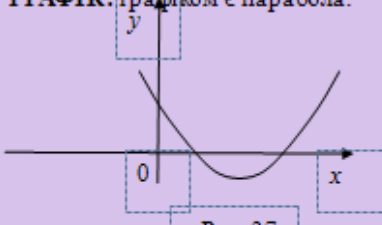


Рис. 37

Для побудови графіка квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$ слід виконати такі кроки:

- 1) знайти координати вершини параболи $A(m; n)$, де $m = (-b):2a$, $n = am^2 + bm + c$;
- 2) знайти нулі функції x_1 та x_2 : розв'язуємо рівняння $ax^2 + bx + c = 0$;
- 3) знайти точку перетину з віссю Oy $(0; c)$;
- 4) визначити напрям віток параболи: якщо $a > 0$, то вітки напрямлені вгору, якщо $a < 0$, то вітки напрямлені вниз.

51

ТРЕНІНГ

Визначте коефіцієнти квадратних тричленів:

$x^2 + 2x + 7 = 0$
 $a = \text{ , } b = \text{ , } c = \text{ , }$

$-3x^2 - 5x - 2 = 0$
 $a = \text{ , } b = \text{ , } c = \text{ , }$

$4x^2 - x = 0$
 $a = \text{ , } b = \text{ , } c = \text{ , }$

$5x^2 - 8x + 4 = 0$
 $a = \text{ , } b = \text{ , } c = \text{ , }$

$x^2 - 81 = 0$
 $a = \text{ , } b = \text{ , } c = \text{ . }$

Відмітьте на рисунку 37 вершину, точку перетину з віссю Oy та нулі параболи.

Як ви вважаєте, чому дорівнює коефіцієнт a для зображеної на рисунку 37 параболи? Викресліть невірну відповідь.

$a > 0$ $a < 0$

56

ТРЕНІНГ

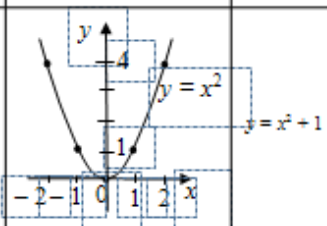
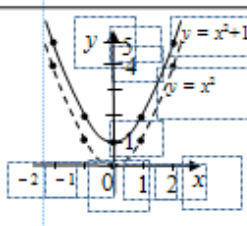
ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ

Заповніть наступну таблицю за зразком першого рядка самостійно.

57


ТРЕНІНГ

ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ

Функція	Графік функції	Функція	Графік функції	Виконане перетворення
$y = x^2$		$y = x^2 + 1$		Графік функції $y = x^2$ пересуваємо вгору на 1 одиницю по осі Oy
$y = x^2$		$y = x^2 - 1$		

66

ТРЕНІНГ



ТЕСТУВАННЯ

10. Проміжки зростання та спадання функції визначається:
 за віссю Ox ; за віссю Oy .

11. Функція називається парною, якщо:
 виконується одна умова (назвіть її);
 виконується дві умови (назвіть їх).

12. Функція називається непарною, якщо:
 виконується одна умова (назвіть її);
 виконується дві умови (назвіть їх).

13. Графік якої функції симетричний відносно початку координат?
 зростаючої; парної; непарної.


14. Графік якої функції симетричний відносно осі Oy ?
 спадної; парної; непарної.

15. Вкажіть основні види функцій, які ви знаєте: _____

67

ТРЕНІНГ

ТЕСТУВАННЯ



16. Оберіть ті функції, для яких $D(y)$ симетрична відносно початку координат:
 $y = x^2$, $D(y): x \in$ _____;
 $y = \sqrt{x+3}$, $D(y): x \in$ _____;
 $y = -\frac{4}{x}$, $D(y): x \in$ _____;
 $y = \frac{5}{x+2}$, $D(y): x \in$ _____;
 $y = \frac{x^2}{\sqrt{4-x}}$, $D(y): x \in$ _____.

17. Уявіть графік функції $y = (x+3)^3$ та назвіть її властивості _____

84

ТРЕНІНГ



ШКАЛА ВПЕВНЕНОСТІ

*Оцініть почуття впевненості у
знаннях з теми за
"Шкалою впевненості"*

до вивчення теми



після вивчення теми



Додаток М.2

Схеми опрацювання підручника

У процесі вивчення теми «Ірраціональні рівняння» можна організувати діяльність учнів з опрацювання § 13 підручника [178] у вигляді заповнення таблиці (табл. М.2.1).

Таблиця М.2.1

Схема опрацювання § 13 підручника [178]

№	Завдання	Записати за допомогою формул	Прокоментувати словесно
1.	Розв'яжіть рівняння: а) $\sqrt{x} = 4$; б) $\sqrt[3]{x} = 2$.	$\sqrt{x} = 4$; $x = 16$, бо $4^2 = 16$.	Розв'язком рівняння є число 16, оскільки при піднесенні числа 4 до другого степеня отримаємо 16.
2.	Дайте означення ірраціонального рівняння.		
3.	Наведіть приклади ірраціональних рівнянь.		
4.	Наведіть приклади рівнянь, які не є ірраціональними.		
5.	Розв'яжіть рівняння, користуючись наведеними прикладами: а) $\sqrt{x+1} = 2$; б) $\sqrt{x+1} = x-1$.		
6.	Завершіть формулювання правила-орієнтиру: 1 – піднести...; 2 – розв'язати...; 3 – виконати ...		
7.	Поясніть, чому наступні рівняння не мають коренів: а) $\sqrt{x+1} = -2$; б) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = 1$; в) $\sqrt{3-x} + \sqrt{x-1} = 1$.		
8.	Розв'яжіть рівняння двома способами. Визнач, який з них є більш раціональний:		

	$\sqrt{x+1} + \sqrt{22-x} = 5$.		
9.	Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} = \sqrt{2x+1}$.		
10.	Які методи застосовуються при розв'язуванні систем ірраціональних рівнянь?		
11.	Розгляньте наведені у параграфі приклади.		

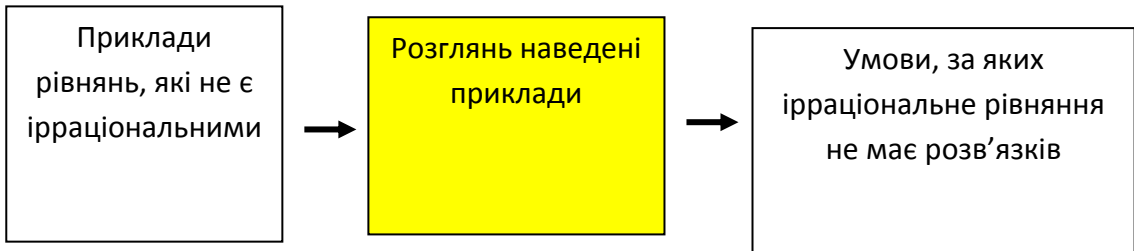
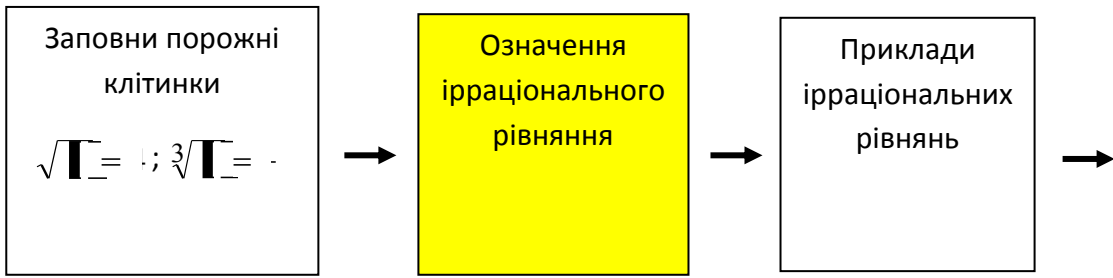
Схема опрацювання § 14 підручника [22]

Вивчення теми «Тригонометричні функції. Їх графіки та властивості» доцільно побудувати як бесіду вчителя з учнями за текстом § 14 підручника [22], де колективна робота всього класу поєднується з активною пізнавальною діяльністю кожного учня:

- 1) учні працюють на розвороті зошиту;
- 2) в лівій частині зошиту під керівництвом вчителя будується графік функції $y = \sin x$ за запропонованою у § 14 схемою, досліджуються її властивості;
- 3) в правій частині учні самостійно (працюючи індивідуально, у парах чи групах) за аналогією будують графік функції $y = \cos x$, записують її властивості;
- 4) після виконання цього завдання доцільно запропонувати учням з використанням геометричних перетворень графіків побудувати графіки функцій $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ та $y = \cos(x - \frac{\pi}{2})$;
- 5) учні роблять висновки з отриманих результатів.

Схема опрацювання § 9 підручника [22]

Доцільним є запропонувати учням (самостійно чи колективно) опрацювати тему «Ірраціональні рівняння» за § 9 підручника [22] за такими схемами, виконуючи позначені кольором кроки разом зі вчителем.



Означення ірраціонального рівняння

→

Розглянь наведені приклади

→

Заповни таблицю

Вид рівняння	Припис з розв'язування
$\sqrt{f(x)} = \quad$	
$\sqrt{f(x)} = g(x)$	
$\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \quad$	
$\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}$	

Додаток Н
Портфоліо учнів 10 класу
Тема «Числові функції»

Завдання. Визначте, хто є сильнішим у змаганні з жиму від грудей штанги вагою 100 кг, якщо Петро з вагою тіла 80 кг виконав жим 10 раз, а Іван з вагою тіла 92 кг виконав жим 11 раз. Побудуйте графік залежності відносної сили спортсмена від маси його тіла, вважаючи сталою максимальну вагу, що може підняти спортсмен. За допомогою графіка поясніть, чому мураха «сильніший» від слона. Проведіть спортивні змагання «Найміцніше рукостискання» серед хлопців вашого класу за допомогою кистьового еспандера з фіксованою жорсткістю (у кг) та визначте переможця. Поясніть, чому обов'язково використовувати кистьовий динамометр перед змаганням «Найміцніше рукостискання».

**ПОСТАНОВКА ТА ОБГРУНТУВАННЯ МЕТИ ВИКОНАННЯ
ЗАВДАННЯ**

Мета виконання портфоліо: навчитися моделювати реальну життєву ситуацію за допомогою функцій, оскільки робота з графіками є важливим вмінням у багатьох видах професійної чи практичної діяльності.

Завдання виконання портфоліо: визначити, як функції застосовуються у галузі фізичної культури та спорту; навчитися використовувати властивості функцій для пояснення закономірностей реальних процесів; підвищити рівень навчальних досягнень з теми.

План виконання портфоліо

- 1) проаналізувати умову задачі та визначити галузь діяльності, до якої вона відноситься;
- 2) з'ясувати необхідні додаткові та довідкові дані;
- 3) визначити можливості виконання завдання;

- 4) скласти план розв'язання завдання;
- 5) реалізувати план розв'язання завдання;
- 6) оформити результати виконання портфоліо та зробити висновки.

Для виконання портфоліо мені необхідно:

- набути необхідних для розв'язування задачі знань, навичок та вмінь з теми «Числові функції»;
- знайти необхідні для розв'язування задачі дані з галузі фізичної культури та спорту;
- бути здатним до самостійної діяльності, виявляти працьовитість, наполегливість, активність та інші риси.

ЩОДЕННИК ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ

Дані з галузі фізичної культури та спорту

Під силою людини розуміють здатність активно взаємодіяти із зовнішнім середовищем, впливаючи при цьому на поведінку мас, що переміщуються. У повсякденних умовах м'яз рідко напружуються повністю. Зазвичай в роботу включається (приходить у стан збудження) лише певна частина м'язових волокон. Кількість м'язових волокон, що приходять одночасно в робочий стан, залежить від того, у скількох фізичних нервових клітинах виникло в даний момент збудження, і яка сила цього збудження, тобто чи здатне воно повністю охопити всі елементи кожної рухової одиниці. Чим більша кількість нервових клітин приходить одночасно в стан збудження, і чим сильніше цей процес, тим більшу напругу розвиває м'яз.

Силові індекси визначають розвиток сили окремих груп м'язів відносно ваги тіла. Їх значення одержують шляхом поділу сили на вагу і виражають у відсотках.

Вихідним показником силової підготовленості є абсолютна сила (АС), тобто максимальне значення сили, яке проявляється в стандартних умовах. Однак у спорті важлива не стільки абсолютна, скільки відносна сила (ВС),

що визначається як співвідношення даного абсолютного силового показника (сили кисті, станової сили, сили м'язів, що приводять, плеча й т.п.) до маси тіла виконавця:

$$BC = \frac{AC}{m}$$

Вікові особливості учнів старшої школи дають змогу стверджувати, що це найбільш сприятливий період в житті людини для розвитку сили (10-12 років – швидкість; 13-15 років – витривалість; 7-14 років – гнучкість; 12-17 років – координація рухів, спритність; 15-17 років – сила).

Теоретичний матеріал з теми «Числові функції»



ОБЕРНЕНА ПРОПОРЦІЙНІСТЬ

ФОРМУЛА: $y = \frac{k}{x}$

ГРАФІК:

$k > 0$
 $k < 0$




ВЛАСТИВОСТІ:

- 1⁰ Область визначення $D(y): x \in R \setminus \{0\}$.
- 2⁰ Область значення $E(y): y \in R \setminus \{0\}$.
- 3⁰ Функція спадає при $k > 0$, функція зростає при $k < 0$.
- 4⁰ Графіком є гіпербола.

При побудові графіка оберненої пропорційності зручно змінній x надавати значень, симетричних відносно $(0; 0)$.

План виконання завдання

- 1) визначити абсолютну силу для кожного спортсмена;

- 2) визначити відносну силу для кожного спортсмена та визначити, хто сильніший;
- 3) записати формулу залежності відносної сили спортсмена від маси його тіла, вважаючи сталою максимальну вагу, що може підняти спортсмен, визначити вид залежності та побудувати її графік;
- 4) визначити, чому мураха «сильніший» від слона;
- 5) визначити найсильніше рукостискання серед однокласників.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

- 1) $100 \cdot 10 = 1000$ – абсолютна сила Петра;
 $100 \cdot 11 = 1100$ – абсолютна сила Івана;
- 2) $1000 : 80 = 12,5$ – відносна сила Петра;
 $1100 : 92 = 11,96$ – відносна сила Івана;
 $12,5 > 11,96$ – Петро сильніший за Івана.
- 3) Нехай y – відносна сила спортсмена, k – коефіцієнт сили спортсмена, тобто максимальна вага, що він може підняти, x – маса тіла спортсмена, тоді формула залежності відносної сили спортсмена від маси його тіла має вигляд $y = \frac{k}{x}$, де $x > 0$, ця залежність має назву обернена пропорційність, графік зображено на рисунку

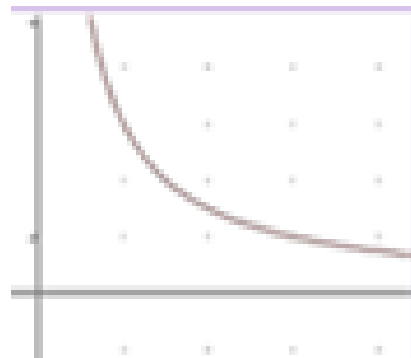


Рис. Н.1. Залежність відносної сили спортсмена від маси його тіла

- 4) За графіком видно, що чим більша маса спортсмена, тим менша його відносна сила. Дорослий слон важить близько 12 тон, а мураха десь 2 міліграма. Хоча слон і піднімає вагу, більшу за вантаж, що може

підняти мураха, проте є відносно «слабшим», оскільки відносно ваги власного тіла піднімає менший вантаж.

- 5) Щоб визначити найсильніше рукостискання, для кожного хлопця визначили максимальну силу стискання на кистьовому динамометрі перед змаганням та масу тіла кожного хлопця. Потім порахували кількість стискань кистьового еспандера. Помножили кількість стискань кистьового еспандера на силу стискання на кистьовому динамометрі та визначили коефіцієнт сили м'язів кисті кожного хлопця. Потім поділили цей показник на масу тіла та отримали відносну силу. Найбільше значення цього показника дозволило визначити переможця.

Прізвище, ім'я	Сила стискання на кистьовому динамометрі	Кількість стискань кистьового еспандера	Коефіцієнт сили м'язів кисті	Маса тіла	Відносна сила
№ 1	53	40	2120	55	38,5

Отже, без використання кистьового динамометра неможливо визначити відносну силу.

РЕЗУЛЬТАТИ ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ

- 1) Вважаю, що поставлені завдання виконано, оскільки з'ясовано, що у галузі фізичної культури та спорту функціональні залежності дозволяють пояснити, чому спортсмени змагаються у своїх вагових категоріях, чому важливо враховувати вагу тіла спортсмена при визначенні переможців змагань.

- 2) У ході виконання завдання я виявляв інтерес до застосування математичних знань у практичній ситуації, позитивне ставлення до предмету, здатність до самостійної діяльності, працьовитість та наполегливість.
- 3) Вважаю, що портфоліо може бути оцінене на 10 балів, оскільки завдання виконане повністю, оформлене належним чином, проте, мені знадобилася значна кількість консультацій вчителів математики та фізичної культури.
- 4) Вважаю, що мета виконання портфоліо досягнута.

Додаток II

Розрахунки при статистичному опрацюванні результатів педагогічного експерименту

Обчислення проводилися за допомогою табличного процесору MS Excel за таким алгоритмом:

1) вводяться вхідні дані в таблицю: масив A2:A4 – B2:B4 – сумарна кількість балів, масив C2:C4 – частота цієї кількості балів у виборці, C6 – кількість учнів;

2) визначається середина заданих інтервалів сумарних балів, набраних учнями (масив D2:D4) і середнє арифметичне кількості балів: D6 (= СУММПРОИЗВ (C2:C4; D2:D4) / C6);

3) обчислюється відхилення S кількості балів від середньої кількості: масив E2:E4 (наприклад, у комірці E2 обчислення за формулою = СТЕПЕНЬ (D2–D6; 2));

4) обчислюється стандартне відхилення кількості балів: комірka E6 (= КОРЕНЬ (СУММПРОИЗВ (C2:C4; E2:E4) / C6));

5) обчислюється значення функції щільності нормального розподілу: масив F2:F4 (наприклад, у комірці F2 обчислення за формулою = НОРМРАСП (D2; \$D\$6; \$E\$6; 0));

6) обчислюються теоретичні частоти нормального розподілу: масив G2:G4 (наприклад, у комірці G2 обчислення за формулою = F2*(B2–A2)*\$C\$6);

7) обчислюються округлені теоретичні частоти нормального розподілу: масив H2:H4 (наприклад, у комірці H2 обчислення за формулою = ОКРУГЛ (G2; 0));

8) обчислюються проміжні результати, які необхідні для знаходження значення критерію χ^2 : масив I2:I4 (наприклад, у комірці I3 обчислення за формулою = СТЕПЕНЬ (C3–H3; 2) / H3);

9) обчислюється значення критерію χ^2 : комірka I5 (= СУММ (I2:I4));

10) обчислюється число степенів свободи: комірka I6 (=СЧЁТ (I2:I4)–2);

11) обчислюється критичне значення критерію χ^2 : комірka I9 (= ХИ2ОБР (0,03; I6));

12) обчислюється дисперсія вибірок: комірka E8 (= СТЕПЕНЬ (E6; 2)).

Додаток Р

Фрагмент уроку з теми «Інтеграл та первісна» (11 клас)

I. Етап дидактичної установки.

Бесіда вчителя з учнями. Учитель нагадує учням, що на попередніх уроках вони ознайомилися з диференціальним численням і отримали універсальний спосіб розв'язування задач, у яких ідеться про швидкість зміни значень функції відносно зміни її аргументу. У цих задачах першорядну роль відіграє похідна. У геометрії похідна характеризує кривину графіка, у механіці – швидкість нерівномірного прямолінійного руху, у біології – швидкість розмноження колонії мікроорганізмів, в економіці – вихід продукту на одиницю витрат, у хімії – швидкість хімічної реакції. Слід наголосити, що похідна працює під час розв'язування багатьох задач не лише математики, але й фізики, природознавства, економіки, соціології тощо.

Учитель наводить приклади задач [106], під час розв'язування яких застосовується похідна, учням пропонується назвати професії, яких вона стосується (табл. Р.1). Надалі учням пропонуються обернені задачі.

Таблиця Р.1.

Задачі на застосування похідної та інтеграла

1	2
Задача, під час розв'язування якої застосовується похідна	Витрата (у літрах) пального вітчизняного легкового автомобіля на 100 км шляху в залежності від швидкості x км/год при русі на четвертій передачі приблизно описується функцією $F(x) = 0,0017x^2 - 0,18x + 10,2$; $x \in (30; 110)$. При якій швидкості витрати пального будуть найменшими?
Професія	Водій, далекобійник, співробітник автосалону, співробітник автозаводу, автолюбитель

1	2
Розв'язання задачі	Знайдемо швидкість витрати пального на 100 км шляху $F'(x) = 0,0034x - 0,18$, $F'(x) = 0$ при $x = 53$, $F(30) = 6,33$ л на 100 км, $F(53) = 5,44$ л на 100 км, $F(100) = 9,2$ л на 100 км, тобто при швидкості 53 км/год витрати пального будуть найменшими.
Обернена задача	Швидкість витрати пального при русі на четвертій передачі вітчизняного легкового автомобіля (літр на 100 км) в залежності від швидкості x км/год приблизно описується функцією $f(x) = 0,0034x - 0,18$; $x \in (30; 110)$, при цьому на швидкості 100 км/год витрачається 9,2 л пального. Знайти залежність витрат пального від швидкості руху автівки.

Таким чином учні доходять висновку, що для їх розв'язування необхідно ввести операцію, обернену до диференціювання, тобто навчитися за швидкістю зміни величини відновлювати саму величину. Така операція називається інтегруванням. Можливо правила виконання цієї операції та формули і не будуть активними знаннями учнів у майбутній професії, навряд чи навіть знадобляться, але інтегральне числення надає нам загальний метод розв'язування задач у багатьох галузях діяльності. Саме інтуїтивні уявлення учнів про суть та ідеї інтегрального числення й уміння їх застосовувати будуть сприяти розвитку мислення учнів і стануть основою вирішення багатьох складних завдань у їх майбутній професійній діяльності.

II. Етап мотивації.

На цьому етапі вчитель пропонує учням ознайомитися із можливостями застосування інтеграла в різних професійних сферах за допомогою презентації (рис. Р.1).



Рис. Р.1. Слайди презентації

Доцільно також запропонувати прикладні задачі для розв'язування як довгострокове домашнє завдання.

III. Етапи постановки мети та завдань.

У наступних таблицях (табл. Р.2, Р.3) учні мають поставити позначку «+», якщо мета й завдання їм зрозумілі, та поставити позначку «?», якщо необхідні додаткові пояснення вчителя.

Таблиця Р.2

Матеріал, що необхідно повторити

У цьому розділі будемо повторювати:	Де знайти	Позначка учнів про виконання
таблицю похідних	конспект, підручник	
правила диференціювання	конспект, підручник	

Таблиця Р.3

Мета та завдання вивчення теми

Мета та завдання вивчення теми	Позначка учнів про виконання
<p>дізнатися, що таке <i>первісна та інтеграл</i>; навчитися знаходити <i>первісну за її властивостями та таблицею</i>; навчитися обчислювати <i>інтеграл</i>; дізнатися, що таке <i>криволінійна трапеція та її площа</i>; навчитися знаходити <i>площу криволінійної трапеції</i></p>	

Після цього вчитель пропонує учням сформулювати особисту мету та завдання вивчення теми та оцінити впевненість у власних силах щодо вивчення теми.

Оцініть почуття впевненості в знаннях з теми за “Шкалою впевненості”.

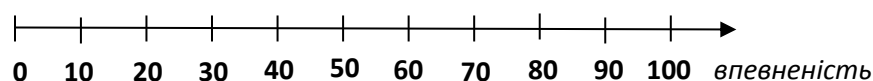


Рис. Р.2. Шкала впевненості

IV. Етап сприйняття та усвідомлення нового матеріалу.

Шкільна лекція.

Бесіда вчителя з учнями. У своїх працях Архімед при розв’язуванні геометричних та інших задач використовував загальний прийом арифметичного підсумовування як завгодно малих частин фігури. Кеплер також обчислював площі плоских фігур і поверхонь і об’єми тіл, засновуючись на ідеї розкладання тіл та фігур на нескінчене число нескінченно малих частин, які він називав «найтоншими кружочками». Кавальєрі також розумів фігуру як суму паралельних між собою ліній, з яких складена фігура. Це поняття суми нескінченного числа нескінченно малих

величин розглянуто в працях І. Ньютона та Г. Лейбніца й називається інтегралом.

Розглянемо цю ідею детальніше.

У творі «Барон Мюнхгаузен» описано випадок, коли вигадливий барон втікає від лева до річки. Спробуємо визначити шлях, пройдений бароном, ґрунтуючись на ідеї видатних вчених.

Його шлях складався з нескінченної кількості точок «нульової довжини», хоча в сумі він пробіг шлях додатньої довжини. Нехай барон рухався зі сталою швидкістю $v(t)$ й за нескінченно малий проміжок часу dt проходив нескінченно малий шлях ds .

1. Як можна знайти цей нескінченно малий шлях?

$$ds = v(t) dt.$$

2. Тоді чому дорівнює весь шлях $s(t)$, пройдений бароном?

Нескінченній сумі нескінченно малих шляхів $ds = v(t) dt$.

3. У своїх творах Лейбніц такі суми позначав таким символом:

4. Цю суму позначають так

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

і читають «Інтеграл від t_1 до t_2 від функції $v(t)$ по dt ».

Символ \int – витягнута буква S – перша буква слова *Summa*.

5. З іншого боку весь шлях $s(t)$, пройдений бароном за проміжок часу від t_1 до t_2 , дорівнює $s(t) = s(t_2) - s(t_1)$.

Тоді маємо

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t) dt = s(t_2) - s(t_1).$$

Отримана нами формула називається формулою Ньютона-Лейбніца.

6. Також ми отримали ще один важливий факт: $ds = v(t) dt$.

Тоді виразіть швидкість.

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = s'(t)$$

тобто $v(t) = s'(t)$ і функція швидкості $v(t)$ є похідною функції пройденого шляху $s(t)$.

Учні, які напередодні отримали завдання підготувати доповідь за темою «Історична довідка», ознайомлюють із життям та діяльністю І. Ньютона та Г. Лейбніца та найцікавішими віхами розвитку інтегрального числення. Наприклад, навчаючись у школі в Грентемі, Ньютон виявив неабиякі здібності, які були помічені вчителями. Проте, мати намагалася завадити його навчанню в школі та зробити з нього фермера, але її спроби виявилися марними. Під тиском свого брата й учителів мати дозволила Ісааку закінчити школу. Після цього він успішно вступив до Трініті-коледжу при Кембриджському університеті.

Саме винаходи Лейбніца були біля далеких витоків створення комп'ютерів. Конструкція, винайдена Лейбніцем у 1672 році під назвою арифмометр, є своєрідним аналогом сучасної обчислювальної техніки – від калькулятора до більш складних машин. Арифмометр, рід у ті часи просто нечувана, міг виконувати множення, ділення, піднесення до степеня й добування коренів. Більше того вчений описав двійкову систему числення з цифрами 0 і 1, на якій базується сучасна комп'ютерна техніка [60; 119].

Узагальнимо отриману формулу. Інтегралом від функції $f(x)$ на відріжку $[a; b]$ називається різниця $F(b) - F(a)$, де $F(x)$ – така функція, що $F'(x) = f(x)$; цей інтеграл позначається так: $\int_a^b f(x) dx$.

Тоді за означенням

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Надалі учні під керівництвом вчителя працюють зі зразком розв'язання завдання у зошиті з друкованою основою. При цьому учням пропонуються додаткові запитання та завдання, що сприяють розумінню та усвідомленню матеріалу (надалі виділено жирним шрифтом).

ПРИКЛАД. Обчислити інтеграл $\int_0^1 x dx$.

Знайдіть похідну функцій $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^4$, $y = 2x^2$, $y = 3x^3$, $y = 4x^4$,
 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = \frac{1}{3}x^3$, $y = \frac{1}{4}x^4$.

Підкресліть та поставте запитання біля тих фрагментів у розв'язанні, які є незрозумілими.

Для знайдених похідних функцій $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^4$, $y = 2x^2$, $y = 3x^3$, $y = 4x^4$, $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = \frac{1}{3}x^3$, $y = \frac{1}{4}x^4$ вкажіть $f(x)$ та $F(x)$.

Спираючись на формулу $\int_{t_1}^{t_2} v t dt = s t_2 - s t_1$, поясніть прикладний зміст обчисленого в прикладі інтеграла.

Наведіть власні приклади інтегралів, поясніть їх прикладний зміст.

Таблиця Р.4

Розв'язання завдання

Розв'язання	Обґрунтування
1) $f(x) = x$, тоді $F(x) = \frac{1}{2}x^2$. 2) $F(0) = \frac{1}{2} \cdot 0^2 = 0$, $F(1) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{1}{2}$. 3) $\int_0^1 x dx = F(1) - F(0) = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$.	1) У заданому інтегралі відповідно до формули Ньютона-Лейбніца $f(x) = x$, оскільки $F'(x) = f(x)$, то $F(x) = \frac{1}{2}x^2$. Дійсно, похідна $F'(x) = \frac{1}{2}x^2' = x = f(x)$. 2) У заданому інтегралі відповідно до формули Ньютона-Лейбніца $b = 1$, $a = 0$, тому знайдемо $F(b)$ та $F(a)$. $F(b) = F(1) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{1}{2}$, $F(a) = F(0) = \frac{1}{2} \cdot 0^2 = 0$. 3) За формулою Ньютона-Лейбніца обчислюємо інтеграл.

Якщо $F'(x) = f(x)$, то функція $F(x)$ називається первісною для функції $f(x)$.

Знайдіть похідну функцій $F(x) = x^2$, $F(x) = x^2 + 1$, $F(x) = x^2 + 2$, $F(x) = x^2 + 10$. Чим відрізняються ці функції та їх похідні?

Якщо функція $F(x)$ первісна для функції $f(x)$, то і функція $F(x) + C$, де C – будь-яка константа, теж первісна функції $f(x)$.

Спробуйте довести даний факт. Для цього знайдіть похідну суми $F(x) + C$.

Дійсно, якщо $F'(x) = f(x)$, то і $(F(x) + C)' = F'(x) + 0 = F'(x) = f(x)$.

Операцію знаходження первісної для даної функції називають інтегруванням цієї функції, і вона є оберненою до операції диференціювання. Відповідно формули первісних різних функцій можна отримати з формул похідних.

Надалі учні складають таблицю первісних та переходять до розв'язування практичних завдань з теми.

Додаток С

Фрагмент уроку вивчення нового матеріалу до теми «Функції, їх властивості та графіки»

ФУНКЦІЄЮ називають відповідність, при якій кожному значенню змінної x з деякої множини D відповідає єдине значення змінної y , і позначають $y = y(x)$ або $y = f(x)$ (або коротко $y(x)$ або $f(x)$).

При цьому змінну x називають НЕЗАЛЕЖНОЮ змінною, а y – ЗАЛЕЖНОЮ змінною або ФУНКЦІЄЮ незалежної змінної x .

Незалежні та залежні змінні можна позначати й іншими символами (необов'язково x та y): $z = \varphi(t)$.

*У ході вступної бесіди ми з вами наводили приклади функцій, і з життя також. **Наведіть власний приклад залежності, що є функцією, а також такої, що не є функцією.***

Змінній x ми надаємо значень самостійно, обираємо їх довільно, тому змінну x називають незалежною, а значення змінної y знаходимо за наданими значеннями x , тому змінну y називають залежною.

Наприклад, існує відповідність між радіусом кола і довжиною кола, при цьому якщо будемо збільшувати радіус кола, то буде збільшуватися і довжина кола.

Нехай значення незалежної змінної x позначатимуться на координатній площині XOY точками осі абсцис, а значення залежної змінної y – точками осі ординат. Тоді ГРАФІКОМ функції $y = f(x)$ називають множину всіх точок $(x; f(x))$ координатної площини. На практиці часто графік функції $y = f(x)$ має вигляд неперервної суцільної кривої (лінії). При цьому кожна пряма, паралельна осі Oy , перетинає цю лінію хіба що в одній точці. **Визначте, скільки значень функції $y = f(x)$ відповідає значенню аргументу x_0 на обох рисунках (рис. С.1, рис. С.2).** Лінія є графіком деякої функції, якщо одному значенню змінної x відповідає тільки одне, єдине, значення змінної y .

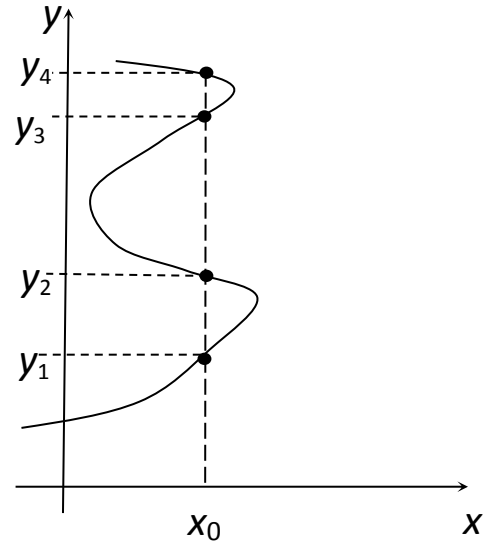
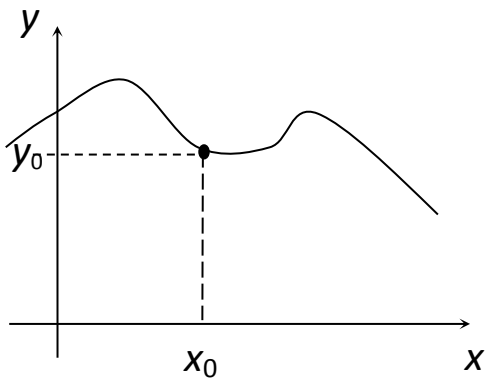
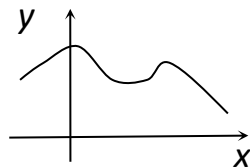


Рис. С.1. Графік функції $y = f(x)$ Рис. С.2 Не є графіком функції $y = f(x)$

СПОСОБИ ЗАДАННЯ ФУНКЦІЇ

- 1) аналітичний (за допомогою формули), наприклад, $y = 3x^2 + 5$;
- 2) графічний (за допомогою кривої (лінії));
- 3) табличний (за допомогою таблиці);
- 4) словесний опис.



x	-1	0	1	2
y	2	-3	2	17

Рис. С.3. Способи задання функції

Наведіть власний приклад до кожного способу задання функції.

ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЙ

ОБЛАСТЮ ВИЗНАЧЕННЯ функції $y = f(x)$ називається множина всіх значень змінної x і позначається $D(f)$ чи $D(y)$.

Якщо функцію задано АНАЛІТИЧНО, то область визначення можна знайти з наступних умов (табл. С.1).

Припис для знаходження області визначення функції

Вид функції	Приклад	Припис для знаходження $D(y)$	Розв'язання до прикладу
$y = f(x)$ – многочлен	$y = 5x^3 - 2x + 4$	Обмежень для x немає	$x \in R$
$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$y = \frac{2x}{x+3}$	$g(x) \neq 0$ (знаменник не дорівнює нулю)	$x + 3 \neq 0,$ $x \neq -3.$
$y = \sqrt{f(x)}$	$y = \sqrt{3x+6}$	$f(x) \geq 0$ (підкореневий вираз набуває невід'ємних значень)	$3x + 6 \geq 0,$ $3x \geq -6,$ $x \geq -2.$
$y = \frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}}$	$y = \frac{2x}{\sqrt{x+3}}$	$g(x) > 0$	$x + 3 > 0,$ $x > -3.$

Наведіть власний приклад функції та знайдіть її область визначення.

Якщо функцію задано ГРАФІЧНО, тобто побудовано графік функції, то її область визначення $D(f)$ обов'язково є проекцією точок цього графіка на вісь Ox , тому $D(f)$ можна визначити проектуванням графіка функції на вісь Ox .

Уявіть, що Ви «притискаєте» графік функції $y = f(x)$ до осі Ox , тобто визначаєте проміжок, «на якому розташовано» графік функції.

Рис. С.4: $D(y): x \in [-2; 2]$, рис. С.5: $D(y): x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$,

рис. С.6: $D(y): x \in R$, рис. С.7: $D(y): x \in R$.

Пригадайте, коли ставимо дужки $()$ та $[\]$.

Наведіть власний приклад графіка функції та знайдіть область визначення функції.

ОБЛАСТЮ ЗНАЧЕНЬ функції $y = f(x)$ називається множина всіх значень змінної y і позначається $E(f)$ чи $E(y)$.

Якщо функцію задано ГРАФІЧНО, тобто побудовано графік функції, то її область значень $E(f)$ обов'язково є проекцією точок цього графіка на вісь Oy , тому $E(f)$ визначається проектуванням графіка функції на вісь Oy .

Уявіть, що Ви «притискаєте» графік функції до осі Oy , тобто визначаєте проміжок, «на якому розташовано» графік функції.

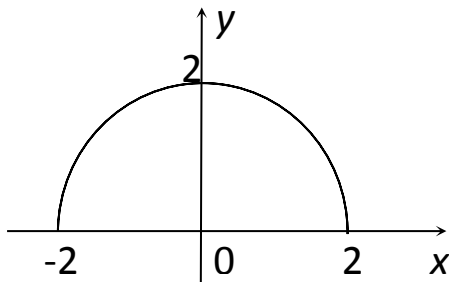


Рис. С.4

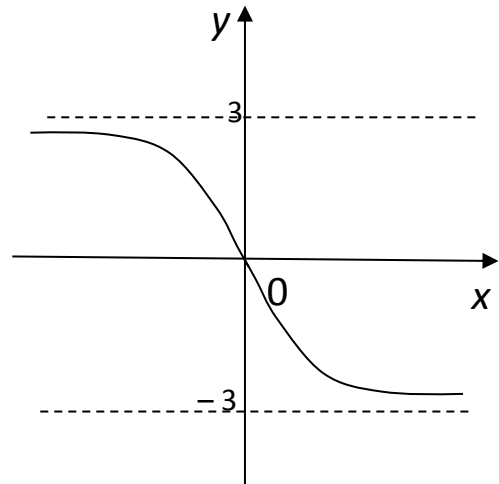


Рис. С.5

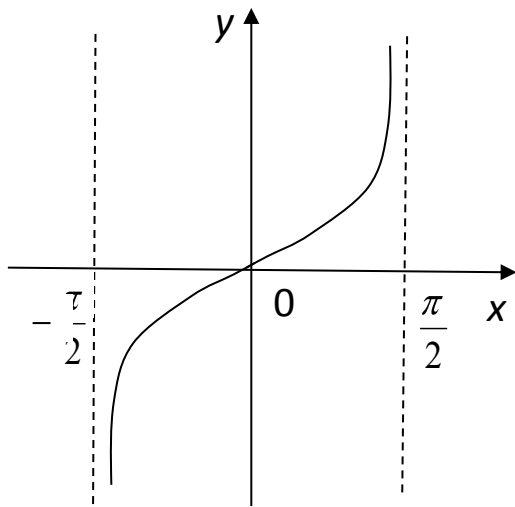


Рис. С.6

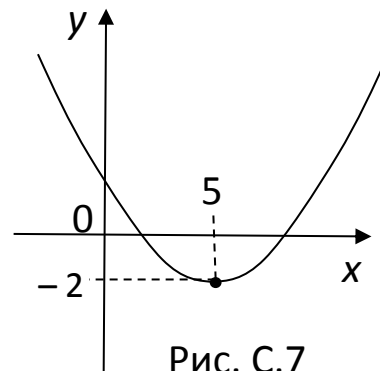


Рис. С.7

Рис. С.4: $E(y): y \in [0; 2]$, рис. С.5: $E(y): y \in R$,

рис. С.6: $E(y): y \in (-3; 3)$, рис. С.7: $E(y): y \in [-2; +\infty)$.

Запам'ятайте, що це єдина властивість функції, яку «читаємо» за віссю Oy .

Наведіть власний приклад графіка функції та знайдіть область значень функції.

Функція $y = f(x)$ називається

ЗРОСТАЮЧОЮ

на деякому проміжку,
якщо кожному більшому значенню
змінної x із цього проміжку
відповідає більше значення змінної y .
На рис. С.8 бачимо, що довільному
значенню x_1 відповідає значення
функції y_1 , а значенню x_2
відповідає значення функції y_2 ,
з умови $x_1 > x_2$ випливає, що $y_1 > y_2$.
Тому на рис. АВ.8 зображено графік
зростаючої функції.

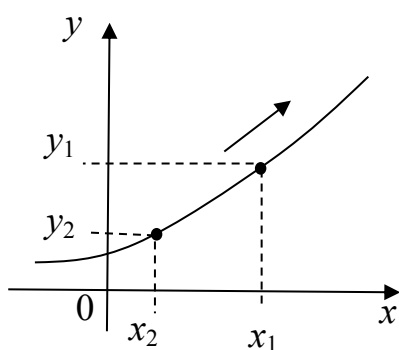


Рис. С.8

СПАДНОЮ

на деякому проміжку,
якщо кожному більшому значенню
змінної x із цього проміжку
відповідає менше значення змінної y .
На рис. С.9 бачимо, що довільному
значенню x_1 відповідає значення
функції y_1 , а значенню x_2 відповідає
значення функції y_2 ,
з умови $x_1 > x_2$ випливає, що $y_1 < y_2$.
Тому на рис. АВ.9 зображено графік
спадної функції.

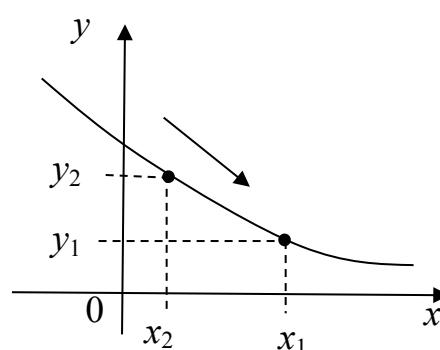


Рис. С.9

Уявіть, що рухається вздовж графіка функції зліва направо, аналогічно до того, як читаємо текст на сторінці. Якщо при цьому рухається вгору, то функція зростає, а якщо рухається вниз – функція вважається спадною. А якщо при цьому рухаємося і не вгору, і не вниз, як можна назвати таку функцію?

Функція $y = f(x)$ називається

ПАРНОЮ,

НЕПАРНОЮ,

якщо виконуються умови: 1) область визначення функції симетрична відносно початку координат, тобто якщо $x \in D(y)$, то і $(-x) \in D(y)$;

$$2) f(-x) = f(x).$$

$$2) f(-x) = -f(x).$$

Як розташовуються графіки парної та непарної функцій?

Графік парної функції

симетричний відносно осі Oy

Графік непарної функції

симетричний відносно початку координат

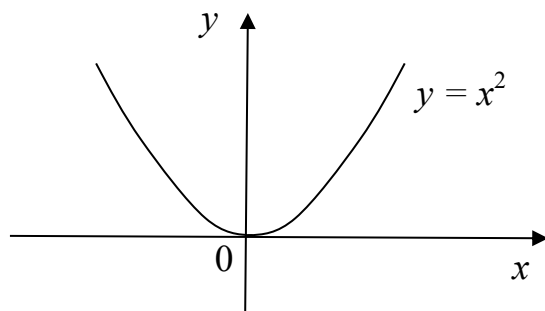


Рис. С.10

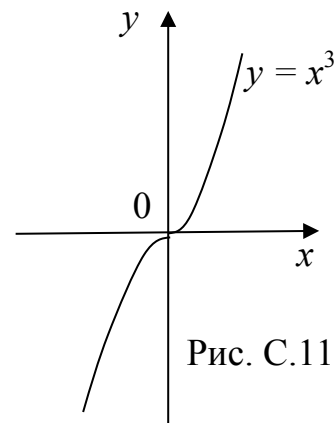


Рис. С.11

Якщо хоча б для одного $x \in D(y)$ хоча б одна з умов 1) чи 2) не виконується, то функцію називають «ні парною, ні непарною».

У п. 1 використовується знайоме Вам поняття симетричності. Так, проміжок $[-2; +\infty)$ не є симетричним відносно 0, бо, наприклад, 5 належить цьому проміжку, а (-5) ні. А ось проміжок $(-3; 3)$ є симетричним відносно 0. При перевірці п. 2 у аналітичний вираз, який задає функцію, замість x слід підставити $(-x)$.

Визначте, чи симетричні наступні проміжки відносно 0.

$$[0; 2] \quad [-2; +\infty) \quad [-2; 2] \quad \left(-\frac{\tau}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

Зобразіть їх на числовій прямій.

Після цього слід перейти до закріплення матеріалу.

Додаток Т

Таблиця Т.1.

Діяльність вчителя та учнів у ході уроку психологічного тренінгу

№	Рекомендації та запитання вчителя	Розв'язання завдання	Анкета психологічного стану учнів
1.	Прочитайте завдання. Якого виду це рівняння?		Які емоції відчуваєте, читаючи завдання?
2.	Поміркуйте над планом розв'язання: 1) чи є обмеження на ОДЗ, яких значень може набувати ліва і права частина рівняння; 2) як позбутися квадратного кореня; 3) пригадайте теорему Вієта; 4) перевірте, чи всі корені входять до ОДЗ; 5) запишіть відповідь.		Що саме заважає почати розв'язування завдання? Чи підвищує впевненість у власних силах використання підказок? Чи відчуваєте піднесення, радість, якщо знаєте план розв'язання завдання? якщо вже запишете відповідь?
3.	Поміркуйте над іншими формулюваннями завдання, пригадуючи матеріал про функції, системи рівнянь тощо.		Чи вважаєте це завдання, його розв'язання і розв'язок «математично красивим»?
4.	Які інші способи розв'язування цього завдання можете запропонувати?		Які емоції відчуваєте, виконавши завдання?

Додаток У

Завдання для уроку-конференції за темою «Функції, їх властивості та графіки»

Завдання № 1. Побудуйте графіки функцій $y = x^2$ та $y = x^3$ в одній системі координат (можна за допомогою комп'ютерної програми). Визначте їх властивості. Яка з функцій «швидше» зростає на проміжках $(1; +\infty)$? $(0; 1)$? $(-\infty; -1)$? $(-1; 0)$? Підберіть синоніми до понять «повільніше» зростає, «швидше» спадає, «повільніше» спадає.

Завдання № 2. Опишіть виконані при розв'язуванні завдання «Побудова графіка функції $y = x^2 + 3x - 4$ » дії.

Виконання завдання

1) Побудуємо графік функції $y = x^2 + 3x - 4$: $a = 1$, $b = 3$, $c = -4$.

$$A(m; n): m = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}, n = am^2 + bm + c = -\frac{3}{2}^2 + 3 \cdot -\frac{3}{2} - 4 = \\ = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} - 4 = \frac{9}{4} - \frac{18}{4} - \frac{16}{4} = -\frac{25}{4} = -6\frac{1}{4}.$$

$$A\left(-\frac{3}{2}; -6\frac{1}{4}\right).$$

$a = 1$, вітки напрямлені вгору.

Нулі: $x^2 + 3x - 4 = 0$, за теоремою Вієта $x_1 = -4$, $x_2 = 1$.

Точка перетину з віссю Oy $(0; -4)$.

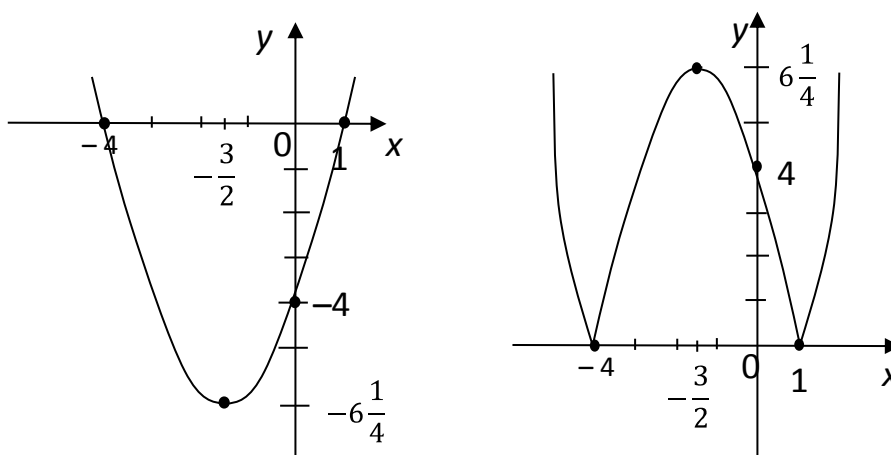


Рис. У.1. Побудова графіка функції $y = x^2 + 3x - 4$.

2) Побудуємо графік функції $y = x^2 + 3x - 4$ (рис. У.1).

Завдання № 3. Побудуйте графік функції $y = x^2 + |x| - 4$, якщо відомий опис дій розв'язання завдання. Для побудови графіка використайте кольорові олівці.

Опис виконаних дій

1) Щоб побудувати шуканий графік функції, побудуємо спочатку графік відповідної квадратичної функції (без модуля) $y = x^2 + 3x - 4$. Ми знаємо, що графіком є парабола. Знайдемо вершину параболи $A(m; n)$. Тоді $m = -\frac{b}{2a}$. Відомо, що $b = 3$, $a = 1$, тому $m = -\frac{3}{2}$. Щоб обчислити n , підставимо m замість x у вираз, що задає функцію.

Знаємо, $a = 1$, $a > 0$, тому вітки параболи напрямлені вгору.

Щоб знайти нулі функції, розв'яжемо відповідне квадратне рівняння. Використаємо теорему Вієта: добуток коренів має дорівнювати -4 (вільному члену), а сума має дорівнювати -3 (коефіцієнту при x , взятому з оберненим знаком). Добуток -4 можуть давати пари: 2 і -2 ; 1 і -4 ; -1 і 4 . А суму -3 лише одна з них: 1 і -4 , яка визначатиме шукані нулі.

Знайдемо координати точки перетину з віссю Oy . Оскільки $c = -4$, то шукані координати $(0; -4)$.

Відмітимо знайдені точки в системі координат, врахуємо напрям віток та побудуємо графік.

2) Для побудови графіка функції $y = x^2 + 3x - 4$ ту частину вже побудованої параболи, що розташовується на від'ємній частині вісі Ox «викинути», а ту частину графіка, що залишилася, відобразити симетрично вісі Oy .

Завдання № 4. Знайдіть помилку (рис. У.2). Укажіть можливий аналітичний вираз функції (рис. У.2).

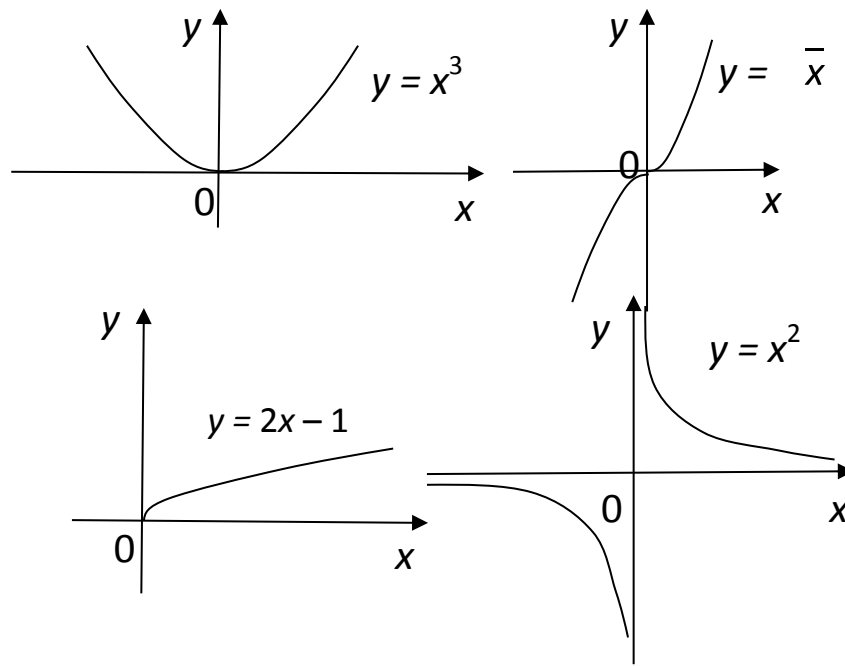


Рис. У.2. Ілюстрація до завдання

Завдання № 5. Для вказаних графіків функції $y = f(x)$ побудуйте графіки функцій $y = |f(x)|$ та $y = f(|x|)$.

а) $y = x^2 + 2$; б) $y = x^3 - 2$; в) $y = \sqrt{x + 4} - 3$; г) $y = \frac{1}{x-3} + 1$.

Додаток Ф

Таблиця Ф.1.

Рівні активності учнів класів гуманітарних профілів щодо вивчення математики

Рівень активності	Характеристика рівня
1	2
Низький рівень	<p>Рівень розвитку пізнавального інтересу. Спостерігаються прояви негативного ставлення до предмету, відсутність зацікавленості, що виражаються у проголошенні тези: «Я гуманітарій, маю гуманітарну спрямованість інтересів, до математики я не маю нахилів, мені її складно вивчати, цей предмет мені не потрібен у майбутньому» (про це свідчать результати анкетування учнів).</p> <p>Рівень розвитку пізнавальної активності. Учні часто відмовляються прокоментувати вправу, розв'язати завдання біля дошки, відповісти на запитання тощо. Не завжди сумлінно ставляться до виконання домашнього завдання, що пояснюють тезою: «Незрозумілий матеріал», спостерігається пасивність, інертність, лінощі, учні не бажають і не готові до навчальної діяльності на уроках математики, спостерігається «відсиджування» уроку математики. Але необхідність отримати атестат із середнім балом достатнього рівня спонукає їх відвідувати консультації, додаткові заняття з математики, перескладати оцінки за умови згоди вчителя математики.</p> <p>Рівень розвитку пізнавальної самостійності. Учні цього рівня мають низьку успішність з математики, навіть за допомогою підказок, зразків дій, алгоритмів вони не здатні застосувати отримані теоретичні відомості.</p>

1	2
Середній рівень	<p>Рівень розвитку пізнавального інтересу. У цілому спостерігається позитивне ставлення до предмету, задоволення від того, що завдання виконане, від отриманого правильного розв'язку, схвалення вчителя. Але до важкого для них матеріалу з математики ставлення негативне: проявляється невпевненість, негативна напруженість та емоційність при розв'язуванні завдань більш високого рівня складності, небажання сприймати та усвідомлювати навчальний матеріал.</p> <p>Рівень розвитку пізнавальної активності. За умови зацікавленості в матеріалі, який вивчається, учні можуть знаходити різні способи розв'язування запропонованого завдання, навіть висувати оригінальні ідеї. Учні цього рівня вважають вивчення теоретичного матеріалу не досить важливим та необхідним, на їх думку, достатньо набути навичок та вмінь розв'язувати завдання, опанувати алгоритм їх розв'язування без з'ясування теоретичних основ його виконання. Учні достатньо енергійні та ініціативні, особливо в процесі використання вчителем математики історичного матеріалу, задач із цікавим змістом, прийомів інтерактивного навчання, дидактичних ігор тощо.</p> <p>Рівень розвитку пізнавальної самостійності. Учні цього рівня мають низьку та середню успішність з математики, вони здатні застосовувати отримані знання на практиці за умови допомоги з боку вчителя, наявності підказок, зразків дій, алгоритмів.</p>

1	2
Високий рівень	<p>Рівень розвитку пізнавального інтересу. Учні позитивно ставляться до предмету, виявляють зацікавленість до всього, що відбувається на уроці математики. Одержують позитивні емоції не лише від отримання правильного розв'язку, але й від самого процесу розв'язування завдання, від розуміння складних теоретичних пояснень.</p> <p>Рівень розвитку пізнавальної активності. Учні прагнуть зрозуміти та усвідомити як теоретичний матеріал, так і розв'язуване завдання, сутність того чи іншого виучуваного факту, уміють організувати власну діяльність з розв'язування математичних завдань. Вони легко сприймають зміну ситуації застосування знань, здатні до самостійної діяльності, характеризуються стійкістю вольових зусиль. Енергійні, ініціативні під час уроку математики, виявляють працьовитість, наполегливість, ентузіазм, підтримують високий темп та інтенсивність роботи на уроці.</p> <p>Рівень розвитку пізнавальної самостійності. Учні цього рівня мають достатню та високу успішність з математики.</p>

Додаток X

Завдання, які можна розв'язати кількома способами

Завдання «Довести тотожність $\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$, $\alpha \neq \frac{\pi}{4} + \pi n$ ».

Спосіб I. Перетворимо ліву частину тотожності, розділивши почленно чисельник та знаменник на $\cos \alpha$, далі використаємо визначення тангенса числа та значення тангенса кута 45° :

$$\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \alpha, \alpha \neq \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

Спосіб II. Перетворимо ліву частину тотожності, використовуючи формули зведення, перетворення суми тригонометричних функцій у добуток, визначення тангенса та котангенса числа та значення тангенса кута 45° :

$$\begin{aligned} &= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin \alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin \alpha} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{2 \cos \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} - \alpha = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - \alpha \\ &= \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \alpha, \alpha \neq \frac{\pi}{4} + \pi n. \end{aligned}$$

Спосіб III. Перетворимо праву частину тотожності, використовуючи визначення тангенса числа, формули додавання та значення синуса та косинуса кута 45° :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \alpha &= \frac{\sin \frac{\pi}{4} + \alpha}{\cos \frac{\pi}{4} + \alpha} = \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha)}{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha - \sin \alpha)} = \\ &= \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}, \alpha \neq \frac{\pi}{4} + \pi n. \end{aligned}$$

Спосіб IV. Перетворимо праву частину тотожності, використовуючи формули додавання, значення тангенса кута 45° та визначення тангенса числа, а потім домножимо чисельник та знаменник дробу на $\cos \alpha$:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \alpha = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{1 - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}, \alpha \neq \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

Додаток Ц

Таблиця АЖ.1

Система запам'ятовування формулювання аксіом стереометрії

Формулювання аксіоми	Складені абрєвіатури
Як б не була площина, існують точки, які належать цій площині, і точки, які не належать їй.	ϵ ТяНП і ϵ ТяННП
Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, яка проходить через цю точку.	2РПмаСТ \Rightarrow ПерпоПряПчеТ
Якщо дві різні точки прямої належать площині, то і вся пряма лежить на цій площині.	2Т ПрНП \Rightarrow вся ПрНП
Через будь-які три точки, які не належать одній прямій, можна провести площину і до того ж тільки одну.	Через 3Т які НН1Пр мо ПП1

Для учнів груп 1а та 2а можна запропонувати запис аксіом за допомогою символів « \forall » та « \exists ».

Додаток Ш

Фрагмент уроку з теми «Циліндри і призми» (11 клас)

I. Етап дидактичної установки.

Бесіда вчителя з учнями. Існує чимало професій, представники яких не можуть обійтися без знання властивостей многогранників та тіл обертання, наприклад, столяри, малярі, мінералоги, екскаваторники. Проте не лише представникам робітничих професій потрібні ці знання. Будь-якій людині, яка прагне орієнтуватися в культурному та духовному контенті, слідкувати та розуміти мистецькі новини сьогодення у світі, необхідно мати уявлення про геометричні тіла.

Наприклад, у Римі у 2013 році проходила мистецька виставка, присвячена кубізму в живопису, літературі, архітектурі, інших видах мистецтва. Основна частина експозиції – картини видатних живописців, які створили й розвинули напрям «кубізм»: Пабло Пікассо, Жорж Шлюбу, Дієго Рівера. Ось деякі експонати цієї виставки (рис. Ш.1) [55; 268].

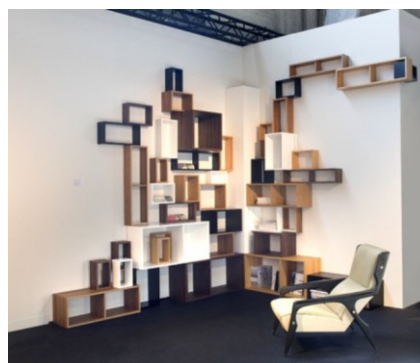


Рис. Ш.1. Слайд до уроку

Предметний світ і фігури представлені у вигляді геометричних форм і граней, що для декого може виглядати незвично, проте гармонійно для сучасного глядача, що розуміє зв'язок мистецтва з природним та соціальним середовищем життєдіяльності людини.

Родоначалники кубізму основою своєї творчості зробили поділ об'ємних об'єктів на плоскі, а також різноманітне комбінування цих плоских об'єктів у просторі. Кубізм у живопису відрізняється також тим, що картини

кубістів представляють собою порівняння різних геометризованих площин і поверхонь з оригіналом при досить віддаленій їх схожості.

Пошук нової форми для відображення почуттів і емоцій надав можливість знайти новий спосіб і метод живопису і дозволив по-новому поглянути на творчість.

II. Етап мотивації.

На цьому етапі вчитель пропонує учням довгострокове домашнє завдання.

Визначити, форму яких геометричних тіл мають кристали кухонної солі, кристали льоду, гірського кришталю, ісландський шпат, кварц тощо, зобразити ці геометричні тіла та їх розгортки.

Доцільно також запропонувати прикладні задачі для розв'язування як довгострокове домашнє завдання.

1. Цукор-рафінад виготовляють у вигляді шматочків, що мають форму прямокутного паралелепіпеда розмірами 24 мм × 24 мм × 10 мм. Скільки шматочків цукру повинно міститися у пачці масою 0,5 кг? Питома вага цукру 1,2 г/см³ [303, с. 104].

2. Необхідно, щоб у класі на кожного учня приходилося не менше 6 м³ повітря. Клас має довжину 10 м, ширину 6 м та висоту 3,5 м. Скільки учнів може знаходитися в ньому без шкоди для здоров'я [303, с. 105]?

3. Туш для вії має об'єм 9 мл у циліндричному флаконі висотою 12,1 см і діаметром основи 1,5 см. Який відсоток від об'єму флакона займає об'єм туші? Скільки туші в середньому витрачається на вії за одне їх фарбування, якщо флакона туші, яким користуються щодня, вистачає на 4 місяці [303, с. 124]?

III. Етапи постановки мети та завдань.

У таблицях (табл. Ш.1, Ш.2) учні мають поставити позначку «+», якщо мета й завдання їм зрозумілі, та поставити позначку «?», якщо необхідні додаткові пояснення вчителя.

Таблиця Ш.1

Матеріал, що необхідно повторити

У цьому розділі будемо повторювати:	Де знайти	Позначка учнів про виконання
визначення паралелограма, його властивості	довідник з геометрії, Internet	
визначення прямокутника, його властивості	довідник з геометрії, Internet	
визначення кола та його елементів	довідник з геометрії, Internet	
визначення прямокутного трикутника, його властивості	довідник з геометрії, Internet	
поняття кута між прямою та площиною	довідник з геометрії, Internet	
поняття кута між площинами	довідник з геометрії, Internet	

Таблиця Ш.2

Мета та завдання вивчення теми

Мета та завдання вивчення теми	Позначка учнів про виконання
<p>повторити відомості про основні геометричні тіла, їх елементи;</p> <p>повторити правила побудови зображення основних видів геометричних тіл, їх елементів, перерізів;</p> <p>навчитися обчислювати основні елементи найпростіших геометричних тіл;</p> <p>навчитися обчислювати об'єми та площі поверхонь геометричних тіл.</p>	

Після цього вчитель пропонує учням сформулювати особисту мету та завдання вивчення теми та оцінити впевненість у власних силах щодо вивчення теми.

Оцініть почуття впевненості в знаннях з теми за “Шкалою впевненості” (рис. Ш.2).

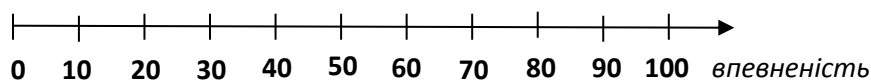


Рис. Ш.2. Шкала впевненості

IV. Етап сприйняття та усвідомлення нового матеріалу.

У процесі пояснення нового матеріалу учні під керівництвом учителя складають конспект у вигляді таблиці (табл. Ш.3).

Таблиця Ш.3

Властивості призми та циліндра

Характеристика	Призма	Циліндр
1	2	3
Означення	геометричне тіло, у якого дві грані рівні n -кутники, а решта n граней – паралелограми	геометричне тіло, обмежене циліндричною поверхнею і двома кругами, які лежать у паралельних площинах
Рисунок		
Приклади з навколишнього світу	бджолина сота, гайка	шліфувальний круг, колодязь
Елементи	основи, бічні грані, бічні ребра, діагоналі, висота	бічна поверхня, основи, твірні, висота
Властивості	1) основи призми рівні многокутники 2) бічні ребра призми рівні 3) бічні грані призми паралелограми	1) основи циліндра рівні круги 2) твірні циліндра рівні

1	2	3
Перерізи	діагональний, переріз площиною, що паралельна до площини основи, перпендикулярний, переріз площиною, що паралельна бічним ребрам	осьовий, переріз площиною, що паралельна до осі циліндра, переріз площиною, що паралельна до площини основи
Види	похила та пряма, правильна	

При цьому вчитель формулює визначення призми.

Розглянемо деякий плоский багатокутник та довільну пряму, яка перетинає його площину. Перенесемо багатокутник паралельно вздовж прямої в нове положення. Сполучимо всі точки цих двох багатокутників – маємо відрізки, паралельні прямій, кінці яких належать площинам багатокутників. Тіло, яке є об'єднанням усіх проведених відрізків, називається призмою.

Надалі вчитель пропонує учням завдання у визначенні призми замінити багатокутник на круг. Відповідно учні приходять до визначення кругового циліндра.

Для учнів груп 1а та 2а пропонуємо сформулювати визначення еліптичного циліндра. Для учнів груп 1б, 2б, 3а та 3б пропонуємо виконати рисунок призми та циліндра. Учням груп 1с, 2с та 3с пропонуємо навести приклади призм та циліндрів у навколишньому середовищі або на представлених рисунках інтер'єрів кімнат, а також виконати рисунок розгортки призми та циліндра.

Слід зазначити, що зображення прямої призми зручно починати виконувати із зображення однієї з основ, бічні ребра призми зображують «вертикальними відрізками», невидимі лінії зображують штриховими лініями.

При заповненні граф таблиці «Елементи» та «Властивості» слід учням груп 1с, 2с та 3с запропонувати **знайти елементи призм та циліндрів у наведених ними прикладах**. Для учнів груп 1а та 2а пропонуємо **встановити, які властивості призми та циліндра випливають з означення**. Для учнів груп 1б, 2б, 3а та 3б пропонуємо **вказати кількість граней, ребер та вершин для трикутної, чотирикутної та п'ятикутної призм**.

Важливо звернути увагу учнів, що діагональний переріз призми має форму паралелограма, а осьовий переріз циліндра – прямокутника. Переріз площиною, що паралельна площинам основ, для призми є багатокутник, що дорівнює основам, а для циліндра – круг, що дорівнює основам. Також звертаємо увагу, що твірні циліндра, які визначають його обриси, для побудови перерізів не використовуємо.

Після розгляду різних видів призми слід перейти до усних та письмових вправ на закріплення нових знань та формування навичок та вмінь.

Додаток Ш

Таблиця Ш.1

Доведення теореми

Твердження	Обґрунтування	Означення, аксіоми та теореми, на які спираємось
<p>Нехай пряма a не є паралельною до площини α.</p> <p>Тоді $a \cap \alpha = A$.</p>	<p>Ми припустили супротивне тому, що необхідно довести, тобто що пряма не паралельна площині. За умовою теореми пряма не належить площині. Тому пряма й площина можуть мати тільки одну спільну точку.</p>	<p>Схема взаємного розташування прямих і площин</p>
<p>Якщо $A \in b \Rightarrow a \cap b = A$, що суперечить умові $a \parallel b$.</p>	<p>Нехай точка A належить прямій b. Тоді прямі a та b перетинаються, але це суперечить умові: прямі a та b паралельні.</p>	<p>Основна властивість належності точок прямим</p>
<p>Якщо $A \notin b \Rightarrow a$ і b – мимобіжні, що суперечить умові $a \parallel b$.</p> <p>Припущення невірне і $a \parallel \alpha$.</p>	<p>Нехай точка A не належить прямій b. Тоді прямі a та b мимобіжні, але це суперечить умові теореми: прямі a та b паралельні. Тому припущення, що пряма a не паралельна площині α невірне. Пряма a паралельна площині α.</p>	<p>Означення мимобіжних прямих.</p>

Додаток Ю

Таблиця Ю.1

Матеріал, що необхідно повторити

У цьому розділі будемо повторювати та вивчати:	Де знайти	Позначка учнів про виконання
означення, властивості та ознаки паралелограма;	довідник з геометрії, Internet	
означення та властивості трапеції;	довідник з геометрії, Internet	
означення та властивості середньої лінії трикутника;	довідник з геометрії, Internet	
означення та властивості середньої лінії трапеції;	довідник з геометрії, Internet	
ознаки подібності трикутників;	довідник з геометрії, Internet	
теорему Фалеса;	довідник з геометрії, Internet	
аксіому про належність площині прямої, дві точки якої належать площині.	конспект, підручник	

Таблиця Ю.2

Мета та завдання вивчення теми

Мета та завдання вивчення теми	Позначка учнів про виконання
<ul style="list-style-type: none"> – навчитися класифікувати <i>взаємне розміщення прямих і площин</i> за кількістю їх спільних точок; – навчитися встановлювати <i>паралельність прямої та площини</i>; – навчитися застосовувати відношення паралельності між прямими й площинами в просторі <i>до опису відношень між об'єктами навколишнього світу</i>. 	