

*Стеценко М. О., Єфименко Ю. О., Богданов І. Т.
Бердянський державний педагогічний університет*

АНАЛІЗ СПЕКТРІВ СИГНАЛІВ ЗАСОБАМИ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ MATLAB WAVELET TOOLBOX

У статті розглянуті переваги та недоліки використання вейвлетів у програмному комплексі Matlab Wavelet Toolbox при аналізі спектрів сигналів у лабораторному практикумі з електрорадіотехнічних дисциплін.

Ключові слова: моделювання, Matlab Wavelet Toolbox.

Лабораторний практикум у навчанні фізико-технічних дисциплін посідає особливе місце, оскільки він включає в себе практичне використання набутих теоретичних знань, без яких якісна підготовка майбутнього фахівця неможлива. Він дає змогу набутися необхідних умінь і навичок, сприяє створенню фундаменту для дослідницької та творчої діяльності студентів-фізиків.

З поширенням інформаційних технологій спостерігається також їх впровадження в навчальний процес вищої школи, у тому числі в лабораторний практикум з фізики та електрорадіотехнічних дисциплін [5]. Це пояснюється високим рівнем безпеки, наочністю, легкістю впровадження і організації віртуального лабораторного практикуму, а також тим, що комп'ютерні технології вже стали незамінним інструментом дослідників багатьох спеціальностей.

В останні роки в університетах та інженерно-технічних закладах усього світу спостерігається інтенсивне впровадження системи комп'ютерної математики та імітаційного моделювання – MatLAB. MATLAB призначена для досить складних обчислень. Це й визначає коло її користувачів: інженери-проектувальники та розробники нових пристроїв, студенти, аспіранти, науковці, фізики та математики. Система пристосована до будь-якої галузі науки й техніки, містить засоби, які особливо зручні для електро- і радіотехнічних обчислень (операції з комплексними числами, матрицями, векторами й поліномами, обробка даних, аналіз сигналів і цифрова фільтрація). Пакет розширення Wavelet Toolbox, що входить у систему MATLAB також надає великі можливості для аналізу сигналів довільної форми.

Використанню програмних засобів для комп'ютерного моделювання у навчанні фізико-технічних дисциплін приділяли увагу О. В. Борисов, Ю. Ф. Лазарев, М. С. Лурье, О. М. Лурье, А. Л. Перекрест, І. В. Черних та багато інших. Однак можливості імітаційного середовища MatLAB з аналізу спектрів сигналів у лабораторному практикумі з фізики та електрорадіотехнічних дисциплін на наш погляд, розкриті не досить повно. Тому метою статті є виклад авторського погляду на дану проблему.

Головні переваги “мови технічних обчислень” MatLAB, які якісно відрізняють його серед інших існуючих нині математичних систем і пакетів, полягають у наступному:

1. Система MatLAB спеціально створена для проведення саме інженерних обчислювань: математичний апарат, що використовується в ній, гранично наближений до сучасного математичного апарата інженера, ученого й спирається на роботу з матрицями, векторами й комплексними числами; графічне подання функціональних залежностей тут організовано у формі як вимагає саме інженерна документація;

2. Мова програмування системи MatLAB близька до мови BASIC, посилення при її вивченні початківцем, але має свій синтаксис та особливості [1].

3. На відміну від більшості систем комп'ютерної математики, MatLAB є відкритою системою; це означає, що практично всі процедури й функції MatLAB доступні не тільки для використання, але й для модифікації; користувач може розширювати базу процедур

та функцій створюючи власні підпрограмами у тому числі за допомогою вбудованого графічного редактора користувача GUIDE [7]; це робить MatLAB незамінним засобом наукових обчислювальних робіт та імітаційного моделювання фізичних процесів [5].

4. Останні версії MatLAB дозволяють легко інтегрувати її з текстовим редактором Word, що робить зручним оформлення науково-технічних звітів, статей, дипломних та курсових проектів із включенням у них складних обчислень та виведенням графіків у текст.

Реальні аналогові та цифрові сигнали, що переносять інформацію, як правило мають дуже складні частотно-часові характеристики. Для аналізу таких сигналів потрібен метод, здатний забезпечити достатню роздільну здатність і по частоті, і за часом. Перше потрібне для локалізації низькочастотних складових, друге – для аналізу компонент високої частоти.

Існує два підходи до аналізу нестационарних сигналів такого типу. Перший – віконне перетворення Фур'є. В цьому випадку, ми працюємо з нестационарним сигналом, як із стаціонарним, заздалегідь розбивши його на сегменти (вікна), статистика яких не змінюється з часом. Другий підхід – вейвлет-перетворення. В цьому випадку нестационарний сигнал аналізується шляхом розкладання по базисних функціях, отриманих з деякого прототипу шляхом стиснень, розтягувань і зсувів.

Традиційним підходом до дослідження сигналів є перетворення Фур'є, в результаті якого одержуємо частотний спектр сигналу. Недоліком перетворення Фур'є є те, що частотні компоненти не можуть бути локалізовані в часі, у зв'язку з чим іноді неможливо отримати вичерпної інформації про сигнал, що накладає обмеження на застосовність даного методу до ряду задач (наприклад, у разі вивчення динаміки зміни частотних параметрів сигналу на часовому інтервалі).

В основі Фур'є-аналізу лежить твердження, що будь-яку 2π -періодичну функцію можна розкласти на складові, тобто може бути отримана суперпозицією цілочисленних розтягань базисної функції e^{ix} :

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx} \quad , \text{де} \quad c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-inx} dx \quad \text{– коефіцієнти Фур'є.}$$

Перетворення Фур'є $\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt$ подає спектральну інформацію про сигнал і описує його поведінку в частотній області.

При переході в частотну область повністю губиться інформація про час, що робить непридатним метод спектрального аналізу при обробці нестационарних сигналів, у яких визначальне значення має момент часу, у який відбулася та або інша подія.

Перетворення Фур'є виконує декомпозицію сигналу на комплексні експоненціальні функції різних частот. Перетворення Фур'є непридатне для аналізу нестационарних сигналів, за одним виключенням: перетворення Фур'є може використовуватися для аналізу нестационарних сигналів, якщо нас цікавить лише частотна інформація, а час існування спектральних складових неважливий. Інакше треба використовувати більш відповідний метод аналізу. У випадку, якщо потрібна часова локалізація спектральних компонент, необхідно звернутися до частотно-часового представлення сигналу.

Альтернативою є віконне перетворення Фур'є, яке дозволяє перейти до частотно-часового представлення сигналів. Проте віконне перетворення Фур'є не набуло широкого поширення, оскільки будучи складнішим, чим звичне перетворення Фур'є, не позбавлено від його принципових недоліків, пов'язаних з тим, що базисна функція спектрального розкладання залишається синусоїдою. Крім того, вікна в цьому перетворенні мають

фіксовані розміри, і їх важко пристосувати під коректне представлення локальних властивостей сигналу. Ми маємо типовий прояв принципу невизначеності – підвищення часової роздільної здатності веде до погіршення частотної роздільної здатності.

Якщо зробити віконну функцію залежною від частоти так, щоб для низьких частот вікно ставало ширше, а для високих – вужче, то віконне перетворення Фур'є переходить в новий клас перетворень, який отримав назву вейвлет-перетворення.

На відміну від короткочасного перетворення Фур'є, що забезпечує рівномірну сітку в частотно-тимчасовій області, вейвлет-перетворення має нерівномірну дозвільну здатність, що дозволяє досліджувати сигнал як локально, так і повністю.

Вейвлет-перетворення одновимірного сигналу полягає в його розкладанні по базису, сконструйованому з функції (вейвлета), що володіє певними властивостями, за допомогою масштабних змін і перенесень.

Базисними функціями вейвлетів можуть бути різні функції, зокрема модульовані імпульсами синусоїди, що нагадують, функції з скачками рівня і т.д. Це забезпечує легке представлення сигналів з локальними скачками і розривами наборами вейвлетів того або іншого типу. Майже всі вейвлети не мають аналітичного уявлення у вигляді однієї формули і можуть даватися ітераційними виразами.

Вейвлети характеризуються своїм часовим і частотним образами. Часовий образ визначається деякою ψ -функцією часу. А частотний образ задається її Фур'є-образом який задає огинання спектру вейвлета. Якщо вейвлет в просторі звужується, його "середня частота" підвищується, спектр вейвлета переміщується в область вищих частот – розширяється. Цей процес можна вважати лінійним – якщо вейвлет звужується удвічі, то його середня частота і ширина спектру зростають також удвічі. Отже, за допомогою вейвлетів сигнал представляється сукупністю хвильових пакетів-вейвлетів, утворених на основі деякої початкової (базової, утворюючої і т. д.) функції.

Ця сукупність, різна в різних частинах часового інтервалу визначення сигналу, і представляє останній з тим або іншим ступенем детальності. Такий підхід називають вейвлет-аналізом сигналів.

Число використовуваних при розкладанні сигналу вейвлетів задає рівень декомпозиції сигналу. При цьому за нульовий рівень декомпозиції приймається сам сигнал, а рівні декомпозиції утворюють спадаюче вейвлет-дерево того або іншого вигляду. Точність представлення сигналу у міру переходу на нижчі рівні декомпозиції знижується, та зате з'являється можливість вейвлет-фільтрації сигналів, видалення з сигналів шумів і ефективної компресії сигналів.

Цілком очевидно, що для представлення сигналів, як в локальних областях їх збурень, так і у всьому часовому інтервалі зміни сигналів, потрібно мати можливість стискати або розтягувати вейвлети і переміщати їх по часовій осі.

Спектрограми сигналів, синтезованих вейвлетами представляють значення коефіцієнтів вейвлетів в площині масштаб (номери коефіцієнтів) – час. Знизу вейвлет-спектрограми розташовані коефіцієнти з малими номерами, що дають детальну картину сигналу, а зверху – з великими номерами, що дають досить грубу картину сигналу. При цьому значення коефіцієнтів визначають колір відповідної (звичайно достатньо малої) області спектрограми.

Вейвлет-спектрограми є найважливішим продуктом вейвлет-аналізу сигналів і прекрасним доповненням до звичних спектрограм на основі віконного перетворення Фур'є. Вейвлет-спектрограми сигналів по-суті виділяють такі особливості сигналів, які просто непомітні на графіках сигналів і на Фур'є-спектрограмах.

Вейвлет-перетворення стрімко завойовує популярність в таких різних областях, як телекомунікації, комп'ютерна графіка, біологія, астрофізика і медицина. Завдяки добрій

приспосованості до аналізу нестационарних сигналів воно стало могутньою альтернативою перетворенню Фур'є. В той же час, теорія вейвлетів широко використовує техніку перетворення Фур'є.

Область використання вейвлетів не обмежується аналізом властивостей сигналів та полів різної природи, одержаних чисельно, в експерименті або при спостереженнях. Вейвлети починають застосовуватися і для прямого моделювання – як ієрархічний базис, добре пристосований для опису динаміки складних нелінійних процесів, збурень, що характеризуються взаємодією, в широких діапазонах просторових і часових частот.

Оскільки частота обернено пропорційна періоду, то потрібно більш вузьке вікно для локалізації високочастотні компоненти сигналу й більш широке для низькочастотної компоненти. Короткочасне перетворення Фур'є припустимо застосовувати для сигналу з порівняно вузькою смугою частот. Для широкополосного сигналу хотілося б мати вікно, здатне змінювати свою ширину при зміні частоти.

Приклад $t = 0:0.1:6*\pi;$

Є можливість генерації стаціонарних, нестационарних сигналів і сигналів із шумом:

Стаціонарні сигнали $y = \sin(t);$ $z = \sin(t) + \sin(2*t)$	Сигнал із шумом $N = \text{rand}(1,189);$ $w = \sin(t);$ $w = w + N$	Нестационарний сигнал $t = 0:0.1:2*\pi;$ $w(1:63) = \sin(t);$ $w(64:126) = \cos(t);$ $w(127:190) = \cos(2*t)$
--	---	---

Далі їх потрібно зберегти (кожний сигнал в окремому файлі), для цього у вікні робочої області виділяється потрібна змінна й у контекстному меню вибирається пункт Save Selection As (рис. 1).

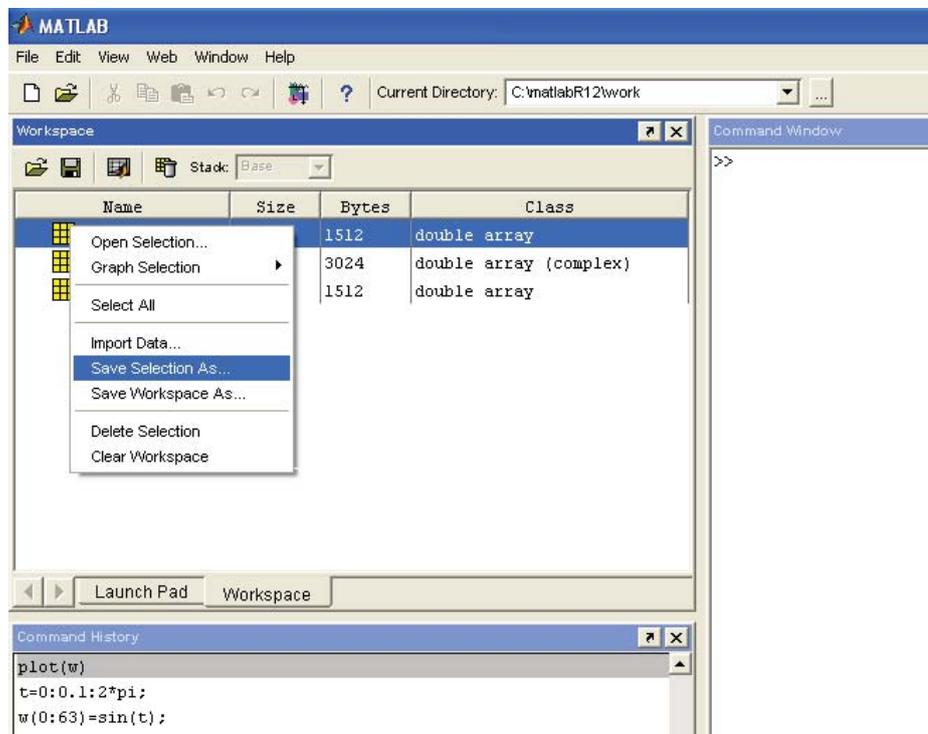


Рис. 1

Проаналізуємо сигнали з використанням перетворення Фур'є.

Для побудови Фур'є-спектра використовується функція Fft (ім'я сигналу, число

точок ДПФ)

Приклад. $y = \text{fft}(\text{Sig}, 512)$; $A = \text{abs}(y)$; $\text{plot}(A(1:\text{length}(A)/2))$.

Розглянемо короткочасне перетворення Фур'є для аналізованого сигналу.

Для побудови спектрограми використаємо функцію `Specgram`(ім'я сигналу).

Приклад. `Specgram(Sig)`.

Є можливість проаналізувати отримані сигнали з використанням різних вейвлетів, пояснити результати, визначити "оптимальний" (який дає найбільшу інформацію) вейвлет для сигналу.

Для побудови вейвлет-спектра можна використати графічний інтерфейс, виклик якого здійснюється командою `wavemenu` (рис. 2).

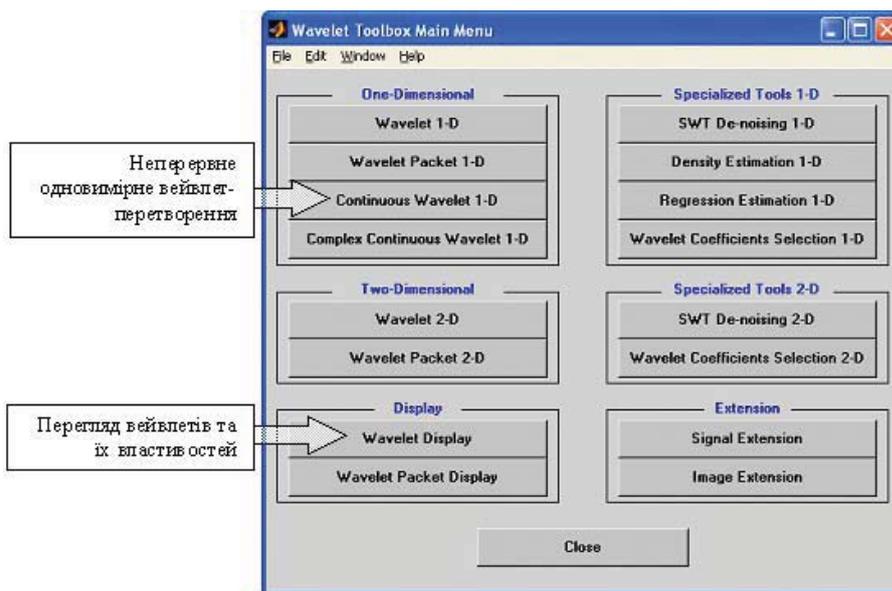


Рис.2. Головне меню *Wavelet Toolbox*

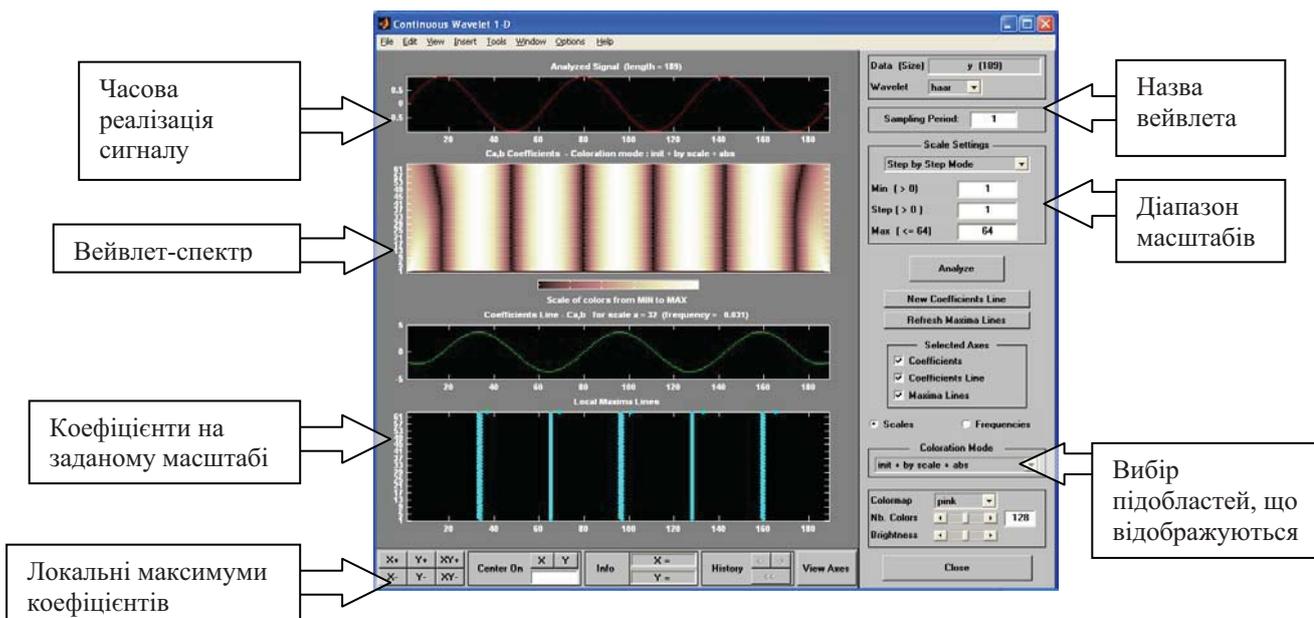


Рис.3. Неперервне одновимірне вейвлет перетворення

Для завантаження сигналу використовуємо пункт меню `File / Load Signal` (Файл

/ Загрузити сигнал) (рис. 3).

Нижче наведений приклад аналізу сигналу $z = \sin(t) + \sin(2*t)$ (рис. 4).

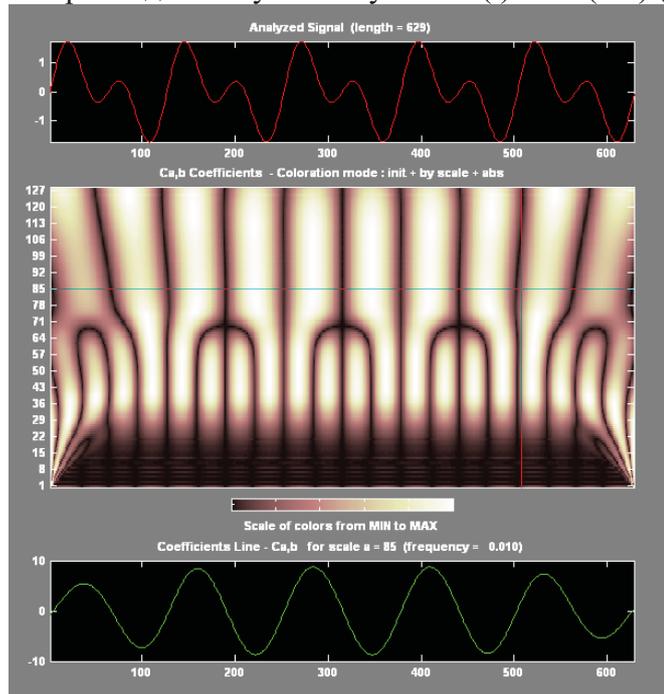


Рис.4. Вейвлет-аналіз періодичного сигналу

Видно, що сигнал містить дві частоти, розділених на масштабі ~ 70 . Вейвлет-коефіцієнти змінюються періодично, що доводить періодичність сигналу.

При аналізі нестационарного сигналу вейвлет-спектр показує зміну частоти в момент часу 500, а також зміну, що відбулася в момент часу ~ 250 , причому можна зробити висновок, що частота сигналу в цьому випадку залишилася незмінною (рис. 5).

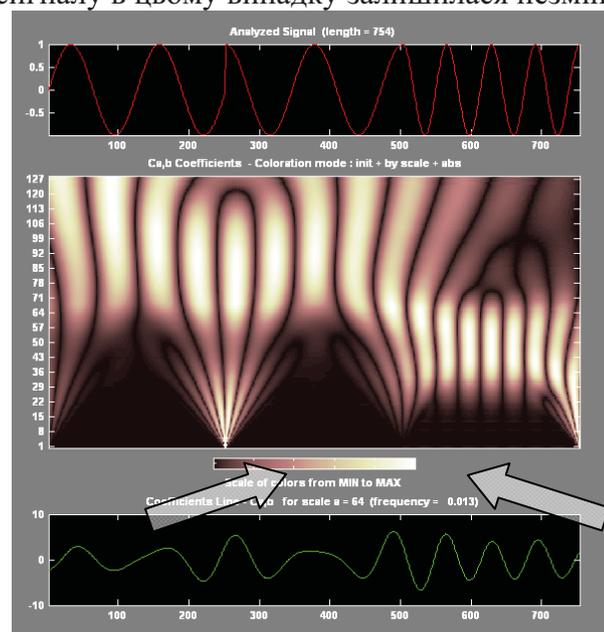


Рис.5. Вейвлет-аналіз нестационарного сигналу

Таким чином, пакет розширення системи MATLAB Wavelet Toolbox – один з

відомих і потужних інструментальних засобів для вивчення, створення і застосування вейвлетів і проведення вейвлет-перетворень. Пакет представляє звичні і одночасно унікальні засоби для роботи з вейвлетами, причому в командному режимі, так і за допомогою спеціальних засобів графічного інтерфейсу користувача GUI даного пакету. По великій кількості типів вейвлетів й опцій для обробки сигналів, а також за кількістю повчальних і наочних прикладів цей пакет є кращим серед пакетів розширення систем комп'ютерної математики в цій області.

Використана література:

1. *Ануфрієв И. Е.* MATLAB 7 / И. Е. Ануфрієв, А. Б. Смирнов, Е. И. Смирнова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.
2. *Богданов І. Т.* Аналіз резонансних кіл однофазного змінного струму засобами MatLab // І. Т. Богданов, Ю. О., Єфименко, М. О. Стеценко // Фізика та астрономія в школі. – 2010. – № 3.
3. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166. – № 11. – С. 1145-1170.
4. *Дремін І. М.* Вейвлеты и их использование / И. М. Дремін, О. В. Иванов, В. А. Нечитайло // Успехи физических наук. – 2001. – № 5. – Т. 171.
5. *Дьяконов В.* MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник / В. Дьяконов, И. Абраменкова. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
5. *Лазарев Ю.* Моделирование процессов и систем в MATLAB. Учебный курс. – СПб.: Питер; Киев: Издательская группа BHV, 2005. – 512 с.
6. *Лурье М. С.* Применение программы MATLAB при изучении курса электротехники. Для студентов всех специальностей и форм обучения / М. С. Лурье, О. М. Лурье. – Красноярск: СибГТУ, 2006. – 208 с.
7. *Смоленцев Н. К.* Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в Matlab. – М. : ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
8. *Скоростецький О. М.* Моделювання та обробка складних сигналів в середовищі MATLAB / Скоростецький Олександр Миколайович. Електронний ресурс. Режим доступу: <http://s-journal.cdu.edu.ua/base/2008/v2/v2pp254-255.pdf>
9. *Електротехніка. Імітаційне моделювання в лабораторному практикуме, курсовому і дипломному проєктуванні: Учебное пособие для студентов. В 2-х частях / М. С. Лурье, О. М. Лурье – Красноярск: СибГТУ, 2005.*
10. *Cooper J. A* MATLAB Companion for Multivariable Calculus. Academic Press, 2001.
11. *Hunt B. A* Guide to MATLAB / B. Hunt, R. Lipsman, J. Rosenberg, K. Coombes, J. Osborn, G. Stuck. – Cambridge, 2001.

А н н о т а ц и я

В статье рассмотрены преимущества и недостатки использования вейвлетов в программном комплексе Matlab Wavelet Toolbox при анализе спектров сигналов в лабораторном практикуме по электрорадиотехническим дисциплинам.

Ключевые слова: *моделирование, Matlab Wavelet Toolbox.*

A n n o t a t i o n

In article are considered the advantages and defect of use an wavelet in software complex Matlab Wavelet Toolbox at analysis of spectrums of signals in laboratory practical work on electro and radiotechnican discipline.

Key words: *design, Matlab Wavelet Toolbox.*