ВСЕУКРАЇНСЬКА НАУКОВО-ПРАКТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ

АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ МЕТОДОЛОГІЇ ТА МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

присвячена 85-річчю від дня народження кандидата фізико-математичних наук, завідувача кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи, професора Горбачука Івана Тихоновича

Збірник матеріалів конференції

18 січня 2018 року
м. Київ, Україна

Міністерство освіти і науки України
Національна академія педагогічних наук України
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
Академія вищої освіти України
Національний університет харчових технологій
Миколаївський національний університет імені В.О.Сухомлинського
Рівненський державний гуманітарний університет
Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського
Житомирський державний університет імені Івана Франка

Всеукраїнська науково-практична конференція

Актуальні проблеми методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін

присвячена 85-річчю від дня народження кандидата фізико-математичних наук, завідувача кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи, професора Горбачука Івана Тихоновича

Збірник матеріалів конференції

18 січня 2018 року

м. Київ, Україна

Тези доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції «Актуальні проблеми методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін», присвяченої 85-річчю від дня народження кандидата фізико-математичних наук, завідувача кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи, професора Горбачука Івана Тихоновича 18 січня 2018 року, Київ, Україна – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2018. – 169 с.

Організаційний комітет

Андрущенко В.П. – доктор філософських наук, професор, член-кореспондент НАН України, академік НАПН України, ректор НПУ імені М.П. Драгоманова (**голова оргкомітету**);

Працьовитий М.В. – доктор фізико-математичних наук, професор, декан фізико-математичного факультету НПУ імені М.П. Драгоманова (**заступник голови оргкомітету**);

Торбін Г.М. – доктор фізико-математичних наук, професор, проректор з наукової роботи НПУ імені М.П. Драгоманова (**заступник голови оргкомітету**);

Сергієнко В.П. – доктор педагогічних наук, професор, директор Інституту неперервної освіти НПУ імені М.П. Драгоманова (**заступник голови оргкомітету**);

Пудченко С.А. – аспірант кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи НПУ імені М.П. Драгоманова (**відповідальний секретар**);

Вернидуб Р. М. – доктор філософських наук, кандидат фізико-математичних наук, професор, проректор з навчально-методичної роботи НПУ імені М.П. Драгоманова;

Корець М.С. – доктор педагогічних наук, професор, проректор із науково-педагогічної та адміністративно-господарчої роботи НПУ імені М.П. Драгоманова;

Андрусишин Б. І. – доктор історичних наук, професор, декан факультету політології та права;

Падалка О. С. – доктор педагогічних наук, професор, член-кореспондент НАПН України, завідувач кафедри економіки освіти;

Гончаренко Я. В. – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики;

Грищенко Г. О. – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри експериментальної та теоретичної фізики та астрономії;

Сиротюк В. Д. – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри теорії та методики навчання фізики і астрономії;

Швець В. О. – кандидат педагогічних наук, професор, завідувач кафедри математики і теорії та методики навчання математики;

Шут М. І. – доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАПН України, завідувач кафедри загальної і прикладної фізики;

Січкар Т. Г. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, професор кафедри загальної і прикладної фізики;

Касперський А.В. – доктор педагогічних наук, кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри технічної фізики та математики;

Заболотний В.Ф. – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри фізики і методики навчання фізики, астрономії Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського;

Єфименко В. В. – кандидат педагогічних наук, доцент, заступник декана факультету інформатики;

Мусієнко Ю.А. – старший викладач кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи НПУ імені М.П. Драгоманова;

Лазаренко М.В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики Національного університету харчових технологій Київ;

Мосієвич О. С. – кандидат фізико-математичних наук, професор кафедри фізики, проректор Рівненського державного гуманітарного університету;

Ткаченко О. К. – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри фізики Житомирського державного університету імені Івана Франка.

Лисенко І.М.,
кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри методології та методики
навчання фізико-математичних дисциплін,
НПУ імені М.П. Драгоманова,
м. Київ, Україна
irina.pratsiovyta@gmail.com,
Ісаєва Т.М.,
кандидат фізико-математичних наук,
науковий співробітник відділу фрактального аналізу,
НПУ імені М.П. Драгоманова,
м. Київ, Україна
isaeva_tn@ukr.net

ДВОЇСТІ СИСТЕМИ КОДУВАННЯ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ З НЕСКІНЧЕННИМ АЛФАВІТОМ І ОСНОВОЮ 2 ТА ЗВ'ЯЗКИ МІЖ НИМИ

Для вивчення математичних об'єктів зі складною локальною тополого-метричною структурою і фрактальними властивостями, зокрема, функцій, ймовірнісних мір, динамічних систем тощо, все ширше використовуються різні системи кодування (зображення) дійсних чисел, в тому числі і системи з нескінченним алфавітом. Одні з них мають самоподібні властивості, а інші – ні. Геометрія перших значно простіша і це спрощує їх використання. Дана доповідь стосується двох таких систем, між якими існує тісний зв'язок і які в певному сенсі є двоїстими.

Деякі системи кодування дійсних чисел з нескінченним алфавітом можна отримати шляхом перекодування двосимвольних зображень чисел. Так шляхом класичного двійкового зображення числа:

$$x = \frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2^2} + \ldots + \frac{\alpha_n}{2^n} + \ldots \equiv \Delta^2_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots}$$

де $\alpha_n \in A_2 \equiv \{0;1\}$ можна отримати $\Delta^{\#}$-зображення:

$$(0;1] \ni x = \frac{1}{2^{a_1-1}} - \frac{1}{2^{a_1+a_2-1}} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^{a_1+a_2+\cdots+a_n-1}} + \cdots \equiv \Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots},$$

де $a_n \in N = \{1,2,\ldots,n,\ldots\}$, тополого-метрична теорія якого вперше побудована в роботі [4], і Δ^{2^∞}-зображення:

$$(0;1] \ni x = \frac{1}{2^{a_1}} + \frac{1}{2^{a_1+a_2}} + \cdots + \frac{1}{2^{a_1+a_2+\cdots+a_n}} + \cdots \equiv \Delta^{2^\infty}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots},$$

де $a_n \in N$, що вивчалось і узагальнювалось в роботах [1,2]. Для кожної з цих систем зображення чисел алфавітом є множина натуральних чисел.

Як бачимо, обидва зображення ґрунтуються на двійкових рядах, але їх геометрії (геометричний зміст, цифр, властивості циліндричних та хвостових множин, метричні відношення) різні. Так множина

$$\Delta_{c_1c_2\ldots c_m} = \{x : x = \Delta_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_k\ldots}, \alpha_i = c_i, i = \overline{1,m}\},$$

яка називається циліндром m-го рангу з основою $c_1, c_2, \ldots, c_m$

Зауважимо, що $\Delta^{\#}$-зображення тісно пов'язане з класичною строго зростаючою сингулярною функцією Мінковського.

Природним є інтерес до двох задач:

1. Який зав'язок між зображеннями ($\Delta^{\#}$ і Δ^{2^∞}) одного і того ж числа?
2. Які властивості має функція, аргумент і значення якої мають однакові зображення у вказаних системах кодування, тобто

$$f\left(\Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots}\right) = \Delta^{2^{\infty}}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots},$$
$$\varphi\left(\Delta^{2^{\infty}}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots}\right) = \Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots}?$$

Зрозуміло, що слід подбати про коректність означення цих функцій в раціональних точках, оскільки критерії раціональності числа для цих двох зображень різні.

Теорема 1. *Для того, щоб число $x \in (0;1]$ було раціональним, необхідно і достатньо, щоб його $\Delta^{\#}$-зображення було скінченним або періодичним.*

Лема 1. *При довільних натуральному n і наборі натуральних чисел $(a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n)$ число*

$$x = \frac{1}{2^{a_1-1}} - \frac{1}{2^{a_1+a_2-1}} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^{a_1+a_2+\cdots+a_n-1}} + \cdots \equiv \Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_n(\emptyset)} \qquad (1)$$

є раціональним числом з півінтервалу $(0;2^{1-a_1}]$, причому, якщо $a_n = 1$, то

$$x = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^{k-1}}{2^{a_1+\cdots+a_k-1}} + \frac{(-1)^{n-1}}{2^{a_1+\cdots+q_{n-2}+a'_{n-1}-1}} \equiv \Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_{n-2}[a_{n-1}+1](\emptyset)}, \qquad (2)$$

де $a'_{n-1} = a_{n-1} + 1$.

Лема 2. *Число x, що є значенням виразу (1) і (2), є двійково-раціональним, тобто має класичне двійкове зображення з періодом (0).*

Теорема 2. *Мають місце рівності:*

1) $\Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_{2k}(\emptyset)} = \Delta^{2}_{\underbrace{0\ldots0}_{a_1-1}\underbrace{1\ldots1}_{a_2}\ldots\underbrace{0\ldots0}_{a_{2k-1}}\underbrace{1\ldots1}_{a_{2k}}(0)}$;

2) $\Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_{2k}a_{2k+1}(\emptyset)} = \Delta^{2}_{\underbrace{0\ldots0}_{a_1-1}\underbrace{1\ldots1}_{a_2}\ldots\underbrace{0\ldots0}_{a_{2k-1}}\underbrace{1\ldots1}_{a_{2k}}\underbrace{0\ldots0}_{a_{2k+1}}1(0)}$;

3) $\Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots} = \Delta^{2}_{\underbrace{0\ldots0}_{a_1-1}\underbrace{1\ldots1}_{a_2}\ldots\underbrace{0\ldots0}_{a_{2k-1}}\underbrace{1\ldots1}_{a_{2k}}\ldots}$.

Теорема3.

1) *Якщо* $x = \Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots} = \Delta^{2^{\infty}}_{c_1c_2\ldots c_n\ldots}$ *і при цьому* $a_{2k} = 1$ *для будь-якого* $k \in N$, *то*

$c_1 = a_1,$

$c_k = a_{2k+1} + 1, k = 2,3, \ldots,$

2) *Якщо* $x = \Delta^{\#}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots} = \Delta^{2^{\infty}}_{c_1c_2\ldots c_n\ldots}$ *і при цьому* $a_{2k} > 1$ *для будь-якого* $k \in N$, *то*

$c_1 = a_1,$

$c_{1+i}, \qquad i = \overline{1, a_2 - 1},$

$c_{a_2+1} = a_3 + 1,$

$c_{a_2+1+i} = 1, \qquad i = \overline{1, a_4 - 1},$

$c_{a_2+a_4+1} = a_5 + 1,$

$c_{a_2+a_4+1+i} = 1, \qquad i = \overline{1, a_6 - 1},$

$c_{a_2+a_4+a_6+1} = a_7 + 1,$

$c_{a_2+a_4+\cdots+a_{2k+1+i}} = 1, \qquad i = \overline{1, a_{2k+2} - 1},$

$c_{a_2+a_4+\cdots+a_{2k}+1} = a_{2k+1} + 1,$

$c_{a_2+a_4+\cdots+a_{2k}+1+i} = 1, \qquad i = \overline{1, a_{2k+2} - 1}, 1 < k \in N.$

У доповіді пропонується загальний розв'язок задачі про взаємозв'язок зображень, а також опис структурних, варіаційних, тополого-метричних та фрактальних властивостей функцій f і φ. Наведено ряд нерозв'язаних задач.

Розглянуті зображення чисел, встановлений зв'язок між ними і проектори одного зображення в інше можна використати для розвитку метричної теорії чисел і функціонального аналізу з використанням нестандартних метрик і динамік на числовій прямій та координатній площині.

Література

5. *Гончаренко Я.В., Лисенко І.М.* Геометрія нескінченно-символьного q_0^{∞} -зображення дійсних чисел та її застосування у метричній теорії чисел // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фіз.-мат. науки. – 2013, № 15. – С.100 – 118.

6. *Працьовитий М.В.* Геометрія дійсних чисел у їх кодуваннях засобами нескінченного алфавіту як основа топологічних, метричних, фрактальний і ймовірнісних теорії // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 1. Фіз.-мат. науки. – 2013, № 14. – С.189 – 216.

7. *Працьовитий М.В.* Геометрія класичного двійкового зображення дійсних чисел. – Київ. Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2012. – 68 с.

8. *Працьовитий М.В., Ісаєва Т.М.* Про деякі застосування $\Delta^{\#}$-зображення дійсних чисел // Буковинський математичний журнал. – 2014, Т, № 2-3 – С. 187 – 197.

Лисенко І.М., Ісаєва Т.М. Двоїсті системи кодування дійсних чисел з нескінченним алфавітом і основою 2 та зв'язки між ними.

Анотація. Доповідь присвячена результатам дослідження взаємозв'язків між двома самоподібними системами зображення дійсних чисел з нескінченним алфавітом і нульовою надлишковістю, що ґрунтуються на розкладах чисел у додатні та знакозмінні двійкові ряди. Пропонується вираз цифр числа одного його зображення через цифри іншого його зображення, а також опис властивостей функції, аргумент і значення якої мають формально однакові зображення у цих системах.

Ключові слова: двійкове зображення чисел, двійковий ряд, $\Delta^{\#}$-зображення чисел, $\Delta^{2^{\infty}}$ -зображення чисел, проектор одного зображення числа в інше, зв'язок між цифрами різних зображень.

Lysenko I.M., Isaieva T.M. Dual systems for encoding of real numbers with infinite alphabet and base 2 and their relations

Abstract. In the talk we study relations between two self-similar systems for representation of real numbers with infinite alphabet and zero redundancy based on expansions of numbers in positive and alternating binary series. Expression for conversion of digits of first representation to digits of second representation is found. We also describe properties of function such that its argument and value have formally the same representations in these systems.

Key words: binary representation of numbers, binary series, $\Delta^{\#}$-representation of numbers, $\Delta^{2^{\infty}}$ -representation of numbers, projector of representation, relation between digits of different representations.