

ТИПОВІ ЗАДАЧІ ПРИ ПІДГОТОВЦІ ДО ЗНО З МАТЕМАТИКИ: ІРРАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА І ВИРАЗИ

Шкільний Олександр Володимирович

Анотація. У доповіді представлені типові задачі з теми «Ірраціональні числа і вирази», які ми рекомендуємо використовувати вчителям математики під час підготовки до незалежного оцінювання та систематизації знань за шкільного курсу. До задач наводяться повні розв'язання та методичні коментарі.

Ключові слова: *ЗНО з математики, навчальні досягнення учнів, систематизація і повторення шкільного курсу математики.*

Актуальність досліджень, присвячених методиці підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) якості знань з математики нині є безсумнівною, оскільки це випробування нині стало єдиною формою обов'язкової державної підсумкової атестації (ДПА) з математики та єдиним способом конкурсного відбору при вступі на програми підготовки бакалаврів українських університетів.

Авторський колектив у складі автора цих тез, Юрія та Ліліани Захарійченків та Олени Шкільної протягом останніх 18 років активно працює над методичним забезпеченням підготовки до ЗНО з математики. Теоретичні основи та окремі практичні аспекти такої підготовки висвітлено в монографії [1]. Для реалізації запропонованої нами методики ми використовуємо навчальні посібники [2]-[4], із яких методичний комплект [2]-[3] доречніше використовувати для роботи з більш математично підготовленими учнями, а посібник [4] – для роботи з учнями, що мають нижчий рівень такої підготовки.

Цією доповіддю ми продовжуємо серію публікацій, присвячених типовим задачам, які, на нашу думку, варто використовувати вчителям під час підготовки до ЗНО з математики. Безумовно, цими задачами підготовка до незалежного тестування не повинна обмежуватися, але саме на них ми пропонуємо звернути особливу увагу учнів.

Весь курс математики під час систематизації знань і умінь у процесі підготовки до ЗНО нами розбито на 10 тематичних блоків (розділів): «Числа і вирази», «Функції», «Рівняння», «Нерівності», «Текстові задачі», «Елементи математичного аналізу», «Планіметрія», «Стереометрія», «Координати і вектори», «Елементи стохастики». Така послідовність вивчення матеріалу зумовлена ідеєю спірального повторення: кожен новий тематичний блок використовує матеріал більшості попередніх блоків. Це дозволяє постійно повторювати матеріал і не дає його забувати при переході до нового тематичного блоку.

Розділ «Числа і вирази» природним чином розбивається на підтеми «Раціональні числа і вирази», «Ірраціональні числа і вирази», «Тригонометричні вирази» та «Логарифмічні вирази». Розглянемо дві типові задачі другої з цих підтем, подані в двох різних формах тестових завдань – із альтернативами та з короткою відповіддю.

Задача 1. Укажіть вираз, числове значення якого є найменшим.

А	Б	В	Г	Д
$3\sqrt{2}$	$(\sqrt{3})^2$	$2\sqrt{3}$	$(\sqrt{2})^3$	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$

Розв'язання. Для порівняння цих числових виразів подамо кожен із них у вигляді кореня квадратного з деякого числа, використовуючи властивості кореня. А: $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$; Б: $(\sqrt{3})^2 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$; В: $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{12}$; Г: $(\sqrt{2})^3 = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$; Д: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3 \cdot 2} = \sqrt{6}$.

Очевидно, що найменше числове значення має вираз із альтернативи Д.

Методичний коментар. Перетворення ірраціональних виразів традиційно є непростими для розуміння учнів. Це завдання перевіряє знання основних властивостей коренів та вміння їх використовувати для порівняння числових значень ірраціональних виразів.

Воно дозволяє «покрити» більшість із цих властивостей (крім кореня з частки) і є корисним не лише для отримання правильної відповіді, а й для того, щоб «освіжити» в пам'яті учнів як формулювання самих властивостей, так і вміння їх правильно застосовувати.

Задача 2. Відомо, що $\sqrt{\frac{\sqrt[4]{7}}{7 \cdot \sqrt{7}}} = 7^a$. Знайдіть a .

Розв'язання.

1 спосіб. Застосуємо властивості коренів до лівої частини рівності: $\sqrt{\frac{\sqrt[4]{7}}{7 \cdot \sqrt{7}}} = \sqrt{\frac{\sqrt[4]{7}}{\sqrt{7^3}}} = \sqrt{\frac{\sqrt[4]{7}}{\sqrt[4]{7^6}}} = \sqrt[4]{\frac{7}{7^6}} = \frac{1}{\sqrt[8]{7^5}}$. Далі за означенням степеня з від'ємним і дробовим показником: $\frac{1}{\sqrt[8]{7^5}} = 7^{-\frac{5}{8}}$, звідки $a = -0,625$.

2 спосіб. Оскільки для всіх $a > 0$ справедливі рівності $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ і $\sqrt[m]{a^k} = a^{\frac{k}{m}}$ (n, m, k – натуральні числа), то $\sqrt{\frac{\sqrt[4]{7}}{7 \cdot \sqrt{7}}} = \left(\frac{7^{\frac{1}{4}}}{7 \cdot 7^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$.

За властивостями степенів отримуємо:

$$\left(\frac{7^{\frac{1}{4}}}{7 \cdot 7^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} = 7^{\left(\frac{1}{4} - \left(1 + \frac{1}{2}\right)\right) \cdot \frac{1}{2}} = 7^{-\frac{5}{8}}, \text{ звідки } a = -0,625.$$

Методичний коментар. Це завдання цікаве тим, що воно пов'язує поняття кореня і степеня з раціональним показником. Корисно при цьому розібрати з учнями обидва наведені способи розв'язання. Перший з них акцентує увагу на властивостях кореня n -го степеня і дозволяє добре повторити їх. Другий спосіб, крім

акценту на зв'язку між поняттями кореня і степеня, дозволяє повторити також і властивості степенів.

Під час підготовки до ЗНО з математики важливо звертати увагу учнів на суттєві особливості розв'язування задач кожної окремої теми шкільного курсу математики. Для цього варто серед усіх задач теми чи підтеми виокремити типові задачі та добитися від учнів уміння їх впевнено розв'язувати. Це дозволить у подальшому, спираючись на такі задачі, розвинути успіх, закріпити матеріал і добитися впевненості у власних силах у майбутнього учасника тестування.

Такі типові задачі не можуть бути універсальними для кожного учня, їх вибір суттєво залежить від рівня сформованості його математичної компетентості, а також від педагогічного стилю та методики, яку використовує той чи інший вчитель. У даній доповіді, обираючи типові задачі з теми «Ірраціональні числа і вирази», ми спиралися на власний педагогічний досвід і методику підготовки до ЗНО, орієнтуючись на учня середнього рівня навченості.

Наш авторський колектив вважає систематизацію знань з математики важливим етапом навчання в школі і прикладає всіх можливих зусиль для забезпечення її належної якості. Тому ми зацікавлені в фахових дискусіях із фахівцями в галузі методики навчання математики на цю тему і будемо раді конструктивним пропозиціям щодо вдосконалення методики підготовки до ЗНО.

Інформаційні джерела:

1. Шкільний О.В. Основи теорії та методики оцінювання навчальних досягнень з математики учнів старшої школи в Україні: Монографія. / О.В. Шкільний. – К.: вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2015. – 424 с.
2. Повний курс математики в тестах. Енциклопедія тестових завдань: У 2 ч. Ч.1: Різномірні завдання / Ю.О. Захарійченко, О.В. Шкільний, Л.І. Захарійченко, О.В. Шкільна. – 11 вид. – Х.: Вид-во «Ранок», 2021.– 496 с.
3. Повний курс математики в тестах. Енциклопедія тестових завдань: У 2 ч. Ч.2: Теоретичні відомості. Тематичні та підсумкові тести / Ю.О. Захарійченко, О.В. Шкільний, Л.І. Захарійченко, О.В. Шкільна. – 4 вид. – Х.: Вид-во «Ранок», 2020.– 192 с.
4. Сучасна підготовка до ЗНО з математики / Ю.О. Захарійченко, О.В. Шкільний, Л.І. Захарійченко, О.В. Шкільна.– 2-ге вид., змін. і доповн. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2021. – 232 с.