

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УКРАИНСКОЙ ССР
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ А. М. ГОРЬКОГО

В. А. ФАЛЬКО

**УЗЛОВЫЕ ВОПРОСЫ
ПРЕПОДАВАНИЯ АЛГЕБРЫ**

в VI и VII-х классах

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата педагогических наук по мето-
дике математики

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова



100313989

Київ—1959

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УКРАИНСКОЙ ССР
КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ А. М. ГОРЬКОГО

В. А. ФАЛЬКО

УЗЛОВЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ АЛГЕБРЫ

в VI и VII-х классах

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата педагогических наук по мето-
дике математики

*Научный руководитель — кандидат
педагогических наук, доцент М. Б. Гельфанд*

Киев—1959

В исторических решениях XXI съезда КПСС определены конкретные задачи перестройки школьного образования: «Школа призвана готовить разносторонне образованных людей, хорошо знающих основы наук и вместе с тем способных к систематическому физическому труду, воспитывать у молодежи стремление быть полезной обществу, активно участвовать в производстве материальных ценностей, необходимых для общества».¹⁾

В свете этих решений главная задача общеобразовательной школы — готовить подрастающее поколение к жизни, к полезному труду, воспитывать у молодежи глубокое уважение к принципам коммунистического общества, вооружать ее прочными знаниями.

Будущим началом в преподавании математики должна стать тесная связь обучения с жизнью, с практикой коммунистического строительства. Это открывает неисчерпаемые источники для улучшения преподавания основ наук, для повышения уровня знаний учащихся.

На примерах решения различных практических задач учащиеся средних школ должны получить представление о том, как математика изучает количественные соотношения окружающей действительности. Школа обязана готовить учащихся так, чтобы они были способны понять технические процессы производства и овладеть необходимыми навыками избранной профессии.

Политехническое обучение в процессе преподавания математики, в частности алгебры, должно осуществляться в реализации следующих задач:

- 1) соединить обучение с общественно-полезным трудом;
- 2) вооружить учащихся глубокими математическими знаниями;
- 3) привить учащимся необходимые вычислительные и графические навыки.

Реализация перечисленных задач изучения алгебры требует усовершенствования и активизации методов ее препода-

¹⁾ Материалы внеочередного XXI съезда КПСС, Государственное издательство политической литературы, Москва, 1959, стр. 241.

вания, применения новых форм и приемов учебной работы, направленных на осуществление тесной связи теории с практикой.

Наша школа успешно решает эти задачи. Но наряду с некоторыми достижениями есть еще в преподавании алгебры и существенные недостатки. Основные из них следующие:

1) недостаточное внимание уделяется функциональному началу этого курса;

2) имеет место некоторая недооценка теоретической части алгебры (значительная часть учителей сводит изучение алгебры в основном к решению примеров и задач, а не к углубленному усвоению теоретической части);

3) не всегда уделяется должное внимание привитию учащимся необходимых навыков решения практических и производственных задач.

В практике школы уже имеется опыт преподавания алгебры в связи с политехническим обучением и требованиями подготовки учащихся к общественно-полезному труду, но он еще мало обобщен.

Диссертант поставил перед собой задачу обобщить передовой опыт преподавания алгебры в VI и VII классах, разработать методику изложения узловых ее вопросов в свете задач политехнического обучения и подготовки учащихся к производительному труду.

Значительное внимание в диссертации уделено разработке наиболее эффективных методов работы, обеспечивающих повышение уровня преподавания и успеваемости учащихся.

Основными методами исследования являются:

а) экспериментальная проверка разработанной диссертантом методики преподавания отдельных вопросов курса алгебры VI и VII-х классов;

б) изучение передового опыта преподавания алгебры в VI и VII-х классах;

в) проведение специальных контрольных работ;

г) проведение бесед с учащимися с целью выяснения степени усвоения ими отдельных вопросов алгебры;

д) составление сравнительной характеристики знаний учащихся экспериментальных классов и классов, где преподавание проводилось обычными методами;

е) изучение ученических тетрадей и их анализ.

Исследование проводилось в 1939—40 и 1946—59 гг. в Мало-Исторопской семилетней и Лебединской СШ № 2 Сумской области (учительница Е. М. Гавриленко), Коломыйских СШ № 8 и СШ № 1 Станиславской области (учительницы Е. П. Январева и Е. К. Карпинская), Коломыйских семилетних школах № 3, № 5, № 7 (учительницы М. И. Фартушина, С. И. Плавюк, Г. М. Станкевич), в Киевской СШ № 92 (учительница М. П. Жовтобрюх) и в ряде других школ. Кроме того, был использован личный опыт преподавания в Белопольской СШ № 2 и в Лебединской СШ № 1 (Сумская область) и опыт работы учителей Дрогобычской области.

Уроки передовых учителей были детально описаны, а некоторые — застенографированы. Проанализированы контрольные работы учащихся и полученные при этом результаты оформлены в соответствующие таблицы.

Диссертация состоит из введения и пяти глав:

1) тождественные преобразования, 2) рациональные числа, 3) уравнения и системы уравнений первой степени, 4) функциональная зависимость и графики, 5) формирование у учащихся навыков практического применения знаний алгебры.

...

Во введении изложены основные положения и методика исследования рассматриваемых в диссертации вопросов.

В первой главе диссертации рассматриваются вопросы:

а) введение буквенной символики и б) тождественные преобразования алгебраических выражений в VI и VII классах.

Основное внимание в этой главе уделено обобщению опыта передовых учителей по обеспечению глубокого усвоения учащимися буквенной символики.

Введение буквенной символики в VI-м классе является одним из трудных вопросов методики. Сознательное усвоение указанного материала имеет решающее значение для всего курса алгебры. Бесспорным является то, что успеха в этом можно добиться лишь при условии, если учащимся будет полностью ясна идея буквенной символики, если у них будут созданы соответствующие психологические предпосылки для осознания целесообразности буквенного обозначения чисел.

Основой для усвоения первых разделов алгебры в VI-м классе являются знания учащихся по арифметике. При этом возникает вопрос, как осуществить переход от арифметики к

алгебре: путем решения однотипных задач или путем обобщения известных учащимся законов арифметических действий?

Проверка этого вопроса во многих школах убедительно показывает, что идея буквенной символики воспринимается учащимися лучше тогда, когда они видят необходимость в этом, когда целесообразность этого закономерно вытекает из рассмотрения хорошо знакомого им материала.

Шестиклассники имеют значительный опыт в решении арифметических задач, они не раз встречались с фактами, когда разные по фабуле, но однотипные задачи решаются одним способом (одной числовой формулой), поэтому они уже в известной мере подготовлены к отысканию способов обобщения решений однотипных задач. Этим учитель и должен воспользоваться, чтобы на первом этапе обучения объяснить целесообразность введения буквенной символики.

Переход к формулам общих решений задач одного и того же математического содержания глубже раскрывает учащимся идею буквенной символики. Сопоставляя несколько числовых ответов, записанных одной числовой формулой, они лучше воспринимают идею обозначения чисел буквами, скорее и глубже усваивают особенности действий с ними. Это способствует успешному усвоению первых разделов алгебры, обеспечивает преемственность преподавания алгебры и арифметики.

Введение буквенной символики на основе обобщения законов арифметических действий недоступно учащимся VI-го класса. Как показало исследование, более эффективным является метод введения буквенной символики на основе обобщения решений задач одинакового математического содержания.

Известно, что на первых уроках алгебры учащиеся с большими затруднениями усваивают понятия коэффициента и степени, особенно первые тождественные преобразования. Разработка в диссертации системы упражнений, как показал опыт, способствует усвоению указанных понятий.

Смысл тождественных преобразований лучше раскрывается, если учащиеся под буквой понимают определенное число и порядок действий. В связи с этим полезно привести ценное высказывание проф. Гончарова: «...если операция числовой подстановки не вошла в повседневный обиход с самого же начала (курсив наш) и учащийся не мыслит, следовательно, алгебраическое выражение как «функцию входящих букв», то изучение самой алгебры остается бесплодным, не ведет ни к каким применениям, сводится к выполнению преобразований над бук-

венными выражениями по заранее выученным правилам или к решению задач, лишенных практического смысла».¹⁾

Проверка показала, что учащиеся скорее и глубже осмысливают тождественные преобразования при условии, когда они для «самоконтроля» пользуются операцией числовой подстановки.

Центральное место в тождественных преобразованиях занимает разложение многочленов на множители. Трудности усвоения этого раздела заключаются в том, что нельзя указать учащимся определенного универсального способа для выполнения указанных преобразований. Здесь большую роль может сыграть система упражнений, обеспечивающая преемственность преподавания, постепенное нарастание трудностей, закрепление оперативных навыков. Автор сделал попытку создать такую систему, проверив ее эффективность в школе.

Во второй главе диссертации рассматриваются вопросы: а) исторические сведения об отрицательном числе, б) элементы теории рациональных чисел и в) узловые вопросы преподавания рациональных чисел.

Понятие отрицательного числа возникло и вошло в математику в результате практической деятельности людей. При обосновании введения отрицательных чисел и действий с ними в школе целесообразно использовать те методические приемы, которые позволяют на конкретных примерах показать учащимся целесообразность введения отрицательных чисел, их необходимость при решении практических задач.

В диссертации излагаются основные сведения теории рациональных чисел (теория пар первой ступени и операторная теория). Анализируя их, автор устанавливает преимущество метода, основанного на использовании элементов операторной теории.

Этот метод обеспечивает осуществление содержательной и доступной детям конкретной интерпретации операций с рациональными числами, что имеет исключительно важное значение для обучения.

Смысл отрицательных чисел при таком изложении в VI-м классе легко иллюстрируется на любых величинах, а не толь-

¹⁾ В. Л. Гончаров. Начальная алгебра, изд. АПН РСФСР, М., 1955, стр. 4.

ко на величинах, которые можно рассматривать в двух противоположных значениях.

Экспериментальные уроки подтверждают, что учащиеся VI-х классов легко воспринимают положительные и отрицательные числа как переходы от одного значения величины к другому. Положительные приращения иллюстрируются перемещением точки по числовой оси вправо, а отрицательные — перемещением точки по оси влево. После этого понятие о положительных и отрицательных числах закрепляется геометрическим изображением их на числовой оси. Такое изложение помогает учащимся скорее и легче усвоить действия с новыми числами.

Исследование способов объяснения правила умножения положительных и отрицательных чисел показало, что интерпретация этого правила на примерах движения поездов вправо и влево от железнодорожной станции громоздка и недоступна учащимся VI-го класса. Дети слабо ориентируются в сложных комбинациях направлений поездов и в учете знаков прошедшего и будущего времени.

Гораздо легче и скорее дети воспринимают это правило, если в основу положить операторное истолкование отрицательных чисел. При этом умножение на отрицательное число представляется как действие, состоящее из двух различных по своему содержанию операций: 1) обычного увеличения одного из сомножителей в число раз, соответствующее абсолютной величине второго отрицательного сомножителя и 2) поворота направления вектора на 180° .

Большое внимание автором уделяется практическому применению отрицательных чисел. Приводятся образцы задач для их использования в преподавании этой темы.

В третьей главе рассмотрены следующие вопросы: а) значение уравнений в школьном курсе алгебры, недостатки в знаниях учащихся и их причины, б) пропедевтика уравнений и в) систематическое изучение уравнений в VII-м классе.

Решение задач на составление уравнений имеет большое политехническое значение. Много разнообразных задач из физики, химии и других смежных дисциплин, а также задач производственного характера решаются методом уравнений. Однако практика показывает, что нередко учащиеся, в связи с недостаточным методическим уровнем преподавания, плохо усваивают эту тему. Кроме того, на усвоение этого материала

отрицательно сказывается исключение из программы алгебры в 1957 году пропедевтического курса уравнений.¹⁾

До 1957—58 учебного года пропедевтическое изучение уравнений предусматривалось программой только в двух первых разделах алгебры. Вполне очевидно, что это не могло дать сколько-нибудь заметных результатов. Обосновывая необходимость включения в программу пропедевтики уравнений, диссертант дает определенные рекомендации по этому вопросу.

В работе освещается методика введения понятия уравнения в VI-м классе и методика изложения систематического курса уравнений в VII-м классе.

Автор считает, что разработанные А. Н. Барсуковым рекомендации по этому вопросу являются полезными. Необходимо построить преподавание пропедевтического курса уравнений таким образом, чтобы изучение простейших уравнений и решение задач на их составление было органически связано с изучением программного материала всех разделов алгебры. В работе даются примеры, иллюстрирующие такое преподавание уравнений в VI и VII-х классах. Экспериментальные уроки, проведенные в школах по этому вопросу, дали положительные результаты.

Остановившись на методике обучения школьников составлению уравнения, диссертант делает вывод, что учащиеся тогда лучше усваивают приемы составления уравнений по условию задачи, когда им даются краткие общие указания к основным этапам составления уравнения по условию задачи. При этом большое значение имеет формирование у учащихся навыков находить наиболее рациональные пути составления уравнения и проверки полученного решения. В диссертации приведены образцы задач и приемы обучения, способствующие усвоению этой темы учащимися.

В четвертой главе диссертации рассматриваются такие вопросы: а) значение функциональной пропедевтики и исторические сведения о преподавании функций в средней школе, б) дискуссионные вопросы преподавания функций в школе и в) обобщение опыта преподавания функциональной зависимости в VI и VII классах.

Понятие функции является одним из центральных вопро-

¹ В программе УССР 1958 года в объяснительной записке указывается на необходимость введения пропедевтики уравнений.

сов, вокруг которого должно осуществляться преподавание математики. Особенное значение имеет идея функциональной зависимости в связи с политехническим обучением.

Однако в вопросе преподавания этой темы в школе и до сих пор существует много различных взглядов. Об этом свидетельствует дискуссия, проведенная в 1954 году по этому вопросу на страницах журнала «Математика в школе». (№ 4).

Опыт показал, что уже при изучении первых разделов алгебры в шестом классе учащиеся могут получить первоначальные сведения о переменной величине.

В работе исследуется вопрос о возможности введения в VII-м классе понятия функции на основе переменной величины. Исследование в школе показало, что это вполне доступно учащимся данного класса. Изучение функциональной зависимости на основе переменной величины способствует более глубокому усвоению школьниками вопросов алгебры и дает возможность осуществить связь преподавания алгебры со смежными дисциплинами.

Особенности детского мышления требуют введения более подробного пропедевтического курса функциональной зависимости.

В диссертации приводятся рекомендации и образцы задач по пропедевтическому изучению функций в органической связи с изучаемым программным материалом.

Изучение функциональной зависимости должно сопровождаться выполнением соответствующих графиков, играющих большую роль в политехническом обучении. Графический метод должен найти широкое применение в школьном преподавании алгебры. Хотя действующая программа уделяет этому вопросу большое внимание, однако материал по изучению графиков размещен в программе неудачно. Их изучают в шестом классе лишь в разделе «Положительные и отрицательные числа» и после этого возвращаясь к ним только в VII-м классе, в разделе «Системы уравнений первой степени»¹⁾. При таком построении программы графики изучаются изолированно от функций, и поэтому они мало используются для иллюстративных целей.

Из опыта работы передовых учителей видно, что графический метод лишь тогда дает эффективные результаты обуче-

¹⁾ Программы средней школы на 1958—59 уч. год, Математика, V—X классы, К., «Радянська школа», 1958.

ния, когда он используется систематически для решения и исследования математических вопросов.

К первым графикам, которые строят ученики в VI-м классе, должны относиться графические изображения функциональных зависимостей, не выражающиеся аналитическими формулами, но ярко воспринимающиеся детьми из окружающей действительности. К таким относятся, например: зависимость между временем и температурой воздуха, числом облачных дней и количеством осадков и т. д. Построение таких графиков приводит учащихся к восприятию начальных сведений о переменных величинах и зависимости между ними. Практика показывает, что эти графики целесообразно изучать при введении понятия об отрицательном числе. Построение их приводит к ознакомлению с первым координатным углом, составленным горизонтальными и вертикальными полупрямыми, исходящими из одной точки. У учащихся тогда формируются первые навыки графического изображения чисел на осях. Это подготавливает их к восприятию отрицательных чисел. На примерах работы опытных учителей автор делает вывод, что уже при изучении темы «Положительные и отрицательные числа» можно ознакомить учащихся с методом построения точек на плоскости по заданным координатам.

Построение графика равномерного движения в VI-м классе целесообразно проводить в два этапа. Первый раз — после изучения темы «Положительные и отрицательные числа». Здесь график можно строить независимо от знания формулы $S = V \cdot t$. Для этого достаточно иметь только координаты исходной и конечной точек движения. Прямолинейность графика дети воспринимают в это время интуитивно. На основе такого построения можно решать много практических вопросов, в частности о движении поездов. Такие упражнения имеют большое значение для подготовки учащихся к трудовой деятельности.

Второй раз — после изучения равномерного движения в курсе физики VI-го класса. Здесь полезно дать некоторое представление о наклоне графика к оси абсцисс, в случаях $V > 1$, $V = 1$ и $V < 1$.

Прямолинейность графика этой функции учащиеся VII-го класса доказывают на основе равенства прямоугольных треугольников, известного им из курса геометрии VI-го класса. Опытом проверено, что такое доказательство вполне доступно детям данного возраста.

Для более глубокого усвоения графического метода решения уравнений первой степени с одним неизвестным изучение графика функции $Y=KX$ целесообразно перенести из раздела «Системы уравнений первой степени» в раздел «Уравнения первой степени с одним неизвестным».

В пятой главе исследованы следующие вопросы: а) связь преподавания алгебры со смежными дисциплинами и производством и б) формирование у учащихся вычислительных навыков.

Выработка у учеников твердых навыков практического применения теоретических знаний является центральным звеном учебно-воспитательного процесса. Связь обучения математике со смежными дисциплинами, а также с практикой промышленного и сельскохозяйственного производства повышает качество знаний учащихся, обеспечивает глубину и прочность усвоения ими учебного материала, повышает уровень их общего развития.

Осуществление задач политехнического обучения невозможно без установления тесной связи преподавания алгебры с изучением таких дисциплин как физика, химия, геометрия и т. д.

Связь преподавания алгебры с этими дисциплинами может осуществляться в различных формах. С физикой такая связь может иметь место: 1) при введении и истолковании алгебраических понятий на основе рассмотрения физических явлений и производственных процессов, 2) при решении задач с физическим содержанием, 3) при построении графиков функциональных зависимостей, изучаемых в физике, 4) при применении алгебраического метода для изучения физических явлений.

Изучение действий над приближенными числами удобно связывать с лабораторными работами по физике при измерении различных величин, при выполнении элементарных расчетов и т. д. Но больше всего связь преподавания алгебры с физикой осуществляется при решении задач с фабулой, заимствованной из этой дисциплины. Такие задачи весьма разнообразны и могут иметь место во многих темах алгебры. При решении этих задач учащиеся повторяют физические законы и формулы, учатся пользоваться различными справочниками и таблицами, знакомятся с числовыми значениями наиболее распространенных в технике величин.

Большое значение для политехнической подготовки уча-

щихся имеет связь преподавания алгебры с геометрией. Уже при составлении буквенных выражений можно давать ученикам задание на нахождение площадей несложных геометрических фигур, как, например, площади профиля одноставрового железа, квадратуры и кубатуры помещений и т. п.

При изучении линейных уравнений и их систем возможности применения алгебры к изучению геометрии заметно возрастают.

Аналогичные формы связи преподавания алгебры можно осуществлять и по отношению к другим учебным дисциплинам, например, к химии, естествознанию и т. д. Автор показывает примеры работы опытных учителей в этом направлении и приводит ряд задач для осуществления связи преподавания алгебры со смежными дисциплинами.

Особенно большое значение для политехнической подготовки учащихся имеет решение задач производственного характера. Сюда входят задачи самых разнообразных отраслей производства, техники и сельского хозяйства, отображающие успехи коммунистического строительства в нашей стране. Для учебных целей необходим тщательный подбор производственно-технических задач и целесообразное их распределение по разделам и темам алгебры. Только при таком условии они будут способствовать глубокому усвоению основного учебного материала.

В работе приведены образцы задач на применение знаний алгебры к решению различных вопросов из смежных дисциплин и производства.

Автор рассматривает вопрос о формировании у учащихся на уроках алгебры вычислительных навыков, имеющих большое значение для политехнической подготовки.

На основе экспериментального исследования и обобщения опыта передовых учителей делается вывод, что формирование вычислительных навыков у учащихся при преподавании алгебры необходимо вести в таких направлениях:

а) преподавание алгебры строить так, чтобы оно стимулировало развитие техники вычислений;

б) формировать навыки систематического самоконтроля тождественных преобразований подстановкой чисел вместо букв;

в) показывать учащимся практическую целесообразность использования разного рода таблиц при вычислениях (таблиц

умножения чисел, таблиц процентов и процентных отношений, таблиц квадратов чисел и т. д.);

г) постоянно требовать от учащихся рационализации вычислений, особенно при действиях с многочленами и алгебраическими дробями;

д) формировать навыки в выполнении приближенных вычислений.

На основе изучения опыта передовых учителей диссертант рекомендует проверенные на практике формы и методы работы с учащимися по формированию у них навыков рационализации вычислений в действиях над алгебраическими дробями. В диссертации показывается, что в тех школах, где учителя уделяют большое внимание выработке навыков самоконтроля и рационализации вычислений, знания учащихся по алгебре (в частности по разделу алгебраических дробей), как правило, оказывались лучшими, чем знания учащихся тех школ, где учителя не обращали на этот вопрос достаточного внимания.

Благотворно влияет на математическую и политехническую подготовку также привитие учащимся навыков составления таблиц и пользования ими при изучении алгебры. Автор подтверждает это рядом примеров, иллюстрирующих опыт учителей по преподаванию данной темы.

Вопрос формирования у школьников навыков приближенных вычислений приобретает актуальное значение при политехническом обучении. Однако этот вопрос еще мало разработан. Элементы теории и практики приближенных вычислений до сих пор не имеют определенного места в программе средней школы.

Автор исследовал этот вопрос и пришел к выводу, что в VI-х и VII-х классах средней школы целесообразно включить тему «Приближенные вычисления без строгого учета погрешностей» («способ подсчета цифр»). Некоторые сведения о приближенных вычислениях можно давать учащимся уже в V-м классе при изучении арифметики. В VI и VII-х классах приближенные вычисления используются при решении задач, органически связанных с изучаемым материалом.

В соответствии с изложенной в диссертации методикой преподавания автор предлагает свой проект программы алгебры VI и VII-х классов с указанием часов, необходимых для изучения каждого раздела и темы.

Поднятые в данной работе вопросы по улучшению преподавания алгебры в VI и VII-х классах и предлагаемая методи-

ка их изучения, на наш взгляд, должны способствовать повышению уровня преподавания алгебры в VI и VII-х классах.

В приложении к диссертации даются материалы педагогического эксперимента, проведенного автором в отдельных школах города Коломыи Станиславской области и города Киева.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ОСВЕЩАЕТСЯ В ТАКИХ РОБОТАХ АВТОРА:

- 1) Функціональна залежність і графіки в курсі алгебри 6—7 класів, Наукові записки Дрогобицького педагогічного інституту, т. III, 1957.
- 2) Формування в учнів 6 і 7 класів навичок практичного застосування знань з алгебри (брошура), Дрогобицький обласний інститут удосконалення вчителів, 1958.
- 3) Деякі питання викладання алгебри в експериментальній восьмирічній школі, Науково-педагогічний журнал «Радянська школа», XI, К., 1958.
- 4) Деякі питання викладання алгебри в VI і VII класах, Збірник «Педагогічні читання» УНДІП, 1959.