

51162
К64

P-P

110/—

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ имени А. М. ГОРЬКОГО

П. И. КОНОНЕНКО

Устные вычисления в курсе
арифметики средней школы

Автореферат

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук по методике математики

Научный руководитель
кандидат педагогических наук
доцент Д. М. Маергойз

Киев — 1954

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова



100313272

100313272

автотрест

К-64 Контоненко П.И.

Министерство высшего образования

и науки Российской Федерации

Классный Держ. педагогич. ин-т

БИБЛИОТЕКА

Видыл.

Инв. №

54963

511(от)

кон

B

ВСТУПЛЕНИЕ

УЧЕБНИК ПО МАТЕМАТИКЕ

ГОДА

Осуществление поставленной XIX съездом КПСС задачи коммунистического обучения требует дальнейшего роста идейно-теоретического уровня основ наук, в том числе и математики.

Систематическое выполнение учащимися упражнений и практических работ, органически связанных с программным материалом, является одним из решающих условий повышения качества преподавания арифметики. В преподавании курса арифметики в средней школе такими упражнениями служат: «упражнения в устном счете, вычисление на счетах, решение задач на определение площадей, земельных участков, поверхностей и объемов различных хозяйственных сооружений и т. д.»¹.

Создание системы упражнений для устных и рациональных письменных вычислений, органически связанных с программным материалом, является существенным элементом реализации проблемы политехнического обучения в средней школе.

Вопрос о применении приемов устного счета для рационализации вычислений ставился в русской методической литературе еще в XVIII столетии (Эйлер, Курганов и др.), но основоположниками отечественной методики устных вычислений в курсе арифметики средней школы следует по праву считать А. И. Гольденберга и С. И. Шохор-Троцкого. Эти методисты правильно определили значение устных вычислений, установили содержание и взаимосвязь устных, письменных и полуписьменных вычислений.

Советские методисты, опираясь на опыт передовых преподавателей математики, сделали значительный вклад в дело создания системы обучения устному счету и отбора вычислительных приемов, доступных учащимся начальной школы². Это значительно повысило культуру устных и письменных вычислений учащихся младших классов. Однако, как показали данные нашего исследования, культура устных вычислений многих учащихся средних и старших классов находится еще на низком уровне.

¹ Программы средней школы. Математика, Учпедгиз, 1952 г., стр. 5—6.

² См. Пчелко А. С. Советская методика арифметики. «Начальная школа», № 7, 1952 г.

20 617 1554

Причиной неудовлетворительного состояния вычислительных навыков у учащихся семилетних и средних школ в основном является отсутствие разработанной системы упражнений для устных вычислений по арифметике, органически связанных с теоретическим материалом программы V—VI классов, и отсутствие отбора минимума вычислительных приемов, обязательных для учащихся средней школы при обеспечении оптимальной их повторяемости.

Диссертант поставил себе задачу разработать систему устных упражнений в курсе арифметики V—VI классов. Для этой цели необходимо было:

1) отобрать из множества приемов устных вычислений те, которыми, в соответствии с образовательными и воспитательными целями, должны прочно овладеть учащиеся средней школы;

2) создать систему упражнений по каждому разделу курса арифметики V—VI классов, которая обеспечила бы образование прочных навыков быстрых и рациональных вычислений. В главах II—VI изложена такая система упражнений и указаны основные (обязательные) приемы устных вычислений по каждому разделу курса арифметики V—VI классов.

Для удобства изложения узловые вопросы организации и методики устных вычислений освещены отдельно в главе I; этим самым более четко выделена последовательность подбора упражнений, преемственность, частота повторения и органическая связь с теоретическим материалом основных вычислительных приемов.

По каждому разделу арифметики предложено упражнений больше, чем их можно выполнить на уроках арифметики V—VI классов. Часть этих упражнений предлагаем учащимся выполнять самостоятельно дома или на занятиях математического кружка. Кроме того примеры более трудные рекомендуются предлагать в VI—X классах при повторении арифметики.

Таким образом основная цель данной работы состоит в том, чтобы устранить пробел, существующий в советской методической литературе в области создания системы упражнений по каждому разделу курса и отбора основных (обязательных) приемов устных вычислений в курсе арифметики средней школы. Устранение такого пробела поможет преподавателям математики средних школ в их борьбе за высокий уровень культуры вычислений учащихся.

Рекомендуемый минимум обязательных приемов устных вычислений в курсе арифметики и система упражнений созданы на основании непосредственного изучения опыта работы многих преподавателей математики [Назаренко А. А.] заслуженная учительница, 13-я школа, Ворошиловград), Ермаков М. С. и Карпова К. П. (7 школа, Ворошиловград), Донченко Н. М. и

Погорельская А. А. (20 школа, Ворошиловград), Морозова И. М. (17 школа, Ворошиловград), Шекера О. П. (1 школа, г. Нежин), Бреусенко И. С. (Згуровка, (Полтавская обл.), Абрамович П. К. (Оржица), Полтавская обл.), Гончар А. Г. (Дроздовка, Черниговской обл.), Чететка Е. Е. (Куликовка, Черниговской обл.), Ротань П. И. (51 школа, Киев), Гражданская М. И. (109 школа, Киев), Карлаш Е. М. (51 школа, Киев), и др.), анализа существующей литературы по данному вопросу и личного многолетнего опыта работы в средней школе.

Г л а в а I

Основные вопросы организации и методики устных вычислений

В первой главе рассмотрены четыре вопроса, относящиеся к организации и методике устных вычислений: а) значение устных вычислений, б) взаимосвязь устных и письменных вычислений, в) планирование и учет работы по устным вычислениям в курсе арифметики, г) формы заданий и виды упражнений по устным вычислениям.

Говоря о практическом и общепедагогическом значении систематически проводимых устных вычислений, органически связанных с письменными вычислениями и программным материалом, особое внимание обращено:

1) На выработку навыков **контроля и самоконтроля** при самостоятельном выполнении практических расчетов или вычислений, связанных с решением примеров и задач. Такие навыки содействуют устранению неправильных ответов в контрольных работах и домашних заданиях и оказывают благотворное влияние на воспитание критического и самокритического отношения учащихся к своей работе и деятельности окружающих.

2) На роль этого вида упражнений в **рационализации** письменных вычислений и **всей работы преподавателей** и учащихся по математике.

3) На развитие внимания и памяти учащихся, с которыми систематически проводятся занятия по устному счету.

Каждое из перечисленных положений подтверждено соответствующими примерами из опыта работы преподавателей средних школ.

Об отличительных чертах устных и письменных приемов вычислений и их взаимосвязи много сказано в советской методической литературе. Придерживаясь мнения большинства авторов, решительно возражающих против оперирования этими видами работы как двумя изолированными один от другого процессами, мы предлагаем систему упражнений, обеспечивающих тесную взаимосвязь устных и письменных приемов вычислений.

В практике работы преподавателей математики средних

школ мало уделяется внимания планированию и учету устных вычислений. В работе дано обоснование необходимости планирования и систематического учета и предложены образцы этого вида работы, проверенные опытом передовых учителей математики.

Глава II

Целые числа

Во второй главе предложена система упражнений для целых чисел, действия над которыми повторяются в первой четверти пятого класса.

В эту систему входит описание и виды упражнений для устного повторения нумерации и четырех действий над целыми числами. Группа упражнений для повторения устной и письменной нумерации тесно связана с примерами на преобразование метрических мер, устным решением которых закрепляются и совершенствуются навыки правильного чтения и записи многозначных чисел. Особое внимание обращено на **преемственность** приемов вычислений, известных учащимся из начальной школы. Эти приемы вводятся в органической связи с теоретическим материалом курса арифметики пятого класса. Законы арифметических действий в предложенной системе применяются для теоретического обоснования приемов устного производства действий над целыми числами и рационализации вычислений.

Применение переместительного и сочетательного законов сложения для упрощения вычислений тесно связано с умениями и навыками быстрого дополнения любого числа до ближайших круглых десятков, сотен, тысяч и т. д. В работе приведены виды упражнений, необходимых для выработки таких навыков.

Эти же законы суммы применены для обоснования общего приема устного сложения двух слагаемых и рационализации вычислений при наличии нескольких слагаемых.

Изучение функциональной зависимости между суммой и ее компонентами тесно связано с теоретическим обоснованием приема округления при устном сложении двух или нескольких чисел, близких к круглым десяткам, сотням, тысячам и т. д.

При повторении вычитания натуральных чисел рекомендуем обратить внимание учащихся на вычитание из числа суммы и разности. Правило вычитания из числа суммы применяем для обоснования общего приема устного вычитания, например: $93 - 65 = 93 - (60 + 5) = 93 - 60 - 5 = 28$.

Вычитание из числа разности используем для обоснования частного приема дополнения вычитаемого до уменьшаемого, который весьма распространен в вычислительной практике кас-

сиров, например: $147 - 93 = 147 - (100 - 7) = 147 - 100 + 7 = 7 + 47 = 54$.

Умножение двузначного числа на однозначное учащиеся V класса должны выполнять только устным приемом. Рекомендуем устно умножать на однозначное число и всякое трехзначное число, в состав которого входят нули.

При умножении двузначных чисел в V классе рекомендуем прочно овладеть **общим приемом** устного выполнения этого действия.

Из частных приемов умножения в V классе останавливаемся только на тех, которые известны учащимся из начальной школы, а именно: 1) умножение чисел на 10, 100, 1000, 5, 50, 500, 25, 75, 125, и 15; 2) прием округления сомножителей.

Каждый из указанных приемов в V классе теоретически обосновывается, закрепляется и совершенствуется путем расширения области его применения, например: $48 \cdot 26 = 48 \cdot (25 + 1) = (48 : 4) \cdot 100 + 48 = 1248$.

На основании умножения числа на произведение значительно упрощается умножение чисел кратных 4 на числа кратные 25; например: $56 \cdot 75 = 56 \cdot 25 \cdot 3 = 4200$.

Для выработки навыков применения перечисленных частных приемов умножения в работе предложена соответствующая система упражнений.

В VI классе, в связи с тождественными преобразованиями рациональных алгебраических выражений, вводится несколько частных приемов умножения и возвышения в степень двузначных чисел.

Учащиеся самостоятельно, или с некоторой помощью преподавателя, найдут приемы упрощенного умножения: а) двузначных чисел, у которых разряды единиц одинаковы и сумма разрядов десятков равна десяти; б) двузначных чисел, оканчивающихся на 1, на 5; в) двузначных и трехзначных чисел, близких к данному основанию.

Применением формул сокращенного умножения просто вводятся в квадрат двузначные числа, близкие к круглым десяткам, и умножаются числа, у которых разность десятков равна 1 и сумма единиц равна 10. Для закрепления и образования навыков применения перечисленных приемов предложены специальные упражнения в каждом из разделов арифметики.

Наряду с усвоением общего и некоторых частных приемов умножения натуральных чисел, предлагаем систему упражнений для рационального устного и полуписьменного решения которых целесообразно использовать законы этого действия или функциональную зависимость между произведением и его компонентами.

Общий прием устного деления рекомендуется применять только тогда, когда разложение делимого на десятичные группы, кратные делителю, можно выполнить без особых затруднений.

Деление многозначных чисел на однозначные и двузначные производится, в большинстве случаев, письменным приемом с оформлением, предложенным в § 61 и 72 стабильного учебника по арифметике.

При объяснении основных свойств деления и функциональной зависимости между частным и его компонентами, вводятся такие частные приемы устного деления:

- 1) последовательное деление,
- 2) округление компонентов частного,
- 3) деление на 5, 50, 25, 250, 125.

Для образования навыков применения каждого из этих приемов предложены соответствующие группы упражнений.

Правила деления числа на произведение и частное и деления произведения, суммы или разности на число использованы для рационализации вычислений в решении специально подобранной системы упражнений.

Глава III.

Делимость чисел

Сознательное усвоение учащимися раздела о делимости чисел в значительной степени зависит от удачного подбора упражнений. В работе предложена система таких упражнений, удовлетворяющая следующим требованиям:

1) Все предложенные упражнения могут быть выполнены устно или полуписьменно.

2) Решением примеров учащиеся подводятся к соответствующим формулировкам теорем и правил и закрепляют их в своем сознании.

3) Выполнением упражнений обеспечивается закрепление и совершенствование ранее приобретенных навыков устных вычислений и повторение основных вопросов теории действий над натуральными числами.

Теоремы о делимости суммы и разности на данное число и признаки делимости на 2, 5, 10, 4, 3, 9 воспринимаются и закрепляются устным решением упражнений такого вида:

1) Проверить, делится ли каждое слагаемое и сумма: $(120 + 36)$ на 12.

2) Не выполняя сложения, сказать, делится ли сумма $(36 + 54 + 66)$ на 6.

3) Проверить, делится ли уменьшаемое, вычитаемое и разность $(98 - 84)$ на 7.

4) Выписать отдельно числа, делящиеся на 4 и на 9 : 84, 70, 135, 132, 306, 452, 774.

Попутно с изложением признака делимости на 9 предлагаем систему упражнений для выработки навыков проверки «девяткой» результатов письменного и устного выполнения четырех арифметических действий над целыми числами.

Устное разложение чисел на простые множители начинаем с упражнений, направленных на выработку четкого представления о простом и составном числе. Затем предлагаем группы примеров на разложение на простые множители:

- 1) разрядных единиц и разрядных чисел;
- 2) двузначных чисел и двузначного числа десятков, сотен и т. д.
- 3) некоторых трехзначных и многозначных чисел.

Понятие общего наибольшего делителя вводится путем устного решения упражнений на определение общих делителей данных чисел по признакам делимости и сравнению. Умножая эти делители, учащиеся находят н. о. д. данных чисел и проверяют его, сравнивая частные, полученные от деления каждого из чисел на их н. о. д.

Во многих случаях н. о. д. данных чисел просто определяется по соображению или способом деления большего из чисел на частное, полученное от деления меньшего числа на его «очевидный» делитель. Например, н. о. д. 38 и 95 находим так: $38 : 2 = 19$; $95 : 19 = 5$; так как 2 и 5 взаимно простые числа, то 19 и есть искомым н. о. д. данных чисел. Для закрепления каждого из указанных способов дана система упражнений, выполняемых учащимися устно или полуписьменно.

К определению наименьшего общего кратного данных чисел подводим учащихся путем ряда наблюдений, построенных на **устном** решении специально подобранных примеров. В качестве основных предлагаем два способа устного нахождения н. о. к. данных чисел: а) по соображению и б) с помощью н. о. д. данных чисел.

Начинаем с примеров, в которых одно из данных чисел делится на все остальные с тем, чтобы выработать в учащихся навыки применять один из указанных способов только после того, когда установлено, что большее из чисел не является их н. о. к.

Затем предлагаем примеры на нахождение н. о. к. чисел простых и взаимно простых; решая эти примеры, учащиеся повторяют приемы устного умножения целых чисел и приобретают навыки рационального нахождения н. о. к. данных чисел.

Если большее из двух чисел, имеющих общего делителя, не делится на меньшее, и его произведение на 2 и 3 не кратны

Меньшему числу, то рекомендуем находить их н. о. к. с помощью н. о. д., например 28 и 49; н. о. д. этих чисел — 7 легко находится по соображению, тогда их н. о. к. равно 49. $(28 : 7) = 196$.

Глава IV.

Обыкновенные дроби

Письменное оформление всех преобразований и действий над дробями, которого требуют от учащихся V — VI классов многие преподаватели, связано с большой затратой времени, что приводит к значительному уменьшению количества производимых упражнений и снижению прочности соответствующих умений и навыков.

Чтобы осуществить применение устных и полуписьменных приемов, упрощающих вычисления и создающих резерв времени для производства значительного числа дополнительных примеров, в работе предложена соответствующая система упражнений и дано ее обоснование. Осуществление предложенной системы должно обеспечить возможность:

- 1) постепенного перехода от восприятия одного нового понятия к восприятию последующего более сложного;
- 2) сознательного восприятия и прочного усвоения этих новых понятий;
- 3) доведения умения до прочных навыков;
- 4) устного и полуписьменного выполнения всех операций над дробями и рационального сочетания их с письменным оформлением;
- 5) систематического закрепления и совершенствования навыков устного производства действий над целыми числами.

Кроме того в работе указана **последовательность** расположения упражнений, помещенных в задачнике, и данных дополнительно, соответственно требованиям предложенной системы, и показаны приемы рационализации вычислений, которые возможны в этом разделе.

Специфика дробных чисел доводится до сознания учащихся путем решения группы упражнений на выражение дробей в более мелких долях.

Прочные навыки выражения дроби в более мелких долях служат хорошей основой для устного сравнения дробей. Упражнения на сравнение дробей, до приведения их к общему знаменателю, предлагаем в такой последовательности: 1) сравнение дробей с одинаковыми числителями и разными знаменателями; 2) сравнение дробей с одинаковыми знаменателями и разными числителями; 3) сравнение дробей, числители и знаменатели которых числа разные.

Выполняя такие упражнения, учащиеся приобретают навыки конкретного представления приближенной величины дробей, которые редко встречаются в практике, и определения «на глаз» величины дробного числа. Последовательный переход от одной ступени устных упражнений этого вида к другой вызывает большой интерес и активность учащихся.

Сознательное восприятие понятия дроби и прочные навыки сравнения дробей значительно облегчают выработку умений и навыков преобразования дробных чисел. В работе предложены подобранные в определенной системе упражнения и методика их реализации для всех видов преобразования дробей.

Особое внимание обращено на приведение дробей к общему знаменателю.

На эту тему предложено 33 группы различных вариантов упражнений. Все упражнения на преобразование дробей подобраны так, чтобы при их выполнении учащиеся закрепляли и совершенствовали навыки устного производства операций над целыми числами и применения устного нахождения н. о. д. и н. о. к. данных чисел.

Прочные навыки приведения дробей к общему знаменателю устраняют большинство затруднений, связанных с производством сложения и вычитания дробных чисел.

На сложение и вычитание дробных чисел предложено 27 групп упражнений, в каждой из которых от 5 до 15 примеров. Особые случаи размещены в 5 группах, в которые входят упражнения на сложение и вычитание дробей вида $\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{b}$

или $\frac{c}{a}$ и $\frac{c}{b}$, где a и b — числа взаимно простые, и на применение переместительного и сочетательного законов для рационализации вычислений. Например: 1) Сложить дроби:

а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{3}{8} + \frac{3}{11}$ и др. 2) Выполнить действия

наиболее простым способом: а) $\frac{8}{15} + 2\frac{5}{16} + \frac{1}{2} + 4\frac{7}{15} +$

$+\frac{3}{16}$; б) $248\frac{3}{4} - \left(189\frac{1}{2} + 48\frac{1}{4}\right)$ и др.

Упражнения на умножение дробных чисел являются прекрасным материалом для закрепления и совершенствования общего и частных приемов умножения целых чисел. Примеры в этих упражнениях подобраны так, что, решая их, учащиеся приобретают умения и навыки применения законов действий и частных приемов для рационализации умножения дробных

чисел. Например при умножении дроби на целое число, после нескольких примеров вида: $\frac{2}{3} \cdot 4$; $\frac{7}{8} \cdot 5$ и т. д. предлагаем примеры, в которых целесообразно выполнить «предварительное» сокращение, а потом произвести умножение: $\frac{5}{8} \cdot 16$; $\frac{7}{8} \cdot 28$ и т. д. Затем даем группы упражнений, в которых вычисления упрощаются применением дистрибутивности произведения, например:

$$\text{а) } \frac{12}{13} \cdot 14 = \frac{12}{13} \cdot (13 + 1) = 12 \frac{12}{13}; \quad \text{б) } 25 \frac{17}{32} \cdot 16 = 25 \cdot 16 + \\ + \frac{17}{32} \cdot 16 = 400 + \frac{17}{2} = 408 \frac{1}{2}.$$

При нахождении дроби от числа и умножении числа на дробь вышеуказанные примеры упрощения вычислений повторяются и тем самым навыки их применения закрепляются и совершенствуются.

Умножение дроби на дробь начинаем с примеров, в решении которых целесообразно предварительное сокращение: $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}$.

Упражнения на умножение смешанного числа на дробь и двух смешанных чисел подобраны так, чтобы, решая их, учащиеся приобретали навыки находить рациональный способ вычислений по внешнему виду данных чисел, например

$$28 \frac{7}{9} \cdot \frac{9}{4} = 28 \cdot \frac{9}{4} + \frac{7}{9} \cdot \frac{9}{4} = 64 \frac{3}{4}.$$

При повторении дробей в V и VI классах рекомендуем сосредоточить внимание учащихся на таких особых приемах рациональных вычислений, основанных на законах и свойствах действий:

- 1) замена нескольких сомножителей их произведением;
- 2) перестановка сомножителей;
- 3) применение переместительности и сочетательности умножения;
- 4) умножение произведения на число;
- 5) умножение суммы или разности на число;
- 6) вынесение множимого или множителя за скобки.

Деление дроби на целое число начинаем с группы примеров, в которых числитель делится на данное число, затем переходим к решению примеров, в которых числитель делимого

и делитель — числа взаимно простые, наконец, предлагаем упражнения, в которых целесообразно производить деление дроби на число после предварительного сокращения делителя и числителя делимого на их н. о. д.

При делении смешанного числа на целое нередко вычисления упрощаются применением дистрибутивности деления, например:

$$а) 24 \frac{16}{17} : 8 = 3 \frac{2}{17} \quad б) 18 \frac{3}{4} : 15 = \left(15 + 3 \frac{3}{4} \right) : 15 = 1 \frac{1}{4}.$$

На деление числа на дробь или смешанное число и нахождение числа по величине его дроби предложено 6 групп упражнений, которые просто решаются по общеизвестному правилу деления дробей или применением распределительности деления.

Глава V.

Десятичные дроби

При изложении десятичных дробей в V классе повторяются и закрепляются основные приемы устного и письменного выполнения арифметических действий над целыми и дробными числами.

Рекомендуем в начале изложения каждого действия над десятичными дробями не задерживаться на устных приемах. Быстрый переход к письменному приему даст возможность раскрыть перед учащимися преимущества устных приемов и целесообразность их применения при письменном оформлении действий.

Нумерация, сравнение и преобразования десятичных дробей усваиваются учащимися устным и полуписьменным решением 11 групп упражнений такого вида:

1) Назвать частное и остаток от деления на 10 чисел: 28, 128, 504...

2) Записать в виде обыкновенных дробей следующие числа: 0,2; 0,05; 0,35; 0,215 и др.

3) Выразить в десятых долях: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{5}$ и др.

4) Прочитать числа в 10 раз меньше данных: 240; 38; 5; 5,2; 0,04 и др.

К каждой из групп упражнений даны соответствующие методические указания.

Для выработки прочных навыков производства сложения и вычитания десятичных дробей предложены группы упражнений для устного решения в такой последовательности:

1) Сложение (вычитание) целого числа с правильной десятичной дробью и вычитание правильной дроби из целого числа.

2) Сложение целого числа с неправильной десятичной дробью и вычитание из неправильной дроби целого числа.

3) Сложение (вычитание) правильных десятичных дробей с одинаковыми знаменателями.

4) Сложение (вычитание) правильных десятичных дробей, имеющих разные знаменатели.

5) Сложение (вычитание) неправильных десятичных дробей и неправильной дроби с правильной (с разными и одинаковыми знаменателями).

Сложение и вычитание излагаются последовательно, а не параллельно. Перед выполнением первой группы упражнений на вычитание учащимся предлагаются примеры на дополнение правильной десятичной дроби до единицы. Навыки такого дополнения применяются при выполнении упражнений всех последующих групп.

В каждую группу включены примеры, рациональное решение которых требует применения законов и свойств арифметических действий.

Каждую ступень умножения десятичных дробей начинаем с примеров, в которых десятичные дроби записаны со знаменателем. Это обеспечивает повторение действий над обыкновенными дробями, теоретическое обоснование способов умножения десятичных дробей и возможность распространения приемов упрощения вычислений при умножении целых чисел и обыкновенных дробей на умножение дробей десятичных.

Частные приемы упрощенного умножения десятичных дробей вводятся постепенно в каждую группу упражнений. Например:

$$1) 24,8 \cdot 25 = 248 \cdot 25 : 10 = 620;$$

$$2) 84 \cdot 0,26 = 84 \cdot (0,25 + 0,01) = 84 \cdot 0,25 + 84 \cdot 0,01 = 84 \cdot \frac{1}{4} + 0,84 = 21,84;$$

$$3) 0,125 \text{ от } 728 \text{ равны } 728 \cdot \frac{1}{8} = 91.$$

Такое размещение частных приемов приводит к оптимальной их **повторяемости** и содействует развитию навыков самостоятельного выбора путей рационального решения предложенных примеров.

Всего на умножение десятичных дробей предложено 18-ть групп упражнений с описанием рациональных приемов их решения и некоторыми указаниями методического характера.

Устное и полуписьменное производство деления десятичных дробей сопряжено с рядом трудностей, одним из способов устранения которых является хорошо продуманное распределение упражнений на ступени и тщательная проработка каждой из них.

В работе предложено двенадцать ступеней деления десятичных дробей. Примеры каждой ступени подобраны так, чтобы, выполняя их, учащиеся, наряду с приобретением новых навыков, закрепляли и совершенствовали навыки применения общего и частных приемов устного деления целых чисел.

Ступени деления рекомендуется осуществлять решением системы упражнений, состоящей из 18 групп, в каждую из которых входит от 3-х до 15 примеров. Кроме того предложено 7 групп упражнений, которые рекомендуется давать учащимся при повторении деления и всех действий над десятичными дробями. Эти группы примеров и приемы их рационального решения аналогичны упражнениям, предложенным для повторения деления обыкновенных дробей.

Перед производством совместных действий над десятичными и обыкновенными дробями предложена таблица и 5 видов упражнений на преобразование обыкновенных дробей в десятичные. Устно рекомендуем обращать в конечные десятичные только дроби со знаменателями, входящими в таблицу, т. е. со знаменателями 2, 4, 5, 8, 16, 20, 25, 32, 40, 50, 64, 80.

Приближенное выражение обыкновенной дроби в виде десятичной вообще рекомендуем находить письменным приемом, но если знаменатель дроби меньше 20 или выражен однозначным числом круглых десятков или сотен, то можно устно находить приближенное значение таких дробей с точностью до одной десятой или одной сотой.

Умения и навыки внимательно анализировать числовые данные примеров на сложение и вычитание обыкновенных и десятичных дробей необходимы для сознательного выбора способа их рационального решения. Такие умения и навыки вырабатываются устным выполнением групп примеров, для рационального решения которых целесообразно: а) обыкновенную дробь преобразовать в десятичную $\left(8,575 + \frac{3}{8}\right)$ б) десятичную дробь преобразовать в обыкновенную $\left(18\frac{7}{8} - 10,375\right)$.

Затем предложены упражнения, в решении которых неизбежно преобразование десятичной дроби в обыкновенную при требовании точного результата вычислений $\left(\frac{1}{3} + 0,5\right)$.

Если нужно получить приближенный результат вычислений, то в упражнениях этого вида целесообразно обращать обыкновенную дробь в десятичную с точностью до наименьшей доли второго компонента. На применение рациональных приемов решения примеров на сложение или вычитание более двух компо-

ентов дана группа упражнений такого вида: $10,5 + 5 \frac{1}{4} +$
 $+ 3 \frac{1}{6} + 15 \frac{1}{12} = 10,5 + 23 + \left(\frac{3}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} \right) = 10,5 +$
 $+ 23,5 = 34.$

При совместном производстве деления и умножения десятичных и обыкновенных дробей рекомендуем не приводить дробей к одному виду, а всегда учитывать специфику каждого отдельного упражнения.

В работе подробно рассмотрены рациональные решения нескольких примеров на совместное умножение и деление обыкновенных и десятичных дробей и для выработки соответствующих навыков предложены четыре группы упражнений.

В конце главы дано 39 примеров для полуписьменного решения при повторении арифметики в VI и последующих классах средней школы.

Глава VI.

ПРОЦЕНТЫ И ПРОПОРЦИИ

Для сознательного восприятия понятия процента, как десятичной дроби со знаменателем 100, и устного решения основных типов задач на проценты, необходимо создать прочные навыки устного преобразования чисел в проценты и наоборот.

Для образования этих навыков предложены группы упражнений вида: а) Выразить в процентах 1) 0,85; 0,04; 1,25; 2) 0,3; 5,7; 3) 2; 80; 4) 0,001; 20,509; 5) $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{4}$; 6) $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{1}{12}$ с точностью до 1%. б) Выразить: 1) 15%; 20%; 150%; десятичной дробью; 2) 50%; 25%; $33 \frac{1}{3}$ % обыкновенной дробью.

С целью облегчения производства перечисленных упражнений рекомендуется изготовить 4 таблицы преобразования простейших дробей в проценты и процентов в простейшие дроби, а также научить ими пользоваться при устных и полуписьменных вычислениях.

Затем предложены упражнения такого вида: а) Сколько процентов данного числа составляет число, большее данного в «а» раз? б) Некоторое число больше данного в «а» раз. На сколько процентов (данного числа) это число больше данного? в) Некоторое число больше данного на r%. Во сколько раз это число больше данного?

Ответы на предложенные вопросы закрепляются решением ряда упражнений, построенных на числовых данных пятой пятилетки.

Изложение основных задач на проценты рекомендуем начинать с нахождения процентного отношения двух чисел, так как задачи этого вида имеют наибольшее распространение в практике и хорошо характеризуют природу процента, как сотой части числа.

Для каждой из предложенных групп упражнений видоизменяется формулировка вопросов таким образом: 1) Найти процентное отношение чисел: а) 5 к 10; 6 к 15 и др.; б) $2 \frac{1}{2}$ к 5; 1,2 к 1,6 и др.; в) 14 к 70; 2,7 к 3,6 и др.

2) Сколько процентов суммы составляет каждое из слагаемых: а) $4 + 6$; $21 + 29$ и др.; б) $3 + 9$; $42 + 6$ и др.

3) Найти процентное отношение разности к уменьшаемому: а) $10 - 8$; $32 - 24$; и др.; б) $20 - 12$; $75 - 63$ и др.

4) На сколько процентов а) 10 больше 8; 180 больше 150 и др. б) 12 меньше 16; 76 меньше 80 и др.

Приближенное значение процентного отношения двух чисел учащиеся находят, решая примеры 6 групп упражнений, аналогичных 1—4.

Навыки устного нахождения процентов данного числа создаются решением упражнений в такой последовательности:

1) Найти 1% от числа: 25, 80, 6,2 и др.

2) Найти 10% от числа: 32, 60, 8, 25,6 и др.

3) Найти 2% от 18; 7% от 11; 9% от 700 и др.

4) Найти 30% от 12; 90% от 800; 40% от 2,5 и др.

Для рационального и быстрого решения этих примеров рекомендуем находить раньше 10% числа и полученный результат умножать на число десятков.

5) Найти 50% от 18; 75% от 36; 12,5% от 96 и др.

Здесь рекомендуем проценты обратить в обыкновенную дробь и найти ее от данного числа.

6) Найти 51% от 700; 49% от 180; 26% от 720 и др.

Для решения этих примеров целесообразно: число процентов представить в виде суммы или разности.

7) Найти 64% от 12,5; 56% от $14 \frac{2}{3}$; 42% от $16 \frac{2}{7}$ и др.

Рекомендуем вычислять так: 64% от 12,5 все равно, что 12,5% от 64, т.е. $\frac{1}{8}$ от 64.

Умения и навыки устно находить число по данной величине его процентов приобретаются решением таких групп упражнений:

1) Найти число, если: 2% его равны 8;

2) Найти число, если: 50% его равны 28; 25% его равны $20 \frac{1}{4}$ и др.

Рекомендуем проценты выразить обыкновенной дробью и найти число по величине этой дроби.

При производстве операций над отношениями и решении пропорций новых приемов устных вычислений не вводим, но рекомендуем внимательно следить за **своевременным и рациональным** применением уже **известных** учащимся приемов устного производства действий над целыми и дробными числами.

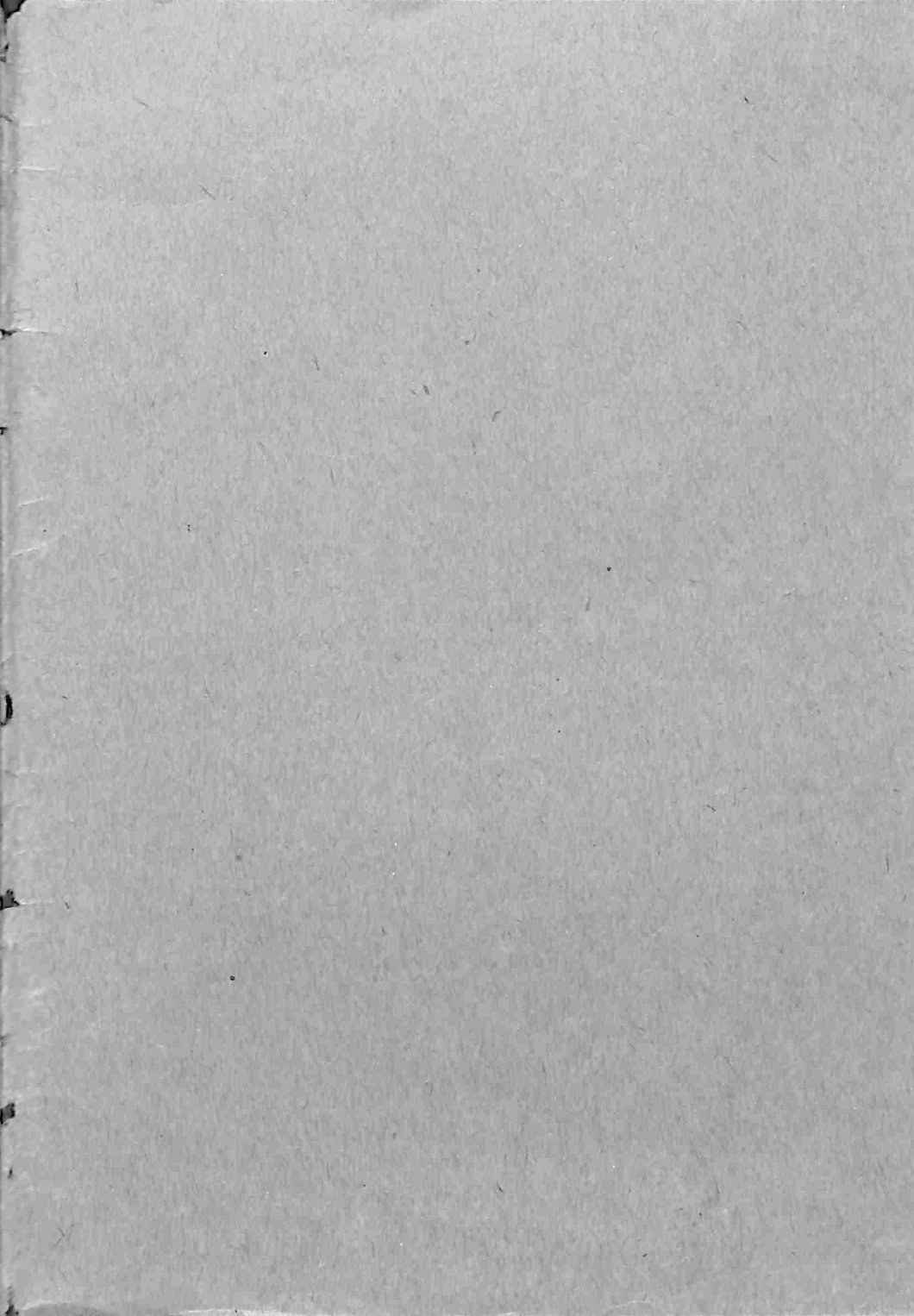
На преобразования и определение неизвестного члена отношений предложено 9 групп упражнений. Операции над отношениями повторяются при производстве преобразований и решении пропорций, поэтому здесь достаточно указать только основные группы упражнений на устное или полуписьменное определение неизвестного члена пропорции.

Эти упражнения разделены на два вида. К первому виду отнесены примеры, в которых неизвестный член находится без предварительных преобразований пропорции, ко второму — упражнения, в которых неизвестный член пропорции проще вычисляется после некоторых предварительных преобразований. Например: 1) $2 : x = 7 : 1$; $11 : x = 5 : 4$. 2) а) $x : 8 = 14 : 7$. Сократим второе отношение на 7 и получим $x = 8 \cdot 2$; б) $16 : x = 8 : 25$. Разделим предыдущие члены на 8 и получим $x = 2 \cdot 25$; в) $19 : 13 = x : 26$. Разделим последующие члены на 13 и получим $x = 19 \cdot 2$.

Для выработки навыков применения способов упрощенного определения неизвестного члена пропорции предложено две группы упражнений. Всего же на эту тему дано 12 групп упражнений, потому что прочные навыки определения неизвестного члена пропорции могут быть достигнуты в результате длительной и большой по объему вычислительной работы, которую возможно осуществить только при производстве значительной ее части устными приемами.

В заключении дана краткая характеристика принципиальных основ и содержания предложенной системы упражнений и перечислены основные способы, упрощающие вычисления, которые должны быть включены в минимум приемов, обязательных для учащихся средней школы.

Не претендуя на полноту отбора обязательных вычислительных приемов и безупречность предложенной системы упражнений для устных вычислений, мы считаем, что практическое их осуществление в средней школе, при систематическом планировании и учете, сыграет положительную роль в решении проблемы повышения вычислительных навыков учащихся средних школ до уровня, удовлетворяющего задачам политехнического обучения в этой части.



B	54963
---	-------

2

10