ПРОБЛЕМА ЗАХИСТУ ВІД УГАДУВАННЯ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ ДПА ТА ЗНО З МАТЕМАТИКИ

Школьний О.В.,
кандидат фіз.- мат. наук, доцент,
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

У статті розглядається проблема вгадування відповідей до тестових завдань з математики. Здійснено систематизацію прийомів угадування, наведено приклади та методичні рекомендації, що дозволяють покращити якість тестових завдань ДПА та ЗНО з математики і захистити їх від отримання правильної відповіді без демонстрації необхідних для цього знань, умінь і навичок.

В статье рассматривается проблема угадывания ответов к тестовым заданиям по математике. Проведена систематизация примов угадывания, приведены примеры и методические рекомендации, которые позволяют улучить качество тестовых заданий ДПА и ВНО по математике и за щитить их от получения правильного ответа без демонстрации необходимых для этого знаний, умений и навыков.

In this paper we consider the problem of guessing the answers of math test items. We systematize the techniques of guessing, put some examples and guidelines that can improve the quality of tests STA and SET in mathematics and protect them from getting the right answer without a demonstration of the necessary knowledge and skills.

Постановка проблеми. У цій статті автор не буде прагнути «заклеймити» як саме явище спроб угадування відповідей до тестових завдань з математики, так і учасників цих спроб та «надихачів» до них – вчителів, репетиторів і просто кмітливих товаришів.

Метою цієї статті є прагнення розібратися в суті самого явища вгадування, причинах, які штовхають учнів до цього шляху, а також визначити основні способи якщо не повного подолання, то принаймні мінімізації прагнення розв'язати тестові завдання «нечесним» шляхом.

Цікаво також дізнатися, чи є намагання вгадати відповідь закономірним явищем, притаманним усій системі тестування, чи все-таки це, скоріше, «остання соломинка», за яку хапається «потопаючий» у морі тесту абітурієнт?

Усі ці запитання стали особливо актуальними у зв'язку з упровадженням МОНМС України зовнішнього незалежного оцінювання якості знань (далі – ЗНО), яке проводить Український центр оцінювання якості освіти (далі – УЦОЯО). Тест УЦОЯО покликаний, у першу чергу, адекватно оцінити рівень знань випускника з того чи іншого предмету, встановити градацію, шкалу, за якою можна було би проводити порівняння якості знань, зокрема, під час конкурсного відбору для вступу до вишу.

З моменту появи ЗНО з математики вчительськими і не лише вчительськими кулуарами почали блукати «крамольні» коментарі стосовно того, що оскільки завдання тесту УЦОЯО перевіряють лише результат розв'язування задачі, а не його процес, то таке тестування не може бути об'єктивним. Дійсно, нібито учень з низьким рівнем математичної підготовки за рахунок вгадування може запросто набрати більшу кількість балів, ніж гарно навчений учень. Буцім-то існують спеціальні «прийомчики», за допомогою яких «натасканий» репетитором двійочник може отримати чи не кращий результат за відмінника.

Насправді, якісна підготовка до тестування (як і до будь-якого серйозного життєвого випробування – співбесіди під час працевлаштування, служби у збройних силах, народження дитини тощо) має багато складових. Зокрема, на нашу думку, окрім змістової складової, слід виділити складову психологічну. Нехтування цією складовою часто є однією з причин низьких результатів навіть гарно навчених випускників під час ЗНО.

Однак, психологічний аспект підготовки до тестування у цій статті будемо розглядати дещо під іншим кутом. Взагалі кажучи, тестування – це своєрідне змагання між тим, хто складає тест і тим, хто його розв'язує. І, як у кожного змагання, дуже важливим (якщо не головним) у ньому є його результат, тобто своєрідна «перемога» над «суперником». А для досягнення перемоги слід уміти використовувати не лише власну силу, а також і слабкість суперника.

Іншими словами, під час тестування для досягнення максимального результату, тобто задля «перемоги», учень не лише може, а навіть повинен шукати «слабинки» у тестових завданнях з метою економії часу на розв'язування завдань, де таких «слабинок» немає. Це, власне, і є ті самі «прийомчики», про які йшлося кількома абзацами вище.

Тому, на мою думку, *вгадування відповідей до тестових завдань є скоріше закономірним, ніж випадковим явищем*, оскільки, як це не прикро визнавати, результат тестування для учня найчастіше є значно важливішим, ніж наявність у нього глибоких знань з того чи іншого предмету.

Звісно, тест УЦОЯО готується висококваліфікованими фахівцями, проходить багатоступеневу вичитку та рецензування, а тому завдань зі «слабинками» у ньому мінімальна кількість (принаймні автори в це щиро вірять). Та все одно, оскільки автор завдання і рецензент – люди, яким властиво іноді помилятися, хотілося би виділити основні, типові помилки при створенні тестових завдань, які ведуть до можливості вгадування правильної відповіді.

Не хотілося б також при розгляді проблеми вгадування відповідей до тестових завдань з математики обмежуватися лише завданнями тесту УЦОЯО, оскільки, *по-перше*, з 2010 року ЗНО вже не є єдиною формою відбору майбутніх першокурсників, при конкурсному зарахуванні враховується також і середній бал атестата. Це означає, що при вступі зростає роль державної підсумкової атестації з математики (далі – ДПА) випускників шкіл, технікумів, коледжів тощо. Під час ДПА також використовуються тестові завдання різних форм, а тому залишити поза увагою цей сектор освітньої діяльності, де також можливе вгадування, на наше переконання, було б нерозумно.

По-друге, використання тестових завдань під час проведення ДПА та ЗНО з математики спричинило масову появу таких завдань у більшості діючих підручників та посібників із 5-го по 11-й клас, а іноді й у початковій школі. При цьому тестові завдання використовуються як для проведення поточних занять, так і для проведення тематичного та підсумкового контролю якості знань з математики.

На мою думку, така популярність тестової форми перевірки знань учнів робить проблему створення якісних тестів і тестових завдань з математики особливо актуальною. За останні роки автор разом із колегами присвятили цій проблемі більше десятка статей у фахових виданнях, із яких особливо хотіли би виділити роботи [1] і [2], які стосуються загальних принципів побудови якісних тестових завдань з математики різних форм.

Зауважимо, що у всіх згаданих публікаціях ми постійно наголошуємо на тому, що *якість тестового завдання значною мірою залежить від того, чи відповідає це завдання встановленим специфікаціям*.

Це означає, що *тестове завдання може бути якісним лише тоді, коли воно перевіряє саме ті знання, уміння та навички, які закладалися його розробником, демонструючи при цьому саме ті види розумової діяльності, які були ним заплановані*.

Звісно, окремі завдання можуть (і часом навіть повинні!) мати кілька альтернативних способів розв'язування. Однак, в ідеалі, навіть ці кілька способів мають бути передбачені розробником і мають бути хоча би приблизно одного рівня складності. Це забезпечує рівність умов для учня, який знає чи не знає альтернативний шлях до відповіді.

Слід наголосити також, що відповідність усім своїм специфікаціям є необхідною, але не достатньою умовою того, щоб тестове завдання було якісним. Зрозуміло, що існують і інші вимоги до якісних тестових завдань, які будуть висвітлені в наступних авторських публікаціях, присвячених даній тематиці.

Виклад основного матеріалу.

1. Що означає «вгадати відповідь» до тестового завдання? Під *угадуванням* будемо розуміти такий *спосіб отримання відповіді (не розв'язування!) до тестового завдання, який не збігається з авторським задумом стосовно цього завдання*. При цьому *вгадування також не є альтернативним чи більш раціональним способом розв'язування завдання*. Навпаки, воно дозволяє учневі отримати правильну відповідь до тестового завдання, практично не володіючи тими знаннями, на перевірку яких воно спрямовано.

Іншими словами, вгадування дозволяє учневі отримати результат, не продемонструвавши тих знань, умінь і навичок, які він повинен би був при цьому продемонструвати.

Зрозуміло, що іноді замість потрібних знань та умінь можуть бути проявлені інші (причому часто не менш важливі) знання та уміння. Однак, під час тестування ці інші знання та уміння можуть (і, взагалі кажучи, навіть повинні) перевірятися іншими завданнями тесту. Як наслідок, виникає мимовільне дублювання завдань, чого, на нашу думку, слід уникати.

Прийомом (методом) *угадування будемо називати лише такі прийоми, які дозволяють <u>гарантовано</u> отримати результат, а не звузити коло можливих варіантів з метою подальшого здійснення <u>«гадання»</u>, тобто вибору варіанту відповіді <u>навмання</u>, але не з усіх запропонованих альтернатив, а з меншої їх кількості*.

На моє переконання, *більшість прийомів угадування базуються на недоліках у самому тестовому завданні* і ні в якому разі не можуть претендувати на універсальність. Тому, розглядаючи конкретні тестові завдання, після їх «розв'язання» за допомогою того чи іншого методу вгадування, буде наведено один чи кілька можливих способів покращення якості цього завдання.

У ідеалі передбачається, що після вдосконалення тестове завдання більше не повинно вгадуватися. Однак, далеко не завжди тестове завдання вдається «врятувати», у багатьох випадках доводиться взагалі відмовлятися від нього, не зважаючи на «привабливість» чи оригінальне формулювання цього завдання.

2. Намагаючись з'ясувати **причини появи неякісних тестових завдань** у друкованих джерелах різних видів (статтях, підручниках та посібниках по підготовці до ДПА та ЗНО тощо), виділимо кілька факторів, які цьому сприяють.

По-перше, завдання, сформульовані в тестовій формі (особливо це стосується завдань із вибором однієї альтернативи з кількох запропонованих), є для окремих авторів підручників та посібників певною мірою «чужими» і часто навіть неприродними. Їм може здаватися, що досить до традиційного завдання (з повним обґрунтуванням) навести 4 чи 5 альтернатив – і одразу вийде завдання, сформульоване в тестовій формі з вибором однієї альтернативи. Звісно, такий підхід є дещо наївним і може призвести до того, що побудоване таким чином завдання буде вгадуватися.

По-друге, тестова форма перевірки якості знань з математики останнім часом є, так би мовити, «модною тенденцією». Як наслідок, окремі автори підручників та посібників можуть використовувати ці завдання, не задумуючись при цьому над проблемою *доцільності* такого використання. На мою думку, безпосередньо в процесі навчання математики тестові завдання з вибором однієї альтернативи мають відігравати лише допоміжну роль, оскільки доволі часто форма завдання відволікає від його суті.

Лише з часом, коли тестові завдання різних форм стануть «природним явищем» (наприклад, як у США та багатьох інших країнах) і будуть сприйматися учнями як щось традиційне і зрозуміле, такі завдання можна буде застосовувати у всіх компонентах навчального процесу. Однак, на моє переконання, відкритим і дискусійним залишається навіть саме питання про необхідність того, щоб тестування стало «природним явищем» української школи, оскільки в Україні протягом тривалого часу сформувалися власні освітні традиції. Тому я вважаю, що проведення різного роду тестувань є лише одним із багатьох можливих шляхів до покращення якості математичної освіти, який ні в якому разі не слід сприймати як панацею.

По-третє, доступ до сучасних методичних розробок у галузі тестування для вчителів та методистів нині є доволі обмеженим, а кількість відповідних публікацій у фахових виданнях з методики навчання математики – незначною.

Не секрет, що нині фахові навчально-методичні видання переживають певні труднощі і видаються невеликими накладами. Зрозуміло, що в такій ситуації методичні поради щодо створення тестових завдань різних форм, а також аналіз типових помилок, які допускаються при цьому, можуть просто не потрапити на очі тому, кому це потрібно.

Я вважаю, що описана ситуація у сфері розповсюдження знань про тестові технології є неприйнятною для української школи і закликаю фахівців у цій сфері активніше доносити результати своїх досліджень до зацікавлених слухачів через публікації в журналах і збірниках наукових праць, через доповіді на конференціях, семінарах, круглих столах тощо.

Нарешті, *по-четверте*, прагнення вчителів опанувати методику розробки тестових також знаходиться на доволі низькому рівні. Окремі вчителі сприймають тестову форму проведення ДПА та ЗНО як тимчасове явище і приділяють тестологічним дослідженням значно меншу увагу, ніж вони того заслуговують.

У результаті виходить парадоксальна ситуація: тестові завдання вчителі створювати і використовувати змушені, а робити це якісно не завжди вміють і не завжди хочуть навчитися. А попри всі труднощі можливості для навчання є!

Щороку Український центр оцінювання якості освіти МОНМС України (далі – УЦОЯО) спільно з Американською Радою (American Council) за Програмою сприяння розвитку зовнішнього незалежного тестування (USETI) проводить семінари-тренінги для розробників тестових завдань із залученням досвідчених міжнародних експертів-тестологів та провідних вітчизняних фахівців у цій галузі.

Свого часу автор цієї статті (у складі авторського колективу разом із кандидатом фіз.-мат. наук, доцентом НаУКМА Ю.О.Захарійченком) взяв участь у традиційному конкурсі розробників тестових завдань, який проводить УЦОЯО, і був включений до складу учасників згаданого семінару-тренінгу. З того часу наш авторський колектив є постійним учасником таких занять і кожного разу через спілкування з досвідченими колегами ми прагнемо покращити власний рівень розуміння суті тестових завдань різних форм, а також у кожному своєму наступному посібнику зробити тестові завдання якіснішими, ніж вони були в попередньому. Читач може в цьому пересвідчитися, проаналізувавши посібники [3]-[7].

На нашу думку, такий шлях доступний кожному зацікавленому вчителю математики. Крім того, за останні кілька років за програмою USETI була підготовлена достатня кількість фахівців у сфері розробки якісних тестових завдань, які, в свою чергу, могли би поширювати свої знання через власні семінари-тренінги. Однак, для цього потрібна, як то кажуть, «ініціатива знизу» – інтерес учителів, а також працівників місцевих методичних кабінетів та відділів освіти. Зокрема, наш авторський колектив готовий, у разі наявності такого інтересу, підтвердженого конкретними пропозиціями, проводити відповідні семінари для всіх охочих.

3. Основні прийоми вгадування. Зрозуміло, що здійснення повної класифікації способів угадування відповідей до тестових завдань є непростим завданням, оскільки автор цієї статті спирається лише на власний досвід і досвід тих колег, які згодилися поділитися своїми «секретами» в цій сфері. Тому цілком можливо, що хтось із читачів, окрім наведених нижче способів та прийомів, знає ще й якісь інші. У цьому випадку я буду щиро вдячний дописувачам за надану інформацію в якості зворотного зв'язку.

Виділимо *сім основних прийомів угадування* відповідей до тестових завдань з математики. Висвітливши їх сутність, наведемо кілька прикладів тестових завдань, які ілюструють ці прийоми. Наведені приклади є реальними, тобто взятими з наявних на ринку посібників по підготовці до ЗНО та ДПА (див. [8-17]). Із етичних міркувань під час розгляду прикладів не будемо подавати прямих посилань на конкретні джерела, але збережемо авторську стилістику кожного з наведених завдань.

<u>Прийом перший</u>: «*Довго не думай, а перебирай!*» Іншими словами цей прийом можна описати як «розв'язування задач «для чайників» або «математика теж має почуття гумору». Його суть полягає у виявленні грубих недоречностей в умовах тестових завдань і застосуванні прямого перебору для отримання правильної відповіді. Ознаками для цього перебору можуть бути «межові» значення для областей допустимих значень виразів, що

входять до рівнянь чи нерівностей, значення змінних, при яких значення виразів легко обчислюється і дає потрібний результат тощо.

Приклад 1. Зазначте найменше ціле число, що є розв'язком нерівності $\dfrac{(x+1)^2\,|x-3|}{x-2} \geq 0$.

А	Б	В	Г	Д
2	1	– 1	3	4

«Розв'язання». Серед запропонованих альтернатив ***найменшим*** є число -1 з альтернативи **В**. Підставимо це значення в ліву частину нерівності: $\dfrac{(-1+1)^2\,|-1-1|}{-1-2} \geq 0$, тобто отримуємо правильну числову нерівність $0 \geq 0$. Отже, правильна відповідь – **В**.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[4]{x+8} - \sqrt[4]{x-8} = 2$.

«Розв'язання». Для цього рівняння областю допустимих значень (ОДЗ) змінної x є проміжок $[8;+\infty)$. Покладемо $x=8$. Матимемо: $\sqrt[4]{8+8} - \sqrt[4]{8-8} = \sqrt[4]{16} - \sqrt[4]{0}$ $2-0=2$. Отже, число 8 є коренем даного рівняння. Оскільки завдання сформульовано так, що можливість наявності кількох коренів рівняння виключається, то $x=8$ є остаточною відповіддю.

<u>Коментар</u>. Загальні поради для уникнення недоречностей, які ведуть до вгадування прямим перебором:

1) *бажано* до завдань із вибором однієї правильної відповіді на розв'язування рівнянь у якості альтернатив *не подавати безпосередньо корені рівняння*, особливо, якщо підстановка їх у рівняння не викликає значних технічних труднощів;
2) *бажано* до завдань на розв'язання нестрогих нерівностей у якості відповідей *не обирати числа, при яких нестрога нерівність виконується як рівність*;
3) *бажано* до завдань на розв'язування рівнянь з обмеженнями на ОДЗ змінної *не обирати у якості коренів чисел, які належать межі ОДЗ*;
4) *бажано* до завдань із короткою відповіддю не виключати можливість неоднозначної відповіді, запропонувавши у альтернативному випадку вказувати суму чи добуток кількох значень, які є розв'язками.

<u>Прийом другий</u>: «*Переходь від загального до часткового!*» Часто в тестових завданнях пропонують розв'язати задачу в загальній постановці, не помічаючи, що *відповідь* залишається такою самою, якщо розглянути простий частковий чи вироджений випадок цієї задачі. Іншими словами, можна накласти на загальну задачу додаткові обмеження, які не змінять відповідь до неї, але спростять її розв'язання.

Приклад 3. Спростіть вираз $\dfrac{x^2+x-xy-y}{x^2+x+xy+y} : \dfrac{x^2-x-xy+y}{x^2-x+xy-y}$.

«Розв'язання». Оскільки це сформульовано як завдання з короткою відповіддю, то воно передбачає однозначну відповідь, яка *не залежить* від значень змінних x та y. Тому покладемо (для зручності) $x=0$ та $y=1$. Отримаємо: $-1:(-1)=1$. Отже, правильною відповіддю є число **1**.

Приклад 4. Ресторан швидкого харчування у рекламних цілях спочатку знизив ціну на комплексний обід на 20%, але потім підвищив її на n%. У результаті кінцева ціна стала на 20% більшою від початкової. Знайдіть n.

«Розв'язання». У цій задачі відповідь ***не залежить*** від абсолютного значення початкової ціни обіду. Тому (для зручності) нехай початкова ціна становить 100 грн, тобто 1% початкової ціни становить 1 грн. Після зниження ціни вартість обіду становитиме $100-20=80$ грн. Кінцева ж ціна комплексного обіду дорівнює $100+20=120$ грн. Отже, кінцева ціна більша від початкової на 40 грн, які від проміжного значення (80 грн) становлять $40:80\cdot 100\%=50\%$. Отже, відповідь: $n=50$.

<u>Коментар</u>. Загальна порада для уникнення недоречностей, які ведуть до вгадування спрощенням лише одна: слід формулювати завдання таким чином, щоб розгляд часткових чи вироджених випадків не призводив до *суттєвого* спрощення розв'язання задачі. На жаль, якщо завдання вже допускає таке суттєве спрощення у часткових випадках, то виправити їх практично неможливо, такі завдання краще зовсім замінити. Можна, звичайно, намагатися відволікти увагу учня від спрощення, додаючи до умови несуттєві додаткові обмеження, але досвідчений і «гадальник» одразу це виявить і все одно скористається прийомом спрощення, хоч і в дещо видозміненій формі (див. наступний прийом угадування).

<u>Прийом третій</u>: *«Увага! Зайва інформація!»* Окремі тестові завдання можуть містити в умові інформацію, яка дозволяє в обхід матеріалу, знання якого повинно було б перевіряти це завдання, отримувати потрібну відповідь підстановкою чи спрощенням. Тоді та частина умови завдання, яка, за задумом автора, повинна була би бути головною, фактично, стає *зайвою*, оскільки не впливає на вибір правильної відповіді.

Приклад 5. Укажіть функцію $y=f(x)$, яка задовольняє умову $f(x)<3$ при $x\in(0;+\infty)$.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$y=\sin 3x$	$y=3^x$	$y=3x$	$y=x^3$	$y=\log_3 x$

«Розв'язання». Функція $y=\sin x$ задовольняє умову $f(x)<3$ для *будь-яких* значень змінної x, а отже, і для $x\in(0;+\infty)$. Оскільки правильна відповідь лише одна, то інші альтернативи можна не розглядати, а умова $x\in(0;+\infty)$ є *зайвою* і правильна відповідь – **А**.

Приклад 6. Яке з поданих чисел ділиться на 3, але не ділиться ні на 2, ні на 5?

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
120330	2736	3321	53145	3330

«Розв'язання». Для розв'язування цього завдання досить пам'ятати, що числа, які закінчуються парною цифрою, діляться на 2, а числа, які закінчуються нулем або цифрою 5, діляться на 5. Ознаку подільності на 3, яка дещо складніша за дві попередні, пам'ятати не обов'язково, бо числа з варіантів А, Б і Д діляться на 2, а число з варіанту Г ділиться на 5. Отже, умова подільності на 3 є зайвою, а правильна відповідь – **В**.

<u>Коментар.</u> Головною порадою для уникнення недоречностей, які ведуть до вгадування звуженням умови, є акуратний підбір доречних альтернатив. Вони мають бути складені таким чином, щоб усі частини умови завдання були «робочими», тобто такими, щоб розгляд лише однієї з них не призводив до однозначної відповіді.

Прийом четвертий: *«Оцінюй!»* Інколи відповідь до тестового завдання можна отримати шляхом оцінки чи «прикидки» наближеного значення виразу, який містять альтернативи чи умова завдання. Тоді виконувати громіздкі перетворення зовсім не обов'язково.

Приклад 7. Вказати розв'язок рівняння $\frac{x}{12}+\frac{x}{20}+\frac{x}{30}+\frac{x}{42} \quad -4$.

А	Б	В	Г	Д
– 210	– 21	1	3	42

«Розв'язання». Оскільки всі знаменники дробів у лівій частині рівняння є додатними, а сума цих дробів є від'ємною, то $x<0$. Отже, правильною може бути лише або відповідь **А**, або відповідь **Б**. Нехай $x=-210$. Тоді $\frac{-210}{12}=-17{,}5<-4$. Очевидно, що підставляти $x=-210$ у інші доданки не потрібно і правильна відповідь – **Б**.

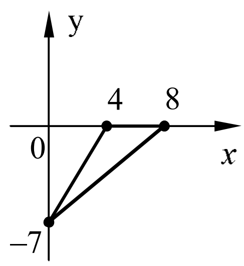
Приклад 8. Обчисліть $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$.

«Розв'язання». «Чесне» розв'язання цього завдання передбачає серію послідовних виділень повних квадратів двочлена. Але навіщо це робити, якщо відповідь має бути записана *десятковим дробом*? Дійсно, оскільки $\sqrt{a}\geq 0$ і всі числа у підкореневих виразах є цілими, то і відповідь має бути натуральним числом або нулем. Але $2<\sqrt{5}<3$, а тому $1<\sqrt{\sqrt{5}}<2$. В умові завдання маємо $\sqrt{\sqrt{5}-\text{"\textit{щось додатне і менше за} }\sqrt{5}\text{"}}$, а тому $0<\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}<2$ і вираз є натуральним числом, тобто відповіддю є число **1**.

Коментар. Порада стосовно уникнення недоречностей, пов'язаних з угадуванням шляхом оцінювання, аналогічна попередньому прийому: слід бути уважним при підборі альтернатив. Альтернативи повинні виключати можливість відкидання всіх неправильних відповідей шляхом оцінки. Така сама порада і для завдань із короткою відповіддю: вираз має бути таким, щоб його груба оцінка не давала можливості локалізувати єдину правильну відповідь.

Прийом п'ятий: *«Малюй і дивись!»* Прийом грунтується на ідеї «доведення» тверджень давньогрецькими геометрами: вони просто малювали малюнок, який гранично точно відповідає умові задачі і писали під ним слово «Дивись!»

Приклад 9. Відомо, що вершини трикутника знаходяться у точках із наступними координатами: $A(4;0)$, $B(8;0)$, $C(0;-7)$. Визначте, яким є трикутник ABC.



А	Б	В	Г	Д
тупокутним	прямокутним	гострокутним	рівнобедреним	рівностороннім

«Розв'язання». Побудуємо в прямокутній системі координат точки з умови завдання (див. малюнок) і скажемо «магічне» слово «Дивись!» Очевидно, що правильна відповідь – **А**.

Приклад 10. Дано вершини трикутника ABC: $A(2;1;7)$, $B(-1;1;3)$, $C(-8;1;2)$. Знайдіть внутрішній кут (в градусах) при вершині B.

«Розв'язання». Оскільки легко помітити, що у всіх трьох вершин трикутника ордината $y=1$, то цей трикутник знаходиться у площині, яка паралельна координатній площині xOz. Спроектувавши ортогонально (тобто виключивши другу координату) трикутник ABC на площину xOz і зобразивши точки у відповідній системі координат, отримаємо відповідь: $\angle B = 135^{\circ}$.

Зауважимо також, що до завдань із короткою відповіддю, які передбачають знаходження кутів трикутників у градусах, маючи лише координати вершин трикутника, відповідями можуть бути лише числа 30, 45, 60, 90, 120, 135 і 150. Дійсно, ці кути «чесно» знаходяться за їх косинусами через формулу скалярного добутку, а тому «гарні» відповіді можна отримати лише для табличних кутів. Зрозуміло, що за якісного малюнку на аркуші в клітинку розрізнити ці кути досить просто.

Коментар. Щоб уникнути масового застосування «грецького» прийому вгадування, на мою думку, краще підбирати в задачах такі точки, які, навіть за наявності клітинок, не дадуть однозначної відповіді лише з малюнка. Зокрема, не варто в завданнях із короткою відповіддю ставити запитання про кут саме у градусах між векторами чи відрізками, досить обмежитися знаходженням його косинуса чи іншої тригонометричної функції, яка виражається десятковим дробом і не є табличним значенням.

Прийом шостий: «*Подумай і підставляй!*» Прийом, який схожий за своєю сутністю на перший, однак, у даному випадку підстановка вже не є настільки очевидною, слід проявити певну спостережливість і увагу.

Приклад 11. Розв'яжіть нерівність $\dfrac{3}{x+1} \le 5$.

А	Б	В	Г	Д
$(-1;-0,4]$	$(-\infty;-1]\cup(-0,4;+\infty)$	$[-1;-0,4]$	$(-\infty;-1)\cup[-0,4;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$

«Розв'язання». Спробуємо «помацати» дану нерівність у конкретних точках. Очевидно, що $x=0$ належить множині розв'язків нерівності, а $x=-1$ не належить цій множині. Перевірка показує, що лише множина з альтернативи **Г** задовольняє цю умову, а отже, правильна відповідь – **Г**.

Приклад 12. Знайдіть розв'язок системи $\begin{cases} 3^{\log_3 x} - 2^{\log_4 y} = 77, \\ 3^{\log_3 \sqrt{x}} - 2^{\log_{16} y} = 7. \end{cases}$

У відповідь запишіть суму $x_0 + y_0$, якщо $(x_0; y_0)$ – розв'язок системи.

«Розв'язання». Формулювання цього завдання передбачає, що дана система має *єдиний* розв'язок. Спробуємо вгадати його. Для цього подамо число 7 з правої частини другого рівняння системи у вигляді $3^a - 2^b$. Досить просто можна знайти потрібний розклад: $3^2 - 2^1 = 7$. Отже, $\log_3 \sqrt{x} = 2$ і $\log_{16} y = 1$, звідки $x_0 = 81$ і $y_0 = 16$. Це і є шуканий розв'язок системи рівнянь. Щоб остаточно відкинути всі сумніви, можна зробити підстановку-перевірку знайденого розв'язку в перше рівняння системи. Після цього отримуємо відповідь: $x_0 + y_0 = 81 + 16 = 97$.

Прийом сьомий: «*Вмикай ерудицію!*» Базується на знаннях характерних особливостей виразів, функцій, рівнянь та інших математичних об’єктів, які дозволяють значно спростити шлях до розв’язання завдання. Якщо проводити аналогію з комп’ютерними науками, то такий прийом доступний лише «математичним хакерам».

Приклад 13. Який із наведених проміжків є областю визначення функції $y=\sqrt{2-5x-3x^2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(-2;\frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3};1\right)$	$\left(-1;\frac{2}{3}\right)$	$\left[-2;\frac{1}{3}\right]$	$\left[-1;\frac{2}{3}\right]$

«Розв’язання». Знаходження області визначення заданої функції передбачає розв’язування *нестрогої* нерівності $2-5x-3x^2\geq 0$, множина розв’язків якої може бути або *відрізком*, або однією точкою, або порожньою множиною (коефіцієнт біля x^2 є від’ємним числом, а тому вітки параболи $y=2-5x-3x^2$ напрямлені вниз, що й зумовлює наведений висновок). Оскільки альтернативи завдання містять *лише відрізки та інтервали*, то правильними відповідями можуть бути або варіант **Г**, або варіант **Д**. Знову підберемо таку точку, яку містить множина з варіанту **Г**, але не містить множина з варіанту **Д**. Нехай це буде точка $x=-2$. Після підстановки отримуємо: $2+10-12\leq 0$, звідки маємо правильну числову нерівність $0\leq 0$. Отже, правильна відповідь – **Г**.

Приклад 14. Обчисліть значення виразу $\left(1-\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+4\sqrt{3}}}}$.

«Розв’язання». Оскільки відповідь до цього завдання має подаватися *десятковим дробом*, то шукане значення виразу не може бути ірраціональним числом. А це може бути лише тоді, коли вираз $\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+4\sqrt{3}}}}$ є спряженим до виразу $\left(1-\sqrt{3}\right)$, тобто $\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+4\sqrt{3}}}}\quad 1+\sqrt{3}$. Тоді шукане значення виразу дорівнює $\left(1-\sqrt{3}\right)\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)\quad 1-3=$ **-2**.

<u>*Коментар.*</u> Два останні прийоми вгадування певним чином перегукуються. Дійсно, для того, щоб їх застосовувати, потрібно мати певний рівень математичної підготовки. При цьому, на відміну від перших п’яти прийомів, іноді зовсім не очевидно, чи можна те чи інше тестове завдання «зламати» розумною підстановкою або за допомогою ерудиції. Тому далеко не всі завдання можна «вберегти» від такого «несанкціонованого доступу».

Однак, загальні поради стосовно зменшення ризику «зламування» існують:

1) перевіряти альтернативи завдань із вибором правильної відповіді на можливість їх відкидання шляхом підстановки цілих чисел;
2) не використовувати у якості відповідей до завдань із короткою відповіддю малих за модулем цілих чисел (1, 2, –1 тощо), оскільки найчастіше саме їх підставляють «гадальники»;

3) не робити завдання надмірно громіздкими, тобто бажано, щоб час на «чесне» розв'язування завдання був принаймні не більшим, ніж час, витрачений на хитрі підстановки та інші «штучки».

4. Приклади тестових завдань та поради щодо покращення їх якості. Далі наведемо ще кілька прикладів конкретних тестових завдань, взятих із діючих підручників і посібників та зі збірників завдань до ДПА з математики у 9 та 11 класах, які вгадуються одним із наведених вище методів і які, на мою думку, можна було би покращити.

До всіх розглянутих нижче завдань наведемо лише «розв'язання» за допомогою прийомів угадування, а також методичні коментарі щодо способу його вдосконалення. «Чесного» розв'язання (тобто розв'язання, яке передбачалося авторами завдання) у цій статті наводити не будемо, оскільки мета цієї статті є дещо іншою.

Для зручності завдання будуть згруповані за вісьмома тематичними блоками у відповідності до основних змістових ліній сучасного шкільного курсу математики: "Числа і вирази", "Функції", "Рівняння", "Нерівності", "Планіметрія" "Стереометрія", "Вектори і координати" і "Елементи стохастики".

<u>Числа і вирази.</u>

Завдання 1. Спростіть вираз $xy(2x-3y)-3y(x^2-xy)$.

А	**Б**	**В**	**Г**
$5x^2y$	$-x^2y-6xy^2$	$-x^2y+6xy^2$	$-x^2y$

«Розв'язання». Як сам вираз, так і запропоновані альтернативи залежать від значень змінних x та y. Застосуємо прийом угадування «Переходь від загального до часткового!» і підставимо у початковий вираз $x=y=1$. Отримаємо: $1\cdot1\cdot(2-3)-3\cdot1\cdot(1-1)=-1$. Таку саму підстановку виконаємо для кожного з варіантів відповідей. Бачимо, що тільки у варіанті **Г** значення виразу дорівнює -1. Отже, правильна відповідь – **Г**.

<u>Коментар.</u> Повністю уникнути спроб вгадування в такого роду завданнях, на нашу думку, можна лише одним шляхом – шляхом спрощення завдання. Вналідок цього, час на підбір вдалої підстановки буде перевищувати час на «чесне» виконання завдання, а отже, і втратить свій сенс.

Завдання 1 містить три логічні кроки: розкриття перших дужок, розкриття других дужок і зведення подібних доданків. Виконання цих кроків вимагає певного часу та уважності, а підстановка виконується легко і швидко. На нашу думку, замість одного цього трикрокового завдання можна було би дати два однокрокових: перше – лише на розкриття дужок, а друге – лише на зведення подібних доданків.

<u>Функції.</u>

Завдання 2. Знайдіть нулі функції $y=\dfrac{x^2-x}{x-1}$.

А	**Б**	**В**	**Г**
0; 1	–1	0	1

«Розв'язання». Застосуємо прийом угадування «Довго не думай, а перебирай!». І в умові завдання, і альтернативах йдеться про число нуль. Виконавши підстановку $x=0$, переконуємося, що він нас влаштовує. Отже, правильна відповідь – **В**.

Коментар. Дистрактор **А**, який за задумом авторів мав би відвернути увагу гадальників, в цьому випадку не працює, бо формулювання завдання ніби саме по собі підштовхує учня обрати альтернативу **В** (А що тут думати! Нуль він і в Африці нуль!).

Більше того, частина тих, хто вгадуватиме це завдання, а не прагнутиме його розв'язати, навіть не виконуватиме підстановку, зреагувавши лише на «ключове слово» – «нуль». І треба ж такому статися, що саме ця відповідь і є правильною!

Щоб уникнути подібних казусів, не варто у якості ключа давати число нуль. Але при цьому серед дистракторів нуль має бути обов'язково! Наприклад, при тих самих альтернативах у завданні 3 можна було б розглянути функцію $y=\dfrac{x^2-x}{x}$, нулем якої є лише число 1. «Гадальник», очевидно, знову обере відповідь **В**, але в цьому випадку вона буде неправильною, що й вимагалося.

Завдання 3. Для функції $f(x)=3x^2$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку $A(-1;2)$.

А	Б	В	Г
$F(x)=x^3$	$F(x)=x^3-3$	$F(x)=x^3-1$	$F(x)=x^3+3$

«Розв'язання». Використаємо прийом угадування «Увага! Зайва інформація!» Шляхом підстановки координат точки $A(-1;2)$ у функції з альтернатив **А-Г** переконуємося, що через цю точку проходить лише графік функції з альтернативи **Г**. Отже, шукати первісну для функції $f(x)=3x^2$ зовсім не обов'язково, бо і так ясно, що правильна відповідь – **Г**.

Коментар. На мій погляд, покращити це завдання можна, замінивши в альтернативах **Б** і **В** функції, наприклад, на $F(x)=6x$ і $F(x)=6x+8$ відповідно. Багато учнів плутає поняття похідної та первісної, а отже, функція $F(x)=6x$ має відвернути увагу цих учнів. Нарешті, функція $F(x)=6x+8$ також певним чином пов'язана з похідною функції $f(x)$, а її графік проходить через точку $A(-1;2)$.

Рівняння.

Завдання 4. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} y^2-xy=2, \\ 2y^2+3xy=14. \end{cases}$

«Розв'язання». Застосуємо прийом угадування «Вмикай ерудицію!» Якщо в системі x і y замінити на $-x$ і $-y$, то вона не зміниться. Отже, якщо пара $(a;b)$ є розв'язком системи, то пара $(-a;-b)$ теж є розв'язком системи. Більше двох пар розв'язків задана система не буде мати, оскільки її розв'язування зводиться до розв'язування квадратного рівняння. Із першого рівняння отримуємо: $y\left(y-x\right)=2$. Тепер можна досить легко підібрати першу пару $(1;2)$, а другою, очевидно буде пара $(-1;-2)$. Отже, відповідь: $(1;2)$ і $(-1;-2)$.

Коментар. Звісно, наведений спосіб розв'язання доступний тільки «сильним» учням і захистити завдання від них не завжди вдається. Однак, прагнути до цього варто, оскільки мета завдання 4 – перевірити знання методів розв'язування нелінійних систем рівнянь із двома змінними, а також уміння розв'язувати квадратні рівняння – при наведеному способі «розв'язування», очевидно, не досягається.

Тому, на мою думку, при складанні багатокрокових завдань із короткою відповіддю варто уникати різного роду симетрій, а також відповідей, що виражаються цілими числами. Якби у завданні 4 відповіддю, наприклад, були б пари на кшталт $(1,5;2,25)$ і $(-1,5;-2,25)$, то навіть використання властивостей симетрії не дозволило б учневі уникнути процесу розв'язання квадратного рівняння, що й вимагалося.

Нерівності.

Завдання 5. Розв'яжіть нерівність $\frac{5}{x} \le 6 - x$.

А	Б	В	Г
$(0;1] \cup [5;+\infty)$	$(-\infty;0) \cup [1;5]$	$[0;1] \cup [5;+\infty)$	$(-\infty;0] \cup [1;5]$

«Розв'язання». Застосуємо прийом угадування «Подумай і підставляй!» Очевидно, що $x = 0$ не є розв'язком даної нерівності, а тому варіанти **В** і **Г** неправильні, оскільки наведені в них множини містять точку $x = 0$.

Розглянемо довільну точку, яку містить множина розв'язків з альтернативи **Б**, але не містить множина розв'язків з альтернативи **А** і підставимо її в нашу нерівність. Нехай $x = -1$, тоді $\frac{5}{-1} \le 6 + 1$, $-5 \le 7$. Тобто число $x = -1$ є розв'язком даної нерівності. Отже, правильна відповідь – **Б**.

Коментар. Спираючись на власний досвід, скажемо читачам «по секрету», що у тестових завданнях із альтернативами розв'язок *будь-якої* нерівності можна вгадати шляхом підстановки точок у множини, наведені у варіантах відповідей.

Інша річ, скільки часу буде витрачено на те, щоб підібрати потрібні точки. Дуже бажано, щоб цей час перевищував (а ще краще – значно перевищував) час, який витратить «середній» учень на чесне розв'язування нерівності. Тобто завдання має бути такої складності, яка б по часу давала перевагу не тим учням, які підставляють точки (а хто їм може це заборонити?!), а тим, хто дійсно розв'язують нерівність.

Окрім рівня складності нерівності, важливим є також вдалий підбір альтернатив, який утрудннює «гадальнику» пошук потрібних точок. Тобто потрібно, щоб для точок, які легко підставляти в початкову нерівність, було принаймні дві альтернативи, які її містять. Тоді підстановок має бути мінімум дві, що й вимагається.

Що ж стосується наведеного завдання 5, то його чесне розв'язання методом інтервалів займає доволі багато часу, а тому «гадальник» легко випередить сумлінного учня і отримає відповідь значно швидше за нього. Щоб зберегти це завдання для тесту, його можна переформулювати, наприклад, у вигляді завдання з короткою відповіддю.

Планіметрія.

Завдання 6. Знайдіть кути ромба, якщо вони пропорційні числам 2 і 7.

А	Б	В	Г
$30°$ і $70°$	$20°$ і $140°$	$40°$ і $140°$	$80°$ і $280°$

«Розв'язання». Звернемося до прийому вгадування «Увага! Зайва інформація!» Шукані кути ромба, очевидно, є різними, а тому вони повинні бути прилеглими до однієї сторони. За властивістю паралелограма (а отже, і ромба) сума таких кутів має дорівнювати $180°$. Цю умову задовольняє лише пара $40°$ і $140°$. Отже, правильна відповідь – **В**.

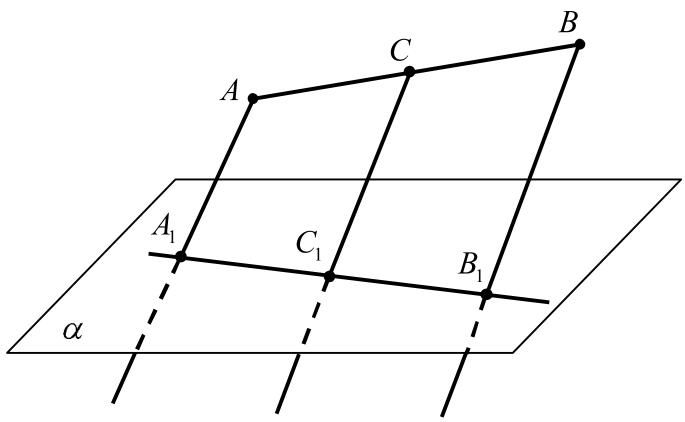
Коментар. Як бачимо, для отримання відповіді зовсім не знадобилося складати рівняння, хоч на це, скоріше за все, розраховували автори завдання. Звідки така впевненість? Давайте поміркуємо. Якби автори завдання 6 прагнули перевірити лише знання властивості кутів ромба, прилеглих до однієї сторони, то умова завдання могла бути сформульована, наприклад, так: "Які з наведених кутів *можуть бути* внутрішніми кутами деякого ромба?" У цьому випадку завдання ставало б якіснішим, але все одно незрозуміло, які типові помилки мали передбачати дистрактори **А** і **Б**? На нашу думку, для переформульованого завдання кращими були би такі дистрактори: **А** – $20°$ і $70°$ та **Б** – $60°$ і $210°$.

Якщо ж повернутися до початкового варіанту формулювання завдання 9, то альтернативи до нього моли би бути, скажімо, такими:

А	Б	В	Г
$20°$ і $70°$	$20°$ і $160°$	$40°$ і $140°$	$80°$ і $280°$

Стереометрія.

Завдання 7. Через кінці відрізка AB (див. рисунок), який не перетинає площину α, та його середину C проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках A_1, B_1, C_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка CC_1, якщо $AA_1 = 12$ см, $BB_1 = 16$ см.



А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	12 см	14 см	20 см

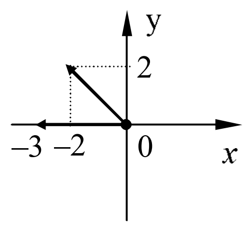
«Розв'язання». Застосуємо прийом угадування «Оцінюй!» Із наведеного рисунка видно, що $AA_1 < CC_1 < BB_1$. Враховуючи умову задачі, маємо: $12 < CC_1 < 16$. Такі обмеження задовольняє лише величина 14 см із альтернативи **Г**, яка і є правильною відповіддю.

Коментар. Завдання 7 є типовим прикладом завдання, до якого штучно «приклеїли» варіанти відповідей. Важко сказати, як до цього завдання взагалі можна підібрати альтернативи, оскільки не ясно, які типові помилки можуть допустити учні під час його розв'язування.

На мою думку, найкраще переформулювати завдання 7 як завдання із короткою відповіддю, а в крайньому випадку можна навести більш правдоподібні альтернативи – скажімо, такі: 12 см, 13 см, 14 см, 15 см і 16 см.

Вектори і координати.

Завдання 8. Дано вектори $\vec{m}(-3;0)$ і $\vec{n}(-2;2)$. Знайдіть кут між векторами $\vec{m}$ і $\vec{n}$.



«Розв'язання». Застосуємо прийом угадування «Малюй і дивись!». Зобразимо вектори в системі координат, відклавши їх від початку координат (див. рисунок). Бачимо, що правильна відповідь: $45°$.

<u>*Коментар.*</u> Автори завдання 8 передбачали перевірити вміння учнів застосовувати формулу косинуса кута між двома векторами через скалярний добуток цих векторів. Зрозуміло, що при такому формулюванні завдання ця мета не досягається.

Щоб зробити завдання 8 більш якісним, на нашу думку, не потрібно вимагати знаходити саме *градусну міру* кута між векторами, досить обмежитися вимогою знаходження *косинуса* цього кута. При цьому координати векторів слід підібрати таким чином, щоб їх довжини виражалися цілими числами – наприклад, $\vec{m}(-3;4)$ і $\vec{n}(6;8)$.

<u>Елементи стохастики.</u>

Завдання 9. Підкинули гральний кубик. Яка ймовірність того, що випало парне число?

А	**Б**	**В**	**Г**
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$

«Розв'язання». Покладемося на інтуїцію, застосувавши прийом «Довго не думай, а перебирай!». Ось міркування гадальника: «Очевидно, що правильним є варіант відповіді **Б**! Дійсно, оскільки *будь-яка подія може або відбутись, або не відбутись*, то шанси 50 на 50. Все просто!».

<u>*Коментар.*</u> Як це не прикро визнати, але окремі учні сприймають задачі на знаходження ймовірностей подій саме так, як це наведено у «розв'язанні» завдання 9. Зрозуміло, що авторам тестових завдань слід це враховувати і, якщо це можливо, то варто уникати числа $\frac{1}{2}$ (чи 0,5 – для завданя із короткою відповіддю) у якості правильної відповіді.

Висновки. Основний підсумок цієї статті – усім розробникам тестових завдань слід дуже уважно і «з повагою» ставитися до явища вгадування відповідей до тестових завдань.

Це означає, що після появи кожного нового тестового завдання автор повинен не лише милуватися його математичною красою, новизною та оригінальністю, а і жорстко перевіряти це завдання на можливість угадування за допомогою як наведених вище, так, можливо, й інших, невідомих авторам цієї статті, прийомів.

Доволі часто після такої перевірки виявляється, що «новонароджене» завдання слід суттєво переробляти, а іноді навіть і зовсім відмовлятися від нього. Звісно, робити це прикро, але, безумовно, необхідно.

Сподіваюся, що ця стаття стане в пригоді всім, хто бажає покращити якість власних тестових завдань з математики: авторам підручників і посібників, збірників завдань до ЗНО і ДПА, а також вчителям та репетиторам, які застосовують такі завдання у своїй педагогічній діяльності.

Список використаної літератури

1. Захарійченко Ю.О., Школьний О.В. Типи тестових завдань з математики та особливості їх побудови // Математика в школі.– 2008, №10.– С.15-24.
2. Школьний О.В. Захарійченко Ю.О. Про завдання з математики на перевірку здібностей // Математика в школі.– 2010, №11.– С.5-12.
3. Захарійченко Ю.О., Школьний О.В., Захарійченко Л.І., Школьна О.В. Повний курс математики в тестах. Енциклопеція тестових завдань.– Х.: Ранок, 2011.– 496с.
4. Захарійченко Ю.О., Школьний О.В. Математика: Разом до вершин: навчальний посібник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання.– К.: Ґенеза, 2010.– 240с.
5. Захарійченко Ю.О., Школьний О.В. 5 кроків до успіху. Математика: Короткий довідник з усіх розділів математики; комплект тестів різних рівнів складності; приклади розв'язування типових тестових завдань.– Х.: Ранок, 2010.– 160с.
6. Захарійченко Ю.О., Школьний О.В. Математика: Збірник тестових завдань для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання.– 4-те вид., переробл. і доповн.– К.: Ґенеза, 2011.– 96с.
7. Захарійченко Ю.О., Школьний О.В. Тестові завдання з математики. Посібник для абітурієнтів з підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання. 2-ге вид., доповн. і переробл.– К.: Вид. дім "Києво-Могилянська Академія", 2010.– 149с.
8. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики: 9 кл./ О.С.Істер, О.І.Глобін, О.В.Комаренко. – К.: Центр навч.-метод. л-ри, 2011. – 112с.
9. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики: 11 кл./ О.С.Істер, О.І.Глобін, І.Є.Панкратова. – К.: Центр навч.-метод. л-ри, 2011. – 112с.
10. Богданова Л.Г., Кінащук Н.Л. Зовнішнє тестування. Математика: тренувальні вправи. – Х.: Гімназія, 2007. – 72с.
11. Будна О.С., Будна С.М. Математика. Репетитор. Навч. посіб. – Х.: Факт, 2008.– 224с.
12. Гальперіна А.Р., Михеєва О.Я. Математика. Типові тестові завдання. Збірник. Навч. посіб. – Х.: Факт, 2008. – 128с.
13. Гап'юк Г., Кондратьєва Л., Мартинюк С. Зовнішнє незалежне оцінювання. Математика. Навч. посіб. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008. – 80с.
14. Ліпчевський Л.В. Готуємось до незалежного тестування. Математика. Збірник тренувальних вправ. – К.:Школяр, 2007. – 80с.
15. Максименко О.Ю., Тарасенко О.О. Збірник тренувальних завдань з математики для підготовки до ЗНО. – Х.: Торсінг плюс, 2007. – 96с.
16. Роганін О.М. Зовнішнє оцінювання. Математика. Зошит для підготовки. – Х.: Фактор, 2007. – 48с.
17. Роганін О.М. Збірник тренувальних вправ з математики. – Х.: Весна, 2008. – 96с.