ФОРМУВАННЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ФІЗИЧНИХ ПОНЯТЬ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕМИ ГАУССА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ НАПРУЖЕНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ У ДІЕЛЕКТРИКАХ ТА ПРОВІДНИКАХ У СТУДЕНТІВ ІНЖЕНЕРНО-ТЕХНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВУЗІВ

Кульчицький В.І.,
кандидат пед. наук, доцент,
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

У роботі розглядається формування фундаментальних фізичних понять під час вивчення тем «Теорема Гаусса для напруженості електричного поля та її застосування для розрахунку поля заряджених тіл» та «Електричне поле у діелектриках та провідниках» на основі використання ідей симетрії, відносності, електромагнітної взаємодії та методів диференціального та інтегрального числення у студентів інженерно-технічних спеціальностей вузів у процесі вивчення розділу «Електродинаміка».

В работе рассматривается формирование фундаментальных физических понятий при изучении тем «Теорема Гаусса для напряженности электрического поля и ее применение для вычисления поля заряженных тел» и «Электрическое поле в диэлектриках и проводниках» на основании использования идей симметрии, относительности, электромагнитного взаимодействия и методов дифференциального и интегрального исчисления у студентов инженерно-технических специальностей вузов в процессе изучения раздела «Электродинамика».

In the present paper a forming of fundamental physical notions within modules ”Gauss theorem for electric field and its application for fields of charged bodies calculation” and “Electric field in dielectrics and conductors” of “Electrodynamics” course for students of technical and engineering majors is considered. Educational objectives are achieved with use of principles of symmetry, relativity, electromagnetic interaction as well as methods of calculus.

У підручниках та методичних посібниках із фізики для студентів інженерно-технічних спеціальностей вузів при вивченні розділу «Електродинаміка» знаходимо багато різних методик введення понять «електричний заряд» та «електричне поле» та величин, які їх характеризують. Усі вони мають одну спільну рису: електричне поле (ЕП) визначається як вид матерії, що передає силову взаємодію між нерухомими зарядженими частинками.

Традиційний підхід до формування поняття ЕП базується на вивченні взаємодії зарядів [1; 3; 7]. Він має ряд дидактичних переваг: розвиток ідеї поля як особливої форми матерії; використання доступного фізичного експерименту. Жодна з цих методик не в змозі від самого початку пояснити одну із найважливіших властивостей ЕМП – його релятивістську природу [2, с. 69-73; 10].

Нами розроблено методику формування в учнів профільних класів та студентів технічних спеціальностей вузів понять «електричний заряд» та «електричне поле» на основі системи фундаментальних фізичних понять (ФФП) симетрія, відносність, заряд, електромагнітна взаємодія у процесі вивчення розділу «Електродинаміка» [4] з точки зору сучасних фізичних теорій [2; 5; 6; 8; 9; 10]. Однак не розкритими залишились питання формування фундаментальних фізичних понять під час вивчення тем «Теорема Гаусса для напруженості електричного поля та її застосування для обчислення поля заряджених тіл» та

«Електричне поле у діелектриках та провідниках» на основі використання ідей симетрії та методів диференціального та інтегрального числення.

Останнє не лише дасть змогу структурувати навчальний матеріал розділу «Електродинаміка» для студентів інженерно-технічних спеціальностей вузів на основі ідей відносності, симетрії та взаємодії, але й без логічного конфлікту із знаннями, набутими раніше, підведе до вивчення та розуміння електромагнітного поля, як релятивістського об'єкта [2, с. 18 -33; 10].

Тому **метою статті** є формування фундаментальних фізичних понять під час вивчення тем «Теорема Гаусса для напруженості електричного поля та її застосування для обчислення поля заряджених тіл» та «Електричне поле у діелектриках та провідниках» на основі використання ідей симетрії, відносності, електромагнітної взаємодії та методів диференціального та інтегрального числення у студентів інженерно-технічних спеціальностей вузів у процесі вивчення розділу «Електродинаміка» з точки зору сучасних фізичних теорій [5, с.80-151; 6, с. 68-116; 7, с. 28-101; 8, с. 5-30; 10].

Зупинимось на основних моментах підходу, який ми пропонуємо.

Студентам нагадуємо принцип симетрії П.Кюрі: якщо причина має який-небудь елемент симетрії, то такий елемент симетрії буде мати і наслідок. Тобто, якщо наслідок не містить якого-небудь елемента симетрії, то цей елемент симетрії відсутній і у сукупності елементів симетрії причини. Під час вивчення теореми Гаусса для напруженості електричного поля та її застосування для обчислення поля заряджених тіл у якості прикладу використання принципу симетрії розглядаємо наступну задачу.

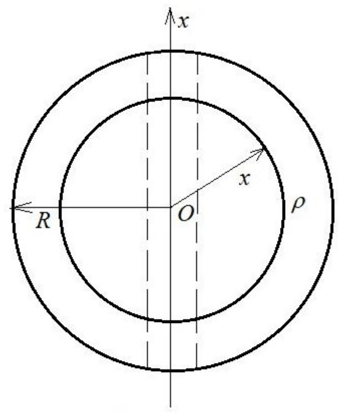

Рис. 1

Задача 1. У кулі з діелектрика ($\varepsilon \approx 1$) просвердлено вздовж діаметру отвір (рис. 1). Із цієї порожнини викачане повітря та поміщений електрон. Який додатний заряд необхідно надати кулі, щоб при його рівномірному об'ємному розподілі електрон здійснював у порожнині гармонічні коливання із частотою $\nu_0 = 1 МГц$? Площа поперечного перерізу порожнини $S << \pi R^2$, де R - радіус кулі, $R = 10^{-1} м$.

Розв'язання. Щоб обчислити напруженість електричного поля всередині кулі з діелектрика, використаємо теорему Гаусса. Нехай об'ємна густина заряду $\rho = 3q / 4\pi R^3$. Через довільну точку, віддалену від центру кулі на відстань x, проведемо сферу радіусом x, центр якої розміщений у центрі кулі О (рис. 1). Внаслідок симетрії електричного поля, потік вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ через поверхню сфери радіусом x дорівнює $\Phi_E = E \cdot 4\pi x^2$.

За теоремою Гаусса маємо $E \cdot 4\pi x^2 = \dfrac{4\pi x^3 \rho}{3\varepsilon_0}$, звідки отримуємо:

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} x. \qquad (1)$$

Отже, на електрон, поміщений у порожнину, просвердлену вздовж діаметру кулі із діелектрика, діє сила $F = \frac{\rho e}{3\varepsilon_0} x$. Згідно другого закону Ньютона отримуємо диференціальне рівняння гармонічних коливань електрона: $m_e \ddot{x} = -\frac{\rho e}{3\varepsilon_0} x$. Із цього рівняння випливає, що кутова частота коливань електрона:

$$\omega_0 = \sqrt{\rho e/(3\varepsilon_0 m_e)}\,. \quad (2)$$

Враховуючи, що $\omega_0 = 2\pi\nu_0$, знаходимо шукану об'ємну густину заряду:

$$\rho = 12\pi^2 \varepsilon_0 \nu_0^2 m_e / e\,. \quad (3)$$

Отже, заряд, який необхідно надати кулі, щоб при його рівномірному об'ємному розподілі електрон здійснював у порожнині гармонічні коливання із заданою частотою, дорівнюватиме:

$$q = \frac{4\pi R^3 \rho}{3} = \frac{16\pi^3 R^3 \varepsilon_0 \nu_0^2 m_e}{e}. \quad (4)$$

Для $\nu_0 = 10^6\ Гц = 1 МГц$ і $R = 10^{-1}\ м$ отримаємо $\rho \approx 6 \cdot 10^{-9}\ Кл/м^3, q \approx 2{,}4 \cdot 10^{-11}\ Кл$.

У якості наступного прикладу використання принципу симетрії розглядаємо задачу на знаходження напруженості електричного поля прямої нескінченної провідної нитки, рівномірно зарядженої з лінійною густиною ρ на відстані r_0 від неї.

Задача 2. Обчислити напруженість електричного поля прямої нескінченної нитки, рівномірно зарядженої з лінійною густиною заряду ρ, у точці О, віддаленій від неї на відстань r_0.

Розв'язання. Використаємо теорему Гаусса. Заряд нитки не точковий. Внаслідок симетрії вектор напруженості електричного поля у будь-якій точці напрямлений по нормалі до циліндричної поверхні, яка проходить через цю точку. Вісь симетрії цієї поверхні збігається із ниткою. Тому в якості замкнутої поверхні вибираємо циліндр довжиною l із віссю симетрії, яка збігається з ниткою, бічна поверхня якого містить точку О (рис. 2). Потік вектора $\vec{E}$ через бічну поверхню циліндра становить $\Phi_E = 2\pi r_0 l E$, а електричний заряд, розміщений всередині циліндра, дорівнює $q = \rho l$. За теоремою Гаусса маємо: $2\pi r_0 l E = \rho l / \varepsilon_0$.

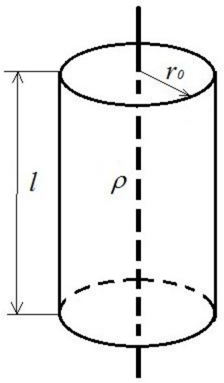

Рис. 2

Звідси визначаємо шукану напруженість електричного поля:

$$E = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 r_0}. \quad (1)$$

Використаємо для розв'язання даної задачі методи диференціального та інтегрального числення. Розділимо нитку на настільки малі елементи, щоб заряд, розміщений на кожному такому елементі, був точковий. Розглянемо один такий елемент довжиною dl із зарядом $dq = \rho dl$ (рис. 3). У точці О елементарна напруженість електричного поля цього заряду становить:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \qquad (2)$$

Із трикутника ODA знаходимо: $r = r_0 / \cos\alpha$. Оскільки $|AC| = rd\alpha = r_0 d\alpha / \cos\alpha$, із трикутника ABC визначаємо: $dl = |AC| / \cos\alpha = r_0 d\alpha / \cos^2\alpha$. Підставимо значення r і dl у рівняння (2), одержимо:

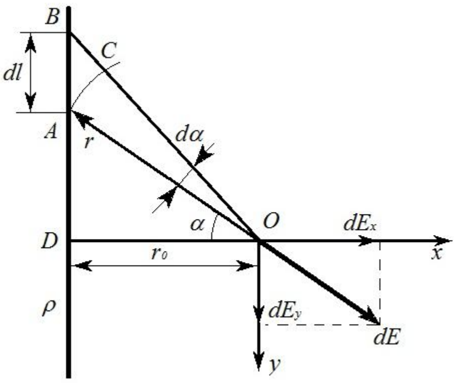

Рис. 3

$$dE = \frac{\rho d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}. \qquad (3)$$

Проекції вектора dE на осі Ox та Oy:

$$dE_x = \frac{\rho \cos\alpha d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}, \; dE_y = \frac{\rho \sin\alpha d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}. \qquad (4)$$

Із (4) після інтегрування отримаємо:

$$dE_x = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{\rho \cos\alpha d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0} = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 r_0}, E_y = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{\rho \sin\alpha d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0} = 0. \qquad (5)$$

Отже, напруженість електричного поля прямої нескінченної нитки, рівномірно зарядженої з лінійною густиною ρ, у точці О, віддаленій від нитки на відстань r_0, дорівнює $E = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 r_0}$. Вираз, отриманий при розв’язанні даної задачі методами диференціального та інтегрального числення, тотожний виразу (1), отриманому за допомогою теореми Гаусса.

На перший погляд, методи диференціального та інтегрального числення при обчисленні напруженості електричного поля нитки виявилися більш трудомісткими, ніж використання теореми Гаусса. У даній задачі це дійсно так. Але методи диференціального та інтегрального числення є універсальними та можуть бути застосовані практично у тих випадках, коли теорему Гаусса використовувати не можна. У якості прикладу розглядаємо наступну задачу.

Задача 3. Нескінченно довга пряма провідна нитка, рівномірно заряджена зарядом q із лінійною густиною ρ, розташована перпендикулярно до безмежної провідної площини та знаходиться на відстані l від цієї площини (рис. 4). Нехай точка О - проекція нитки на площину. Визначити поверхневу густину заряду, індукованого на площині: а) у точці О, б) на відстані x від точки О.

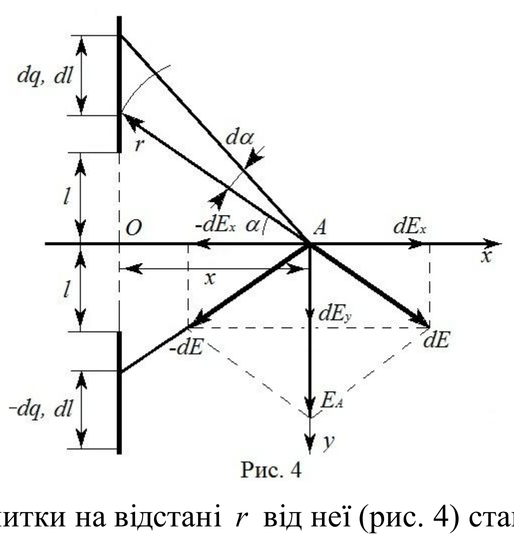

Рис. 4

Розв’язання. Використовуючи метод дзеркальних зображень, розраховуємо спочатку напруженість електричного поля нескінченно довгої прямої провідної нитки та її зображення у точці О. Для визначення електричного поля нитки на її осі використовуємо методи диференціального та інтегрального числення. Елементарна напруженість електричного поля dE точкового заряду $dq = \rho dr$ елемента нитки dr у довільній точці від осі нитки на відстані r від неї (рис. 4) становить:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \qquad (1)$$

Звідси після інтегрування отримуємо:

$$E = \int_r^{\infty} \frac{\rho dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (2)$$

У нашому випадку $r = l$. Отже, модуль напруженості електричного поля $\vec{E}$ нитки та її зображення у точці О:

$$E_o = 2E = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 l}. \qquad (3)$$

Враховуючи (3) знаходимо густину зарядів σ_0 на площині у точці О:

$$\sigma_0 = \frac{\rho}{2\pi l}. \qquad (4)$$

Визначимо тепер густину σ індукованих зарядів на площині у точці А (рис. 4), що знаходиться на відстані x від точки О. Для цього обчислюємо напруженість електричного поля $\vec{E}$ нитки і її зображення у точці А. Використавши методи диференціального та інтегрального числення, знаходимо модуль вектора $d\vec{E}$ елементарної напруженості електричного поля точкового заряду $dq = \rho dr$ елемента dl однієї нитки, розташованого від точки А на відстані r:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \qquad (5)$$

Оскільки $dl = r d\alpha / \cos\alpha, r = x / \cos\alpha$, то $dE = \dfrac{\rho d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 x}$.

Вектори $d\vec{E}_x$ та $-d\vec{E}_x$ рівні за модулем та протилежні за напрямком, тому їхня сума $\vec{E}_x = 0$. Отже, результуючий вектор напруженості електричного поля нитки і її зображення у точці А напрямлений вздовж осі Oy (рис. 4). Знайдемо проекцію dE_y вектора $d\vec{E}$:

$$dE_y = dE \sin\alpha = \frac{\rho \sin\alpha d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 x}. \qquad (6)$$

Звідси після інтегрування отримаємо проекцію E_y вектора напруженості електричного поля нитки на вісь Oy:

$$E_y = \int_{\alpha_1}^{\pi/2} \frac{\rho \sin\alpha d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 x} = \frac{\rho\cos\alpha_1}{4\pi\varepsilon_0 x}. \qquad (7)$$

Отже, результуюча напруженість електричного поля нитки, розташованої на відстані l перпендикулярно до безмежної провідної площини, та її зображення у точці А:

$$E_A = 2E_y = \frac{\rho\cos\alpha_1}{2\pi\varepsilon_0 x} = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{(l^2 + x^2)}}. \qquad (8)$$

Враховуючи (8), визначаємо поверхневу густину індукованих на площині зарядів:

$$\sigma = \frac{\rho}{2\pi\sqrt{(l^2 + x^2)}}. \qquad (9)$$

Із (9) отримуємо, що $\sigma = \sigma_0$ при $x = 0$.

Під час вивчення електричного поля у діелектриках та провідниках у якості прикладу використання принципу симетрії та методів диференціального та інтегрального числення розглядаємо наступну задачу.

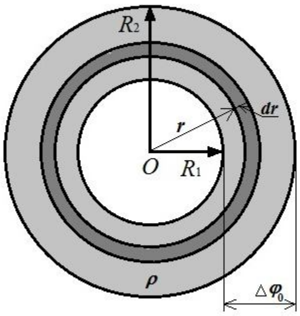

Рис. 5

Задача 4. Циліндричний повітряний конденсатор із внутрішнім радіусом R_1 і зовнішнім R_2 заряджений до різниці потенціалів $\Delta\varphi_0$ (рис. 5, переріз циліндричного конденсатора, паралельний до основи циліндра). Простір між обкладками заповнюють слабко провідним середовищем (парафіном) із питомим опором ρ. Визначити: а) силу струму витікання, якщо висота конденсатора дорівнює l; б) залежність зміни сили струму витікання від часу.

Розв'язання.

а) Фізична система - ділянка електричного кола, в якому причиною напрямленого руху вільних зарядів слабко провідного середовища є електричне поле. Різницю потенціалів $\Delta\varphi_0$ цього поля будемо вважати постійною. Враховуючи те, що ділянка однорідна (у ній немає ЕРС), силу струму обчислимо за законом Ома для однорідної ділянки кола

$$I = \Delta\varphi_0 / R, \qquad (1)$$

якщо відомий її повний опір R. Величину R визначаємо використовуючи методи диференціального та інтегрального числення. Елементарний опір тонкостінного циліндричного шару товщиною dr, радіусом r та висотою l (рис. 5): $dR = \rho\dfrac{dr}{2\pi rl}$. Звідси після інтегрування отримуємо значення повного опору ділянки:

$$R = \int_{R_1}^{R_2} \rho \frac{dr}{2\pi l r} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln\frac{R_2}{R_1} \qquad (2)$$

Отже,

$$I_0 = \frac{2\pi l \Delta\varphi_0}{\rho \ln\left(R_2 / R_1\right)}. \qquad (3)$$

Проаналізуємо розв'язок (3). Визначимо, наприклад, за який час t_0 ділянкою конденсатора пройде заряд $q_0 = C\Delta\varphi_0$, де $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\left(R_2 / R_1\right)}$ - ємність конденсатора. Розв'язок

$$t_0 = \frac{q_0}{I} = \frac{C\Delta\varphi_0 \rho\left(R_2 / R_1\right)}{2\pi l \Delta\varphi_0} = \varepsilon_0\varepsilon\rho \qquad (4)$$

є формальним і неправильним за фізичним змістом. Справді, розв'язок (4) справджується, якщо сила струму постійна. З (2) і (3) випливає, що умова $I = const$ виконується при $R = const$ і $\Delta\varphi_0 = const$. Але умова $\Delta\varphi_0 = const$ означає, що при $C = const$ заряд на обкладках повинен залишатись постійним. А це суперечить поставленій умові задачі. Заряд на обкладках конденсатора зменшується, отже, зменшується і різниця потенціалів $\Delta\varphi$, а струм витікання, що з'являється, не постійний, як це випливає із (3). Розв'язок (3) справджується, якщо $\Delta\varphi = const$, що строго ніколи не виконується.

Очевидно, що вихід із утвореної ситуації такий: різниця потенціалів $\Delta\varphi$ змінюється, але вона при відповідних умовах може змінюватись настільки повільно, що цією зміною можна знехтувати, вважаючи приблизно $\Delta\varphi = const$. Цією відповідною умовою є поняття «слабко провідного» середовища.

б) Отже, у реальному випадку різниця потенціалів $\Delta\varphi$ не постійна. Це пояснюється тим, що закон Гаусса $div\vec{E} = \nabla\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$ виконується завжди, але ротор $\vec{E}$ у загальному випадку не дорівнює нулю ($\nabla \times \vec{E} = 0$ тільки для стаціонарного електричного поля, а для змінного у часі електричного поля $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$). Отже, у змінних у часі полях провідники не є еквіпотенціальними поверхнями. Із проведеного аналізу випливає, що уявлення про ємність не можна зробити універсальним [8, с. 28-29]. Припустимо, що сила струму змінюється так повільно, що виконується закон Ома $-\frac{dq}{dt} = \frac{\Delta\varphi}{R}$, де $I = dq/dt$, та $\Delta\varphi = q/C$ - миттєві значення сили струму та різниці потенціалів. Розв'язуємо диференціальне рівняння для зміни заряду $q = q(t)$ на обкладках конденсатора у момент часу t:

$$-\frac{dq}{dt} = \frac{q}{CR}. \tag{5}$$

Розділимо змінні та обчислимо інтеграли, отримаємо: $\ln q = -\frac{1}{RC}t + const$.

Враховуючи, що при $t = 0$ $q = q_0 = C\Delta\varphi$, знаходимо: $const = \ln q_0$. Отже,

$$q = q_0 e^{-t/(RC)}. \tag{6}$$

Аналізуючи останню формулу, приходимо до висновку, що величина RC дорівнює часу τ, за який заряд q_0 зменшується в e раз. У нашому випадку $\tau = \frac{\rho \ln(R_2/R_1)}{2\pi l} \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\rho \ln(R_2/R_1)} = \varepsilon_0\varepsilon\rho$ та співпадає з (4). Отже, t_0 - це не час проходження всього заряду q_0, а лише час, за який заряд q_0 зменшується в e раз (час релаксації). А час проходження всього заряду дорівнює нескінченності. Із формули зміни заряду залежно від часу знаходимо формули зміни різниці потенціалів залежно від часу та зміни сили струму залежно від часу:

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/(RC)} = \Delta\varphi_0 e^{-t/(RC)}, \tag{7}$$

$$I = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/(RC)} = I_0 e^{-t/(RC)}. \tag{8}$$

Для парафіну ($\varepsilon = 2$, $\rho = 3 \cdot 10^{16}\, Ом \cdot м$) отримуємо, що час релаксації $\tau = \varepsilon_0\varepsilon\rho$, $\tau \approx 5{,}3 \cdot 10^5\, с.$ Тому парафін можна вважати слабко провідним середовищем.

Проведений аналіз фізичної задачі підводить студентів до логічного переходу від простої теорії статистичних полів до більш складнішої теорії динамічних полів.

Отже, застосування запропонованого підходу сприяє не лише формуванню фундаментальних фізичних понять під час вивчення тем «Теорема Гаусса для напруженості електричного поля та її застосування для розрахунку поля заряджених тіл» та «Електричне поле у діелектриках та провідниках» на основі використання ідей симетрії, відносності, електромагнітної взаємодії та методів диференціального та інтегрального числення у студентів інженерно-технічних спеціальностей вузів у процесі вивчення розділу «Електродинаміка» з точки зору сучасних фізичних теорій, але й створює передумови для якісного вивчення, розуміння та засвоєння студентами технічних спеціальностей вузів змісту поняття електромагнітного поля, як квантово-релятивістського об'єкта [2, с. 263-313; 4] та формує навички використання студентами методів диференціального та інтегрального числення. Завдяки запропонованому підходу виникають перспективи подальших досліджень та розробки для інженерно-технічних спеціальностей вузів методики вивчення електромагнітного поля та фізики мікросвіту на основі фундаментальних фізичних понять та принципів.

Список використаної літератури

1. Гончаренко С. У. Фізика, 10 кл. : [пробн. навч. пос. для ліцеїв і гімназій природн.-наук. проф.] / С. У. Гончаренко – К.: Освіта, 1998. – 445 с.
2. Коновал О. А. Теоретичні та методичні основи вивчення електродинаміки на засадах теорії відносності: монографія / О. А. Коновал; МОН України; КДПУ. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2009. – 346 с.: іл.
3. Коршак Є. В. Фізика, 10 кл. : [підруч. для загальноосв. навч. закл.] / Є. В. Коршак, О. І. Ляшенко, В. Ф. Савченко. – К.; Ірпінь : ВТФ «Перун», 2003. – 312 с. : іл.
4. Кульчицький В. І. Формування фундаментальних фізичних понять «електричний заряд» та «електричне поле» в учнів профільних класів і студентів / В.І. Кульчицький // Фізика та астрономія в сучасній школі, 2012.– № 5. – С. 20 – 25.
5. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм : [учеб. пособие]. – М. : Высшая школа, 1983. – 463 с.
6. Парселл Э. Электричество магнетизм. Серия "Берклеевский курс физики" / Э Парселл. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983. – Т.2. – 416 с.
7. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Электричество / Д. В. Сивухин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1977. – Т.3. – 688 с.
8. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике. Электродинамика / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М.: Мир, 1966. – Т.6. – 344 с.
9. Salach Jadviga. Fizyka z astronomia II:[klasie II liceum ogolnoksztalcacego o prnofile podstawowym, biolog.-chem. i matematyczno-fizycznym. Wydanie dziewiate]. / J. Salach, B. Sagnowska, J.M. Kreiner. – Warszawe: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, 1996. – 320 c.
10. Шут М. І. Електрика та магнетизм: [навч.-метод. посіб. для самост. роботи] / М.І. Шут. - К., 2002. - 236 с.