РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ НА ПОБУДОВУ ЯК ОДИН ІЗ ШЛЯХІВ ЗАЛУЧЕННЯ УЧНІВ РІЗНИХ ГРУП ДО ТВОРЧОЇ ДІЯЛЬНОСТІ З МАТЕМАТИКИ

Чашечникова О.С.,

кандидат пед. наук, доцент,

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка

Розглянуто шляхи залучення учнів різних груп до творчої діяльності з матема-тики через розв'язування задач на побудову. Пропонується для оптимізації навчання використовувати диференційовану дозовану допомогу, наочні посібники, комп'ютерні програми.

В статье рассмотрены пути привлечения учащихся разных групп к творческой деятельности по математике посредством решения задач на построение. Предлагается для оптимизации обучения использовать дифференцированную дозированную помощь, наглядные пособия, компьютерные программы.

In the article the ways of bringing of studying different groups in to creative activity on mathematics by means the decision of tasks on construction are considered. It is offered for optimization of teaching to use the differentiated dosed help, visual aids, computer programs.

Інтелектуалізація професійної діяльності людини в різних сферах висуває до фахівця різноманітні вимоги, серед яких – розвинене творче мислення, яке дозволяє більш ефективно виконувати виробничі завдання, швидко орієнтуючись у реальних умовах. Потужний засіб розвитку творчого мислення учнів у процесі навчання математики - розв'язування задач різного типу. ***Проблемою*** є те, що на практиці нерідко можливості розвитку творчого мислення при вивченні математики (специфіка змісту, логіка побудови) використовуються неповно, часто через об'єктивний дефіцит навчального часу на вивчення математики в школі.

Прагматичне відношення до виділення "важливих" і "неважливих" тем курсу математики працює не на користь розвитку мислення учнів. Зокрема, незважаючи на те, що у програмі з математики для 12-річної школи знов відводиться вивченню геометричних побудов належне місце [3], їх розв'язуванню останній час в реальній шкільній практиці приділяють недостатньо уваги, тим самим відмовляючись від важливого засобу формування і розвитку винахідливості, конструктивних здібностей та пізнавальної активності школярів. Про позитивний вплив роботи над задачами на побудову на розвиток творчого мислення учнів свідчить й увага до них з боку так званої «олімпіадної математики» [5; 12]. І це тенденція не лише у вітчизняній математиці [2].

Проведене нами анкетування вчителів математики шкіл різних типів у 2008-2009 роках продемонструвало: вони розуміють позитивний вплив розв'язування задач на побудову на розвиток мислення учнів. Але через нестачу навчального часу, через те, що задач на побудову не має у змісті завдань зовнішнього незалежного оцінювання, деякою мірою мотивація до їх розв'язування «за межами теми» знижується (так відповіло більше 70% вчителів). Як результат: при вивченні геометричних побудов на площині основна увага приділяється методу геометричних місць; на практиці домінують завдання на побудову трикутників.

Мета статті – продемонструвати можливості оптимізації розв'язування задач на побудову різними групами учнів з метою розвитку їх творчого мислення.

Озброєння учнів різними методами геометричних побудов сприяє формуванню творчого підходу до організації ними власної ефективної роботи в процесі розв'язування. Робота над задачами на побудову діагностує та розвиває в учнів математичну інтуїцію (здатність передбачати кінцевий результат), логічність мислення (здатність аналізувати умову і розробити план побудови; досліджувати кількість розв'язків), інтелектуальну ініціативу.

Своєчасно включено до підручника геометрії для 7 класу матеріал щодо складніших задач на побудову, введено **метод допоміжного трикутника** [1, 158-159], який доступно відображає поняття **«визначальні точки фігури»** (точки, що однозначно визначають фігуру), що було вперше запропоновано у посібнику [4, 50].

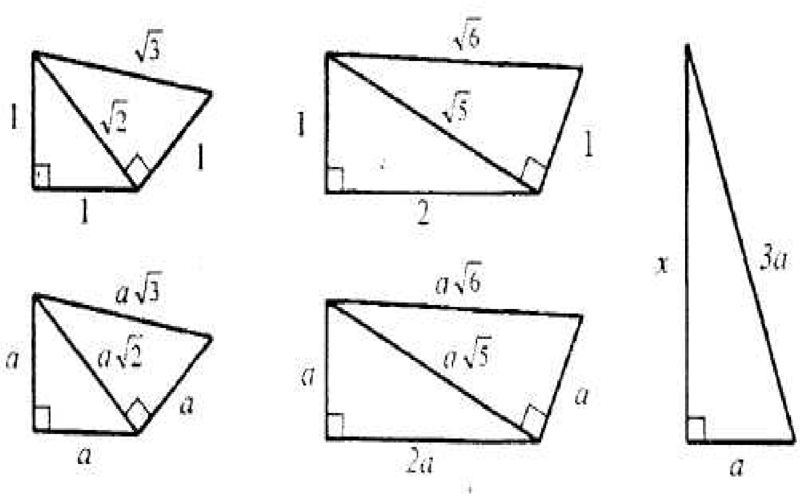
Розв'язування задач на побудову викликає як в учнів, так і у вчителів певні труднощі, перш за все, через нестачу часу. Іноді вважають задачу розв'язаною, якщо вказана послідовність основних кроків побудови. Але лише повністю виконаний учнями *план розв'язування задач на побудову* сприяє більш свідомому і глибокому розумінню та засвоєнню як геометрії, так і математики в цілому. Виконання етапів аналізу, доведення, дослідження сприяє розвитку здатності аналізувати, прогнозувати, критично мислити. Набуті в ході виконання самої побудови конструктивні навички часто стають професійно необхідними школярам у майбутньому. Неможна не відмітити також, що виконання учнями задач на побудову часто відбувається у групі, колективно, що виховує уміння школяра продуктивно, раціонально, оперативно співпрацювати як із вчителем, так із іншими учнями.

Нашим авторським колективом було створено навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних вишів [6]. Практика роботи продемонструвала доцільність його використання й у середній школі: це надає можливість учням самостійно або під керівництвом вчителя ознайомитися з основними методами побудов (метод геометричних місць, метод геометричних перетворень, алгебраїчний метод). В посібнику чітко, компактно і доступно висвітлено суть кожного з них, ефективність використання ілюструється прикладами розв'язання цікавих задач. Посібник дозволяє реалізувати диференційований підхід як на уроках, так і у позакласній роботі.

Зокрема, у процесі розв'язування задач на побудову алгебраїчним методом [4;6;9] вчитель має можливість не тільки продемонструвати внутрішньо предметні зв'язки, взаємозв'язки алгебри і геометрії, але й полег-шити роботу над задачами на побудову учням з невисоким рівнем розвитку математичних здібностей. Вони набувають досвід використання дуже зручного способу розв'язування геометричних задач: складають рівняння, в якому встановлюється залежність між шуканими і заданими елементами; розв'язують рівняння (систему рівнянь), невідомі виражають через відомі; досліджують одержані залежності (формули); виконують побудови; доводять, що одержана фігура задовольняє всім умовам і вимогам задачі.

Учні мають навчитися будувати відрізки, що відповідають формулам $x = a + b$; $x = a - b$ $(a > b)$; $x = n \cdot a$, $n \in N$ (обов'язковий рівень); $x = na + mb$, $n,m \in N$ (високий рівень). Поступово вони набувають ті знання, які дозволяють урізноманітнити задачі на побудову (співвідношення в прямокутному трикутнику, теореми Піфагора, Фалеса, про четвертий пропорційний відрізок). В результаті учні можуть побудувати відрізки, довжина яких відповідає формулам $x = \sqrt{a^2 + b^2}$, $x = \sqrt{c^2 - b^2}$ $(c \rangle b)$; $x = \sqrt{ab}$; $x = \frac{1}{n} \cdot a$, $n \in N$; $x = \frac{ab}{c}$.

Доцільно запропонувати учням виконати домашнє завдання у безклітинних зошитах за допомогою циркуля і лінійки, розв'язати "опорні" задачі, що відповідають обов'язковому рівню. До задач пропонуються вказівки (диференційована дозована допомога). Корисно навчити учнів будувати відрізки $\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}; ...$, якщо відомий одиничний відрізок; відрізки $a\sqrt{2}; a\sqrt{3}; a\sqrt{5}; a\sqrt{8}; ...$, якщо відомий відрізок a (рис.1).



Мал.42

Рис.1

Вказівки до побудови відрізка $x=\sqrt{ab}$ дозволяють формувати оригінальність мислення учнів через розгляд різних способів виконання .

Спосіб 1. Катет прямокутного трикутника є середнє пропорційне між гіпотенузою і його проекцією на гіпотенузу. Тобто, достатньо побудувати прямокутний трикутник з гіпотенузою, рівною *a*, і проекцією катета на гіпотенузу, рівною *b.*

Спосіб 2. Висота прямокутного трикутника, опущена із вершини прямого кута на гіпотенузу, є середнє пропорційне між проекціями катетів на гіпотенузу. Тобто, достатньо побудувати прямокутний трикутник, проекції катетів якого відповідно *a* та *b.*

Завдання для самостійної роботи пропонуються диференційовані (рівні А, Б, В). Зокрема, пропонуємо декілька завдань різних рівнів важкості, розв'язування яких зводиться до розв'язування опорної задачі.

Завдання [6]. Побудувати відрізки:

А $x=\sqrt{cd}$, якщо:

а) c < d, б) c > d, в) c = d.

Б 1) $x=\sqrt{3ab}$; 2) $x=\sqrt{(a+b)c}$; 3) $x=\sqrt{(a+b)(a-b)};(a\rangle b)$.

В 1) $x=\sqrt{\frac{2}{5}ab}$; 2) $x=\sqrt{a^2}$; 3) $x=\sqrt{\sqrt{3}a(a+b)}$; 4) $x=\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{2}a(2a-b)}$;

5) $x=\dfrac{a^2-ab+b^2}{a+b}$.

У посібнику пропонуються не лише вказівки до виконання завдань, але й схеми розв'язань з вимогою обгрунтувати доцільність певних етапів.

Але специфіка друкованого посібника є такою, що неможливо для кожної з задач використовувати запропонований нами «прийом кадрів» (кожному кроку побудови відповідає окремий рисунок). Частіше у процесі подачі розв'язань завдань на побудову або ілюструється лише кінцевий результат, або малюнок перенасичений додатковими побудовами настільки, що учневі складно самостійно простежити етапи розв'язування.

Досвід роботи з учнями різного віку, з різними рівнями розвитку математичних здібностей підтверджує доцільність використання наочності (зокрема, виготовленої самими учнями) для підвищення ефективності навчання розв'язувати задачі на побудову. Асоціації, які створюються за допомогою наочності, зберігаються в пам'яті більш тривалий час, сприяють узагальненню, ясному і свідомому розумінню процесу розв'язування задачі, творчій діяльності учнів. Тому у [6;10] нами демонструється використання наочності для усунення труднощів при розв'язуванні задач на побудову (зокрема, методом перетворень).

Розглянемо таку задачу: «*Задана пряма* ***a*** *та лінії* l_1 *і* l_2*. На лініях знайти точки, симетричні відносно прямої* ***a***» [6]. Для розв'язування задачі такого типу доцільно виготовити наочний посібник, який складається з двох моделей півплощин (рухома частина – з прозорого матеріалу, нерухома - з непрозорого цупкого матеріалу), що скріплені (рис.2). За допомогою такої моделі учні зможуть побачити не лише кінцевий результат, але й динаміку побудови. Така наочність найбільш ефективна для роботи учнів-кінестетиків.

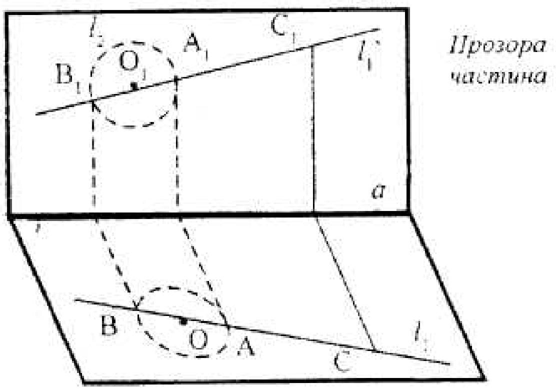


Рис.2

У даному випадку l_1 - пряма, l_2 - коло з центром O і радіусом r.

<u>**Задача**</u> [6]. Задано лінії l_1 *і* l_2 та напрямлений відрізок CD. На заданих лініях знайти такі точки A_1 і A_2 ($A_1 \in l_1$, $A_2 \in l_2$), щоб виконувалися такі умови: $A_1A_2 \parallel CD$, $A_1A_2 = CD$.

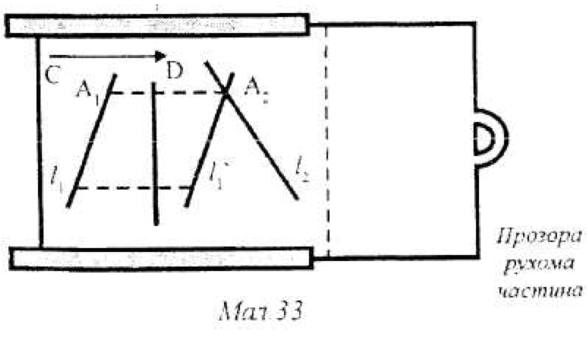
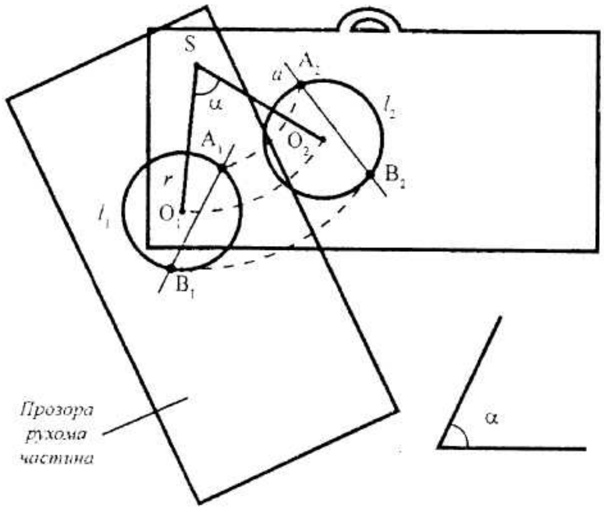


Рис.3

<u>**Задача**</u> [6]. Дано дві лінії l_1 *і* l_2, S - центр повороту, α - кут повороту. На лініях знайти точки A_1 і A_2 ($A_1 \in l_1$, $A_2 \in l_2$), такі, що виконуються дві умови: $SA_1 = SA_2$,; $\angle A_1SA_2 = \alpha$ (рис.4).

В даному випадку l_1 - коло з центром O і радіусом r; l_2 – пряма a. Слід зауважити, що за лінії l_1 *і* l_2 можна взяти будь-які фігури, які вивчаються в шкільному курсі математики.



Мал. 34

Рис.4

Використовуючи моделі на першому етапі, більшість учнів легше опано-вують основні ознаки і властивості рухів, а на другому успішно вчаться розв'язувати задачі, передбачати й уявляти кінцевий результат. Це пов'язано, перш за все, з тим, що учні починають розв'язування задачі з конкретних спостережень. Для учнів-візуалів доцільно використовувати програмні засо-би, що дозволяє приділяти належну увагу завданням, розв'язування яких сприяє розвитку творчого мислення, але традиційно викликає труднощі. Програми «Динамічна геометрія», «Жива геометрія», Geonext надають можливість не лише виокремити кожний крок, але й повернутися при необхідності до того етапу, на якому виникли складності, переглянути весь алгоритм рішення.

Завдання. Вписати в даний трикутник квадрат, дві вершини якого лежать на одній стороні, дві інші – на двох інших сторонах.

Докладне розв'язання завдання нами запропоновано у [6]. Використання комп'ютерної програми проілюструємо (рис.5).

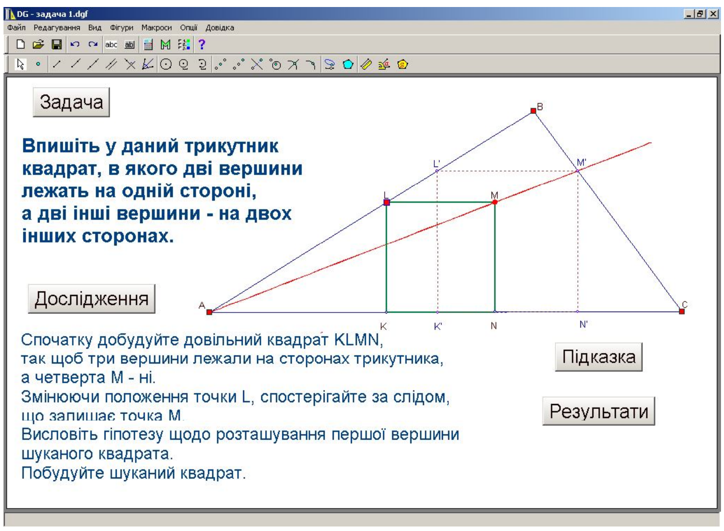


Рис. 5

Відмітимо, що ефективною є робота над задачею на побудову, коли кожний крок побудови на дошці у процесі фронтального виконання ілюструється за допомогою моделі та відповідної комп'ютерної програми. Зацікавити учнів у розв'язуванні задач на побудову допомагає використання різних методів вирішення завдань на ***побудову рівновеликих*** *фігур:* методу розбиття (розкладання) і доповнення. Нескладно за допомогою малюнків "шляхом перекройки" і "розрізання" навчити учнів: порівнювати площі прямокутників з рівними висотами і основами, з рівними висотами і нерівними основами, з рівними основами і нерівними висотами, з нерівними основами і нерівними висотами; перетворювати довільний многокутник у рівновеликий йому трикутник; перетворювати трикутник у прямокутник, рівновеликий йому; порівнювати площі довільних многокутників. Для розв'язування задач на побудову рівновеликих фігур важливо пам'ятати, що паралелограми, які мають рівні основи і висоти - рівновеликі; площа будь-якого трикутника дорівнює половині площі відповідного паралелограма; трикутники із спільною основою і рівними висотами - рівновеликі.

Завдання [6]. Побудувати рівнобедрений трикутник, рівновеликий даному довільному трикутнику. Проаналізувати рисунок (рис.6).

Побудова базується на тому, що:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot h_b, \; S_{\Delta AB_1C} = \frac{1}{2} AC \cdot h_b$$

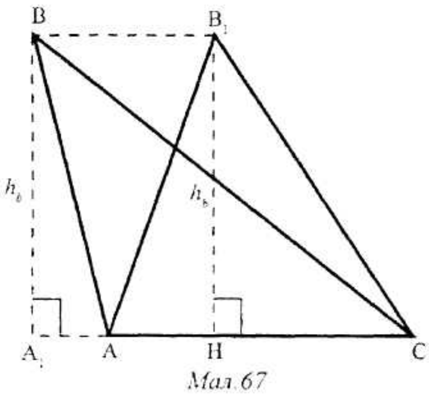


Рис.6

Нестандартність таких завдань підвищує рівень пізнавальної активності школярів у процесі розв'язування задач на побудову. Сприяє цьому також матеріал про золотий переріз, який викликає зацікавленість майбутніх істориків, біологів. І такий матеріал у достатньому обсязі представлено у посібнику [6]. Також у другій частині надані методичні поради для майбутніх вчителів математики щодо методики навчання учнів основної школи розв'язуванню задач на побудову.

Неможна обминати й питання про задачі на побудову у стереометрії, підходи до розв’язування яких інші.

Але залишається проблема: де саме у процесі навчання геометрії можна знайти час на розв’язування задач на побудову вже після вивчення цієї теми у 7 класі, саме коли з’являються можливості їх урізноманітнювати (вивчення геометричних перетворень, метричних співвідношень у прямокутному трикутнику та ін.). Пропонуємо проведення відповідного спецкурсу [8], на вивчення якого виділяємо таку кількість годин (табл.1), щоб надати можливість учням протягом року вивчати й питання іншого спецкурсу.

Таблиця 1

№	**Тема**	**К-ть год**
	Частина I “Геометричні побудови на площині”	36
1.	Функції креслярських інструментів. Що значить «розв’язати задачу на побудову”? Схема розв’язування задач на побудову. Скільки розв’язків може мати задача на побудову?	2
2.	Поняття про визначальні точки фігури.	2
3.	Основні задачі на побудову (побудова трикутника за трьома сторонами; побудова кута, що дорівнює даному; побудова бісектриси кута; поділ відрізка навпіл; побудова прямої, що перпендикулярна даній). Побудова четвертого пропорційного відрізка.	4
4.	Геометричне місце точок. Основні геометричні місця точок на площині. Сутність методу геометричних місць.	4
5.	Рухи (симетрія відносно точки; симетрія відносно прямої; поворот; паралельне перенесення). Подібні перетворення. Гомотетія.	4
6.	Сутність методу геометричних перетворень.	4
7.	Сутність алгебраїчного методу.	4
8.	Золотий переріз. Алгебраїчне розв’язання задачі на золотий переріз. [Застосування алгебраїчних властивостей золотого перерізу. Геометрична інтерпретація розв’язання квадратних рівнянь].	4
9.	Розв’язування задач штучними методами	4

10.	Поняття про просту фигуру, рівноскладені та рівновеликі фігури. Побудова рівновеликих фігур (метод розбиття фігури і метод доповнення).	4
Частина II "Геометричні побудови у стереометрії"		18
1.	Паралельне проектування. Основні властивості паралельних проекций. Ортогональне проектування.	2
2.	Зображення просторових фігур на площині. [Побудова ортогональних прямих і площин]. Особливості зображення комбінацій просторових фігур.	6
3.	Методи побудови перерізів многогранників.	6
4.	Побудова перерізів тіл обертання.	4

Проведення першої частини спецкурсу "Геометричні побудови на площині" є доцільним або у 9 класі, або на початку 10 класу. Також можливо деякі питання розглядати на заняттях гуртків та факультативів паралельно вивченню відповідного теоретичного матеріалу на уроках.

Висновки. Можливості використання задач на побудову з метою розвитку творчого мислення будуть використовуватись більш повно за умови врахування особливостей навчання математики учнів різних груп (з різним рівнем розвитку математичних здібностей; різним рівнем навченості; різними домінуючими репрезентативними системами та ін.). Необхідною є диференційована дозована допомога учням, використання різноманітних засобів наочності.

Список використаної літератури

1. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. Геометрія. Підручник для 7 класу.- К.:«Зодіак-ЕКО»,2007.- 208с.

2. Методи за решаване на задачи.- Част 1.- П/р д-р В.Б.Милушев.- Пловдив: Макрос 2001, 2001.- 227 с.

3. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 5-9 класи (12-річна школа) // Математика в школі.- 2006.- №2.

4. Тесленко И.Ф. Чашечников С.М., Чашечникова Л.И. Методика преподавания планиметрии: Метод. пособие. - К.: Рад. шк., 1986.- 160с.

5. Федак І. Методи розв'язування олімпіадних завдань з математики і не тільки їх.-

Чернівці: Зелена Буковина, 2002.- 340 с.

6. Чашечникова Л.Г., Петренко С.В., Чашечникова О.С. Геометричні побудови на площині. – Суми: Ярославна, 1999.- 98 с.

7. Чашечникова О.С., Свинаренко П.Н. Возможности использования новых информационных технологий для создания творческой среды при изучении математики // Информатизация образования -2008: интеграция информационных и педагогических технологий. Матер. междунар. науч. конф.- Минск, 22-25 окт. 2008 г.- редкол. И.А.Новик и др.- Минск: БГУ, 2008.- С.572-577.

8. Чашечникова О.С. Диференціація навчання математики через урізноманітнення спецкурсів // Теорія та методика навчання математики, фізики та інформатики. Зб. наук. праць. – Вип. VII. – Кривий Ріг, 2008. – Т.1. – С. 337-343.

9. Чашечникова Л.Г., Петренко С.В., Чашечникова О.С. Ознайомлення учнів з алгебраїчним методом розв’язування задач на побудову // Проблеми освіти. – Вип.14.-К., 1998.- С.113-121.

10. Чашечникова Л.И., Петренко С.В., Чашечникова О.С. Решение задач на построение с использованием наглядных средств обучения (комплект для дистанционного обучения по теме “Движение”) // Евристика та дидактика точних наук. Міжн. зб. наук. робіт – Вип.9.- Донецьк, 1998. – С.52-54.11. Четверухин Н.Ф. Методы геометрических построений. - М.: Учпедгиз., 1952.- 147с.

11. Ясінський В.А. Геометричні задачі: Готуємося до математичної олімпіади.- Львів: Каменяр, 2003.- 76 с.