МОЖЛИВОСТІ СПЕЦКУРСУ У ФОРМУВАННІ ГОТОВНОСТІ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ ДО РОБОТИ ІЗ ОБДАРОВАНИМИ ДІТЬМИ

Требенко Д.Я.,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Требенко О.О.,
кандидат фіз.-мат. наук,
НПУ імені М.П.Драгоманова

В статті піднімається проблема формування готовності майбутнього вчителя математики до організації підготовки учнів середньої школи до участі в математичних олімпіадах та пропонується, як один із можливих шляхів її розв'язання, запровадження спецкурсу «Теорія чисел в задачах підвищеної складності»

В статье поднимается проблема формирования готовности будущего учителя математики к организации подготовки учеников средней школы к участию в математических олимпиадах и предлагается, как один из возможных путей ее решения, введение спецкурса «Теория чисел в задачах повышенной сложности»

A problem of forming of future math teacher readiness to organize pupils training to participate in math competitions is raised in the paper. As one of possible ways of its solution, an introduction of special course "Number Theory in high complexity problems" is proposed

Постановка проблеми. На сучасному етапі становлення української державності та демократизації громадянського суспільства роль молоді в процесах державотворення активно зростає. Саме інтелектуальний потенціал молодого покоління сьогодні визначає подальші шляхи розвитку країни, розвитку науки, культури, економіки, техніки. Тому пошук, виявлення, розвиток талантів і підтримку обдарованої молоді, стимулювання творчої праці, забезпечення всебічного розвитку індивідуальності людини як особистості та найвищої суспільної цінності і максимальної реалізації її здібностей було визнано одними із пріоритетних державних завдань в галузі освіти. Увага до даної проблеми значно активізувалась із підписанням Указу Президента України «Про додаткові заходи щодо державної підтримки обдарованої молоді» і «Про програму роботи із обдарованою молоддю на 2001-2005 рр.». З того часу було зроблено немало: впроваджено системи пошуку обдарованої молоді: створено інформаційні банки даних (про талановитих дітей, банки діагностичних методик, методичні банки даних про передовий педагогічний досвід), центри тестування учнів загальноосвітніх навчальних закладів з метою виявлення їх здібностей, інтересів, проводяться олімпіади, конкурси, турніри, фестивалі, огляди творчих колективів, учнівських конференцій, виставок творчих робіт учнів і студентів, спортивних змагань, інших заходів, спрямованих на виявлення і самореалізацію обдарованих дітей та молоді; за підсумками творчих заходів видаються збірки наукових робіт і творів переможців; здійснюється матеріальне заохочення талановитої молоді; розширено мережі експериментальних майданчиків для апробації та запровадження вітчизняних і світових педагогічних методик розвитку здібностей; зростає кількість навчальних закладів нового типу, спеціалізованих профільних шкіл, класів з поглибленим вивченням окремих предметів, шкіл фізичного розвитку; постійно розширюється мережа літніх оздоровчих шкіл-таборів для обдарованих дітей та студентів, проводяться табірні збори, експедиції; широко проводяться конференції, семінари, школи передового досвіду, "круглі столи" з питань виявлення, навчання й розвитку здібностей обдарованих дітей, учнів і студентів. Основний результат – сформовано цілісне, системне бачення і розуміння важливості проблеми підтримки обдарованої молоді як загальнонаціональної.

В психолого-педагогічній літературі проблема обдарованості представлена досить широко роботами як вітчизняних, так і зарубіжних вчених (Г.Айзенк, Б.Ананьєв, О.Антонова, Д.Богоявленська, Г.Бурменська, А.Брушлинський, Л.Виготський, Дж.Гілфорд, Ю.Гільбух, М.Гнатко, С.Гончаренко, В.Дружинін, В.Давидов, Б.Ельконін, Н.Кічук, О.Кульчицька, В.Крутецький, Н.Лейтес, О.Матюшкін, В.Моляко, О.Музика, С.Максименко, В.Паламарчук, М.Поташник, К.Перлет, С.Рубінштейн, Р.Стернберг, С.Сисоєва, В.Слуцький, Б.Теплов, К.Тейлор, Б.Шадріков та ін). Різні аспекти проблеми підготовки педагогів до роботи із обдарованими учнями висвітлено в працях Н.Лейтеса, А.Матюшкіна, О.Дьяченко, В.Панова та ін. Ця проблема знайшла відображення і в дисертаційних дослідженнях О.Антонової, Т.Мороз, М.Арсенової, І.Ушатікової, Т.Воронової та ін.

Однак, незважаючи на широту і багатогранність досліджень дана проблема і досі залишається актуальною. В Концепції державної програми із обдарованою молоддю на 2006-2010 роки підкреслюється, що причиною неповної реалізації попередньої Програми є «*недостатність теоретичної обґрунтованості* проблеми обдарованості в питаннях підготовки спеціалістів до роботи із обдарованою молоддю». Зокрема, це стосується конкретної проблеми формування готовності майбутнього вчителя математики до роботи із обдарованими учнями. Протиріччя між потребою сучасної школи у кваліфікованому вчителі математики, здатному організувати роботу із обдарованими дітьми, і відсутністю цілеспрямованої підготовки майбутніх вчителів з одного боку, а також недостатньою теоретичною і методичною розробкою проблеми підготовки таких спеціалістів в системі вищої педагогічної освіти з іншого, зумовили необхідність проведення спеціально орієнтованого дослідження.

Виклад основного матеріалу дослідження. Сьогодні, думаючи про майбутнє, розвинені країни світу все більшу надію покладають на науку, все більше коштів вкладають в розвиток новітніх технологій. Зростає роль математиків-дослідників-винахідників, здатних як робити відкриття в самій математиці, так і нестандартно використовувати математичні прийоми, методи та підходи в інших галузях науки. В більшості, серйозних успіхів досягають переважно ті, хто свою творчо-наукову діяльність розпочав ще в шкільні роки. Вчасно не залучивши обдаровану дитину до напруженої наукової роботи, ми, можливо, назавжди позбавляємо її можливості досягти висот у математиці, а державу – математичного генія, який міг би принести користь і славу своїй Вітчизні.

Розвинути інтерес учня до занять математикою, зацікавити його, навчити систематично активно і наполегливо працювати здатні різного рівня (шкільні, районні, міські, обласні і т.д.) математичні олімпіади. Олімпіада та спеціальна підготовка до участі в ній є однією із важливих форм позакласної роботи із обдарованими дітьми. За даними Міністерства освіти та науки України, щороку близько трьох мільйонів школярів України (це близько 60% від загальної кількості учнів) залучаються до участі у предметних олімпіадах різного рівня (з 15 базових предметів), а понад дві тисячі найталановитіших учнів стають учасниками фінального (всеукраїнського) етапу змагань. Про високу математичну підготовку переможців всеукраїнського етапу олімпіади свідчать результати їхніх виступів на міжнародному рівні: так, 2009 року всі наші учасники повернулись із медалями, виборовши загалом 3 золоті, 1 срібну та 2 бронзові нагороди (що забезпечило Україні 14-те місце в загальному заліку).

Основними завданнями учнівських математичних олімпіад є: підвищення інтересу учнів до вивчення математики, виявлення і розвиток математичних здібностей, виявлення юних аматорів математики з метою подальшого залучення їх до наукової роботи, стимулювання творчого самовдосконалення учнів, надання їм допомоги у виборі професії, підвищення їхньої теоретичної підготовки, пропаганда досягнень науки, техніки та новітніх технологій, формування творчого покоління молодих науковців та практиків для різних галузей суспільного життя.

Успішність виступу учня на олімпіаді значною мірою залежить від вчителя. Щоб підготувати учнів до участі в олімпіаді, вчителю математики необхідно проводити широку підготовчу роботу (як колективну (гурткову), так і індивідуальну), добирати до занять спеціальні задачі, ретельно продумувати методику роботи над кожною задачею, яку він пропонує учням.

Задачі, що пропонуються на олімпіадах, відрізняються від звичайних шкільних задач рівнем складності і нестандартністю. Як правило, розв'язання олімпіадної задачі грунтується на одній несподіваній ідеї. Чим оригінальнішою є ідея, тим кращою є задача (з точки зору журі, яке складає завдання для олімпіади). Але абсолютно оригінальних задач з'являється небагато. В основу переважної більшості олімпіадних задач покладено певні відомі прийоми і методи. Досить часто для їх розв'язання необхідно (або бажано з метою відшукання більш раціонального, більш «красивого», «вишуканого» розв'язання) бути обізнаним із теоретичним матеріалом, що виходить за рамки шкільної програми. Знайомство з такими найбільш поширеними методами бажано для кожного учасника олімпіади. Таке знайомство може забезпечити саме вчитель. Але чи готовий вчитель до цього?

З метою виявлення стану готовності випускників педагогічного університету – майбутніх вчителів математики до роботи із обдарованими учнями (зокрема, до організації підготовки учнів до участі в олімпіадах різного рівня), а також ставлення їх до проблеми обдарованості загалом, авторами було проведено опитування студентів – випускників бакалаврату Фізико-математичного Інституту НПУ імені М.П.Драгоманова. Всього в дослідженні взяли участь 42 студенти. Було розроблено опитувальний лист, до складу якого входили питання, спрямовані на вивчення думки майбутніх вчителів про наявність та кількість обдарованих (математично здібних) дітей в кожному класі, про потенційні можливості та готовність майбутніх вчителів працювати з такими учнями.

Зауважимо, що участь в анкетуванні не була обов'язковою, проте всі присутні виявили бажання висловити свою думку, надати свої власні рекомендації щодо можливих коректив у системі професійної підготовки вчителя, і таким чином посприяти поліпшенню підготовки майбутніх спеціалістів до роботи із обдарованими учнями. Це говорить про небайдужість майбутнього вчителя до проблеми обдарованості, до рівня своєї кваліфікації, про вимогливість до рівня фахових знань.

Наводимо текст опитувального листа:

1. Яку дитину, на Вашу думку, можна вважати математично обдарованою?

____

2. Яка, на Вашу думку, середня кількість обдарованих дітей в кожному класі (з 25 чоловік)?

☐ 0;
☐ 1–2;
☐ 3–5;
☐ 6–10;
☐ більше 10;
☐ затрудняюсь дати відповідь.

3. Чи вважаєте Ви, що із обдарованою дитиною вчитель повинен займатись індивідуально?

☐ так, це необхідно;
☐ ні, це не впливає на розвиток здібностей;
☐ не обов'язково;
☐ затрудняюсь дати відповідь.

4. Чи вважаєте Ви, що обдаровані діти повинні навчатись в спеціалізованих закладах (ліцеях, гімназіях)?

☐ так;
☐ ні;
☐ не обов'язково;
☐ затрудняюсь дати відповідь.

5. Чи сприяє навчання в спеціалізованій школі більшому розвитку математичних здібностей учня?

☐ так;
☐ ні;
☐ не обов'язково;
☐ затрудняюсь дати відповідь.

6. Чи вважаєте Ви, що до роботи із обдарованою дитиною вчитель має бути спеціально підготовлений?

☐ так, обов'язково;
☐ не обов'язково;
☐ ні, спеціальна підготовка не потрібна;
☐ затрудняюсь дати відповідь.

7. Чи готові Ви, на Вашу думку, до роботи із обдарованими учнями?

- ☐ так;
- ☐ не впевнений(а);
- ☐ ні;
- ☐ затрудняюсь дати відповідь.

8. Чи відчуваєте Ви готовність підготувати учня до участі в:

- ☐ шкільній олімпіаді;
- ☐ районній олімпіаді;
- ☐ міській олімпіаді;
- ☐ всеукраїнській олімпіаді;
- ☐ міжнародній олімпіаді;
- ☐ не готовий;
- ☐ затрудняюсь дати відповідь.

9. Чи, на Вашу думку, Вам вистачає наявних фахових знань і вмінь для того, щоб:

- ☐ викладати математику на поглибленому рівні (в спеціалізованій школі, класі);
- ☐ підготувати учня до участі в олімпіаді;
- ☐ підготувати учня до вступу до ВНЗ;
- ☐ до керівництва написанням учнем наукової роботи в МАН;
- ☐ не вистачає;
- ☐ затрудняюсь дати відповідь.

10. Що потрібно, на Вашу думку, вдосконалити в системі підготовки майбутнього вчителя математики, щоб він був готовий до роботи із обдарованими учнями?

____

Серед критеріїв, за якими майбутні вчителі виділяють математично обдаровану дитину – зацікавленість математикою; постійне прагнення до поповнення скарбнички своїх знань; варіативність мислення, що виявляється в можливості і, головне, бажанні відшукати різні шляхи розв'язання задачі (зокрема, нестандартні, оригінальні), спростити спосіб її розв'язання; швидкість та легкість сприймання та відтворення інформації, сприйняття та засвоєння матеріалу високого рівня складності (відповідно до віку), вміння швидко проводити усні обчислення, вміння робити правильні логічні висновки (аналітичний склад розуму), активність, сумлінність, висока допитливість (такі діти часто задають запитання, на які вчитель не завжди знає відповідь), самостійність, багата уява, вміння наполегливо працювати (виконувати тренувальні вправи) для досягнення мети. Слід відмітити, що переважна більшість респондентів вказали на той факт, що лише 10% обдарованості – це природні, вроджені задатки, а решта 90% – результат наполегливої праці. (Такий погляд цілком відповідає сучасному розумінню феномену обдарованості, відповідно до якого кожна дитина вважається потенційно обдарованою.) Водночас у відповідь на запитання про середню кількість математично обдарованих дітей в кожному класі (загальної чисельності 25 чол.) більше половини респондентів зазначили, що, як правило, таких дітей небагато – 1-2, біля третини опитаних вказали на кількість в 3-5 ч. і лише двоє відповіли, що кількість таких учнів перевищує 10. Таким чином, майбутній вчитель розуміє, що потенційно обдарованим є кожен учень, але не кожен реалізує природні задатки, не кожен має змогу розвинути свої математичні здібності, і багато що залежить саме від вчителя, від його своєчасної реакції на виявлений математичний талант.

При цьому із дитиною індивідуально займатись не обов'язково («так, це необхідно» – відповіли лише 50%, решта 50% – «не обов'язково»). Але навчання в спеціалізованому закладі (ліцеї, гімназії) сприяє розвитку математичних здібностей (64%). Такі навчальні заклади організовують спеціалізовану, цілеспрямовану, систематичну роботу із обдарованими учнями. Тому, на думку більшості, обдарована дитина навіть повинна навчатись в спеціалізованому закладі (62%). Вочевидь, на думку багатьох, в таких навчальних закладах працюють переважно спеціально підготовлені вчителі. Адже на запитання: «Чи повинен вчитель бути спеціально підготовлений до роботи із обдарованою дитиною?» «так, обов'язково» відповіли всі 100%.

Не може не тривожити той факт, що жоден із респондентів не дав позитивної відповіді на питання: «Чи готові Ви, на Вашу думку, до роботи із обдарованими учнями?». Майже всі дали відповідь: «не впевнений(а)»; три відповіді – «ні». Всі опитані одностайні у необхідності внесення змін в систему підготовки вчителя з метою формування готовності його до роботи із обдарованими учнями: висловлювались пропозиції щодо введення додаткової «за бажанням» дисципліни з І курсу: «Підготовка вчителя до роботи з обдарованими дітьми з математики», на якій розглядатимуться задачі логічного змісту, поглибленого рівня; окремої спеціалізації «Поглиблене вивчення математики» (наприклад, в магістратурі); збільшити кількість спеціальних курсів; розширити мережу гуртків та семінарів.

Таким чином, в ході аналізу результатів дослідження було виявлено ряд суперечностей. Більшість респондентів вважає, що спеціалізована робота із обдарованими учнями необхідна, до такої роботи вчитель має бути спеціально підготовлений, без такої роботи більшість учнів не реалізує своїх потенційних можливостей. Водночас, жоден із опитаних не відчуває готовності, не впевнений у своїх силах щодо можливостей організації такої роботи.

Що є причиною невпевненості? Чи вистачає фахових знань і вмінь?

Думки респондентів на питання 9 розподілились наступним чином:

	Позиція респондентів	Абсолютна кількість респондентів	Кількість респондентів у %
	вистачає для того, щоб: – викладати математику на поглибленому рівні (в спеціалізованій школі, класі); – підготувати учня до участі в олімпіаді; – підготувати учня до вступу до ВНЗ; – до керівництва написанням учнем наукової роботи в МАН.	24	57
	не вистачає	3	7
	затрудняюсь дати відповідь	15	36

При цьому вважають себе готовими до викладання математики на поглибленому рівні (в спеціалізованій школі, класі) лише 36%, підготувати учня до участі в олімпіаді – 24% (10 із 42 опитаних), підготувати учня до вступу до ВНЗ – 36%, до керівництва написанням науковою роботою в МАН – 0%.

У відповідь на більш конкретне питання про можливість підготовки учня до участі в олімпіадах (різного рівня) лише один респондент дав відповідь «не готовий» і один – «затрудняюсь дати відповідь»; четверо респондентів, що при відповіді на попереднє питання вказали на готовність підготувати учня до участі в олімпіаді, вибрали відповіді: «міській олімпіаді» (4 чол.) і «районній олімпіаді» (6 чол.), решта – готові підготувати до участі в шкільній олімпіаді. Таким чином, можна зробити висновок, що більшість опитаних не вважає рівень шкільної олімпіади високим, не вважає, що до участі в цьому турі олімпіаді треба спеціально готувати учнів (причому як предметно, такі і психологічно).

Таким чином, на думку більшості студентів, підготовка до участі в олімпіаді має за мету саме перемогу в певному етапі олімпіади. Але не розвиток математичного мислення загалом!

Навіщо ж насправді потрібна олімпіада? Академік П.С.Александров (голова оргкомітету першої московської математичної олімпіади (1935)) у передмові до [1] пише: «Основна турбота про майбутнє радянської науки вимагає, щоб жодне математичне обдарування… не загубилось даремно. Кожному із наших підростаючих талантів забезпечена повна увага, повна і всебічна допомога і підтримка з боку радянської держави і всього соціалістичного суспільства нашої країни». І далі: «Однією із найбільш дієвих форм нашої допомоги найбільш молодим даруванням є організація олімпіади, тобто широкого змагання, широкого соціалістичного змагання всіх наших школярів, які обдаровані математично і цікавляться математикою. Це змагання повинно змусити кращих із них відчути себе вже справжніми математиками, майбутніми вченими. Воно повинно закріпити їхню віру в себе, запалити їхній науковий ентузіазм і водночас змусити їх відчути, що лише довгий шлях наполегливої роботи приведе їх до мети, до участі в якості кваліфікованих математиків, а іноді і великих самостійних вчених в тому величезному будівництві соціалізму, яке розгорнулось в нашій країні». Багато понять, якими оперував П.С.Александров нині канули в минуле, проте вічним залишиться глибокий смисл його слів про роль, значення, невичерпні можливості математичних олімпіад: наука – це вагоме досягнення людства, для її розвитку держава повинна розумно дбати про те, щоб жодне обдарування не пропало. Обдаровані люди можуть принести користь своїй вітчизні, і тому держава повинна забезпечити повну увагу, всебічну допомогу і підтримку кожному із підростаючих талантів. При цьому однією із найбільш дієвих форм сприяння молодим даруванням є організація олімпіади – широкого змагання школярів, які цікавляться математикою; таке змагання покликане закріпити віру в себе і запалити науковий ентузіазм. Отже, олімпіада може принести користь для кожної окремої особистості, держави в цілому, людства загалом.

Московське математичне товариство брало участь в проведенні всіх олімпіад до 1980 р. включно. В такий спосіб відбувалось знайомство учнів (часто перше) із сучасною наукою: перед проведенням олімпіади для її учасників читали лекції видатні вчені. Нині було б непогано відродити цю традицію. Адже не секрет, що «іноді при шкільному викладанні математики ідейний зміст і значення того чи іншого математичного положення розчиняється серед правил, формул і, як не дивно, доведень» (С.А.Гальперн, голова оргкомітету 9 математичної олімпіади [2]), не формується загальне бачення математики як науки, для багатьох краса математики так і залишається непоміченою. Проведенню олімпіад передувала і загальна підготовча робота з учнями: працювали математичні гуртки, якими керували студенти і аспіранти університетів, на допомогу учням тисячними тиражами видавались збірники підготовчих задач.

Системна підготовка до будь-якого етапу олімпіади дійсно необхідна. Виставляючи на олімпіаду непідготовленого учня можна назавжди відбити його зацікавленість до занять математикою, оскільки існує ймовірність втрати ним віри в свої сили і можливості. Крім того, вчитель повинен мати на увазі, що не кожен учень за своїми психологічними якостями готовий до участі в олімпіаді. Так, як це не парадоксально, саме П.С.Александров зазначав, що якби за часів його юності були математичні олімпіади, він, можливо, ніколи не став би математиком. Адже «для успіху на олімпіаді необхідні деякі спеціальні типи обдарованості, які зовсім не обов'язкові для успішної дослідницької роботи. Вже сама наявність назначеного дуже обмеженого терміну для розв'язування задач багатьох робить абсолютно безпорадними. Але існують і такі математичні проблеми, які можна розв'язати лише в результаті дуже довгих і спокійних роздумів і формування нових понять. Багато такого роду проблем було розв'язано чудовим радянським топологом П.С.Александровим» (А.Н.Колмогоров [3, с.4]). Головні досягнення в математиці найчастіше є результатом тривалого, глибокого, напруженого споглядання. Головне – кінцевий результат: розв'язана задача, чи ні, оригінальним є спосіб розв'язання, чи ні.

Отже, коли йде мова про участь кожного конкретного учня в олімпіаді, вчитель повинен враховувати достатньо багато нюансів. Дуже важливо, щоб, в першу чергу, кожен майбутній вчитель усвідомив істинну суть олімпіади: визвати інтерес до занять математикою, надати можливість повірити учню в свої сили, привчити його до систематичної наполегливої праці.

А зацікавити можна саме на прикладах задач із теорії чисел. Наприклад, можна запропонувати наступну задачу.

Задача [4, № 71]. *Довести, що за річ, яка коштує більше ніж 7 коп., можна розрахуватись лише монетами по 3 і 5 копійок.*

Зовнішня простота умови даної задачі, її практичне значення, життєвий генезис зацікавлять, без сумніву, кожного учня. Саме ця простота формулювання умови надала задачам теорії чисел надзвичайної привабливості. Чимало видатних математиків своїм інтересом до занять наукою завдячують саме теорії чисел. В історії відомо немало прикладів «простих», на перший погляд, задач, для розв'язання яких необхідно було створити абсолютно нову математичну теорію, розробити новий метод; і проходили роки, десятиліття, а часто навіть і століття, перш ніж той чи інший факт одержував строге доведення. Окремо варто відмітити, що навчити учнів розв'язувати задачі (в тому числі і нестандартні) можна лише тоді, коли вони матимуть бажання їх розв'язувати, тобто коли задача буде змістовною і цікавою з точки зору учня.

Для розв'язування багатьох задач теорії чисел, зокрема задач на подільність, часто не потрібні глибокі знання інших розділів математики, теоретичного матеріалу цілком вистачає. Цінується, в першу чергу, вміння спостерігати, аналізувати, робити гіпотетичні припущення тощо. І це багатьох вчорашніх «двійочників» (які з тих чи інших причин не зовсім добре засвоїли окремі частини курсу математики) урівнює в можливостях з іншими, може заставити повірити в свої сили. В свою чергу, спеціально підібрана система задач може сприяти розвитку інтуїції, формуванню вміння спостерігати, підмічати закономірності. Індуктивний метод викладання (а саме цей метод, на глибоке переконання авторів, має переважати при вивченні елементів теорії чисел) сприятиме формуванню дослідницьких навичок. Небагато хто з учнів в майбутньому стане математиком, але володіння навичками дослідницької роботи стане в нагоді, без сумніву, кожному.

Таким чином, задачі з теорії чисел – ідеальний варіант для зацікавлення математикою, розвитку інтуїції, креативності мислення, формування дослідницьких навичок. І не дивно, що значний відсоток завдань учнівських математичних олімпіад – це саме задачі з теорії чисел.

Водночас, як це не дивно звучить, в змісті курсу «Алгебра і теорія чисел» (що є нормативною дисципліною програми підготовки майбутнього вчителя математики) безпосередньо матеріал з теорії чисел представлений дуже мало.

За часів Радянського Союзу на вивчення курсів алгебри і теорії чисел в педагогічних університетах планувалось в 1,5 рази більше аудиторних годин, ніж це передбачено зараз. Це – результат реформ у системі вітчизняної вищої освіти, коли поступово в декілька етапів ця кількість була скорочена до сучасного рівня. З метою економії часу окремі теми, що мають безпосереднє відношення до шкільного курсу математики, було спочатку винесено на самостійне опрацювання, а потім взагалі вилучено із програми. Фактично, в сучасних українських Галузевих Стандартах підготовки вчителя математики в частині курсу «Алгебра і теорія чисел» сама теорія чисел представлена лише одним змістовим модулем: Р.09.03 Теорія конгруенцій. Сучасні стандарти не охоплюють багато розділів теорії чисел, необхідних для глибокого розуміння наукових основ шкільного курсу математики – теми: «Теорія подільності» (6 кл. загальноосвітньої школи і 8 кл. класи з поглибленим вивченням математики), а також значної частини тем факультативних занять (таких як «Ціла і дробова частини числа», «Діофантові рівняння», «Системи числення» [5]). Деякі із цих питань в інших курсах розглядаються поверхнево; більшість не розглядається взагалі. Зауважимо, що Стандартами Російської Федерації весь необхідний зазначений вище матеріал з теорії чисел охоплено повністю.

З метою усунення невідповідності між вимогами до знань випускників університетів з теорії чисел і недостатнім представленням теорії чисел в діючих Українських Стандартах підготовки вчителя математики, між вимогами до професійних навичок вчителя математики щодо організації роботи із обдарованими учнями (зокрема, організації підготовки талановитих дітей до участі в математичних олімпіадах) та відсутністю відповідної цілеспрямованої фахової підготовки студентів, авторами пропонується впровадження спецкурсу «Теорія чисел в задачах підвищеної складності».

Основною метою спецкурсу є формування готовності майбутнього вчителя математики до роботи із обдарованими учнями, організації підготовки їх до участі в математичних олімпіадах різного рівня. Дана мета конкретизується через наступні складові:

1) *навчальна:* цілісне і систематизоване засвоєння студентами теоретичних основ теорії чисел і їх застосувань до розв'язування відповідних практичних задач в обсязі, необхідному для глибокого розуміння основ шкільного курсу математики та факультативних курсів; формування вмінь і навичок розв'язування задач підвищеного (олімпіадного) рівня складності з теорії чисел; ознайомлення із способами, методами, формами, особливостями організації підготовки учня до участі в математичних олімпіадах різного рівня;

2) *розвивальна:* розвиток математичних здібностей студента; інтуїції, креативності мислення; формування таких якостей як творчий підхід, нестандартне мислення і вміння вивчити проблему з різних боків;

3) *виховна:* формування інтересу до професії, до цілеспрямованої роботи із обдарованими учнями.

В результаті вивчення спецкурсу студент повинен:

мати уявлення: про предмет і основні розділи теорії чисел, про роль математиків в розвитку теорії чисел, про вплив теорії чисел на розвиток інших розділів математики, застосування результатів теорії чисел в математиці та суміжних науках;

знати: основні напрями досліджень і основні методи, що використовуються в теорії чисел, про зв'язки між окремими розділами теорії чисел, основні поняття теорії чисел та їхні властивості; основні методи розв'язування задач олімпіадного рівня.

вміти: розв'язувати основні типи задач з теорії чисел, використовувати знання з теорії чисел для розв'язування задач підвищеної складності в ШКМ, при вивченні суміжних дисциплін.

За Типовим навчальним планом зі спеціальності 6.040201. Математика, за яким працює нині Фізико-математичний інститут Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова, на проведення спецкурсу «Вибрані питання алгебри і геометрії» відводиться 36 (аудиторних) годин, з них – 2 год заліку (7-й семестр). Авторами пропонується наступний їх тематичний розподіл:

Орієнтовний тематичний план курсу

№ теми	Назва теми	К-сть год.
1.	Подільність цілих чисел. Теорема про ділення з остачею	4
2.	Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне	2

3.	Прості і складені числа	4
4.	Числові функції: функція Ойлера $\varphi(n)$, функції $\tau(n), \sigma(n)$. Ціла і дробова частини числа.	4
5.	Конгруенції. Теореми Ойлера і Ферма. Теорема Вільсона. Китайська теорема по остачі	8
6.	Квадратичні лишки і нелишки. Символ Лежандра. Закон взаємності	4
7.	Ланцюгові дроби	2
8.	Лінійні діофантові рівняння	4
9.	Системи числення	2
	Всього	34

(розподіл здійснено за структурними одиницями змісту курсу).

Відмітимо, що, на думку авторів, в якості основи для класифікації олімпіадних задач недоцільно вибирати метод розв'язування. Розгляд в рамках методу, фактично, «нав'язує» спосіб розв'язування. Набагато ефективнішим є розгляд однієї задачі декількома способами.

Для прикладу розглянемо різні способи розв'язування наведеної вище задачі, переважна більшість з яких грунтується на використанні однієї теоретичної одиниці – теореми про ділення з остачею. Серед розмаїття можливих способів виділимо наступні.

Нехай n– вартість товару. Тоді $n \in Z, n \geq 8$. Покажемо, що n можна записати у вигляді $n = 3k + 5t$, де $k, t \in N \cup \{0\}$.

Спосіб I. Використаємо метод математичної індукції. Для $n = 8$ твердження справедливе: $n = 3 \cdot 1 + 5 \cdot 1$, $k = 1, t = 1$. Припустимо, що твердження справедливе для $n = m$, тобто $m = 3k + 5t$, де $k, t \in N \cup \{0\}$, і доведемо його справедливість для $n = m + 1$. Маємо: $m + 1 = 3k + 5t + 1$. Якщо $t = 0$, то $m = 3k$, $k \geq 3$. В цьому випадку $m + 1 = 3k + 1 = 3(k - 3) + 9 + 1 = 3(k - 3) + 5 \cdot 2$, і твердження справедливе. Якщо $t \geq 1$, то $t - 1 \geq 0$. Тоді $m + 1 = 3k + 5t + 1 = 3k + 5(t - 1) + 5 + 1 = 3(k + 2) + 5(t - 1)$, і твердження справедливе. В силу принципу математичної індукції, твердження справедливе для всіх натуральних чисел $n \geq 8$.

Спосіб II. За теоремою про ділення з остачею ціле число n можна записати у вигляді $n = 3q + r$, де $r = 0, 1, 2$. Якщо $r = 0$, то $n = 3q = 3 \cdot q + 5 \cdot 0$ і твердження справедливе. Якщо $r = 1$, то $q \geq 3$ і $n = 3q + 1 = 3 \cdot (q - 3) + 5 \cdot 2$, твердження справедливе. Якщо $r = 2$, то $q \geq 2$ і $n = 3q + 2 = 3 \cdot (q - 1) + 5 \cdot 1$, твердження справедливе.

Спосіб III. Оскільки $(3,5)=1$, то, в силу критерію взаємної простоти, існують цілі числа u і v такі, що $3u+5v=1$. Помноживши обидві частини даної рівності на $n>0$, отримуємо: $3un+5vn=n$. Знайдемо найбільше ціле число n, яке не можна подати у вигляді $3x+5y$, де x, y – цілі невід'ємні числа. В силу теореми про ділення з остачею, $un=5q+r$, де $r=0,1,2,3,4$. Тоді $3(5q+r)+5vn=n$, звідки $3r+5t=n$, де $t\in Z$. Оскільки $r\geq 0$, то n буде найбільшим цілим числом, яке не можна подати у вигляді $3x+5y$, де $x\geq 0, y\geq 0$, при $t=-1$, $r=4$. Тоді $n=3\cdot 4+5\cdot(-1)=7$. Отже, будь-яке ціле число $n\geq 8$ можна подати у вигляді $3x+5y$, де $x\geq 0, y\geq 0$.

Спосіб IV. Використаємо метод від супротивного. Нехай знайдеться таке натуральне число n, $n\geq 8$, що n не можна подати у вигляді $3x+5y$, де x, y – цілі невід'ємні числа. Тоді $n\not\vdots 3$, оскільки в противному випадку $n=3k=3k+5\cdot 0$, де $k\geq 0$. Значить, при діленні на 3 число n дає остачу 1 або 2. Розглянемо ці випадки: 1) нехай $n=3k+1$. Тоді $k\geq 3$. Маємо: $n=3k+1=3k+(10-9)=3(k-3)+5\cdot 2$. Таким чином, n можна подати у вигляді $3x+5y$, де $x=k-3\geq 0$, $y=2$. Суперечність. 2) Нехай $n=3k+2$, тоді $k\geq 2$. Маємо: $n=3k+2=3k+(5-3)=3(k-1)+5\cdot 1$. Отже, і в цьому випадку n можна подати у вигляді $3x+5y$, де $x=k-1\geq 0$, $y=1$. Суперечність. Всі випадки розглянуто. Припущення невірне: такого числа n не існує.

Спосіб V. Рівняння $5x+3y=n$, $n\geq 8$, – лінійне діофантове, причому $(5,3)=1$; а значить, завжди при будь-якому n має розв'язок в цілих числах x і y. Нехай (x_0, y_0) – деякий розв'язок. Якщо $x_0\geq 0$ і $y_0\geq 0$, то твердження доведено. Далі, одночасно умови $x_0<0$ і $y_0<0$ виконуватись не можуть. Отже, залишається розглянути лише випадки: 1) $x_0\geq 0$, $y_0<0$; 2) $x_0<0$, $y_0\geq 0$. Маємо:

1) Нехай $x_0\geq 0$, $y_0<0$. Поділимо y_0 з остачею на 5: $y_0=5q+r$, де $r=0,1,2,3,4$. Тоді $5x_0+3y_0=5x_0+3(5q+r)=5(x_0+3q)+3r$. Оскільки $5x_0+3y_0\geq 8$, а $3r\leq 12$, то $5(x_0+3q)\geq -4$. Але $5(x_0+3q)\vdots 5$, значить, $5(x_0+3q)\geq 0$, звідки $x_0+3q\geq 0$. Тоді рівняння $5x+3y=n$ має розв'язок $x=x_0+3q\geq 0$, $y_0=r$.

2) Нехай $x_0<0$, $y_0\geq 0$. Поділимо x_0 з остачею на 3: $x_0=3q_1+r_1$, де $r_1=0,1,2$. Тоді $5x_0+3y_0=5(5q_1+r_1)+3y_0=5r_1+3(5q_1+y_0)$. Оскільки $5x_0+3y_0\geq 8$, а $5r_1\leq 10$, то $3(5q_1+y_0)\geq -2$. Але $3(5q_1+y_0)\vdots 3$, значить, $3(5q_1+y_0)\geq 0$, звідки $5q_1+y_0\geq 0$. Тоді рівняння $5x+3y=n$ має розв'язок $x=r_1$, $y_0=5q_1+y_0$. Твердження доведено.

Спосіб VI. Неважко безпосередньо перевірити, що частинним розв'язком рівняння $5x+3y=n$ є розв'язок $x_0=-n$, $y_0=2n$. З теорії діофантових рівнянь відомо, що будь-який розв'язок рівняння $ax+by=n$, де $(a,b)=1$, можна знайти за формулами: $x=x_0+bk$, $y=y_0-ak$, де $k\in Z$. Маємо:

$$x=-n+3k\,,\ y=2n-5k\,,\ k\in Z\,. \qquad (*)$$

Покажемо, що для довільного $n\in Z, n\geq 8$, знайдеться таке ціле число k, що $x\geq 0$ і $y\geq 0$. Із умов (*) випливає, що таке число k має задовольняти умову: $5n\leq 15k\leq 6n$. Якщо $n\geq 15$, то таке число k, очевидно, знайдеться. Залишається показати, що при $8\leq n\leq 14$ між числами $5n$ і $6n$ включно знайдеться число a, кратне 15. Маємо: якщо $n\in\{8,9\}$, то $a=45$; якщо $n\in\{10,11,12\}$, то $a=60$; якщо $n\in\{13,14\}$, то $a=75$. Твердження доведено.

В результаті пошуку різних способів розв'язування однієї і тієї самої задачі формується пізнавальний інтерес, розвиваються творчі здібності, креативність мислення, виробляються дослідницькі навички. Обговорення нових знайдених способів розв'язування, виявлення можливостей застосування певних окремих прийомів, узагальнення задачі та способу розв'язування – дає можливість вчитись на задачі. Пошук найбільш раціонального, красивого, вишуканого способу розв'язання сприяє естетичному вихованню та підвищенню загальної математичної культури, розвиває гнучкість мислення.

Загальні методи слід розглядати обов'язково, проте часто нестандартні задачі можна розв'язати набагато простіше. Завдання викладача – показати, що розв'язування задачі за шаблоном нерідко призводить до виникнення помилок, збільшення обсягу роботи, іноді до ускладнення розв'язання.

Водночас, для багатьох задач може існувати лише один єдиний спосіб розв'язування. Тому, щоб охопити якомога більше можливих способів, викладач повинен чітко продумувати зміст кожного заняття та ретельно добирати систему задач в рамках кожної окремої теми.

Особливості організації навчального процесу. При розробці даного спецкурсу автори виходили із наступної концепції: формування всіх професійних навичок майбутнього вчителя є максимально ефективним і результативним, якщо весь процес навчання моделює ситуацію професійної діяльності (коли викладач сам використовує методи, організаційні форми та засоби, які майбутній вчитель зможе з успіхом використовувати в своїй професійній діяльності). Спеціальний курс (курс за вибором) – така форма сама по собі сприяє створенню активної творчої атмосфери. На практиці найбільш ефективною показала себе наступна комбінована форма організації занять: викладач подає мінімальний необхідний теоретичний матеріал, формулює задачу і не поспішає давати розв'язання, надає можливість студенту самостійно подумати. Через деякий час обговорюються всі запропоновані студентами способи розв’язання розглядуваної задачі, формулюються загальні методи і підходи, здійснюється аналіз можливостей застосування окремих методів; обговорюються методичні особливості розгляду (в роботі із учнями) кожної конкретної задачі, типу задач, системи задач в рамках теми/методу; серед всіх запропонованих варіантів розв’язання вибирається найбільш «красивий».

Оцінка навчальних досягнень студентів. Даний спецкурс спрямований на розвиток логічного мислення студентів, набуття ними навичок розв’язування олімпіадних задач, формування готовності майбутнього вчителя до роботи із обдарованими учнями. Безперечно, оцінка рівня такого роду досягнень потребує диференційованого підходу і врахування індивідуальних досягнень кожного студента. Тому залік бажано проводити у формі індивідуальної співбесіди із урахуванням результатів роботи протягом семестру. Критерії оцінювання: рівень оволодіння теоретичними знаннями та якість практичних вмінь і навичок, здатність застосовувати вивчений матеріал при розв’язуванні задач і вправ олімпіадного рівня.

Висновки. Ефективність і результативність роботи вчителя напряму залежать від організації системи його професійної підготовки. Вважаємо, що запропонований спецкурс сприятиме у розв’язанні однієї із актуальних проблем сучасної системи освіти – підготовки вчителя математики, готового до продуктивної творчої роботи із обдарованими учнями.

Список використаної літератури

1. Бончковский Р.Н. Московские математические олимпиады 1935 и 1936 гг. – М.-Л.: ОРТИ,, 1936. – 80 с.
2. Гальперн С.А. Московская математическая олимпиада школьников // Успехи матем. наук. – т. 1. – Вып. 3-4. – С.206-211.
3. Гальперин Г.А., Толпыго А.К. Московские математические олимпиады: Кн. Для учащихся / Под ред. А.Н.Колмогорова. – М.: Просвещение, 1986. – 303 с.
4. Бабинская И.Л. Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975. – 112 с.
5. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Навчальні програми для профільного навчання. Програми факультативів, спецкурсів, гуртків. – К.: Навчальна книга, 2003. – 302 с.