

РОЛЬ ЗАГАЛЬНИХ ЕВРИСТИЧНИХ ПРИЙОМІВ У ФОРМУВАННІ ЕВРИСТИЧНИХ УМІНЬ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ НА ФАКУЛЬТАТИВНИХ ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИКИ

І.В.Гончарова

кандидат педагогічних наук

Донецький національний університет,

асистент кафедри вищої математики

і методики викладання математики

Розглянута роль загальних евристичних прийомів у формуванні евристичних умінь учнів 7-9 класів на заняттях евристичного факультативу з математики.

Рассмотрена роль общих эвристических приемов в формировании эвристических умений учащихся 7-9 классов на занятиях эвристического факультатива по математике.

The role of general heuristic methods is considered in forming of heuristic skills of pupils 7-9 classes on heuristic optional courses of mathematics.

Постановка проблеми. Головною метою освітніх зусиль поступово стає якомога повне розкриття можливостей і здібностей особистості, її творчого потенціалу для того, щоб особистість була спроможною в мінливій реальності спиратися, насамперед, на власні сили, розум і волю. Саме тому всі розвинені країни світу в останнє десятиріччя здійснюють реформування освітніх систем, яке спрямоване на підвищення інтелектуального потенціалу населення, формування творчої особистості [8].

Пріоритетним завданням базової математичної освіти є розвиток мислення учнів до рівня, який би допоміг їм використовувати отримані знання для здобуття вищої освіти, для самостійного оволодіння знаннями, їх узагальнення й систематизації, для вирішення життєвих проблем у реальному житті. Важливою умовою вирішення цього завдання є формування в учнів евристичних умінь. Останні передбачають оволодіння відповідними евристичними прийомами розумової діяльності.

Аналіз актуальних досліджень. Роль евристичних прийомів розумової діяльності під час навчання математики учнів досліджується в роботах Дж.Пойа, Л.Ларсона, В.М.Осинської, Л.Я.Федченко, зокрема в процесі формування евристичної діяльності учнів – К.В.Власенко, І.А.Горчакової, Т.Н.Міракової, О.І.Скафи, З.І.Слепкань.

Метою статті є з'ясування ролі загальних евристичних прийомів у формуванні

евристичних умінь учнів 7-9 класів на заняттях евристичного факультативу.

Виклад основного матеріалу. Велику роль у «відкритті» понять та розв'язуванні задач відіграють евристичні прийоми розумової діяльності, що належать до загальних: загальні (аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення, класифікація, систематизація, аналогія, індукція) та специфічні (підведення під поняття й виведення наслідків). З робіт В.М.Осинської [6] знайомий операційний склад цих евристичних прийомів.

Найважливіше місце серед загальних евристичних прийомів посідають *аналіз* і *синтез*. Саме з аналізу й синтезу починається процес вивчення явища (факту, процесу, об'єкта), отже школяр має навчитися бачити не тільки ті риси, властивості, що знаходяться на «поверхні», але обов'язково бачити й приховані особливості, що можуть бути виявлені тільки шляхом застосування глибокого й всебічного аналізу й синтезу. Прикладом застосування аналізу й синтезу можуть бути такі задачі з евристичного факультативу «Евристики в геометрії» для учнів 7 класу [2].

Задача 1. Розділіть двома прямими прямокутник на 2 трикутники й 2 п'ятикутники.

Задача 2. Розмістіть на площині шість точок так, щоб коли з'єднати першу точку з другою, другу з третьою й т.д., а шосту знову з першою, то кожний із шести відрізків рівно один раз перетинався з будь-яким іншим відрізком.

Для формування умінь аналізувати умову задачі корисно запропонувати учням задачі з несформульованим запитанням, задачі з недостатніми й зайвими даними. Наприклад, такі серії задач розглядаються на занятті «Евристики під час розв'язування задач» [2, с. 22-24].

Задача 3. Дано квадрат. Якщо одну його сторону зменшити на 1,2 м, а іншу на 1,5 м, то площа отриманого прямокутника буде на $14,4 \text{ м}^2$ меншою від площі квадрата. (Яка довжина сторони квадрата?)

Задача 4. Маємо рівнобедрений трикутник, одна його сторона 2 см, друга 10 см, третя дорівнює одній з двох даних. Знайдіть третю сторону.

Можливі такі запитання: Що дано? Що знайти? Чи можливо задовольнити умову? Чи визначене невідоме даними задачі? Або вони недостатні? Або зайві? Або суперечливі? У результаті бесіди з'ясується, що зайвими даними є «третя дорівнює одній з двох даних».

Здатність до аналітико-синтетичної діяльності знаходить своє вираження не тільки в умінні виділяти елементи того чи того об'єкта, його різні ознаки або з'єднувати елементи в одне ціле, але й в умінні включити його в нові зв'язки, побачити його нові функції. Формуванню таких рис творчої діяльності можуть сприяти завдання, в яких об'єкт

розглядається з точки зору різних понять, а також постановка різних запитань щодо певного геометричного об'єкта. Багато таких вправ пропонується учням на занятті «Геометричний зір» [2, с. 24-28] під час формування такого уміння, як уміння «бачити й спостерігати».

Заняття «Перебір варіантів. Аналіз і синтез під час розв'язування задач» [2, с. 58-61] також зорієнтовано на ознайомлення учнів із загальними евристичними прийомами – аналізом й синтезом. Пропонується їх застосування під час розв'язування задач на побудову. Наприклад, учням на використання перебору варіантів, аналізу й синтезу пропонуються такі задачі.

Задача 5. Побудуйте квадрат: а) за двома даними вершинами; б) за серединами двох протилежних сторін; в) за серединами двох суміжних сторін; г) за центром і точкою на одній із сторін.

Під час розв'язування цієї задачі учні проводять міркування, розглядаючи різні варіанти розміщення заданих точок.

Задача 6. Дано кут 36° . Проаналізуйте, як за допомогою циркуля й лінійки можна побудувати кут 99° , використовуючи основні задачі на побудову.

Аналіз і синтез особливо вагомі при формуванні евристичної діяльності, бо уміння аналізувати є одним з найважливіших прийомів мислення людини.

Невід'ємною складовою навчальної діяльності учня виступає **порівняння** об'єктів (способів розв'язання) з метою знаходження аналогів шуканого об'єкта, перенесення їх властивостей у певні умови, протиставлення різних способів розв'язування задач тощо. Тому дія порівняння лежить в основі формування великої кількості евристичних умінь. Вона виступає як засіб зв'язку нових і вже здобутих знань.

Порівняння доцільно використовувати під час вивчення схожих понять (наприклад, подільність натуральних чисел та подільність многочленів). Формування уміння користуватися цим прийомом варто здійснювати поетапно [4]: 1) виділення ознак або властивостей одного об'єкта; 2) установлення подібності або різниці між ознаками двох об'єктів; 3) виявлення подібності між ознаками трьох, чотирьох і більше об'єктів. Таке ускладнення сприяє розвитку мислення школяра, збагаченню його пізнавального досвіду, при цьому вдосконалюватиметься саме уміння порівнювати.

Показник сформованості прийому порівняння – уміння учнів самостійно використовувати його під час розв'язуванні різних задач без указівки: «Порівняй...», «Вкажи ознаки...», «У чому подібність і різниця...» [4].

На заняттях факультативу після розв'язання однієї задачі кількома способами учням постійно пропонується порівняти їх з метою вибору найбільш простого й раціонального.

У разі не сформованості у деяких учнів уміння порівнювати, їм можна

запропонувати самостійно попрацювати з системою корекційних евристичних вправ з математики [1] (для учнів 7 класів).

Під час розв'язування практичних задач учні мають справу не з реальними об'єктами, а з їх моделями – для розв'язання прикладної задачі вони насамперед складають математичну модель, а потім досліджують її, розв'язуючи математичну задачу. Тому доводиться виявляти у предметах й об'єктах істотні для даного дослідження властивості та мислено відволікатися від неістотних, тобто використовувати прийом **абстрагування**. Наприклад, на занятті «Моделювання. Розв'язування задач із практичним змістом» [2, с. 66-70] розглядаються загальні евристичні прийоми (абстрагування) й спеціальні (моделювання, «дослідження на моделі», «переформулювання задачі»).

Проблема винаходу інновацій завжди пов'язана з варіюванням властивостей, ознак, явищ під час дослідження. При цьому виникає необхідність в узагальненні й систематизації причин, наслідків, результатів дослідження. Тому важливість евристичних прийомів узагальнення й систематизації не викликає сумніву.

Нами було помічено, що більшість учнів не в змозі застосувати прийом **узагальнення**. З метою поліпшення цієї ситуації ми пропонували самостійну роботу з системою корекційних евристичних вправ [1 с. 9-17].

Використання прийому **систематизації** на факультативних заняттях з математики корисне, наприклад, під час вивчення таких тем, як «Елементи теорії подільності» (7 клас), «Системи лінійних рівнянь» (8 клас), «Початки теорії рівнянь», «Початкові відомості про функції», «Нерівності. Алгоритмічні й евристичні підходи до їх розв'язання», «Геометричні особливості заданої конфігурації», «Метод координат. Векторний метод» (9 клас). Систематизація як теоретичних фактів із шкільного курсу математики, так і евристичних прийомів на факультативних заняттях приводить учнів до бачення їх у певній системі.

Основною частиною прийому систематизації виступає **класифікація**. Достатня кількість завдань на застосування класифікації міститься у системі корекційних евристичних вправ [1].

Уміння здогадуватися є важливим не тільки в математиці, але й під час вирішення життєвих ситуацій. При цьому важливу роль відіграє **аналогія**. Використання цього прийому сприяє висуванню гіпотез, здогадці про певні властивості об'єктів. Такі евристичні уміння, як уміння знаходити спільне в розв'язуванні із спільного в компонентах задач, знаходити спільне й відмінне в методах розв'язування задач, щоб встановити спільність або відмінність методу розв'язування даної задачі з тими, які розглядаються, знаходити орієнтири в процесі побудови нових об'єктів базуються на умінні здійснювати умовиводи за аналогією.

Установлюючи, наприклад, що нове поняття аналогічне відомому раніше, учень

може виділити однакові властивості цих понять і на цій основі прийти до «відкриття» нових теорем і задач, які раніше не вивчалися.

Наприклад, аналогія використовується на занятті «Початки теорії рівнянь» факультативу для учнів 9 класу [5]. Із шкільного курсу математики учням відоме поняття многочлена, яке визначається як сума кількох одночленів. За аналогією з цим учням пропонується сформулювати означення поняття многочлена n -го ступеню з однією змінною.

Обов'язково потрібно звернути увагу учнів на те, що міркування за аналогією не завжди може слугувати доведенням. Твердження, сформульовані за аналогією з індуктивним припущенням, можуть виявитися помилковими. Однак суттєво, що за аналогією насправді часто виходять правдиві твердження або твердження, які полегшують пошук правдивих тверджень. Тому важливо, насамперед, *навчитися формулювати математичні твердження за аналогією*, не затримуючись спочатку на тому, чи є твердження правдивими або помилковими. Цього можна досягти тільки шляхом систематичних вправ. Щоразу потрібно чітко собі уявляти, які фігури та які властивості ми вважаємо аналогічними. Прикладом можуть слугувати такі задачі.

Задача 7. *«У рівносторонній трикутник можна вписати коло». Сформулюйте аналогічне твердження для многокутника. Чи правильне воно?*

Відповідь. *«У рівносторонній многокутник можна вписати коло». Це твердження неправильне.*

На заняттях факультативу учням потрібно показати, як аналогія використовується під час пошуку розв'язування задачі. Наприклад, це можна зробити під час вивчення теми «Геометричні особливості заданої конфігурації» для учнів 9 класу, розглядаючи таку задачу.

Задача 8. *«Знаючи сторони трикутника a , b , c , обчислити радіус r_1 зовнівписаного кола, що дотикається до сторони a і продовжень сторін b і c ».*

Учні формулюють простішу або відому їм аналогічну задачу: *«Знаючи сторони трикутника a , b , c , обчислити радіус r описаного кола»*. Розв'язання останньої задачі розбивається на окремі найпростіші «кроки». Після цього легко буде знайти, що можна одержати розв'язання даної задачі за аналогією з розв'язанням допоміжної задачі. Для цього потрібно проводити аналогію на кожному кроці розв'язання.

Розвитку навичок передбачення, прогнозування, гіпотетичності сприяє міркування за *індукцією*. Різні гіпотези учні висувують під час розв'язування прогностичних задач на зразок «що буде, якщо ...», «чи завжди ...», «чи правильно, що ...». Наприклад, на заняттях факультативу «Пошук невідомих закономірностей. Математична індукція» [7] (для учнів 9-10 класів) основна увага приділяється формуванню таких евристичних умінь, як «міркувати

за індукцією», «висувати припущення, гіпотези на підставі розгляду кількох частинних випадків», «помічати деякі загальні властивості в результаті розгляду ряду окремих випадків і робити узагальнення».

Аналіз правильних розв'язань математичних задач показує, що переробка інформації, яка міститься в умові задачі, часто здійснюється для отримання різних висновків (наслідків) з того, що дано. У складі математичних умінь важливе значення має отримання наслідків з умови задачі. Цей прийом одержав назву «*виведення наслідків*». Як переосмислення елементів малюнка в плані іншого поняття, переконструювання його, цей прийом вводять В.І.Зикова, О.М.Кабанова-Меллер, І.С.Якиманська. З іншого боку, цей прийом входить до більш загального прийому, що називається в науковій літературі «аналізом через синтез». Цей же евристичний прийом розумової діяльності Б.В.Журавльов назвав «довільною зміною точки зору», а О.М.Кабанова-Меллер – «різностороннім розглядом предмета» [3]. Ознайомлення учнів з цим прийомом і створення умов для фактичного оволодіння ним передбачає розробку евристичних завдань, де він використовується якнайповніше.

Висновки. Відомо, що евристичні прийоми звільняють від запам'ятовування розв'язання кожної задачі окремо, замінюючи його засвоєнням методів, ідей щодо пошуку розв'язання взагалі й відповідних евристик. Завдяки евристикам в учнів формується вміння бачити в розв'язанні однієї задачі метод розв'язування багатьох задач. Уміння користуватися евристиками, володіння набором евристик – необхідна умова для уникнення стану дискомфорту під час пошуку розв'язання задачі, яка не є простим аналогом раніше розв'язаної.

Матеріали статті, на нашу думку, будуть корисні при побудові методики формування евристичних умінь учнів на математичних факультативах, нададуть ефективну допомогу учням в освоєнні математики, розвитку їх мислення, підвищенні продуктивності навчальної праці, озброять засобами пошуку розв'язання математичних задач. Центром уваги стало спеціальне формування в усіх школярів евристичних прийомів, якими при звичайних умовах оволодівають *тільки здібні* учні. Усвідомлюючи неможливість сформувати в усіх школярів евристичні вміння на високому рівні, ми все ж таки переконані, що при спеціальній методиці навчання й розвитку мислення, певній системі роботи вчителя можливо полегшити засвоєння й застосування математики *всіма* учнями у класі.

Список використаної літератури

1. Гончарова И. В. Система коррекционных эвристических упражнений по математике: Пособие для учащихся / Гончарова И. В., Скафа Е. И., Цапов В. А. – [изд. 2-е]. – Донецк: [ДонНУ], 2005. – 44 с., с. 9-17.
2. Евристики в геометрії: факультативний курс: книга для вчителя / І.В.Гончарова, О.І.Скафа. – Х.: Вид. група. «Основа», 2004. – 124 с. – (Серія «Б-ка журналу „Математика в школах України”»; вип. 5 (17)).
3. Кабанова-Меллер Е. Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся / Е. Н. Кабанова-Меллер. – М.: Просвещение, 1968. – 288 с.
4. Кузнецова Е. В. Элементы творческой деятельности учащихся V-VI классов при решении занимательных задач / Е. В. Кузнецова // Математика в школе. – 1997. – №5. – С. 66-72.
5. Начала теории уравнений: Методические рекомендации к проведению факультативных занятий: пособие для учителя / Сост.: И. В. Гончарова, Н. В. Коваленко, Е. И. Скафа; [под общей ред. Е. И. Скафы]. – изд. 2-е, доп. – Донецк: ДонНУ, 2007. – 88 с.
6. Осинская В. Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике / В. Н. Осинская. – К.: Рад. шк., 1989. – 192 с.
7. Поиск неведомых закономерностей. Математическая индукция: Методические рекомендации к проведению факультативных занятий: пособие для учителя / Сост.: И. В. Гончарова. – Донецк: ДонНУ, 2007. – 72 с.
8. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. / З. І. Слєпкань. – Тернопіль: Підручн. та посіб., 2004. – 240 с.