О.В. Куделіна
Бердянський державний педагогічний університет

Прикладна спрямованість навчання студентів методів опрацювання статистичних даних

Актуальність. Існують різні погляди на шляхи реформування й оновлення змісту математичної освіти. Одним з таких шляхів є реалізація прикладної спрямованості навчання математики, що розглядається як основний чинник гуманітаризації змісту освіти як процесу “олюднення” наукових знань [1] та сприяє впровадженню компетентнісного підходу у процес навчання математики [4].

На цей час немає робіт, присвячених методам реалізації даного напряму при навчанні студентів методів опрацювання статистичних даних. Тому **метою даного дослідження** є не стільки обґрунтування такої можливості, скільки представлення дидактичних матеріалів щодо впровадження вправ прикладного характеру у процес навчання студентів елементів стохастики.

Основний зміст. Поняття прикладної спрямованості навчання математики сформульовано російськими вченими-методистами Ю.М. Колягіним і В.В. Пікан, згідно з якими прикладна спрямованість – це “орієнтація змісту і методів навчання на застосування математики в техніці і суміжних науках, в народному господарстві і побуті” [3].

Протягом оволодіння знаннями з математики в школі і вузі для школярів і студентів відбувається процес створення запасу математичних моделей явищ і процесів, що існують в оточуючому світі і вивчаються різними науками. Математична модель – це спеціальний спосіб наближеного опису деякої проблеми, що дозволяє при її аналізі застосовувати формально-логічний апарат математики, це основа набуття математичних компетентностей учнів та студентів [6]. За С.А. Раковим математична компетентність – це «вміння бачити та застосовувати математику у реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики» [5].

Навчання математизації певних ситуацій відбувається шляхом розв’язування прикладних задач при закріпленні знань і навчанні їх застосування. Разом з тим очевидною є необхідність більш широкого використання прикладних задач, наприклад, на етапах введення нових понять. Фактично така пропозиція не є новою в методиці навчання математики, достатньо згадати такий метод навчання, як метод доцільних задач, який фактично належить до проблемних методів і був вперше запропонованим і описаним відомим математиком і педагогом С.І. Шохор-Троцьким ще наприкінці XIX століття. При вивченні курсу математики застосування цього методу не тільки стимулює мотиви вивчення учнями та студентами теорії, а й допомагає викладачеві розкрити істинну значимість виучуваного матеріалу, особливо у тих випадках, коли виконати це в інший спосіб досить складно. Даний спосіб традиційно застосовується при введенні деяких основних понять алгебри і початків аналізу (похідної, інтегралу), однак, не менш ефективним є його застосування при вивченні елементів стохастики, нові об’єкти можуть вводитися не тільки у формі абстрактних математичних понять, а й через прикладні задачі, у формі моделей реальних природних процесів і явищ. Дидактична цінність застосування методу доцільної прикладної задачі полягає у тому, що є можливість одразу розкрити і зміст поняття, і його застосування, зв’язавши його з конкретною життєвою (виробничою) ситуацією.

На підставі зазначеного вище можна зробити висновок стосовно того, що належна реалізація прикладної спрямованості навчання математики (з дотриманням науково-обґрунтованих вимог до створення системи прикладних задач і вимог до самих задач) виступає чинником формування й розвитку предметних математичних компетентностей студентів. Не менш важливим є й те, що реалізація цього аспекту математичної підготовки в закладах освіти професійного спрямування сприяє формуванню професійних компетентностей студентів, якщо під соціально значущими задачами, про які йдеться в характеристиках компетентностей, розуміти фахові задачі, тобто такі (прикладні) задачі, зміст яких охоплює питання, реально пов’язані з відповідною галуззю професійної діяльності [7].

Вже при вивченні першої теми «Стохастичний експеримент. Простір елементарних подій» треба починати із розгляду професійного прикладу. Так для студентів медичних, хімічних та біологічних спеціальностей можна запропонувати приклад: експеримент полягає в перевірці ампул на герметичність, вказати множину можливих наслідків експерименту (для студентів комп’ютерних спеціальностей – перевірка придатності мікросхеми, для студентів будівельних спеціальностей – перевірка плити на дотримання стандарту якості, для студентів економічних спеціальностей – перевірка терміну використання товару, для студентів педагогічних спеціальностей – перевірка правильності розв’язування вправи, тощо).

Питання викладача “Чи можливо передбачити результат?” підводить студентів до поняття “стохастичний експеримент”. При цьому викладач пояснює, що для дослідження різноманітних процесів і явищ люди часто вдаються до спеціальним чином організованих спостережень чи експериментів. Результати таких експериментів часто є непередбачуваними. Експерименти, точні результати яких передбачити неможливо, називають стохастичними або випадковими. Разом з тим кожному стохастичному експерименту відповідає певна множина Ω його можливих наслідків. Ця множина Ω називається множиною або простором елементарних подій, а її елементи називають елементарними подіями. При цьому в кожному випробуванні (проведенні експерименту) має місце один єдиний наслідок – відбувається одна елементарна подія із множини Ω всіх елементарних подій. Іншими словами, в результаті випробування із множини Ω немов би вибирається один єдиний елемент E – відбувається елементарна подія E [6].

При закріпленні понять “Простір елементарних подій”, “Елементарна подія” студенти розв’язують вправи, зміст яких пов'язаний з їх майбутньою спеціальністю. Так, для студентів економічних спеціальностей можна запропонувати задачу: експеримент полягає в перевірці терміну придатності товару. Вказати простір елементарних подій. (Відповідь: $\Omega=\{П,Н\}$, де елементарна подія $П$ – термін придатності товару до використання ще не скінчився, а елементарна подія H – термін придатності товару до використання скінчився). Для студентів педагогічних спеціальностей можна запропонувати задачу: для експерименту "Результати контрольної роботи учня" вказати множину можливих наслідків випробування, проводячи облік за 12-ти бальною системою оцінювання. (Відповідь: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; ...; 12\}$). Для студентів медичних закладів освіти можна запропонувати задачу: фіксується стать двох довільно обраних новонароджених немовлят. Вказати множину можливих варіантів статі обох немовлят. (Відповідь. $\Omega = \{XX, ДД, XД\}$, де елементарна подія XX – обидва хлопчики, елементарна подія $ДД$ – обидві дівчинки, а елементарна подія $XД$ – немовлята різної статі). Для студентів напряму комп'ютерні науки можна запропонувати задачу: для навігації полем робочого аркуша в програмі Microsoft Excel використовують переміщення комірками. Вказати множину можливих наборів дій, якщо не можна використовувати клавіші переміщення курсору. (Відповідь. $\Omega = \{Tab, Shift + Tab, Enter, Shift + Enter\}$, де елементарна подія *Tab* – переміщення на одну комірку ліворуч, елементарна подія *Shift+Tab* – переміщення на одну комірку праворуч, елементарна подія *Enter*– переміщення на одну комірку вниз, елементарна подія *Shift+Enter* – переміщення на одну комірку вгору).

При введенні поняття "Випадкова подія" студенти хімічних спеціальностей розв'язують вправу: експеримент полягає у перевірці ампул на герметичність, $\Omega = \{Ц, T\}$. Вказати всі можливі події, що визначаються множиною елементарних подій Ω. (Відповідь: Подіями можуть бути підмножини множини Ω: $A = \{Ц\}$, $B = \{T\}$, $C = \{Ц, T\}$, $D = \varnothing$. Елементарна подія *Ц* сприяє події *A* і події *C*, але не сприяє події *B* і події *D*. Аналогічно елементарна подія *T* сприяє подіям *B* та *C*, але не сприяє події *A* і події *D*). Для студентів педагогічних спеціальностей можна запропонувати вправу: експеримент полягає у перевірці контрольної роботи учня. Ω={"1", "2", "3", "4",…, "12"}. Вказати, в чому полягає подія *A*={"4", "5", "6"}. (Відповідь: учень має середній рівень навчальних досягнень з даної теми). Для студентів медичних спеціальностей можна запропонувати вправу: вказати всі можливі події, що визначаються множиною елементарних подій Ω – множина наслідків випробування "Мешканець міста хворий". (Відповідь. $\Omega = \{\textit{Хворий;Нехворий}\}$, тоді подіями можуть бути підмножини множини Ω: $A = \{\textit{Хворий}\}$, $B = \{\textit{Нехворий}\}$, $C = \{\textit{Хворий, Нехворий}\}$, $D = \varnothing$).

Вивчення операцій над подіями студентами економічних спеціальностей супроводжується розв'язуванням вправи: в супермаркет «Кишеня» треба доставити сир «Янтар» та сир «Веселий молочник», а в супермаркет «Сільпо» необхідно завезти сир «Президент» та сир «Янтар». Якщо E_0 – доставка до супермаркету сиру «Янтар», E_1 – доставка до супермаркету сиру «Веселий молочник», E_2 – доставка до супермаркету сиру «Президент», то подія $A = \{E_0, E_1\}$ – доставка необхідного товару до супермаркету «Кишеня», подія $B = \{E_0, E_2\}$ – доставка необхідного товару до супермаркету «Сільпо». Вказати подію, що полягає у доставці необхідного товару принаймні для одного з супермаркетів, тобто для супермаркету «Кишеня» або супермаркету «Сільпо», або для обох. (Відповідь: $C = A + B = \{E_0, E_1, E_2\}$). Для студентів педагогічних спеціальностей можна запропонувати вправу: серед учнів класу навмання вибирається група з п'яти учнів. Подія A полягає в тому, що в групі не більше трьох учнів мають достатній рівень навчальних досягнень з математики, подія *B* – в групі не менше одного учня з достатнім рівнем навчальних досягнень з математики. Можливими наслідками цього експерименту щодо кількості учнів з достатнім рівнем навчальних досягнень з математики у групі вочевидь є: E_0 – 0 учнів з достатнім рівнем навчальних досягнень з математики, E_1 – 1 учень з достатнім рівнем навчальних досягнень з математики, E_2 – 2 учні з достатнім рівнем навчальних досягнень з математики, ..., E_5 – 5 учнів з достатнім рівнем навчальних досягнень з математики. Тоді $\Omega = \{E_0, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$; $A = \{E_0, E_1, E_2, E_3\}$; $B = \{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$.

а). Що розуміють під подією $C = AB$? (Відповідь: Подія $C = AB$ полягає в тому, що в групі з п'яти учнів достатній рівень навчальних досягнень з математики мають не менше одного і не більше трьох учнів, тобто $C = \{E_1, E_2, E_3\}$).

б). Що розуміють під подією $A \setminus B$ та подією $B \setminus A$? (Відповідь: Подія $A \setminus B$ полягає в тому, що в групі з п'яти учнів немає учнів з достатнім рівнем навчальних досягнень з математики, а $B \setminus A$ – в групі з п'яти учнів з достатнім рівнем навчальних досягнень з математики не менше чотирьох осіб(4 або 5)).

Розгляд статистичної ймовірності (або відносної частоти) студентами фізичних спеціальностей супроводжується розв'язуванням вправи: серед 750 ампул, що перевірялися на герметичність, виявилось 15 з тріщинами. Визначити абсолютну частоту та статистичну ймовірність (відносну частоту) появи ампули з тріщиною. (Відповідь: Нехай *A* – ампула має тріщину, тоді абсолютна частота даної події в даній серії із $n = 750$ випробувань $K_{750}(A) = 15$, статистична ймовірність знаходиться за формулою $P_n^*(A) = \dfrac{K_n(A)}{n}$. У даному випадку $P_{750}^*(A) = \dfrac{15}{750} = 0{,}02$). Для студентів-медиків можна запропонувати вправу: у деякому місті N за деякий період часу на світ з'явилося 83 немовлят, з яких 43 хлопчики. Визначити статистичну ймовірність (відносну частоту) народження хлопчика. (Відповідь: $P_n^*(A) = \dfrac{43}{83} = 0{,}518$). Для студентів-хіміків можна запропонувати вправу: хімічний дослід повторюють 70 разів, в п'ятдесяти трьох випадках він закінчується успіхом, а в інших – невдачею. Визначити статистичну ймовірність (відносну частоту) успішних завершень даного експерименту і число успішних випробувань в серії з 15 дослідів при тій самій відносної частоті. (Відповідь: $P_n^*(A) = \dfrac{53}{70} = 0{,}757$. Статистична ймовірність для серії випробувань з 15 дослідів $P_n^*(A) = 0{,}757$, тоді за формулою

$P_n^*(A)=\frac{K_n(A)}{n}$ знайдемо $K_n(A)=nP_n^*(A)$ *=15*0,757=11,3*$\approx$*11*). Майбутнім інженерам-будівельникам пропонується вправа: сантехнік обслуговує 3 об'єкти. Відносна частота того, що протягом години перший об'єкт потребує уваги сантехніка – 0,2, другий – 0,3, третій – 0,25. Знайти відносну частоту того, що протягом години всі три об'єкти потребуватимуть уваги сантехніка. (Відповідь: $P_n^*(A)$ *=0,2*0,3*0,25=0,015*). Студентам-фармацевтам можна запропонувати вправу: дві фармацевтичні фірми незалежно одна від одної розробляють аналогічні препарати. Статистична імовірність того, що до закінчення року перша фірма випустить свій препарат, дорівнює 0,9, а друга – 0,07. Яка статистична імовірність того, що принаймні один із препаратів буде випущено наприкінці року, якщо відомо, що лише одна фірма встигає випустити препарат. (Відповідь: $P_n^*(A+B)=P_n^*(A)+P_n^*(B)=0{,}97$).

При вивченні теми "Умовна статистична ймовірність. Статистична ймовірність добутку подій. Залежні і незалежні події. Формула повної статистичної ймовірності. Формула Байєса" можна використовувати такі вправи: для майбутніх епідеміологів - під час епідемії в одному в населених пунктів 60% мешканців виявилися хворими. З кожних 100 хворих 10 вимагали термінової медичної допомоги. Знайти статистичну імовірність того, що будь –якому навмання взятому жителю була необхідна термінова допомога. (Відповідь: Нехай подія А полягає в тому, що мешканець населеного пункту хворий, а подія В – у тому, що хворий потребує термінової медичної допомоги. Статистична ймовірність того, що житель населеного пункту хворий $P_n^*(A)$ *=0,6*. Умовна статистична ймовірність того, що хворий потребує термінової медичної допомоги $P_n^*(B/A)$ *=0,1*. Тоді статистична ймовірність того, що будь-якому навмання взятому жителю була необхідна термінова допомога $P_n^*(B)=P_n^*(A)\ P_n^*(B/A)$ *=0,6*0,1=0,06*). Для майбутніх *медиків:* у аптечках чотирьох водіїв були ліки. У першій – 2 упаковки анальгіну та 1 упаковка цитромону, у другій – 7 упаковок анальгіну та 5 упаковок цитромону, у третій та четвертій – по 4 упаковки анальгіну та по 3 упаковки цитромону. Багато разів із навмання взятої аптечки навмання вибирали одну упаковку. Знайти статистичну ймовірність того, що вибиралася упаковка цитромону, якщо всі аптечки обиралися однаково часто, а кожна упаковка ліків в аптечці також обиралися однаково часто. (Відповідь: Позначимо через H_1 подію – обрана перша аптечка, через H_2 подію – обрана друга аптечка, через H_3 подію – обрана 3 або 4 аптечка. Події H_i називають гіпотезами. Очевидно $H_iH_j=\varnothing$ при $i\neq j$, $H_1+H_2+H_3=\Omega$. За умовою задачі $P_n^*(H_1)=\frac{1}{4}=0{,}25$; $P_n^*(H_2)=\frac{1}{4}=0{,}25$; $P_n^*(H_3)=\frac{2}{4}=0{,}5$. Знайдемо умовні ймовірності події A – вибрано упаковку цитромону: $P_n^*(A/H_1)=1/3$, $P_n^*(A/H_2)=5/12$, $P_n^*(A/H_3)=3/7$. За формулою повної статистичної ймовірності маємо

$$P_n^*(A)=\sum_{i=1}^{3}P_n^*(H_i)P_n^*(A/H_i)=0{,}25\cdot 1/3+0{,}25\cdot 5/12+0{,}5\cdot 3/7=0{,}402\ ).$$

Для менеджерів продажу молочної продукції можна запропонувати вправу*:* у двох складах були товари: у першому – 18 упаковок кефіру та 12 упаковок молока, у другому – 9 упаковок кефіру та 15 упаковок молока. З другого складу одну упаковку молочної продукції передали до першого складу. Знайти статистичну ймовірність того, що після такого передавання з першого складу було вибрано упаковку кефіру, якщо всі упаковки з першого та другого складу вибиралися однаково часто. (Відповідь: Позначимо гіпотези H_1 – передано з другого складу в перший упаковку кефіру, H_2 – передано з другого складу в перший упаковку молока. Тоді $P_n^*(H_1)=\frac{9}{24}$; $P_n^*(H_2)=\frac{15}{24}$. Знайдемо умовні статистичні ймовірності події A – після передавання вибраного з першого складу упаковки кефіру: $P_n^*(A/H_1)=19/31$, $P_n^*(A/H_2)=18/31$. За формулою повної статистичної ймовірності маємо $P_n^*(A)=\sum_{i=1}^{2}P_n^*(H_i)P_n^*(A/H_i)=\frac{9}{24}\cdot\frac{19}{31}+\frac{15}{24}\cdot\frac{18}{31}=0{,}6$).

При вивченні понять розподілів статистичних ймовірностей студенти будують гістограму частот за допомогою комп'ютерних програм, наприклад, програми GRAN (об'єкт – статистична вибірка; тип даних – частоти або відносні частоти, або варіанти; тип графіка – полігон). Для студентів-фінансистів можна запропонувати побудувати гістограму за даними зміни курсу деякої валюти: 39; 39,3; 39; 38,7; 38,7; 37,2; 37,1; 37; 37; 37,2; 37 (Рис.1-3).

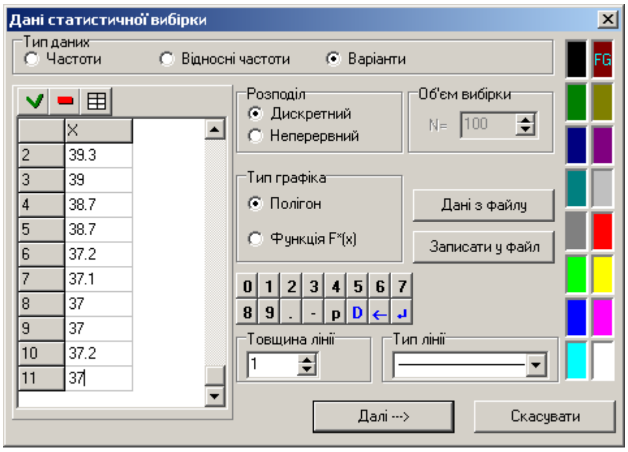
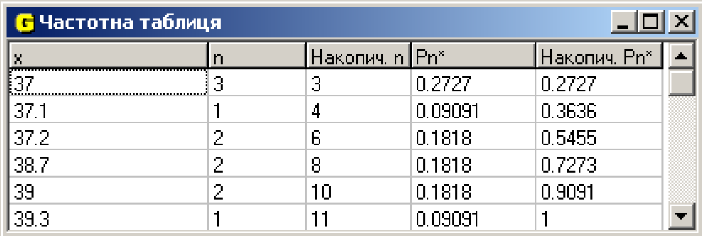


Рис. 1. Введення даних-спостережених курсів валюти



x	n	Накопич. n	Pn*	Накопич. Pn*
37	3	3	0.2727	0.2727
37.1	1	4	0.09091	0.3636
37.2	2	6	0.1818	0.5455
38.7	2	8	0.1818	0.7273
39	2	10	0.1818	0.9091
39.3	1	11	0.09091	1

Рис 2. Частотна таблиця

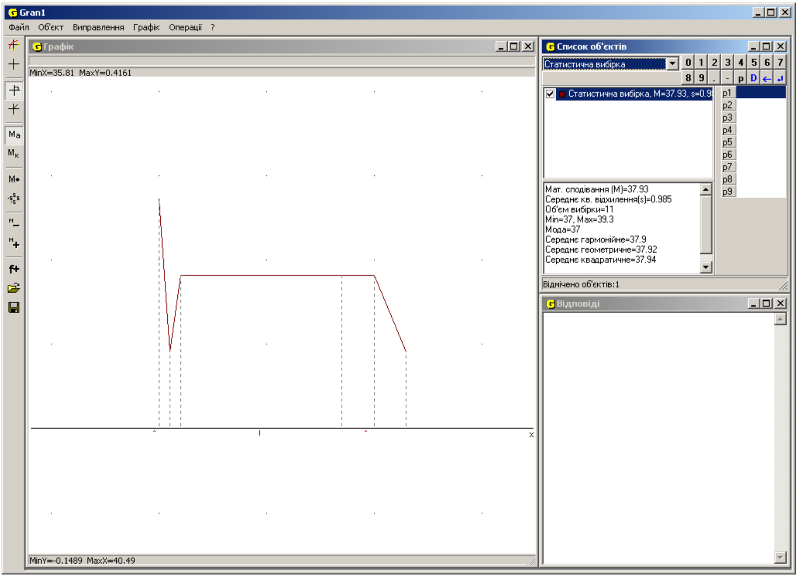


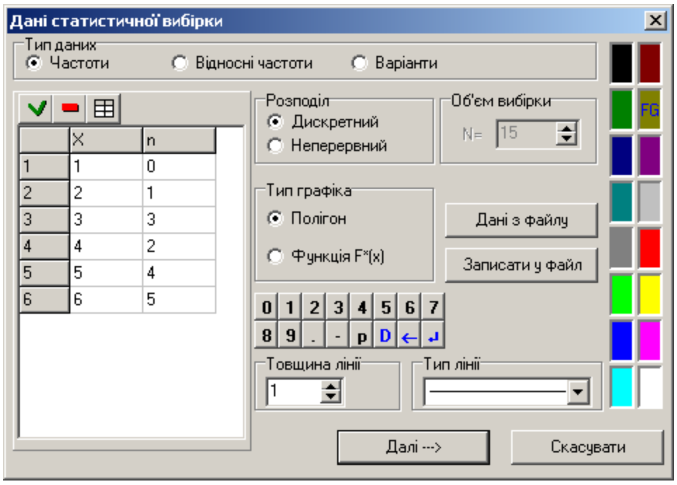
Рис. 3. Полігон частот зміни курсів валюти

Для обчислення студентами педагогічних спеціальностей деяких числових характеристик дискретного розподілу статистичних ймовірностей за допомогою програми GRAN можна запропонувати таблицю розподілу правильних відповідей учнів на шість питань тесту:

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	0	1	3	2	4	5

та запропонувати їм знайти центр розсіювання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення дискретного розподілу статистичних ймовірностей.

Розв'язки подані на рис. 4-5.



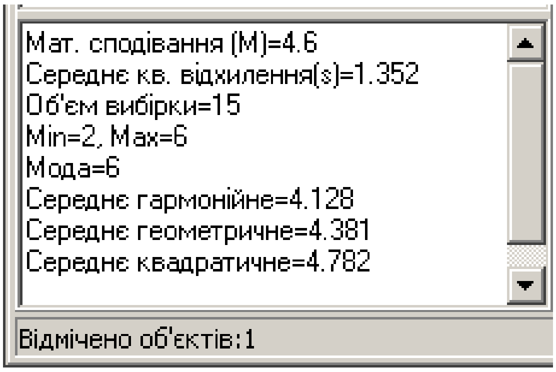


Рис. 4. Введення даних **Рис. 5.** Розв'язок задачі

Для студентів-медиків пропонується задача: фіксується вага новонароджених немовлят, за результатами складається ряд розподілу:

2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2	4,4	4,6	4,8	5
15	7	11	23	18	34	19	24	6	3	2	10	6	4	2	1

Знайти центр розсіювання статистичних ймовірностей ваги новонародженого немовляти, дисперсію та середнє квадратичне відхилення неперервного розподілу статистичних ймовірностей. Побудувати гістограму статистичних ймовірностей та вказати середню вагу немовля.

Розв'язок одержаний студентами за допомогою програми GRAN1, подано на рис. 6-9.

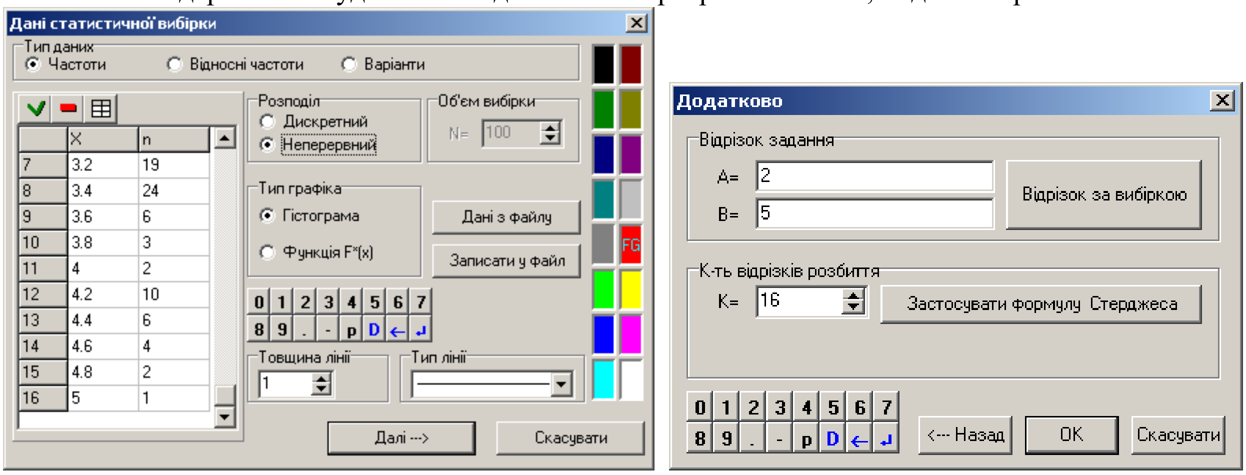


Рис. 6. Введення даних (2 кроки).

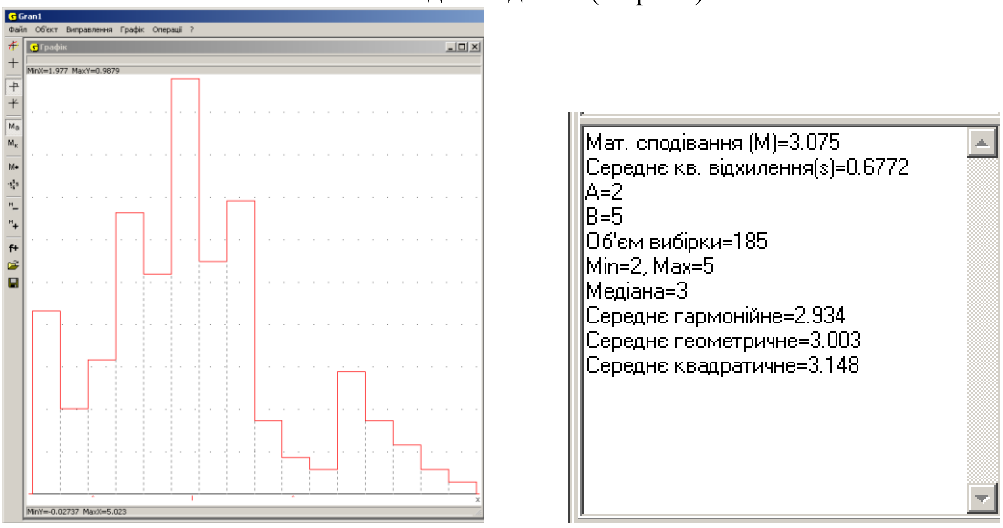


Рис. 7. Гістограма (для 16 проміжків)та вікно відповідей.

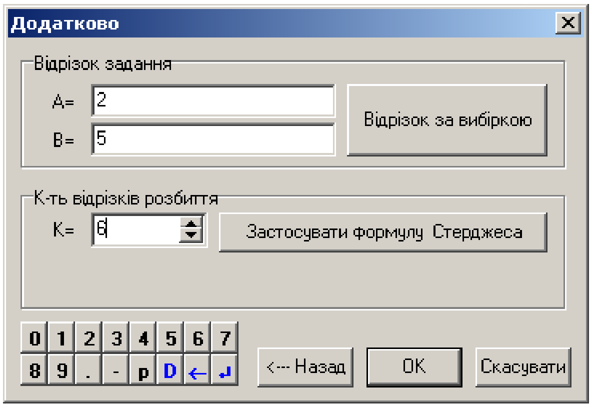


Рис. 8. Зміна кількості проміжків.

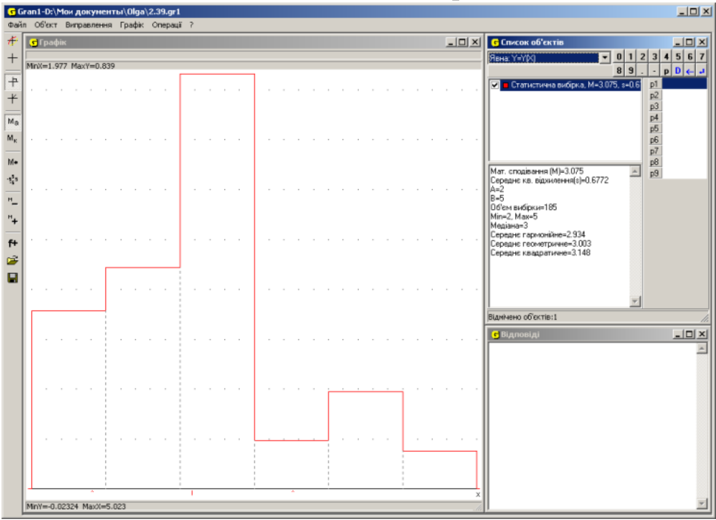


Рис. 9. Гістограма (для 6 проміжків).

Далі студентам пропонується дати інтерпретацію отриманих результатів (кількість немовляТ вагою до 3 кг та ін.).

Висновки. Прикладна спрямованість навчання студентів математичних методів опрацювання статистичних даних, тобто використання вправ професійного змісту сприяє розумінню навчального матеріалу і підвищенню інтересу до навчання, так й розвитку не тільки математичних, технологічних, а й професійних компетентностей майбутніх фахівців.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гончаренко С.У. Зміст освіти і її гуманітаризація // Неперервна професійна освіта: проблеми, пошуки, перспективи / За редакцією І.А. Зязюна. – К., 2000. – С. 106.
2. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп‘ютерною підтримкою: Посібник для вчителів. – К.: РННЦ ДІНІТ, 2004. – 107 с.
3. Колягин Ю.М., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. – 1985. – №6. – С. 27-32.
4. Овчарук О. Л. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти. – Стратегія реформування освіти в Україні.: Рекомендації з освітньої політики. – К.: «К. І. С.», 2003. – С. 13-43.
5. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. – Харків: Факт, 2005. – 360 с.
6. Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: Навчальний посібник. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128 с.
7. Шавальова О.В. Реалізація компетентнісного підходу у математичній підготовці студентів медичних коледжів в умовах комп’ютеризації навчання. / Дисертація… канд. педагог. наук: 13.00.02. – Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. – 224 с.