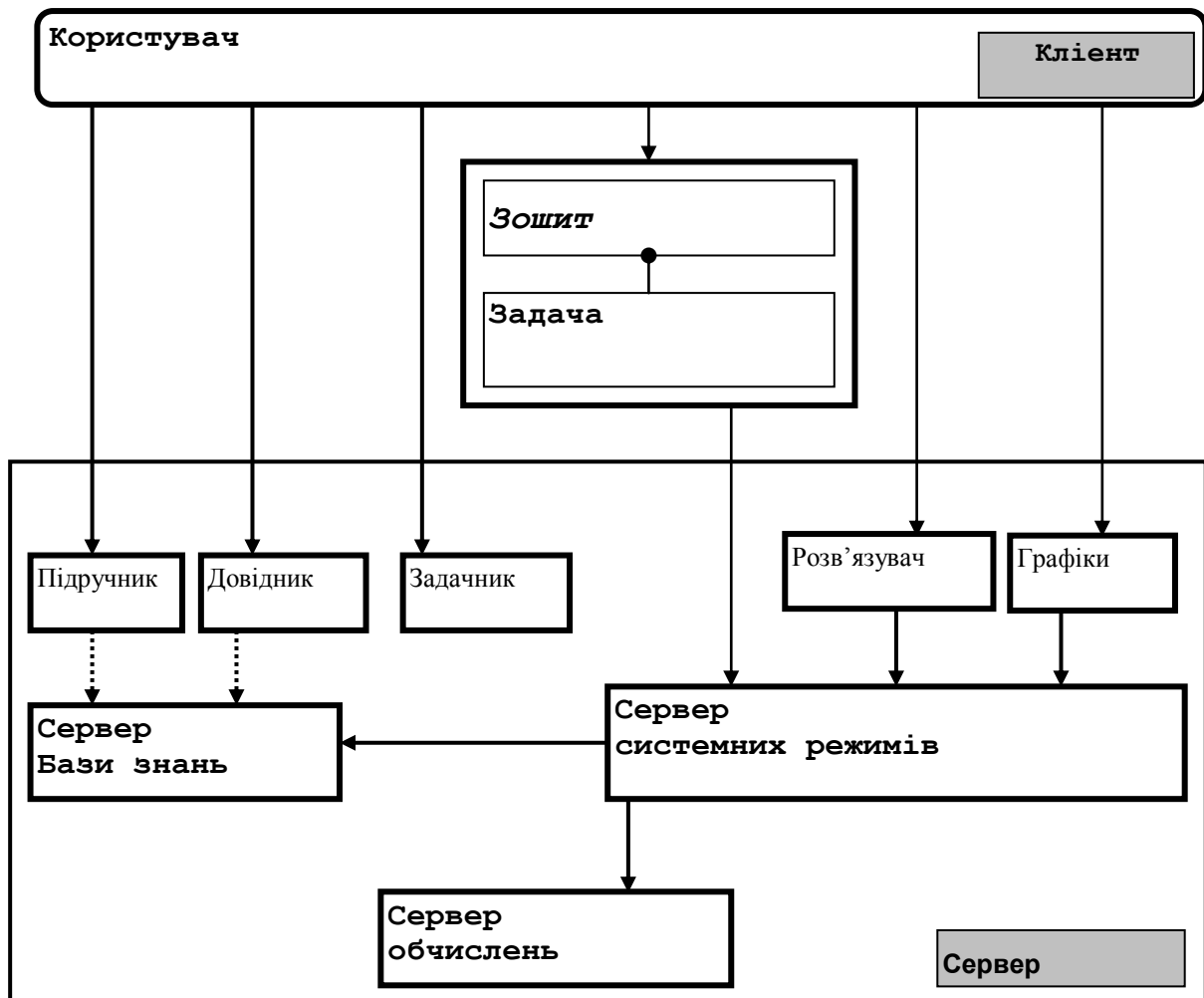


**М.С.Львов**  
(Херсонський державний університет)

## КОНЦЕПЦІЯ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ МАТЕМАТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

У даній роботі представлена концептуальна об'єктна модель програмної системи, призначення якої - підтримка навчальної математичної діяльності. Ця модель реалізована в ПМК програмно-методичному комплексі Терм-7 (курс алгебри 7 класу загальноосвітньої школи). Розглянуті також основні користувацькі і системні вимоги до основних модулів цієї системи.

### Об'єктна модель системи ТерМ.



Основний вид роботи користувача з ПМК – розв'язування математичних задач. Це розв'язування являє собою послідовність кроків, на кожному з яких користувач виконує деяке перетворення математичного об'єкта - моделі математичної задачі. Таким чином,

ядро системи утворить спеціальний модуль - *Середовище розв'язування задач*. Основні задачі цього модуля - перевірка правильності перетворень, виконаних користувачем, або автоматичне виконання перетворення за командою користувача. Список припустимих перетворень представлений у модулі *Довідник*, звідки користувач на кожному кроці вибирає потрібне перетворення. Редагування і перетворення виразів підтримуються спеціалізованим *Математичним редактором*.

Джерелом задач є *Задачник* - модуль системи, в якому представлені всі типи задач, підтримуваних *Середовищем розв'язування*. Розв'язані задачі зберігаються в *Зошиті* користувача. Перераховані вище модулі безпосередньо підтримують процес розв'язування задач.

Важливим модулем системи є *Підручник*. У *Підручнику* представлений досліджуваний теоретичний матеріал. Виклад цього матеріалу доповнюється *Системою самоперевірки*. Мета виконання кожної вправи в цій системі - усне розв'язування простих задач на задану тему. Система перевіряє правильність відповіді.

Нарешті, система надає користувачеві так звані математичні інструменти - *Математичний розв'язувач задач* і *Середовище побудови графіків*.

Робота користувача в системі персоніфікована. Кожний з користувачів має власний комплект літератури: *Зошит*, *Задачник* і *Підручник*.

Цікавою і мало вивченою є проблема ефективної розробки і реалізації наповнення модулів, що представляють у системі конкретну предметну галузь. *Практика показала, що сам процес створення цих модулів потребує в автоматизації*. Відповідні CASE - засоби являють собою спеціалізовані редактори *Підручника*, *Задачника*, *Збірника тестів* і *Довідника* (інтерфейс методиста). Реалізація інтерфейсу методиста дозволяє прискорити процес створення нових програмних систем обговорюваної архітектури. Зокрема, система ТерМ являє собою послідовність

**ТерМ-7 → ТерМ-8 → ТерМ-9 → ТерМ-10 → ТерМ-11**

в якій усі члени будуть реалізовані з використанням вказаних засобів.

Відзначимо, що система повинна мати ще один інтерфейс - інтерфейс учителя. Очевидно, що ця версія повинна підтримувати взаємодію користувачів у мережі і реалізовувати управління вивченням предмета. Елементи інтерфейсу вчителя реалізовані в ППС "Лінійна алгебра".

## **1. Задачі і методи комп'ютерної алгебри**

Ключовою проблемою, яку необхідно вирішити в процесі проектування системи, є проблема реалізації методів комп'ютерної алгебри. При реалізації системи необхідно спроектувати і реалізувати:

- символні обчислення в алгебрах предметної галузі - *Сервер обчислень*.
- символні перетворення математичних моделей - *Сервер перетворень*.
- алгоритми перевірки правильності перетворень - *Сервер перевірки*.
- алгоритми розв'язування задач предметної галузі - *Сервер предметної галузі*.

Розглянемо специфічні задачі і методи комп'ютерної алгебри, використовувані при проектуванні систем підтримки навчальної математичної діяльності (НМД). Прикладом служить НМС ТЕРМ-7. **(НМС-расшифровать)**

НМС мають свою специфіку, які приводить до задач, що не виникають у професійних системах комп'ютерної алгебри. Сукупність задач комп'ютерної алгебри утворює *ядро* системи. Ядро системи являє собою *ієрархію використання*, що зручно представити в математичних термінах:

Алгебра (даних) → Математичний об'єкт → Задача → Теорія (модуль)

Алгебри даних системи (багато основ на алгебра системи), у свою чергу, утворюють ієрархії. Вони класифікуються за

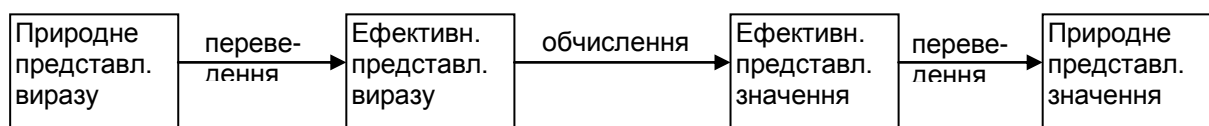
- математичними властивостями: чисельні, символні, множинні;
- призначенням: природні (представлення), ефективні (реалізація);
- рівнем абстрагування: абстрактні, конструктивні та конкретні;
- способом реалізації: спадкування, статичні і динамічні розширення, ізоморфні відображення;

Класифікація алгебр за їх математичними властивостями є базовою. Вона визначається предметними галузями системи. Для ТерМ 7-9 це:

- чисельні алгебри: Cardinal, Integer, Rational, MixedRational, Decimal, PeriodicDecimal, SqrRadical, SqrPolyRadical.
- символні алгебри: Atom, Degree, LinearMonom, MultiDegree, Monom, VectorSpace, MultiDegree, MultiMonom, AffineSpace, Polynomial, Multipolynomial.
- алгебри множин: FiniteSet, ArithmProgression, GeomProgression, Interval, Polyinterval.

Введення виразу здійснюється у сигнатурі, яка називається природним представленням.

Обчислення організовані за принципом:



При реалізації обчислень використовувалися ефективні конструктивні представлення алгебр в ієрархії розширень.

Математичні об'єкти НМС утворюють *ієрархію агрегування*. У ТерМ ця ієрархія представлена діаграмами

Атом  $\rightarrow$  Вираз  $\rightarrow$  Відношення  $\rightarrow$  Юніт  $\rightarrow$  Логічна Формула

Атом  $\leftarrow$  Змінна | Число

Відношення  $\leftarrow$  Рівність | Нерівність

Юніт  $\leftarrow$  Система | Сукупність

Відзначимо, що математичний об'єкт представляє в системі математичну модель задачі. Таким чином НМС Геометрія потребує опису геометричних об'єктів, НМС Електрика - електричних ланцюгів і т.д.

Задачі класифікуються як *прикладні* і *системні*. До прикладних задач ТерМ відносяться задачі на спрощення, тотожності, рівняння, нерівності, системи рівнянь і нерівностей, реалізовані в Калькуляторі.

Системні задачі - це численні задачі, що виникають при реалізації підтримки ходу розв'язування задачі в середовище розв'язування задач:

- задачі режиму перевірки,
- задачі режиму автоматизації,
- задачі системи самоперевірки.

Для реалізації символічних перетворень використовувалася система алгебраїчного програмування APS-1, розроблена у відд.105 інституту кібернетики НАН України під керівництвом член-корр. НАНУ А.А. Летичевського.

## **2. Математичний редактор**

Розглянемо тепер користувальницькі і системні вимоги до математичного редактора (МР), призначеного для використання в системах підтримки навчальної математичної діяльності.

Проблема реалізації технології редагування математичних формул виникла досить давно. Сучасні МР, як правило, використовують шаблони формул, згруповані в панелях. При цьому кількість шаблонів досягає сотень. Ці редактори універсальні й орієнтовані на редагування складних математичних формул. Користування ними припускає наявність професійних навичок. Практика показує, що така технологія непридатна для МР системи, що підтримує хід розв'язування навчальної задачі. Тому проблема створення МР,

придатного для використання в НМС, є актуальною. МР багато в чому визначає властивості системи.

### **Користувальницькі вимоги до МР НМС**

1. МР повинен підтримувати два етапи опрацювання формул: введення і редагування; математично коректні перетворення. Ці два етапи повинні бути розділені процедурою перевірки синтаксичної правильності формули.

2. Технологія введення і редагування формули повинна бути максимально наближеною до технології набирання тексту. МР використовує панелі шаблонів формул у мінімально необхідному ступені, причому всі шаблони повинні бути дубльовані гарячими клавішами.

3. МР повинний надавати користувачеві тільки той інтерфейс шаблонів, що відповідає рівневі його математичної підготовки.

4. Технологія коректного перетворення формули повинна максимально використовувати стандартний графічний мишачий інтерфейс (команди Click, DoubleClick, RightClick, Drag&Drop) для виконання базових перетворень і Довідник - для виконання спеціальних перетворень.

5. Формули повинні відображатися в тому вигляді, що зрозумілий користувачеві.

6. МР повинний використовуватися у всіх модулях системи, де виникає необхідність редагування математичних формул.

### **Системні вимоги до МР НМС.**

1. МР повинний транслювати математичну формулу в формат її збереження і відображення в Підручнику, Задачнику, Довіднику.

2. МР повинний транслювати математичну формулу в формат її опрацювання за допомогою серверів перетворень, перевірки й інших компонентів, що підтримують символні перетворення.

3. МР повинний транслювати математичну формулу в формат MathML.

4. МР повинний бути реалізований як компонент з інтерфейсами контейнера і Довідника.

МР системи ТЕРМ-7, реалізований відповідно до вищевказаних вимог, підтримує редагування:

- чисел (звичайних і змішаних дробів, десяткових і десяткових періодичних дробів) і змінних;
- многочленів від багатьох змінних;
- рівностей, нерівностей і заперечень рівностей
- систем і сукупностей рівнянь, нерівностей

Відзначимо дві принципово важливі властивості нашого МР, що не мають аналогів:

- МР підтримує не тільки введення і редагування формули, але і її математично коректні перетворення.
- Використання стандартного графічного мишачого інтерфейсу для базових перетворень робить процес розв'язування задачі легким і приємним.

Прототип МР був реалізований у програмному середовищі "Системи лінійних рівнянь". Він виявився настільки зручним, що нами було прийняте рішення про його реалізацію у вигляді універсального компонента і постійний розвиток. Ми сподіваємося також інтегрувати в МР засоби редагування геометричних креслень для того, щоб використовувати в системах підтримки розв'язування геометричних задач.

### **3. Задачник**

Розглянемо тепер користувальницькі і системні вимоги до електронного задачника, призначеного для використання в системах підтримки навчальної математичної діяльності. Як приклад ми описуємо реалізацію такого задачника в системі ТЕРМ. Пропонуються напрямки розвитку електронного задачника.

Задачник системи підтримки навчальної математичної діяльності призначений для зберігання системи задач, підтримуваних середовищем розв'язування задач (СРЗ). Передбачається, що користувач може відкрити Задачник, переглянути його, вибрати задачу для розв'язування й експортувати цю задачу в СРЗ для розв'язування.

#### **Користувальницькі вимоги.**

1. Задачник являє собою систему задач, структуровану у відповідності до тематичного плану навчального курсу і змісту електронного підручника. Кожен розділ задачника повинний бути забезпечений посиланнями на той теоретичний матеріал Підручника, що відноситься до даного розділу.
2. Кожна задача Задачника має унікальний номер, умову і рівень складності.
3. Список перетворень Довідника повинен бути функціонально повний щодо Задачника. Це означає, що кожна задача Задачника може бути розв'язана в середовищі розв'язування задач.

#### **Системні вимоги.**

1. Умова задачі зберігається у форматі, сумісному з форматом представлення умови в СРЗ і Зошита .
2. Технологія реалізації Задачника повинна підтримувати використання Задачника у мережі (Інтранет і Інтернет).

3. Технологія складання Задачника повинна підтримувати оперативну зміну його змісту без перекомпіляції модуля (і тим більше всієї системи). З цією метою повинний бути розроблений спеціальний редактор Задачника, користувачем якого є методист.

4. Поточна версія Задачника повинна бути доступна як методистові - для удосконалювання, так і зареєстрованим користувачам системи.

### **Інтелектуальні властивості.**

Одна з найбільш важливих проблем, що підлягають розв'язуванню при проектуванні системи підтримки навчальної математичної діяльності - проблема генерації методично правильного ходу розв'язування задачі. Іншими словами, система повинна "знати", як розв'язуються задачі і вміти підказувати користувачеві, як розв'язати ту або іншу задачу .

Зазначена проблема є однією з центральних проблем у дослідженнях зі штучного інтелекту. Як правило, у цих дослідженнях вивчаються методи моделювання поведінки експерта (що знає багато методів розв'язування широкого класу задач) при розв'язуванні даної задачі. Наш підхід спирається на іншу парадигму: задача "повинна знати і підказувати користувачеві метод свого розв'язування". Таким чином, метод розв'язування даної задачі повинний бути сформульований методистом у вигляді послідовності зрозумілих користувачеві дій, що зберігається в задачнику разом з умовою задачі. Система "методичних дій" повинна бути реалізована в спеціальному модулі системи (базі умінь методиста).

Для того, щоб розв'язати прикладну задачу, необхідно спочатку скласти її математичну модель, а потім розв'язати її. Тому система спочатку повинна перевіряти правильність складеної моделі, а потім підтримувати процес її розв'язування. Оскільки текст умови задачі не формалізований, процедура перевірки правильності складання моделі повинна спиратися на правильну модель задачі. Ця модель також складається методистом і зберігається в задачнику разом з її умовою.

Процедури перевірки правильності складання моделі також повинні бути реалізовані в спеціальному модулі системи (базі моделей методиста).

На закінчення відзначимо, що представлена концепція вимагає для своєї реалізації ретельного алгоритмічного аналізу "раціональних" методів розв'язування прикладних задач для формування бази умінь методиста і великої роботи з формування змісту задачника.

## **4. Математичні інструменти**

Розглянемо далі користувальницькі і системні вимоги до тих модулів системи підтримки навчальної математичної діяльності, що реалізують необхідне операційне оточення процесу розв'язування математичної задачі, представляючи користувачеві інструментарій для проведення експериментів (МІ). До цих інструментів, насамперед, відносяться модуль Графіки і модуль Алгебраїчний розв'язувач (алгебраїчних задач). Як приклад реалізації розглядаються відповідні модулі НМС ТЕРМ-7.

Поряд з модулями, що підтримують основний процес (процес покрокового розв'язування задачі), розвинена НМС повинна надавати користувачеві можливість проведення "математичного" експерименту. Саме ці можливості надаються сучасними професійними математичними системами (Maple, Mathcad, Mathlab, і т.д.).

### **Користувальницькі вимоги.**

1. Потреби користувача в МІ (**розшифрувати МІ**) визначаються переліком прикладних задач, розв'язування яких здійснює система за принципом Задача - Функція (розв'язування).
2. Сукупність функцій структурована відповідно до класів розв'язуваних задач за принципом Клас задач - Модуль (для цього класу). Графічні задачі - модуль Графіки. Обчислювальні задачі - Модуль Калькулятор.
3. Клас задач модуля МІ, у свою чергу, представлений у модулі типами задач. Типи задач визначаються предметною галуззю і рівнем кваліфікації користувача.
4. Модулі МІ можуть використовуватися як автономно, так у процесі роботи користувача з Підручником.
5. МІ активно використовуються Середовищем розв'язування задач (СРЗ). Дані повинні експортуватися із СРЗ. Результати повинні повертатися у вигляді кроку розв'язування. Використання інструмента повинне реєструватися в Ході розв'язування задачі для того, щоб учителям було відомо про це .
6. Сукупність модулів утворює підсистему Математичні інструменти. Працюючи з одним інструментом, користувач має можливість використовувати й інші інструменти.
7. Довідник містить ті окремі функції МІ, що реалізують один крок розв'язування задачі.

### **Системні вимоги.**



1. Модуль МІ повинен бути реалізований у вигляді компонента з інтерфейсом, який дозволяє використання його як в інтерфейсі СРЗ, так і в клієнтському інтерфейсі МІ.
2. Модуль МІ має трирівневу архітектуру, у якій відповідний компонент реалізує об'єкти 2-ого і 3-го рівнів.
3. Усі МІ використовують один математичний редактор. Використання редактору надає користувачеві можливість перетворювати формули, що визначають задачу, приводячи їх до вигляду, зручного для розв'язування.



4. Формат представлення даних у МІ сполучимо з форматом представлення даних у СРЗ.
5. Модуль Графіки повинний підтримувати розв'язування декількох графічних задач в одній (загальній) системі координат ( в одному користувальницькому вікні).

Рішення про реалізацію МІ (Графіки і Калькулятор) системи ТЕРМ як незалежних модулів не є загальноприйнятим. У професійних системах функції побудови графіків і розв'язування задач інтегровані. Таке розв'язування має як свої плюси, так і мінуси. Ми розраховуємо на те, що практика експлуатації системи дасть можливість відповісти на це питання.

### 5. Середовище розв'язування задач

Розглянемо користувальницькі і системні вимоги до середовища розв'язування задач (СРЗ), що є основним модулем систем підтримки навчальної математичної діяльності. Як приклад нижче описується реалізація такого середовища в системі Терм. Пропонуються також напрямки розвитку такого середовища.

Процес розв'язування задачі - це послідовність виду



де  $S_i$  - математичні об'єкти, а  $T_i$  - їхні елементарні перетворення.

Розв'язуючи задачу, користувач буде математичний об'єкт, на підставі його властивостей визначає наступний крок розв'язування, і виконує крок розв'язування - перетворення об'єкта.

Математична діяльність здійснюється в рамках відповідної предметної області, що описана конструктивно. Це означає, що

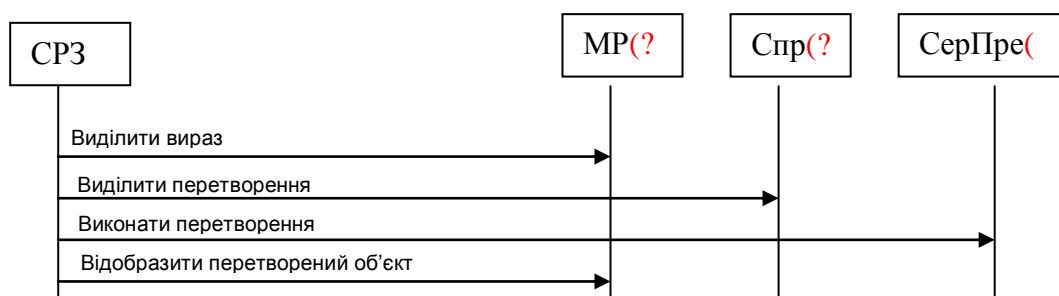
- математичні об'єкти визначені в предметній галузі як конструкції,
- перетворення об'єктів визначені списком елементарних перетворень.

Комп'ютерна підтримка ходу розв'язування задачі, отже, повинна спиратися на два принципи:

1. Користувач самостійно виконує крок розв'язування задачі, а СРЗ перевіряє правильність виконання цього кроку.
2. Користувач вибирає те перетворення, яке варто виконати, а СРЗ виконує це перетворення.

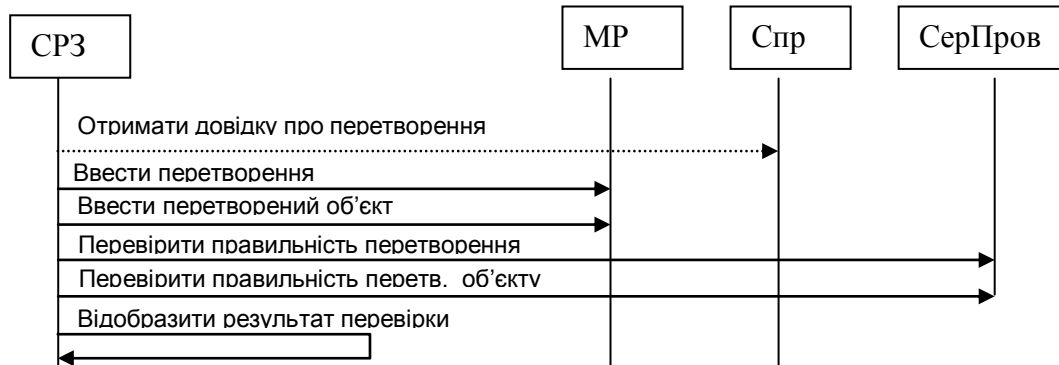
Розв'язуючи задачу з досліджуваної теми, користувач використовує і знання нового матеріалу, і базові (тобто отримані раніше) знання. Наприклад, розв'язуючи систему лінійних рівнянь, він спирається на знання тем "Лінійні рівняння" і "Дії з дробами". Тому елементарні перетворення класифікуються як базові і спеціальні. СРЗ повинна надавати користувачеві можливість здійснювати базові перетворення автоматично. Спеціальні перетворення користувач повинний виконувати самостійно, але під контролем СРЗ. Таким чином, інтерфейс СРЗ повинен динамічно адаптуватися до розв'язуваної задачі.

З огляду на специфіку користувацьких вимог до СРЗ, ми виділяємо в цій підсистемі наступні об'єкти: власне СРЗ, Довідник, Математичний редактор, Сервер перетворень і Сервер перевірки.



Основна функція СРЗ – управління ходом розв'язування задачі. Основна функція Довідника - підтримка вибору необхідного перетворення. Основна функція Сервера

перетворень - перетворення математичного об'єкта. Основна функція сервера перевірки - перевірка правильності виконання перетворення. Основна функція Математичного редактора - підтримка редагування і відображення перетвореного об'єкта.



Спеціальні вимоги до інтерфейсу користувача включають:

- вимоги до технології редагування математичних об'єктів;
- вимоги до технології вибору виконуваного перетворення;
- вимоги до технології управління ходом розв'язування задачі.

Спеціальні вимоги до формату даних включають:

- вимоги до формату даних для серверів перетворень і перевірки;
- вимоги до формату даних для відображення в SR3;
- вимоги до формату даних для відображення в зошиті.

## 6. Підручник

Розглянемо користувацькі і системні вимоги до електронного підручника - модуля системи підтримки навчальної математичної Діяльності. Як приклад описується реалізація такого підручника в системі ТерМ. Пропонуються напрямки розвитку електронного підручника.

Відзначимо, що термін "електронний підручник" використовується в літературі часто в широкому змісті - для позначення систем навчального призначення. У даній роботі під електронним підручником розуміється той модуль системи, у якому представлений досліджуваний теоретичний матеріал. Подання цього матеріалу доповнюється Системою самоперевірки. Передбачається, що користувач може відкрити Підручник, переглянути його, вибрати навчальний матеріал для вивчення, і вивчивши цей матеріал, виконати вправи самоперевірки.

### Користувальницькі вимоги.

1. В підручнику представлено навчальний матеріал, структурований у відповідності до тематичного плану навчального курсу (тема, параграф, розділ). Цей матеріал реалізований у вигляді гіпертексту і в ньому використовуються всі сучасні можливості представлення знань.
2. Розділ (елементарна порція) теоретичного матеріалу підручника розрахований на один сеанс роботи користувача. Розділ має унікальний складений номер, посилання на відповідний розділ Задачника, а також контекстні виклики Задачника і системи самоперевірки.
3. Розділ підручника повинен містити крім теоретичного матеріалу ще і систему навчальних прикладів, розв'язуючи які користувач має можливість переглянути крок за кроком в СРЗ розв'язування задачі.
4. Термінологія і система позначень підручника повинна бути погоджена з термінологією і системою позначень довідника.
5. Система самоперевірки підручника надає користувачеві можливість одержати первісні уміння в усному розв'язуванні математичних задач на досліджуваній матеріал.

#### **Системні вимоги.**

1. Технологія реалізації Підручника повинна підтримувати його використання в мережі Інтранет і Інтернет.
2. Технологія складання Підручника повинна підтримувати оперативну зміну його змісту без перекомпіляції модуля (і тим більше всієї системи). З цією метою повинен бути розроблений спеціальний редактор Підручника, користувачем якого є методист. Спеціальний редактор системи самоперевірки повинен бути вбудований у спеціальний редактор Підручника.
3. Поточна версія Підручника повинна бути доступна як методистові - для удосконалювання, так і зареєстрованим користувачам системи.

#### **Проблема інтеграції підручника в систему.**

Ключове питання: чи взагалі потрібний в системах такого роду модуль, що представляє навчальний матеріал? Практика використання комп'ютерних технологій в освіті показує, що читати навчальний матеріал в книзі набагато краще, ніж з екрана комп'ютера. Тому для включення в систему цього модуля потрібні вагомні аргументи. Головним аргументом повинен бути досвід. На жаль, його в нас немає. Тому висловимо наступні положення, до яких варто відноситися як до гіпотез:

1. В розглянутих системах можуть використовуватися і паперові підручники (замість електронних).

2. Електронний підручник такого роду систем повинний містити мінімум пасивних елементів. Працюючи з ним, користувач повинен бути максимально активним: він повинен в основному не читати, а діяти.
3. З ростом обсягу системи і її "наповнення" новими предметними галузями електронний підручник усі буде більш і більш затребуваним.
4. Удосконалення апаратних засобів (рідкокристалічні екрани, ноутбуки і т.п.) буде сприяти використанню електронних підручників.
5. Технології дистанційного навчання вимагають 100% подання інформації в електронному вигляді. Це відноситься і до подання теоретичного матеріалу.

Таким чином, проблема подання теоретичного матеріалу в електронному вигляді актуальна зараз і буде актуальною в майбутньому.

### **Література.**

1. А. Летичевский.....
2. М.С. Львов.....
3. А.В. Спиваковський....і т.д.