І.Л. Семещук
Рівненський економіко-гуманітарний інститут

Методичні особливості навчання розв'язування задач на знаходження екстремумів фізичних параметрів

В процесі пізнання фізичної науки зросла увага до з'ясування співвідношення науки та навчального предмету, наукового пізнання та навчання, системності знань. На сьогодні методика навчання фізики основну увагу звертає на глибоке осмислення фізичних законів, понять та на уміння застосовувати їх до розв'язування практичних задач .

В умовах інтенсифікації навчання провідне місце набувають проблемно-дослідницькі методи з використанням нових інформаційних технологій навчання.

НІТН розкривають широкі можливості щодо істотного зменшення навчального навантаження і, водночас, інтенсифікації навчального процесу, надання навчально-пізнавальний діяльності творчого, дослідницького спрямування.

В процесі поглибленого вивчення фізики в школі необхідно навчити учнів розв'язувати фізичні задачі прикладного характеру, які потребують застосування сучасних математичних методів з використанням нових інформаційних технологій навчання. До таких задач відносяться зокрема ті, в яких необхідно знайти найбільше або найменше значення фізичної величини. Однак, якщо досліджувана фізична величина є функцією двох змінних, то застосування методу пошуку екстремумів за допомогою похідних значно ускладнюється, а тому доцільно надати перевагу так званому графо-аналітичному методу з використанням програми GRAN 1. Як можна при цьому розв'язувати з учнями фізичні задачі практичного змісту, розглянемо на наступних прикладах.

Почнемо з досить простої задачі для ілюстрації можливостей GRAN1.

Задача 1.

Яку максимальну корисну потужність може виділити джерело струму з е.р.с. Є=10В та внутрішнім опором r=1Ом? Який при цьому опір зовнішнього кола?

Розв'яання.

Корисна потужність – це потужність, що виділятиметься в зовнішній частині кола: $P = IU$. В даному випадку $U = IR$, $I=Є/(R + r)$. Таким чином $P = Є^2R/(R+r)^2$, або після підстановки відомих значень

$$P = 100R/(R+1)^2.$$

Графік залежності Р від R легко отримати за допомогою програми GRAN 1. Для цього звернемося до послуги "Список об'єктів" та виберемо тип задання залежності "Явна: Y=Y(X)". Далі звернемось до послуги "Об'єкт"/ "Створити", в результаті чого з'являється вікно "Введення функції". Введемо до рядка введення вираз $100x/(x+1)^2$ (див. рис. 1).

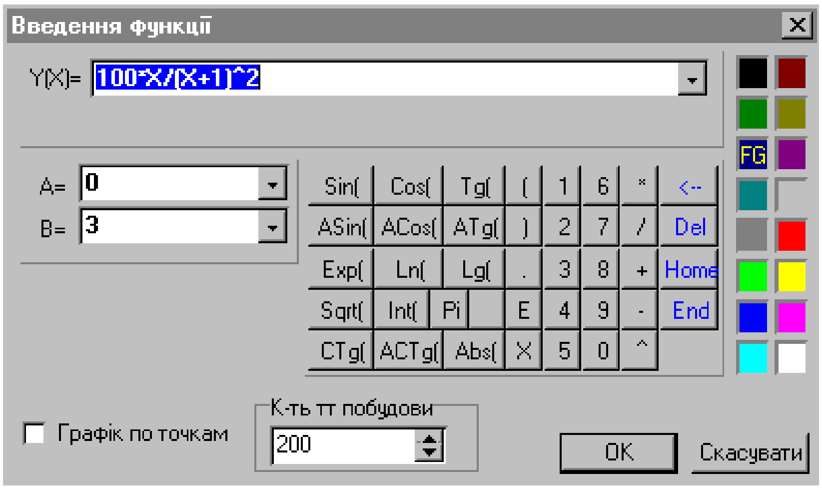


Рис. 1.

Використовуючи послугу меню "Графік"/"Побудувати", створюємо на екрані монітора ілюстрацію заданої залежності (див. рис.2). Переміщуємо курсор в точку А, яка відповідає найбільшому значенню змінної Р. В лівому верхньому кутку вікна "Графік" бачимо координати цієї точки. Координата вздовж осі *Оу* вказує на значення P_{max}*=25 Вт*, а координата вздовж осі *Ох* вказує на значення *R*=1 Ом (*R*=*r*).

Задача 2.

Нагрівник електричної плитки складається з трьох секцій з опорами R_1*= 20Ом ,* R_2*= 10Ом,* R_3*= 30Ом. Їх з"єднують спочатку послідовно, потім паралельно. Скільки часу повинна працювати плитка в кожному випадку, щоб при мінімальних затратах електроенергії в першій секції виділилося не менше 12 кДж, в другій – не більше 14,8 кДж, а в третій – не більше 12 кДж теплоти? Напругу в мережі вважати рівною 120В.*

Розв'язання.

Нехай t_1 і t_2 – відповідно час роботи плитки в першому та другому випадках. Елекроенергію, що споживає плитка при послідовному з'єднанні секцій, можна записати так:

$$W_1 = I^2 R_o t_1,$$

де I - сила струму в мережі, R_o- загальний опір всіх секцій.

W_1 є функцією лише часу t_1 , поскільки I та R_o для даних опорів та напруги є сталими.

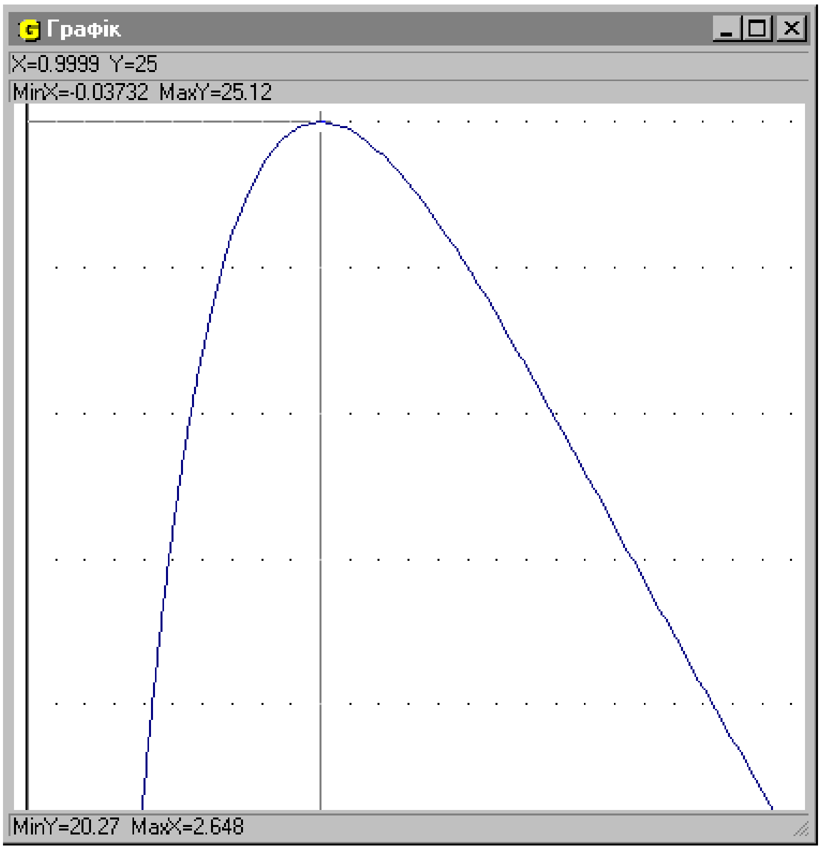


Рис. 2.

При паралельному з'єднанні краще використати інше співвідношення

$$W_2 = U^2 t_2 / R_o.$$

В результаті аналогічних міркувань в даному випадку теж можна зробити висновок про те, що W_2 є функцією лише часу t_2.

Отже, мінімальну кількість електроенергії буде витрачено при умові, якщо загальний час $t = t_1 + t_2$ буде мінімальним.

Позначивши кількість теплоти, що виділиться в кожній секції, через Q_1, Q_2 та Q_3 відповідно, згідно з законом Джоуля-Ленца матимемо:

$$Q_1 = I^2 R_1 t_1 + U^2 t_2 / R_1,$$
$$Q_2 = I^2 R_2 t_1 + U^2 t_2 / R_2, \qquad (1)$$
$$Q_3 = I^2 R_3 t_1 + U^2 t_2 / R_3.$$

При послідовному з'єднанні секцій сила струму в колі $I=U/R_o$, де $R_o=R_1+R_2+R_3$. Після підстановки числових значень отримуємо $I = 2A$. Тоді:

$$Q_1 = 80t_1 + 720t_2,$$
$$Q_2 = 40t_1 + 1440t_2, \qquad (2)$$
$$Q_3 = 120t_1 + 480t_2.$$

Враховуючи обмеження в умові задачі, знаходимо

$$80t_1 + 720t_2 \geq 8000,$$
$$40t_1 + 1440t_2 \leq 14800, \qquad (3)$$
$$120t_1 + 480t_2 \leq 12000,$$

або інакше:

$$t_1 + 9t_2 \geq 100,$$
$$t_1 + 36t_2 \leq 370, \qquad (4)$$
$$t_1 + 4t_2 \leq 100,$$
$$t_1 \geq 0, \quad t_2 \geq 0.$$

Для розв'язання задачі потрібно визначити мінімум функції $t=t_1+t_2$ в області, заданій вказаною системою нерівностей.

Використаємо графоаналітичний метод з використанням програми GRAN1. Для цього звернемося до послуги "Список об'єктів" та виберемо тип задання залежності "Неявна: 0=$G(X,Y)$".

Далі звернемось до послуги меню “Об'єкт”/ ”Створити”, в результаті чого з'являється вікно “Введення функції”. Введемо по черзі вирази, що відповідають нерівностям системи (див. рис. 3).

Використовуючи послугу меню “Графік”/”Побудувати” створюємо на екрані монітора ілюстрацію заданих залежностей. За допомогою програми GRAN1 дуже просто знайти розв’язки системи нерівностей (4). Для цього використовуємо послугу меню “Операції” / “Нерівності” / “Системи нерівностей”. У вікні “Графік” множина розв’язків цієї системи нерівностей заштриховується.

Для знаходження мінімального значення $t = t_1 + t_2$ будуємо пряму, для якої $t_1 + t_2 = 0$. Переміщуємо цю пряму паралельно самій собі в напрямку зростання суми $t_1 + t_2$, тобто вправо, до тих пір, поки пряма вперше почне мати спільні точки з множиною розв’язків системи нерівностей (див. рис.4). Значення координат цієї точки і є шуканими значеннями t_1 і t_2 .

Відповідь: $t_1 = 10$ с ; $t_2 = 10$ с.

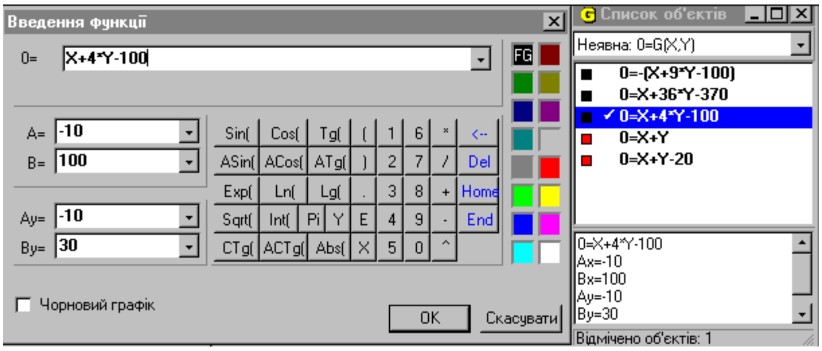


Рис. 3.

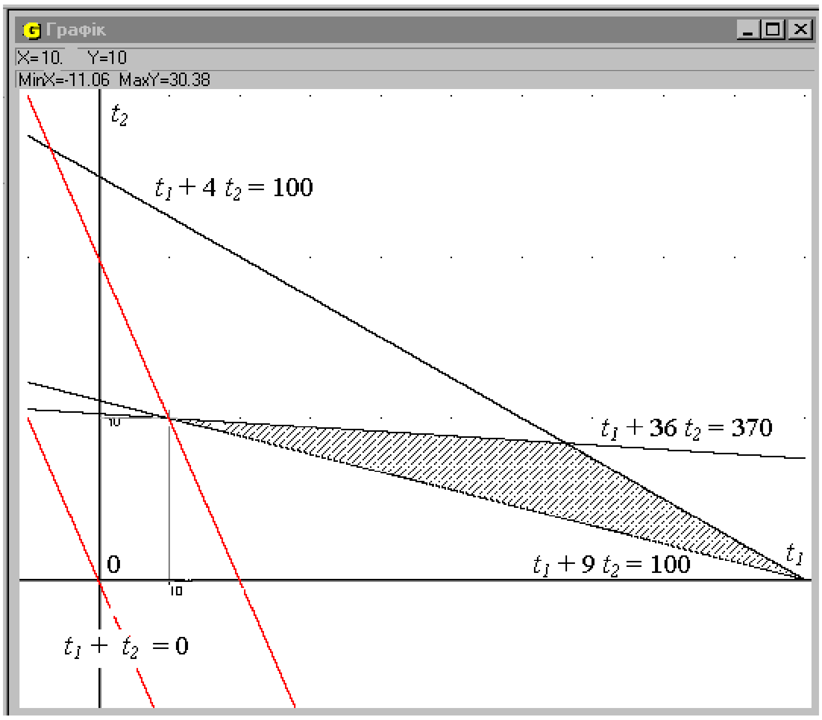


Рис.4.

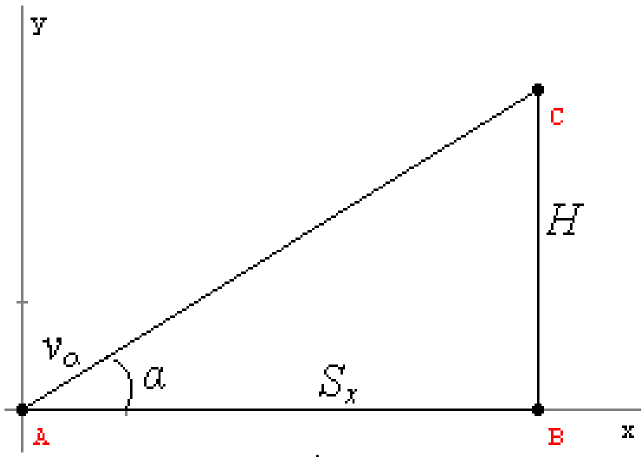
Задача 3.

В той момент, коли з висоти 5м починає вільно падати тіло, хлопчик кидає камінь, намагаючись поцілити в тіло, яке надає. Якою (за модулем і напрямом) повинна бути швидкість каменя, щоб він влучив у тіло? На початку руху відстань від хлопчика до падаючого тіла АС =13м (див. рис.5).

Розв’язування.

Відразу зазначимо про можливість двох граничних випадків: а) хлопчик влучає в тіло за найкоротший час на максимально можливій висоті; б) хлопчик влучає в тіло в момент його приземлення, витрачаючи найбільший час. Зрозуміло, що в інших випадках час руху каменя та тіла матиме проміжні значення.

Рис. 5



Математична модель руху тіла матиме вигляд:

$$Y = H - \frac{g}{2}t^2 \qquad (1)$$

(вільне падіння тіла з висоти H без початкової швидкості),
X = const.

Математична модель руху каменя матиме вигляд:

$$Y = v_0 \sin\alpha t - \frac{g}{2}t^2, \qquad (2)$$

$$X = v_0 \cos\alpha t \qquad (3)$$

(рух каменя відносно осі *Ox* є рівномірним).

Тіло і камінь починають рухатися одночасно, тому значення часу руху *t* і для тіла і для каменя є однаковим.

Максимальний час руху визначаємо з умови: $H = \frac{g}{2}t^2$, звідси $t_{\max} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

Мінімальний час руху каменя визначаємо з умови, що в момент зустрічі камінь і тіло знаходитимуться на одній висоті. Для цього прирівняємо праві частини рівнянь (1) та (2). В результаті отримуємо:

$$t_{min} = H/(v_o \sin \alpha).$$

В загальному випадку час руху каменя до зустрічі з тілом подамо у вигляді нерівності: $H/(v_o \sin \alpha) \le t \le \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

З рівняння (3) визначаємо: $t = x/v_o\cos \alpha$.

Після підстановки матимемо:

$$H/(v_o \sin \alpha) \le x/(v_o\cos\alpha) \le \sqrt{\frac{2H}{g}},$$

або $\operatorname{tg} \alpha \ge H/x$, $v_o\cos\alpha \ge x/\sqrt{\frac{2H}{g}}$, звідки $\operatorname{tg} \alpha \ge 5/12$, $v_o\cos \alpha \ge 12$.

Розв’язок отриманої системи нерівностей дасть множину розв’язків розв’язуваної задачі. Знаходимо їх за допомогою програми GRAN1, як і при розв’язанні попередньої задачі. На рис. 6 показано множину розв’язків задачі. Курсор встановлено в точці А, координати якої показані в лівому верхньому кутку вікна “Графік”. Вони є окремим розв”язком нашої задачі: v_o=13,09*м/с*, α=22,66^o.

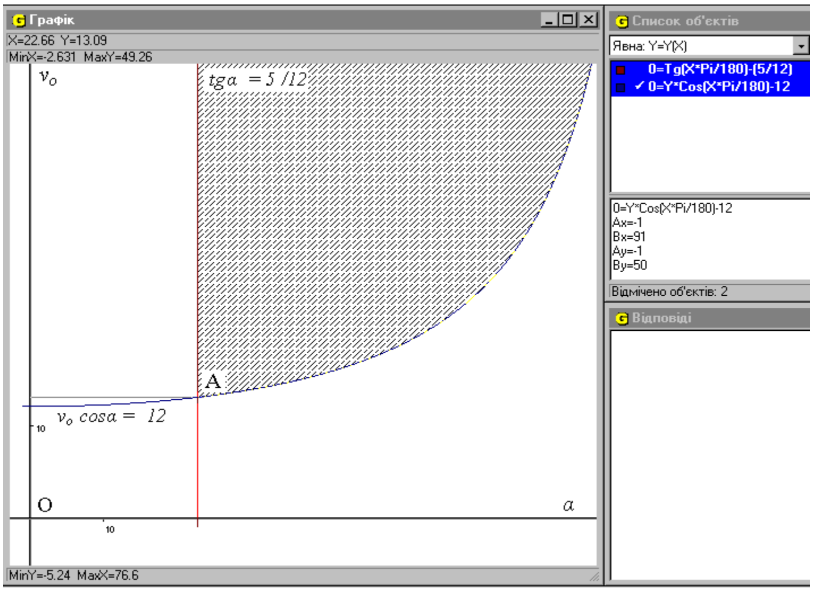


Рис.6.

Продовжуючи розв'язувати задачу, спробуємо отримати залежність між висотою, на якій хлопчик поцілить в падаюче тіло, від кута кидання при сталій початковій швидкості (наприклад, v_o=12 *м/с*). Матимемо:

$$h=v_o\sin\alpha\ t-gt^2/2;$$

$$t=x/(v_o \cos\alpha).$$

Виключивши з обох рівнянь час t, отримуємо:

$$h= x(\mathrm{tg}\alpha-xg(\mathrm{tg}^2\alpha+1)/2(v_o)^2).$$

Після підстановки числових значень матимемо

$$h=12\mathrm{tg}\alpha-5(\mathrm{tg}2\alpha+1).$$

Будуємо графік знайденої залежності за допомогою програми GRAN1.

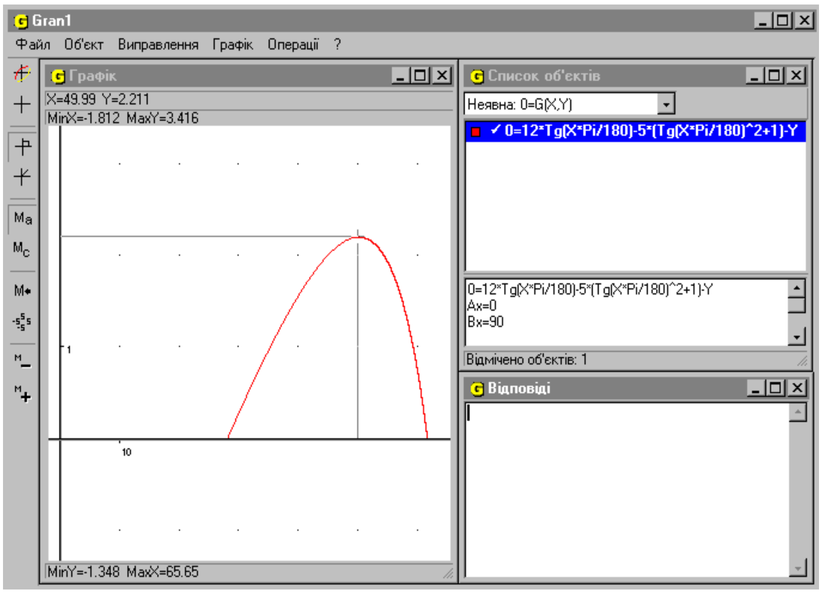


Рис.7

Встановивши курсор в будь-яку точку на графіку, отримуємо в лівому верхньому кутку вікна «Графік» значення висоти попадання каменем в падаюче тіло при різних кутах кидання. На рисунку 7 курсор встановлено в найвищій точці графіка залежності $h = f(\alpha)$. Таким чином, при куті кидання 50^o і початковій швидкості 12м/с за даних умов камінь влучить у падаюче тіло на висоті 2,21м.

Використання програми GRAN 1 при розв'язуванні наведених у статті задач є досить ефективним, оскільки є можливість:

- швидко виконати потрібні обчислення та графічні побудови,
- перевірити ту чи іншу гіпотезу,
- проаналізувати та пояснити одержані результати,
- з'ясувати межі можливостей застосування обраного методу розв'язування поставленої задачі.

Це все має надзвичайне значення для поглибленого вивчення фізики, сприяє встановленню тісних міжпредметних зв'язків з математикою та інформатикою, сприяє формуванню інформаційної культури учнів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Закон України “Про загальну середню освіту”. – К.: Генеза, 1996.
2. О. І. Бугайов. Концепція фізичної освіти у 12-річній загальноосвітній школі. Проект // Фізика. – К.: Шкільний світ, 2001. – №27. – С. 1-4.
3. М.І.Жалдак. Комп'ютер на уроках математики. – К. : Техніка. 1997. – 303 с.
4. О. І. Бугайов, В. С. Коваль. Комп'ютерна підтримка курсу фізики в середній школі: реальність і перспективи // Фізика та астрономія в школі – 2001. – №3. – С.16-18.
5. А.І.Шапіро, В.А.Бодик Оригінальні методи роз’язування фізичних задач: Посібник для вчителя.– К.: Освіта, 1992.– 160 с.
6. Сборник задач по элементарной физике: Пособие для самообразования / Буховцев Б.Б. и др.– М: Наука. 1987.– 416 с.