

Пакет динамічної геометрії DG: принципи побудови та можливості використання у навчальному процесі

Огляд та призначення.

Пакет динамічної геометрії DG створено для комп'ютерної підтримки шкільного курсу планіметрії. DG – це інтерактивне середовище для навчання та досліджень з геометрії.

DG призначений для використання вчителями математики і учнями 7-9 класів на уроках геометрії у школі. Мета пакета – надати учням можливість самостійно здійснювати відкриття з геометрії шляхом експериментування на комп'ютері [1].

Загальні можливості використання пакету:

1. Організація комп'ютерних експериментів і досліджень, висування і візуальна перевірка гіпотез як засіб підтримки конструктивного напрямку у навчанні [1];
2. Моделювання геометричних побудов: створення побудов за допомогою комп'ютерних аналогів циркуля та лінійки, дослідження отриманих результатів, проведення вимірювань;
3. Використання переваг динамічної геометрії – миттєва зміна всіх залежних побудов при зміні деяких вихідних параметрів [2];
4. Ілюстрування задач і теорем курсу планіметрії:
 - створення інтерактивних навчальних посібників з гіперпосиланнями, підказками, динамічними ілюстраціями та мультимедійними можливостями;
 - конструювання та використання моделей для експериментування та розв'язування задач;
 - створення динамічних опорних конспектів з коментарями;
 - розробка довідників.

Реалізація.

Основний спосіб досягнення мети розробки – це створення моделі евклідової геометрії на площині та надання комп'ютерних аналогів циркуля та лінійки. Ця модель описує геометричні об'єкти на площині, взаємозалежності і зв'язки між ними та алгоритми побудови.

Модель геометрії на площині.

Основна властивість цієї моделі – збереження послідовності виконання побудов, формування алгоритму побудови кожного кроку та збереження інформації про залежності між побудованими об'єктами. Більш того, ця інформація повинна бути достатньою для повного визначення положення кожного об'єкта у будь-який момент часу.

Потрібна нам модель має усі властивості *динамічної геометрії* [2]. Один з шляхів представлення геометричного креслення – послідовність кроків побудови, тобто створення базових об'єктів.

Геометричні об'єкти та залежність.

Уся побудова складається з екземплярів базових геометричних об'єктів (точніше – комп'ютерних аналогів цих об'єктів, але далі будемо говорити просто *об'єкти*). Об'єкти можна поділити на *незалежні*, *напівзалежні* та *залежні*. Незалежний об'єкт один – це точка. Вона задається своїми координатами на площині безпосередньо користувачем та її розташування ніяк не залежить від будь-яких інших об'єктів.

Залежні об'єкти.

Кожний інший об'єкт задається вказуванням його *батьківських об'єктів*. Наприклад, паралельну пряму можна побудувати, вказавши іншу пряму, до якої дана пряма буде паралельною, та точку, через яку буде проведено пряму. У кожний момент часу можна обчислити положення залежного об'єкта на площині на основі положення батьківських об'єктів. Наприклад, положення паралельної прямої однозначно визначається положенням батьківської точки та батьківської прямої.

Точка, яка належить фігурі – єдиний напівзалежний об'єкт. Її положення залежить як від положення батьківської фігури, так і може бути змінено користувачем.

Така класифікація також може бути проведена за допомогою ступенів вільності точок. Усі фігури не мають ступенів вільності, тобто визначаються однозначно. Вони – залежні. Залежними також є точки, які користувач не може переміщувати безпосередньо (вони не мають ступенів вільності). Точка на фігурі (наприклад, на прямій) має один ступінь вільності (один з параметрів – належність до фігури, тобто кривої, інший параметр визначається користувачем) – вона напівзалежна. Вільна точка має два ступені вільності свободи (обидва параметри визначаються користувачем), тому вона незалежна.

Взагалі, об'єкт А залежить від об'єкта В тоді, коли В – батьківський об'єкт для А, або хоча б один з батьків об'єкта А залежить від об'єкта В. Множина батьків точки є порожньою.

Геометричні інструменти.

Кожний крок побудови (кожний об'єкт) є результат використання одного з геометричних інструментів. Використання кожного інструмента створює відповідний об'єкт, що дозволить користувачеві вказати усі необхідні батьківські об'єкти у певному порядку.

Ці інструменти можуть бути дібрані у кожній моделі різними шляхами, але вони повинні утворювати повний набір. Повний набір інструментів – такий набір, який дозволяє здійснити будь-яку побудову циркулем та лінійкою за допомогою композиції відповідних побудов. Наприклад, {точка, пряма за двома точками, коло за центром та радіусом, точка перетину двох прямих} – є

повний набір інструментів, але зазвичай пакети динамічної геометрії надають більшу кількість інструментів для зручності побудов.

Приклад побудови у пакеті DG .

Нехай треба побудувати серединний перпендикуляр до відрізка, заданого двома точками. Користувач створює дві вільні точки, вказавши їх координати за допомогою миші. Потім він обирає інструмент “Відрізок” та вказує ці дві точки у якості батьківських об’єктів для відрізка. Обравши інструмент “Середина відрізка”, він вказує ці дві точки, у результаті чого створюється нова залежна точка, яка завжди буде поділяти навпіл відрізок між своїми батьківськими точками. Нарешті, за допомогою інструменту “перпендикулярна пряма” користувач вказує відрізок та його середню точку для проведення прямої, яка буде перпендикулярна до свого батьківського відрізка та проходити через свою батьківську точку.

Формальний опис алгоритму наведеної побудови.

Будь-яка побудова – це послідовність побудов об’єктів, кожний з яких є точка¹ або заданий вказуванням батьківських об’єктів² (таблиця 1).

Таблиця 1

Представлення алгоритму побудови

№	Тип об’єкта	Спосіб задання
1	Точка	$(x_1; y_1)$
2	Точка	$(x_2; y_2)$
3	Відрізок	{1,2}
4	Середина відрізка	{1,2}
5	Перпендикулярна пряма	{3,4}

У такій схемі запису алгоритму кожен об’єкт може залежати від будь-якої підмножини попередніх об’єктів.

Після побудови параметри моделі можна динамічно змінювати (переміщувати точки за допомогою миші). При цьому все креслення буде відповідно змінюватись, щоб зберегти визначення кожного об’єкту та взаємозв’язки між об’єктами. Обчислення положень об’єктів ведеться у простому циклі (тут від 1 до 5), коли положення будь-якої з базових точок змінюється. Наприклад, при русі точки відрізок, його середина та перпендикулярна пряма (тобто усі залежні об’єкти) будуть відповідно рухатись. Це і надає моделі основної властивості *динамічної геометрії* - можливість спостереження поведінки моделі при русі базових точок.

Можливості використання пакету DG.

Властивості моделі надають DG можливість візуального створення побудов за допомогою набору геометричних інструментів, редагування та змінювання параметрів моделі.

Окрім самої побудови, можна створювати коментарі, вимірювання, кнопки для відображення і ховання об’єктів та підказок, гіперпосилання. DG забезпечує використання мультимедійних засобів: вставлення звуків до робочого малюнку, створення покрокового відтворення побудови, демонстрацій та анімацій. Це надає моделі інтерактивності та дозволяє створити самодостатні навчальні матеріали. У цьому полягає новинка розробки – створення демонстраційної бібліотеки динамічних креслень та посібників, яка має інтерактивні та мультимедійні властивості.

Використання DG дозволяє:

- будувати відрізки, промені, прямі за двома точками;
- будувати коло за центром і точкою на ньому;
- будувати кола за центром і радіусом;
- проводити паралельні і перпендикулярні прямі, бісектриси;
- будувати точки, які належать фігурам;
- знаходити точки перетину фігур;
- будувати образ точки при центральній та осьовій симетрії, середину відрізка, інверсну точку відносно кола;
- вимірювати параметри побудови (вимірювання також миттєво оновлюються при зміні базових параметрів). Це надає широкі можливості для досліджень, пошуку закономірностей і формулювання гіпотез. Вимірювати параметри побудови (довжини, кути, площі і координати) можна трьома способами:
 - безпосереднє вимірювання (позначення точок для вимірювання і створення надписів з вимірюваннями);
 - додавання надпису, який містить динамічні вирази;
 - за допомогою геометричного калькулятора;
- автоматизувати та структурувати процес побудови, визначаючи вихідні об’єкти і алгоритм побудови (можливість створення інструменту для виконання довільної побудови – аналог процедури у мовах програмування);

¹ Будемо задавати точку координатами $(x; y)$.

² Залежні об’єкти будемо задавати впорядкованим набором батьківських об’єктів (точніше – номерів батьківських об’єктів у послідовності побудови): $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

- використовувати елементи аналітичної геометрії – систему координат, вектори, рівняння прямих і кіл, алгебраїчні залежності між частинами побудови, точки, задані аналітичними рівняннями, побудови кривих, графіків функцій, дотичних, нормалей та ін.;
- задавати точки і фігури аналітично, тобто за допомогою координат і рівнянь (5 видів рівняння прямої, 2 види рівняння кола);
- створення надписів, коментарів, текстів для підказок та ін., обчислення математичних виразів в тексті;
- оформляти рисунок, змінюючи властивості відображення точок і фігур: їх імена, товщину лінії, колір, стиль і спосіб малювання, ховати зайві частини рисунка;
- будувати слід точки при переміщенні, задавати різні параметри сліду, будувати геометричні місця точок, які динамічно змінюються;
- створювати кнопки для побудови інтерактивних рисунків, підказувань і гіперпосилань, програвання аудіофайлів тощо;
- переглядати алгоритм побудови крок за кроком, з коментарями до кожного кроку;
- експортувати рисунки у графічні формати для вставлення в інші додатки Windows і для створення геометричних ілюстрацій;
- використовувати мультимовний інтерфейс, контекстну допомогу та підказки.

Використання у навчальному процесі.

DG підтримує різні види навчальної діяльності. Основне призначення пакета – полегшити процес експериментування в геометрії та зробити його більш цікавим та комфортним, допомогти у дослідницькій діяльності наданням середовища для конструювання, вимірювання, пошуку гіпотез тощо.

Пакет підтримує проведення комп'ютерних експериментів: вимірювання довільних параметрів креслення, обчислення виразів, визначення геометричних властивостей, використання вбудованого геометричного калькулятора тощо. Це може бути використано у дослідницькій діяльності з метою спостереження, формулювання та візуальної перевірки гіпотез, дослідження залежностей та закономірностей, розв'язування задач за допомогою наближених та евристичних методів тощо.

Використання методів аналітичної геометрії дає змогу чисельного розв'язування широкого класу задач та виконання побудов, які дуже важко розв'язуються класичним шляхом (або не розв'язуються зовсім, як трисекція кута, квадратура круга, розв'язування трансцендентних рівнянь та їх систем).

Пакет також може бути використаний як наочний посібник для курсу геометрії. Можливість створювати гіперпосилання з одного геометричного документа на інший дає змогу створення інтерактивних навчальних курсів. Весь матеріал можна продати у вигляді ієрархії довільного роду документів, що посилаються один на одиний.

DG добре пристосований для підтримки навчання в українській школі: має український інтерфейс, контекстну допомогу, посібники для вчителя та для учнів, демонстраційну бібліотеку креслень. DG також повністю підтримує російську та англійську мову навчання, тобто має мультимовний інтерфейс та повністю еквівалентні матеріали трьома мовами.

Перспективи.

У перспективі розвитку пакету – подальший розвиток аналітичних можливостей для підтримки шкільного курсу алгебри та початків аналізу, деяких розділів стереометрії, механіки, та університетських курсів аналітичної та диференціальної геометрії.

Особлива увага буде приділена підтримці геометричних перетворень площини та векторній алгебрі.

Висновок.

Пакет забезпечує підтримку конструктивного напрямку в навчанні та принципу наочності, надаючи середовище для експериментування. Використання DG заохочує учнів до самостійних відкриттів в геометрії на основі власної дослідницької діяльності (моделювання, пошук та формулювання гіпотез, дослідження, доведення). Використання пакету полегшує конструювання та розв'язування задач, виконання побудов, робить діяльність на уроці геометрії більш активною, особисто-орієнтованою, цікавою та захоплюючою.

ЛІТЕРАТУРА

1. С.А.Раков, В.П.Горох, К.О.Осенков, О.В.Думчикова, О.В.Костіна, О.Р.Ларін, В.Т.Лисиця, Т.О.Олійник, В.В.Пікалова. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG. – Харків: ХДПУ, 2000. – 202 с.
2. Ulrich Kortenkamp. *Foundations of dynamic geometry*, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 1999. Diss. ETH N° 13403.