

Використання засобів новітніх інформаційних технологій при вивченні елементарних функцій в школі

Навчання математики є дидактичне поєднання навчання математичних знань і математичної діяльності. Основною вимогою до навчання математики є те, що математичні знання, здобуті в школі учнями, повинні бути практично застосовними, сприяти розвитку логічного мислення учнів. Серед інтелектуальних і практичних умінь, якими випускники шкіл повинні володіти, є уміння, які пов'язані з розумінням взаємозалежності між змінними, що описують різноманітні об'єкти, процеси, явища, дослідженням відповідних математичних моделей [2].

Поняття функції – одне із фундаментальних математичних понять, яке безпосередньо пов'язане з реальною дійсністю. Воно пронизує весь шкільний курс математики і має широкі застосування в природничо–математичних дисциплінах. Разом з тим є певні труднощі його формування.

Важливо, щоб учні, розглядаючи кожен нову функцію, бачили, між елементами яких множин вона задає відповідність, тобто щоб означення функції учні могли застосовувати до окремих видів залежностей між змінними.

У шкільному курсі алгебри здійснюється єдиний методичний підхід до вивчення окремих видів функцій:

- розглядають конкретні приклади, що приводять до формули, яка задає функцію розглядуваного виду;
- будують, читають і використовують при розв'язуванні задач графіки певних залежностей;
- досліджують певні залежності, які задані аналітично, графічно або таблично, і застосовують їх властивості при розв'язуванні задач.

Для побудови та дослідження графіків функціональних залежностей різних типів задання зручно використовувати ППЗ «GRAN1» [3].

Поняття функції можна вводити абстрактно-дедуктивним або конкретно-індуктивним методом. Не зупиняючись на недоліках першого, зазначимо що конкретно-індуктивний метод дає можливість здійснювати проблемний підхід у навчанні учнів VII-IX класів, коли нові знання не даються учням в готовому вигляді, а добуваються в процесі пошукової мислительної діяльності.

Використання комп'ютера при вивченні поняття функції спонукує учнів вийти за рамки репродуктивного мислення. Творча діяльність їх в процесі виконання робіт на комп'ютері розвиває абстрактне мислення, спостережливість, створює підґрунтя для переходу від механічного застосування знань, умінь та навичок, до оволодіння вміннями самостійно “відкривати” знання [4].

З метою дослідження функцій в курсі алгебри VIII–IX класів зупинимось на вивченні їх властивостей [1]. При цьому діяльність учнів умовно можна поділити на три етапи:

- введення поняття функції;
- вивчення властивостей функції;
- дослідження функції за допомогою графічної й аналітичної мови.

Поставимо навчальну задачу – вивчити властивості елементарних функцій з використанням графічної й аналітичної мов. Узагальнений прийом вивчення графіків функцій з використанням ППЗ «GRAN1» являє собою таку послідовність операцій:

1. За графіком функції (пряма, парабола, гіпербола, кубічна парабола) написати формулу, якою вона задається;
2. Користуючись графіком, описати словами властивості функції.

Для формування орієнтирної частини дій разом з учнями розробляється схема розпізнавання формул і властивостей функцій (табл. 1). Вчитель звертає увагу учнів на те, що на малюнку зображено графік лінійної (квадратичної, оберненої пропорційності, степеневі) функції [2].

Реалізуємо описане вище на прикладі вивчення лінійної функції та функції оберненої пропорційності

Таблиця 1.

Схема для розпізнавання формул і властивостей функцій

Якщо графік функції має вигляд...	то вона задається формулою...	і графіком є...	при...
	$y=kx+b$	пряма, функція зростаюча, при x більше (менше) x_0 , значення функції додатні (від'ємні)	$k>0$, пряма утворює гострий кут з віссю x

	$y=kx+b$	пряма, функція спадна, при x більше (менше) x_0 , значення функції від'ємні (додатні)	$k<0$, пряма утворює тупий кут з віссю x
	$y=kx+b$	пряма, функція не зростаюча і не спадна, при всіх x значення функції додатні ($b>0$), рівні нулеві ($b=0$), або від'ємні ($b<0$)	$k=0$, пряма паралельна до осі x
	$y=ax^2$	парабола, при всіх x значення функції невід'ємні, при $x<0$ функція спадна, при $x>0$ функція зростаюча	$a>0$, вітки параболи спрямовані вгору
	$y=ax^2$	парабола, при всіх x значення функції недоводатні, при $x<0$ функція зростає, при $x>0$ функція спадає	$a<0$, вітки параболи спрямовані вниз

Аналогічно для гіперболи, кубічної параболи і ін.

Зауважимо, що, використовуючи ППЗ «GRAN1», учитель має можливість диференційовано підходити до формування знань, умінь, навичок кожного учня, враховуючи його індивідуальні особливості. Робота з ППЗ «GRAN1» активізує математичну діяльність учнів на уроці в процесі здобування та закріплення нових знань, творчого застосування їх у різноманітних практичних ситуаціях. Учні з низькими навчальними можливостями працюють у рамках репродуктивного мислення, а інші в рамках евристичного пошуку та творчої самостійної роботи.

Школярам пропонується по черзі побудувати та проаналізувати, наприклад, графіки функцій: $y=2x$, $y=2x+1$, $y=2x-3$ (рис. 1).

Аналізуючи дані графіки, вони встановлюють, що $y=kx+b$ є загальна формула, якою задаються ці функції. Відповідно, для:

- 1) $y=2x$ параметри $k=2$, $b=0$;
- 2) $y=2x+1$ параметри $k=2$, $b=1$;
- 3) $y=2x-3$ параметри $k=2$, $b=-3$.

Графіком кожної з цих функцій є пряма, яка утворює гострий кут із додатним напрямом осі X , причому перша пряма проходить через початок системи координат, друга – перетинає вісь Y в точці з ординатою $y=1$, третя – в точці з ординатою $y=-3$.

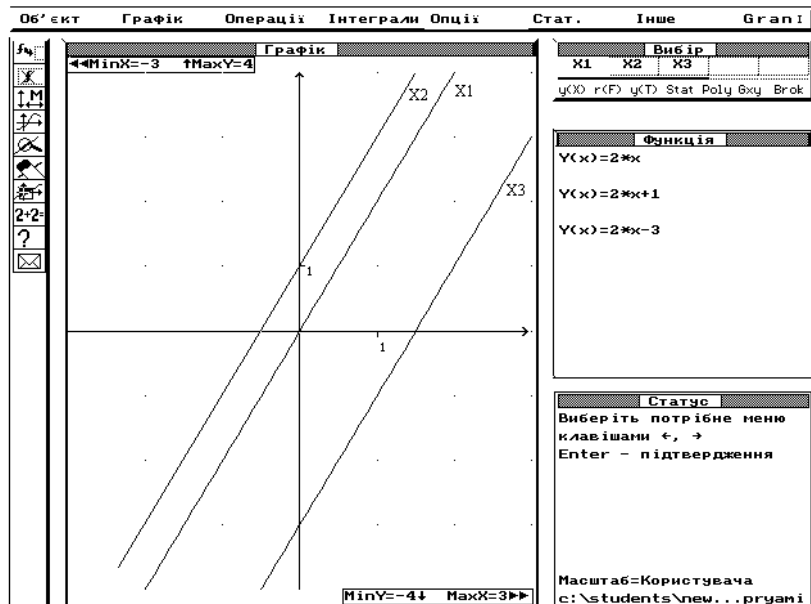


Рис. 1

Учні мають можливість практично встановити (наприклад, для $x = -2, -1, 0, 1, 2, \dots$), що пряма $y=2x+1$ утворена зсувом прямої $y=2x$ вгору на одну одиницю, а $y=2x-3$ – зсувом прямої $y=2x$ на три одиниці вниз. Для цього вони за графіками обчислюють значення функцій і результати оформляють в таблиці 2.

Таблиця 2

x	-2	-1	0	1	2
$y=2x$	-4	-2	0	2	4
$y=2x+1$	-3	-1	1	3	5
$y=2x-3$	-7	-5	-3	-1	1

Щоб визначити координати деякої точки на площині, слід звернутися до підпункту “Координати” пункту “Графік”, і за допомогою клавіш управління курсором (\leftarrow , \uparrow , \rightarrow , \downarrow) встановити курсор на потрібне місце.

Далі, як за графіком, так і за одержаною таблицею учні переконуються, що із збільшенням x значення функції збільшуються.

Висновок – функції зростають. Нарешті, для функції $y=2x$ її значення додатні при $x > 0$ і, відповідно, від’ємні при $x < 0$. Аналогічно, для функцій $y=2x+1$ та $y=2x-3$ їхні значення додатні відповідно при $x > -0,5$ та $x > 1,5$, а від’ємні при $x < -0,5$ та $x < 1,5$.

Тепер учням можна запропонувати побудувати й дослідити графіки функцій $y=3x$ та $y=3x+2$, вилучивши раніше введені функції. Для вилучення кожної функції користуємося послугою “Вилучити” пункту “Об’єкт”.

Зрештою, учні досліджують графіки функцій: $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -\frac{1}{2}x + 2$, $y = -\frac{1}{2}x - 4$, вилучивши попередні функції.

Для виявлення, перевірки й оцінки знань учнів пропонуємо знову вилучити всі функції і самостійно, за допомогою ППЗ «GRAN1», проаналізувати графіки таких функцій: $y = -2x + 3$,

$$y = \frac{1}{2}x + 2, y = -\frac{1}{3}x - 2, y = 3x + 1, y = -2x \text{ (рис. 2).}$$

Спочатку учні вводять всі п’ять формул, потім за кожним графіком розпізнають формулу функції та фіксують відповідні властивості. Учням, які своєчасно справилися з цією роботою, учитель пропонує побудувати графіки таких функцій: $y = |x|$, $y = |-x + 2|$, $y = |x - 2|$, $y = |x + 3|$. За цими графіками здійснюється аналіз властивостей розглянутих функцій.

Зупиняючись, наприклад, на вивченні властивостей гіперболи, учні спочатку вводять формулу $y = \frac{1}{x}$ і будують графік, за яким встановлюють, що формула цього графіка $y = \frac{k}{x}$ і графік має назву гіпербола, яка розташована в I і III координатних кутах, коли $k=1 > 0$. Після цього учитель пропонує ввести формулу $y = -\frac{1}{x}$ і побудувати графік. Учні встановлюють за графіком його формулу $y = \frac{k}{x}$ і

назву (гіпербола). Ця гіпербола розташована в II і IV координатних кутах, коли $k = -1 < 0$. Одночасно за цими графіками учні практично переконуються, взявши, наприклад, $x = -3, -2, -1, 1, 4, \dots$, що із збільшенням x значення функції зменшуються для функції $y = \frac{1}{x}$ і, відповідно, збільшуються для $y = -\frac{1}{x}$. Тобто, функція $y = \frac{1}{x}$ – спадає, а $y = -\frac{1}{x}$ – зростає.

Нарешті, учитель пропонує ввести формулу $y = \frac{6}{x}$ та $y = -\frac{6}{x}$ і побудувати графіки. Учні з'ясовують їх властивості.

Сильним учням можна запропонувати ввести формули $y = \frac{1}{|x|}$, $y = -\frac{1}{|x|}$, $y = -\frac{1}{|x|}$ і побудувати відповідні графіки. Учні обгрунтовують властивості цих графіків.

Наступний етап вивчення функціональних залежностей, якими повинні оволодіти учні VIII – IX класів, пов'язаний з читанням графіків функцій. З цією метою їх необхідно навчити формулювати властивості графіків функцій графічною та аналітичною мовами, а також виконувати "переклад" з однієї мови на іншу.

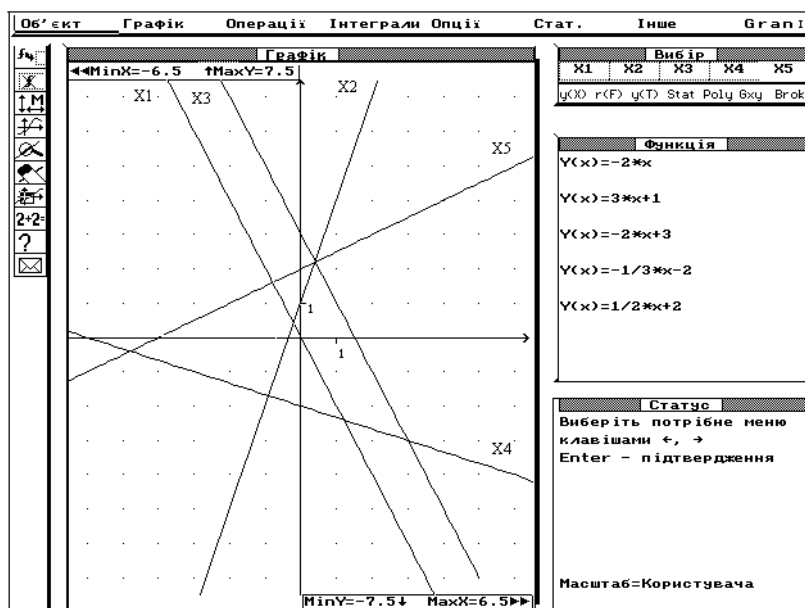


Рис. 2.

Розглянемо один із можливих варіантів реалізації формування узагальнених прийомів побудови й читання графіків функцій у восьмому класі з використанням ППЗ «GRAN1». З учнями з'ясовується, наприклад, що область визначення функції може бути знайдена за формулою, якою задається функція, а іноді і за її графіком.

Користуючись ППЗ «GRAN1», учитель пропонує учням побудувати графіки функцій $y = \frac{1}{x}$,

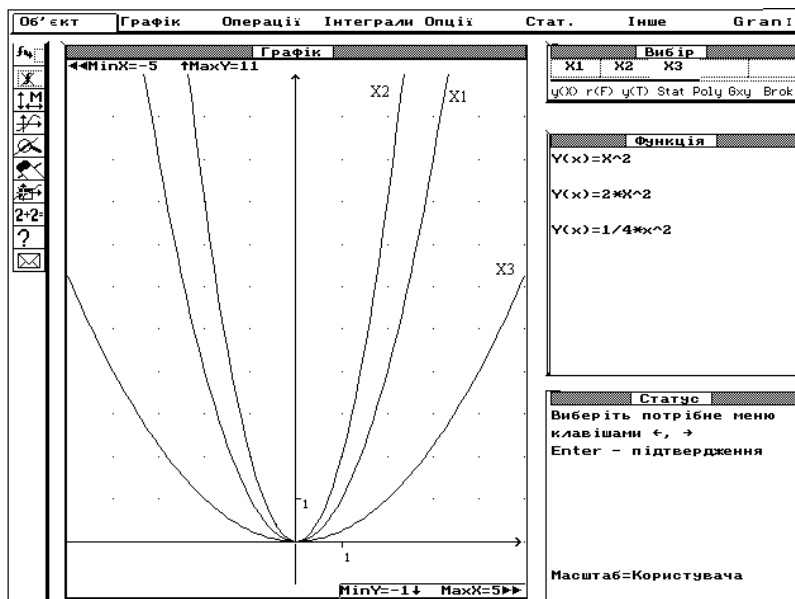
$$y = -\frac{1}{x}.$$

Графічною мовою область визначення описується так: "множина абсцис точок графіка функції $y = -\frac{1}{x}$ є вся числова пряма, виключаючи початок координат". Аналітичною мовою ця властивість

формулюється так: "змінна x у формулі $y = -\frac{1}{x}$ може набувати всіх значень, окрім нуля". Учні пропонується з'ясувати у формулюванні цієї властивості графічною та аналітичною мовами те спільне, що відноситься до області визначення функції, заданої у загальному вигляді формулою $y=f(x)$. Як узагальнення, область визначення функції $y=f(x)$ описується рідною, графічною та аналітичною мовами. Аналогічно відпрацьовується властивість функції "область значень функції".

Схема для читання властивостей функції $y=f(x)$

Графічною мовою:	Аналітичною мовою:	Рідною мовою:
Множина абсцис точок графіка функції є...	Змінна x у формулі $y=f(x)$ може набувати значення...	Область визначення функції є...
Множина ординат точок графіка	Змінна y у формулі $y=f(x)$	Область значень функції є...



функції є...	може набувати значення...	
Графік функції перетинає вісь OY у точці...	Якщо $x=0$, то $f(x)=...$	При значенні аргументу, рівному 0, функція набуває значення...
Графік функції перетинає вісь OX , розташований вище осі X , розташований нижче осі X , для точок з абсцисами...	$f(x)=0$, $f(x)>0$, $f(x)<0$, якщо $x...$	Функція набуває значення: рівне 0, більше 0, менше 0, якщо аргумент...

і т. д.

Після введення формули $y = \frac{2}{x}$ і побудови графіка учням пропонується встановити розташування його відносно осі OX . Наприклад, для точок з абсцисами $x > 1$ графік функції розташовується між віссю OX та прямою $y=2$. Аналітичною мовою це описується так: "якщо $x > 1$, то $0 < y < 2$ ", а рідною мовою – "якщо аргумент більший, ніж 1, то функція набуває додатних значень, які менші, ніж 2". Останнє показує, як складні функціональні поняття, завдяки комп'ютеру, стають очевидними, зрозумілими для учнів.

Таким чином, використання ППЗ «GRAN1» дає можливість привести в систему знання графіків вивчених функцій і знання формулювань властивостей функцій.

Особливо ефективна робота з ППЗ «GRAN1» при проведенні творчої самостійної роботи з теми: "Основні види геометричних перетворень графіків функцій" (симетрія, перенесення, стискування тощо).

Учні вводять формулу $y = x^2$ і будують графік. Учитель пропонує ввести формулу $y = 2x^2$ і побудувати графік. Учні самостійно встановлюють, що останній графік можна отримати з попереднього, здійснивши розтяг вздовж осі ординат в 2 рази, провівши графічно обчислення значень функцій $y = x^2$ та $y = 2x^2$ для $x = -2, -1, 1, 2, \dots$. Тепер учні аналогічно аналізують побудову графіка $y = \frac{1}{4}x^2$, який одержується з графіка $y = x^2$ за допомогою стиснення в 4 рази вздовж осі ординат (рис. 3) [5].

Вилучивши графіки $y = x^2$ та $y = \frac{1}{4}x^2$, учні вводять формулу $y = 2(x-3)^2$ і будують графік.

Провівши дослідження, вони переконуються, що останній графік можна отримати шляхом паралельного перенесення графіка $y = 2x^2$ вздовж осі абсцис на три одиниці вправо. Наступне завдання учнів полягає у введенні формули $y = 2x^2 - 12x + 14$ і побудові графіка. Вимірювання та аналіз результатів переконують учнів, що останній графік одержано з попереднього паралельним перенесенням вздовж осі ординат на чотири одиниці вниз.

Рис. 3.

Сильним учням пропонується побудова графіків функцій $y = |2x^2 - 12x + 14|$ та $y = |2x^2 - 12x + 14| - 3$. Учні самостійно встановлюють, як можна отримати ці графіки з попередніх.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бевз Г. П. Алгебра: Пробний підручник для 7-9 класів середньої школи, К.: Освіта, 1996. – 304 с.
2. Дубінчук О. С. і ін. Методика викладання алгебри в 7-9 класах: Посібник для вчителів – К.: Радянська школа, 1991. – 254 с.
3. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів – К.: Техніка, 1997. – 303 с.
4. Семенець С. П. Використання педагогічних програмних засобів під час вивчення курсу алгебри і початків аналізу //Математика в школі. 2000. №2. с. 14-17.
5. Шкіль М. І., Слєпкань З. І., Дубинчук О. С. Алгебра і початки аналізу: Пробний підручник для 10–11 класів середньої школи, К.: Зодіак – ЕКО, 1995. – 608 с.