

Проблеми вивчення математичних дисциплін у коледжах та шляхи їх подолання на основі НІТ

З розвитком цивілізації постійно збільшувалась роль математики та її методів у пізнанні всесвіту, все глибшою ставала інтеграція математики з іншими науками, математичні методи стали потужним інструментом розв'язування складних задач, що виникали у різних сферах людської діяльності, тобто відбувався поступовий процес математизації науки і практики. У XX столітті західний філософ Вітгенштейн висунув ідею про те, що "вся математика – це сукупність тавтологій, а математичні доведення – тавтологічні перетворення". Вона пояснює, певною мірою, абсолютну достовірність та унікально високий рівень застосування математики в реальному житті і наукових дослідженнях, зокрема, в таких галузях як біологія (дослідження функціонування та побудови деяких функцій нейрона, вивчення проблем спадковості, розшифровка генетичного коду), соціологія (проблеми демографії та структурної лінгвістики), економіка (від прогнозування розміщення корисних копалин до вивчення попиту на товари широкого вжитку та побутові послуги, від вивчення потреб у робочій силі до планування транспортних мереж, пасажирських перевезень, експериментів з штучного впливу на атмосферні явища, тощо), не кажучи вже про техніку, фізику, хімію, інформатику та інформаційні технології, де роль математики важко переоцінити. Отже, можна сказати, що життя сучасної людини неможливе без математики та її методів. Звичайно постає питання, про яку математику йде мова: про так звану "чисту" математику або про прикладну? Це традиційне розмежування на сучасному етапі розвитку науки стає все більше умовним і втрачає свій первинний зміст. Навіть найбільш абстрактні розділи „чистої“ математики можуть, виявляється, отримати конкретне застосування в різних галузях науки і техніки. В той же час потреби вирішення специфічних теоретичних і практичних проблем стимулюють розробку нових абстрактних методів і галузей математичної науки.

Можна із впевненістю сказати, що в сучасних умовах, у зв'язку з процесом математизації науки і практики, майбутні фахівці різних галузей потребують серйозної математичної підготовки, чим визначається місце математики в системі вищої освіти. Суміжні науки використовують різний обсяг математичних знань і ставлять нові задачі щодо змісту, форм і методів вивчення у ВНЗ самої математики, яка, крім того, сприяє формуванню у студентів найсучаснішого стилю наукового мислення і його застосуванню в конкретних науках.

1. Проблеми вивчення математичних дисциплін у коледжах. Математичні дисципліни відіграють особливу роль у підготовці майбутніх молодших спеціалістів у галузі комп'ютерної техніки та інформаційних технологій, виробництва, економіки як у плані формування певного рівня математичної культури, так і в плані формування наукового світогляду, розуміння сутності прикладної і практичної спрямованості математичних дисциплін, оволодіння методами математичного моделювання.

Останнім часом вимоги до математичної освіти фахівців зазначених категорій зазнали суттєвих змін: дещо послабла роль певних розділів класичної вищої математики і посилилась роль інших математичних дисциплін, зокрема: дискретної математики, чисельних методів, математичного програмування, теорії ймовірностей, математичної статистики, моделювання економічних і виробничих процесів та ін. Чітке уявлення про ці розділи математики майбутньому спеціалісту потрібне тому, що йому необхідно знати, як і де можна обґрунтовано і ефективно застосувати той чи інший математичний метод при розв'язуванні реальних професійних задач, адекватно сприймати зміст наукової і спеціальної літератури, в якій використовується відповідний математичний апарат.

На нашу думку, основні завдання викладання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах I-II рівнів акредитації полягають у тому, щоб продемонструвати студентам сутність наукового підходу до вивчення процесів і явищ оточуючого світу, роль математики у розвитку наукових досліджень і технічному прогресі; навчити студентів прийомам побудови математичних моделей, методам дослідження і розв'язування формалізованих задач; виробити у студентів уміння аналізувати отримані результати, сформувані навички самостійного вивчення математичної літератури та її застосування.

Вивчення математичних дисциплін у коледжах економічного та технічного профілів повинно забезпечити:

- формування особистості студентів, розвиток їхніх інтелектуальних здібностей, аналітичного та синтетичного мислення, відповідної математичної культури та інтуїції;
- оволодіння математичним апаратом, необхідним для вивчення фахових дисциплін, розвиток здібностей свідомого сприйняття математичного матеріалу, характерного для відповідної професії;
- оволодіння основними математичними методами, необхідними для аналізу і моделювання процесів і явищ, які відбуваються в соціальних, економічних, технічних, виробничих та інформаційних системах, пошуку оптимальних рішень з метою підвищення ефективності роботи зазначених систем, вибору найкращих способів реалізації цих рішень, опрацювання і аналізу результатів обчислювальних експериментів;
- формування достатнього рівня математичної підготовки випускників коледжів для продовження освіти у вищих навчальних закладах III-IV рівнів акредитації за інтегрованими

навчальними планами на споріднених спеціальностях.

Вища школа має значний досвід щодо організації підготовки з математичних дисциплін. На сьогодні написано значну кількість праць, які присвячені дослідженню проблем, пов'язаних зокрема з:

- новітніми інформаційними технологіями навчання математиці (це, наприклад, роботи А.П. Єршова, М.І. Бурди, М.І. Жалдака, М.Я. Ігнатенка, В.І. Клочка, Е.І. Кузнєцова, О.А. Кузнєцова, В.М. Монахова, В.Г. Розумовського та ін.);

- дидактичними і психологічними аспектами застосування новітніх інформаційних технологій у навчальному процесі (це, наприклад, роботи В.П. Безпалька, Я.І. Грудьонова, В.П. Зінченка, В.С. Ледньова, В.Я. Ляудіса, Ю.І. Машбіца та ін.);

- вивченням шляхів підвищення навчально-пізнавальної діяльності при вивченні математики (це, наприклад, роботи М.С. Голованя, М.Я. Ігнатенка та ін.).

Але в них мова йде, як правило, або про середню школу (наприклад, [4]-[7]) або про вищі навчальні заклади 3-4 рівнів акредитації різноманітних профілів: технічні, педагогічні, економічні та ін. (наприклад, [8]). Питання ж теорії і методики викладання математичних дисциплін у навчальних закладах I-II рівнів акредитації, проблеми, які при цьому виникають, та причини, що їх обумовлюють, є маловивченими, але досить важливими і актуальними. Зокрема, це стосується математичної освіти майбутніх молодших спеціалістів у галузі комп'ютерної техніки та інформаційних технологій, де існує досить багато невирішених питань і проблем. Аналіз стану навчання математичним дисциплінам у коледжах технічного та економічного спрямування м. Черкас показує, що результати навчання студентів, рівень їхньої математичної культури, пізнавальної активності і самостійності досить низький, а проблема активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів ВНЗ I-II рівнів акредитації при вивченні математичних дисциплін залишається нерозв'язною. Все це негативно відбивається на якості знань і умінь студентів, їх інтелектуальному розвитку, рівні фахової підготовки. Крім того, анкетування, що проводилось у Черкаському державному бізнес-коледжі серед студентів, які навчаються за спеціальностями "Програмування для електронно-обчислювальної техніки та автоматизованих систем" та "Обслуговування комп'ютерних та інтелектуальних систем та мереж" (всього 180 осіб), дозволило серед цілої низки проблем, з якими стикаються студенти під час вивчення математичних дисциплін (лінійної алгебри та аналітичної геометрії, математичного аналізу, теорії ймовірностей, математичного програмування та ін.), виділити декілька основних:

- 1) низький рівень базової теоретичної підготовки з математики (76% респондентів);
- 2) недостатній рівень практичних умінь та навичок щодо використання цих знань (51% респондентів);
- 3) низька мотивація при вивченні предметів математичного циклу (24% респондентів);
- 4) недостатній рівень навчально-пізнавальної діяльності студентів (85% респондентів);
- 5) невідомість і небажання студентів працювати самостійно (91% респондентів);
- 6) невідомість застосовувати математичні знання для формалізації практичних задач та їх розв'язування (57% респондентів).

Причини такої ситуації можна умовно розбити на дві групи: перша – це ті причини, вплинути на вирішення яких окремих викладач самотужки не в змозі (психологічні, соціальні, економічні тощо); друга – причини, усунення яких залежить від особистості викладача, від його фахової, психолого-педагогічної і методичної підготовки, наявного програмного, методичного і технічного забезпечення навчального процесу. Що стосується останньої групи причин, то можна виділити такі:

- недосконалість змісту та методичної системи навчання математичним дисциплінам;
- домінування традиційних підходів у навчальному процесі вищих навчальних закладів I-II рівнів акредитації і обмежене застосування нових педагогічних технологій, а саме: модульної системи, особистісно-орієнтованого та диференційованого підходів, рейтингової системи оцінювання навчальної діяльності студентів, проблемного навчання тощо;
- недостатня обізнаність викладачів щодо використання інформаційних технологій в математичних дослідженнях, математичній освіті і, як наслідок, обмежене використання потужної комп'ютерної підтримки при вивченні математичних дисциплін і розв'язуванні складних математичних задач, зокрема професійних універсальних математичних пакетів таких, як Mathcad, Maple V, Mathematica, Matlab (див., наприклад, [1]-[3]), а також математичних пакетів, призначених для навчальних закладів таких, як Derive [5], GRAN 1 [5], GRAN 2D [6], GRAN 3D [6], MuPad [2], DG [9], та ін.

2. Шляхи подолання проблем вивчення математичних дисциплін у коледжах. Серед шляхів подолання зазначених вище проблем, на нашу думку, ключове місце належить активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів під час вивчення математичних дисциплін на основі широкого використання новітніх інформаційних технологій.

У педагогічній науці немає єдиного підходу до трактування понять навчально-пізнавальна активність та активізація навчально-пізнавальної діяльності. За результатами аналізу науково-методичних та психолого-педагогічних джерел пізнавальну активність можна трактувати або як складне інтегративне утворення особистості, що має структуру, яка складається з трьох компонентів: мотиваційного, змістовно-операційного та емоційно-вольового; або як рису особистості, яка виявляється у її готовності і прагненні до навчально-пізнавальної діяльності, в тому числі й до самостійної, а також і якості здійснення діяльності, у виборі раціональних шляхів до досягнення поставленої мети. Отже, активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів є і процесом і результатом процесу стимулювання їхньої пізнавальної активності. Визначення поняття активізації

вчителем навчально-пізнавальної діяльності учнів, дане М. Я. Ігнатенком [6], очевидно, можна поширити і на викладача та студентів: "Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів – це мобілізація вчителем (за допомогою спеціальних засобів) інтелектуальних, морально-вольових та фізичних сил учнів на досягнення конкретної мети навчання, виховання і всебічного розвитку школярів, на посилену спільну навчально-пізнавальну діяльність вчителя та учнів, на спонукання до її енергійного цілеспрямованого здійснення, на подолання інерції, пасивності, стереотипних форм викладання та навчання".

Результати тестувань показали, що рівень розвитку пізнавальної активності студентів при вивченні математичних дисциплін є недостатнім для засвоєння навчального матеріалу. Цілеспрямована робота викладача з формування та розвитку пізнавальної активності студентів – гарант підвищення якості засвоєння студентами навчального матеріалу, розвитку їх мислення та ін. Значні дидактичні можливості для підвищення рівня пізнавальної активності мають нові інформаційні технології. Можна віділити групу найважливіших чинників активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів, ефективність яких може бути підсилена за рахунок застосування у навчальному процесі новітніх інформаційних технологій:

- розвиток мотивації, посилення інтересу до навчання, в тому числі до способів здобування знань;
- розвиток мислення, інтелектуальних здібностей студентів;
- індивідуалізація та диференціація навчання;
- розвиток самостійності;
- надання переваги активним методам навчання;
- підвищення наочності навчання;
- збільшення арсеналу засобів пізнавальної діяльності, опанування сучасними методами наукового пізнання, пов'язаними із застосуванням комп'ютерів;
- розширення кола задач і вправ, проведення лабораторних робіт у процесі навчання математичним дисциплінам;
- спрощення та збільшення швидкості доступу до навчальної та наукової інформації.

Підвищення рівня знань студентів з математичних дисциплін, активізації їхньої навчально-пізнавальної діяльності та подолання інших зазначених вище проблем навчання вбачається у створенні комп'ютерно орієнтованих методичних систем навчання математичних дисциплін, які базуються на таких положеннях:

- інформаційні технології, які є одним із важливих засобів розвитку суспільства, повинні зайняти відповідне місце у процесі навчання практично всіх навчальних предметів, а, особливо, математичних дисциплін;
- розширення напрямів застосування новітніх інформаційних технологій навчання математиці у коледжі є одним з найбільш перспективних шляхів удосконалення методичної системи навчання математиці;
- застосування новітніх інформаційних технологій навчання при вивченні математичних дисциплін принципово впливає на зміст навчання та методика їх викладання і дозволить, завдяки наочності та звільненню від рутинної роботи, посилити мотивацію навчання;
- ефективність застосування новітніх інформаційних та педагогічних технологій навчання з метою підвищення якості математичної освіти визначається, головним чином, відповідною методичною системою навчання;
- навчання математичним дисциплінам з використанням комп'ютера створить умови для збільшення обсягу індивідуальної роботи над навчальним матеріалом, можливість автоматизованого добору завдань для вивчення, закріплення і контролю, оцінки якості набутих знань.

Враховуючи сказане, актуальною є проблема обґрунтування, розробки та експериментальної перевірки ефективності методичних систем навчання математичним дисциплінам у вищих навчальних закладах I-II рівнів акредитації, зокрема, при підготовці молодших спеціалістів комп'ютерних наук, які дозволять активізувати їх навчально-пізнавальну діяльність і підвищити рівень математичної підготовки за рахунок застосування новітніх інформаційних та педагогічних технологій.

У Черкаському бізнес-коледжі, який входить до навчально-науково-виробничого комплексу "Перспектива" при Черкаському державному університеті імені Богдана Хмельницького, спільно з викладачами цього університету на основі створених і затверджених Міністерством освіти і науки України інтегрованих навчальних планів спеціальностей "Програмування для електронно-обчислювальної техніки і автоматизованих систем" та "Програмне забезпечення автоматизованих систем" розпочато роботу з:

- теоретичного обґрунтування і розробки системи математичної підготовки молодших спеціалістів комп'ютерних наук, орієнтованої на широке використання у навчальному процесі новітніх інформаційних та педагогічних технологій навчання;
- виявлення і реалізації способів активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів (як самостійної, так і під керівництвом викладача), орієнтованих на поглиблення та розширення теоретичних знань з математики, підвищення якості набутих навичок розв'язання практичних задач та вміння їх застосовувати при вирішенні професійних завдань на основі використання новітніх інформаційних та педагогічних технологій;
- аналізу дидактичних можливостей використання навчальних задач, методика розв'язування яких ґрунтується на комп'ютерному моделюванні реальних економічних, соціальних, фізичних,

виробничих та інформаційних процесів;

- розробки методичних, навчальних і наочних посібників на основі Internet-технологій;
- розробки методики організації самостійної та індивідуальної роботи студентів з використанням новітніх інформаційних технологій навчання, оволодіння студентами навичками самоконтролю своєї навчальної діяльності.

У цьому контексті готується до друку навчально-методичний посібник з лінійної алгебри та аналітичної геометрії для студентів коледжів, які навчаються за спеціальностями “Програмування для електронно-обчислювальної техніки та автоматизованих систем” та “Обслуговування комп’ютерних та інтелектуальних систем та мереж”, який дозволить, на нашу думку, принаймні розпочати вирішення таких методичних проблем навчання математичним дисциплінам, як:

- низький рівень мотивації — за рахунок використання у навчальному процесі прикладних математичних пакетів;
- небажання та невміння працювати самостійно — за рахунок створеної системи прикладів, розв’язаних з детальними поясненнями, питань для самоперевірки засвоєних знань, завдань для закріплення умінь і навичок та розрахункових робіт, які студенти повинні будуть “захищати”;
- недостатня база знань зі шкільного курсу математики — за рахунок додатків, які міститимуть необхідні для вивчення матеріалу означення та формули із шкільного курсу;
- відсутність різнопланової навчальної та методичної літератури, тобто курсів лекцій, збірників задач тощо, з лінійної алгебри та аналітичної геометрії українською мовою (у посібнику підібраний матеріал, який дозволить відпрацьовувати техніку розв’язання задач без додаткової літератури).

Цей навчальний посібник відповідає програмі з курсу “Лінійна алгебра та аналітична геометрія” для студентів вищих навчальних закладів I-II рівнів акредитації, що навчаються за вказаними спеціальностями, охоплює такі розділи, як лінійна алгебра, векторна алгебра, аналітична геометрія, причому в дещо більшому обсязі, ніж передбачено програмою. Зокрема, до посібника включено додаткові теми: комплексні числа, елементи теорії многочленів, які будуть використані при вивченні математичного аналізу.

Навчальний посібник можна умовно поділити на три частини. Перша частина являє собою безпосереднє викладення тем, кожна з яких складається з:

- необхідного теоретичного матеріалу;
- численної кількості розв’язаних прикладів з детальними коментарями;
- переліку питань для самоперевірки рівня теоретичних знань;
- набору вправ для відпрацювання та закріплення умінь і навичок, серед яких є такі, що передбачають застосування математичних пакетів.

Також до кожної пари тем пропонується така форма контролю самостійної роботи студентів, як розрахункова робота, що складається із завдань різного рівня складності. Причому результати розв’язків завдань розрахункової роботи повинні бути перевірені за допомогою пакета Mathcad і представлені в роздрукованому вигляді.

Друга частина є однією з особливостей даного посібника. В ній описуються основні можливості прикладного математичного пакету Mathcad: вхідна мова, інтерфейс користувача, елементарні прийоми роботи, створення та редагування документів, робота з файлами та інше, що буде необхідно для розв’язання запропонованих вправ з кожної теми. Опрацювання цієї частини планується під час лабораторних занять, де студенти ознайомляться з можливостями даного пакету і здобудуть навички виконання необхідних математичних операцій.

Третя частина – це сукупність додатків, які містять основні означення та формули шкільного курсу математики, необхідні для опрацювання матеріалу даного посібника, список використаної літератури, яка буде корисною тим студентам, що забажають поглибити свої знання чи написати реферати, перелік тем яких також міститься в третій частині.

3. Системи комп’ютерної математики в освіті. Необхідно констатувати, що останнім часом процес використання комп’ютерної техніки та інформаційних технологій у вищій школі, зокрема, при вивченні математичних дисциплін, дещо активізувався. Це, на нашу думку, сталося завдяки покращенню комп’ютерної бази ВНЗ і наявності на ринку програмного забезпечення таких універсальних математичних пакетів, як Derive, Mathcad, Matlab, Maple V, Mathematica, MuPad та ін. (див., наприклад, [1-3], [5]). Ці системи мають зручний інтерфейс, реалізують багато стандартних і спеціальних математичних операцій і функцій, мають потужні графічні засоби двох- і три-вимірної графіки, мають власні мови програмування, засоби підготовки математичних текстів до друку, дозволяють імпортувати дані в інші програмні продукти (текстові і графічні редактори, електронні таблиці) та експортувати з них інформацію для обробки. Все це надає широкі можливості для ефективної роботи спеціалістів різних профілів, зокрема науковців, інженерів, економістів, освітян, з цими пакетами для розв’язування задач, що виникають у галузі їх професійної діяльності. Зазначені математичні пакети дозволяють розв’язувати досить широкий спектр задач:

- проведення математичних досліджень, котрі вимагають аналітичних перетворень та числових розрахунків;
- розробка алгоритмів, які реалізують ті чи інші методи розв’язування задач, їх аналіз і використання;
- математичне моделювання та комп’ютерний експеримент;
- аналіз і обробка статистичних та експериментальних даних;
- візуалізація результатів дослідження, наукова та інженерна графіка;
- створення графічних і розрахункових матеріалів.

Системи комп'ютерної математики широко використовуються в системі освіти багатьох країн світу. Так за даними, наведеними в [3], система Derive вже до 1995 року широко використовувалась в усіх школах Австрії, Словенії, частково у школах Італії, в 2500 школах Німеччини, у 50% шкіл Португалії, була рекомендована до використання у школах Франції і т.д. Зараз цей список значно збільшився. Останнім часом конкуренцію Derive складає нова система MuPad, яка має документи у формі notebooks, більш потужні засоби символічної математики, графіки і програмування.

Впровадження математичних систем, і впершу чергу систем комп'ютерної алгебри, в систему освіти має певні особливості. Педагоги шкіл і ВНЗ по-різному ставляться до автоматизації математичних перетворень. Одні відкидають можливість використання таких систем в освіті, стверджуючи, що вони позбавляють учнів і студентів математичних навичок й інтуїції. Інші, навпаки, вважають, що не потрібно вивчати більшість тривіальних математичних перетворень взагалі, коли їх можуть виконувати комп'ютери. Але переважна більшість педагогів, котрі заперечують корисність систем комп'ютерної математики, роблять це просто в силу того, що не знайомі з ними.

На нашу думку, крайнощі в цій ситуації лише гальмують справу. Немає ніяких серйозних підстав не користуватися можливостями ПК в аналітичних обчисленнях і перетвореннях, тому що більша частина з них формалізована і підлягає автоматизованому виконанню. Робота з сучасними математичними системами захоплює учнів і студентів, знищуючи бар'єр, що існує у багатьох з них при вивченні складних розділів математики. Вона досить вдало поєднує корисне з приємним, навчаючи молоде покоління математиці і застосуванню сучасних комп'ютерів у повсякденному житті. Багато учнів і студентів, оцінивши можливості математичних систем, намагаються розвинути власні математичні пізнання, і, згодом, поринувши у глибини математичних обрахунків, з'ясовують, що й комп'ютерні математичні системи можуть помилятися. Більше того, за кордоном з'явилися сотні повноцінних підручників, в яких вивчення математики базується на постійному спілкуванні учнів шкіл, студентів ВНЗ з системами комп'ютерної математики (СКМ). В Україні також з'являються навчальні посібники з шкільної і вищої математики (але дуже мало), які орієнтовані на роботу з СКМ (див., наприклад, [5], [6], [8], [9]). Автори таких видань наочно показують, що СКМ – це справжня знахідка для педагога-новатора і що такі системи ефективно допомагають у вивченні математики. При використанні СКМ необхідно пам'ятати, що сучасний рівень їхнього розвитку не виключає появи навіть грубих помилок при виконанні символічних перетворень або відмови їх виконувати. У таких випадках комп'ютеру потрібна кваліфікована допомога – треба підказати правильний напрям перетворень. Але це можливо, якщо користувач має достатні знання з математики і знає особливості роботи з конкретними системами символічної математики.

На нашу думку, СКМ треба розглядати як потужний інструмент у руках педагогів, учнів, студентів, інженерів, науковців. Ефективність і методична цінність такого інструменту цілком залежить від вміння застосовувати його викладачем, студентом і т.д.

Взагалі кажучи, при використанні СКМ в освіті розумно дотримуватися правила “золотої середини”. В цьому випадку, автоматизуючи рутинні, а підчас і досить складні математичні обрахунки і перетворення, такі системи не відкидають математичну інтуїцію людини та її творчу участь у їх виконанні. Навпаки, вони допомагають людині (користувачу) здобути таку інтуїцію без значних витрат часу, якими часто супроводжується звичайне вивчення математики у школах і ВНЗ. Навіть такі прості системи, як Derive і MuPad, дозволяють швидко випробувати різні підходи до розв'язування математичних задач, котрі в силу їхньої складності часто не розглядаються взагалі. При цьому економію часу можна з успіхом спрямувати на осмислення математичної або фізичної сутності задач, що розв'язуються.

Практика показує, що математична підготовка повинна передувати навчанню основам роботи з СКМ. Але сучасні електронні уроки і книги з “живими” математичними прикладами, створені досвідченими методистами-педагогами, спроможні допомогти самостійно вивчати окремі розділи математики.

Є одна область застосування СКМ, яка підтримується майже всіма педагогами шкіл і ВНЗ. Це графічна візуалізація розв'язування математичних задач, яка дозволяє за кілька секунд без громіздких і тривалих обчислень зрозуміти суть розв'язку задачі, дозволяє реалізувати багатоваріантність обчислень, на які просто не вистачає часу при традиційних підходах.

Всі питання щодо доцільності використання СКМ у вищій школі, на нашу думку, повинні відійти на другий план. Викладачі вже давно переконалися не лише у корисності, але й у необхідності використання сучасних СКМ у навчальному процесі. Без таких систем в обмежений час, який виділяється в навчальному процесі на вивчення дисциплін, просто неможливо вирішувати серйозні математичні або фізичні задачі, не говорячи вже про моделювання складних природних явищ і процесів, технічних систем і пристроїв. У провідних ВНЗ III-IV рівнів акредитації вже сьогодні знаходять належне застосування потужні СКМ від систем Mathcad, Maple V, Mathematica до найпотужнішої системи Matlab з її багаточисленними і унікальними математичними застосуваннями. Настала черга це зробити і викладачам ВНЗ I-II рівнів акредитації.

4. Використання пакету Mathcad при вивченні деяких розділів лінійної алгебри. Як приклад застосування систем комп'ютерної математики при вивченні лінійної алгебри, розглянемо можливість використання пакету Mathcad, зокрема, при розгляданні теми “Матриці”. Чому саме Mathcad, а не Derive або MuPad, Maple V або Mathematica? Є кілька причин, згідно яких при вивченні лінійної алгебри перевага була надана цьому універсальному математичному пакету. Серед таких причин варто зазначити такі:

- сьогодні Mathcad – єдина система, в якій опис алгоритму розв'язування задач здійснюється мовою, аналогічною звичайній математичній мові опису математичних задач, причому лише в ній повною мірою використаний тип документів – блокноти (notebooks);

- інтерфейс системи Mathcad один з найкращих серед математичних пакетів; в ній вперше за допомогою випадючих палітр була реалізована можливість введення математичних спеціальних знаків і символів, серед яких різноманітні операції, функції, оператори програмування, букви грецького алфавіту тощо;

- не дивлячись на певну обмеженість засобів символічної математики у порівнянні з такими системами, як Maple V, Mathematica, Matlab, пакет Mathcad містить саме ті засоби, яких досить для розв'язування більшості математичних задач, де такі засоби використовуються, при цьому ядро символічної математики системи використовується для оптимізації обчислень завжди, коли це можливо: система намагається одержати результат в аналітичному вигляді, а потім вже використовувати його для чисельних обрахунків (наприклад, при знаходженні похідних, інтегралів, побудові графіків функцій);

- нові версії системи Mathcad, зокрема Mathcad 2000 Professional, містять системний інтегратор MathConnex, котрий забезпечує пряму інтеграцію пакету Mathcad з багатьма програмами різного класу.

Наведені аргументи, а також помірна вартість, наявність на ринку навчальної і методичної літератури та русифікованих версій пакету, були вирішальними для того, щоб використовувати саме цей пакет у навчальному процесі при вивченні лінійної алгебри та аналітичної геометрії студентами Черкаського державного бізнес-коледжу.

Згідно навчальної програми тема "Матриці" складається з теоретичного матеріалу, що містить такі питання: початкові відомості з теорії матриць, оперування матрицями, ранг матриці, розв'язання матричних рівнянь. Тому відповідно до програми розглянемо матеріал, який необхідний для розв'язування задач з цієї теми за допомогою пакету Mathcad 2000 Professional компанії MathSoft Inc (www.mathsoft.com).

4.1. Введення елементів матриць. У прикладному математичному пакеті Mathcad 2000 Professional введення елементів матриць можна виконувати наступним чином.

1. За допомогою шаблону задання матриць, який викликається з палітри матричних операцій "Matrix" або клавіш "Ctrl"+"M" (рис.1). У цьому випадку кожен елемент вводиться "вручну" на своє місце в запропонований "макет" матриці, розмір якої Ви попередньо задаєте. При подальшій роботі для того щоб дізнатися, яке число знаходиться в матриці в і-му рядку та j-му стовпці, досить вказати ім'я матриці та індекси цього елемента через кому (рис.1). Індеси елементів матриці вводяться за допомогою символу \times палітри "Matrix" або за допомогою клавіші "[", причому нумерація стовпців і рядків матриці за замовченням починається з нуля, а не з одиниці, як прийнято традиційно.

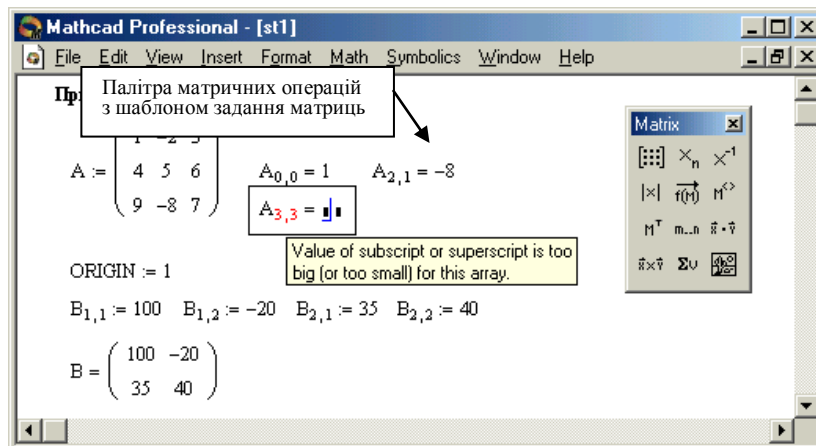


Рис. 1.

Зауваження 1. Для зміни початкового значення індекса матриці використовується змінна ORIGIN. Наприклад за допомогою виразу ORIGIN:=1, який задається перед описом матриці, всі її індекси будуть нумеруватися з 1 (рис. 1). Значення цієї змінної можна також змінити за допомогою режиму встановлення опцій системи: Math\Options\Array Origin.

Зауваження 2. Якщо Ви спробуєте визначити елемент матриці з номером рядка або стовпця, яких не існує, то на екран виводиться повідомлення про помилку і про причину її виникнення, зокрема, "Величина верхнього або нижнього індекса занадто велика (або занадто мала) для цього масива" (рис. 1).

2. Безпосереднє задання елементів матриці за допомогою операції присвоювання (рис. 1).

3. За допомогою застосування ранжованих змінних матриці без ручного заповнення шаблонів (рис.2).

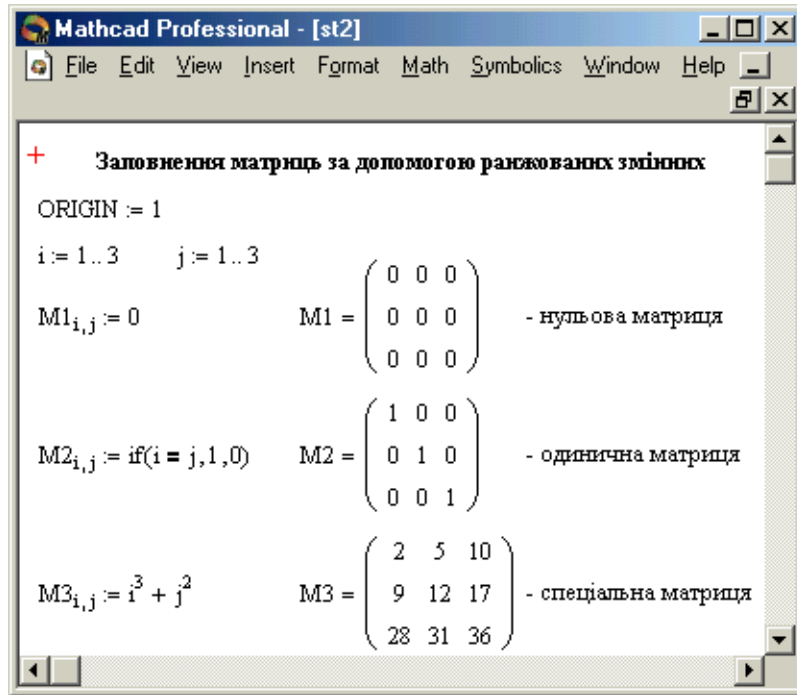


Рис. 2.

4.2. Матричні оператори. Для роботи з матрицями пакет Mathcad пропонує такі основні оператори:

Оператор	Введення	Призначення
$-M$	$-M$	Зміна знаків елементів матриці на протилежні
$Z * M, M * Z$	$Z * M, M * Z$	Множення матриці M на скаляр Z
$M * V$	$M * V$	Множення матриці M на вектор V
$M1 * M2$	$M1 * M2$	Множення матриць $M1$ і $M2$
$\frac{M}{Z}$	M/Z	Ділення матриці M на скаляр Z
M^{-1}	M^{-1}	Обчислення оберненої матриці до матриці M
M^n	M^n	Піднесення матриці M до n -го ступеня
$ M $	$ M $	Обчислення визначника матриці M
M^t	$M \text{ Ctrl } !$	Транспонування матриці M
$M^{<n>}$	$M \text{ Ctrl } ^n$	Виділення n -го стовпця матриці M
$M_{m,n}$	$M[(m,n)]$	Виділення елемента (m, n) матриці M
\overline{M}	$M \gg$	Отримання комплексно-спряженої матриці до матриці M

Всі вказані вище оператори, крім останнього, можна викликати з палітри матричних операцій. На рис.3 наведено приклади застосування операторів для роботи з матрицями.

4.3. Матричні функції. Для роботи з матрицями в пакеті Mathcad існує ряд вбудованих функцій:

- $\text{augment}(M1, M2)$ – об'єднує в одну дві матриці $M1$ та $M2$, які мають однакову кількість рядків (об'єднання йде „по горизонталі”);
- $\text{stack}(M1, M2)$ – об'єднує „по вертикалі” дві матриці $M1$ та $M2$, які мають однакову кількість стовпців;
- $\text{identity}(n)$ – створює одиничну квадратну матрицю порядку n ;
- $\text{submatrix}(A, ir, jr, ic, jc)$ – створює підматрицю, яка складається з усіх елементів, які містяться в рядках з ir по jr та стовпців з ic по jc ;
- $\text{matrix}(m, n, f)$ – створює матрицю, в якій (i, j) -й елемент дорівнює $f(i, j)$, де $i=0,1,\dots,m, j=0,1,\dots,n, f(i, j)$ – деяка функція;
- $\text{diag}(V)$ – створює діагональну матрицю, головною діагоналлю якої є вектор V ;
- $\text{Re}(M)$ – створює матрицю дійсних частин матриці M з комплексними елементами;
- $\text{Im}(M)$ – створює матрицю уявних частин матриці M з комплексними елементами;
- $\text{cols}(M)$ – визначає кількість стовпців матриці M ;
- $\text{rows}(M)$ – визначає кількість рядків матриці M ;
- $\text{rank}(M)$ – обчислює ранг матриці M ;
- $\text{tr}(M)$ – обчислює слід (суму діагональних елементів) квадратної матриці M ;
- $\text{mean}(M)$ – обчислює середнє значення елементів масиву;

- $\text{csort}(M, n)$ – переставляє рядки матриці M таким чином, що відсортованим стає n -ий стовпець;
- $\text{rsort}(M, n)$ – переставляє стовпці матриці M таким чином, що відсортованим стає n -ий рядок,
- $\text{rref}(M)$ – повертає спеціальну форму матриці M (у вигляді східців), коли перший ненульовий елемент в кожному рядку дорівнює 1, яка знаходиться справа від першого ненульового елемента попереднього рядка, тобто всі елементи вище першого ненульового в рядку – нулі (використовується для розв’язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса).

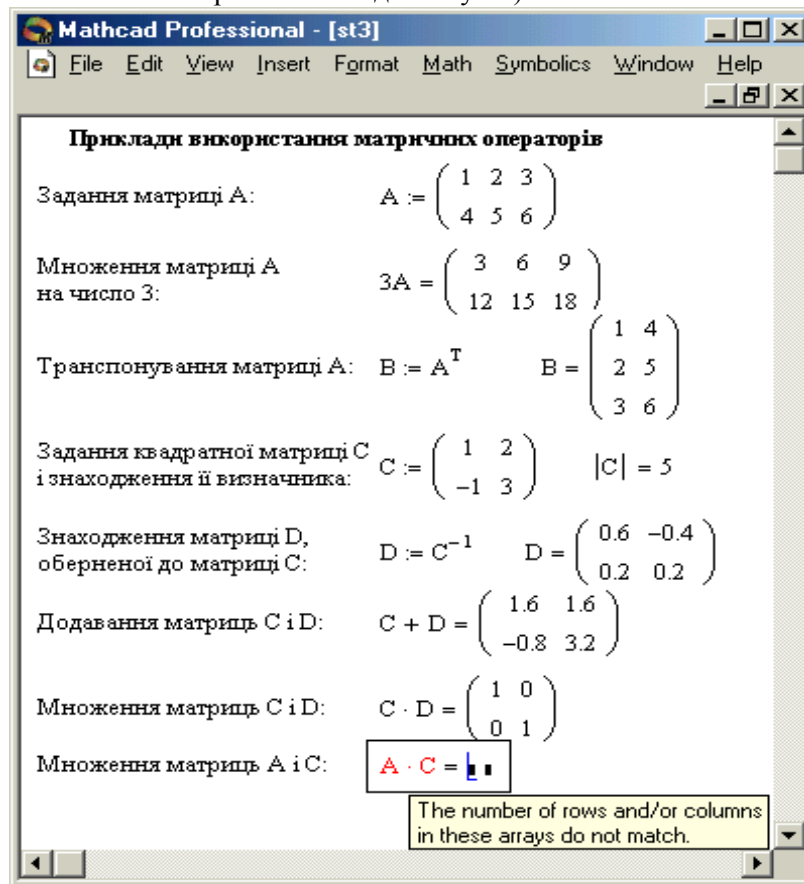


Рис.3.

Зауваження 3. Пакет Mathcad має ще цілий ряд додаткових матричних функцій, які не застосовуються при вивченні даного курсу, тому розгляд додаткових матричних функцій залишається на самостійне опрацювання студентів.

Зауваження 4. Якщо Ви спробуєте виконати некоректне множення двох матриць, то на екран виводиться повідомлення про помилку і про причину її виникнення, зокрема, “Кількість рядків і/або стовпців у цих масивах не співпадає” (рис. 3).

На рис.4 зображено дії над матрицями, елементами яких є комплексні числа.

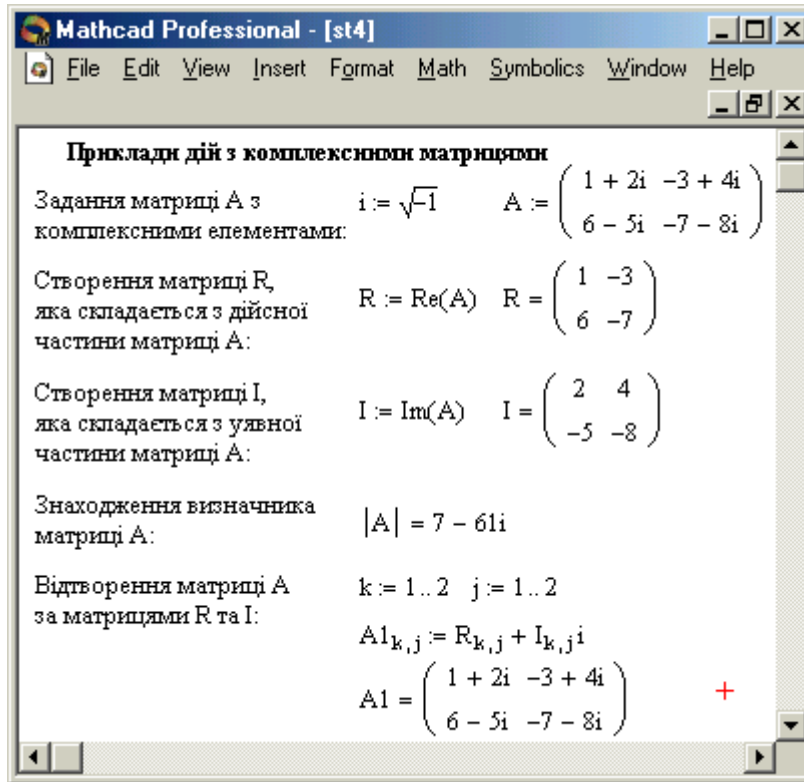


Рис.4.

4.4. Розв’язування матричних рівнянь. Матричні оператори і функції пакету Mathcad дозволяють розв’язувати широке коло задач лінійної алгебри, зокрема матричні рівняння (рис.5).

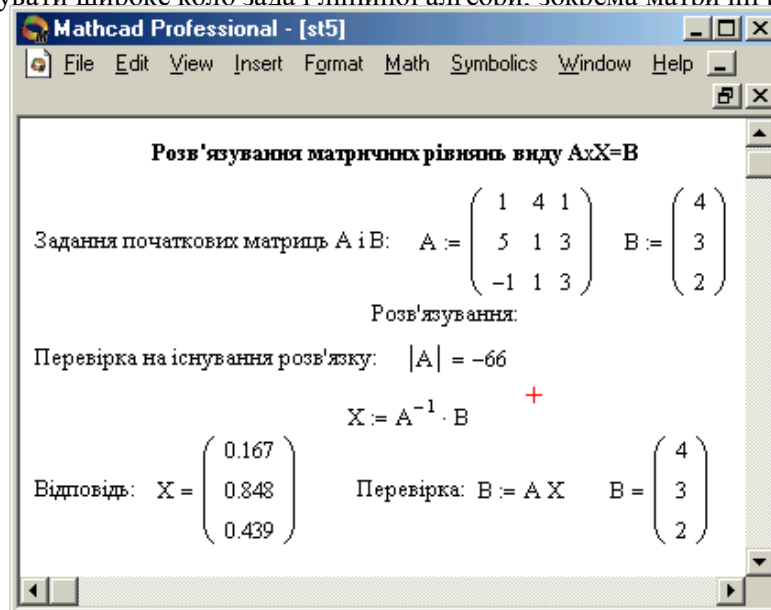


Рис.5.

Зауваження 5. При спробі розв’язати матричне рівняння, яке не має розв’язку, тобто матриця A сингулярна (її визначник дорівнює 0), Mathcad виводить відповідне повідомлення. Але, як показує досвід, іноді цього не трапляється і рівняння розв’язується неправильно. Тому студентам варто порадити організувати самим перевірку на рівність визначника відповідної матриці 0 (рис. 5).

Пакет Mathcad, починаючи з восьмої версії, має значний набір матричних операцій і функцій, тому в області чисельних застосувань лінійної алгебри він є цілком функціонально завершеним, а, враховуючи чудову візуалізацію матричних і векторних обчислень, що дуже важливо для навчального процесу, Mathcad істотно краще за інші, навіть більш складні і дорогі математичні пакети.

4.5. Символьні матричні перетворення. Останні версії пакету Mathcad мають досить широкі можливості щодо розв’язування задач лінійної алгебри в символьному вигляді. Символьні перетворення матриць здійснюються за допомогою операції символьних обчислень (Symbolic Evaluation) (символ “→”), яку можна активізувати, наприклад, за допомогою палітри символьних перетворень (Symbolic) або комбінації клавіш ”Ctrl”+”.” (рис. 8). Крім того, символьні перетворення матриць можна виконувати за допомогою наступних дій: Symbolics\Evaluate\Symbolically (комбінація клавіш “Shift”+”F9”).

Символьні перетворення матриць

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \rightarrow a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^T \rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-a_{22}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} & \frac{a_{12}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} \\ \frac{a_{21}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} & \frac{-a_{11}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-a_{22}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} \cdot b_1 + \frac{a_{12}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} \cdot b_2 \\ \frac{a_{21}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} \cdot b_1 - \frac{a_{11}}{(-a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21})} \cdot b_2 \end{bmatrix}$$

$$A(a, b, c) := \begin{pmatrix} a + c & 5 \\ c^2 - b & b - 2 \end{pmatrix} \quad A(a, b, c)^T \rightarrow \begin{pmatrix} a + c & c^2 - b \\ 5 & b - 2 \end{pmatrix}$$

$$|A(a, b, c)| \rightarrow a \cdot b - 2 \cdot a + c \cdot b - 2 \cdot c - 5 \cdot c^2 + 5 \cdot b \quad +$$

Рис. 8.

Наявність можливості виконувати символічні перетворення матриць дозволяє викладачу пропонувати студентам при роботі з Mathcad проблемні завдання, спрямовані на здобуття нових знань, зокрема шляхом індуктивного виведення різноманітних правил виконання операцій над матрицями.

Підсумовуючи сказане, можна зробити висновок, що лише відповідна професійна підготовка, високий рівень математичної й інформаційної культури, наполеглива праця викладачів і студентів, здобутий досвід нададуть можливість майбутнім фахівцям в галузі комп'ютерної техніки, економіки, управління ефективно застосовувати математичні методи дослідження на основі інформаційних технологій в своїй професійній діяльності. І перші знання, вміння і навички такої роботи необхідно здобути під час навчання у ВНЗ.

ЛІТЕРАТУРА

1. Говорухин В., Цибулин В. Компьютер в математических исследованиях. – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.
2. Дьяконов В.П. Mathcad 2001: учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 624с.
3. Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. – М.: Нолидж, 2001. – 1296 с.
4. Ершов А.П. Компьютеризация школы и математическое образование //Математика в школе.– 1989.– №1.– С. 14-31.
5. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997.– 303 с.
6. Жалдак М. І., Вітюк О.В. Комп'ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2000.– 176 с.
7. Ігнатенко М.Я. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики. Дис. ... докт. пед. наук.– К.: 1997.– 355 с.
8. Клочко В. І. Застосування новітніх інформаційних технологій при вивченні вищої математики у технічному вузі: Навчально-методичний посібник. Вінниця: ВДТУ, 1997.– 300 с.
9. Раков С.А., Горох В.П., Осенков К.О., Думчикова О.В., Костіна О.В., Ларін О.Р., Лисиця В.Т., Олійник Т.О., Пікалова В.В. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG. – Харків: ХДПУ, 2000. – 202 с.