

*fundamental science, analyzed the historical background of the emergence and development of the information market and the features of the current stage of informatization of education in Ukraine. Restored and analyzed the way in which domestic science was half a century, separating the current time from the beginning of the era of computers, without which people can not imagine their lives.*

**Key words:** *informatization of education, science, information technology, educational software, educational process, computer equipment, information systems.*

УДК 53(07).372.501.519.6

**Моклюк М. О., Лусий М. В.**

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЯВИЩ ТА ПРОЦЕСІВ НА ПРИКЛАДІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ**

*Розглянуто доцільність використання моделювання, і математичного зокрема, під час вивчення фізичних явищ і процесів. Описано три етапи розвитку математичного моделювання і методи побудови математичних моделей. Представлено можливості здійснення математичного моделювання під час розв'язування задач з фізики на прикладі використання табличного процесора Microsoft Office Excel. Доцільність цього полягає в доступності програмного засобу; оперативності математичних розрахунків; графічних можливостях табличного редактора; простоті у використанні; цікавості учнів та студентів до роботи з педагогічними програмними засобами. Представлено розв'язок задачі на рівняння теплового балансу шляхом здійснення математичного моделювання процесу теплообміну на прикладі використання Microsoft Office Excel.*

**Ключові слова:** *моделювання, математичне моделювання, фізичні явища і процеси, електронні таблиці.*

Моделювання як метод наукового пізнання відоме ще з часів Леонардо да Вінчі та Галілея. У сучасному світі воно стало складовою частиною не тільки експериментальних досліджень і конкретного технічного проектування; завдяки моделюванню створюються абстрактні теорії. Воно використовується в усіх галузях науки, освіти і є найвищою формою моделювання.

Неможливо уявити собі сучасну науку без широкого використання математичного моделювання. Сутність цієї методології полягає в заміні об'єкта, що досліджується, його образом – математичною моделлю – і подальшим вивченням моделі як методами математичного аналізу (аналітично), так і за допомогою обчислювально-логічних алгоритмів, які реалізуються з використанням комп'ютерних технологій.

Цей метод пізнання поєднує в собі переваги як теорії, так і експерименту. Робота не з самим фізичним об'єктом (явищем, процесом), а з його моделлю дає можливість безболісно, відносно швидко і без суттєвих витрат вивчати його властивості й поведінку в будь-яких можливих

ситуаціях. Одним з можливих напрямків здійснення математичного моделювання під час вивчення фізики є розв'язування фізичних задач. Для кількісних задач основними етапами при цьому виділяють розробку фізичної і математичної моделей фізичних явищ або процесів, описаних в умові задачі.

Під час дослідження питання доцільності використання математичного моделювання фізичних явищ або процесів розглянуто методологічні і теоретичні проблеми інтеграції знань учнів з математики і фізики (С. У. Гончаренко, Р. С. Гуревич, І. М. Козловська, О. В. Сергєєв, В. П. Сергієнко, В. Д. Сиротюк, М. І. Шут та ін.); використання моделювання під час вивчення фізики (Б. Є. Будний, В. Ф. Заболотний, Л. Р. Калапуша, В. П. Муляр, А. М. Сільвейстр та ін.) професійно-педагогічна підготовка вчителя фізики (П. С. Атаманчук, О. І. Бугайов, С. П. Величко, В. Ф. Заболотний, О. І. Іваницький, А. В. Касперський, Є. В. Коршак, О. І. Ляшенко, М. Т. Мартинюк, А. І. Павленко, В. Ф. Савченко, В. П. Сергієнко, О. В. Сергєєв, В. Д. Сиротюк, В. Д. Шарко, М. І. Шут та ін.).

**Мета статті** – теоретично обґрунтувати доцільність використання та розглянути особливості здійснення математичного моделювання фізичних явищ і процесів під час розв'язування фізичних задач з використанням табличного процесора Microsoft Excel.

Фізичні теорії в більшості випадків побудовані на основі певного математичного апарату, який часто набагато складніший в порівнянні з іншими природничими науками. Але відмінність фізики від математики полягає в тому, що фізика принципово зосереджена на описі матеріального світу, тоді як математика має справу з абстрактними ідеями та формулюваннями, які не обов'язково мають якесь реальне відображення.

Використання математичного моделювання для опису явищ і процесів можна хронологічно розбити на *три етапи його розвитку* [1, с. 13].

*Елементи математичного моделювання* використовувались із самого початку виникнення точних наук. Не випадково, що деякі методи обчислень названі іменами таких корифеїв науки, як Ньютон і Ейлер, а слово *алгоритм* походить від імені середньовічного арабського вченого Аль-Хорезмі.

*Друге народження* цієї методології припало на кінець 40-х – початок 50-х рр. ХХ ст. і було зумовлено принаймні двома причинами. Перша з них – поява ЕОМ. Друга – безпрецедентне соціальне замовлення – виконання національних програм зі створення ракетно-ядерного щита, які не могли бути реалізованими традиційними методами. Математичне моделювання справилось з цією задачею: ядерні вибухи та польоти ракет і супутників були спочатку здійснені ЕОМ за допомогою математичних моделей, і лише потім – на практиці.

На сьогодні математичне моделювання перебуває у *третьому* принципово важливому *етапі* свого розвитку, воно вбудовується у структури інформаційного суспільства. Історія методології математичного моделювання переконує: воно може й має бути інтелектуальним ядром інформаційних технологій, усього процесу інформатизації суспільства.

Найпоширеніший метод побудови математичних моделей полягає в застосуванні до конкретної ситуації фундаментальних законів природи, обґрунтованість яких не викликає сумніву, що, крім усього іншого, надає досліднику сильну психологічну підтримку.

Ще один підхід до побудови моделей полягає у використанні так званих варіаційних принципів, які є досить загальними твердженнями про об'єкт, що розглядається (система, явище), вони стверджують, що з усіх можливих варіантів поведінки об'єкта (руху, еволюції) вибираються лише ті, що задовольняють певну умову.

Одним із ефективних підходів розробки математичних моделей є використання аналогій з уже вивченими явищами.

В окремих випадках буває зручною й виправданою побудова математичних моделей, навіть відносно простих об'єктів, одразу у всій повноті, з урахуванням усіх факторів, які є суттєвими для поведінки об'єктів. Тому природним є підхід, який реалізує принцип *від простого – до складного*, коли наступний крок робиться після досить детального вивчення не дуже складної моделі. При цьому виникає ланцюг (ієрархія) усе більш повних моделей, кожна з яких узагальнює попередні, включаючи їх як частинні випадки [1, с. 15].

Впровадження інформаційних технологій в навчальний процес дає можливість зробити більш інтенсивним і цікавим вивчення "класичних" дисциплін, що особливо актуально в зв'язку з масовою комп'ютеризацією навчальних закладів і повсюдним впровадженням державної підсумкової атестації, зовнішнього незалежного оцінювання для випускників шкіл.

"Слабким місцем" учнів, а також студентів є розв'язування задач і завдань, пов'язаних з дослідженням функцій на основі побудови графіків. Таких завдань досить багато, хоча в шкільному курсі часто їм приділяється недостатня увага. Інструментом масового навчання учнів технології розв'язування подібних завдань можуть стати системи обчислювальної математики, включаючи найбільш доступну та поширену - електронні таблиці Microsoft Excel.

Робоче середовище для здійснення математичного моделювання найчастіше має задовольняти лише дві основні вимоги [2]:

- 1) результати дослідження мають виводитися на екран у вигляді таблиць з довільною кількістю доступних для перегляду рядків;
- 2) користувач повинен мати змогу за цими результатами швидко

отримати графіки залежностей між характеристиками досліджуваного об'єкта.

Ці вимоги повною мірою задовольняються *електронними таблицями* (ЕТ), які забезпечують багатосторінкову екранну пам'ять, прості засоби перетворення табличної інформації на графічну, багатий набір функцій. На користь ЕТ можна навести щонайменше два переконливі аргументи:

1) мова електронних таблиць хоч і є штучною, але вона найближча до природних мов і найпростіша з усіх штучних;

2) електронні таблиці є складовою частиною пакету офісних програм, наприклад *Microsoft Office*, *Apache OpenOffice*, *LibreOffice*. Разом з тим є можливість роботи з on-line електронними таблицями Google-таблиці, Office Online. Це свідчить про їх доступність у використанні.

Розглянемо математичне моделювання процесу теплообміну на прикладі розв'язування задачі на рівняння теплового балансу графічним способом [3]. Традиційні розрахункові методи та способи розв'язування задач на теплообмін із зміною агрегатного стану речовини не завжди дають можливість учням (студентам) уявити собі суть тих процесів, що відбуваються з речовиною. Вони, як правило, добре вміють складати рівняння теплового балансу за відомим алгоритмом, але, якщо трохи змінити умову задачі, вони вагаються з відповіддю і не можуть дати аналіз змін, що відбуватимуться з речовиною, не складаючи знову рівняння теплового балансу. Графічний метод дає можливість усунути цю проблему і наочно побачити, що відбуватиметься у калориметрі при зміні в умовах задачі. Наприклад, це важливо, коли змінюється маса речовини, яка бере участь у теплообміні.

*Задача 1.* Визначити температуру, яка встановлюється у калориметрі при змішуванні 1 кг води, взятої при температурі  $t_1 = 100^\circ\text{C}$  і 1 кг води, взятої при  $t_2 = 0^\circ\text{C}$ .

*Розв'язання*

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$t_1 = 100^\circ\text{C}$$

$$m_2 = 1 \text{ кг}$$

$$t_2 = 0^\circ\text{C}$$

$$c = 4200 \text{ Дж/кг}\cdot^\circ\text{C}$$

$$t = ?$$

Кількість теплоти, відданої гарячою водою

$$Q = cm_1(t_1 - t).$$

Звідси випливає

$$t = t_1 - \frac{Q}{cm_1}. \quad (1)$$

Кількість теплоти, одержаної холодною водою

$$Q = cm_2(t - t_2).$$

Звідки

$$t = t_2 + \frac{Q}{cm_2}. \quad (2)$$

Підставляючи у вирази числові значення будемо мати (рис. 1):

	A	B	C	D	E
1	Дано:		$Q_1, \text{Дж}$	$t_1, ^\circ\text{C}$	$t_2, ^\circ\text{C}$
2	$m_1, \text{кг} = 1$		0	100	0
3	$t_{01}, ^\circ\text{C} = 100$		20000	95,2380952	4,76190476
4	$m_2, \text{кг} = 1$		40000	90,4761905	9,52380952
5	$t_{02}, ^\circ\text{C} = 0$		60000	85,7142857	14,2857143
6	$C, \text{Дж}/(^\circ\text{C}*\text{кг}) = 4200$		80000	80,952381	19,047619
7	$t - ?$		100000	76,1904762	23,8095238
8			120000	71,4285714	28,5714286
9			140000	66,6666667	33,3333333
10			160000	61,9047619	38,0952381
11			180000	57,1428571	42,8571429
12			200000	52,3809524	47,6190476
13			220000	47,6190476	52,3809524
14			240000	42,8571429	57,1428571
15			260000	38,0952381	61,9047619

Рис. 1

На основі отриманих даних будуються графіки залежностей температури води, яка нагрівається і температури води, яка охолоджується від відданої або отриманої кількості теплоти відповідно (рис. 2).

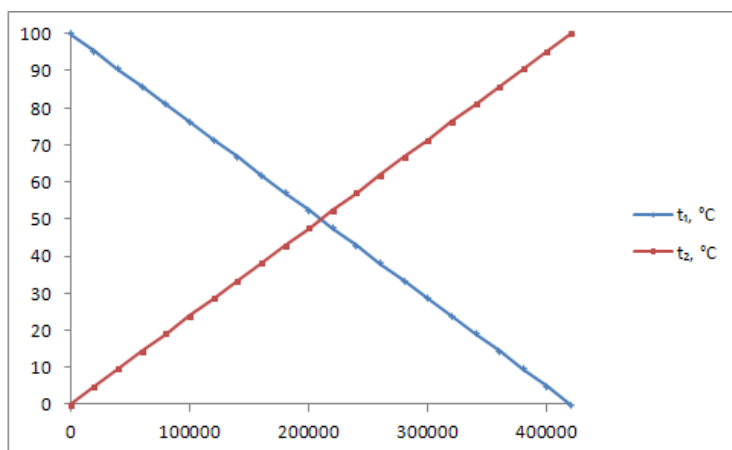


Рис. 2

Будуючи графіки залежності температури води від отриманої і відданої кількості теплоти, матимемо точку їх перетину при  $50^\circ\text{C}$ .

На рисунку 3 наведено графічні залежності температури води від відданої та отриманої кількості теплоти ще й для 2 і 3 кг води, при  $t = 100^\circ\text{C}$ ,

в цьому разі температури в суміші  $66^{\circ}\text{C}$  і  $73^{\circ}\text{C}$  відповідно.

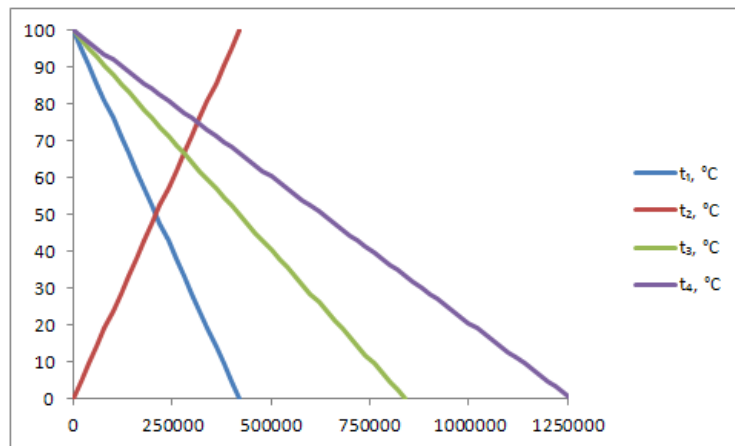


Рис. 3

Аналогічно можна побудувати прямі для будь-якої маси, при  $t = 100^{\circ}\text{C}$  і за графіком знайти температуру, що встановлюється у калориметрі. Змодельовавши процес теплообміну для даної маси води, можна розв'язати дану задачу для будь-якої маси води.

Як бачимо, математичне моделювання процесу теплообміну, в цілому, полегшує розв'язування конкретної задачі; сприятиме використанню знань учнів з математики та інформатики під час вивчення фізики, що призведе до інтеграції знань даних дисциплін. На основі цього учні (студенти) не тільки засвоюють методику розв'язування подібних задач, але й набувають навичок роботи з електронними таблицями для створення математичних моделей в обсязі, достатньому для подальшого їх практичного застосування.

Таким чином, здійснення математичного моделювання з використанням ЕТ, може значно спростити процедуру підготовки задачі до її розв'язування. Разом з тим дає змогу з прийнятними затратами часу і мінімальними інтелектуальними зусиллями провести необхідні підготовчі етапи через свідомість усіх учнів (студентів) і, що не менш важливо, сприятиме подальшому практичному використанню комп'ютера для подальшої діяльності. Це в свою чергу відповідає вимогам, що їх ставить сьогодення перед освітою – формування в учнів (студентів) основ інформаційної культури.

#### **Використана література:**

1. Станжицький О. М. Основи математичного моделювання: навчальний посібник / О. М. Станжицький, Є. Ю. Таран, Л. Д. Гординський. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2006. – 96 с.
2. Теплицький І. О. Комп'ютерне моделювання в школі як засіб розвитку творчого мислення учнів / І. О. Теплицький // Рідна школа. – 2000. – № 9. – С. 63-66.
3. Моклюк М. О. Розв'язування фізичних задач з використанням табличного процесора Microsoft Office Excel / М. О. Моклюк, О. О. Моклюк, Г. В. Лиса // Збірник наукових праць Уманського

державного педагогічного університету імені Павла Тичини / [гол. ред М. Т. Мартинюк]. – Умань : ПП Жовтий О. О., 2012. – Ч. 4. – С. 257-264.

### *References:*

1. *Stanzhyts'kyu O. M. Osnovy matematychnoho modelyuvannya: Navchal'nyy posibnyk / O. M. Stanzhyts'kyu, Ye. Yu. Taran, L. D. Hordyns'kyu. – K. : Vydavnycho-polihrafichnyy tsentr "Kyuyivs'kyu universytet", 2006. – 96 s.*
2. *Teplyts'kyu I. O. Komp'yuterne modelyuvannya v shkoli yak zasib rozvytku tvorchoho myslennya uchniv / I. O. Teplyts'kyu // Ridna shkola. – 2000. – № 9. – S. 63-66.*
3. *Moklyuk M. O. Rozv'yazuvannya fizychnykh zadach z vykorystannyam tablychnoho protsesora Microsoft Office Excel / M. O. Moklyuk, O. O. Moklyuk, H. V. Lysa // Zbirnyk naukovykh prats' Umans'koho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Pavla Tychny / [hol. red M. T. Martynyuk]. – Uman' : PP Zhovtyy O. O., 2012. – Ch. 4. – S. 257-264.*

#### ***Моклюк Н. А., Лысый М. В. Математическое моделирование физических явлений и процессов на примере решения задач.***

*Рассмотрено целесообразность использования моделирования, математического в том числе, при изучении физических явлений и процессов. Описано три этапа развития математического моделирования и методы разработки математических моделей. Представлено возможности реализации математического моделирования на примере использования табличного процессора Microsoft Office Excel при решении задач по физике. Целесообразность которого заключается в доступности программного средства; оперативности математических расчётов; графических возможностях электронных таблиц; простоте в использовании; интересе учащихся к работе с педагогическими программными средствами. Подано решение задачи на уравнение теплового баланса путем использования математического моделирования процесса теплообмена на примере использования Microsoft Office Excel.*

***Ключевые слова:*** модерирование, математическое моделирование, физические явления и процессы, электронные таблицы.

#### ***МОКЛЮК М. О., ЛЫСЫЙ М. В. Mathematical modeling of physical phenomena and processes an example of solving tasks.***

*The feasibility of using modeling and mathematical particularly in the study of physical phenomena and processes. We describe three stages of mathematical modeling methods and mathematical modeling. Presented possibility of mathematical modeling when solving problems in physics as an example spreadsheet using Microsoft Office Excel. The feasibility of this is the availability of the software; speed mathematical calculations; graphics capabilities of spreadsheet editor; ease of use; curiosity of pupils and students to work with educational software. Presented to the solution of the equation of heat balance through mathematical modeling of heat transfer on the example of the use of Microsoft Office Excel.*

***Key words:*** modeling, mathematical modeling of physical phenomena and processes spreadsheets.