УДК 514.174

Аббасова Альмара Алииса кызы

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ КАК ОСНОВНЫЕ ФАКТОРЫ ОБРАЗОВАНИЯ

Решение геометрических задач на построение также зависит от выбора инструментов построения, применение которых возможно. Это присуще практике черчения. Но математическая теория – размышление о материальной реальности геометрических построений, должны отражать свойства и особенности практики конструктивной геометрии.

***Ключевые слова**: геометрические построения, задачи на построение, циркуль и линейка, метод доказательства, предполагать противное, отрезок.*

Геометрические построения являются могущественными средствами, применяющими при геометрических исследованиях. Определенная часть средств, в частности линейка и циркуль используется при построении геометрических фигур, доказательстве геометрических предположений, – построении, измерении фигур. Но предел применения этих инструментов точно не определен. Еще в период Евклида (III в. до нашей эры) при построении геометрических фигур были использованы линейка и циркуль. Линейка и циркуль всегда считались равноправными инструментами. Так что, решение какой-либо задачи и линейкой, и циркулем является обыкновенным событием. Но развитие геометрии как науки доказывает, что циркуль является более точным инструментом при решении задач на построение. Потому что, ряд задач можно решить, не применяя линейку, с помощью циркуля. Например, разделить окружность на 6 равных частей, построить точку симметричную относительно данной оси и т.д. Так как при изготовлении ряда точных приборов появилась такая идея, что при геометрических построениях можно использовать только циркуль.

В 1797-ом году итальянский математик, профессор Лоренсо Маскерони (1750–1800) издал объемное произведение по имени “Геометрия циркуля”. Позже эта книга была переведена на французский и на немецкий языки. В этом произведение были доказаны следующие утверждения [1, 5-6].

“Задачи, которые можно решить циркулем и линейкой, можно точно решить с помощью только циркуля”. Это предположение было очень оригинально доказано в 1890-ом году А. Адлером методом инверсии. А. Адлер предложил общий метод использования циркуля для решения геометрических задач на построения.

В 1928-ом году датский математик Гельмер Конен в городе Копенгаген в книжном магазине встретил книгу Г. Мора “Евклид Датский”. Эта книга была напечатана в 1672-ом году в Амстердаме. В первой её части было дано полное решение проблемы Л. Маскерони.

Значит, до Маскерни Г. Мора выдвинул идею, что задачи на построение, которые решаются циркулем и линейкой, можно решить с помощью только циркуля. Эту проблему в науке часто называют "геометрией циркуля". Швейцарский совет по геометрии в 1883-ом году напечатал книгу Якоба Штейнера (1796–1863) о задачах которые можно решить только с помощью линейки. Его идея была следующая: "Все задачи на построение, которые можно решить с помощью линейки и циркуля, можно решить с помощью только линейки, с условием, что на плоскости чертежа постоянная окружность и ее центр будут заданы". Из этого предложения следует, что чтобы линейка и циркуль были равносильны, достаточно использовать циркуль только один раз.

Якоб Штейнер, сам который был родом из Швейцарии, свою деятельность преподавателя начал в Берлине. В 1834-ом году занял должность профессора в Университете и был избран членом Берлинской Академии Наук. А в 1939-ом году в Москве была напечатана книга "Геометрические построения, выполняемые с помощью прямой линии и постоянного круга". Идея выдвинутая Штейнером в действительности была выдвинута французским математиком Жан-Виктор Понселе (1788–1867). Понселе считается основоположником проективной геометрии.

Решение задачи нахождения центра окружности только с помощью линейки было предложено немецким математиком в конце XVII и в начале XIX века, он также описал метод решения этой задачи.

Следуя идеи Штейнера, все элементарные геометрические построения могут быть выполнены с помощью только линейки, с условием, что была задана окружность с известным центром. Надо доказать, что в окружности без центра и в непересекающихся двух окружностей невозможно найти центр без линейки. Значит, надо доказать две невозможности. Это можно сделать только тогда, когда один центр (окружности) или два центра могут быть найдены с помощью линейки. В результате если получены противоречия, значит доказано невозможность [2, 212, 266].

В действительности – это основывается на принципе размышления "доказательство предположения противоположного".

Предложение нахождения центров двух окружностей с одной линейкой сильнее и показывает, недостаточность задания одной окружности без центра. Для упрощения процесса надо взять окружность и определить принципиальную сторону задачи.

Предположим, что мы нашли центр окружности без центра, построенной с помощью линейки. Тогда центр окружности должен быть точкой пересечения каких-либо прямых. Значит, фигура, которую мы построили, должна состоять из окружности и пересечения прямых и точка пересечения этих прямых является искомым центром окружности. Тогда решение этой задачи найдем на основе размышления: каждая окружность отображается на окружность, каждая прямая отображается на прямую, точка пересечения прямых отображается на точку пересечений соответствующих прямых. Имеется много отображений удовлетворяющих этим условиям и в этих случаях фигура переходит в подобную, или меньшую, или большую фигуру. В нашей задаче такие преобразования (отображения) не рассматриваются. Потому что, несмотря на то, что прямая отображается в прямую, окружность отображается в окружность, а центр окружности отображается в точку, в результате отображения эта точка не является центром окружности. По этой причине мы не находим решения эти задачи. Это противоречит смыслу метода построения. А это значит, что нет такого метода построения. Такое предположение так выражается: построение окружности без центра с помощью только линейки не возможно.

Доказательство задачи (теоремы) для двух окружностей проводится аналогично.

А. С. Смогоржевский, В. Ф. Рогаченко, К. К. Мокришев и другие математики в своих исследованиях доказали, что построения в евклидовом пространстве построения аналогичные построениям Маскерони можно построить на плоскости Лобачевского с помощью только циркуля.

Известно, что построить непрерывную прямую относительно двух точек с помощью циркуля невозможно. Несмотря на то, что с помощью циркуля можно построить одну, две и большее количество точек прямой. Но прямая, построенная этим методом по теории Мора-Маскерони, полностью не покрывается. В “геометрии циркуля” прямая и отрезок прямой определяют двумя точками, но не задаются в виде непрерывной прямой (непроходим с помощью линейки).

Прямая считается построенной, если построены две ее точки.

С помощью циркуля можно легко проверить находится ли три точки на одной прямой. Это повторно получается с задачи “построить симметричную точку заданной точке C ”.

Обоснование Мором Маскерони и Адлером, решаемые только с помощью циркуля задачи:

1. Провести перпендикуляр к прямой AB из точки A
2. Построить отрезок равный $\frac{1}{n}$ (n=1,2,3,…) части отрезка AB.
3. Построить отрезок равной $\frac{1}{n}$ (n=1,2,3,…) части отрезка AB.
4. Построить отрезок в $3n$ (n=2,3,…) раз больше заданного отрезка AA_0
5. Разделить отрезок AB на три равные части.
6. Найти центр построенной окружности.
7. Построить отрезок $\frac{1}{2}\sqrt{n}AB$, где AB=1, $n = 1,...,25$.

Построения, которые выполнимы только циркулем, можно разделить на две группы:

1. Свободно использовать циркуль при геометрических построениях циркулем. Такие построения называются классическими.
2. Поставлено ограничение на расстояние между ножками циркуля в геометрических построениях. Действительно известно, что практически можно построить циркулем окружность с радиусом не больше $R_{\max}$ и не меньше $R_{\min}$, значит для окружности с радиусом r выполняется неравенство:

$$R_{\min} \leq r \leq R_{max}$$

Явно, что расстояние между ножками циркуля ограниченно снизу отрезком $R_{\min}$ и сверху отрезком $R_{\max}$.

И так задачи которые можно решить только с помощью циркуля по условиям ограниченности можно разделить на две группы:

a) Решение задачи на построение с ограниченным только сверху расстоянием между ножками циркуля.

b) Решение задачи на построение с ограниченным только снизу расстоянием между ножками циркуля.

Выполняется условие $(r \leq R_{\max}$ для построений первой группы,

условие $r = R_{\min}$ для построений второй группы.

Здесь – радиус построенной окружности.

Следующие задачи относятся к первой группе:

1. Построить отрезок равный $\frac{1}{n}$ ($n = 1,2,3,...$) части отрезка AB .

2. На прямой, проходящая через точки A и E построить одну или несколько точек.

Замечание. Можно построить несколько точек на прямой с помощью циркуля в пределах условия ограниченности.

3. Правее (левее) точки С построить отрезок равный и параллельной заданному отрезку АВ.

4. Построить отрезок равный $\frac{1}{n}$ части отрезка АВ. Для случая $AB(2R$.

5. Построить отрезок в n раз больше отрезка АВ. Для случая $AB(R$.

6. Построить точки пересечения заданных окружностей (O, AB), (O, SD).

7. Построить точку C_1 симметричную точки С относительно прямой АВ.

8. Найти точку пересечения заданной окружности (O, CD) и прямой проходящая через заданные точки А и В.

9. Построить 4-ый пропорциональный отрезок к заданным отрезкам a, b, c.

10. Построить точку пересечения прямых АВ и CD, две точки каждой из которых заданы.

11. Разделить данный отрезок AB на пять равных частей, если мы не можем иметь отрезок в пять раз больше данного отрезка на $AB = a$.

Следующая теорема составляют теоретическую основу задач построения первой группы:

Теорема. Задачи, которые можно решить циркулем и линейкой, можно решить только циркулем и радиус построенной окружности не должен быть больше заданного заранее отрезка.

Рассмотрим задачи на построение второй группы.

1. Построить отрезок в n раз больше отрезка АВ.

2. Построить отрезок равный $\frac{1}{n}$ части отрезка АВ

3. Построить окружность с радиусом $AB = r$ и центром О.

Существует следующая теорема, которая является теоретической основой решения задач второй группы:

Теорема. Задачи, которые можно решить циркулем и линейкой, можно точно решить только циркулем описывающим окружности, радиусы которых не меньше заданного заранее отрезка.

Но есть такие задачи на построение при решении, которых расстояние между ножками циркуля остается постоянным.

Исследование арабского математика Абу Вефа были посвящены этой задачи. Связанные с этой проблемой также были исследования Леонардо да Винчи, Кардано, Тармал, Феррари и др.

С циркулем, расстояние между ножками которого постоянное, можно выполнить следующие действия:

1. Провести перпендикуляр с конца заданного отрезка АВ. ($AB = R$).

2. Если $AB(2R$ и $AB(R$ можно построить точки отрезка АВ при условии, что надо изменить положение симметричных точек С и C_1

Но не возможно разделить отрезок, хорду на равные отрезки, не возможно найти пропорциональные отрезки циркулем имеющим постоянное расстояние между ножками.

Следствие: задачи на построение решающиеся циркулем и линейкой, не решаются циркулем, расстояние между ножками которого постоянно.

Использованная литература:

1. *Костовский А. Н.* Геометрические построения одним циркулем / А. Н. Костовский. – Москва : Физматгиз, 1959 с.5/64 с.
2. *Радемахер Г., Теплиц О.* Числа и фигуры / Г. Радемахер, О. Теплиц. – Москва : Наука, 1966. – С. 212-266.
3. *Арихейм Р.* Визуальное мышление. Психология мышления / Р. Арихейм. – Москва : МГУ, 1981. – 340 с.
4. *Лурня А. Р.* Ум мнемониста хрестоматия по общей психологии. Психология мышления / А. Р. Лурня. – Москва : МГУ, 1981. – 108 с.

References:

1. *Kostovskiy A. N.* Geometricheskie postroeniya odnim tsirkulem / A. N. Kostovskiy. – Moskva : Fizmatgiz, 1959 s.5/64 s.
2. *Rademakher G., Teplits O.* Chisla i figury / G. Rademakher, O. Teplits. – Moskva : Nauka, 1966. – S. 212-266.
3. *Arikheym R.* Vizualnoe myshlenie. Psikhologiya myshleniya / R. Arikheym. – Moskva : MGU, 1981. – 340 s.
4. *Lurnya A. R.* Um mnemonista khrestomatiya po obshchey psikhologii. Psikhologiya myshleniya / A. R. Lurnya. – Moskva : MGU, 1981. – 108 s.

Аббасова Алмар Аліса гізи. Геометричні побудови як основний чинник освіти.
Розв'язання задач геометричного будівництва також залежить від вибору будівельних інструментів, застосування яких можливе. Це властива практиці малюнка. Але математична теорія – мислення про матеріальну реальність геометричних конструкцій, повинна відображати властивості та особливості практики конструктивної геометрії.

Ключові слова: *геометричні конструкції, проблеми будівництва, компаси та лінійка, метод доказування, припустимо, навпаки, розріз.*

Abbasova Almar Alisa gizi. Geometrical construction as the main factors of education.
The solution of geometric construction problems also depends on the choice of construction tools, the application of which is possible. This is inherent in the practice of drawing. But the mathematical theory – thinking about the material reality of geometric constructions, should reflect the properties and features of the practice of constructive geometry.

Keywords: *geometric constructions, construction problems, compasses and ruler, method of proof, suppose the opposite, a cut.*

УДК 373.5.091

Кокойло А. Ю.

ТЕХНОЛОГІЯ ВЕБ-КВЕСТУ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ПРОФІЛЬНІЙ СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ВИРАЗІВ І ЇХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

У статті розглядається застосування технології веб-квесту під час навчання в школі. Наводиться структура веб-квесту, форми його виконання. Практичне використання веб-квесту проілюстровано на темі "Логарифмічні вирази". Технологія веб-квесту передбачає різносторонню самостійну діяльність учня, в тому числі й роботу над собою як комунікативною і розвиненою