

2. Рамський Ю. С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю. С. Рамський, К. І. Рамська // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. – Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – № 6 (13). – С. 12–16.

3. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / М. І. Жалдак // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2003. – Вип. 7. – С. 3-16.

4. Заблоцька, О. С. Компетентнісний підхід як освітня інновація : порівняльний аналіз / О.С. Заблоцька // Вісник Житомирського державного університету. Випуск 40. – Серія : Педагогічні науки. – 2008. – С. 63-68.

5. Селевко, Г. Компетентности и их классификация / Г. Селевко // Народное образование. – 2004. – № 4. – С. 138-143.

6. Хуторской, А. В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты /А. В. Хуторской // Интернет-журнал “Эйдос”. – 2002.

7. Пометун, О. І. Теорія та практика послідовної реалізації компетентнісного підходу в досвіді зарубіжних країн / О. І. Пометун // Компетентнісний підхід у сучасній освіті : світовий досвід та українські перспективи : Бібліотека з освітньої політики ; під заг. ред. О. В. Овчарук. – К. : К.І.С., 2004. – С. 15-24.

8. Михалевич В.М. Maple. Комп'ютерна підтримка курсу вищої математики в технічному вузі. Ч. 1. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Навч. посібник / В.М. Михалевич. – Вінниця: ВНТУ, 2004. – 111 с.

9. Alpers B. A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education. A Report of the Mathematics Working Group. – Brussels: European Society for Engineering Education, 2013. – 88 p.

10. Niss M. Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In A. Gagatsis, S. Papastravidis (Eds.), 3rd Mediterranean Conference on Mathematics Education, Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society. – 2003. – pp. 115-124.

11. Клочко В. І. Інформаційно-комунікаційні технології як засіб формування дослідницьких умінь студентів технічних університетів / В.І. Клочко, З. В.Бондаренко // Вісник ВПІ. – 2009. - №1. – С.102 – 106.

12. Мелкумян Д.О. Анализ систем методом логарифмической производной / Д.О. Мелкумян. – М.: Энергоиздат, 1981. – 112 с.

Формирование математических навыков студентов технических вузов

Клочко В. И.

Аннотация. В статье рассматривается методика формирования и развития математических компетентностей будущих инженеров с учетом того, что математика есть фундаментальной дисциплиной и теоретической базой изучения большинства инженерных дисциплин. Это требует осмысливания студентами содержания математических понятий и их технических аспектов и ограничений. Предполагается использование ИКТ для освоения механизмов и закономерностей применения знаний, навыков и умений решения задач реального практического содержания. Сочетание освоения теоретических знаний и возможностей использования ИКТ в ходе решения задач, значительно повышает эффективность обучения.

Ключевые слова: составляющие системы математических компетентностей, СКМ.

Formation of mathematical competencies of students of technical universities

Vitaliy Klochko

Annotation. In the article discusses methods of formation and development of mathematical competencies of future engineers, carried out in view of the fact that mathematics is both a fundamental discipline and theoretical base and means of studying most engineering disciplines. This implies the awareness of students of the contents of mathematical concepts and their technical aspects and limitations. The technique involves the use of ICT, allowing you to master the mechanisms and laws of application knowledge, master the skills and skills to solve the problem of the real the practical content. This combination of theoretical knowledge and possibilities of ICT during the solving, significantly increases the efficiency of it, if the use of ICT will be systematic and not fragmented.

Keywords: the components of mathematical competencies of future engineers, ICT.

УДК 378:004

Кобильник Т. П.

Дрогобицький державний педагогічний університету імені Івана Франка

Методичні аспекти навчання регресійного аналізу з пакетом R

Анотація. Методи регресійного аналізу використовуються в різних галузях науки, зокрема в психолого-педагогічних дослідженнях, для визначення вигляду залежностей між досліджуваними ознаками. Для проведення регресійного аналізу у статті використано вільно поширюваний статистичний пакет R. У статті наведено переваги використання пакету R для опрацювання експериментальних даних. На конкретному прикладі показано побудову та дослідження парної

лінійної регресійної моделі. Перспективи подальших досліджень будуть спрямовані на вивчення можливостей використання пакету R для статистичного аналізу даних та в методиці навчання основ імітаційного моделювання студентів інформатичних спеціальностей в педагогічних університетах.

Ключові слова: статистичне моделювання, регресійний аналіз, статистичний пакет R, парна лінійна регресія.

Постановка проблеми. Методи статистичного моделювання застосовуються в різноманітних дослідженнях, в тому числі і в психолого-педагогічних. Тому для студентів педагогічних університетів вивчення методів статистичного аналізу експериментальних даних відіграє важливу роль у формуванні професійних компетентностей. Їх використання сприяє формуванню у студентів, майбутніх вчителів, навичок творчого мислення, здатності аналізувати явища і процеси, знаходити взаємозв'язок між ними. Методи статистичного опрацювання експериментальних даних студентами педагогічних університетів, як правило, вивчаються в межах дисциплін «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Статистичні методи аналізу даних», «Прикладна статистика», «Аналіз і планування експериментів», «Математико-статистичні методи у психолого-педагогічних дослідженнях» або інших, зміст яких базується на використанні ймовірно-статистичних методів. Метою вивчення названих вище дисциплін є, як правило, ознайомлення студентів з методами визначення, перевірки, обґрунтування, оцінювання кількісних закономірностей на основі здійснення статистичного аналізу експериментальних даних.

Знання методів імітаційного моделювання, інформаційних технологій та вміле володіння комп'ютером сприяють швидкому та безпомилковому здійсненню статистичного аналізу даних.

Аналіз актуальних досліджень. Основою статистичних методів опрацювання даних є теорія ймовірностей. Без використання фундаментальних понять і законів теорії ймовірностей неможливе здійснення коректних висновків на основі вибіркового значення. Слід відзначити підручник [4], де подано основи теорії ймовірностей та математичної статистики та у якому для аналізу статистичних даних, визначення числових характеристик розподілів ймовірностей, в тому числі статистичних, передбачається використання програмного засобу Gran1 [3].

Одним з методів описової статистики є кореляційно-регресійний аналіз, що використовується для виявлення взаємозв'язків між двома і більше змінними. Слід зауважити, що кореляційно-регресійний аналіз застосовується в різних галузях науки, зокрема фізиці, біології, економіці, хімії, педагогіці, психології тощо, що, в свою чергу, надає змогу в навчальному процесі реалізовувати міжпредметні зв'язки.

Як правило, в педагогічному університеті для супроводу навчання дисциплін, в межах яких вивчають методи статистичного аналізу експериментальних даних, як засіб обирають електронні таблиці (наприклад, MS Excel, OpenOffice.org Calc), спеціалізовані статистичні пакети (Statistica, SPSS, R), рідше системи комп'ютерної математики (наприклад, Gran1, Matlab, Maple, Mathematica, Maxima).

У навчальному посібнику [6] наведено теоретичні відомості про основні математично-статистичні методи, що використовуються в прикладних дослідженнях, та шляхи їх реалізації з використанням засобів Microsoft Excel та SPSS.

У монографії [2, с.303-313] наведено приклади використання програми Gran1 [3] для визначення та дослідження математичних моделей результатів певних експериментів, застосовуючи метод найменших квадратів для відшукування аналітичного виразу функції, значення якої якомога менше відхиляється від одержаних експериментально значень у заданих точках. У посібнику [5, с.43-68] показано у порівнянні інструментарій пакетів MS Excel, SPSS, Statistica для проведення статистичного аналізу експериментальних даних, в тому числі й кореляційно-регресійного. У початковому посібнику [9, с.228-241] показано можливості використання СКМ Maple для розв'язування окремих задач статистичного аналізу.

Подання основного матеріалу. В умовах значної кількості прикладних програм для опрацювання статистичних даних постає проблема вибору найбільш прийнятних для використання в навчальному процесі. Використання табличних процесорів (наприклад, MS Excel, OpenOffice.org Calc) доцільне у випадках, коли необхідно виконувати прості статистичні операції, зокрема побудову варіаційного ряду, обчислення описових статистик, побудови деяких типів графіків, проведення деяких видів аналізу. Тобто повноцінне статистичне опрацювання експериментальних даних засобами табличних процесорів неможливе: це офісні програми, а не спеціалізовані, наукові.

Комбінувати різні статистичні методи, аналізувати проміжні результати дослідження, створювати власні пакети розширень і формувати звіти в зручному для себе вигляді можна з використанням комерційних обчислювальних систем (Matlab, Mathematica, SPSS, Statistica та інших). Альтернативою таким програмним засобам є вільно поширювані програмні засоби: система комп'ютерної математики Maxima та/або середовище для статистичного опрацювання експериментальних даних R. Власне у статті буде проаналізовано можливості використання R для побудови та дослідження парної лінійної регресійної моделі.

Викремлюють такі переваги пакета R [8]:

– R є вільнопоширюваним програмним забезпеченням: кожен може його безоплатно зкопіювати з сайту <http://www.r-project.org> (для операційних систем сімейства Windows з <http://cran.r-project.org/bin/windows/base/>);

– є реалізації під операційні системи сімейств Windows, MacOS, Linux;

- базова комплектація R займає небагато місця на вінчестері і містить всі функції, необхідні для проведення статистичного аналізу;
- завжди можна додатково встановити допоміжні пакети з необхідними функціями;
- вбудована система допомоги та підказок;
- хороша графічна візуалізація подання даних та результатів їх аналізу;
- можливість самостійного написання необхідних функцій;
- багато літератури з R у вільному доступі (в більшості англійською).

Серед недоліків необхідно відзначити те, що на відміну від більшості комерційних програм в пакеті R не графічний інтерфейс, а інтерфейс командного рядка, тому треба знати необхідні для роботи функції та синтаксис мови програмування (для роботи з графічним інтерфейсом необхідно проінстальювати пакет Rcmdr);

Як правило, зв'язки між ознаками та факторами мають складний характер, тому такі залежності апроксимують, використовуючи нелінійні функції. Проте нелінійні зв'язки за певними перетвореннями (заміною змінних чи логарифмуванням) можна звести до лінійного вигляду, тобто апроксимувати відповідні залежності лінійними функціями. Тому модель лінійної регресії є найпростішим і найчастіше використовуваним видом залежності між змінними. Крім того, побудоване лінійне рівняння можна використовувати для початкового дослідження в разі наявності складних залежностей. Тому під час вивчення елементів регресійного аналізу значну увагу слід приділити лінійній моделі (як парній, так і множинній).

У психолого-педагогічних дослідженнях регресійний аналіз використовують переважно для розв'язування задач, пов'язаних з оцінюванням впливу деякого фактора (чи факторів) на деяку ознаку та визначення форми залежності (наприклад, впливу інтелектуальної обдарованості на успішність, мотивів – на поведінку тощо).

Парна лінійна регресійна модель має вигляд $y = \alpha_0 + \alpha_1 x + \varepsilon$, де y – залежна змінна, x – незалежна змінна, α_0, α_1 – параметри рівняння, ε – випадкова змінна (похибка). Вважається, що зв'язок між змінними x та y лінійний, тобто існує деяка залежність $y = a_0 + a_1 x$. Задача регресійного аналізу полягає у визначенні оцінок a_0, a_1 коефіцієнтів α_0, α_1 регресійної моделі.

Через величину ε характеризують відхилення значень емпіричних даних від прямої регресії, що може бути пов'язана з похибками вимірювань, неправильно вибраною формою залежності між змінними тощо.

Форму залежності, як правило, добирають графічно, побудувавши кореляційне поле (діаграму розсіювання).

Лінійний регресійний аналіз в R реалізується за допомогою функції `lm`, синтаксис якої є таким:

`lm(formula, data, ...)`,

де `formula` – оцінкова модель залежності; `data` – дані, на основі яких здійснюється регресійний аналіз; `...` – інші додаткові параметри.

Розглянемо на прикладі побудову та дослідження парної лінійної регресійної моделі з використанням статистичного середовища R.

Приклад 1 [7, 69]. Оцінити залежність успішності навчання (Y) від затраченого часу (X). Емпіричні дані подано у таблиці 1.

Таблиця 1. Емпіричні дані

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x_i	2.1	3.4	1.5	2.9	2.5	1.4	2.5	2.2	3	3.3	1.5
y_i	5	5	3	6	3	3	5	3	5	5	2

Розв'язування. Задамо дані таблиці 1 через два вектори X та Y , використовуючи функцію `c`. За функцією `plot` будемо кореляційне поле (рис.1).

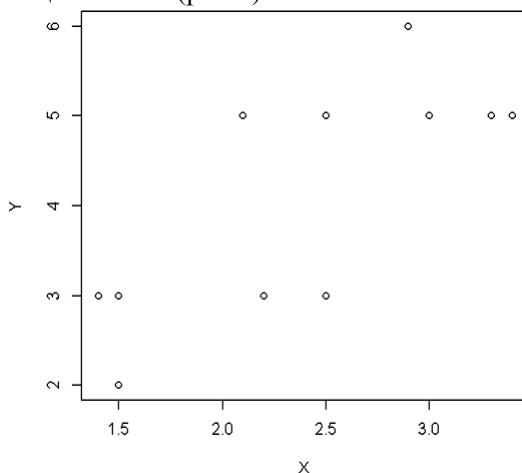


Рис. 1. Кореляційне поле

Для функції `lm` як параметр `formula` вибрана лінійна модель без вільного члена ($Y \sim X + 0$), тобто $Y = a_1 \cdot X$. За функцією `summary` виводяться результати регресійного аналізу. Для отримання надійного інтервалу для параметра a_1 оцінкового рівняння використовується функція `confint`. Необхідні записи, які необхідно внести у поле введення для отримання таких результатів, зображено на рис. 2.

```
X<-c(2.1,3.4,1.5,2.9,2.5,1.4,2.5,2.2,3,3.3,1.5)
Y<-c(5,5,3,6,3,3,5,3,5,5,2)
plot(X,Y)
z<-lm(Y~X+0)
summary(z)
confint(z)
```

Рис. 2

Результати регресійного аналізу наведено на рис.3

```
Output
Call:
lm(formula = Y ~ X + 0)
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.21258 -0.63383 -0.05509  0.71419  1.46144

Coefficients:
    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
X    1.6850     0.1065    15.81  2.1e-08 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.879 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9616, Adjusted R-squared:  0.9577
F-statistic: 250.1 on 1 and 10 DF,  p-value: 2.1e-08
> confint(z)
      2.5 %    97.5 %
X 1.447635 1.922425
```

Рис. 3

Пояснимо отримані результати. Застосовуючи функцію `summary` до об'єктів функції `lm`, отримуємо формулу моделі, залишки (`Residuals`), коефіцієнти оцінкового рівняння, середнє квадратичне відхилення оцінки регресії, коефіцієнт детермінації R^2 та скоригований коефіцієнт детермінації, F -статистику.

Рівняння регресії має вигляд $Y = 1.6850 \cdot X$. Оцінка стандартного відхилення залишків (`Residual standard error`) дорівнює 0.879. Вважається, що залишки нормально розподілені із середнім значенням 0 і стандартним відхиленням σ . Власне у цьому рядку і виводиться оцінка значення σ . За значенням коефіцієнта детермінації (`Multiple R-squared`) та скоригованого коефіцієнта детермінації (`Adjusted R-squared`), близькими до 1 (0.9616 та 0.9577 відповідно), можна зробити висновок про те, що приблизно 96% варіації залежної змінної пояснюється варіацією незалежної змінної, тобто зміни в успішності навчання на 96% пояснюються затраченим часом. Стандартна похибка (`Std. Error`) параметра a_1 дорівнює 0.1065. Її разом з t -розподілом Стюдента використовують для перевірки істотності коефіцієнта регресії та для визначення його надійного інтервалу. Зі стовпця `Pr(>|t|)` видно, що коефіцієнт регресії $a_1 = 1.6850$ за t -критерієм Стюдента статистично відрізняється від нуля (ймовірність відхилення гіпотези про рівність отриманої оцінки істинному значенню: $P(a_1 \neq a_1) = 2.1 \cdot 10^{-8} < 0.05$).

Адекватність побудованої моделі оцінюється за допомогою F -критерію Фішера. Гіпотезу про відсутність лінійної залежності можна прийняти з ймовірністю $p = 2.1 \cdot 10^{-8} < 0.05$, тобто з надійністю $p = 0.95$ можна стверджувати, що модель є адекватною щодо статистичних даних, тобто рівняння регресії є статистично значимим.

Аналіз нижньої та верхньої межі надійного інтервалу (1.447635 та 1.922425 відповідно) параметра a_1 дозволяє зробити висновок, що з ймовірністю $p = 1 - \alpha = 0.95$, знаходячись у вказаних межах, він не набуває нульового значення, тобто він є статистично значимим та суттєво відмінним від нуля (це і підтверджується перевіркою за t -критерієм Стюдента).

Побудуємо q - q діаграму залишків для порівняння з нормальним розподілом ймовірностей, тобто перевіримо гіпотезу про нормальний розподіл ймовірностей на множині значень похибок в моделі (Рис. 4 та Рис. 5).

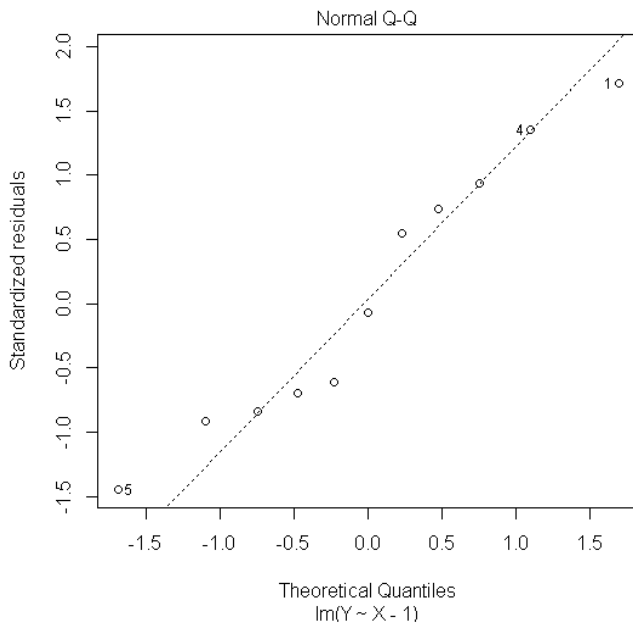


Рис. 4

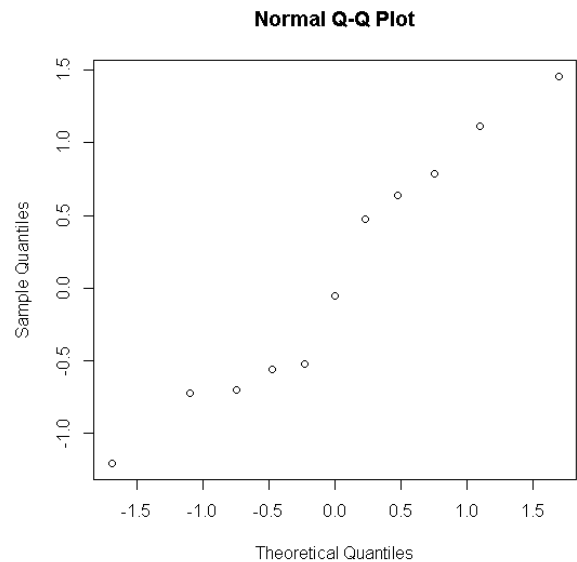


Рис. 5

Як видно з рис. 4 та рис. 5 не дуже ідеальне співпадання. Причиною такого графіка може бути те, що деякі значення залежної змінної містяться у вибірці кілька разів.

Якщо вибрати лінійну модель з вільним членом $Y = a_0 + a_1 \cdot X$ ($Y \sim X$), то отримаємо такі результати (див. Рис. 6):

```

Output
lm(formula = Y ~ X)
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.24036 -0.65137  0.07463  0.51314  1.30764

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.8153     0.9747   0.837  0.42451
X            1.3700     0.3918   3.497  0.00676 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8925 on 9 degrees of freedom

Multiple R-squared:  0.576, Adjusted R-squared:  0.5289
F-statistic: 12.23 on 1 and 9 DF, p-value: 0.00676
> confint(z)
              2.5 %    97.5 %
(Intercept) -1.3895306  3.020224
X            0.4836617  2.256352

```

Рис. 6

- 1) оцінкове рівняння матиме вигляд $Y = 0.8153 + 1.3700 \cdot X$;
- 2) коефіцієнт детермінації $R^2 = 0.576$;
- 3) параметр a_0 статистично не відрізняється від нуля ($P(\alpha_0 \neq a_0) = 0.42451 > 0.05$), тобто є незначущим; параметр a_1 статистично відрізняється від нуля ($P(\alpha_1 \neq a_1) = 0.00676 < 0.05$);
- 4) з надійністю $p = 0.95$ можна стверджувати, що модель є адекватною щодо статистичних даних, тобто рівняння регресії є статистично значимим (гіпотезу про відсутність лінійного зв'язку можна прийняти з ймовірністю $p = 0.00676 < 0.05$);
- 5) аналіз нижньої та верхньої межі надійних інтервалів дозволяє зробити висновок, що параметр a_0 статистично не відрізняється від нуля, а параметр a_1 є статистично значимим (це і підтверджується перевіркою за t -критерієм Стьюдента).

Висновки і перспективи подальших наукових розвідок. Освоєння методів статистичного моделювання, одним з яких є регресійний аналіз, дасть можливість майбутньому фахівцеві (в тому числі і вчителів інформатики) сформулювати складові системи професійних компетентностей, що будуть потрібні як у теоретичному плані, так і в плані практичної діяльності. Опрацювання експериментальних даних неможливе без використання комп'ютера (ноутбука, нетбука, планшета тощо) з відповідним програмним забезпеченням. Однією з кращих програм для проведення статистичного аналізу є пакет R.

Подальші дослідження будуть зосереджені на методичних аспектах навчання майбутніх вчителів інформатики методів статистичного моделювання з використанням пакету R.

Список використаних джерел

1. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / За ред. О.Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.
2. Горошко Ю.В. Інформаційне моделювання у підготовці учителів математики та інформатики : монографія / Ю.В. Горошко; Черніг. нац. пед. ун-т ім. Т.Г. Шевченка. – Чернігів : Лозовий В. М., 2012. – 367 с.
3. Жалдак М.І. Математика з комп'ютером : посіб. для вчителів / М.І. Жалдак, Ю.В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко. – 2-ге вид. – К. : НПУ ім. Драгоманова, 2009. – 282 с.
4. Жалдак М.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Підручник для студентів фізико-математичних та інформатичних спеціальностей педагогічних університетів. Видання третє, перероблене і доповнене / М.І. Жалдак, Н.М. Кузьміна, Г.О. Михалін. – Київ. НПУ імені М.П. Драгоманова, 2015. – 705 с.
5. Лупан І.В. Комп'ютерні статистичні пакети: навчально-методичний посібник / І.В. Лупан, О.В. Авраменко. – Кіровоград, 2010. – 218 с.
6. Василенко О.А. Математично-статистичні методи аналізу у прикладних дослідженнях: навч. посіб. / О. А. Василенко, І. А. Сенча. – Одеса: ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2011. – 166 с.
7. Руденко В. М. Математична статистика. Навч. посіб. / В.М. Руденко – К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с.
8. Зарядов И. С. Введение в статистический пакет R : типы переменных, структуры данных, чтение и запись информации, графика: учебно-методическое пособие / И. С. Зарядов. – М. : Издательство Российского университета дружбы народов, 2010. – 208 с.
9. Лазурчак І.І. Система комп'ютерної математики: навч. посібник / І.І. Лазурчак, Т.П. Кобильник. – Дрогобич: Коло, 2013. – 256 с.

Методические аспекты обучения регрессионного анализа с пакетом R

Т. П. Кобильник

Аннотация. Методы регрессионного анализа используются в различных областях науки, в частности в психолого-педагогических исследованиях, для определения вида зависимостей между исследуемыми признаками. Для проведения регрессионного анализа в статье использован свободно распространяемый статистический пакет R. В статье приведены преимущества использования пакета R для обработки экспериментальных данных. На конкретном примере показано построение и исследование парной линейной регрессионной модели. Дальнейшие исследования будут направлены на изучение возможностей использования пакета R для статистического анализа данных и разработку методики обучения основам имитационного моделирования студентов информатических специальностей в педагогических университетах.

Ключевые слова: статистическое моделирование, регрессионный анализ, статистический пакет R, парная линейная регрессия.

Methodological aspects of learning of the regression analysis with software R-package

Т. П. Кобильник

Resume. Methods of the regression analysis are used in various fields of science, particularly in the psychological and pedagogical research to determine the type of relationships between the studied traits. It uses the freely available statistical software R-package for the regression analysis in the article. The article is described the advantages of using software R-package for experimental data processing package. In the particular example are shown the construction and study of simple linear regression model. Prospects of the further research will be used to study the possibilities of using the software R-package for statistical analysis and the methods of teaching fundamentals of simulation modeling.

Key words: statistical modeling, regression analysis, statistical software R-package, simple linear regression.

УДК 373.545

Умрик М. А.

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

Підготовка магістрів інформатики до використання ІКТ в наукових дослідженнях

Анотація: У статті аналізуються можливості використання магістрами інформатики ІКТ в наукових дослідженнях. Обґрунтовуються питання впровадження ІКТ для наукових досліджень у навчальний процес курсу „Прикладна інформатика”, призначеного для підготовки магістрів інформатики. Навчання курсу повинне забезпечити необхідну теоретичну та практичну підготовку майбутніх фахівців у галузі методики використання персонального навчального середовища магістра для науково-дослідної роботи. В статті наводиться короткий зміст навчання даного курсу і, на прикладі окремої теми, описуються можливості використання ІКТ студентами для організації їхньої