спільного розвитку штучних і природничих систем.

Використана література:

1. Лесков Л.В. Синергетическое моделирование будущего России // Альманах центра общественных наук МГУ. – 1998. – № 4. – С. 148-151.

2. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. – М.: Прогресс, 1986. – 431 с.

3. Методы системного педагогического исследования / Под ред. Н.В. Кузьминой. – Л.: ЛГУ, 1980. – 280 с.

4. Вестник Челябинского гос. пед. ун-та. Серия 2. Педагогика. Психология. Методика преподавания. – Челябинск.: ЧГПУ, 2001. – № 5. – С. 181-185.

5. Новая парадигма развития России в 21 веке. – М.: "Академія", 2000. – С. 267-297.

6. Булгакова Н.Б. Золоті числа атомів та молекул // Біологія і хімія в школі. – 1999. – № 5. – С. 41-43.

7. Булгакова Н.Б. Формування змісту пропедевтичної підготовки іноземних студентів в технічному університеті // Професійна підготовка бакалаврів у закладах другого рівня акредитації. – Харків.: "Каравела", 2000. – С. 55-64.

Аннотация

В статье с позиции синергетики рассмотрены процессы самоорганизации, стойкости, упорядоченности природных систем. Показаны тенденции развития содержательного компонента педагогической системы на примере формирования оптимальной структуры содержания учебных дисциплин по аналогии с природными системами.

Бевз В.Г.
Національний педагогічний університет
імені М.П. Драгоманова

ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ В КУРСІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Початок третього тисячоліття вносить зміни у всі сфери людської діяльності. В системі освіти, зокрема, відбувається перехід від парадигми просвітительства до парадигми культуротворчості і культуроосвіченості. Знання, уміння і навички з певної галузі знань розглядаються зараз не як самоціль, а як засіб розвитку особистості. Саме тому актуальним завданням реформування вищої освіти стає удосконалення не лише методів, засобів і форм навчання, а й змісту освіти. Кожен учитель нової генерації має оптимально поєднувати в собі глибоко засвоєні конкретні спеціальні знання з широкою загальною культурою. Забезпечення культуроціннісної складової педагогічної освіти потребує значно більшої уваги до вивчення історії відповідних наук і галузей. В повній мірі це стосується і змісту освіти майбутніх учителів математики. Саме історія математики виступає інтеграційною основою між спеціальними математичними знаннями і загальнокультурним арсеналом майбутнього вчителя математики.

Мета статті: показати, який матеріал з історії математики і в якому обсязі доцільно використовувати під час навчання майбутніх учителів математичному аналізу.

Проблема професійної підготовки вчителів математики, зокрема і в процесі навчання математичного аналізу, не є новою. Еволюцію структури і змісту підготовки майбутніх учителів математики від середини XIX ст. до 70-х років XX ст. в класичних і педагогічних університетах відобразив у своїй дисертації П. Я. Касярум [1]. Професійна спрямованість викладання математичного аналізу розглядалася в роботі О. П. Томащука [2]. Фундаментальне дослідження проблеми формування основ професійної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу провів Г. О. Михалін. В його монографії "Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу" відзначається, що математичну культуру вчителя математики, крім іншого, визначають знання найяскравіших фактів з історії математики і уміння використовувати факти з історії математики для підвищення інтересу учнів до математики та активізації процесу навчання математики [3, с. 18].

Повідомлення та зауваження історико-математичного характеру у вивченні різних тем математичного аналізу не мають на меті підмінити історію математичного аналізу. Вони покликані торкнутися генезису основних понять, створити у студента загальну орієнтацію в хронології найважливіших подій з історії аналізу, гуманізувати зміст курсу, ознайомлюючи слухачів з творцями цієї математичної галузі.

Слід відмітити, що історичні зауваження органічно вплітаються у лекційний курс математичного аналізу, оскільки більшість теорем цього курсу – "іменні" теореми. Розглянемо, якого характеру історичні повідомлення та зауваження доцільно зробити в процесі вивчення окремих тем курсу. Який матеріал використати на лекціях, а який – на практичних заняттях.

Вже у вступній лекції варто зауважити, що сучасний порядок викладання тем математичного аналізу пов'язаний з вимогами до математичної строгості і відрізняється від того шляху, яким математичний аналіз розвивався історично. Перші теми курсу присвячені дійсним числам, наступні – теорії границь, і лише потім починається систематичний виклад диференціального та інтегрального числення. Історичний же порядок був якраз оберненим: диференціальне та інтегральне числення зародилося в XVIII ст.; теорія границь стала фундаментом для математичного аналізу на початку XIX ст., і тільки у другій половині XIX ст. була створена чітка концепція дійсного числа, яка обґрунтовувала найбільш тонкі положення самої теорії границь. Знання цього факту допоможе майбутньому вчителю зрозуміти, чому тема “Границі” є набагато складнішою, ніж тема “Похідна”, а тому вимагає використання усього арсеналу педагогічного інструментарію для її викладання в школі.

Вивчаючи розділ “Дійсні числа”, а саме питання “Множина ірраціональних чисел”, доцільно зауважити, що вперше ірраціональні числа з’явилися ще в середні віки (у вигляді виразів, що містять радикали). У XVIII ст. питання про ірраціональні числа розглядалися у зв’язку з вираженням геометричних величин. Критичний напрямок у математиці, який виник у кінці XVIII – на початку XIX ст., висунув вимогу точного означення основних понять аналізу і строгого доведення його основних положень. Це, в свою чергу, зробило необхідним побудову логічно досконалої теорії ірраціональних, а потім і дійсних чисел на основі чисто арифметичного їх означення. У кінці XIX ст. було створено кілька таких теорій, різних за формою, але по суті рівносильних.

Однією із важливих теорем, які вивчаються в цьому розділі, є теорема про існування точних меж. Вона “безіменна”, тому варто повідомити, що вперше ця теорема (тільки в інших термінах) була сформульована у 1817 році чеським математиком Бернгардом Больцано (1781-1848).

Творчий шлях Б. Больцано цікавий і тернистий. Основні його наукові результати стали відомі і отримали визнання лише у 80-х роках XIX ст, а найважливіший твір “Вчення про функції” опубліковано в 1930 р. Його математичні досягнення довгий час не були відомі широкому загалу. Це сталося через те, що виступаючи за звільнення своєї Батьківщини (Чехії) від австрійської монархії, Больцано потрапив під таємний нагляд поліції. Його позбавили права публічно виступати і друкуватися, а згодом (1820) звільнили з університету. Лише п’ять робіт з математики побачили світ за його життя, а решта опублікували через сто років. Зараз історична справедливість відновлена і деякі теореми математичного аналізу носять подвійне ім’я: теорема Больцано – Коші, теорема Больцано – Вейєрштрасса.

Обмаль часу не дозволяє лектору висвітлити досягнення Б. Больцано в розвитку математики, але студентам можна запропонувати самостійно ознайомитися з життям і науковим доробком видатного вченого, використавши додаткову літературу [4], [5]. В процесі вивчення наступних тем студенти можуть повідомляти, які поняття і теореми Б. Больцано ввів і обґрунтував раніше О. Коші, К. Вейєрштрасса і Г. Кантора.

Предметом математичного аналізу є функція. Тому після ознайомлення студентів з поняттям функції, з основними способами задання функції, варто коротко зупинитися на генезисі цього поняття. Виникненню поняття функції передувало введення в математику змінної величини, яке зазвичай пов'язують з іменем французького математика Р. Декарта (1596-1650). Самий термін функція з'явився у роботі Г. Лейбніца у 1692 р. і використовувався для характеристики різних відрізків, пов'язаних з точками деякої кривої. Перше означення функції, яке вже не було пов'язане з геометричними уявленнями, дав Й. Бернуллі у 1718 р. Л. Ейлер (1707-1783) у 1748 році дав означення функції, за яким функція ототожнювалася з тим аналітичним виразом, яким вона була задана. Він же ввів звичне для нас позначення f(x). М. І. Лобачевський у 1834 р., а П. Діріхле у 1837 р., означаючи поняття функції, на перший план висувають ідею відповідності між елементами двох числових множин.

На першій лекції з розділу "Теорія границь" варто повідомити, що поняття границі є основою для строгої побудови всього математичного аналізу. Це поняття пронизує сьогодні весь математичний аналіз. Хоча так було не завжди. Як відмічалося раніше, теорія границь була створена пізніше від інтегрального і диференціального числення. Вперше означення поняття границі з'являється у роботі англійського математика Дж. Валліса (1616-1703), датованій 1655 р. Зародки теорії границь можна зустріти і у І. Ньютона, він же ввів символ lim. Велику роль у створенні і розвитку теорії границь зіграли Л. Ейлер, Б. Больцано та інші. І тільки в руках французького математика О. Коші (1789-1857) теорія границь стала дійовим знаряддям для строгого обґрунтування і логічної побудови всього математичного аналізу. Позиція Коші розвіяла містичний туман, яким до нього були покриті початки аналізу, і отримала загальне визнання. (На нашу думку, варто продемонструвати портрет Коші. Відмітити, що Коші відноситься до "чистих" математиків XIX ст., оскільки він надавав великого значення не тільки гнучкості, але і математичні журнали Франції епохи Коші не встигали друкувати точності як форм, так і виводів. Роботи Коші, які були присвячені різним галузям математики, відзначалися сучасною строгістю, обґрунтованістю викладок його праці).

У процесі вивченні послідовності $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$ слушними є історичні зауваження такого характеру. Границю цієї послідовності, за прикладом Ейлера, позначають числом e. У математичних дослідженнях використовують логарифми за основою e і називають їх натуральними. Ці логарифми інколи помилково називають неперовими за іменем шотландського математика Дж. Непера

(1550-1617) – винахідника логарифмів. Сам Непер не вводив поняття основи системи логарифмів, бо будував їх зовсім за іншим принципом. Але його логарифми відповідають логарифмам за основою, близькою до $\frac{1}{e}$. Близьку до e основу мають і логарифми швейцарського математика І. Бюргі (1552-1632).

Що стосується вивчення неперервності функції однієї змінної, то чотири основні теореми цієї теми “іменні” (дві теореми Больцано-Коші, дві теореми Вейєрштрасса). Тому бажано показати портрети Больцано і Вейєрштрасса, відмітивши їх великий внесок у розвиток математики в цілому. Крім того, можна зауважити, що для окремого випадку (коли розглядувана функція є цілим многочленом) теореми Больцано-Коші були сформульовані, без достатнього обґрунтування, у роботах Л. Ейлера і Ж. Лагранжа. Відповідну строгість доведення теорем про властивості неперервних функцій отримали лише на основі розвинених у другій половині XIX ст. арифметичних теорій дійсних чисел.

Розглядаючи основи диференціального і інтегрального числення, викладачу слід звернути увагу студентів на те, що ідеї цього числення зародилися ще в XVII ст. Основоположниками диференціального та інтегрального числення були англійський фізик, астроном і математик Ісаак Ньютон (1642-1727) та німецький філософ та математик Готфрід Лейбніц (1646-1716). Перший з них виходив з механічних ідей (задача про швидкість), а другий – із геометричних (задача про дотичну). (Тут доцільно продемонструвати портрети цих вчених). Після формулювання означення похідної функції в точці варто відмітити, що сам термін похідна був введений Ж.Лагранжем на межі XVIII і XIX ст. І. Ньютон користувався терміном флюксія. Доцільно показати студентам різні символи, які використовувалися для позначення похідної:

$\frac{dy}{dx}$ àáî $\frac{df(x_0)}{dx}$ (Г. Лейбніц);

$\dot{y}$ (похідна по часу, І. Ньютон);

y' або $f'(x_0)$ (Ж. Лагранж);

Dy або *Df*(x_0) (О. Коші).

Після введення означення диференціала функції, варто зауважити, що поняття диференціала і сам термін “диференціал” (від латинського слова differentia, що означає різниця) належить Лейбніцу, який точного означення цьому поняттю не дав. Поряд з диференціалами Лейбніц розглядав частки двох диференціалів, що рівносильне сучасному позначенню похідних $\frac{dx}{dy}$. Саме диференціал був для Г. Лейбніца основним поняттям. І тільки з часів О. Коші, який своєю теорією границь створив фундамент для всього аналізу і вперше чітко визначив похідну як границю, стало звичним спочатку розглядати похідну, а поняття диференціала будувати вже на основі похідної.

Всі теореми теми "Теореми про середнє значення" – "іменні". Тому бажано по кожному із авторів теорем вказати такі дані:

П'єр Ферма (1601-1665) – французький математик, тісно зв'язаний з передісторією аналізу нескінченно малих. Звичайно, у такій формі, в якій зараз формулюється теорема Ферма, цього твердження у нього нема (Ферма ще не володів поняттям похідної). Але саме твердження повторює сутність того прийому, який застосовував Ферма для відшукання найбільшого і найменшого значень функції.

Мішель Ролль (1652-1719) – французький математик. Довгий час був противником нового числення і примкнув до нього вже на схилі років. Сучасна форма теореми Ролля була висловлена автором тільки для многочленів.

Жозеф-Луї Лагранж (1736-1813) – великий французький математик і механік. Творець (разом з Ейлером) варіаційного числення.

Достатня умова сталості функції є наслідком із теореми Лагранжа, тому логічно припустити, що ця умова була вперше сформульована Ж. Лагранжем. Розглядаючи необхідну і достатню умови монотонності функції, доцільно звернути увагу на те, що достатня умова зростання і спадання функції на відрізку була сформульована Г. Лейбніцем.

При вивченні теми "Екстремуми функції" варто повідомити, що проблема максимуму і мінімуму функції досліджувалася як Ньютоном, так і Лейбніцом. Правило дослідження функції на екстремум за допомогою похідних вищих порядків сформулював у 1742 р. шотландський математик К. Маклорен (1698-1746, учень і послідовник І. Ньютона).

Перш ніж сформулювати і довести правило Лопіталя, варто зауважити, що насправді теорема належить Й. Бернуллі. Але правило, що в ній міститься, зазвичай називають правилом Лопіталя, оскільки воно вперше (хоча і не зовсім у такому вигляді) було опубліковане саме в книзі Лопіталя "Аналіз нескінченно малих", яка вийшла у світ у 1696 р. Гільом Франсуа де Лопіталь (1661-1704) – фр. математик, один з головних представників школи Лейбніца. Згадана вище книга є першим друкованим курсом диференціального числення. Після доведення правил Лопіталя варто зауважити, що сам Лопіталь розглядав розкриття невизначеностей виду $\frac{0}{0}$ з $\frac{\infty}{\infty}$. Невизначеності виду $\frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty$ зустрічаються у Ейлера, але без належної строгості (Ейлер розглядав нескінченність як число, з яким можна оперувати як з всяким іншим числом); невизначеності виду $1^{\infty}, 0^{0}, \infty^{0}$ ввів у розгляд Коші.

Ввівши означення первісної функції, варто зазначити, що сам термін “первісна” функція належить Лагранжу. Після означення невизначеного інтеграла доцільно повідомити, що знак $\int$ зустрічається в одному з рукописів Лейбніца, датованому 1675 р. Термін інтеграл (від латинського integer = цілий) був запропонований у 1690 році Й. Бернуллі. Позначення І. Ньютона $\acute{x}$ замість $\int x dz$ і Лагранжа $f_1(x)$ замість $\int f(x)dx$ не прижилися.

У темі “Інтегрування раціональних функцій” доцільними є зауваження такого плану: розвинення у прості дроби веде своє походження від Г. Лейбніца. У 1702-1703 роках Лейбніц, дещо випередивши Й. Бернуллі, проінтегрував у кругових і логарифмічних функціях раціональні дроби шляхом їх розвинення у елементарні. Він легко справлявся з лінійними множниками у знаменнику, навіть якщо вони відповідають кратним кореням. У випадку уявних коренів Лейбніц співставляв кожен такий корінь із спряженим йому і з двох уявних лінійних виразів отримував дійсний квадратний вираз. Але розвинення виразів виду x^4+a^4 складав для Лейбніца труднощі. Це розвинення вказав пізніше Тейлор. Визначення чисельників простих дробів за методом невизначених коефіцієнтів належить Й Бернуллі.

Варто підкреслити роль українського математика і механіка академіка М. В. Остроградського (1801-1861), який розробив прийом, що дозволяє чисто алгебраїчним шляхом виділити раціональну частину інтеграла $\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx$.

А саме:

$\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx = \frac{P_1(x)}{Q_1(x)} + \int \frac{P_2(x)}{Q_2(x)}dx$, де $\frac{P(x)}{Q(x)}$ - правильний дріб, $Q_1(x)$ – найбільший спільний дільник $Q(x)$ і $Q'(x)$, $Q_2(x) = \frac{Q(x)}{Q_1(x)}$, $P_1(x)$ і $P_2(x)$ – многочлени степеня відповідно на одиницю менше, ніж степені многочленів $Q_1(x)$ і $Q_2(x)$. Їх можна знайти методом невизначених коефіцієнтів з тотожності $\frac{P(x)}{Q(x)} = \left(\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}\right)' + \frac{P_2(x)}{Q_2(x)}$.

Ця формула дозволяє виділяти раціональну частину інтеграла, не виконуючи інтегрування і не розкладаючи знаменники на множники.

Пояснюючи студентам цей метод, викладач має чудову нагоду зробити короткий історичний екскурс.

Михайло Васильович Остроградський (1801-1862) – славетний український математик і механік, видатний вчений, організатор наукової школи прикладної математики і механіки, талановитий педагог і прогресивний реформатор математичної освіти.

Багато теорем і формул М. В. Остроградського ввійшли в різні математичні курси. Добре відомі математикам усього світу метод інтегрування Остроградського, правило Остроградського, формула Остроградського і таке ін. Нажаль його ім’я не завжди згадується. Через непорозуміння досі говорять про теорему Ліувілля, метод Карно, принцип Рімана, хоч пріоритет у цих і багатьох інших питаннях належить саме М. В. Остроградському. Видатні заслуги М. В. Остроградського визнані усім науковим світом. Його обрали академіком Російської, Туринської, Римської, Американської академій, членом-кореспондентом Паризької Академії наук та ін.

Детальніше про життєвий і творчий шлях нашого співвітчизника студенти можуть прочитати, наприклад, в таких працях: [6], [7], [8].

Після розгляду питання про інтегрування біноміальних диференціалів xm(a+bxn)pdx доцільно зауважити, що два випадки інтегровності в скінченому вигляді ($\frac{m+1}{n}$, $\frac{m+1}{n}+p$ - цілі числа) були відомі ще І. Ньютону. Хр. Гольдбах і Л. Ейлер у 1729-1730 рр. встановили ще один випадок (p – ціле). Доведення єдиності цих трьох випадків провів у 1853 р. П. Л. Чебишев.

Після введення означення визначеного інтеграла варто зауважити, що це означення належить Г. Ріману (1826-1866), який вперше сформулював його у загальній формі і дослідив область його застосування. Позначення $\int_a^b f(x)dx$ увів французький математик Ж. Фур’є (1768-1830). Л. Ейлер використовував громіздкіше позначення: $\int P dx \left[\begin{matrix} \text{від } x = a \\ \text{до } x = b \end{matrix}\right]$.

Розглядаючи основну теорему інтегрального числення, доцільно повідомити, що цю теорему, тільки в інших термінах, сформулювали і Ньютон, і Лейбніц (незалежно один від одного). Але вперше вона строго була доведена у 1823 р. О. Коші.

У темі частинні похідні функції варто познайомити студентів з позначеннями, які використовували А. Клеро ($\frac{dA}{dx}$, $\frac{dA}{dy}$) і Л. Ейлер ($\frac{dA}{dx}$), ($\frac{dA}{dy}$)). Сучасне позначення $\frac{\partial A}{\partial x}, \frac{\partial A}{\partial y}$ вперше зустрічається у А. Лежандра (1786).

Сформулювавши і довівши теорему про рівність змішаних частинних похідних, доцільно повідомити, що ця теорема була відома ще з 1721 р. Спочатку її вважали аксіомою. Потім її доведення, вірніше, спроба доведення зустрічається у Ейлера і Клеро (1740 р.). Строге доведення вперше дав німецький математик Карл Герман Амандус Шварц тільки у 1873 р.

Вивчення теореми про необхідну умову існування екстремуму функції двох змінних можна завершити таким зауваженням: Ейлер першим встановив необхідність сформульованих у теоремі умов. Але він помилявся, думаючи, що достатньою умовою є наявність у функції однотипного екстремуму по кожній змінній окремо. Лагранж зрозумів помилку Ейлера і в якості достатньої умови встановив нерівність $f''_{x^2} \cdot f''_{y^2} - (f''_{xy})^2 > 0$. Він же вказав, що обернена нерівність обумовлює відсутність екстремуму, але обґрунтував це неповністю.

Вивчення розділу "Кратні інтеграли" може завершитися зауваженням такого характеру: Поняття подвійного інтеграла встановив у 1769 р. Л. Ейлер і на різних прикладах показав, як його обчислювати і застосовувати. Слідом за ним Лагранж, прийшов до потрійних інтегралів (1773 р.) і розглянув для них питання про перетворення змінних. У 1836 році М. В. Остроградський у повідомленні Петербурзькій академії наук на тему "Про перетворення змінних у кратних інтегралах" встановив неправильність міркувань Лагранжа і дав оригінальне тлумачення цього питання.

При вивченні розділу "Криволінійні інтеграли", а саме, при вивченні теореми про незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування, варто повідомити, що ця теорема була сформульована і доведена Коші у 1846 р.

Після доведення формули Остроградського (розділ "Поверхневі інтеграли") варто зробити зауваження: інколи формулу Остроградського зв'язують з іменем К. Гаусса. Насправді у Гаусса зустрічаються тільки окремі випадки цієї формули, причому кожен раз заново дається їх виведення. У загальній формі ця формула була вперше дана у 1828 р. Остроградським, який застосував її до питання про поширення тепла у твердому тілі.

Особливо ефективно можна використовувати історичні відомості на практичних заняттях з історії математики. Наприклад, вивчаючи застосування визначеного інтеграла до визначення площ фігур, студентам доцільно запропонувати задачі, сформульовані і розв'язані видатними математиками:

1. *Задача Торрічеллі і Роберваля*. Показати, що площа арки циклоїди дорівнює потроєній площі круга, що її утворює.

2. *Задача Торрічеллі*. Довести, що площа криволінійної трапеції, обмеженої графіком показникової функції, пропорційна різниці значень цієї функції на кінцях відрізка.

3. *Задача Архімеда*. Обчислити площу фігури, обмеженої спіраллю Архімеда $\rho = a\varphi$ (φ є $[0;2\,\pi]$) і полярною віссю.

4. *Задача Гюйгенса і Ферма*. Довести, що площа фігури, обмеженої цисоїдою і її асимптотою, дорівнює потроєній площі круга, що її утворює.

Ці задачі не лише не виходять за межі навчального матеріалу, а сприяють формуванню у студентів умінь використовувати вивчені формули на практиці.

Розглянутий історичний матеріал може висвітлюватися на заняттях викладачами або опрацьовуватися студентами самостійно. Але в будь-якому разі потрібно створювати "базу історичних відомостей" як для математичного аналізу так і для інших математичних дисциплін.

Використана література:

1. Касярум П.Л. Вопросы совершенствования профессиональной подготовки учителя математики средней школы в педагогическом институте.: Дис. ... кан. пед. наук: 13.00.02. – Черкассы, 1971. – 251 с.

2. Томащук О. Професійна спрямованість викладання математичного аналізу в умовах диференційованої підготовки вчителя математики.: Дис. … кан. пед. наук: 13.00.02. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 1999. – 250 с.

3. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу: Монографія. – К.: РННЦ "ДІНІТ", 2003. – 320 с.

4. Юшкевич А.П. Из истории возникновения математического анализа. – М.: Знание, 1985. – 48 с.

5. Рыбников К.А. История математики. – М.: Изд. МГУ, 1974. – 456 с.

6. Гнеденко Б.В. Михаил Васильевич Остроградский. – М., 1952. – 332 с.

7. Кропотов А.И., Марон И.А. М.В.Остроградский и его педагогическое наследие. – М.: 1961. – 204 с.

8. Шкіль М.І., Бевз В.Г. Педагогічні ідеї М. В. Остроградського та їх вплив на розвиток освіти в Україні // Бюллетень Українського математичного товариства. – К.: Ін-т математики НАН України, 2001. – № 9-10. – С. 6-13.

Аннотация

В статье рассматривается проблема содержания курса математического анализа в педагогическом университете. На конкретных примера показано использование исторического материала на лекциях и практических занятиях.