Розроблена методика створення моделей представлення та формування понять інженерних дисциплін на основі використання узагальненої моделі.

Практичне використання моделей представлення та формування понять в технологіях вивчення цілого ряду інженерних дисциплін показало їх ефективність по скороченню часу формування понять при одночасному збільшенні їх об'єму.

Література

1. Бочарова С.П. Память в процессах обучения и профессиональной деятельности. – Тернополь: Астон, 1998. – 351 с.

2. Гончаренко С.У. Інтеграція наукових знань і проблема змісту освіти // Постметодика. – 1998. – № 2. – С. 2-8.

3. Гончаренко С.У., Фролова Т.М. Багаторівневе структурування і методичні особливості його застосування в навчанні фізики // Педагогіка і психологія. – 1996. – № 2. – С. 41-51.

4. Зинченко Т.П. Память в экспериментальной и когнитивной психологии. – СПб.: Питер, 2002. – 320 с.

5. Кокорева Л.В., Перевозчикова О.Л., Ющенко Е.Л. Диалоговые системы и представление знаний. – К.: Наук. думка, 1993. – 448 с.

6. Хофман И. Активная память. – М.: Прогресс, 1986. – 312 с.

7. Anderson J.R. The Architecture of Cognition. – Cambridge, M.A., Harvard, 1983. – 358 с.

Лук'янова С.М.
Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова

ПРО ЗВ'ЯЗОК АРИФМЕТИЧНИХ СПОСОБІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ ІЗ СИСТЕМАТИЧНИМ КУРСОМ АЛГЕБРИ

Під час навчання учнів розв'язуванню текстових задач за допомогою рівняння чи системи рівнянь в курсі алгебри основної школи досить часто доводиться спостерігати ситуацію, коли або протиставляються арифметичні способи і алгебраїчний метод, або про арифметичні способи зовсім не згадують. Це формує у деяких учнів враження про відірваність цих способів один від одного. Тому, починаючи розв'язувати задачі алгебраїчним методом, учні з часом зовсім забувають про арифметичні способи (неначе соромляться розв'язувати задачі по діях) і, коли не можуть розв'язати задачу алгебраїчним методом, вважають себе взагалі неспроможними знайти вихід із проблемної ситуації.

Звичайно, коли вивчається тема "Розв'язування задач за допомогою рівнянь чи систем рівнянь", необхідно навчити учнів новому методу, але про раніше засвоєні прийоми і навики забувати не слід. Розумне поєднання вже набутих навиків (по розв'язуванню текстових задач арифметичними способами) і навиків (розв'язувати задачі алгебраїчним методом), що тільки-но починають формуватися або знаходяться в стадії закріплення, може допомогти кращому усвідомленню пройденого і перетворити його в міцний фундамент нового.

Мета учителя – навчити учнів знаходити вихід із різних проблемних ситуацій, тобто формулювати і розв'язувати ті задачі, які постануть перед вчорашніми учнями в їх професійній і практично-побутовій діяльностях. При цьому зовсім не важливо буде як розв'язано задачу чи арифметичним способом чи алгебраїчним методом. Важливим буде лише досягнення успішного результату і доцільність обраного шляху.

При проведенні нашого дослідження ми запропонували учням початкової школи, старшокласникам і дорослим розв'язати задачу:

"За 7 підручників і 4 атласи заплатили 76 грн. Скільки коштує один підручник і один атлас, якщо атлас дешевший за підручник на 3грн.?"

Найкраще цю задачу розв'язали учні 3-х класів і саме арифметичними способами. Всі спроби старшокласників (як вдалі так і ні) були пов'язані із застосуванням алгебраїчного методу. Між тим, коли цю задачу запропонували студентам нематематичних спеціальностей і дорослим (серед яких були економісти, працівники торгівельних установ, лікарі, вчителі, але не математики), задачу намагались розв'язати по-різному і 80% із розв'язань були не зв'язані із алгебраїчним методом. Це наводить на думку, що в практичній діяльності знову стають потрібними способи і прийоми, про які не згадували протягом навчання в основній і старшій школах. Але, оскільки ними нехтували в основній школі, рівень навиків став нижче.

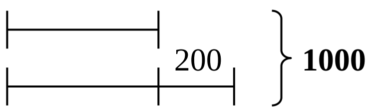
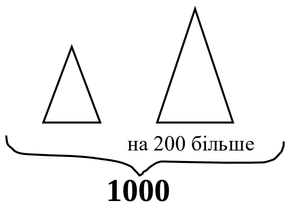
Психологічні дослідження [2] процесів аналізу і синтезу під час розв'язування задач арифметичними способами показали, що узагальнені і систематизовані в підлітковому віці арифметичні способи і прийоми зберігаються і у дорослих. Особливо міцними вони стають, якщо їх пов'язано із систематичним курсом алгебри.

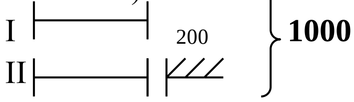
Порівняння шкільного курсу арифметики і алгебри показує, що вони мають багато точок дотику. Учитель повинен їх знати і використовувати, щоб арифметика стала міцним фундаментом для алгебри і отримала в ній своє продовження. Так четвертий параграф підручника [1] присвячено розв'язуванню задач за допомогою рівнянь. Починається він розглядом такої задачі: *"На двох* *токах 1000* т *зерна. Скільки зерна на кожному току, якщо на першому його на 200* т *менше, ніж на другому?”*

До цієї задачі пропонується два способи розв’язання: 1) прийнявши за x т кількість зерна на першому току, приходять до алгебраїчної моделі задачі у вигляді рівняння $x+x+200=1000$; 2) прийнявши за y т кількість зерна на другому току, отримують рівняння $1000–y+200=y$. Розгляд задачі завершується фразою “спробуйте розв’язати задачу ще інакше” [1], яка на думку автора має спонукати учнів до пошуку нових способів розв’язання, от тільки не зазначено яких саме: чи арифметичних, чи алгебраїчних.

Між тим ця задача є дуже показовою з точки зору розгляду зв’язків між арифметичним матеріалом, вивчення якого вже завершилось, і курсом алгебри, яка починає свій систематичний розвиток. Учні можуть розв’язувати задачі цього типу (знаходження двох чисел за їх сумою та різницею) чотирма арифметичними способами: способом припущення та способом виключення одного із невідомих шляхом заміни його іншим невідомим виразивши: а) більше невідоме через менше; б) менше невідоме через більше; в) менше і більше невідомі через їх середнє арифметичне [3]. І способи ці ще не забуто.

Арифметичні способи розв’язання цієї задачі мають багато спільного із алгебраїчним ходом міркувань, тому у учителя з’являється можливість провести паралелі між етапами розв’язування задач за допомогою арифметики і алгебри. Провести це можна наступним чином. На попередньому уроці запропонувати цю задачу розв’язати дома всіма відомими арифметичними способами із використанням схем-орієнтирів чи правил-алгоритмів відповідних способів [3]. На уроці вивчення нового матеріалу (методу рівнянь) перевірку домашнього завдання і вивчення нового можна об’єднати у вигляді роботи з такою таблицею.

Етапи розв’язування	Арифметичний спосіб	Алгебраїчний метод
Аналіз задачі: виділення умов, вимог; встановлення звязків між відомими і невідомими величинами; складання короткого запису чи графічної схеми; підведення під тип;	 задача відноситься до задач на знаходження двох чисел за їх сумою та різницею	

Пошук плану	Оскільки визначено тип задачі, то можна використати типовий прийом розв'язання: виключення одного із невідомих (наприклад більшого) 	1.Позначим зерно на I току *x* т. 2.Виразим кількість зерна на II току через зерно I–го. 3. Знаючи, що на обох токах було 1000 т зерна, складемо рівняння. 
Реалізація плану	Припустимо, що на кожному току кількість зерна була однакова, наприклад як на першому. Тоді на обох токах разом було 1000 – 200 = 800 т зерна. Отже на першому току було 800: 2 = 400 т зерна, а на другому - 400 + 200 = 600 т зерна.	Нехай на I-му току було x т зерна, тоді на II-му – $(x+200)$ т. Разом було $x+(x+200)$ т зерна, що за умовою 1000 т. Складаємо рівняння: $x+x+200=1000.$ $2x = 1000 – 200,$ $2x = 800,$ $x = 800: 2,\ x = 400$ на I-му а на другому току – 400 + 200 = 600 т зерна.
Контроль і корекція розв'язування	Перевіримо чи отримані результати відповідають умові : 400+600=1000 т. Можемо для перевірки розв'язати задачу іншим способом, виключаючи менше невідоме.	Перевірка: 400+600=1000 т Можемо для перевірки розв'язати задачу склавши інше рівняння. Наприклад, через *y* т позначити зерно на II току, тоді матимемо y–200+y=1000.

Така таблиця наочно продемонструє зв'язок арифметичного способу виключення одного із невідомих через заміну його іншим невідомим із урахуванням зв'язку між ними (різницевого чи кратного порівняння) і складанням рівняння; схожість етапів при арифметичному і алгебраїчному розв'язуванні.

Оскільки в цьому параграфі пропонується 7 задач даного типу, то можна, розв'язавши 2-3 задачі, показати в загальному вигляді, що задачі цього типу при використанні алгебраїчного методу приводять до лінійного рівняння виду $x + x \pm c = a$, або $2x \pm c = a$ де a – сума, c- різниця невідомих.

Таке узагальнення арифметичних способів розв'язання даного типу стане їх логічним продовженням в курсі алгебри. Новий крок буде зроблено наприкінці 7-го класу при навчанні учнів розв'язуванню задач за допомогою систем лінійних рівнянь.

Аналогічно можна провести узагальнення і для інших типів задач, показавши, що кожен із них зводиться до лінійного рівняння чи систем лінійних рівнянь певного виду. Наприклад: "знаходження двох чисел за двома різницями" до рівняння виду *ах+в=сх+d*; “знаходження двох чисел за сумою (різницею) і кратним порівнянням” і задач ускладненого “виду на кратне порівняння” до рівняння *ах+вх+сх=d* тощо.

Узагальнення арифметичних способів в курсі алгебри допоможе забезпечити неперервність і єдність підходів до розв’язування текстових задач. Проте учням обов’язково потрібно навести приклади задач, які суттєво відрізняються ходом міркувань при арифметичному і алгебраїчному розв’язанні. Показуючи їх відмінність, потрібно навести такі приклади, коли учням буде очевидною перевага чи арифметичного чи алгебраїчного розв’язання. Наприклад задача розв'язується квадратним рівнянням, а арифметичними способами її розв'язати не можна. Доцільно показати і такий випадок, коли задача розв'язується системою дробово-раціональних рівнянь, а арифметично в три дії: *“З міста до табору о 8 год. вийшла група туристів. Коли вони пройшли половину шляху, їх наздогнав мотоцикліст, який виїхав з міста на 3 год. 20 хв. пізніше. Через годину після цього туристів зустрів другий мотоцикліст, що виїхав їм назустріч із табору о 12 год. 30 хв. Знайти швидкість туристів, якщо швидкості мотоциклів однакові, а відстань між містом і табором 40 км”.*

Як показує практика, учителі математики часто, розв’язавши задачу за допомогою рівнянь, не можуть знайти її арифметичне розв’язання. Тому автори [4] пропонують, склавши рівняння, розв’язувати його, в деяких випадках тільки намічаючи арифметичні дії між даними (тобто не виконуючи їх). “Тоді знайдений для невідомого числовий вираз буде фактично арифметичною моделлю даної задачі. Потім необхідно лише сформулювати питання, щоб записати розв’язання задачі по діях” [4].

Ми вважаємо такі рекомендації не зовсім вдалими, оскільки саме формулювання питань і пояснення їх порядку викликає багато труднощів і часто носить занадто штучний характер (а саме за штучність ходу в 50-ті роки критикували розв’язання задач арифметичними способами).

На наш погляд більш природнім є звернення вчителів до методики розв’язування задач арифметичними способами в початковій школі, розширення змісту і вдосконалення методичних прийомів згідно вікових можливостей і перспектив розвитку учнів 5-6 класів і тільки після досягнення певного рівня володіння арифметичними способами перехід до алгебраїчного методу.

При навчанні учнів розв’язуванню задач складанням систем рівнянь можна не тільки показати до якого виду системи приводить той чи інший тип арифметичних задач, але і показати зв’язок між різними арифметичними способами і можливості переходу одного типу задач в інші. Це допоможе більш повному і свідомому засвоєнню арифметичних способів, яке неможливо досягти лише на основі розуміння їх специфіки.

Якщо підібрати задачі з однаковими числовими даними, то розгляд таких таблиць сприятиме ще й функціональній пропедевтиці.

Текст задачі	Арифметичне розв'язання	Алгебраїчне розв'язання
2 олівці і 3 зошити коштують 1,3 *грн.*, а 2олівці і 1 зошит –70*коп.* Скільки коштує один олівець і один зошит?	Використаємо **спосіб виключення невідомого шляхом відніманням**. 2ол. і 3 зош. – 130 *коп.* 2ол. і 1 зош. – 70 *коп.* 2.зош.– 60 *коп.* 60: 2 = 30 *коп.* -1 зошит. 70 – 30 = 40*коп.* –2олівці; 40 : 2 = 20*коп.* –1 олівець.	Нехай олівець коштує *x грн.*, а зошит *y грн.* задачу розв'язуємо системою: $\begin{cases} 2x+3y=130 \\ 2x+y=70 \end{cases}$ 2 y = 60 y = 60 : 2 ; y = 30 (1зош.) 2x + 30 =70; 2x = 70-30; 2x =40; x = 40 : 2; x = 20.
2 олівці і 3 зошити коштують 1,3*грн.*, а 1 олівець і 1 зошит –50*коп.* Скільки коштує один олівець і один зошит?	**I спосіб зрівнювання** 2ол. і 3 зош. – 130к. 1ол. і 1зош.– 50к.. $(\times 2)$ **II спосіб заміни**	**I спосіб додавання** $\begin{cases} 2x+3y=130, \\ x+y=50.(\times 2\ ) \end{cases}$ **II спосіб підстановки**
2 олівці і 3 зошити коштують 1,3*грн.*, а 3 олівці і 2 зошити –1,2*грн.* Скільки коштує 1олівець?	**спосіб зрівнювання** 2ол. і 3 зош. – 130 к. $(\times 3)$ 3ол. і 2 зош. – 120 к $(\times 2)$	**спосіб додавання** $\begin{cases} 2x+3y=130,(\times 3) \\ 3x+2y=120.(\times 2) \end{cases}$

У цій таблиці показано зв'язок арифметичних задач на: 1) виключення одної із невідомих величин шляхом віднімання; 2) і 3) спосіб зрівнювання. Трохи змінивши текст можна приєднати ще задачу на заміну даних або задачу на обчислення невідомого за двома різницями:

2 олівці і 3 зошити коштують 1,3 *грн.* Скільки коштує один олівець і один зошит, якщо зошит на 10 *коп* дорожчий за олівець?	Нехай купили тільки зошити, тоді за все мали б заплатити на 20 *коп.* більше, тобто 150 *коп.* Отже 1 зошит коштує 150 : 5 = 30 *коп.*, а олівець 30 -10 = 20 *коп.*	Нехай зошит коштує х *коп.*, тоді олівець – (х –10) *коп.* Складаємо рівняння: 2(х –10) + 3х = 130, 5х = 150, х = 150: 5, х=30 – коштує 1 зошит.

Можливі і інші варіанти об'єднання задач у групи.

Після створення такої таблиці в класі, для домашньої роботи , можна запропонувати такі завдання:

1. Складіть задачі за такими даними: а) *104 грн.; 16 кг – І і ІІ сорту; 4 грн.; 12 грн.*; б) *104 грн.; 11кг І сорта; 5 кг ІІ сорта; в 3 рази дорожче.* Порівняйте ці задачі за способами розв'язання.

2. *Відстань між містами **A** і **B** 165 км. З міста **A** в **B** виїхав о 15год. велосипедист, а через годину із **B** йому назустріч виїхав автомобіль. Зустрілись вони через 2 години після виїзду автомобіля*.

Завершіть умову задачі, поставте запитання, розв'яжіть задачу алгебраїчним методом і арифметичним способом (вкажіть його назву).

3. Складіть задачу про зважування предметів (купівлю, рух назустріч, виконання майстром і його учнем певної роботи, тощо), *для розв'язання якої вам потрібно було б використати систему рівнянь, одне з яких має вигляд: 5x+3y=42*. Яким арифметичним способом розв'язується задача ?

4. Для сильних учнів: ***A** деяких предметів (штук, кілограм, літрів) і **B** інших предметів коштують $\boldsymbol{S}_1$ (важать) грн.(кг) і є **A** таких предметів, як в **I** випадку, і **C** таких предметів, як у **II** випадку, які коштують (важать) $\boldsymbol{S}_2$ грн. (кг). Скільки коштує (важить) окремо один предмет виду **A** і один предмет виду **B*** ?

В будь-якій задачі іде мова про залежності між величинами. Розв'язування задач різними способами допомагає розкрити цю залежність більш глибоко і різносторонньо. Якщо пам'ятати про почуття міри, то пошук різних способів розв'язання, вибір кращих із них, що швидше за інші приводять до поставленої мети, буде надійним шляхом для розвитку мислення і творчості.

Література

1. Бевз Г.П. Алгебра: Проб. підруч. для 7-9 кл. серед. шк. – 2-ге вид. – К.: Освіта, 1997. – 303 с.

2. Калмыкова З.И. Процессы анализа и синтеза при решении арифметических задач // Изв. АПН РСФСР, 1955. – № 71. – С. 3-112.

3. Лук'янова С.М. Урок розв'язування текстових задач // Математика в школі. – 2002. – № 1. – С. 31-36.

4. Тонких А.П., Демидова Т.Е. Алгебраические решения на языке арифметики // Математика в школе. – 1999. – № 4. – С. 66-68.

Медведєва А.С.
Південноукраїнський державний педагогічний університет імені К.Д.Ушинського

ШЛЯХИ ТА ЗАСОБИ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ДО СТРУКТУРУВАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Пріоритетним напрямом реформування вищої освіти, в тому числі педагогічної, є оновлення її змісту, запровадження ефективних педагогічних та