

УДК 378:53

Чумак М. Є., Філоненко М. М.  
Національний педагогічний університет  
імені М. П. Драгоманова

## МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ЩОДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ЕЛЕКТРОСТАТИКИ

У статті запропоновано методичні рекомендації щодо розв'язування задач з електростатики, представлено теоретичний матеріал у вигляді алгоритмів.

**Ключові слова:** електростатика, фізична задача, розв'язування задач.

Розв'язування фізичних задач у навчальному процесі вищого навчального закладу є важливим засобом поєднання теорії з практикою.

Різноманітні прояви фізичних законів у житті і практиці, що розглядаються в задачах, свідчать про об'єктивний характер здобутків науки і сприяють їх глибшому засвоєнню, розширюють політехнічний кругозір студента-фізика.

Крім розкриття основних понять і величин сучасної фізики, у процесі розв'язування фізичних задач відображають важливі взаємозв'язки і функціональні залежності між ними та способи їх вираження, набувається досвід "бачення" фізичних залежностей у конкретних умовах, бачення меж їх застосування. Це суттєві ознаки оволодіння знаннями фізики.

Розв'язування фізичних задач сприяє розвитку логічного мислення студентів. Кожна реальна задача, поставлена перед людиною, є збудником мислення. Фізична задача в децю прихованому вигляді відображає причинно-наслідкові зв'язки між явищами. Щоб розв'язати задачу, треба ці зв'язки пізнати і виразити їх кількісно. Саме в процесі розкриття взаємозв'язків між явищами можуть формуватися закономірності логічного мислення, як відбиття закономірностей об'єктивної реальності. Тому логічні поняття і категорії можуть вироблятися лише в процесі пізнавально-практичної діяльності, як результат та запозичення досвіду.

Завдання викладача полягає в правильному спрямуванні і раціональному навантаженні мисленної діяльності студентів у процесі розв'язування фізичних задач. Він має показати плідність індуктивної і дедуктивної логіки, а також процесів аналізу і синтезу; на їх основі виробити певні алгоритми для розв'язування фізичних задач.

Зрозуміло, що у набутті вмінь і навичок вирішальне значення має самостійна робота студентів з розв'язування фізичних задач. Видатний німецький педагог А. Дістервег зауважував, що цінність мають тільки ті знання і навички, які набуваються самостійно; "поганий учитель підносить істину, мудрий вчитель учить знаходити її".

У процесі розв'язування фізичних задач, одночасно з набуттям умінь і навичок, утверджуються вольові і цілеспрямовані риси характеру. Студент, учень усвідомлює, що розв'язування задач потребує зосередженості і повної віддачі сил, що це процес творчості, який веде до збагачення пізнання і відчуття радощів успіху.

Практичні заняття з розв'язування фізичних задач є ефективним способом активації самостійної роботи студентів, засобом розвитку їх творчого мислення.

На практичних заняттях під керівництвом викладача фізичні задачі аналізуються і розв'язуються силами всіх студентів групи; відкидається поверхове і утверджується доказове, відбувається стимулююче змагання індивідуумів. Усе це активізує аналітико-синтетичну діяльність кори головного мозку, сприяє творчому засвоєнню навчального матеріалу.

Фізичні задачі, що пропонуються на домашнє опрацювання, є засобом активізації домашньої роботи студентів. Конкретність змісту задач, наявність відповідей до них для самоконтролю, дотримання вимог щоденного розв'язування задач і можливість швидкої перевірки завдань з боку викладача – усе це сприяє налагодженню ритмічної і неухильної самостійної роботи учнів, студентів над предметом. Адже самостійне розв'язування задач потребує повторення теоретичного матеріалу, використання довідкових даних, осмислення закладеної в задачі закономірності, використання математичних засобів.

I. Задачі з електростатики полягають в тому, щоб:

а) по заданому розподілу зарядів у просторі знайти створене ними поле – обчислити напруженість і потенціал поля в довільній точці – або, навпаки, знаючи характеристики поля, знайти заряди, що створюють його;

б) по заданому розташуванню і формі провідників, знаючи потенціал кожного провідника або їх загальний заряд, знайти розподіл зарядів у провідниках і обчислити характеристики полів, що створюються цими провідниками.

У курсі загальної фізики, за невеликим винятком, розглядають найбільш прості випадки: завдання про точкові заряди, заряджені провідні сфери, площини і конденсатори.

Іноді в ці завдання включають елементи механіки, і завдання виходять комбінованими, проте головна увага в них прагнуть приділяти ідеям електрики.

II. Задачі з електростатики в курсі загальної фізики зручно розділити на дві групи. До першої групи можна віднести задачі про точкові заряди і системи, що зводяться до них, до другої – всі задачі про заряджені тіла, розмірами яких не можна нехтувати.

Розв'язання задач першої групи засноване на застосуванні законів механіки з урахуванням закону Кулона і впливаючих з нього наслідків. Такі задачі рекомендується розв'язувати в наступному порядку:

а) Розставити сили, що діють на точковий заряд, поміщений в електричне поле, і записати для нього рівняння рівноваги або основне рівняння динаміки матеріальної точки.

б) Виразити сили електричної взаємодії через заряди і характеристики поля і підставити ці вирази в початкове рівняння.

Сили взаємодії зарядів можна розрахувати або за законом Кулона, або за формулою  $F = qE$ , вважаючи, що один із зарядів знаходиться в полі іншого. Другий спосіб зводиться фактично до розрахунку електричного поля в тій або іншій точці простору, де знаходиться даний заряд, ним зазвичай користуються в тих випадках, коли поля створюються протяжними зарядженими тілами. Використовуючи останню формулу, слід мати на увазі, що вона справедлива не тільки для точкового заряду, але й для заряджених протяжних тіл.

в) Якщо при взаємодії заряджених тіл між ними відбувається перерозподіл зарядів, до складеного рівняння додають рівняння закону збереження зарядів

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const}$$

г) Далі, як завжди, треба записати допоміжні формули і отриману систему рівнянь розв'язувати щодо невідомої величини.

д) Проводячи обчислення в задачах з електростатики, корисно

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

пам'ятати, що множник  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ , що входить у багато розрахункових формул, дорівнює  $k = 9,00 \cdot 10^9$  м/Ф. Саме таке значення до  $k$  потрібно підставляти в ці формули.

Завдання на розрахунок полів, створених точковими зарядами, зарядженими сферами і площинами, - знаходження напруженості або потенціалу в якій-небудь точці простору - ґрунтуються на використанні формул:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}; E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}; E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}; \vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i;$$

$$\varphi = \frac{W_p}{Q_0}; \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}; \varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i$$

Особливу увагу слід звертати на векторний характер напруженості  $\vec{E}$  і пам'ятати, що знак перед потенціалом  $\varphi$  визначається знаком заряду, що створює поле.

Обчислення роботи, виконаної полем над точковим зарядом, а також енергії, якої набуває заряд в результаті дії сил поля, особливих утруднень не представляє. Ці величини легко можуть бути визначені за допомогою формул:

$$A = Fd = QEd; W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i; A = W_1 - W_2 = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = Q_0U; A = \frac{Q_0Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i$$

в комбінації з формулою і рівняння закону збереження і перетворення енергії  $A = W_2 - W_1$ . Як і раніше, під  $W_1$  і  $W_2$  тут можна розуміти тільки повну механічну енергію зарядженого тіла, під  $A$  – роботу зовнішніх сил, до яких можна віднести і сили електричного поля.

Розв'язання задач другої групи засноване на використанні формул:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}; C = \frac{Q}{\varphi}; C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r; C = \frac{Q}{U}; C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}; \sum_{i=1}^n U_i = U_0;$$

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n = Q_0; C_0 = \frac{Q_0}{U_0}; \frac{1}{C_0} \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}; Q_0 = \sum_{i=1}^n Q_i; U_1 = U_2 = \dots = U_n = U_0;$$

$$C_0 = \sum_{i=1}^n C_i; A = W_p = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}; W_p = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2 Sd}{2}$$

Якщо за умовою задачі дано одне заряджене тіло, то величини, що характеризують електричні властивості тіла, повинні бути пов'язані між собою формулами:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}; C = \frac{Q}{\varphi}; C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r; C = \frac{Q}{U}; C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}; C = \frac{Q}{U}; C_0 = \sum_{i=1}^n C_i;$$

$$A = W_p = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$$

З урахуванням співвідношення вони дозволяють знайти одну з цих величин, якщо інші задані.

У задачах на систему заряджених тіл (зазвичай плоских конденсаторів), перш за все, необхідно встановити тип з'єднання: з'ясувати, які з конденсаторів з'єднані між собою послідовно, які – паралельно.

У разі змішаного з'єднання конденсаторів, що є комбінацією послідовно і паралельно з'єднаних груп, у кожній з яких конденсатори з'єднані за таким же принципом, розрахунки зручно починати з визначення ємності всього з'єднання, по черзі застосовуючи формули

$$C_0 = \frac{Q_0}{U_0}; \frac{1}{C_0} \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}; C_0 = \frac{Q_0}{U_0}; \frac{1}{C_0} \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Знання загальної ємності з'єднання, значно спростить усі подальші розрахунки, пов'язані зі знаходженням зарядів і напруги на конденсаторах.

З'єднання елементів кола, у тому числі і конденсаторів, може не відноситися ні до послідовного, ні до паралельного. Загальну ємність такого складного з'єднання можна знайти порівняно просто лише в тих випадках, коли в схемі є точки з однаковими потенціалами. Такі точки можна з'єднувати і роз'єднувати, розподіл зарядів і потенціалів на конденсаторах від цього не змінюється. З'єднуючи або роз'єднуючи точки з однаковими потенціалами, можна складне включення конденсаторів звести до комбінації послідовних і паралельних з'єднань. Точки з однаковим потенціалом є в схемах, що володіють симетрією.

У загальному випадку при розрахунках електричних кіл, що складаються з конденсаторів, які неможливо звести до комбінацій послідовних і паралельних з'єднань, потрібно скористатися наступними двома очевидними правилами.

Якщо батарею незаряджених конденсаторів підключити до джерела напруги і надати їй деякого заряду, то згідно закону збереження заряду алгебраїчна сума розділених зарядів будь-якої групи обкладок, ізольованих від джерела, завжди повинна дорівнювати нулю, оскільки заряди на цих обкладках з'являються внаслідок індукції.

Оскільки робота сил електростатичного поля при переміщенні заряду по замкнутому контуру дорівнює нулю, то алгебраїчна сума напруг на конденсаторах і батареях, що зустрічаються при обході будь-якого замкнутого контура кола, також повинна дорівнювати нулю.

Склавши рівняння, що пов'язують заряди і напругу на конденсаторах, до них потрібно додати формули ємності для кожного конденсатора і всієї системи в цілому. Після цього виходить повна система рівнянь, що дозволяє, зокрема, знайти і загальну ємність системи. Якщо нам вдається встановити тип з'єднання конденсаторів і зрозуміло, як знайти їх загальну ємність, подальший розрахунок зведеться до того, щоб визначити зв'язок між зарядами і напругою на конденсаторах і виразити через них ємності конденсаторів. У разі послідовного з'єднання треба скласти систему рівнянь:

$$\sum_{i=1}^n U_i = U_0; Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n = Q_0; C_0 = \frac{Q_0}{U_0}; \frac{1}{C_0} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i},$$

у разі паралельного:

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n Q_i; U_1 = U_2 = \dots = U_n = U_0; C_0 = \frac{Q_0}{U_0}; C_0 = \sum_{i=1}^n C_i.$$

III. При розв'язанні задач з електростатики і відповідях на окремі якісні питання корисно мати на увазі наступне:

1. Позитивні електричні заряди, представлені самим собою, рухаються в електричному полі від точок з більшим потенціалом до точок, де потенціал менший. Негативні заряди переміщаються в протилежному напрямку.

2. Напруженість електричного поля всередині статично зарядженого провідника дорівнює нулю. Цей результат не залежить від того, чи знаходиться провідник у зовнішньому електричному полі чи ні. Потенціал усіх точок, що лежать на провіднику, має при цьому однакове значення, тобто поверхня провідника є екіпотенціальною. Потенціал в усіх точках усередині провідника дорівнює потенціалу на його поверхні.

3. При внесенні діелектрика до електричного поля модуль вектора напруженості  $\vec{E}$  зменшується в  $\epsilon$  разів у просторі, зайнятому діелектриком, і залишається без зміни в решті всіх точок поля.

4. Потенціал Землі і всіх тіл, з'єднаних провідником із Землею, приймається рівним нулю.

5. Робота сил електростатичного поля по будь-якому замкнутому контуру дорівнює нулю.

6. Якщо дві відокремлені кулі з'єднати тонким і довгим дротом, то їх загальна

ємність буде дорівнювати сумі ємностей окремих куль, оскільки потенціали куль будуть однаковими, а загальний заряд системи дорівнює сумі зарядів куль. З цієї ж причини відокремлену кулю можна розглядати як два конденсатори з ємностями, рівними  $2\pi\epsilon_0\epsilon r_k$ , з'єднаними між собою паралельно.

7. Якщо конденсатор складається з двох провідних концентричних сфер радіусами  $R$  і  $r$  (сферичний конденсатор), то його ємність дорівнює:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon rR}{R - r}$$

де  $\epsilon$  – проникність діелектрика, що розділяє сфери. Ця формула автоматично витікає з формул:

$$C = \frac{Q}{\varphi}; \quad \varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$$

8. Якщо заряджену металеву кулю помістити в центр провідного сферичного екрану, з'єданого із Землею, на екрані з'являється індукований заряд  $Q_i$ , рівний за модулем і протилежний за знаком заряду  $Q_k$  кулі. Дійсно, оскільки екран з'єднаний із Землею і його потенціал рівний нулю, тобто  $\varphi = \varphi_k + \varphi_i = 0$ , то заряд  $Q_i$  на екрані повинен задовольняти умові

$$\frac{Q_k}{R} + \frac{Q_i}{R} = 0, \text{ звідки } Q_i = -Q_k.$$

9. Електричне поле зарядженого конденсатора можна розглядати як результат накладення два полів, створених кожною обкладкою конденсатора. Якщо поля, що створюються обкладками плоского зарядженого конденсатора, можна вважати

однорідними (рис. 1), то згідно формулі  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}$  модуль напруженості поля в конденсаторі буде дорівнювати:

$$E = 2E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon_0\epsilon S}$$

Тут  $Q$  – заряд конденсатора;  $S$  – площа пластини;  $\sigma$  – поверхнева густина заряду.

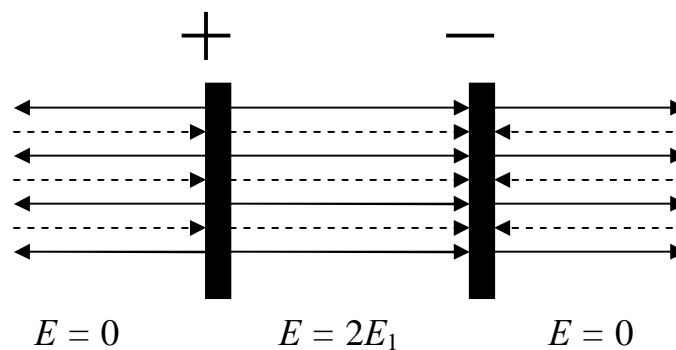


Рис. 1

10. У плоскому конденсаторі одну пластину можна розглядати як тіло із зарядом  $Q$ , поміщене в однорідне електричне поле з напруженістю  $\vec{E}_1$ , створене іншою пластиною.

Згідно формул  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$  і  $E = 2E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon_0\epsilon S}$  з боку першої пластини

на другу (і навпаки) діятиме сила, модуль якої дорівнює:

$$F = QE_1 = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S}$$

Якщо плоский конденсатор під'єднати до джерела живлення, зарядити його і потім від'єднати, то при зміні ємності  $C$  конденсатора внаслідок розсовування (зближення) або зсуву пластин, внесення (видалення) діелектрика заряд на конденсаторі не змінюється. Що при цьому відбувається з величинами  $q$ ,  $U$ ,  $E$ ,  $F$  або  $W_p$ , легко встановити, аналізуючи формули:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}; \quad C = \frac{Q}{U}; \quad C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$$

У тому випадку, коли між пластинами конденсатора вставляють (або виймають) незаряджену металеву пластинку, що не замикає конденсатор, область поля конденсатора зменшується на об'єм цієї пластинки. Всі величини при цьому змінюються точно так, як і якби ми наближали (або розсовували) обкладки. Якщо конденсатор під'єднаний до джерела постійної напруги, то при всіх вказаних вище змінах ємності конденсатора між його пластинками залишається незмінною напруга. Величини  $q$ ,  $C$ ,  $E$  і  $F$  можуть при цьому змінюватися.

11. При розрахунку полів, що виникають у системі заряджене тіло – незаряджена провідна поверхня, зручно використовувати метод дзеркального зображення зарядів. Цей метод ґрунтується на наступному принципі.

Якщо в електричному полі замінити яку-небудь екіпотенціальну поверхню провідником, що має потенціал і форму цієї поверхні, то електричне поле після такої заміни залишиться тим самим. Звідси, зокрема, витікає, що при розміщенні точкового заряду поблизу нескінченної провідної площини на останній заряди перерозподіляються так, що електричне поле системи виявиться тотожним полю, створюваному даним зарядом і його дзеркальним зображенням у провідній площині, тобто полю двох точкових зарядів, рівних за модулем і протилежних по знаку.

#### **Використана література:**

1. Гофман Ю. В. Законы, формулы, задачи физики : справочник / Ю. В. Гофман. – К. : Наукова думка, 1977. – 332 с.
2. Жирнов Н. И. Задачник-практикум по электродинамике / Н. И. Жирнов. – М. : Просвещение, 1970. – 276 с.
3. Корсак К. В. Электростатика / К. В. Корсак. – К. : НМКВО. 1991. – 196 с.

**Чумак Н. Е. Методические советы относительно решения задач по электростатике.**

*В статье предложены методические рекомендации относительно решения задач по электростатике, представлен теоретический материал в виде алгоритмов.*

**Ключевые слова:** электростатика, физическая задача, решение задач.

**Chumak M. E. Methodical advices in relation to untiing of tasks from electrostatics.**

*In the article methodical recommendations are offered in relation to untiing of tasks from electrostatics, theoretical material is presented as algorithms.*

**Keywords:** electrostatics, physical task, untiing of tasks.