УДК 372.851: 373.1

Школьний О. В.
Національний педагогічний університет
імені М. П. Драгоманова

ПРО ОСОБЛИВОСТІ ПІДГОТОВКИ ДО ДВОРІВНЕВОГО ЗНО З МАТЕМАТИКИ

У роботі розглянуто особливості дворівневого зовнішнього незалежного оцінювання якості знань з математики в порівнянні з традиційною однорівневою системою загальнодержавного стандартизованого підсумкового оцінювання, наведено методичні рекомендації щодо підготовки учнів до даного виду тестування, які стосуються тем “Рівняння та системи рівнянь” та “Нерівності та системи нерівностей”.

Ключові слова: *дворівневе оцінювання навчальних досягнень з математики, загальнодержавне стандартизоване оцінювання, учні старшої школи, державна підсумкова атестація, зовнішнє незалежне оцінювання.*

Починаючи з 2015 року, в Україні впроваджено дворівневу систему проведення зовнішнього незалежного оцінювання якості знань з математики (далі – ЗНО). Природність і доцільність саме такої системи проведення ЗНО з математики обґрунтовувалася нами у роботах [1] і [2]. У цих роботах нами пропонувалася власна дворівнева система проведення загальнодержавного стандартизованого оцінювання навчальних досягнень з математики українських випускників. Упроваджений Українським центром оцінювання якості освіти (далі – УЦОЯО) в 2015 році варіант дворівневого ЗНО з математики відрізняється від нашого проекту, хоч і враховує окремі його положення. На нашу думку, наявний варіант дворівневого ЗНО з математики, що складається з тесту (сертифікаційної роботи) поглибленого рівня, який містить у собі в якості частини тест базового рівня, не є досконалим і містить певні недоліки, які варто врахувати в подальшому.

Уведення дворівневого тестування з математики породжує низку методичних проблем для фахівців, які здійснюють підготовку учнів старшої школи до цього виду оцінювання. Учителям математики було досить складно забезпечити належну якість підготовки до ЗНО з математики 2015 року, оскільки рішення про введення дворівневого тесту з математики було прийнято досить несподівано. Внаслідок цього, крім демонстраційного варіанта такого тесту на сайті УЦОЯО (www.testportal.gov.ua), практично ніякого іншого методичного забезпечення по підготовці до дворівневого ЗНО не було ще за кілька місяців до проведення самого тестування.

Для порівняння в Польщі, яка з 2015 року також ввела дворівневе оцінювання з математики, підготовча робота до цього велася, починаючи з 2012 року, коли було офіційно оголошено про такий перехід. За цей час за допомогою роз’яснювальних методичних публікацій для фахівців та публікацій у пресі для широкого загалу вдалося підготувати до переходу на дворівневе оцінювання з математики і старшокласників, і їхніх батьків, і вчителів, що готують учнів до такого виду тестування.

Другою причиною складності підготовки українських випускників до дворівневого тесту з математики 2015 року є виснажливий для більшості з них 210-хвилинний марафон, необхідний для написання поглибленого тесту. На нашу думку, напружено думати протягом такого тривалого часу здатні далеко не всі випускники. Як наслідок, стає не зовсім зрозуміло, що, власне, перевіряє такий тест: фізичну витривалість учасника тестування чи його знання, вміння, навички (компетентності)?

Наведених вище проблем можна було би уникнути, оголосивши про введення дворівневого оцінювання з математики, але відклавши його на кілька років з метою проведення детальної роз'яснювальної роботи серед розробників тестових завдань, учителів, методистів, а також майбутніх учасників дворівневого тестування та їх батьків. За ці кілька років також можна було би провести експеримент щодо різних моделей проведення такого оцінювання. Зокрема, можна було би з'ясувати, наскільки успішно учні справляються з 210-хвилинним поглибленим тестом і чи не краще поглиблений тест відокремити від основного.

Однак, навіть після фактичного введення дворівневого ЗНО в Україні, методичні публікації щодо особливостей підготовки до нього не втратили актуальності. Наявні на сьогодні на ринку посібники по підготовці до дворівневого тестування, фактично, лише змінили обкладинку і не враховують специфіки завдань базового та поглибленого рівня. Тому природно, що саме цій проблемі ми й присвятили дану серію публікацій.

На сьогодні в Україні ґрунтовні дослідження, присвячені аналізу та розробці багаторівневих тестів з математики, зустрічаються нечасто. Крім уже згаданих статей [1] і [2], кількох газетних інтерв'ю, а також аналітичної доповіді [3], де згадана проблема розглядається у контексті створення та впровадження в Україні системи моніторингу якості освіти, нам невідомі вітчизняні публікації в цьому напрямку. Водночас, багаторівневе тестування з математики вже впроваджено і успішно використовується в багатьох країнах світу. Наприклад, у США поширена дворівнева система предметних тестів з математики, яка містить SAT Subject Test in Math Level 1 and SAT Subject Test in Math Level 2. Дворівнева система тестування застосовується також у Фінляндії, яка є одним зі світових лідерів учнівських навчальних досягнень з математики (за даними міжнародних порівняльних досліджень PISA, TIMMS та IPMA). У Великобританії застосовується ще більш розгалужена система тестування навчальних досягнень випускників – існує 6 рівнів тестування з математики, причому кожен із них поділяється на дві частини: A (без використання калькулятора) та B (з використанням калькулятора). Список країн, які ефективно використовують багаторівневі тести, можна продовжити, а значні результати, які демонструють ці країни під час згаданих міжнародних порівняльних досліджень, наштовхують на думку, що ігнорувати подібний досвід принаймні нераціонально.

Метою роботи є висвітлення особливостей дворівневого ЗНО з математики, зокрема, особливостей підготовки до цього оцінювання українських випускників. Також ми поділимося власним досвідом підготовки до дворівневого незалежного оцінювання: наведемо дворівневі тематичні тренувальні тести, що стосуються тем "Числа і вирази" і "Функції та їх графіки" та розв'яжемо окремі завдання цих тестів, додавши до них методичні роз'яснення та коментарі.

Особливості дворівневого ЗНО з математики. Необхідність упровадження дворівневого ЗНО з математики, на нашу думку, зумовлена наступними причинами.

За традиційної однорівневої системи проведення ЗНО з математики одним тестом перевіряються навчальні досягнення випускників як загальноосвітніх шкіл та класів, так і класів з профільним та поглибленим вивченням математики. Це веде до того, що учасники тестування з математики в Україні перебувають у нерівних умовах щодо рівня складності завдань. Дійсно, випускники класів фізико-математичного профілю мають кращий рівень математичної підготовки в порівнянні з випускниками класів гуманітарного чи суспільного спрямування, що дає їм додаткові переваги під час проходження ЗНО.

За традиційної однорівневої системи проведення ЗНО з математики результатами одного й того самого тесту доводиться користуватися вишам, які потребують різного рівня та різної специфіки математичних знань у відповідності до наявних спеціальностей.

Абітурієнти спеціальностей, для яких математика є профільною дисципліною, повинні були би мати не лише глибокі знання з математики, а ще й здатність до високого рівня абстрагування і навіть до математичної творчості. А до абітурієнтів, наприклад, економічних спеціальностей настільки високі вимоги щодо рівня математичної підготовки висувати не дуже логічно, оскільки для них математика є важливим, але все-таки інструментом.

Виходячи з наведених причин, у роботі [1] ми запропонували замінити традиційний тест ЗНО на два *різних* тести: Основний (Basic) та Поглиблений (Advanced). Кожен із цих тестів орієнтований на відповідну учнівську аудиторію з одного боку та на відповідну категорію спеціальностей вищих навчальних закладів з іншого. У [1] і [2] нами детально розроблено специфікації кожного з цих тестів (загальна структура тесту, розподіл тестових завдань за змістом, формою подання, рівнем складності та когнітивним рівнем) та наведено конкретні приклади Основного та Поглибленого тестів.

У 2015 році УЦОЯО впровадило *один* дворівневий тест (сертифікаційну роботу) з математики, що містить основну частину (базовий рівень), яка виконується всіма учасниками тестування, та додаткову частину (поглиблений рівень), яка виконується лише тими учасниками тестування, які виявили таке бажання. За подібною схемою протягом останніх десяти років проводилася державна підсумкова атестація (далі – ДПА) українських випускників. Але принциповою відмінністю ДПА від ЗНО–2015 є те, що завдання тесту незалежного оцінювання не є відомими до його проведення, на відміну від завдань ДПА, які містилися в спеціальних збірниках завдань, доступних у процесі підготовки до атестації.

На нашу думку, рішення про введення дворівневого ЗНО саме в такій формі є половинчастим, оскільки не дозволяє належним чином розділити учнівську аудиторію на дві цільові групи: учнів, які бажають зробити математику сферою своєї майбутньої професійної реалізації та учнів, які бажають використовувати знання з математики більшою мірою як інструмент для своєї фахової реалізації (економістів, інженерів, програмістів тощо). Ми вважаємо, що найближчим часом (протягом кількох наступних років) цей недолік буде усунуто шляхом введення двох різних тестів, завдання кожного з яких будуть орієнтовані саме на вказані цільові учнівські аудиторії.

Підготовка до ЗНО з математики, по суті, полягає в повторенні та систематизації учнями теоретичних відомостей, отриманих під час навчання в школі, а також у розв'язуванні тренувальних тестових завдань з математики тих форм, які використовуються під час незалежного оцінювання. На сьогодні в тестах ЗНО з математики використовуються завдання із альтернативами (вибір однієї правильної відповіді з 5 запропонованих), завдань із короткою відповіддю (десятковим дробом або цілим числом), завдань на встановлення відповідностей (відшукання логічних пар) та завдань відкритої форми (з повним поясненням).

Основний тест (базовий рівень сертифікаційної роботи) не містить завдань відкритої форми, а тому методика підготовки до нього майже нічим не відрізняється від методики підготовки до традиційного однорівневого тестування. Поглиблений тест (поглиблений рівень сертифікаційної роботи) додатково містить завдання відкритої форми, на які ми звернемо особливу увагу в подальшому викладі.

Завдання відкритої форми з повним поясненням, що містяться в стандартизованих тестах, тільки на перший погляд нагадують "звичайні задачі", за допомогою яких, по суті, здійснюється процес навчання математики в школі. Принциповою відмінністю тестового завдання відкритої форми від завдань, які використовує вчитель на уроках, є можливість створення для нього приблизно однакових за кількістю логічних кроків схем оцінювання. З цією метою тестові завдання відкритої форми містять в умові явні чи неявні "підказки" щодо їх розв'язування, які звужують спектр можливих способів розв'язування таких завдань. Така будова тестових завдань відкритої форми є природною, оскільки при двох різних способах розв'язування, один із яких містить, наприклад, 4 логічних кроки, а другий – 6 логічних кроків, важко виробити для них рівноцінні схеми оцінювання.

До "звичайних задач" вимога приблизно однакової кількості логічних кроків та обмеженості способів розв'язування не висувається. Навпаки, чим більше оригінальних способів розв'язування завдання запропонує учень, тим краще, оскільки те чи інше завдання з математики може використовуватися в навчальному процесі не лише з контролюючою метою, а також і з навчальною, розвиваючою, виховною тощо.

Із наведених вище причин написання тестових завдань відкритої форми з повним поясненням для стандартизованих оцінювань є складнішим, ніж написання "звичайних задач" для підручників та посібників з математики. Однак, із тих самих причин підготовка учнів до розв'язування таких завдань дещо спрощується, оскільки від учасників тестування здебільшого не вимагається демонстрації творчого підходу під час їх розв'язування. Іншими словами, завдання відкритої форми Поглибленого тесту найчастіше є досить складними, але не "олімпіадними", тобто їх розв'язання має бути доступним більшості сумлінних учнів з високим рівнем математичної підготовки.

Традиційно завдання з повним поясненням у тестах ЗНО стосуються тем "Рівняння та системи рівнянь", "Нерівності та системи нерівностей", "Функції та їх графіки", "Планіметрія" та "Стереометрія". При цьому під час розв'язування геометричних завдань може використовуватися векторно-координатний метод, а для розв'язування рівнянь і нерівностей можуть використовуватися перетворення виразів зі змінними та елементи математичного аналізу (дослідження на найбільше та найменше значення за допомогою похідної). Тому під час підготовки до дворівневого ЗНО з математики природно використовувати завдання відкритої форми в проміжних тематичних тестах, що стосуються всіх виділених нами в [1] і [2] десяти тем: "Числа і вирази", "Функції та їх графіки", "Рівняння та системи рівнянь", "Нерівності та системи нерівностей", "Текстові задачі", "Елементи математичного аналізу", "Планіметрія", "Стереометрія", "Координати і вектори" та "Елементи стохастики".

Ще однією особливістю дворівневого стандартизованого тестування є відбір теоретичного матеріалу, що стосується Основного та Поглибленого тестів. Спираючись на досвід колег із Польщі та інших країн, які використовують багаторівневу систему підсумкового оцінювання, природно розділити теоретичний матеріал програми ЗНО з математики на той, що стосується лише Основного тесту (базового рівня сертифікаційної роботи) і той, що стосується Поглибленого тесту (поглибленого рівня сертифікаційної роботи). Таке відокремлення теоретичного матеріалу значно спростить учителям процес підготовки, оскільки дозволить розділити учнівські аудиторії, які обрали той чи інший рівень тесту ЗНО з математики.

У офіційній документації, щодо дворівневого ЗНО з математики 2015 року такого поділу не відображено, учасникам пропонується однакова програма для підготовки до тестів обох рівнів. Зважаючи на світовий досвід багаторівневих тестувань, ми вважаємо це не зовсім природним. Цей факт зумовлений лише згаданою поспішністю введення дворівневої моделі ЗНО і найближчим часом розділення теоретичного матеріалу, що стосується тестів обох рівнів, буде здійснено.

Нижче ми наводимо один із можливих дворівневих тестів, за допомогою якого можна оцінити готовність учнів до розв'язування завдань ЗНО з математики, що стосуються тем "Рівняння та системи рівнянь" і "Нерівності та системи нерівностей". Цей тест за будовою подібний до тесту ЗНО-2015. Він містить по 6 завдань із альтернативами, по 3 завдання з короткою відповіддю, одне з яких є структурованим (тобто містить два завдання, що стосуються однієї умови), по одному завданню на встановлення відповідностей (на відшукання логічних пар) та по одному завданню з повним поясненням із кожної з наведених тем. До поглибленого рівня відносяться 2 завдання з кожної теми: 1 завдання з короткою відповіддю і 1 завдання з повним поясненням. Завдання з альтернативами оцінюються в 1 бал кожне, завдання з короткою відповіддю – в 2 бали кожне (за структуроване завдання можна набрати 0, 1 або 2 бали), а завдання відкритої форми – в 4 бали кожне. Таким чином, за завдання тесту базового рівня учень може отримати з кожної теми 14 балів, а завдання поглибленого рівня – додатково ще 6 балів.

Виходячи з нашого досвіду, саме така кількість завдань тесту є оптимальною для абітурієнтів середнього рівня підготовки, якщо на розв'язання тесту виділяти до 90 хвилин. Даний тест можна розділити на два окремих тематичних тести тривалістю до 45 хвилин, якщо вчитель працює за традиційною урочною системою. Природним є також відокремлення учнів, які пишуть тест базового рівня від учнів, які пишуть тест поглибленого рівня. Під час складання тесту ми прагнули здійснити максимально широке "покриття", яке стосується підтем розглядуваних двох тем, а також представити в ньому "класичні" тестові завдання, характерні для тестів ЗНО з математики останніх років.

БАЗОВИЙ РІВЕНЬ

У завданнях 1-12 оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

Розв'яжіть рівняння $5x = 2x + 4$.

А	Б	В	Г	Д
$x = \frac{4}{7}$	$x = \frac{4}{3}$	$x = \frac{7}{4}$	$x = \frac{3}{4}$	$x = \frac{4}{10}$

Нехай x_1 та x_2 – корені рівняння $x^2 - 4x - 1 = 0$. Укажіть правильне твердження.

А	Б	В	Г	Д
$x_1 \cdot x_2 = -1$	$x_1 + x_2 = -4$	$x_1 \cdot x_2 = -4$	$x_1 + x_2 = 1$	$x_1 \cdot x_2 = 1$

Укажіть корінь рівняння $\cos x = -0,5$.

А	Б	В	Г	Д
$x = -\frac{5\pi}{6}$	$x = -\frac{5\pi}{3}$	$x = -\frac{2\pi}{3}$	$x = -\frac{\pi}{3}$	$x = -\frac{\pi}{6}$

Укажіть рівняння, яке має лише два дійсні корені.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{x^3} = -1$	$\sqrt[3]{x} = 1$	$\sqrt{x^3} = 1$	$\sqrt[3]{x^2} = -1$	$\sqrt[3]{x^2} = 1$

Розв'яжіть рівняння $3^x = 4$.

А	Б	В	Г	Д
$x = \log_4 3$	$x = \frac{4}{3}$	$x = \log_3 4$	$x = \frac{3}{4}$	$x = 3^4$

Укажіть, скільки коренів має рівняння $\log_{0,5} x = (x+3)^2$.

А	Б	В	Г	Д
Жодного	Один	Два	Три	Більше трьох

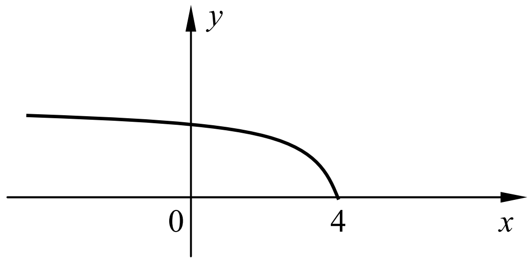
Відомо, що $2 < a < 5$, $3 < b < 8$. Укажіть межі, в яких може знаходитися значення виразу $a - b$.

А	Б	В	Г	Д
$-3 < a - b < -1$	$5 < a - b < 13$	$-1 < a - b < 3$	$-6 < a - b < 2$	$1 < a - b < 3$

Укажіть нерівність, розв'язком якої є проміжок $(-\infty; 2)$.

А	Б	В	Г	Д
$3x > -6$	$-3x < -6$	$-3x > 6$	$-3x > -6$	$3x < -6$

На малюнку зображено ескіз графіка функції $f(x) = \sqrt{4-x}$. Користуючись цим ескізом, розв’яжіть нерівність $\sqrt{4-x} \le 2$.



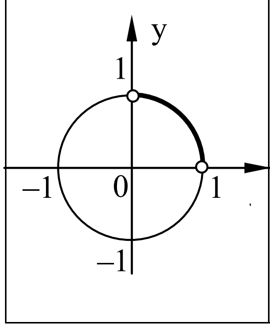
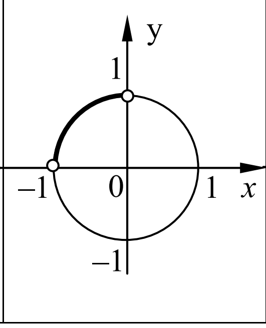
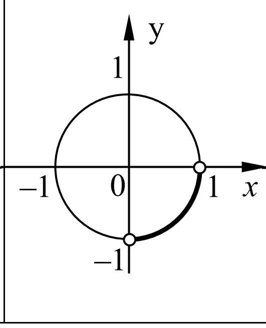
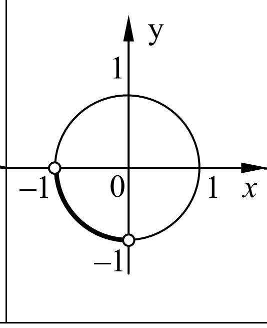
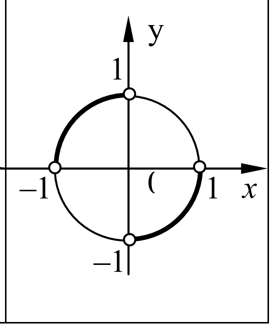
А	Б	В	Г	Д
$[0;+\infty)$	$[0;2]$	$[0;4]$	$(-\infty;2]$	$[2;4]$

Розв’яжіть нерівність $\dfrac{2-x}{x+3} > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$	$(-\infty;2)$	$(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$	$(-\infty;-3)\cup(-3;2)$	$(-3;2)$

Укажіть малюнок, на якому зображено множину розв’язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \cos x > 0, \\ \operatorname{tg} x < 0. \end{cases}$$

А	Б	В	Г	Д
				

Розв’яжіть нерівність $\log_{0,2} x > -1$.

А	Б	В	Г	Д
$(0;5)$	$(-\infty;5)$	$(0;0,2)$	$(0,2;+\infty)$	$(5;+\infty)$

У завданнях 13-14 установіть відповідність між об’єктами 1-4 і А-Д.

Установіть відповідність між системами рівнянь (1-4) та твердженнями про кількість їх розв’язків (А-Д).

Системи рівнянь

1 $\begin{cases} x+y=2, \\ x^2+y^2=2; \end{cases}$ **2** $\begin{cases} x+y=9, \\ x^2+y^2=9; \end{cases}$

3 $\begin{cases} x+y=0, \\ x^2-y^2=0; \end{cases}$ **4** $\begin{cases} x+y=1, \\ x^2+y^2=9; \end{cases}$

Твердження про кількість розв’язків

А Система рівнянь не має розв’язків.
Б Система рівнянь має безліч розв’язків.
В Система рівнянь має лише один розв’язок.
Г Система рівнянь має лише чотири розв’язки.
Д Система рівнянь має лише два розв’язки.

Установіть відповідність між нерівностями (1-4) та множинами їх розв'язків (А-Д).

Нерівності	*Множини розв'язків*
	А $\varnothing$
1 $x^2 \le 9$	**Б** $(-\infty; +\infty)$
2 $x^3 \le 27$	**В** $[-3; 3]$
3 $x^2 \ge -9$	**Г** $[-3; +\infty)$
4 $x^3 \ge -27$	**Д** $(-\infty; 3]$

У завданнях 15-120 запишіть відповідь десятковим дробом.

Задано функцію $f(x) = 4x - 5$.

Знайдіть корінь рівняння $2 \cdot f(x) = 1$.

Знайдіть суму всіх коренів рівняння $|f(x)| = 3$.

Знайдіть розв'язок $(x_0; y_0)$ системи рівнянь $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 4x - 3y = -4. \end{cases}$ У відповідь запишіть значення $x_0 + y_0$.

Задано функцію $g(x) = -6 - 2x$.

Знайдіть найбільший цілий розв'язок нерівності $\dfrac{1}{g(x)} \ge 0$.

Знайдіть найменший розв'язок нерівності $|g(x)| \le 3$.

Розв'яжіть нерівність $\dfrac{(x+3)(x-6)}{(x-2)^2} \le 0$. У відповідь запишіть кількість цілих розв'язків цієї нерівності на проміжку $(-8; 8)$.

ПОГЛИБЛЕНИЙ РІВЕНЬ

Розв'яжіть рівняння $\lg^2 x + \lg x - 6 = 0$. Якщо це рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо це рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь їх суму.

Знайдіть найбільше значення параметра a, при якому нерівність $\sin 3x \ge 4a$ має розв'язки.

Розв'язання завдань 21-22 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

Задано рівняння $9^x - 4 \cdot 6^x + a \cdot 4^x = 0.$ а) Розв'яжіть рівняння при а = 3. б) Знайдіть усі значення параметра а, при яких задане рівняння має ДВА РІЗНІ дійсні корені.

У прямокутній системі координат задано множину F точок, координати яких задовольняють систему нерівностей $\begin{cases} x - 1 \ge 0, \\ y \ge 0, \\ 2x + y - 8 \le 0. \end{cases}$ а) Зобразіть множину F у прямокутній системі координат; б) знайдіть площу множини F, якщо це можливо.

Відповіді до тесту.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Б	А	В	Д	В	Б	Г	Г	В	Д	В	А

13	14	15	16	17	18	19	20
1 – В, 2 – А, 3 – Б, 4 – Д.	**1 – В, 2 – Д, 3 – Б, 4 – Г.**	1. 1,375 2. 2,5	2,5	1. –4 2. –4,5	9	100,001	0,25

21. а) $x_1 = 0, x_2 = \log_{1,5} 3$; б) $a \in (0;4)$.

22. а) множина F є прямокутним трикутником, обмеженим прямими $x = 1, y = 0, 2x + y - 8 = 0$; б) 9 кв. од.

Методичні поради щодо розв'язування окремих завдань тесту. Далі ми наведемо розв'язання та методичні коментарі для окремих завдань тесту, які здалися нам важливими під час підготовки учнів до ЗНО з математики. Основну увагу при цьому зосередимо на завданнях поглибленого рівня та структурованих завданнях із короткою відповіддю.

15. Задано функцію $f(x) = 4x - 5$.

Знайдіть корінь рівняння $2 \cdot f(x) = 1$.

Знайдіть суму всіх коренів рівняння $|f(x)| = 3$.

Розв'язання. 1. Підставимо функцію $f(x)$ у ліву частину рівняння: $2(4x-5) = 1$, $8x - 10 = 1,$ $8x = 11$, $x = 1,375$. 2. Розв'яжемо рівняння $|4x - 5| = 3$. При $4x - 5 \ge 0$ маємо рівняння $4x - 5 = 3$, $x = 2$. При $4x - 5 < 0$ маємо рівняння $4x - 5 = -3$, $x = 0,5$. Оскільки $4 \cdot 2 - 5 = 3 > 0$ і $4 \cdot 0,5 - 5 = -3 < 0$, то обидва знайдені корені є коренями початкового рівняння, а їх сума дорівнює $2 + 0,5 = 2,5.$

Коментар. Структуровані завдання з'явилися в тестах ЗНО з математики лише 2 роки тому, а тому вони можуть бути незвичними для українських випускників. Традиційно вони бувають двох типів:

– обидва підзавдання, що стосуються спільної умови, є незалежними, тобто відповідь до другого підзавдання можна отримати, не розв'язуючи першого;

– друге підзавдання в своєму розв'язанні використовує розв'язок першого.

У нашому випадку маємо справу зі структурованим завданням першого типу. Фактично, це два однобальні досить прості тестові завдання, пов'язані спільною умовою. Віднесення завдання 15 саме до такого типу, не до завдань із альтернативами, зумовлене, в першу чергу тим, що при такому формулюванні досить важко прогнозувати, які саме типові помилки допустить учень при його розв'язуванні.

Для структурованих завдань другого типу важливо, щоб перше підзавдання було простішим за друге. У протилежному випадку слабші учні можуть знати, як розв'язувати друге підзавдання, але не матимуть для цього потрібних числових даних, що містяться в розв'язку першого. У підсумку такі учні отримають за структуроване завдання 0 балів замість потенційного 1 балу, що не буде адекватно відображати реальний рівень їх знань.

21. Задано рівняння $9^x - 4 \cdot 6^x + a \cdot 4^x = 0.$ а) Розв'яжіть рівняння при а = 3. б) Знайдіть усі значення параметра а, при яких задане рівняння має два різні дійсні корені.

Розв'язання. а) При а = 3 маємо рівняння $9^x - 4 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^x = 0.$ Поділимо ліву і праву частину рівняння на 4^x. Оскільки $4^x > 0$ при всіх $x \in R$, то отримаємо рівносильне рівняння

$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-4\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{x}+3=0$. Позначивши $\left(\frac{3}{2}\right)^{x}=t$, отримуємо квадратне рівняння $t^2-4t+3=0$. За теоремою Ф.Вієта $t_1=1$, $t_2=3$. Повернувшись до заміни, отримуємо, що $x_1=0$, а $x_2=\log_{1,5}3$.

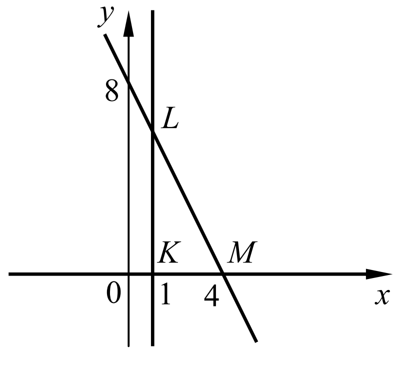
б) Після ділення обох частин рівняння на 4^x отримаємо рівносильне рівняння $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-4\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{x}+a=0$. Позначивши $\left(\frac{3}{2}\right)^{x}=t$, отримуємо квадратне рівняння $t^2-4t+a=0$. Воно матиме два різні дійсні корені за умови $D=16-4a>0$, тобто при всіх $a<4$. Однак, для того, щоб початкове також рівняння мало два різні дійсні корені потрібно, щоб обидва корені квадратного рівняння були додатними. Оскільки за теоремою Ф.Вієта $t_1+t_2=4>0$, то для забезпечення додатності обох коренів досить, щоб $t_1\cdot t_2=a>0$. Отже, в підсумку маємо, що початкове рівняння матиме два різні додатні корені при всіх $a\in(0;4)$.

Коментар. Схема оцінювання до цього завдання є наступною. За правильне зведення рівняння з пункту а) до квадратного шляхом ділення і заміни учень отримує 1 бал. За правильну остаточну відповідь до пункту а) учень отримує ще 1 бал. За отримання умови $a<4$ для завдання з пункту б) учень отримує ще 1 бал. За отримання остаточної правильної відповіді до пункту б) учень отримує ще 1 бал. Таким чином, за повне і правильне розв'язання завдання 21 учень може отримати 4 бали.

Як бачимо, в завданні 21 реалізована схема явних підказок способу розв'язування. Після своєрідного тренування в знаходженні способу розв'язування рівняння для конкретного значення параметра учневі пропонується дослідницьке завдання стосовно множини значень цього параметра, яке базується на знанні властивостей квадратного тричлена. Зауважимо, що учень може спробувати спочатку розв'язувати одразу рівняння з параметром, але швидко помітить, що завдання з пункту а) не є частковим випадком завдання з пункту б) і, скоріш за все, повернеться до схеми, яку йому диктує умова завдання.

22. У прямокутній системі координат задано множину F точок, координати яких задовольняють систему нерівностей $\begin{cases}x-1\ge 0,\\ y\ge 0,\\ 2x+y-8\le 0.\end{cases}$ а) Зобразіть множину F у прямокутній системі координат; б) знайдіть площу множини F, якщо це можливо.

Розв'язання. а) Кожна з нерівностей системи задає в прямокутній системі координат півплощину, обмежену відповідною прямою. Спочатку побудуємо прямі $x=1$ (пряма, паралельна до осі ординат), $y=0$ (вісь абсцис) і $y=8-2x$ (пряма, що проходить через точки $(0;8)$ і $(4;0)$). Щоб визначити, яку саме півплощину задає нерівність, використовують так звану "тестову точку", координати якої підставляють у нерівність і визначають. Якщо координати "тестової точки" задовольняють нерівність, то потрібно обрати ту півплощину, якій належить ця точка, а якщо ні, то іншу півплощину. У нашому прикладі в якості такої точки виберемо точку $A(2;2)$, координати якої задовольняють



усі три нерівності: $x-1\geq 0$, $y\geq 0$ і $2x+y-8\leq 0$. Тому шукана множина F є прямокутним трикутником KLM (див. малюнок).

б) З малюнка визначаємо, що $KM=3$. Щоб знайти довжину KL, визначимо координати точки L. Для цього розв'яжемо систему рівнянь $\begin{cases} x-1=0, \\ 2x+y-8=0. \end{cases}$ Отримуємо, що $\begin{cases} x=1, \\ y=6, \end{cases}$ а отже, $L(1;6)$. Тоді $KL=6$ і шукана площа дорівнює $\frac{1}{2}KL\cdot KM=9$ (кв. од.).

Коментар. Схему оцінювання до цього завдання не наводимо, оскільки вона є очевидною і зумовлена будовою самого завдання, у якому знову реалізовано принцип явних підказок щодо його розв'язування. Ці підказки, фактично, не дають можливості розв'язати завдання іншим способом, а отже, всі учні перебувають в рівних умовах щодо його оцінювання. Зауважимо також, що геометричний зміст лінійних нерівностей з двома змінними вивчається в шкільному курсі математики лише на поглибленому рівні. Тому для всіх інших учнів, які готуються до поглибленого тесту ЗНО з математики, під час повторення та систематизації відомостей з теми "Нерівності" варто дати алгоритм побудови множини точок, заданої нерівністю з двома змінними. Цей алгоритм наведено в розв'язанні завдання 22 і він містить два етапи: побудова прямих, які обмежують дану множину і визначення потрібних півплощин за допомогою "тестової точки".

Висновки. Введення в Україні в 2015 році дворівневої моделі проведення ЗНО з математики спричинило ряд проблем, що стосуються як методики створення тестових завдань, так і методики підготовки українських випускників до цього виду тестування. Ми вважаємо наявний варіант дворівневого незалежного оцінювання проміжним і, спираючись на світовий досвід, переконані в необхідності введення двох різних тестів – Основного і Поглибленого – замість упровадженого УЦОЯО одного дворівневого тесту, у якому тест базового рівня є частиною тесту поглибленого рівня.

Проте на сучасному проміжному етапі, одночасно з критикою чинної системи, природним є усвідомлення особливостей як самого дворівневого тестування, так і підготовки до нього учнів старшої школи. Найбільш принциповою особливістю ми вважаємо наявність у тесті поглибленого рівня завдань відкритої форми з повним поясненням, методика підготовки до розв'язання яких відрізняється від методики підготовки до розв'язування традиційних завдань із повним поясненням. Ця відмінність проявляється в тому, що завдання з повним поясненням стандартизованих тестів в умові містять явні чи неявні вказівки, які дозволяють звузити кількість способів розв'язання і тим самим полегшити створення рівноцінних схем оцінювання для таких завдань.

Ми розуміємо, що будь-яка система підготовки потребує постійної корекції та модернізації, а тому будемо раді конструктивним зауваженням з боку фахівців та плідній дискусії в даному напрямку. Усі зауваження та пропозиції щодо тематики цієї статті можна надсилати на електронну пошту автора shkolnyi@ukr.net.

Використана література:

1. *Захарійченко Ю. О.* Проект концепції проведення в Україні зовнішнього незалежного оцінювання з математики. / Ю. О. Захарійченко, О. В. Школьний // Вісник ТІМО. – 2009, № 9. – С. 29-43.
2. *Школьний О. В.* Про дворівневу модель проведення ЗНО з математики в Україні. / О. В. Школьний, Ю. О. Захарійченко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи. – Випуск 43: збірник наукових праць. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2013. – С. 237-245.

3. Аналітична доповідь про стан моніторингу якості освіти в Україні / МБО "Центр тестових технологій і моніторингу якості освіти" ; за ред. І. Л. Лікарчука. – К. : МБО "Центр тестових технологій і моніторингу якості освіти"; Х. : Факт, 2011. – 96 с.

References:

1. *Zakharijchenko Yu. O.* Proekt koncepcii provedennia v Ukraini zovnoshniogo nezalexhnogo ociniuvannia z matematyky / Yu. O. Zakharijchenko, O. V. Shkolnyi // Visnyk TIMO. – 2009, № 9. – С. 29-43.
2. *Skolnyi O. V.* Pro dvorivnevu model provedennia ZNO z matematyky v Ukraini. / O. V. Shkolnyi, Yu. O. Zakharijchenko // Naukovyi chasopys NPU imeni M. P. Dragomanova. Serija 5. Pedagogichni nauky : realiji ta perspektyvy. – Vypusk 43: zbirnyk naukovyh prac'. – К. : Vydavnyctvo NPU imeni M. P. Dragomanova, 2013. – С. 237-245.
3. Analitycha dopovid pro stan monitiryngu jakosti osvity v Ukraini / MBO "Centr testovyh tehnologij I monitoryngu jakosti osvity" ; zas red. I. L. Likarchuka. – К. : MBO "Centr testovyh tehnologij I monitoryngu jakosti osvity" ; Kh. : Fakt, 2011. – 96 с.

Школьный А. В. Об особенностях подготовки к двухуровневому ВНО по математике.

В работе рассмотрены особенности двухуровневого внешнего независимого оценивания качества знаний по математике по сравнению с традиционной одноуровневой системой общегосударственного стандартизированного оценивания, приведены методические рекомендации по подготовке учащихся к данному виду тестирования, касающиеся тем "Уравнения и системы уравнений" и "Неравенства и системы неравенств". В частности в этой статье нами рассмотрены примеры решения конкретных структурированных тестовых заданий с коротким ответом и тестовых заданий с полным объяснением, относящихся к указанным двум темам. На примере этих заданий и решений к ним мы демонстрируем основные подходы к обеспечению качества таких заданий, а также некоторые методические тонкости, позволяющие учителям повысить качество подготовки учеников старшей школы к внешнему независимому оцениванию по математике. Кроме того, приведенный в статье двухуровневый тематический тест может использоваться как вспомогательное средство для подготовки к ВНО по математике.

Ключевые слова. *Двухуровневое оценивание учебных достижений по математике, общегосударственное стандартизированное оценивание, ученики старшей школы, государственная итоговая аттестация, внешнее независимое оценивание.*

Shkolnyi O. On the features of two-level independent external assessment of quality of knowledge in mathematics.

In this paper we consider the features of two-level independent external assessment of quality of knowledge in math compared with traditional one-tier system of national standardized outcome and put methodical recommendations for preparing pupils to this type of testing related to topics "Equation and systems of equations" and "Inequalities and systems of inequalities".

Keywords. *Two-level math achievements assessment, national standardized outcome assessment, senior school pupils, state final attestation, independent external assessment.*