УДК 378.147:51

Пихтар М. П.
Славутицька філія Національного технічного університету України
“Київський політехнічний інститут”

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ПРОВЕДЕННЯ ГУРТКОВИХ ЗАНЯТЬ З РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ОЛІМПІАДНИХ ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ В ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТАХ

У статті запропоновано шляхи вдосконалення навчального процесу фізико-математичних факультетів педагогічних університетів для сучасної підготовки студента – майбутнього вчителя математики для роботи з обдарованими учнями. Розглянуто деякі методичні особливості та основні принципи добору задач для гуртка з розв’язування олімпіадних задач з математики в педагогічних університетах.

Ключові слова: *студент, професійна підготовка, система задач, Мала академія наук (МАН).*

З переходом в Україні на профільне навчання постала проблема фахової підготовки вчителя з врахуванням оновленого змісту освіти. Вчитель повинен забезпечити вивчення шкільного курсу математики відповідно до кожного з профілів навчання та різного рівня складності матеріалу. Крім основного виду діяльності, сучасний учитель повинен приділяти увагу роботі з математично обдарованою молоддю. Одним із можливих напрямів даної роботи є керівництво науково-дослідною роботою школярів-членів Малої академії наук [1].

Таким чином, диференціація шкільної математичної освіти, зокрема відкриття фізико-математичних шкіл, класів з поглибленим вивченням математики та створення позашкільного закладу – Малої академії наук (МАН) України вимагає внести відповідні корективи в підготовку студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів.

Питанню професійної підготовки вчителя (зокрема і предметної компетентності вчителя математики) присвячена значна кількість праць. Відомі математики й педагоги Ж. Адамар, Г. Вейль, Н. Я. Віленкін, Б. В. Гнєденко, М. О. Давидов, А. М. Колмогоров, Л. Д. Кудрявцев, М. М. Лузін, Г. Пойа, А. Пуанкаре, О. Я. Хінчин, М. І. Шкіль і багато інших зробили вагомий внесок у розробку питань, пов’язаних із формуванням математичних компетентностей учителя математики, загальними проблемами математичної освіти всіх рівнів – від учнів середньої школи до фахівців різних профілів, у тому числі й учителів математики.

Аналізу різноманітних аспектів проблеми професійної підготовки вчителя математики присвятили дослідження О. М. Астряб, Л. С. Атанасян, Н. Я. Виленкин, Ю. М. Колягин, Н. В. Метельский, Г. О. Михалін, А. Г. Мордкович, С. А. Раков та ін.

Однак, незважаючи на глибину досліджень дана проблема й досі залишається актуальною, особливо з огляду на структуризацію змісту навчання математики в фізико-математичних секціях МАН.

Мета статті – запропонувати шляхи вдосконалення навчального процесу фізико-математичних факультетів педагогічних університетів для підготовки майбутнього вчителя математики до роботи з обдарованими учнями.

Модернізація підготовки майбутнього вчителя математики до роботи з математично обдарованими дітьми може відбуватися за такими напрямами [3]:

1. Підготовка студентів педагогічних університетів до викладання в класах із поглибленим вивченням математики має здійснюватися через усі ланки та форми

навчального процесу, але, передусім, через вивчення спеціальних дисциплін [2]. Ідея про можливості забезпечити підготовку студентів до роботи у класах з поглибленим вивченням математики в процесі вивчення основних математичних дисциплін, звісно вона закладена в діючі програми педуніверситетів. Але, на жаль, на сто відсотків вона себе сьогодні не виправдовує. Сьогодні викладач просто не має часу всякий раз докладно викладати теми, які безпосередньо пов'язані зі шкільною математикою.

2. Особливо гостро стоїть питання щодо професійної підготовки вчителя математики для роботи в секціях фізико-математичного відділення МАН. Це питання ускладнюється не тільки недостачею відповідної літератури, а й відсутністю навчальної програми з математики для гурткової роботи в МАН. Тому вкрай необхідні в педагогічних університетах спецсемінари для студентів старших курсів, які стосуються специфіки роботи з обдарованими дітьми, зокрема роботи з учнями – членами МАН.

З огляду на вище зазначене, слід ввести деякі корективи щодо підготовки і проведення гуртка з розв'язування олімпіадних задач з математики в педагогічних університетах (які дозволять хоча б частково вирішити проблеми 1 та 2). Звернемо увагу на деякі особливі моменти, які не можна упускати, якщо керівник хоче, щоб заняття гуртка проходили не тільки цікаво, а й корисно задля досягнення мети. Для того, щоб цікаво провести заняття гуртка, слід навчитися замінювати одну складну задачу на декілька більш простих, складати задачі і запитання перед розв'язанням складної задачі.

На перших етапах навчання слід віддавати перевагу індуктивному методу, поступово готуючи до використання дедуктивного методу. Індуктивні методи викладу матеріалу, при яких відбувається послідовне узагальнення понять, є більш сприятливими для активного засвоєння матеріалу. Тому виникає важливе запитання не тільки в методиці викладання математики середньої школи, а й в методиці викладання математики вищої школи: як створити систему задач з кожної теми на заняттях гуртка, яка б відповідала сучасним вимогам навчання?

Система задач повинна давати приклади отримання одного й того ж результату різноманітними шляхами й спонукати студента до подібних самостійних дій, до самостійного розв'язання задач прикладного характеру, розвитку творчих здібностей, гнучкості і критичності мислення.

Важливим етапом при доборі задач на заняття гуртка керівником для студентів педуніверситетів має стати те, що студент – майбутній вчитель може скористатися такою підборкою задач при підготовці учнів до участі в різних олімпіадах або при проведенні гурткових занять з математики в секціях фізико-математичного відділення Малої академії наук.

Розглянемо детальніше як може виглядати система задач для гурткової роботи зі студентами за темою "**Функціональні рівняння**" [4].

Перед викладенням теми "Функціональні рівняння" студентам слід нагадати деякі факти про відображення, види відображень. Поряд з числовою функцією розглядаються також такі поняття як "оператор" і "функціонал".

Функціональні рівняння. Мова піде про рівняння, де в ролі невідомих виступають функції.

Означення. Функціональним рівнянням називають рівність, до складу якої входить незалежна змінна і невідома функція цієї змінної.

Наприклад, рівності виду: 1) $2f(\frac{1}{x}) - xf(x) = x$, $x \in R \setminus \{0\}$, 2) $f(x+y) = f(x) + f(y)$ є функціональними рівняннями з невідомою функцією $f(x)$.

Функціональні рівняння можна розглядати як ще один спосіб задання функції, а саме задання функції як розв’язку функціонального рівняння. В таких рівняннях шукані функції пов’язані з відомими за допомогою операцій утворення складених функцій. Розрізняють частинний та загальний розв’язки функціонального рівняння. Частинний розв’язок функціонального рівняння – є функція або система функцій, яка задовольняє рівнянню в заданій області визначення. Загальний розв’язок складає сукупність усіх функцій, які задовольняють рівняння. Будь-який розв’язок функціонального рівняння залежить від того, в якому класі функцій воно розв’язується (в класі обмежених, неперервних, диференційованих тощо).

Але перед тим як розпочинати розгляд основних методів розв’язання функціональних рівнянь, розглянемо такого плану задачі:

Задача 1. Покажіть, що задана функція $y = f(x)$ задовольняє заданому функціональному рівнянню: 1) $f(x) = x + \frac{1}{4x}$, $4f(\frac{1}{x}) - f(x) = \frac{15}{4x}$, $x \neq 0$;

2) $f(x) = \cos x$, $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x) \cdot f(y)$.

Задача 2. При яких a функція $f(x) = 1 - x - a$ буде розв’язком функціонального рівняння: $f(x - f(y)) = 1 - x - y$.

Таким чином, для першого знайомства вибрали такі задачі, які задовольняють таким вимогам:

– задача не є складною і для її розв’язання використано достатньо мінімальні теоретичні відомості;

– формуліровка задачі спрямована не тільки на закріплення поняття про розв’язок функціонального рівняння, а і на розкриття ідеї одного із майбутніх методів розв’язання функціональних рівнянь.

Постає питання: як же знайти розв’язки функціонального рівняння?

На це питання нам може відповісти один із найпоширеніших методів – метод підстановок, який дозволяє у своїй більшості розв’язати функціональне рівняння без суттєвих обмежень, а до того ж є достатньо елементарним.

Розглянемо спочатку найпростіші функціональні рівняння, які розв’язати можна саме цим методом.

Задача 3. Знайти функцію f, яка визначена $\forall\ x \in R$ та $f(x^n y) = y^n f(x^n)$.

Задача 4. Знайти функцію, яка визначена $\forall x \neq 0$ і $f(x) + 3f(\frac{1}{x}) = x^2$.

Задача 5. Знайти f, яка визначена $\forall\ x \neq 1, x \neq 0$ та $(x+1)f(x) + f\left(\frac{x}{x-1}\right) = x$.

Після розгляду цих задач доцільно сформулювати суть методу підстановок. Суть методу підстановок полягає у наступному:

1) *Вважають, що рівняння має розв’язок.*

2) *Використовують для змінних, які входять до даного рівняння, деякі підстановки(що не входять за область визначення шуканої функції), цим самим отримують систему рівнянь, де одним з невідомих є шукана функція.*

3) *Впевнюються перевіркою, що знайдена функція задовольняє умовам задачі.*

Бажано зазначити важливість кожного пункту методу підстановок. Головними труднощами при використанні цього методу є вдалий підбір підстановок. Розглянемо це на прикладі:

Задача 6. Знайти функцію f, яка визначена при всіх $x \in R$ та задовольняє рівняння: $f(x+y) + f(y-x) - (y+2)f(x) + y(x^2 - 2y) = 0$.

Розв'язання. Припустимо, що така функція існує, тоді в результаті підстановки $x=0$, отримаємо: $f(y)+f(y)-(y+2)f(0)-2y^2=0$. Нехай $f(0)=a$ (бо ми припустили, що така функція існує – це підкреслює важливість першого пункту суті методу підстановок), тоді $f(y)=y^2+\frac{1}{2}ay+a$. Але перевірка показує, що вираз $f(y)=y^2+\frac{1}{2}ay+a$ дає розв'язок функціонального рівняння тільки при $a=0$. Остаточно маємо $f(t)=t^2$.

Ця задача показує, що перевірка є важливою частиною розв'язання функціонального рівняння.

Розв'яжемо попередню задачу іншими підстановками, які відмінні від попередніх, та порівняємо результат.

Якщо така функція існує, то при $y=0$, отримаємо: $f(x)+f(-x)-2f(x)=0$, тобто $f(x)=f(-x)\ \forall x\in R$, а це означає, що $f(y-x)=f(x-y)$ і дане рівняння запишеться так: $f(x+y)+f(x-y)-(y+2)f(x)+y(x^2-2y)=0$,

а при $x=-y$: $f(0)+f(2x)-(2-x)f(x)-x(x^2+2x)=0$, (1)

а при $x=y$: $f(2x)+f(0)-(2+x)f(x)+x(x^2-2x)=0$ (2)

Віднявши (1) від (2), будемо мати $(x+2)f(x)+(x-2)f(x)=2x^3$, звідки $x=0$ або $f(x)=x^2$. Таким чином, $f(x)=x^2$ є розв'язком вихідного рівняння, про що свідчить перевірка.

Розв'язана вище задача різними підстановками дозволяє показати, що розв'язок функціонального рівняння не залежить від однозначності вибору підстановок, тобто різним підстановкам відповідає один і той розв'язок.

Далі пропонуються рівняння, розв'язання яких потребує одну або дві нескладні підстановки. Розв'язати функціональні рівняння $(D(f)=R)$:

1) $f(x+y)=f(x)e^y$ Відповідь: $f(x)=ae^x$

2) $af(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=ax$ при $x\neq 0, a\neq \pm 1$ Відповідь: $f(x)=\frac{a(1-ax^2)}{x(1-a^2)}$

3) $xf(a-x)-2(a-x)f(x)=1$ при $x\neq 0, x\neq a$ Відповідь: $f(x)=\frac{1}{x-a}$.

Доцільно розглянути також рівняння, в яких підстановки не такі очевидні, причому іноді їх декілька.

Задача 7. Розв'язати функціональні рівняння $(D(f)=R)$:

1) $f(x+y)+f(x-y)-2f(x)(x+y)=2xy(3y-x^2)$; 2) $f(x+y)-f(x-y)=2f(x+\frac{\pi}{2})\sin y$.

Задача 8. Знайти f таку, що $D(f)=R\setminus\{0;1\}$ і $f(x)+f(\frac{x-1}{x})=1+x.$

Аналогічно задачі 8 розв'язуються наступні функціональні рівняння:

$xf(x)+2f(\frac{x-1}{x+1})=1, D(f)=R\setminus\{-1;0;1\}$, $f(x)+f(\frac{a^2}{a-x})=x, D(f)=R\setminus\{0;a\}.$

Блок такого роду задач, на даному етапі, надає можливість створити умови для узагальнення цілого класу рівнянь $Af\left(\frac{a_1x+b_1}{a_2x+b_2}\right)+Bf\left(\frac{c_1x+d_1}{c_2x+d_2}\right)=c$, а саме, що при розв'язуванні функціональних рівнянь вигляду $af(x)+bf(\varphi(x))=c$, де a,b,c – відомі сталі або змінні величини, φ – відома функція, f – шукана функція, x – множина, яка визначається залежно від a, b, c, φ, найчастіше використовують підстановки, які зводять ці рівняння до системи лінійних рівнянь. Зауважимо тільки, що рівняння виду $Af\left(\frac{a_1x+b_1}{a_2x+b_2}\right)+Bf\left(\frac{c_1x+d_1}{c_2x+d_2}\right)=c$ завжди можна звести до вигляду $af(x)+bf(\varphi(x))=c$ (*) (звичайно, на області визначення). Рівняння виду $(*)$ можна розв'язати за допомогою матриць і груп, за допомогою рекурентних послідовностей (таку тему можна запропонувати для самостійного опрацювання студентам або запропонувати для дослідження тему учневі у рамках Малої академії наук (МАН)).

Отже, вище зазначена система вправ володіє такими принципами:

• принцип однотипності – для формування навичок, умінь, вироблення стійких асоціацій. Розв'язання однотипних задач дозволяє не тільки знайти алгоритм, а й узагальнити цілий клас функціональних рівнянь;

• принцип послідовного зростання труднощів – варто поступово ускладнювати навчальні задачі з метою збереження інтересу й уваги, дотримання принципу доступності, розвитку математичних здібностей;

• принцип узагальнення та пошуково-дослідницький – своє місце повинні посідати задачі, при розгляді яких виникають питання:

– чи не можна узагальнити використаний метод, застосувавши його до широкого класу?
– які із властивостей розв'язаних задач є випадковими, а які є істотними?
– як зміниться результат, якщо узагальнити умову задачі?

Пошук відповідей саме на такого роду запитання має дослідницький характер і сприяє розвитку навчально-дослідницької діяльності та систематичності її здійснення.

Тепер проілюструємо приклади функціональних рівнянь, що пропонувалися в останні роки на всеукраїнських, міжнародних олімпіадах з математики, а також на математичних змаганнях зарубіжних країн як учнівських так і студентських (це задачі 9-22). Це буде останній блок вправ, підбір яких базуються, окрім вище зазначених принципів, ще на таких:

1) принципі професійної спрямованості – надзвичайно важливо, щоб учень або студент аналізував свою діяльність, вмів самовизначати внутрішній стан і свій рівень при вивченні даної теми, тому до системи задач цієї теми включаються задачі з олімпіад та конкурсів різного рівня з метою досягнення кожним учнем або студентом свого максимального рівня;

2) принципи внутрішніх зв'язків – при плануванні узагальнюючих занять слід пам'ятати, що жодний метод сам по собі не дає оптимальних результатів і тільки в поєднанні з іншими чи в певному взаємозв'язку, коли один з методів є провідним, інші допоміжними можна розраховувати на високу результативність навчання та розуміння внутрішньої логіки математики. Тому до системи вправ необхідно включити такі задачі, розв'язання яких ґрунтується на використанні класичних методів тем олімпіадного рівня, зокрема на методі скінченних різниць, методі математичної індукції, принципі крайнього тощо. Таке поєднання методів при розгляді однієї теми є принципово важливим, бо є необхідною умовою для більшого розуміння математики, засвоєння та для вміння правильного застосування.

Задача 9. Знайти всі функції f і g, які задовольняють тотожності:

$f(x)+f(y)+g(x)-g(y)=\sin x+\sin y$.

Задача 10. Знайти $f: R\to R$, такі що $\forall x,y,z\in R$: $f(xy)+f(yz)-f(x)f(xz)\geq 1$.

Задача 11. Знайти $f: R\to R$, які $\forall x,y,z\in R$: $f(x+y)=\{f(x)\}+\{f(y)\}$.

Задача 12. Нехай Q^+ – множина додатних раціональних чисел. Знайти $f: Q^+\to Q^+$, які $\forall\ x\in Q^+$ задовольняють умовам: 1) $f(x+1)=f(x)+1$, 2) $f(x^2)=(f(x))^2$.

Розв'язання. Нехай $x = 1$, тоді за умовою 2, маємо $f(1) = f^2(1)$, звідси $f(1) = 0$ або $f(1) = 1$. Оскільки $0 \notin Q^+$, то $f(1) = 1$. Покажемо за індукцією, що $f(n) = n,\ n \in N$. Справді, нехай $f(n-1) = n-1$. Тоді за умовою 1 дістанемо, що $f(n) = f(n-1+1) = f(n-1)+1 = n-1+1 = n$. Далі за індукцією покажемо, що $f(n+x) = f(x)+n$. Якщо $n = 1$, маємо умову 1. Нехай $f(x+n-1) = f(x)+n-1$. Так як $y = x+n-1 \in Q^+$, то $f(x+n) = f(y+1) = f(y)+1 = f(x+n+1) = f(x)+n-1+1 = f(x)+n$.

Тепер нехай $r = \dfrac{m}{n}$ - довільне раціональне число таке, що $r \in Q^+$. Зробимо підстановку $x = n + \dfrac{m}{n}$, де $m, n \in N$. Але $x \in Q^+$, то згідно умови 2, будемо мати: $f\left(\left(n+\dfrac{m}{n}\right)^2\right) = f^2\left(n+\dfrac{m}{n}\right)$ або $f\left(n^2+2m+r^2\right) = f^2\left(n+r\right)$. Оскільки $n^2+2m = l \in N,$ то згідно умови 2: $f\left(n^2+2m+r^2\right) = f\left(l+r^2\right) = f\left(r^2\right)+l,\ f\left(r+n\right) = f\left(t\right)+n.$ Отже, $f\left(r^2\right)+l = \left(f\left(r\right)+n\right)^2$ або $f(r^2)+n^2+2m = f^2\left(r\right)+2nf\left(r\right)+n^2$, звідки $m = nf\left(r\right)$, тому що $f\left(r^2\right) = f^2\left(r\right).$ Таким чином, $f\left(r\right) = r.$ Перевіркою переконуємося, що $f\left(x\right) = x, x \in Q^+$ задовольняє умову задачі.

Ця задача була запропонована на Всеукраїнській математичній олімпіаді юних математиків IV етапу (метод розв'язання схожий на метод Коші, який називають аналітичним методом).

Як не дивно, метод підстановок дає можливість довести, що за заданими умовами такої функції не існує. Розглянемо декілька задач такого типу:

Задача 13. Чи існує функція f, яка визначена і диференційована на R, така, що:

а) $f(x) \ge f(x+\sin x)\ \ \forall x \in R$, б) $f'(x) = 0$ має скінчену кількість коренів?

Задача 14. Чи існує такий многочлен $P(x)$, що $\forall x \in R : P'(x)\cdot P''(x) > P(x)\cdot P'''(x)$?

Задача 15. Чи існує функція $y = f\left(x\right)$, яка одночасно задовольняє двом умовам:

а) для всіх $x \in R$ виконується рівність $f\left(f\left(x\right)\right) = -x$;

б) для будь-яких $a < b$ функція $f\left(x\right)$ на проміжку $[a;b]$ набуває всіх проміжних значень між $f(a)$ та $f(b)$?

Відповіді до задач 13-15 – не існує.

Інші методи. Зауважимо, що існують інші методи розв'язання функціональних рівнянь: метод Коші (який полягає в тому, що розв'язок рівняння, тобто функцію $f(x)$ знаходять спочатку для $x \in N$, потім для всіх $x \in Q$ і, нарешті, для всіх $x \in R$. Зрозуміло, що цей метод застосовують при умові неперервності і монотонності функції $f(x)$); метод граничного переходу, метод диференціювання, метод крайнього, метод математичної індукції, метод зведення до рівняння в скінченних різницях. Але всі вони базуються на методі підстановок. Всі ці методи заслуговують значної уваги, бо використання тільки одного методу підстановок буває недостатньо для знаходження розв'язків певного функціонального рівняння. Використання того чи іншого методу при розв'язанні функціонального рівняння залежить від самої умови задачі.

Тому перед розкриттям ідей інших методів бажано поставити проблемну ситуацію, а саме – запропонувати самостійно розв'язати наступні задачі:

Задача 16. Функція $f(x)\ \ \forall\ \ x \in R$ задовольняє рівняння: $f(x+1) = f(x)+2x-2015$.

Знайти $f(2015)$, якщо $f(0) = 0$.

Задача 17. Нехай маємо функцію f: $Z \to N$, яка для будь-якого цілого k задовольняє умову: $6f(k+4)-3f(k+3)-2f(k+2)-f(k+1)=0$. Довести, що функція f є сталою.

Задача 18. Функція f задана на проміжку $[1;+\infty)$ і при всіх $x \ge 1$ задовольняє нерівності $\frac{f(2x)}{\sqrt{2}} \le f(x) \le x$. Довести, що $f(x) < \sqrt{2x}$ при кожному $x \ge 1$.

Спроба розв'язати запропоновані задачі, використовуючи тільки підстановки без допоміжних математичних засобів, навряд чи буде тут здійсненною. Тому при їх розв'язанні нам не обійтися без таких класичних методів як: метод зведення до рівняння в скінченних різницях, метод крайнього, метод математичної індукції.

З метою підкреслення факту про те, що вибір методу розв'язання функціонального рівняння залежить від того, в якому класі слід шукати розв'язки (чи то в класі неперервних, диференційованих, тощо), слід розглянути задачі, які містять в умові один і той же вигляд рівняння, але функції, що задовольняють йому, представляють різні класи:

Задача 19. Знайти $f: N \to N$, що $f(1)=1$ і $\forall x,\ y \in N$: $f(x+y)=f(x)+f(y)+xy$.

Розв'язання. Нехай $y=1$, тоді $f(x+1)-f(x)=x+1$. Тепер, підставляючи послідовно замість x числа $1, 2, 3, ..., (n-1)$, отримаємо: $f(2)-f(1)=2$, $f(3)-f(2)=3$,..., $f(n)-f(n-1)=n$. Додавши всі ці рівності будемо мати, що $f(n)=1+2+...+n=\frac{n(n-1)}{2}$. Тобто, $f(x)=\frac{1}{2}x(x-1)$, про що свідчить перевірка.

Задача 21. Розв'язати функціональне рівняння $f(x+y)=f(x)+f(y)+xy$ на множині функцій $f: R \to R$, неперервних в точці $x=0$.

Розв'язання. При $y=0$ отримаємо, що $f(0)=0$, а тоді перейшовши до границі у вихідному рівнянні, отримаємо: $\lim\limits_{y\to 0} f(x+y)=f(x)$. Це означає, що f неперервна на всій числовій прямій. Зафіксувавши y, отримаємо: $f'(x+y)=f'(x)+y$, $f''(x+y)=f''(x)$, звідки $f''(x)=a$ $(a=const)$ і $f(x)=\frac{a}{2}x^2+bx+c$. Перевіркою знаходимо, що $a=1,\ b\in R,\ c=0$. Отже, $f(x)=\frac{x^2}{2}+bx$.

Задача 22. Знайти всі диференційовані функції $f: R \to R$, для яких $f(1)=1$ та $\forall x, y \in R: f(x+y)=f(x)+f(y)+xy.$

Розв'язання. Нехай y – фіксоване число, тоді $f^{/}(x+y)=f^{/}(x)+y$, а тому $\lim\limits_{y\to 0}\frac{f^{/}(x+y)-f^{/}(x)}{y}=\lim\limits_{y\to 0}\frac{y}{y}=1$. Але $\lim\limits_{y\to 0}\frac{f^{/}(x+y)-f^{/}(x)}{y}=f''(x)$, тому $f''(x)=1\ \ \forall x\in R$. Таким чином, $f^{/}(x)=x+b$, а $f(x)=\frac{x^2}{2}+bx+c$. Враховуючи те, що $f(x)=1$ і при $x=0$ з рівняння випливає $f(0)=0$, матимемо: $\begin{cases} b+c=\frac{1}{2}, \\ c=0 \end{cases}$ тобто $b=\frac{1}{2}$, $c=0$, а $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}=\frac{1}{2}x(x+1)$ - шукана функція.

Висновки. Запропоновані вище форми роботи, без сумніву, допомагають студентові зрозуміти конкретну значимість своєї майбутньої нелегкої професії. Така багатогранна підготовка майбутнього вчителя математики до роботи з математично обдарованими дітьми дає можливість студентові:

– по-перше, не "охолонути" достатньо швидко до обраної професії;

– по-друге, підвищити критерії вимогливості й відповідальності до рівня власної професійної підготовки.

Використана література:

1. *Працьовитий М. В.* Курс "Наукові основи шкільного курсу математики" в системі підготовки сучасного вчителя математики / М. В. Працьовитий, С. В. Ніколаєнко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі : зб. наукових праць. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010. – № 6. – С. 17-24.
2. *Атанасян Л. С.* О подготовке студентов к преподаванию в класах с углубленным изучением математики / Л. С. Атанасян, Т. А. Дулалаева, Г. Н. Линькова // Математика в школе. – 1991. – № 4. – С. 9-12.
3. *Пихтар М. П.* До питання підготовки студента – майбутнього вчителя математики для роботи з обдарованими учнями // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології / М. П. Пихтар. – Суми : Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2014. – № 5(39). – 452 с.
4. *Пихтар М. П.* Методика роботи та система задач з теми "Функціональні рівняння" / М. П. Пихтар // Математика в школі. – 2008. – № 7-8. – С. 48-56

References:

1. *Pratsovity M. V.* Kurs "Naukovi osnovu shkilnogo kyrsy matematuku" v sustemi pidgotovku sychasnogo vchutelya matematuku / M. V. Pratsovity, S. V. Nikolaenko // Naukoviy Chasopus NPY imeni M. P. Dragomanova. Seriya № 3. Fizuka i matematuka y Vushii i Seredniy Shkoli : zb. naykovux prats. – K. : NPY imeni M. P. Dragomanova, 2010. – № 6. – S. 17-24.
2. *Atanasyan L. S.* O podgotovke studentov k prepodavaniiy v klassah s egleblennum izycheniem matematiki / L. S. Atanasyan, T. A. Dylalaeva, G. N. Lin`kova // Matematika v shkole. – 1991. – № 4. – S. 9-12.
3. *Pihtar M. P.* Do putannya pidgotovku stydenta – maiibytnyogo vchutelya matematuku dlya robotu z obdarovanumu ychnyamu // Pedagogichni Nayku: teoriya, istoriya, innovatsiini tehnologii / M. P. Pihtar. – Symu : Vud-vo SymDPY imeni A. S. Makarenka, 2014. – № 5(39). – 452 c.
4. *Pihtar M. P.* Metodika robotu ta sustema zadach z temi "Funktsionalni rivnyannya" / M. P. Pihtar // Matematuka v shkoli. – 2008. – № 7-8. – S. 48-56.

Пихтарь Н. П. Некоторые особенности проведения занятий кружка по решению олимпиадных задач по математике в педагогических университетах.

В статье рассматриваются пути усовершенствования современной подготовки студента-будущего учителя математики для работы с одаренными учениками. Рассматриваются методические особенности и основные принципы подбора задач для кружка по решению олимпиадных задач по математике в педагогических университетах. Желательно, что бы система задач была подчинена следующим принципам: принципу доступности – понятия и термины задачи известны студенту, принципу однотипности и использования задач – "двойников", принципу разнообразности, принципу повторения и последовательного возростания уровня сложности, принципу внутенних связей, принципу прикладной направленности, межпредметных связей, принципу ипользования задач творческого характера. Система задач должна давать примеры получения одного и того же результата разными путями и побуждать студента к подобным самостоятельным действиям, к самостоятельному решению задач прикладного характера, развитию творческих способностей, критичности мышления. Важным этапом при подборе задач на занятия кружка руковадителем для студентов педуниверситетов должно стать то, что студент – будущий учитель может воспользоваться такой подборкой задач при подготовке учеников к участию различных олимпиад или при проведении занятий кружка по математике в секциях физико-математического отделения Малой академии наук.

***Ключевые слова**: студент, профессиональная подготовка, система задач, Малая академия наук (МАН).*

Pikhtar N. Some peculiarities of conducting activities in solving olympiad mathematics problems in pedagogical universities.

The article deals with the ways of improving the training of modern students – future mathematics teachers to work with gifted pupils. Some methodological peculiarities and basic principles of choosing problems for training gifted students at pedagogical universities are also reviewed.

Keywords: *student, professional training, gifted students, system of problems, Small Academy of Science (SAS).*

УДК 37.015:514.112

Снігур Т. О.
Національний педагогічний університет
імені М. П. Драгоманова

ФОРМУВАННЯ ПОНЯТТЯ ПЛОЩІ ПЛОСКОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО ТІЛА

У статті розглянуто формування поняття площі як функції на множині плоских геометричних тіл. Наведено історико-математичні відомості, які сприятимуть позитивній мотивації, розвитку інтересу до вивчення даної геометричної величини.

Ключові слова: *Геометричне тіло, площа плоского геометричного тіла, вимірювання площі фігури, одиниці вимірювання, народні міри, палетка.*

Перші відомості про площу фігури та способи її вимірювання учні здобувають на пропедевтичному рівні в 4 класі під час вивчення змістової лінії “Величини”. У курсі математики 5-6 класів їх знання розширюються та узагальнюються відомостями про одиниці вимірювання площі та формули її обчислення.

У курсі геометрії 7-9 класів поглиблюються і систематизуються відомості про геометричні величини. У 8 класі в учнів формується поняття площі фігури, а також виводяться формули для обчислення площ прямокутника, паралелограма, трикутника, ромба, трапеції, правильних многокутників [6].

Практика показує, що навіть після вивчення даної теми мало хто з учнів може пояснити, що таке площа геометричної фігури, якими властивостями вона володіє, в чому полягає необхідність вивчення даної геометричної величини. Це вказує на те, що має бути інший, більш ефективний підхід для вивчення теми “Многокутники. Площі многокутників”.

Вчений-математик М. Є. Ващенко-Захарченко говорив: “Ніщо так не допомагає утримувати в пам’яті відомі істини, як історія їх походження. Геометрія, висвітлена історичними даними, стає більш живою й інтересною” [3, с. 76]. У зв’язку з цим перед вивченням вказаної теми ми пропонуємо розглянути історичні відомості, факти, пов’язані з обчисленням площі фігури, народні задачі, міри та способи вимірювання. Це допоможе розвинути інтерес до вивчення теми, показати роль математичних знань у пізнанні дійсності.

Методику вивчення та вимірювання геометричних величин в курсі математики, в тому числі площ геометричних фігур, розглядали в своїх дисертаційних дослідженнях вітчизняні та зарубіжні вчені М. О. Журбас, К. Ф. Рубін, В. М. Шишлянникова, С. А. Алборов, Ш. С. Гаджиагаєв, М. А. Казакова, І. О. Климов, О. П. Кузнєцова, М. С. Мацкін, Ш. Мусаввиров, В. Юнгк та інші.

Що таке площа фігури і як її вимірювати намагалися вияснити вчені-математики. Одні