УДК 378.016:519.21

Пихтар М.П.
Славутицька філія Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут»
Трунова О.В.
Чернігівський національний технологічний університет

МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ ЯК ЧИННИК УДОСКОНАЛЕННЯ ПРОЦЕСУ НАВЧАННЯ СТОХАСТИКИ

Визначені завдання і принципи, які необхідно реалізувати для удосконалення процесу навчання стохастики через здійснення змістовної і діяльнісної інтеграції вищої математики та теорії ймовірностей. Розглянуто приклади обчислення інтегралів, які використовуються в теорії ймовірностей, зокрема при вивченні нормального закону розподілу.

Ключові слова: *міжпредметні зв'язки, інтеграція навчальних дисциплін, стохастика, інтегральне числення, нормальний закон розподілу.*

Постановка проблеми. Однією з важливих умов вдосконалення навчально-виховного процесу та формування у студентів умінь самостійно аналізувати явища і процеси, які відбуваються в природі і суспільстві, є послідовна і повна реалізація органічного взаємозв'язку різних навчальних предметів, що ґрунтується на системному здійсненні міжпредметних зв'язків.

Сьогодні у зв'язку із збільшенням обсягу програмного матеріалу, який підлягає засвоєнню в період навчання, а також з необхідністю підготовки до самоосвіти, важливе значення набуває вивчення ролі міжпредметних зв'язків.

Аналіз основних досліджень. Проблему міжпредметних зв'язків можна віднести до числа традиційних, що вже стали класичними проблемами методики навчання різних навчальних дисциплін. У своїх працях Г.І. Батуріна, Н.А. Борисенко, А.І. Єрьомкін, І.Д. Звєрєв, Н.А. Лошкарьова, В.М. Максимова, А.В. Усова, Г.Ф. Федорець, В.М. Янцен та інші підкреслювали важливе значення реалізації міжпредметних зв'язків під час вивчення різних дисциплін.

Розширювати міжпредметні зв'язки та посилювати прикладну спрямованість змісту навчання пропонували в своїх дослідженнях В.П. Берман, М.І. Бурда, І.Д. Звєрєв, І.А. Зімняя, М.Я. Ігнатенко, М.І. Махмутов, З.І. Слєпкань, Л.О. Соколенко, В.В. Фірсов, А.В. Хуторський та ін. Слід зазначити, що проблемі реалізації міжпредметних зв'язків в ВНЗ присвячено дослідження українських вчених Г.Я. Дутки, В.І. Клочка, Т.В. Крилової, Л.Р. Романишиної, З.І. Слєпкань та ін. В сучасній педагогіці міжпредметні зв'язки переросли в проблему інтегрованого пізнання.

«Інтеграція це – доцільне об'єднання та координація дій різних частин цілісної системи» [1, С.401]. Словосполучення «інтеграція навчання» тлумачиться як «відбір та об'єднання навчального матеріалу з різних предметів з метою цілісного, системного й різнобічного вивчення важливих наскрізних тем (тематична інтеграція); це створення інтегрованого змісту навчання – предметів, які об'єднували б в єдине ціле знання з різних галузей» [2, С.16].

Всі галузі сучасної науки тісно пов'язані між собою, тому й навчальні дисципліни не можуть бути ізольованими одна від одної. Таким чином, необхідно розвивати міждисциплінарність сучасної науки. Забезпечення інтеграції у процесі підготовки майбутніх спеціалістів у різних галузях здійснюється через професійну спрямованість навчання математичних дисциплін на основі міжпредметних зв'язків. Професійна спрямованість навчання математичних дисциплін у підготовці майбутніх фахівців усуває наявні в багатопредметній системі навчання суперечності між розрізненими знаннями з окремих предметів, сприяє вдосконаленню процесу формування комплексних знань, умінь та навичок, синтезу цих знань й їх комплексному застосуванню на практиці, тобто предметних і професійних компетентностей.

Метою статті є виявлення та дослідження міжпредметних зв'язків у процесі навчання вищої математики та стохастики.

Виклад основного матеріалу. На основі аналізу наведених трактувань міжпредметні зв'язки курсів вищої математики та стохастики розглядаємо як цілеспрямований процес взаємного використання та взаємного доповнення змісту та методів навчання вище зазначених дисциплін.

Разом з теоретичним визначенням сутності міжпредметних зв'язків досить важливою є проблема їхньої практичної реалізації. Засобами практичної реалізації міжпредметних зв'язків вищої математики та стохастики є: прикладний зміст теоретичних понять; задачі прикладної спрямованості; лабораторний практикум. Міжпредметні зв'язки в навчанні відображають комплексний підхід до виховання і навчання, дозволяють виділяти як головні елементи змісту освіти. Вони формують конкретні знання, розкривають гносеологічні проблеми, без яких неможливе системне засвоєння основ наук. Міжпредметні зв'язки включають студентів в оперування пізнавальними методами, що мають загальнонауковий характер (абстрагування, моделювання, узагальнення, аналогія та інші).

Організація навчально-виховного процесу на основі міжпредметних зв'язків може торкатися окремих занять (частіше узагальнюючих), теми, що підлягає розв'язанню міжпредметної проблеми, декількох тем різних дисциплін, цілого циклу навчальних дисциплін або встановлювати взаємозв'язок між циклами.

Для підвищення якості освіти та удосконалення процесу навчання через здійснення змістовної і діяльнісної інтеграції вищої математики і стохастики необхідна реалізація наступних завдань:

- узгодження з викладачами відповідних дисциплін можливих тем або питань для їх сумісного вивчення;
- визначення переліку міжпредметних зв'язків між вищою математикою і стохастикою;
- внесення змін в тематичне і поурочне планування;
- вивчення інтересів студентів до стохастики, підвищення їх активності в пізнавальній діяльності;
- поповнення педагогічного досвіду різними технологіями, методиками, формами і методами організації пізнавальної діяльності на заняттях з вищої математики і стохастики.

Використовування інтеграційних тем і міжпредметних зв'язків відображається в тематичному плануванні і вбудовується в проект заняття.

Важливо розуміти, що інтеграційні теми і міжпредметні зв'язки можна використовувати на різних етапах сучасного заняття: актуалізації знань, вивчення нового матеріалу, перевірки і закріплення вивченого матеріалу, домашнього завдання і навіть при контролі знань.

При розробці і організації навчальних занять необхідно дотримуватись принципів:

• *свободи вибору:* в будь-якій повчальній або управляючій дії, де тільки можливо, надати право вибору. З однією тільки важливою умовою - право вибору завжди врівноважується усвідомленою відповідальністю за свій вибір;

• *відвертості:* не тільки давати знання - але ще і показувати їх межі. Ставити перед студентами проблеми, розв'язання, яких лежать за межами курсу, що вивчається. Використовувати в навчанні проблемні питання і задачі, що не мають однозначної відповіді;

• *діяльності:* освоєння студентами знань, умінь, навичок переважно в діяльнісній формі. «Напханий знаннями студент, що не вміє їх використовувати нагадує фаршировану рибу, яка не може плавати», - говорив академік А.Л. Мінц. А Б. Шоу стверджував: «Єдиний шлях, що веде до знання, - це діяльність»;

• *зворотного зв'язку:* забезпечити моніторинг процесу навчання за допомогою розвинутої системи прийомів зворотного зв'язку;

• *ідеальності:* максимально використовувати можливості, знання, інтереси студентів з метою підвищення результативності навчання і зменшення викладачем витрат часу в процесі освіти.

Шляхи здійснення даних напрямів можуть бути найрізноманітнішими. А вибрані форми і методи організації навчального процесу сприяють різносторонньому використанню міжпредметних зв'язків. Останні спонукають до пошуку нових методик, що вимагають взаємодії викладачів відповідних предметів. Викладач не повинен діяти поодинці, а працювати в співдружності з своїми колегами.

В більшості навчальних планів вузів вища математика і стохастика вивчаються як дві самостійні математичні дисципліни.

А.В. Скороход [4] вважає, що «…теорія ймовірностей посідає серед математичних наук особливе місце, …теорія ймовірностей виступає до всієї іншої математики як споживач. Спеціалісти з теорії ймовірностей широко використовують у своїй роботі різноманітні математичні методи … досить складний математичний апарат, що використовується для розв'язування задач з простими формулюваннями».

Процес навчання стохастики ускладнюється і тим, що кількість годин відведена на вивчення дисципліни на нашу думку не є достатнім для засвоєння.

В теорії ймовірностей широко застосовуються методи вищої математики (математичного аналізу). Зокрема, при вивченні розподілів і їх моментів використовуються різні види інтегралів, що мають загальний математичний інтерес. Найчастіше у професійній діяльності використовується нормальний закон розподілу.

Нормальний закон розподілу (normal law of distribution) (який ще називається законом Гаусса) відіграє виключно важливу роль в теорії ймовірностей і займає серед інших законів розподілу особливе місце. Це закон, який найчастіше зустрічається на практиці. Головна особливість, яка виділяє нормальний закон серед інших законів, полягає в тому, що він є граничним законом, до якого наближаються всі інші закони розподілу.

Нормальний розподіл з параметрами $a \in R$, $\sigma > 0$ задається щільністю

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (x\in R).$$

Графіки щільностей нормальних розподілів з параметрами $a=0$, $\sigma=1,2,3$ мають вигляд, наведений на рис. 1. Вершина графіка завжди знаходиться в точці a, зрозуміло що $f(x)\geq 0$.

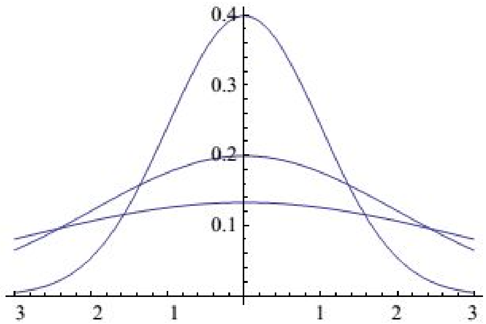

Рис. 1. Щільності нормальних розподілів

Нормованість функції $f(x)$, що розглядається випливає з класичної формули Пуассона $\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-u^2}du=\sqrt{\pi}$. Заміна $u=\frac{x-a}{\sigma\sqrt{2}}$ в інтегралі дає: $\sqrt{\pi}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-u^2}du=\frac{1}{\sigma\sqrt{2}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}dx$. При діленні на $\sqrt{\pi}$ отримуємо $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}dx=1$. Отже, функція $f(x)$ нормована.

Проведемо дослідження функції $f(u)=e^{-u^2}$ $(u\in R)$, використовуючи стандартні правила математичного аналізу. Графік функції $f(u)$ має вигляд, наведений на рис. 2.

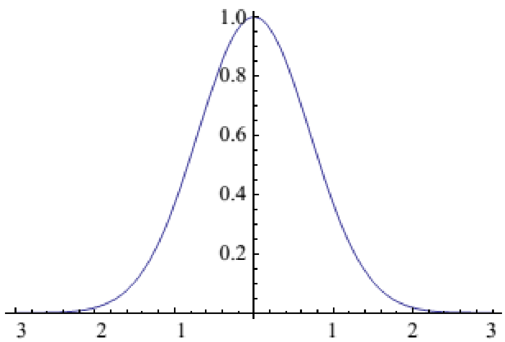

Рис. 2. Графік функції $f(u)=e^{-u^2}$

Функція $f(u)$ парна: $f(-u)=f(u)$. Її графік симетричний відносно осі ординат.

Оскільки $e^z=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{n!}$ $(z\in R)$, то функція $f(u)$ аналітична і тому диференційована скільки завгодно разів (нескінченно диференційована). Перша і друга похідні функції $f(u)$ мають наступний вигляд відповідно $f'(u)=-2ue^{-u^2}$, $f''(u)=(4u^2-2)e^{-u^2}$ і мають графіки (див. рис. 3, 4).

До того ж $f'(u) > 0$ $(u < 0)$, $f'(0) = 0$, $f'(u) < 0$ $(u > 0)$, то функція $f(u)$ зростає при $u < 0$, спадає при $u > 0$ і в точці $u = 0$ має єдиний локальний максимум $f(0) = 1$. Цей максимум є найбільшим значенням функції $f(u)$. Локальних мінімумів і найменшого значення функція $f(u)$ не має. Нижня границя множини її значень дорівнює 0.

Нулями другої похідної f'' є корені $u_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ і $u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ рівняння $4u^2 - 2 = 0$.

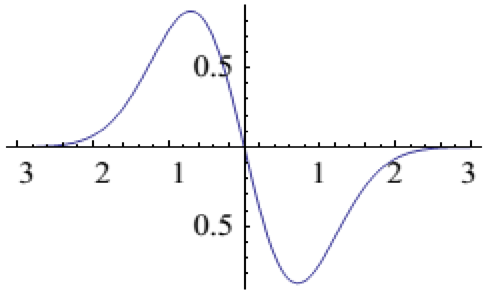

Рис. 3. Графік функції $f'(u) = -2ue^{-u^2}$

Крім того, $f''(u) < 0$ $(|u| < \frac{1}{\sqrt{2}})$, $f''(u) > 0$ $(|u| > \frac{1}{\sqrt{2}})$. Отже, перша похідна f' спадає при $|u| < \frac{1}{\sqrt{2}}$ і зростає при $|u| > \frac{1}{\sqrt{2}}$. Отже, u_1 є точкою перегину функції f. Угнутість графіка функції переходить в опуклість. За симетрією u_2 теж є точкою перегину функції f. У ній опуклість графіка функції переходить в угнутість. На графіку це добре видно.

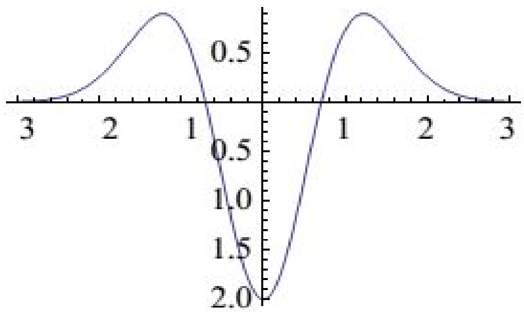

Рис. 3. Графік функції $f''(u) = (4u^2 - 2)e^{-u^2}$

Змінимо позначення для щільності нормального розподілу і розглянемо функцію

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (x \in R).$$

Тут $a \in R$, $\sigma > 0$. Функція p, отримана з функції $f(u) = e^{-u^2}$ підстановкою $u = \frac{x-a}{\sigma\sqrt{2}}$ і множенням на число $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$: $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} f(\frac{x-a}{\sigma\sqrt{2}})$.

За аналогією до властивостей функції f випливає, що функція p зростає при $x < a$, спадає при $x > a$ і в точці $x = a$ має єдиний локальний максимум $p(a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$. Цей максимум є найбільшим значенням функції p. Його величина оберненопропорційна величині параметра σ. Локальних мінімумів і найменшого значення функція p не має.

Нижня грань множини значень функції p, як і функції f, дорівнює 0. Точки $x = a - \sigma$, $x = a + \sigma$ є точками перегину функції p.

Доведемо, що інтеграл $J = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} du$ дорівнює $\sqrt{\pi}$. Розглянемо пов'язані з ним інтеграли $I_0 = \int\limits_0^1 e^{-u^2} du$, $I_1 = \int\limits_1^{\infty} e^{-u^2} du$, $I = I_0 + I_1 = \int\limits_0^{\infty} e^{-u^2} du$.

Зрозуміло, що $I_0 < \infty$. Якщо $I_1 < \infty$, то $I < \infty$. Оскільки функція $f(u) = e^{-u^2}$ парна, то $J = \int\limits_0^{\infty} e^{-u^2} du + \int\limits_{-\infty}^{0} e^{-u^2} du = \int\limits_0^{\infty} e^{-u^2} du + \int\limits_0^{\infty} e^{-u^2} du = 2I$.

Таким чином, для доведення збіжності інтеграла J достатньо довести збіжність інтеграла I_1. Функція $f(u) = e^{-u^2}$ мажорується інтегрованою на інтервалі $[0; +\infty)$ функцією $h(u) = u^{-2}$:

$$e^{u^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{u^{2n}}{n!} = 1 + u^2 + \ldots > u^2, \; e^{-u^2} = \frac{1}{e^{u^2}} < u^{-2}.$$

Оскільки, $F'(u) = u^{-2}$ для $F(u) = -u^{-1}$, то $\int\limits_1^{\infty} u^{-2} du = F(\infty) - F(1) = \lim\limits_{u \to \infty} (u^{-1} - 1) = 1$.

Отже, $I_1 < 1$ і $J < \infty$. Невласний інтеграл J збіжний. Обчислимо його. Враховуючи важливість інтеграла, пропонуємо розглянути три різні способи.

Перший спосіб. Оскільки $J = 2I$, то достатньо обчислити інтеграл I. Для цього введемо параметр $t > 0$ і виконаємо заміну $u = tx$. Тоді для кожного $x > 0$ маємо $I = \int\limits_0^{\infty} e^{-t^2x^2} x dt$.

Домножимо обидві частини цієї рівності на e^{-x^2} і проінтегруємо їх по x на $[0; +\infty)$:

$$\int_0^{\infty} I e^{-x^2} dx = \int_0^{\infty} e^{-x^2} \left(\int_0^{\infty} e^{-t^2x^2} x dt \right) dx. \tag{1}$$

Для інтеграла в лівій частині виконуються рівності

$$\int_0^{\infty} I e^{-x^2} dx = I \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = I^2. \tag{2}$$

У правій частині рівності (1) винесемо незалежну від t функцію e^{-x^2} під внутрішній інтеграл, застосовуючи теорему Фубіні про подвійні і повторні інтеграли, й змінюючи порядок інтегрування за змінними x і t отримуємо

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \left(\int_0^{\infty} e^{-t^2x^2} x dt \right) dx = \int_0^{\infty} \left(\int_0^{\infty} e^{-(1+t^2)x^2} x dx \right) dt. \tag{3}$$

Внутрішній інтеграл обчислюється таким чином $(u = (1+t^2)\tilde{o}^2)$:

$$\int_0^{\infty} e^{-(1+t^2)x^2} x dx = \frac{1}{2(1+t^2)} \int_0^{\infty} e^{-u} du = \frac{1}{2(1+t^2)}. \tag{4}$$

Підставивши (4) у (3), отримуємо:

$$\int_0^\infty \left(\int_0^\infty e^{-(1+t^2)x^2} x dx \right) dt = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{1}{1+t^2} dt. \qquad (5)$$

Оскільки $F'(t) = \dfrac{1}{1+t^2}$ для $F(t) = arctgt,$ то

$\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{1+t^2} dt = F(\infty) - F(0) = \lim_{t\to\infty} arctgt - arctg0 = \frac{\pi}{2}.$ Тому

$$\int_0^\infty \left(\int_0^\infty e^{-(1+t^2)x^2} x dx \right) dt = \frac{1}{2}\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}. \qquad (6)$$

Рівності (1)-(6) дають: $I^2 = \dfrac{\pi}{4}$, $I = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$, $J = 2I = \sqrt{\pi}$.

Другий спосіб. За теоремою Фубіні J^2 можна представити подвійним інтегралом:

$$J^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dxdy. \qquad (7)$$

Графіки функції $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$ і її зріз площиною $z = \dfrac{1}{2}$ мають вигляд представлений на рис. 5, 6.

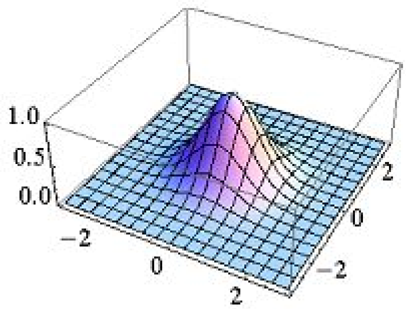

Рис. 5.

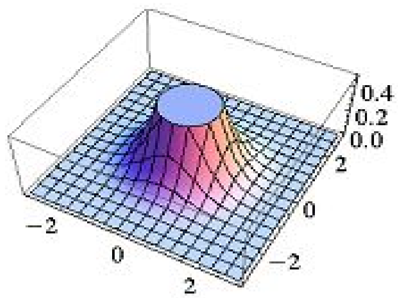

Рис. 6.

Кожний переріз функції f площиною $z = c$, $0 < c < 1$ паралельної координатній площині xy, утворює коло радіуса $r(z) = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{-\ln z}$ $(0 < z < 1)$.

Площа круга радіуса $r(z)$ дорівнює $S(z) = \pi r^2(z) = -\pi \ln z$. Через подвійний інтеграл (7) можна виразити об'єм $V(f)$ підграфіка $\{(x,y,z): 0 < z \le f(x,y)\}$ функції f. За принципом Кавальєрі, що випливає з теореми Фубіні, цей об'єм дорівнює інтегралу площ $S(z)$ перерізів: $V(f) = \int_0^1 S(z)dz = -\pi \int_0^1 \ln z dz.$

Інтегруючи за частинами, знаходимо: $\int_0^1 \ln z dz = z \ln z\Big|_0^1 - \int_0^1 z d\ln z = -\int_0^1 dz = -1.$

Звідси і з рівності (7) випливає, що $J^2 = V(f) = \pi$, $J = \sqrt{\pi}$.

Третій спосіб. Подвійний інтеграл у рівності (7) можна обчислити, якщо перейти до полярних координат $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$. У цих координатах $x^2 + y^2 = r^2$ і $dx = \cos\varphi dr - r\sin\varphi d\varphi$, $dy = \sin\varphi dr - r\cos\varphi d\varphi$.

При заміні змінних у подвійних інтегралах використовується антикомутативний (зовнішній) добуток диференціальних форм, при якому $drd\varphi = -d\varphi dr$, $drdr = d\varphi d\varphi = 0.$

Тому $dxdy = (\cos\varphi dr - r\sin\varphi d\varphi)\cdot(\sin\varphi dr + r\cos\varphi d\varphi) = r\left(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\right)drd\varphi = rdrd\varphi$.

При переході до полярних координат декартова площина $R^2 = \{(x,y): -\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty\}$ замінюється полярною $R^2 = \{(r,\varphi): 0 < r < \infty, 0 \le \varphi < 2\pi\}$. У підсумку отримуємо рівність

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)}dxdy = \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} re^{-r^2}drd\varphi. \tag{8}$$

За теоремою Фубіні подвійний інтеграл у правій частині (8) дорівнює добутку наступних інтегралів:

$$\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} re^{-r^2}drd\varphi = \left(\int_0^{\infty} re^{-r^2}dr\right)\cdot\left(\int_0^{2\pi} d\varphi\right), \int_0^{\infty} re^{-r^2}dr = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} e^{-u^2}du = -\frac{1}{2}e^{-u}\Big|_0^{\infty} = \frac{1}{2},$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi, \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} re^{-r^2}drd\varphi = \pi. \tag{9}$$

З рівностей (7)-(9) випливає, що $J^2 = \pi$, $J = \sqrt{\pi}$.

При переході від $dxdy$ до $drd\varphi$ у подвійному інтегралі часто використовується якобіан

$$\det\begin{pmatrix} x_r' & y_r' \\ x_\varphi' & y_\varphi' \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -r\sin\varphi & r\cos\varphi \end{pmatrix} = r,$$

який дає ту ж саму рівність для переходу, що й антикомутативний добуток диференціальних форм:

$$dxdy = \det\begin{pmatrix} x_r' & y_r' \\ x_\varphi' & y_\varphi' \end{pmatrix} drd\varphi = rdrd\varphi.$$

Ця рівність пов'язує площу декартового прямокутника $dxdy$ з площею його образу при переході до полярних координат. Визначник грає в ньому роль коефіцієнта спотворення.

У теорії ймовірностей широко застосовуються різні модифікації функцій [3, Гл. 16]

$$Erf(x) = \int_0^x e^{-u^2}du,\ Erfc(x) = \int_x^{\infty} e^{-u^2}du \quad (x \in R).$$

Ці функції називаються функціями похибок. З формули Пуассона випливає, що

$$Erf(x) + Erfc(x) = \int_0^{\infty} e^{-u^2}du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

Тому функції похибок часто нормуються множником $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ [5, § 6].

Висновки. Запропоновані приклади можуть бути використані безпосередньо в навчальному процесі на лекційних, практичних та лабораторних заняттях у формі самостійних та індивідуальних робіт, при виконанні рефератів і наукових досліджень.

Таким чином, використання міжпедметних зв'язків на заняттях з вищої математики та стохастики дозволяє: підвищити мотивацію студентів до вивчення відповідних дисциплін; краще засвоїти матеріал як вищої математики так і стохастики, що підвищити якість знань; активізувати пізнавальну діяльність студентів на заняттях; полегшити розуміння студентами стохастичних явищ і процесів, що вивчаються; аналізувати, зіставляти факти з вищої математики і стохастики; здійснювати цілісне наукове сприйняття навколишнього світу; якнайповніше реалізувати професіонально-освітні можливості кожного студента.

Список використаної літератури

1. Великий тлумачний словник сучасної української мови / Уклад. і голов. ред. В.Т. Бусел. – К.: Ірпінь: ВТФ "Перун", 2001. – 1440 с.
2. Короткий термінологічний словник з педагогіки. Укладач С.Г. Мельничук. – Кіровоград, 2004. – 34 с.
3. Кратцер А., Франц В. Трансцендентные функции. М.: ИЛ, 1963. – 468 с.
4. Скороход А.В. Особливий характер теорії ймовірності в математичних науках // У світі математики. - 1997. - Т.3. - Випуск 2. - С.2-4.
5. Уитткер Э. Т., Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа, 1–2. М.: ФМ, 1962–1963. – 546 с.

Пихтарь Н.П., Трунова Е.В. Межпредметные связи как фактор усовершенствования процесса обучениия стохастике.

Определены задачи и принципы, которые необходимо реализовать для усовершенствования процесса обучения стохастики через осуществление содержательной и деятельностной интеграции высшей математики и теории вероятностей. Рассмотрены примеры вычисления интегралов, используемые в теории вероятностей, в частности при изучении нормального закона распределения.

Ключевые слова: *межпредметные связи, интеграция учебных дисциплин, стохастика, интегральное исчисление, нормальный закон распределения.*

Pikhtar M.P., Trunova O.V. Intersubject communications as the factor of improvement of process of stochastics training.

Defined objectives and principles that must be implemented to improve the learning process through the implementation of stochastics content and activity integration of higher mathematics and probability theory. Examples are considered for calculating integrals used in probability theory, in particular the study of the normal law of distribution.

Keywords: *interdisciplinary communication, integration of disciplines, stochastic, integral calculus, normal law of distribution.*