УДК 378.147 : 536.75

Школа О.В.
Національний педагогічний університет
імені М. П. Драгоманова

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ КУРСУ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ

У статті проводиться короткий аналіз методичних особливостей розв'язування задач курсу теоретичної фізики з використанням методів теорії ймовірностей у системі особистісно зорієнтованого навчання майбутніх учителів фізики, що має важливе значення в їх фундаментальній і професійній підготовці.

***Ключові слова**: імовірність, густина ймовірності, макроскопічна система, статистична вага, флуктуації, хвильова функція.*

Постановка проблеми. Фундаментальна підготовка майбутнього вчителя фізики в педагогічному виші завершується курсом теоретичної фізики. У ньому поглиблюються, систематизуються та узагальнюються знання студентів щодо сутності фундаментальних фізичних теорій, з єдиних позицій аналізуються основні наукові поняття, принципи і закони, формується найбільш повне уявлення про сучасну фізичну картину світу. У сучасних умовах оновлення вищої педагогічної освіти в контексті європейських вимог, перенесення уваги з процесу навчання на його результат, запровадження особистісно зорієнтованого і компетентнісного підходів актуальною залишається проблема підвищення рівня та якості фахової підготовки майбутнього вчителя фізики. Нагальною є освітня потреба у формуванні всебічно розвиненої творчої особистості з високими професійними якостями, рівнем культури, людини, яка має не лише міцні знання, але й досвід успішної самостійної діяльності. Загальновідомо, що вміння застосовувати знання на практиці – показник їх усвідомленості й міцності. При цьому у процесі розв'язування задач формувати ці вміння можна найбільш ефективно.

Курс теоретичної фізики, як відомо, відрізняється високим рівнем формалізації основних понять, законів і теорій та досить складним і специфічним математичним апаратом, зокрема використанням диференціального та інтегрального числення, елементів лагранжевого та гамільтонового формалізму, варіаційного числення, векторного і тензорного аналізу, риманової геометрії, теорії ймовірностей, операторного аналізу в гільбертовому просторі та ін. Звичайно, успішне засвоєння студентами матеріалів курсу передбачає високий рівень їх математичної підготовки. Але врахування одного з основоположних дидактичних принципів педагогіки вищої школи – принципу професійної спрямованості навчально-виховного процесу – дещо змінює акценти у цілях, методах і формах викладання курсу теоретичної фізики. Усі складові процесу навчання, у тому числі й розв'язування задач, мають працювати на студента, сприяючи його саморозвитку, самореалізації та професійному зростанню, що можливо реалізувати за умов системної, послідовної та цілеспрямованої співпраці викладачів і студентів на кожному практичному занятті.

У зв'язку з цим особливої актуальності набуває проектування й впровадження такої методичної системи навчання курсу, яка гарантуватиме досягнення прогнозованих освітніх результатів. Враховуючи всезростаючу роль у сучасній науці категорій імовірності та статистичних методів дослідження макрооб'єктів, розв'язування задач як невід'ємної складової цілісного навчально-виховного процесу курсу теоретичної фізики у ВНЗ повинно бути не тільки одним з методів вивчення фізичної науки, але й дієвим засобом професійної підготовки майбутнього фахівця. Не зважаючи на те, що реалізації задачного підходу у навчанні фізики приділяється значна увага науковців, формування професійних компетенцій майбутніх учителів фізики у процесі розв'язування задач та підготовка до свідомого й системного їх використання у навчально-виховному процесі загальноосвітньої школи залишається однією з найбільш значущих проблем вищої професійної освіти.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Становлення і розвиток теорії розв'язування фізичних задач у сучасній вищій педагогічній школі тісно пов'язане з іменами таких учених, як П. Атаманчук, І. Богданов, Л. Благодаренко, О. Бугайов, С. Величко, С. Вознюк, А. Волошина, Ю. Галатюк, С. Гончаренко, А. Касперський, Є. Коршак, О. Ляшенко, М. Мартинюк, В. Мендерецький, В. Савченко, О. Сергєєв, В. Сергієнко, В. Сиротюк, Н. Сосницька, Б. Сусь, М. Опачко, А. Павленко, Т. Попова, В. Шарко, М. Шут та ін. Дослідження, які було проведено науковцями, дозволили визначити роль, місце та значення розв'язування задач у навчанні фізиці, зміст і структуру, дидактичні функції, типологію і класифікацію, принципи добору систем задач, методику та організаційні форми розв'язування, технологічні прийоми управління відповідною навчально-пізнавальною діяльністю студентів, логіко-психологічні та історичні аспекти методики навчання розв'язуванню фізичних задач та ін. [2].

Проблема реалізації задачного підходу у навчанні фізики в школі, зокрема засобами складання і розв'язування учнями навчальних задач, стала предметом ґрунтовних науково-методичних досліджень А.Павленка, який розробив теоретико-методичні засади реалізації відповідного підходу у навчанні фізики як узагальненої дидактичної технології [1]. Задачний підхід на сучасному етапі реформування фізичної освіти розглядається ним як інноваційний, що може за умов переходу до особистісно зорієнтованого та компетентнісного навчання скласти основу реалізації пошуково-креативних технологічних схем. Повністю підтримуючи позицію вітчизняного вченого, зазначимо, що основне завдання сучасного викладача курсу теоретичної фізики полягає у переведенні відповідних навчальних матеріалів на рівень особистісного досвіду студентів, формуванні ціннісного відношення до знання через розкриття сутності основних понять, законів і теорій, враховуючи пізнавальні інтереси, переконання та здібності кожного з них. Важливими при цьому є не знання самі по собі, а стиль мислення та дії тих, хто навчаються.

За умов зменшення обсягу аудиторних годин курсу теоретичної фізики та зміщення акцентів навчального навантаження студентів у бік самостійної роботи в контексті Болонського процесу актуальним є пошук методів і підходів, які б дозволяли подавати навчальний матеріал більш компактно, щільніше, не зменшуючи при цьому рівень його науковості, глибини та, безумовно, якість професійної підготовки майбутнього фахівця. У зв'язку з цим **метою статті** є короткий аналіз методичних особливостей розв'язування типових задач курсу теоретичної фізики з використанням методів теорії ймовірностей у системі особистісно зорієнтованого навчання майбутніх учителів фізики, що має важливе значення в їх фундаментальній і професійній підготовці.

Виклад основного матеріалу дослідження. Фізичною задачею, як відомо, у навчальній практиці зазвичай називають невелику проблему, яку в загальному випадку розв'язують за допомогою логічних умовиводів, математичних дій та експерименту на основі законів і методів фізики. У практиці сучасної вищої школи розв'язування задач є невід'ємною складовою цілісного навчально-виховного процесу з фізики, оскільки дозволяє формувати, розширювати та поглиблювати фізичні поняття, розвивати науковий стиль мислення студентів, їх творчі здібності, навички із застосування теоретичних знань на практиці. Розв'язування задач слугує простим, зручним та ефективним способом перевірки глибини й міцності знань, умінь і навичок студентів, дозволяє у найбільш раціональній формі проводити повторення, узагальнення та систематизацію попереднього навчального матеріалу.

Методична система навчання процесу розв'язування задач у ВНЗ є цілісним комплексом взаємопов'язаних компонентів: цільового, змістового, процесуального та контрольно-рефлексивного. Реалізація кожного з етапів передбачає формування у майбутніх фахівців певних професійних компетенцій: усвідомлення загальної мети й конкретних завдань процесу розв'язування задач; умінь і навичок щодо опису фізичної ситуації та конкретизації фізичної моделі задачі за допомогою графічних форм (схем, рисунків, графіків); визначення стратегії пошуку розв'язування задачі у загальному вигляді, висунення гіпотези/ідеї розв'язування на основі всебічного розгляду фізичних явищ і процесів; математичного моделювання, що передбачає отримання розрахункової формули, обчислення числового значення шуканої величини, перевірку її розмірності та обов'язкову фізичну інтерпретацію одержаного результату. Саме під час розв'язування задач найефективніше здійснюється діяльнісний підхід до навчання фізики. При цьому системність і послідовність такої роботи, що відповідає логіці вивчення навчального матеріалу, є запорукою його результативності.

Не слід прагнути розв'язати велику кількість задач. Останні слід підбирати так, щоб у процесі їх розв'язування якомога більше працювала думка студентів, щоб вони набували досвіду пошуку розв'язування задач в якомога більшій кількості різноманітних ситуацій. Обговорення та консультування студентів між собою стосовно різних ідей і шляхів розв'язування задач повинно бути невід'ємною складовою «робочого процесу», оскільки саме такі ситуації сприяють формуванню необхідних для майбутнього педагога рис – пізнавальної самостійності, комунікативних навичок, здатності до обґрунтування своїх думок, відповідальності за результати власної діяльності, радості від успіху. Кожна задача повинна стати предметом, нехай іноді і зовсім короткої, розмови про сутність розглядуваних фізичних явищ. Після розв'язання типової або групи подібних задач необхідно придивитись до них і заново осмислити, які ж задачі було розв'язано, які ідеї, методи та прийоми були використані, у чому полягає їх типовість, пізнавальне та світоглядне значення. Для майбутнього педагога такий аналіз є вкрай важливим. Досвід свідчить, що вдало організований заключний етап розв'язування задачі дає значно більше щодо формування відповідних практичних умінь і навичок студентів, ніж розв'язання наспіх кількох наступних. У процесі розв'язування задач необхідно аналізувати не тільки кінцевий результат та шляхи його отримання, але й ознаки розвитку в означеному процесі особистості студента, що, безумовно, сприятиме підвищенню мотивації їх навчально-пізнавальної діяльності в опануванні основ фундаментального курсу.

Термодинаміка і статистична фізика, як розділ теоретичної фізики, вивчає властивості різноманітних макроскопічних систем, тобто таких систем, що складаються з величезної кількості частинок. Дослідження статистичних закономірностей у макросистемах проводять за допомогою методів теорії ймовірностей. Досвід свідчить, що результати навчальних досягнень студентів значною мірою залежать не тільки від рівня усвідомлення ними сутності відповідних понять цієї теорії (випадкові події і величини, статистична вага та ймовірність, функція розподілу ймовірностей та умова її нормування, теореми додавання й множення ймовірностей, дисперсія, флуктуація та відносна флуктуація випадкової величини, теорема про відносну флуктуацію випадкової величини та ін.), але й від того, яким чином організований процес із застосування набутих знань під час розв'язування типових задач навчального курсу. У якості прикладу розглянемо одну з таких задач, розв'язання якої потребує використання методів теорії ймовірностей, дозволяючи аналізувати значний об'єм навчальної інформації [3].

Задача 1. У прямокутній посудині об'єму V за відсутності силового поля міститься N молекул ідеального газу. 1). Яким числом способів вони можуть бути розподілені між половинами посудини ? Встановити вираз для розрахунку ймовірності кожного з можливих варіантів розподілу. 2). Знайти ймовірності станів системи у випадках, якщо газ складається з двох, чотирьох, восьми частинок. 3). Довести, що рівномірний розподіл молекул газу між половинами посудини є найімовірнішим. Чи зростає ймовірність флуктуацій із збільшенням числа частинок ?

Розв'язання: 1). Розглядаємо найбільш загальний випадок розподілу молекул газу між двома довільними частинами об'єму посудини. Нехай об'єм V_1 містить N_1, а об'єм V_2 – N_2 молекул. Фіксуючи положення всіх частинок, проведемо всі можливі перестановки останніх. Оскільки при цьому числа N_1 і N_2 в об'ємах V_1 та V_2 не змінюються, то в результаті отримуємо всі можливі комбінації молекул – $N!$. Серед них будуть і такі, які можна отримати одну з іншої в результаті перестановки частинок або в межах тільки об'єму V_1, або – об'єму V_2. Такі перестановки не приводять до нових розподілів молекул за цими об'ємами, при цьому число перестановок останніх у межах об'єму V_1 дорівнює $N_1!$, для іншого об'єму – $N_2!$. Поділивши повну кількість перестановок молекул на $N_1!N_2!$, отримаємо число Ω усіх розподілів молекул за об'ємами V_1 і V_2 з певними числами заповнення N_1 та N_2: $\Omega(N_1, N_2) = N!/(N_1!N_2!)$. Цей вираз дозволяє визначати статистичну вагу Ω (термодинамічну ймовірність) будь-якого з макроскопічних станів системи. Знайдемо ймовірність шуканого розподілу. Імовірність потрапляння певної молекули в об'єм V_1 дорівнює $p = V_1/(V_1 + V_2)$, в об'єм V_2 – $q = V_2/(V_1 + V_2)$. Імовірність того, що N_1 фіксованих молекул опиняться в об'ємі V_1, а інші N_2 молекул – в об'ємі V_2 є складною випадковою подією, для якої згідно теореми множення ймовірностей маємо: $W = p^{N_1}q^{N_2}$. Помножив останню ймовірність на число розподілів Ω, знаходимо: $W = \dfrac{N!}{N_1!N_2!}\left(\dfrac{V_1}{V_1 + V_2}\right)^{N_1}\left(\dfrac{V_2}{V_1 + V_2}\right)^{N_2}$.

Отриманий результат дозволяє знаходити ймовірність будь-якого з варіантів розподілу молекул ідеального газу між частинами об'єму, в якому він перебуває. Так, зокрема, доцільним, на нашу думку, є аналіз разом зі студентами цікавого результату щодо розподілу молекул між половинами посудини. Нехай спочатку молекули газу перебувають, наприклад, у її лівій половині. Приберемо уявну перегородку – газ почне поширюватися.

При цьому ймовірність стану коли газ, поширюючись, збереться до іншої половини посудини дорівнюватиме у випадку: а) однієї молекули $W = 1/2$; б) двох молекул $W = 1/2^2 = 1/4$; в) якщо $N = 4$, то $W = 1/2^4 = 1/16$. У загальному випадку для газу з N частинок імовірність дорівнюватиме $W = 1/2^N$. Якщо взяти реальне число молекул газу в $1\,см^3$ за нормальних умов ($N_L = 3 \cdot 10^{19}$ – число Лошмідта), то ймовірність такої події дорівнюватиме $W = 1/2^{3 \cdot 10^{19}}$, а це практично нуль. Отже, студенти мають чітко усвідомлювати, що тільки через величезну кількість частинок реальних макроскопічних систем теплові процеси в природі є практично необоротними. При цьому зворотні процеси в принципі можливі, але їх імовірність, як бачимо, надзвичайно мала.

2). Розрахунок імовірності станів розподілу молекул газу між половинами посудини згідно загального виразу у студентів не викликає труднощів. У випадку двох молекул: $W(0,2) = W(2,0) = 1/4$; $W(1,1) = 2/4 = 1/2$. Для $N = 4$ маємо: $W(0,4) = W(4,0) = 1/16$; $W(1,3) = W(3,1) = 1/4$; $W(2,2) = 3/8$. У випадку восьми молекул: $W(0,8) = W(8,0) = 1/128$; $W(1,7) = W(7,1) = 1/16$; $W(2,6) = W(6,2) = 7/32$; $W(3,5) = W(5,3) = 14/32$; $W(4,4) = 70/128$. Для кращого розуміння студентами отриманих результатів їх слід обов'язково продемонструвати графічно. Якщо відкладати вздовж осі абсцис число молекул, наприклад, у лівій половині посудини, то графік розподілу ймовірностей матиме вигляд (рис. 1). Як бачимо, рівномірний розподіл молекул газу між половинами посудини є найімовірнішим, при цьому ця тенденція значно посилюється зі збільшенням числа частинок системи.

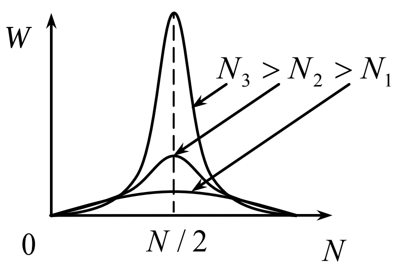


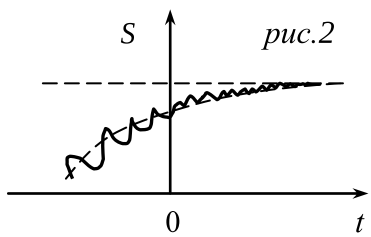
рис.1

3). У випадку рівності частин посудини за умови $N_1 = N_2 = N/2$ загальний вираз для розрахунку ймовірності спрощується. Враховуючи відому формулу Стірлінга $\left[N! \approx (N/e)^N\right]$, маємо: $W = \dfrac{N!}{N_1!N_2!} \cdot \dfrac{1}{2^{N_1}} \cdot \dfrac{1}{2^{N_2}} \approx \dfrac{(N/e)^N}{(N/2e)^N} \cdot \dfrac{1}{2^N} \approx 1$. Аналіз отриманого результату має виняткове значення в статистичній теорії макросистем, оскільки дозволяє зробити ряд важливих висновків, які обов'язково повинні стати предметом обговорення студентів на практичному занятті, тому йому слід приділити особливу увагу.

Висновок 1. У стані теплової рівноваги молекули газу повинні в середньому рівномірно розподілятись в об'ємі, який він займає. Ідеальна хаотичність руху молекул приводить до цілком сталого значення середньої густини газу за всім об'ємом (вагою газу ми нехтуємо, оскільки дія сили тяжіння приводить до складного розподілу густини). Якщо в об'ємі V виділити малий об'єм υ $(\upsilon << V)$, то за теплової рівноваги в ньому буде перебувати в середньому однакове число молекул. Завдяки цьому можна записати пропорцію: $\bar{n}/N = \upsilon/V$, звідки $\bar{n} = N(\upsilon/V)$. Отже, в об'ємі, який в k разів менший даного, перебуватиме в середньому в k разів менше молекул. Проте, якщо цей об'єм достатньо малий коли n не дуже велике, у ньому може спостерігатись коливання числа частинок, і тоді такі рівні об'єми можуть містити одночасно різне число молекул.

Висновок 2. Отриманий результат свідчить про те, що в макроскопічному масштабі практично з повною достовірністю можна вважати, що рівні об'єми ідеального газу містять однакове число молекул, тобто густина газу скрізь однакова. Цей висновок наводить на думку про практичну непорушність другого закону термодинаміки для макросистем, причиною якого є величезна кількість частинок, з яких вони складаються. У статистичній теорії цей закон має наочний зміст*:* замкнена система за рахунок теплового руху частинок переходить до таких станів, які мають найбільшу ймовірність, тобто реалізуються більшим числом способів. З рівноважного стану система самовільно не виходить, оскільки йому відповідає найбільша термодинамічна ймовірність; внутрішній рух частинок в системі не припиняється, однак зміна мікростанів відбувається таким чином, що макроскопічний стан системи в цілому залишається сталим. При цьому дійсні значення параметрів стану системи (густина, концентрація, температура, тиск, енергія тощо) близькі до середніх, тобто рівновага термодинамічної системи – рівновага статистична. Отже, сукупність величезного числа молекул має властивості, якими не володіє кожна молекула окремо. Хоча рух кожної молекули підлягає законам механіки, рух сукупності молекул є вже нова, якісно відмінна від механічної, форма руху матерії. Усвідомлення студентами цього результату має важливе значення у розумінні фізичної сутності одного з фундаментальних принципів статистичної термодинаміки – закону про необоротність теплових процесів у природі (закону зростання ентропії).

Висновок 3. Отриманий результат обумовлює статистичне трактування рівноважного стану замкненої системи як найімовірнішого за певних зовнішніх умов. Через внутрішній рух частинок системи рівноважний стан не є нерухомим, застиглим, однозначно визначеним. У цьому стані система перебуває найбільший час, тому ми спостерігаємо його частіше від інших. Проте спостереження виявляють часті малі відхилення від рівноваги – флуктуації. Як бачимо з рис. 1, значні відхилення взагалі можливі, але трапляються дуже рідко. Отже, статистична теорія передбачає існування флуктуацій, тобто явищ, які проходять зі зменшенням ентропії (термодинаміка таких процесів не розглядає). Статистично трактується й перехід системи від нерівноважних станів до рівноважного. За статистичною теорією такий процес не є жорстко детермінованим і не обов'язково проходить весь час у бік рівноважного стану: він супроводжується малими відхиленнями від основного напряму. Повільне зростання ентропії має місце лише в середньому, завдяки загальній тенденції в зміні станів системи (рис. 2). Отже, статистика показує, що закон зростання ентропії не є абсолютним законом природи.



Таким чином, процес розв'язування наведеної типової задачі подібний невеликому науковому дослідженню. Як свідчить досвід, проведений аналіз кінцевого результату та шляхів його отримання сприяє ефективному розв'язуванню цілого ряду наступних задач теми «Елементи теорії ймовірностей у статистичній термодинаміці». Наведемо кілька прикладів таких задач [3].

1. У прямокутній посудині знаходиться газ. Протягом якого часу τ всі його молекули, рухаючись хаотично, зберуться в одній з половин посудини, якщо T – загальний час спостереження ? Розглянути випадки, коли газ складається з: а) однієї; б) двох; в) чотирьох; г) восьми; д) N молекул.

2. Оцінити ймовірність того, що в одній з половин прямокутної посудини з газом перебуватиме $1/3$ усіх його молекул.

3. У замкненій посудині об'ємом V знаходиться N молекул ідеального газу. Яка ймовірність того, що в об'ємі $\upsilon << V$: а) зберуться всі N молекул; б) не буде жодної; чому повинен дорівнювати цей об'єм, щоб імовірність такої події була близькою до 10^{-2} ?

4. Оцінити ймовірність того, що густина повітря в об'ємі $\upsilon = 0{,}1$ $мм^3$ вашої кімнати буде у два рази більше звичайної густини. Яким повинен бути цей об'єм, щоб імовірність такої події була достатньою ?

Іншим розділом курсу теоретичної фізики, в якому широко використовують методи теорії ймовірностей, є квантова механіка. Як розділ теоретичної фізики, остання є теорією атомних явищ, що вивчає властивості та закономірності мікросвіту, встановлюючи закони руху елементарних частинок, атомних ядер, атомів, молекул та їх сукупностей. На сучасному рівні розвитку людського пізнання квантова механіка значною мірою визначає наш науковий світогляд і наше розуміння Природи. Цей розділ навчального курсу є таким, що важко засвоюється студентами, оскільки вимагає глибоких базових знань, володіння математичним апаратом, широкого наукового світогляду й відповідного стилю мислення. Суттєвим в опануванні студентами основних питань квантової теорії є також характерна відсутність наочного представлення її результатів та необхідність відмови від традиційних класичних уявлень. Властивості частинок у квантовій механіці, як відомо, якісно різняться зі звичайними класичними властивостями, до них відносять: корпускулярно-хвильовий дуалізм, дискретність різних фізичних параметрів, «спинові» властивості, нерозрізненість тотожних частинок, принцип Паулі, наявність двох типів хвильових функцій, що описують їх поведінку та ін. Квантова механіка вже у своїй основі містить статистичні уявлення, дозволяючи визначати лише ймовірність перебування частинки у певному об'ємі простору. У квантовій фізиці немає місця законам, які керують змінами індивідуального об'єкту з часом. Замість цього ми маємо закони, які керують змінами ймовірності з часом. У якості прикладу розглянемо одну з типових задач квантової механіки, розв'язання якої потребує використання методів теорії ймовірностей, дозволяючи аналізувати значний об'єм навчальної інформації.

Задача 2. Частинка перебуває в одномірній прямокутній потенціальній ямі шириною l з безмежно високими стінками в основному стані. Оцінити ймовірність її перебування у середній третині ями.

Розв'язання: 1). Розглядаємо загальний випадок руху частинки в одномірному прямокутному ящику з непроникними стінками: $U(x) = \begin{cases} 0, (0 < x < l); \\ \infty, (x < 0, x > l). \end{cases}$

Стаціонарне рівняння Шредингера у цьому випадку матиме вигляд: $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x)$ з граничними умовами, що забезпечують непроникність стінок: $\psi(0) = \psi(l) = 0$. Після заміни $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ отримаємо лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку: $\psi'' + k^2\psi = 0$ для $(0 < x < l)$. Загальний розв'язок цього рівняння добре відомий студентам: $\psi(x) = C\sin(kx + \delta)$, де k і δ – сталі, які однозначно визначаються з граничних умов: $\psi(0) = C\sin\delta = 0$, тобто $\delta = 0$; $\psi(l) = 0$, звідки $kl = n\pi$, де $(n = 1,2,3,...)$. Сталу C знаходять, використовуючи відомий з теорії ймовірностей вираз умови нормування густини ймовірностей: $\int\limits_0^l dW = 1$, тобто $\int\limits_0^l |\psi(x)|^2 dx = 1$, звідки $C = \sqrt{\frac{2}{l}}$. Остаточно отримаємо вирази для власних значень енергії та хвильової функції частинки, що перебуває на n-му енергетичному рівні в одномірній прямокутній потенціальній ямі шириною l з безмежно високими стінками: $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2$; $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{\pi n}{l}x\right)$. Усвідомленню студентами фізичної сутності отриманих результатів сприятиме їх обов'язкова подальша наочна інтерпретація. Графіки власних функцій, густини ймовірності знаходження частинки та схеми її енергетичних рівнів зображено на рисунках 3-5. Як бачимо, спектр енергії частинки, що рухається в обмеженому об'ємі простору (рис. 5), дискретний (квантується кінетична енергія, $E_n > 0$) і невироджений (кожному енергетичному рівню E_n відповідає лише одна власна функція ψ_n), причому, відповідно до принципу невизначеностей Гейзенберга, характерний масштаб енергії $\sim \hbar^2 / 2ml^2$. Хвильова функція основного стану $\psi_1(x)$ на проміжку $0 < x < l$ не має вузлів, вона є дійсною і додатною. Наступна функція $\psi_2(x)$, що описує перший збуджений стан, має один вузол при $x = l/2$ (рис. 3) і т.д.

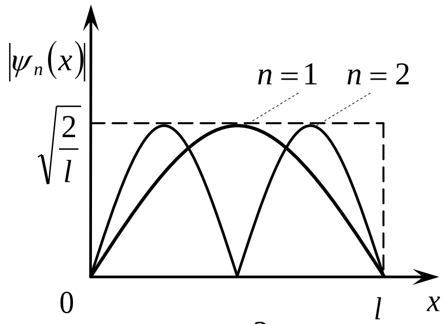


рис. 3

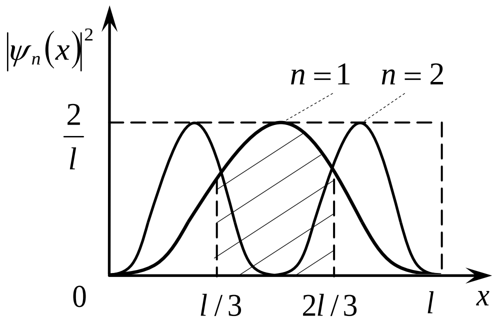


рис. 4

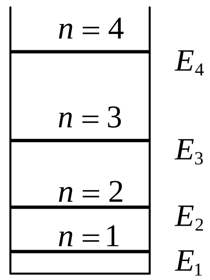


рис. 5

2). Імовірність перебування частинки в певному інтервалі $(x_1 < x < x_2)$ визначають згідно відомої формули теорії ймовірностей: $W = \int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$. У нашому випадку шукана ймовірність чисельно дорівнює заштрихованій площі (див. рис. 4): $W = \int\limits_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx = \frac{2}{l}\int\limits_{l/3}^{2l/3} \sin^2\left(\frac{2\pi n}{l}x\right)dx = 0{,}61$. Аналіз отриманих вище результатів дозволяє зробити ряд важливих висновків, які обов'язково повинні стати предметом обговорення студентів на практичному занятті.

Висновок 1. Згідно рисунку 4 можна отримати цікавий результат: середнє значення координати частинки, що перебуває в одномірній потенціальній ямі в основному стані дорівнює $l/2$. Цей результат можна підтвердити, використовуючи відому з теорії ймовірностей формулу для розрахунку середнього значення випадкової величини:

$$\bar{x} = \int\limits_0^l x dW = \int\limits_0^l x|\psi_n(x)|^2 dx = \frac{2}{l}\int\limits_0^l x\sin^2\left(\frac{\pi n}{l}x\right)dx = \frac{1}{l}\int\limits_0^l x\left(1 - \cos\frac{2\pi n}{l}x\right)dx = \frac{l}{2}.$$

Отриманий результат свідчить про те, що серед усіх можливих положень частинки, яка рухається в обмеженому об'ємі простору, ця відстань є найімовірнішою, але вона не є абсолютною, однозначно визначеною. Як бачимо з рисунку 4, інші її положення також мають право на існування; значні відхилення (флуктуації) від найімовірнішого відповідно до принципу невизначеностей взагалі можливі, але трапляються дуже рідко. З підвищенням енергетичного стану частинки ситуація значно ускладнюється, що можна пояснити періодичністю густини ймовірності хвильової функції. Згідно рис. 4 виходить, що в збудженому стані з $n = 2$ частинку не можна виявити посередині ями; разом з тим вона може однаково часто перебувати як у її лівій, так і правій половині. Така поведінка частинки, звичайно, несумісна з уявленням про її траєкторію. Звертаємо увагу студентів на те, що кожна мікрочастинка, володіючи корпускулярно-хвильовими властивостями, не має абсолютно визначеної координати, вона виявляється ніби «розмитою у просторі». Нагадаємо, що згідно класичних уявлень усі положення частинки в потенціальній ямі рівноймовірні.

Висновок 2. Згідно виразу власних значень енергії частинки, що перебуває в одномірній прямокутній потенціальній ямі з безмежно високими стінками, віддаль між сусідніми енергетичними рівнями: $\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}(2n+1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n$. Якщо взяти m порядку маси молекули, а $l \sim 10$ $см$ (молекули газу в посудині), виходить: $\Delta E_n \approx 10^{-20} n$ (еВ). Настільки щільно розташовані енергетичні рівні будуть практично сприйматися як суцільний спектр енергії, так що хоча квантування енергії у принципі має місце, але на характері руху частинок воно не позначатиметься. Аналогічний результат отримуємо, якщо взяти m порядку маси електрона за тих самих розмірів ями (вільні електрони в металі): $\Delta E_n \approx 10^{-16} n$ (еВ). Проте зовсім інший результат виходить для електрона, якщо область, у межах якої він рухається, буде порядку атомних розмірів $\left(\sim 10^{-10} м\right)$. У цьому випадку $\Delta E_n \approx 10^{2} n$ (еВ), так що дискретність енергетичних рівнів буде досить помітною.

Аналіз студентами отриманих формул і висновків під час розв'язування наведеної вище типової задачі є надзвичайно важливим, оскільки сприятиме не тільки усвідомленню фізичної сутності розглядуваних явищ, але й розв'язуванню цілої групи наступних задач курсу, що передбачають визначення ймовірності перебування частинки у певних межах одно-, дво- та тривимірної потенціальної ями для будь-якого її енергетичного стану, різниці певних енергетичних рівнів, проходження частинки крізь «низький» та «високий» потенціальний бар'єри, визначення коефіцієнтів прозорості потенціального бар'єру певної ширини та ін.

Висновки. Незважаючи на те, що у розпорядженні викладача курсу теоретичної фізики сьогодні достатньо різноманітної навчально-методичної літератури необхідність удосконалення методики його викладання за сучасних умов модернізації вищої освіти в контексті європейських вимог, посилення фундаментальності та професійної спрямованості у підготовці майбутніх фахівців є цілком очевидною. З пасивного споживача знань студент має перетворитися на активного їх творця, оскільки справді фундаментальним є саме особистісне знання. Під час розв'язування задач зробити це можна найбільш ефективно. За умов зменшення аудиторних годин та підвищення ролі самоосвітньої навчальної діяльності студентів зростає потреба у розробці такої методичної системи навчання курсу, яка оптимально сприятиме досягненню студентами високих навчальних результатів, формуванню відповідних професійних компетенцій, а саме: опануванню сутністю фундаментальних фізичних понять, законів і теорій; методологією наукового пізнання; оволодінню основами математичного апарату сучасної науки; формуванню наукового світогляду та відповідного стилю мислення, творчих здібностей. Завдання викладача при цьому полягає у переведенні навчальної інформації з «режиму її отримання» в режим творчої, інноваційної діяльності; формуванні у студентів особистісного пізнавального досвіду; виробленні ціннісно-професійних орієнтирів, професійної позиції, основу якої складатиме не стільки система набутих предметних знань, скільки їх дієвість, можливість використання у процесі розв'язування практичних задач.

Перспективи подальших пошуків у напрямку дослідження ми вбачаємо у розробці навчально-методичного забезпечення до практичних занять та впровадженні такої методичної системи навчання курсу, яка гарантуватиме досягнення прогнозованих освітніх результатів, сприяючи не лише якісному засвоєнню студентами фундаментальних знань, але й розвитку професійного мислення, здібностей самостійно засвоювати, оцінювати знання, оперувати ними, що стимулюватиме їх усвідомлену зацікавленість в отриманні якісної освіти.

Список використаної літератури

1. Павленко А. І. Теоретичні основи методики навчання учнів складанню і розв'язуванню фізичних задач у середній школі : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання фізики» / А. І. Павленко. – К. : НПУ ім. М.П.Драгоманова, 1997. – 39 с.
2. Розв'язування навчальних задач з фізики : питання теорії і методики / [С. У. Гончаренко, Є. В. Коршак, А. І. Павленко та ін.] ; за заг. ред. Є. В. Коршака. – К. : НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2004. – 185 с.
3. Школа О. В. Основи статистичної фізики та термодинаміки. Збірник задач : навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закл.] / О. В. Школа. — Донецьк : Юго–Восток, 2008. – 168 с.

Школа А.В. Использование методов теории вероятностей в процессе решения задач курса теоретической физики

В статье проводится короткий анализ методических особенностей решения задач курса теоретической физики с использованием методов теории вероятностей в системе личностно-ориентированного обучения будущих учителей физики, имеющее важное значение в их фундаментальной и профессиональной подготовке.

Ключевые слова*: вероятность, плотность вероятности, макроскопическая система, статистический вес, флуктуации, волновая функция.*

Shkola O.V. Using methods of probability theory in the process of problem solving in course of theoretical physics.

The article deals with the short analysis of methodological features of problem solving in course of theoretical physics. Problem solving is conducted with the use of methods of probability theory in the system of personality-oriented training of future teachers of physics. It has an important value in their fundamental and professional training.

Keywords*: probability, density of probability, macroscopic system, statistical weight, fluctuations, wave function.*