# ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ГАЛУА В КУРСІ «АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ»

***Требенко Д.Я.,***
*кандидат фіз.-мат. наук, доцент,*
***Требенко О.О.,***
*кандидат фіз.-мат. наук,*
*Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова*

У статті детально обґрунтовується необхідність розширення змісту курсу «Алгебра і теорія чисел» педагогічного університету елементами теорії Галуа.

В статье детально обоснована необходимость расширения содержания курса «Алгебра и теория чисел» педагогического университета элементами теории Галуа.

The necessity of expanding the content of “Algebra and Number Theory” course of the pedagogical university through the introduction of Galois Theory elements is argued in detail in the article.

**Постановка проблеми.** Питання про оновлення змісту і методології курсів математики в школах та університетах із урахуванням досягнень сучасної математичної науки є предметом активного обговорення більше століття, з того часу як Ф.Клейн висунув свою знамениту «ерлангенську» програму. За задумом Клейна ключову роль в точних науках мали відіграти поняття групи і ідея перетворення. Спочатку більшою мірою зміни торкнулись програм університетських курсів. Про докорінне оновлення наукової системи ШКМ всерйоз заговорили лише в 40-х роках XX ст. Ідейним натхненником реформ виступив О.М.Колмогоров. Саме він в 1938 р. на засіданні Московського математичного товариства в оглядовій доповіді «Сучасні питання теоретико-множинної геометрії» підкреслив їхню неминучу необхідність. Досвід групи французьких математиків Бурбакі та дослідження швейцарського психолога Піаже, який виявив в людському мисленні структури, аналогічні структурам порядку, топології і алгебри, підкріплювали задуми Колмогорова. Ідею та перші результати реформ позитивно оцінили Міжнародні конгреси в Амстердамі (1954) і Стокгольмі (1960), спеціальна комісія при ЮНЕСКО (1960). Однак на теренах Радянського Союзу лише в 60-х роках ідеї Клейна вдалось реально втілити в життя. Нова програма з математики на основі теоретико-множинної концепції побачила світ у 1968 р. Зміни проводились під гаслом зближення шкільної математики із сучасною математичною наукою.

На жаль, надії на нову методологію не виправдались. Через нищівну критику, розпочату публікацією статті академіка Л.С.Понтрягіна в журналі «Комуніст» в 1980 р., експеримент завершився достроково. Стаття була підтримана багатьма видатними радянськими вченими і педагогами. Зараз відомі основні мотиви цієї кампанії (мається на увазі, підтримка курсу на модернізацію математичної освіти та схвальні відгуки на нові підручники правлячою елітою на Заході і католицькою церквою), але факт залишається фактом: результатом дискредитаційної кампанії стала повна відмова в середині 80-х рр. від теоретико-множинного підходу до побудови курсу.

По-іншому склалась доля програм з математики педагогічних інститутів. У зв'язку із переходом шкіл до нової програми в 1970 р. курс «Вища алгебра», який до цього часу був зосереджений на вивченні алгебраїчних рівнянь та їхніх систем, було перейменовано на курс «Алгебра і теорія чисел». Головною метою цього курсу стало вивчення основних алгебраїчних структур і виховання алгебраїчної і теоретико-числової культури, необхідної майбутньому вчителю для глибокого розуміння цілей та завдань як основного курсу математики, так і шкільних факультативних курсів. (Дивує лише те, що програма не передувала реформі шкільного курсу, а прямувала за нею із великим запізненням. Зауважимо, що це свого часу негативно вплинуло на процес модернізації змісту ШКМ. Як зазначав академік А.М.Колмогоров, «…укладачі програм у першому їхньому варіанті намітили досить помірну, на їхню думку, схему введення елементів сучасного підходу до основних математичних понять в шкільному викладанні. В остаточному проекті укладачі більш обережні, ніж їм хотілося б… Але, мабуть, така ще більша обережність відповідає реальному стану із підготовкою не лише нашого учительства, але і методистів, і викладачів педагогічних інститутів» [1, С.8]). До програми було введено елементи математичної логіки і теорії множин, відомості про алгебраїчні структури: групи, кільця, поля та про лінійні простори.

На щастя, відмова від теоретико-множинної основи в ШКМ не позначилась на програмах педагогічних інститутів, не призвела до вилучення елементів сучасної математики. Навпаки, в 90-х роках постало питання про необхідність зближення програм математичних курсів педагогічних інститутів і класичних університетів. До обговорення проектів нових програм для педагогічних інститутів було залучено представників як педагогічних, так і класичних ВНЗ, але конкретних результатів такі спільні засідання не принесли. Дійсно, без детального цілеспрямованого дослідження, простим копіюванням програм проблеми не вирішити. Зміст курсу формується із урахуванням мети і завдань курсу, а вони, в свою чергу, визначаються із загальних цілей і завдань підготовки фахівця. Тому, враховуючи, що класичний і педагогічний університети готують фахівців різної кваліфікації (класичний університет орієнтований головним чином на підготовку математика-дослідника, а педагогічний – на підготовку вчителя), зміст програм цілком ідентичним бути не може.

Над проблемою формування змісту навчальної дисципліни «Алгебра і теорія чисел» педагогічного університету автори працюють вже досить тривалий період: розроблено принципи формування змісту і виділено критерії відбору навчального матеріалу, знайдено повне розв'язання проблеми послідовності вивчення програмового матеріалу, визначено необхідність та досліджено можливості розширення змісту курсу елементами теорії чисел.

**Метою даної роботи** є обґрунтування доцільності включення елементів теорії Галуа до змісту дисципліни «Алгебра і теорія чисел» педагогічного університету.

**Виклад основного матеріалу.** Головною метою фундаментальної математичної дисципліни (для майбутніх вчителів математики) є вивчення основ тієї галузі математичної науки, яку репрезентує дана дисципліна, оволодіння її методами, основними ідеями, теоретичними положеннями та застосуваннями, формування математичної культури, що забезпечить розуміння майбутнім вчителем цілей і завдань як основного шкільного курсу математики, так і спеціальних факультативних курсів. Вчитель, який розуміє фундаментальні основи ШКМ, здатний не лише до *відтворення* матеріалу із підручника. Він може *проаналізувати* зміст підручника (порівняти зміст різних підручників) та програмні вимоги, виділити основну ідею і другорядний матеріал, самостійно знайти способи реалізації цієї ідеї на уроці, виявити (що особливо важливо) складні для розуміння учнями питання і відповідним чином спроектувати навчально-пізнавальну діяльність учнів на основі диференційованого підходу. Такий вчитель готовий до творчо-пошукової роботи разом з учнями, до конструювання нових знань, до формування творчої особистості учня. Він може зацікавити учнів, розказавши про сучасні досягнення в науці, про чисельні застосування математичних результатів в різних областях економіки, інформаційної безпеки, галузях науки і техніки, показати математику як науку, а не як «навчальний предмет». Якщо ж вчитель сам не розбирається в цих питаннях, має вузький, обмежений математичний світогляд, прив'язаний лише до конкретного підручника, важко очікувати, що його учні матимуть інтерес до предмету, прагнутимуть до творчих пошуків математичних закономірностей. Тому вчитель повинен мати солідну фундаментальну математичну підготовку, володіти своїм предметом в межах, що далеко сягають за рамки шкільної математики, бути зовсім не поверхнево ознайомленим із елементами сучасної математики, мати достатній рівень математичної культури.

Сучасна математика – це складна наукова система, в якій на сьогодні виділяють понад 60 основних математичних галузей, кожна з яких має свій предмет, особливий зміст, свої методи і області застосувань. Диференціації в сучасній математичній науці важко уникнути: вона є закономірним наслідком бурхливого розвитку математики, швидкого збільшення обсягу знань. Диференціація неминуче веде до спеціалізації і розподілу наукової праці: якщо ще 150-200 років тому математик міг однаково добре розбиратись в абсолютно різних математичних областях, то за останні 100 років кількість математичних об'єктів, доступних для вивчення, неймовірно зросла, і сьогодні охопити все розмаїття різнохарактерних математичних знань просто фізично неможливо.

Тому цілком природно, що і математична освіта майбутнього вчителя математики, як відображення математичної науки, являє собою набір навчальних дисциплін, що репрезентують ту чи іншу історично сформовану галузь. Розподіл на навчальні дисципліни дозволяє більш ґрунтовно підійти до вивчення теоретичних основ кожної окремої математичної галузі.

Аналогічно цілком виправданим є структурування змісту навчального дисципліни на основі провідних теорій відповідної математичної галузі: в рамках теорії єдиний понятійний апарат, спільні методи дослідження, тому знання, вміння і навички накопичуються швидше, і це дозволяє більш глибоко і детально проникнути в суть теорії, вивчити окремі її аспекти. Концентрація матеріалу навколо математичної теорії забезпечує можливість передачі в узагальненому вигляді визначеного обсягу знань, що сприяє формуванню теоретичного мислення.

Водночас, такий підхід до вивчення математики не сприяє формуванню цілісного уявлення про математику як науку, про її основні ідеї і методи, утруднює встановлення взаємозв'язків. В результаті математична галузь, яку репрезентує навчальна дисципліна, і математика в цілому, постають перед студентом у вигляді сукупності малопов'язаних наукових теорій, кожна з яких розвивається сама по собі, без взаємозв'язку із іншими, за своїми законами, правилами.

Цілісність є результатом процесу інтеграції, тому формування цілісного уявлення про навчальну дисципліну може бути забезпечено реалізацією інтеграційних процесів у навчанні. Однією із форм інтеграції є виділення окремого комплексу знань, вмінь і навичок узагальнюючого, систематизуючого характеру.

На думку авторів, в якості узагальнюючого матеріалу в курсі «АТЧ» можна з успіхом використати елементи теорії Галуа.

Під теорією Галуа на її першому етапі розвитку розуміли теорію, метою якої було вияснення умов розв'язності заданого рівняння в радикалах (принаймні так її розумів сам Галуа). Сьогодні теорія Галуа – (в найбільш широкому розумінні) теорія, що вивчає ті чи інші математичні об'єкти на основі їхніх груп автоморфізмів. Так, напр., можливі теорія Галуа полів, кілець, топологічних просторів і т. п. В більш вузькому розумінні під теорією Галуа розуміється теорія Галуа полів [2] і саме в такому розумінні трактується теорія Галуа в даній роботі.

Теорія Галуа заклала основи сучасної алгебри: із конкретної задачі про розв'язність рівнянь в радикалах виникли абстрактні теорії – теорія груп, теорія кілець, теорія полів та інші. Ідеї теорії Галуа глибоко проникли в різноманітні області математики і частково створили, частково просунули вперед такі області математики як теорія диференціальних рівнянь, теорія автоморфних функцій, комбінаторна топологія і т.п. Відповідно до нових областей застосувань, сама теорія Галуа змінила свою мову; об'єктом вивчення стали замість коренів рівнянь поля алгебраїчних чисел, замість підстановок – автоморфізми полів тощо. І хоча сьогодні питання про розв'язність рівнянь в радикалах перестало бути центральним в алгебрі, теорія Галуа і надалі є одним із ключових її розділів.

Елементи теорії Галуа в курсі «АТЧ» пропонується розглядати в рамках заключного розділу «Теорія полів». За такого підходу вивчення елементів теорії Галуа:

1) Розкриває взаємозв'язки між окремими змістовими лініями курсу – алгебраїчними теоріями, що сприяє формуванню цілісної системи знань студента, розкриває логічну структуру алгебри як науки, її місце в системі математичних наук, формує узагальнені уявлення про її предмет і методи, джерела алгебраїчних знань, шляхи її подальшого розвитку і перспективи.
2) Забезпечує можливість повторення, закріплення і розширення знань, одержаних в усіх (без винятку) розділах курсу. Звичайно, тут повторення не є самоціллю, його метою є не просто збереження і закріплення старих зв'язків, а встановлення нових. Питання, що розглядаються в рамках даного розділу, органічно доповнюють зміст курсу «АТЧ». Тут активно використовуються і знаходять подальший розвиток поняття, результати інших розділів курсу (а саме: різноманітні результати теорії чисел, теорії груп, теорії кілець, теорії многочленів), а також курсу «Лінійна алгебра» (теорія векторних просторів,

теорія матриць). Групи підстановок стають засобом дослідження рівнянь, знаходять застосування такі абстрактні поняття, як група, (нормальна) підгрупа, ізоморфізм груп тощо, що вимагає актуалізації знань про властивості груп. Знання з теорії груп розширюються і доповнюються (розв'язні групи); розширюється база конкретних прикладів груп (групи матриць).

3) Дозволяє забезпечити можливість реалізації спадкоємності між ШКМ і курсами вищої математики в таких напрямах.

І. Однією із основних змістових ліній ШКМ є лінія рівнянь (і нерівностей). В курсі «АТЧ» детально розглядаються методи розв'язування алгебраїчних рівнянь степеня $n \le 4$, без доведення формулюється теорема Руффіні-Абеля про нерозв'язність алгебраїчного рівняння степеня $n \ge 5$ в радикалах. Але причина розв'язності рівнянь степеня $n \le 4$ і, навпаки, нерозв'язності рівнянь при $n \ge 5$ залишається для студента незрозумілою. Ситуацію ускладнює і досить штучне виведення формул Кардано і способу Феррарі. Теорія Галуа розкриває зазначені причини, і, більше того, дає спосіб визначення, чи є задане конкретне рівняння розв'язним в радикалах чи ні, дозволяє навести конкретні приклади рівнянь, нерозв'язних в радикалах, довести теорему Руффіні-Абеля.

ІІ. Значне місце в шкільному курсі геометрії займають задачі на побудову геометричних фігур за допомогою циркуля і лінійки. Обґрунтування можливості (неможливості) таких побудов і дає теорія Галуа.

4) *Розкриває причини появи багатьох абстрактних понять* теорії груп, теорії кілець і полів,

*пояснює появу термінології і позначень* через встановлення аналогій: нормальна підгрупа - нормальне розширення, спряжені елементи групи - спряжені над полем елементи тощо.

5) Носить виховну, розвиваючу, загальнокультурну функцію. Відмітимо: в курсі історії математики неодмінно заходить мова про непросту долю Е.Галуа і про його видатний внесок в становлення сучасної алгебри, при цьому критерій розв'язності алгебраїчного рівняння в радикалах викладачем нерідко характеризується як знаменитий, загальновідомий результат. Але ж студент не знає, в чому саме полягає цей критерій, в чому суть теорії, а відповідно не розуміє значення створеної теорії, тому насправді оцінити велич доробку Галуа він просто не здатен. Як справедливо зазначає Ф.Клейн: «Без знайомства із теорією Галуа важко оцінити все значення досягнень Галуа» [3].

6) Формує уявлення про роль та місце сучасної алгебри в системі математичних наук, шляхи її подальшого розвитку і перспективи, про джерела появи алгебраїчних знань, про зв'язки алгебри із різними областями математики та іншими науками, показує вплив суспільного розвитку, практичних потреб і діяльності людини на зміст і характер розвитку науки. В такий спосіб можна продемонструвати єдність математичних теорій: з одного боку, показати, як працюють методи теорії Галуа в суміжних науках (так, ідеї теорії Галуа знаходять втілення в інших розділах математики, наприклад, в топології

аналогом теорії Галуа є теорія накриттів (зокрема аналогом групи Галуа поля є фундаментальна група топологічного простору), в теорії функції комплексної змінної – теорія голоморфних відображень ріманових поверхонь, в теорії диференціальних рівнянь – теорія Пікара-Вессіо), з іншого, розглянути, наприклад, різні методи доведень основної теореми алгебри многочленів (алгебраїчний метод Гауса, функціональний, топологічний та ін.), порівняти їх.

І найголовніше. Як показує практика, більшість із студентів, починаючи вивчати елементи абстрактної алгебри (особливо це стосується теорії груп) і зіштовхуючись із цілком природними труднощами, пов'язаними із досить високого рівня абстракцією, замислюється над доцільністю вивчення майбутнім вчителем математики відповідних розділів. І часто така аргументація як: «поняття групи є одним із найважливіших фундаментальних понять сучасної математики, яке має широке застосування як в самій математиці, так і далеко за її межами», не є переконливою. Вивчення теорії Галуа дасть змогу показати майбутньому вчителю, що існує багато задач елементарної математики, які засобами самої елементарної математики розв'язати неможливо або досить складно, але які успішно розв'язуються методами абстрактної алгебри. Цими методами повинен володіти вчитель середньої школи, щоб не трапилось так, що на деякі цілком природні запитання учнів (наприклад, як побудувати за допомогою циркуля і лінійки трикутник за заданими бісектрисами) він не зможе знайти відповідь. Це підкреслить значимість вивчення майбутнім вчителем абстрактної алгебри і вищої математики загалом.

Тут варто також згадати слова відомого німецького математика Г.Вейля: «За новизною та глибиною ідей творіння Галуа є, можливо, найвидатнішим творінням з усього, що коли-небудь було написано рукою людини» [4].

Необхідність розгляду теорії Галуа в курсі вищої алгебри яскраво підкреслює в передмові до своєї книги «Елементи вищої алгебри» видатний алгебраїст Д.О.Граве:

*«…Меня уже давно мучила мысль, что обычная программа курса высшей алгебры есть не то, что нужно излагать, а что главное дело состоит как раз в том, что не излагается, т. е. в теории групп, теории подстановок, теории Galois и т. п. …*

*Что, в самом деле, должен говорить профессор, выходящий из аудитории и слышащий вопрос студента: «Вы говорили, что буквенные уравнения выше 4-ой степени не решаются в радикалах, а как это доказать?» Я пробовал различным образом уклоняться от ответа на этот вопрос. Сначала я говорил, что радикал есть знак неудачный, а потому и теория решений уравнений при помощи этого знака есть теория, не имеющая практического значения. Я чувствовал при этом, конечно, что обычный способ разговора двух математиков, когда один критикует предмет, которым занимается другой, совершенно недопустим между профессором и учениками. Да кроме того, профессору трудно будет защитить свою точку зрения, ибо студент ни за что не поверит, что теория, которой занимались Lagrange, Gauss, Abel и Galois, теория, незаслуживающая внимания. Затем наступил период, когда, я стал давать обычные, так называемые краткие, доказательства теоремы Abel'а о невозможности алгебраического решения уравнений выше 4-ой степени. Сознавая неубедительность этих доказательств, я готов был презирать себя за недобросовестность. Наконец, я поставил себе ребром вопрос, почему я не желаю излагать как следует теорию Galois? Я не видел другого объяснения, кроме дурной привычки и рутины. Все говорило за введение теории Galois в элементарный курс высшей алгебры: и абсолютная необходимость основ теории групп для приличного преподавания чистой математики, и достаточная разработанность теории Galois, позволяющая простое и ясное изложение, и важность этой теории для высших частей алгебры, где этот* *предмет сливается с теорией чисел в гармоническое целое. Таким образом я излагаю последние несколько лет теорию Galois в общем курсе высшей алгебры.»* [5].

Сучасні вітчизняні алгебраїсти також цілком схвалюють ідею вивчення теорії Галуа в курсі вищої алгебри. Так, професор Ю.А.Дрозд, завідуючий відділом алгебри Інституту математики НАНУ, в своєму навчальному посібнику «Теорія Галуа» [6] з жалем зазначає, що зникнення теорії Галуа з університетських програм у повоєнні радянські роки негативно вплинуло на рівень математичної освіти, і підкреслює, що теорія Галуа займає чільне місце в підготовці фахівців-математиків у всьому світі.

Принципова позиція Юрія Анатолійовича знайшла відображення у вітчизняних університетських програмах з «АТЧ». Сучасною програмою курсу «АТЧ» класичного університету передбачено досить детальне висвітлення теорії Галуа (на вивчення основ теорії полів і теорії Галуа разом відведено 18 лекційних і 18 лабораторних годин).

Що ж стосується педагогічних університетів, то до програм, які було розроблено в 70 рр. ХХ ст., теорія Галуа не потрапила через банальну причину. Як уже зазначалось вище, тривалий час зміна погляду на предмет алгебраїчної науки взагалі не знаходила відображення в програмах курсу вищої алгебри вітчизняних педагогічних інститутів, студенти одержували явно застаріле уявлення про предмет і основні поняття алгебри, і лише реформа ШКМ 60-х років ХХ ст. змусила переглянути зміст програми. Появі нової програми з алгебри для педвузів слід багато в чому завдячувати авторам вітчизняного підручника «Курс вищої алгебри» [7] В.М.Костарчуку і Б.І.Хацету. На той час видати підручник, який мав би істотні відхилення від затвердженої Міністерством освіти програми було неможливо. Глибоко переймаючись проблемами змісту і рівня викладання шкільної математики, проблемами математичної підготовки вчителів, вони не могли погодитись із тим, що тогочасний курс вищої алгебри педагогічного інституту абсолютно не знайомив майбутнього вчителя із елементами сучасної алгебри. Вихід вони знайшли в тому, що наділили книгу «Курс вищої алгебри» двома авторськими зверненнями до читача: вступ і заключні зауваження, в яких намагалися дати читачу уявлення про сучасне розуміння предмета алгебраїчної науки. До хрипоти сперечаючись із редакторами, вони в кожному новому виданні дрібним шрифтом намагались втиснути якомога більше позапрограмового матеріалу, іноді в такий спосіб вдавалось вмістити цілі розділи (див. [8]). Книга «Про можливе і неможливе в геометрії циркуля і лінійки» [9] – це, за словами Б.І.Хацета, теж ніщо інше, як розширені «нелегальні» розділи того ж курсу вищої алгебри, які ніяк не вдалося втиснути в підручник.

*Ми вважали, що вчитель ... обов'язково повинен розуміти алгебраїчну природу проблеми побудови циркулем і лінійкою і її розв'язання (елементи теорії Галуа), а також вміти застосовувати критерій розв'язності не тільки до класичних задач, але й до цілком по-шкільному сформульованих задач на побудову. Крім іншого, ми були переконані, що вивчення «неможливих задач» в науці і стимульованих ними нових ідей має для вчителя (а через нього і для учнів) велике виховне значення* (Із спогадів Б.І.Хацета [8]).

В 70-х роках нарешті з'явилась можливість широкого втілення авторських задумів: до нового видання (написаного у співавторстві із С.Т.Завало) було включено: елементи математичної логіки і теорії множин, відомості про алгебраїчні структури, лінійні простори і багато чого іншого, що підвищувало і робило сучасним ідейний зміст курсу. Але банально не вистачило місця для огляду теорії Галуа.

Виникає природне питання: чому саме теорією Галуа довелось пожертвувати. Однією із можливих причин упередженого ставлення до вивчення теорії Галуа може бути наступна. Ідеї «ерлангенської» програми Ф.Клейна в проблемах пов'язаних із викладанням математики в школі і університеті і досі відіграють велике значення, їх вважають передовими, актуальними, сучасними, вартими особливої уваги. Можна навіть сказати, що за сто років, що минули від дня проголошення «ерлангенської» програми, вплив поглядів Клейна не лише не послабшав, а швидше зріс. Звичайно, значення «ерлангенської» програми важко переоцінити: нарешті, елементи сучасної математики знайшли відображення в програмах школи і ВНЗ. Але, на превеликий жаль, до вивчення теорії Галуа в університеті Ф.Клейн ставився досить скептично. В історичному огляді [3] він зазначає: «…я хотів би відмітити своєрідну роль, яку відіграє теорія Галуа як предмет викладання в наших університетах. Тут відбувається конфлікт, однаково сумний і для тих, хто навчає, і для тих, хто навчається. А саме: з одного боку, викладачі, натхненні винятковою геніальністю відкриття і значимістю його глибоких результатів, із особливим бажанням читають курси про теорію Галуа, з іншого боку, саме ця область являє виняткові труднощі для студента-початківця. Сумним результатом цього в більшості випадків є те, що затрачені із особливою любов'ю і натхненням зусилля викладачів проходять повз більшість слухачів, не зустрічаючи, за рідкими винятками, жодного розуміння. Відому роль в цьому відіграють і особливі труднощі, які представляє виклад теорії Галуа». Висловлена думка про особливе місце теорії Галуа глибоко закоренилась, на це звертає увагу видатний теоретико-числовик А.Вейль: «Був час, коли теорія Галуа розглядалась лише як річ важка і абстрактна, призначена лише для спеціалістів. Більше того, я знав деяких чудових математиків, які відкрито зізнавались в своєму абсолютному невігластві в теорії Галуа і, здається, навіть пишались цим. Тепер всі розуміють, що це – один із «основних» розділів, з яким кожен студент-математик повинен познайомитись в перші роки навчання» [10].

Дійсно, важко говорити про можливість вивчення теорії Галуа в університеті в часи Клейна. Але ж за час, який минув відтоді, зміст програм з математики як школи, так і ВНЗ зазнав кардинальних змін: із елементами вищої математики учні знайомляться ще в школі, а рівень абстрактності, який має на сьогодні курс вищої алгебри, цілком дозволяє на належному науковому рівні і водночас в доступній формі ознайомити студентів із елементами теорії Галуа.

Можливість включення елементів теорії Галуа до змісту курсу «АТЧ» педагогічного університету була підтверджена експериментально в ході дослідження на базі НПУ імені М.П.Драгоманова. Відмітимо, що в даній роботі автори прагнули акцентувати увагу на необхідності вивчення теорії Галуа майбутнім вчителем математики, тому обмежились лише розглядом цього питання. В наступній публікації буде детально розкрито досвід впровадження.

Зауважимо, що введення елементів теорії Галуа до змісту курсу «Алгебра і теорія чисел» вимагатиме створення відповідного навчального посібника, адже сучасних посібників із викладом цієї теорії бракує: давно стала бібліографічної рідкістю книга [11], книги [12] і [13] не зовсім узгоджуються із основною програмою курсу «АТЧ», виклад теорії Галуа в [14] і [15] – орієнтований на спеціалістів в області алгебри, а навчальний посібник Ю.А.Дрозда [6], хоч і відповідає основній програмі курсу «АТЧ», але може бути недоступним для студента педуніверситету через те, що багато теоретичних відомостей (тверджень, теорем), на яких базується подальший виклад матеріалу, формулюється у вигляді задач, пропонується читачу довести самостійно.

**Висновки.** Розширення змісту курсу «Алгебра і теорія чисел» педагогічного університету за рахунок введення елементів теорії Галуа є актуально необхідним. Можливості практичної реалізації даної ідеї експериментально підтверджено на базі НПУ імені М.П.Драгоманова.

## Список використаної літератури


1. Колмогоров А.Н. Новые программы и некоторые вопросы усовершенствования курса математики в средней школе // Матем. в школе, 1967. – № 2. – 4-13 с.
2. Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1977-1985. – Т.1. – С.838-840.
3. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. – М.: ГИТТЛ, 1937. – 434с.
4. Вейлъ Г. Симметрия. — М.: Наука, 1968. – 192 с.
5. Граве Д. Элементы высшей алгебры. – К.: Тип. Императорского Ун-та св. Владимира, 1914. – 590 с.
6. Дрозд Ю.А. Теорія Галуа. – Київ: РВЦ «Київський університет», 1997. – 35 с.
7. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри. – К.: Вища школа, 1969. – 540 с.
8. Хацет Б.І. Віктор Миколайович Костарчук у моєму житті // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т.Г.Шевченка. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів: ЧДПУ. – 2009. – Вип.60. –С.15-20.
9. Костарчук В. М., Хацет Б.І. Про можливе і неможливе в геометрії циркуля і лінійки. – К.: Рад. школа, 1971. – 128 с.
10. Вейль А. Основы теории чисел. – М.: Мир, 1972. – 412 с.
11. Сушкевич А. К. Основы высшей алгебры. – М.-Л.: Гостехиздат, 1932. - 356 с.
12. Артін Е. Теорія Галуа. – К.: 1963. – 52 с.
13. Постников М.М. Теория Галуа. – М.: 1963. – 220 с.
14. Ван-дер-Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Мир, 1976. – 648 с.
15. Ленг С. Алгебра. – М.: Мир, 1968. – 564 с.