МАТЕМАТИЧНІ ПРЕДМЕТНІ ДІЇ ТА ЇХ ОСВОЄННЯ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ НА ЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ

Євсеєва О. Г.,
кандидат фіз.- мат. наук, доцент,
Донецький національний технічний університет

У статті наведено основні види математичних предметних дій. Проаналізовано можливості використання теорії поетапного формування розумових дій під час навчання математики у вищій школі. Розглянуто п’ять етапів освоєння математичних предметних дій: ознайомлювально-мотиваційний етап, етап матеріалізованої форми, етап мовної форми вголос, етап мовної форми про себе, етап автоматизованої форми дії.

В статье приведены основные виды математических предметных действий. Проанализированы возможности использования теории поэтапного формирования умственных действий при обучении математике в высшей школе. Рассмотрены пять этапов освоения математических предметных действий: вводно-мотивационный этап, этап материализованной формы, этап громко речевой формы, этап речевой формы про себя, этап автоматизированной формы действия.

The main types of mathematical subject actions are resulted in the article. Possibilities of the use of the mental actions stage-by-stage forming theory at teaching of high mathematics are analyzed. Five stages of mastering of mathematical subject actions are considered: introductory-motivational stage, stage of materialized form, stage loud linguistic form, stage of linguistic form about itself, stage of the automated form of action.

Упровадження нових, наукоємних технологій у виробництво значно підвищує вимоги до фундаментальної підготовки фахівців, зокрема математичної, що пред'являються до випускників вищих навчальних закладів інженерного профілю.

Питанням математичної підготовки студентів технічних спеціальностей ВНЗ присвячено чимало робіт провідних математиків-педагогів (Б. В. Гнеденка, В. І. Клочка, Т. В. Крилової, Л. Д. Кудрявцева, З. І. Слєпкань, В. О. Треногіна, Н. Г. Яруткіна та ін.).

Вони одностайні в тому, що вирішення проблеми підвищення якості математичної підготовки студентів ВТНЗ потребує глибокого освоєння студентами основ математичної науки, вміння бачити й використовувати внутрішньопредметні й міжпредметні зв'язки, прикладну спрямованість курсу вищої математики, формування у студентів умінь застосовувати математику для розв'язання практичних задач, моделювати явища і процеси, що відбуваються на виробництві та в природі.

Вирішення проблеми вдосконалення математичної підготовки студентів інженерних напрямків підготовки на сучасному етапі розвитку суспільства можливе на засадах діяльнісного підходу до навчання, розвитком якого займалися такі вчені як Г. О. Атанов [0], Б. Ц. Бадмаєв [1], П. Я. Гальперін [3], Н. Ф. Тализіна [10]. Нами запропоновано застосування діяльнісного підходу під час навчання математичних дисциплін студентів вищих технічних навчальних закладів [5, 6], яке має здійснюватися за такими основними принципами:

- первинності діяльності;
- діяльнісного цілепокладання;
- діяльнісного визначення і засвоєння змісту навчання;

- професійної спрямованості;
- науковості;
- наступності;
- системності.

Загальноприйнятим вважається положення, згідно з яким до змісту навчання предмета входять три компоненти: знання, уміння, навички [3]. Термін знання тут вживається в значенні навчального інформаційного повідомлення, яке студенту належить сприйняти. Уміння виражається в здатності усвідомлено застосувати знання на практиці для виконання певних дій. Багато дослідників вважають, що навичка – це освоєне до автоматизму уміння виконувати дію. Але в літературі з психології навичка визначається як «…дія, сформована шляхом повторення, що характеризується високим ступенем освоєння й відсутністю свідомої регуляції й контролю» [6, с.195]. Тобто навичка – це автоматизована дія. Уміння ж – це здатність виконувати дію, у тому числі і навичку. А особливості виконання дій характеризуються не якостями умінь, а властивостями самих дій.

Практична дія освоюється студентом у вигляді навички поступово. При цьому освоєння проходить поетапно, і кожен подальший етап якісно відрізняється від попередніх. Освоєння дії і, отже, засвоєння знань, що забезпечують її виконання, буде найуспішнішим за умови, що студент послідовно пройде всі ці етапи. Таким чином, освоєння навички – це ієрархічний процес. Це вперше було визначено П. Я. Гальперіним і знайшло відображення в створеній ним теорії поетапного формування розумових дій [2].

Основу методики навчання, заснованої на теорії поетапного формування розумових дій, складає психологічна закономірність засвоєння знань, згідно з якою знання засвоюються людиною не до, а саме в процесі їх практичного застосування. Існує багато прикладів того, що методики навчання, побудовані відповідно до цієї теорії, дозволяють досягнути результатів більш високої якості, в більш коротші терміни, з меншими витратами зусиль і матеріально-фінансових ресурсів. Б. Ц. Бадмаєв [1] приводить приклади таких методик і вказує на те, що вони в багато разів прискорюють процес вироблення інтелектуальних і практичних навичок і умінь високої якості. Досвід навчання математики у вищій технічній школі за допомогою згаданих методик незначний, тому дуже важливим є питання їх розробки.

Метою статті є аналіз можливості використання теорії поетапного формування розумових дій під час навчанні математики у вищій школі.

З точки зору діяльнісного підходу до навчання зміст навчання складає система дій, що мають бути освоєні студентами. Ці дії визначаються цілями навчання, якими у загальному випадку є освоєння способів дій майбутньої професійної діяльності. Діяльність здійснюється шляхом виконання дій, що входять до цієї діяльності, складають її. Дія, за С. Л. Рубінштейном, — це одиниця діяльності [8].

Математичні предметні дії можна розподілити на теоретичні дії, які підготовлюють перетворення математичних об'єктів у навчальній діяльності, і практичні дії, виконання яких спрямоване на безпосереднє перетворення цих об'єктів і отримання результату. Теоретичні дії - це дії, за допомогою яких аналізують, узагальнюють, порівнюють і таке інше. Вони забезпечують виконання теоретичної сторони діяльності, яка не призводить до перетворення математичних об'єктів. Теоретичні дії обслуговують саму діяльність, вони визначають її власні внутрішні механізми. Практичні ж дії - це дії, за допомогою яких здійснюється практична сторона діяльності, які спрямовані на безпосереднє отримання результату, дії, що становлять зміст виконавчої частини діяльності. Вони призводять до безпосереднього перетворення математичних об'єктів. Як теоретичні так і практичні дії є розумовими діями, які студент виконує подумки. [1].

Особливістю практичних математичних предметних дій є наявність трьох їх видів в залежності від того, в якому вигляді подані об’єкти дії. Математичні об’єкти можуть бути подані у числовому, символьному і графічному вигляді. У таблиці 1 наведено приклади практичних дій, що виконуються з різними об’єктами.

Таблиця 1

Дії, що виконуються з об'єктами, що подані		
у числовому вигляді	у символьному вигляді	у графічному вигляді
досліджувати; застосовувати; знаходити; обчислювати; подавати; переходити; приводити до канонічного вигляду; розв’язувати; складати рівняння тощо.	записувати; застосовувати; знаходити; подавати; позначати; переходити; тлумачити тощо.	будувати; знаходити перетин; виконувати операції; знаходити проекцію тощо.

Так, наприклад, при вивчення теми «Векторна алгебра» однією з предметних дій, яку має освоїти студент, є обчислення скалярного добутку векторів. Якщо вектори задані координатами, які є числами, то дії виконується з числами. Наприклад, задано два вектори:

$$\overline{a} = (3;-1;2),\ \overline{b} = (-3;5;-1).$$

Обчислення скалярного добутку векторів зводиться до виконання арифметичних дій:

$$3\cdot(-3)+(-1)\cdot 5+2\cdot(-1) = -9-5-2 = -16.$$

Якщо ж вектори задані координатами, але в символьному вигляді, то дія виконуються з символами. Символьний вигляд є особливою формою формалізованого подання математичних предметних знань, і практично кожна дія може виконуватися як з символами так і з числами. Нехай задані вектори: $\overline{a} = (a_x;a_y;a_z),\ \overline{b} = (b_x;b_y;b_z)$.

Їх скалярний добуток буде дорівнювати: $(a_x;a_y;a_z)\cdot(b_x;b_y;b_z) = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z$.

Але це вже буде дія, яка не є обчисленням, а знаходженням скалярного добутку векторів у символьному вигляді.

Крім виконання математичних дій в числовому і символьному вигляді є ще один тип дій, який полягає у введенні позначень. Це також практичні дії, які виконують з символами. Так, скалярний добуток векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ студент має позначити: $\overline{a}\cdot\overline{b}$.

Якщо розглядати освоєння і виконання дій в хронологічному порядку, то спочатку має бути освоєна і виконана дія позначення, потім дія в символьному вигляді, а вже потім числова дія. В цьому разі запис буде таким:

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 3 \cdot (-3) + (-1) \cdot 5 + 2 \cdot (-1) = -9 - 5 - 2 = -16.$$

Практичні дії, що виконуються з графічними об'єктами, полягають у виконанні лінійних операцій з векторами, що подані у графічному вигляді, побудові зображень поверхонь і кривих другого порядку, зображень геометричних тіл на площині тощо.

Крім практичних дій під час навчання математики студент повинен освоїти також і теоретичні дії. В роботі [9] О. І. Скафа наводить види розумових дій, які, по суті справи, є теоретичними діями. До таких дій О. І. Скафа відносить дії *аналізу, синтезу, порівняння (протиставлення і зіставлення), абстрагування, узагальнення, класифікації, систематизації, встановлення і використання аналогій*. Так, наприклад, шляхом порівняння і встановлення аналогій виконуються дії *визначати,* чи є об'єкт, що розглядається, об'єктом певного типу (натуральним, цілим, раціональним, ірраціональним, дійсним чи комплексним числом; алгебраїчним виразом, многочленом тощо), *розпізнавати* певні об'єкти (множини, матриці, вектори, лінійні оператори, лінійні простори, алгебраїчні лінійні рівняння тощо) серед інших об'єктів. Серед математичних предметних дій теоретичними є дії *порівнювати* (дійсні числа, нескінченно малі величини, визначені інтеграли) і *класифікувати* (точки розриву функцій однієї змінної, нулі та особливі ізольовані точки функцій комплексної змінної).

На рис. 1 зображено види основних математичних предметних дій.

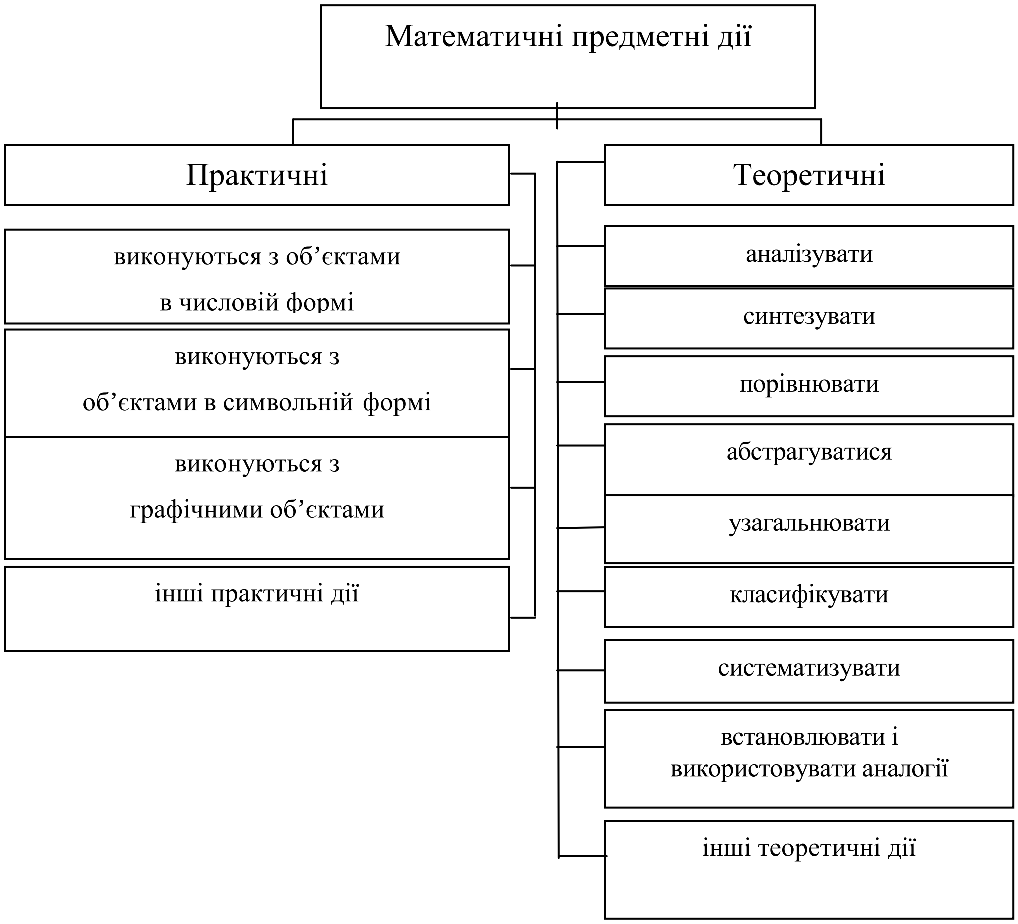

Рис. 1. Види основних математичних предметних дій.

П. Я. Гальперіним було виділено п'ять етапів формування розумових дій: ознайомлювально-мотиваційний, етап матеріалізованої дії, етап мовної дії вголос, етап мовної дії про себе, етап розумової дії. Проте, насправді, треба говорити не про дії, а про форми однієї і тієї ж самої дії. Крім того, за Гальперіним П. Я. «розумова дія» є навичкою, а відповідна їй форма дії названа автоматизованою. Тому ми будемо використовувати запропоновані Г. О. Атановим [1, с. 57] такі назви етапів: ознайомлювально-мотиваційний етап, етап матеріалізованої форми, етап мовної форми вголос, етап мовної форми про себе, етап автоматизованої форми дії.

На першому етапі – ознайомлювально-мотиваційному – дія ще не виконується, вона тільки готується. Студент знайомиться з дією і умовами її виконання. Він осмислює мету дії, її предмет, знання і уміння, на які необхідно спиратися, виконуючи дію. Ним здійснюється орієнтування: спочатку загальне, а потім і орієнтування на виконання. Студент складає план виконання дії, визначаючи послідовність операцій, за допомогою яких виконується дія. Він повинен зрозуміти логіку освоювання дії, оцінити можливість її виконання.

На цьому етапі розв'язується і задача додаткової мотивації дії. Цьому передує мотивація діяльності в цілому, і, як правило, вона у студента вже сформована. Проте, її можна підсилити мотивацією конкретної дії, наприклад, шляхом діалогу, залучаючи студента до процесу орієнтування, використовуючи різні методи активізації, вносячи в зміст дії елементи професійної спрямованості тощо.

Розглянемо, наприклад, освоєння дії обчислення похідної складеної функції. При цьому на ознайомлювально-мотиваційному етапі студентові необхідно усвідомити, що задана функція – це диференційована функція; похідна функції обчислюється за правилом, що залежить від її вигляду. Тому загальне орієнтування полягає у визначенні вигляду заданої функції, а орієнтування на виконання у визначенні формул, за якими буде виконуватися диференціювання.

На цьому етапі студент, для того щоб з’ясувати, якою є задана функція, фактично повинен провести порівняння аналітичного виразу, що задає функцію в умові задачі, з виразами основних елементарних функцій, потім функцій, які є сумою, добутком, часткою основних елементарних функцій, і, нарешті, складених елементарних функцій. Далі студент повинен з’ясувати, за якими формулами він має обчислити похідну.

На другому етапі – етапі матеріалізованої форми – дія виконується з розгортанням всіх операцій, що входять до її складу. Таким чином для студента створюється можливість освоїти повний склад дії, а для викладача – проконтролювати виконання кожної операції. На цьому етапі освоєння дії студент не може працювати не маючи опори на матеріальні або матеріалізовані засоби навчальної діяльності. Наприклад, на конспект лекцій, на різні методичні матеріали, довідники, комп’ютерні навчальні програми тощо.

На етапі матеріалізованої форми дії всі необхідні студенту знання (визначення функції однієї змінної; визначення складеної функції; визначення основних елементарних функції; формули таблиці похідних та правила диференціювання) мають бути надані у матеріалізованій формі, оскільки студент може і не пам’ятати їх.

При цьому студенту для розв’язання не повинно пропонуватися великої кількості однотипних задач. Інакше результатом їх розв’язання буде «дострокова» автоматизація дії. При цьому міра узагальненості дії буде низька, що призведе до вироблення штампів, формалізму. Крім того, це ускладнить освоєння дії на етапі мовної форми вголос. Для полегшення переходу на етап дії в мовній формі вголос при виконанні дії корисно вголос промовляти, формулювати все те, що виконується практично.

Освоєність дії в матеріалізованій формі означає, що студент навчився виконувати дію, у нього сформувалася здатність її виконувати, хай навіть з опорою, наприклад, на довідник чи конспект. Здатність виконувати дію є уміння. Таким чином, на етапі матеріалізованої форми дії формуються уміння.

Наступний етап спрямований на виконання дії в мовній формі вголос. Цей етап характерний тим, що студент вже може спочатку частково, а потім і повністю обійтися без опори на матеріальні або матеріалізовані предмети.

Тобто при обчисленні похідної студент вже не дивиться у конспект, він розв’язав вже достатню кількість вправ, щоб тримати всі необхідні знання в пам’яті. Проте він поки що не зовсім упевнений у правильності виконання дії і тому часто підкріплює себе міркуваннями вголос. Це допомагає виконувати функції орієнтування і самоконтролю і до того ж, що дуже важливе для навчання, забезпечує можливість зовнішнього контролю.

У результаті освоєння дії в мовній формі вголос виділені студентом її особливості закріплюються за певними словами, після чого стає можливим відрив цих особливостей від предметів і використовування їх у вигляді абстракцій, повноцінного мовного об'єкту. При цьому зникає необхідність опори на мову вголос.

При цьому треба розуміти, що перенесення дії з матеріалізованої в мовну форму означає не вміння розповісти про те, як треба діяти, а вміння виконувати дію в мовній формі; при цьому дія залишається практичною.

Четвертий етап – це етап виконання дії у мовній формі про себе. Особливість цього етапу полягає у тому, що студент промовляє процес виконання вже не всієї дії, а тільки окремих її операцій, і робить він це про себе, без зовнішнього прояву, беззвучно. Ця мова вже недоступна зовнішньому контролю. Міра розгорнутості дії на цьому етапі починає зменшуватися, а міра автоматизованості – зростати, оскільки деякі операції перестають усвідомлюватися.

Освоєння дії у мовній формі (про себе) означає, що студент здатний виконувати дію без опори на що-небудь. Що всі необхідні для виконання математичної дії знання і формули студент промовляє, але про себе.

Зменшення міри розгорнутості дії свідчить про те, що її виконання переходить на завершальний етап – етап автоматизованої форми. Дія швидко автоматизується, і врешті-решт управління нею переходить у підсвідомість. Вона перетворюється у навичку. Ми згодні з Г. О. Атановим у тому, що коректною назвою теорії поетапного формування розумових дій П. Я. Гальперіна є «теорія поетапного освоєння навички».

Таким чином, ми дійшли того, що в процесі освоєння дії студенту потрібна підтримка, або опора, причому дієвість цієї опори слабшає у міру освоєння дії. На етапі матеріалізованої форми опора також має матеріалізовану форму; на етапі голосно мовної форми опорою є слух студента, тобто опора також має мовну форму вголос; на етапі мовної форми про себе опорою є мова студента про себе. На етапі автоматизованої форми студент підтримки не потребує, і умовно можна сказати, що на цьому етапі форма опори автоматизована.

Отже, для того, щоб сформувати навички виконання предметних математичних дій, необхідно щоб ці дії поступово проходили всі етапи освоєння. Для цього доцільним є розв'язання студентом сукупності вправ, в якій для різних об'єктів у різних умовах поступово буде дія освоюватися. Це означає, що, наприклад, для освоєння предметної дії «знаходження похідних складених елементарних функцій», студенту необхідно запропонувати для розв'язання сукупність завдань для освоєння цілої низки предметних дій, що полягають у знаходженні похідних кожної зі складених елементарних функцій.

Наведемо приклад сукупності вправ для освоєння навички знаходження похідної складеної степеневої функції. Сукупність вправ містить такі завдання на знаходження похідної:

1) $y = (x+1)^3;$	9) $y = \dfrac{5}{ctg^4 x};$	17) $y = \left(x \cdot \log_3 x\right)^{-2};$
2) $y = \sqrt{2x};$	10) $y = \dfrac{-3}{\sqrt{2\sin x + 3\cos x}};$	18) $y = \sqrt{\left(3^x \cdot 5^x\right)^5};$
3) $y = \sqrt[3]{(2x^2+1)^2};$	11) $y = 3\arcsin^{-4} x;$	19) $y = \left(\dfrac{9^x}{7^x}\right)^{-5};$
4) $y = \dfrac{1}{(2-x)^3};$	12) $y = \sqrt{5\arccos^3 x};$	20) $y = \left(\log_2 x\right)^2;$
5) $y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{4x+3}};$	13) $y = \sqrt[3]{arctg^4 x};$	21) $y = \sqrt{3\ln^{-3} x};$
6) $y = 2\sin^2 x;$	14) $y = \dfrac{1}{7arcctg\, x};$	22) $y = \dfrac{3}{\ln^3 x};$
7) $y = \sqrt{3\cos^5 x};$	15) $y = \dfrac{1}{\sqrt[7]{\arcsin x \cdot \arccos x}};$	23) $y = \left(\dfrac{x^2-2}{e^x}\right)^6;$
8) $y = \sqrt[5]{4tgx};$	16) $y = \left(e^x + e^{-x}\right)^7;$	24) $y = \sqrt{\left(3x + \ln x\right)^{3/2}};$
		25) $y = \sqrt[3]{\dfrac{3x^3+2x}{\ln x}}.$

Для розв'язання завдань сукупності студенту необхідно використовувати всі формули таблиці похідних елементарних функцій, формулу похідної складеної степеневої функції і правила диференціювання. Завдання підібрані таким чином, що показники степеня практично не повторюються, причому в усіх завданнях використовуються різні формули диференціювання. Ці завдання можуть виконуватися в довільному порядку, але з необхідною підтримкою, відповідно до етапів освоєння навички.

Слід відмітити , що різним студентам необхідна різна кількість завдань, для того, щоб сформувати навичку. Проведене нами окреме дослідження показало, що в контрольній групі студентів, яка складалася з 44 осіб,: дія автоматизується після розв'язання 5-ти завдань у 3-х студентів (6,8 %), після виконання 10-ти завдань – у 6-ти осіб (13,6 %), 15-ти завдань – у 10-ти студентів (22,7 %), 20-ти завдань – у 12- студентів (27,3 %), 25 –ти завдань – у 10-ти осіб (22,7 %) студентів. При цьому залишилися 3 студенти (6,8 %), яким була потрібна матеріалізована підтримка після розв'язання всіх 25 задач. Робота з таким студентами потребує індивідуальної корекції.

Таким чином, дані експерименту показують, що для того, щоб студенту освоїти математичну предметну дію до рівня навички, необхідно розв'язати велику кількість вправ.

Це практично неможливо в умовах скорочення часу, що відводиться на вивчення математичних дисциплін, та відсутності індивідуальних завдань, які б дали змогу студентам освоїти необхідні математичні дії.

На нашу думку, вирішити проблему освоєння студентами математичних предметних дій можливо за умови:

– структурування математичних предметних знань і умінь з метою визначення необхідних для освоєння кожної дії [4];

– розробки методичних посібників, в яких надано систему завдань, що дозволяють студентам освоїти математичні предметні дії на ріні навички [5];

– створення мотивації навчальної діяльності з освоєння математичних предметних дій шляхом включення до системи вправ професійно-орієнтованих задач;

– і впровадження рейтингової системи оцінювання результатів навчальної діяльності.

Список використаної літератури

1. Атанов Г. О. Теорія діяльнісного навчання / Г. О. Атанов. – К.: Кондор, 2007. – 185с.
2. Бадмаєв Б. Ц. Психология и методика ускоренного обучения / Б. Ц. Бадмаев. – М.: Владос, 1998. – 272 с.
3. Гальперин П. Я. Основные результаты исследования по проблеме «Формирование умственных действий и понятий» / П. Я. Гальперин. – М.: Педагогика, 1965. – 120 с.
4. Гончарова Н. Л. Фунционирование триады «знания-умения-навыки» в современной дидактике / Н. Л. Гончарова // Сборник научных трудов Северо-Кавказского государственного технического университета. Серия «Гуманитарные науки» – №2 (14), 2005.
5. Євсеєва О. Г. Діяльнісна технологія розробки методичного посібника з вищої математики. / О. Г. Євсеєва // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Збірник наукових праць. – Вип.22. – Вінниця: Планер, 2009. – С. 308–314.
6. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента як база проектування технологій навчання математики на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Наукові праці. Серія: Педагогіка, психологія і соціологія. – Вип. 8 (174) – Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ», 2010.- Сс. 160-165.
7. Краткий психологический словарь / Составитель Л. А. Карпенко; под общ. ред. А. В. Петровского, М. Г. Ярошевского. – М.: Политиздат, 1985. – 431 с.
8. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2009. – 713 с.
9. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е. И. Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
10. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во МГУ, 1984.– 344 с.