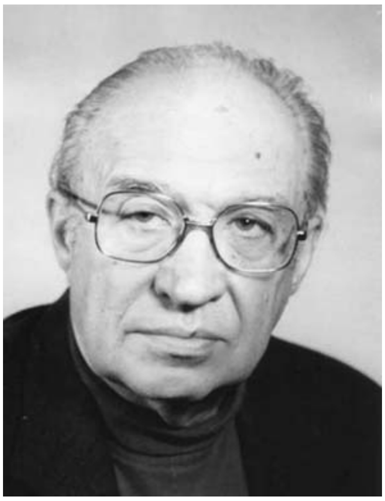

*Лев ТАРАСОВ, Татьяна ТАРАСОВА*

# О ПОТЕНЦИАЛЕ САМОРАЗВИТИЯ РЕБЕНКА И ВОЗМОЖНОСТЯХ ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

*Обращено внимание на то, как выбранное неудачно «педагогическое слово» способно блокировать саморазвитие ребенка. Рассматривается конструктивный «принцип экстраполяции», позволяющий зарядить «педагогическое слово» определённым потенциалом саморазвития. Показано, как благодаря использованию указанного потенциала саморазвития можно существенно повысить уровень обучения математике в начальных классах.*

В рамках данной статьи проведем небольшое исследование. *Объект* – обучение математике в начальных классах общеобразовательной школы. *Цель* – повышение развивающего эффекта этого обучения. *Средство* – использование потенциала саморазвития ребенка, которым может быть заряжено «педагогическое слово», обращённое к ребенку либо в устной форме (при непосредственном контакте педагога и ребенка), либо через предлагаемые ребенку учебники.

**1. Наша точка зрения**

«Нам не дано предугадать, как слово наше отзовётся...» – сказал поэт. Многие добавят: «Хотя бы как-то отозвалось!» И с этим трудно не согласиться, видя как широко распространились в современном обществе пустословие и словоблудие.

Однако для педагога мысль Тютчева просто неприемлема. Мы полагаем, что педагог (если он действительно педагог) обязан во всей своей работе, во все свои дни стараться *именно предугадать*, как может отозваться его «слово». Оно не должно пролетать мимо ушей ребенка и, тем более, оно не должно вызывать у ребенка реакцию отторжения, заведя его в тупик неразрешимых противоречий. Напротив, оно должно активизировать у ребенка то, что можно назвать творческой познавательной самоорганизацией, или, короче, *интеллектуальным саморазвитием*. Такое слово как бы *заряжено потенциалом саморазвития*. Педагог должен находить его и применять на практике день ото дня, всю свою жизнь.

Говоря о «педагогическом слове», мы имеем в виду также (и может быть, в первую очередь) содержание и самый характер школьного учебника. Ведь именно на него ориентируется педагог, и именно учебник закрепляет в сознании ребенка то, что тот услыхал на уроке в классе.

Мы заявляем со всей ответственностью, что используемые сегодня в школах Украины учебники по начальной математике *неудовлетворительны* как по уровню предлагаемых детям математических знаний, так и по содержащемуся в них потенциалу саморазвития ребенка. *Они мало предлагают ребенку и мало способствуют его саморазвитию*. Из соображений такта опустим фамилии авторов учебников и тех чиновников от образования, которые составляли программы и давали учебникам гриф.

Почему мы считаем неудовлетворительным (правильнее сказать, недостаточным) уровень знаний, предлагаемый сегодня программами и учебниками по начальной математике? Перечислим кратко: здесь не проработана должным образом типология задач (типы задач представлены эклектично), не раскрыта сущность и практическая ценность уравнений (которые могут использоваться отнюдь не только для решения задач, но также и для их составления), практически отсутствует алгебраическая пропедевтика (что не позволяет должным образом представить и применять математические законы), вообще отсутствует рассмотрение состава натуральных чисел по множителям (что не позволяет завершить изучение операции умножения и всерьез заняться обыкновенными дробями), крайне слабо рассмотрены обыкновенные дроби (что не позволяет завершить изучение операции деления), не уделено должное внимание именованным числам (что не позволяет сформировать понятие величины и породит немалые проблемы позднее, при изучении физики). Мы полагаем, что без существенного подъема «планки знаний» обучение начальной математике не сможет соответствовать современным требованиям. Хотелось бы напомнить лицам, ведающим образованием, что сегодня на дворе XXI век и что Украина стремится достойно представлять себя в современном мире.

Мы допускаем, что наша точка зрения может показаться кому-то слишком категоричной. Поэтому не станем развивать ее далее и сосредоточимся на проблеме заряжения «педагогического слова» потенциалом саморазвития применительно к обучению начальной математике.

### 2. Как опасно не предугадывать…

Начнем с примера явно непродуманного использования «педагогического слова». Раскрываем учебник и читаем: *«уравнение есть равенство, содержащее переменную»*. Интересно, как может отозваться у ребенка слово «переменная», использованное в качестве центрального в данном определении уравнения? Как он воспримет это слово? И ухватит ли через него сущность понятия «уравнение»? Вот ребенок решает уравнение, находит число, обозначенное через **X**, и обнаруживает, что это *совершенно определенное* число. Почему его надо рассматривать как нечто «переменное», нечто каким-то образом изменяющееся? И происходит внутреннее отторжение слова «переменная», а заодно и слова «уравнение».

Вместо слова «переменная» уместно было бы использовать слово «неизвестное», а точнее, «пока неизвестное». Неизвестное до тех пор, пока мы в ходе манипуляций с равенством, содержащим это неизвестное (т.е. в процессе выполнения арифметических действий), не «рассекретим» его, не превратим в известное. Этот по сути дела удивительный процесс манипулирования с неизвестным, в результате которого *оно становится известным*, и есть *решение уравнения*. Слова «пока неизвестное» несут в себе потенциал саморазвития, а слово «переменная» ни на что не наталкивает сознание ребенка, а лишь деморализует его,

А вот другой негативный пример. Изучаем деление натуральных чисел. Деление, например, 6 на 3 проблем не вызывает, А можно ли разделить 7 на 3? Чтобы ребенок полагал, что деление возможно и в этом случае, его спешат познакомить с «делением с остатком»'. При этом, нимало не смущаясь (убедитесь, заглянув в стандартный учебник), сообщают: «семь – это *делимое*, три – *делитель*, два – *частное*, единица – *остаток*».

Казалось бы, всё в порядке. Но попробуем вообразить, как эта информация может отозваться у ребенка, склонного к размышлениям. Он может подспудно придти к трём выводам. Во-первых, деление, как оказывается, не всегда есть разбиение на равные количества. Во-вторых, операция, обратная делению, как оказывается, не всегда есть умножение (в нашем случае обратная операция есть $(3 \cdot 2) + 1$). В-третьих, нельзя делить меньшее число на большее (ведь в схеме «деление с остатком» при делении, скажем 5 на 7 получается «частное 0» и «остаток 5»). Итак, три вывода. *И все три ложные!* Вот как может отозваться у ребенка широко предлагаемое в существующих учебниках «деление с остатком». Тут впору говорить не о потенциале саморазвития, а о своеобразной интеллектуальной провокации, *блокирующей развитие*. Между прочим, заметим, что частное 2 в приводившемся выше примере вовсе не есть частное, а есть *целая часть частного*.

Что же делать? Запретить учителям даже упоминать о «делении с остатком»? Допустить, чтобы дети считали, что не всякие два числа можно разделить одно на другое? Действительно, не всякие два числа могут участвовать в операции деления (операции разбиения на равные количества) *при условии, что мы ограничиваемся рассмотрением натуральных чисел*. Вот это и следует сообщить ребенку. Это подтолкнет ребенка к важному выводу. Из своего жизненного опыта ребенок знает, что 7 буханок хлеба *можно* поделить поровну между тремя группами туристов. И если в рамках натуральных чисел разделить 7 на 3 *нельзя*, то, значит, *надо попробовать выйти за эти рамки*. И вот в сознании ребенка словно бы зажигается зелёный свет на пути, ведущем к *обыкновенным дробям*. Остается подтолкнуть его, направить на этот путь – и появление обыкновенных дробей окажется для ребенка внутренне мотивированным.

Итак, слова «деление с остатком» будут блокировать саморазвитие ребенка, если их давать *до того*, как в круг понятий ребенка будут введены обыкновенные дроби. Но *после того* как ребенок начнёт работать с обыкновенными дробями, деление с остатком весьма пригодится, поскольку без него трудно объяснить, что такое смешанные числа.

### 3. Принцип экстраполяции

Приведённые примеры касались неудачного или несвоевременного применения того или иного «педагогического слова». Более интересен вопрос о том, как сделать так, чтобы «педагогическое слово» действительно оказалось заряженным потенциалом саморазвития. На наш взгляд, здесь мог бы пригодиться некоторый общий принцип, который мы предлагаем назвать *принципом экстраполяции*.

Суть этого принципа такова. *Ознакомление детей с каким-либо новым для них разделом должно предполагать, во-первых, выделение некоторого «информационного узла», содержащего определенную систему или общий подход, и во-вторых, разъяснение (конкретизацию) данного «узла» на примере рассмотрения нескольких относительно несложных вариантов*. Постигнув «информационный узел», ребенок тем самым приобретает определённый потенциал саморазвития и может теперь *самостоятельно отыскивать другие варианты*, степень трудности которых будет автоматически регулироваться уровнем развития данного ребенка в данный момент. Эта *самостоятельная экстраполяция ребенком нового для него знания* не нуждается, по сути дела, в каком-либо принуждении, она добровольна, а потому и весьма продуктивна. Дополнительно заметим, что общаясь в школе со своими сверстниками, ребенок в той или иной мере знакомится с результатами их экстраполяции, вследствие чего может самопроизвольно возникнуть эффект соревнования.

В традиционном педагогическом процессе, как правило, игнорируется выделение «информационного узла» (подобное понятие просто отсутствует), а всё ограничивается разъяснением ряда вариантов, выбираемых достаточно произвольно, и требованием к детям, чтобы все они (независимо от их индивидуальности) рассмотрели некоторое количество вариантов, подобных разобранным ранее. Мы встречаемся здесь, по сути дела, с традиционной репродуктивной учебной деятельностью, не более того.

Продемонстрируем принцип экстраполяции, обратившись ниже к нескольким конкретным ситуациям. Они, конечно, не охватывают всего круга вопросов, которые рассматриваются (или должны рассматриваться) в процессе обучения начальной математике. Но это и не удалось бы сделать в рамках данной статьи.

### 4. Типология задач

Наиболее простые задачи – это задачи *в одно действие*. Существуют ровно *десять типов* таких задач – обстоятельство, на которое почему-то не обращают внимание ни официальные программы, ни существующие учебники, а следовательно, о них не ведают и дети. Дадим краткие наименования всем десяти типам: тип 1 – «на объединение», тип 2 – «на большее» , тип 3 – «с разбиением на две части», тип 4 – «на разностное сравнение», тип 5 – «на меньшее», тип 6 – «на объединение равных количеств», тип 7 – «на большее в разы», тип 8 – «с разбиением на равные количества», тип 9 – «на кратное сравнение», тип 10 – «на меньшее в разы».

Вот примеры задач на указанные типы. Тип 1: На ветке 5 ворон и 6 воробьев. Сколько всего птиц на ветке? Тип 2: Тетрадь стоит 2 гривны, а альбом на 3 гривны дороже. Сколько стоит альбом? Тип 3: В коробке 12 карандашей; 4 карандаша вынули. Сколько карандашей осталось? Тип 4: В корзине 8 яблок и 2 груши. На сколько больше яблок, чем груш? Тип 5: Альбом стоит 5 гривен, а тетрадь на 3 гривны дешевле. Сколько стоит тетрадь? Тип 6: В коробке 12 карандашей. Сколько карандашей в 4 таких коробках? Тип 7: На ветке 2 вороны и в 5 раз больше воробьев Сколько воробьев на ветке? Тип 8: Надо разделить поровну между 8 гостями 24 конфеты. Сколько конфет достанется каждому гостю? Тип 9: В корзине у Миши 30 грибов, а у Маши только 5. Во сколько раз больше грибов у Миши? Тип 10: Юра подтянулся 10 раз, а Дима в 2 раза меньше Сколько раз подтянулся Дима?

Легко сообразить, что общее число возможных типов задач в два действия равно $10 \cdot 10 = 100$. Ведь в первом действии может участвовать любой из десяти приведенных выше типов и во втором действии может участвовать любой из десяти тех типов. Соответственно, общее число возможных типов задач в три действия равно $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$. Вот эта информация вместе с представлением всех десяти типов задач в одно действие и является в данном примере тем, что мы называем «информационным узлом». Владение этим «узлом» заряжает ребенка потенциалом саморазвития, позволяющим самостоятельно конструировать задачи разного типа в два и более действий.

Судя по существующим программам, детям надлежит знать порядка десятка типов задач в два и три действия – тех, которые ему соблаговолили предложить учебник и вслед за ним учитель. Эти «избранные» типы имеют, как правило, специальные названия. Вот, например, задача в два действия типа «приведение к единице»: 10 платьев стоят 80 гривен. Сколько стоят 3 платья? Данный тип есть последовательное «соединение» двух типов задач в одно действие: сначала типа «на разбиение на равные количества» (80 : 10 = 8), а затем типа «на объединение равных количеств» (8 · 3 = 24). Точно так же другие предъявляемые программой к изучению типы задач в два или три действия являются соответствующими «соединениями» двух или трех типов задач в одно действие. Если ребенка не знакомить с «информационным узлом», он будет в состоянии решать *тот и только тот* десяток типов задач, который был ему предложен, и возможно даже, выучит названия тех типов (хотя это совсем лишнее). Усвоив же «информационный узел», ребенок оказывается в состоянии попробовать свои силы в составлении любого из ста типов задач в два действия и даже любого из тысячи типов задач в три действия. Какой простор для поиска вариантов, а значит, и для саморазвития!

### 5. «Игры» с уравнениями

Чтобы ребенок глубже постиг сущность уравнений и их возможности, полезно «поиграть» с уравнениями, используя их для составления новых задач. Заметим, что обучение составлению задач с помощью уравнений полностью игнорируют существующие программы и учебники, о чем нельзя не пожалеть.

«Информационный узел» можно охарактеризовать в данном случае следующим образом. Берется некоторое несложное арифметическое равенство. Например, вот такое:

$$12 + 6 \cdot 3 = 30 \quad (1)$$

Это равенство «обряжается» в какую-нибудь жизненную ситуацию. Например: 30 карандашей разложили в большую и три малых коробки. В большую коробку положили 12 карандашей, а в каждую малую по 6 карандашей.

Перед нами простенькая ситуация, в которой используются четыре числа. Если какое-то из этих чисел посчитать неизвестным (и обозначить через $\boldsymbol{X}$), то возникнут уравнение и соответствующая задача, предполагающая решение этого уравнения, т.е. «расшифровку» неизвестного числа. Обращаем внимание на то, что в качестве неизвестного числа *можно было выбрать любое из чисел в равенстве (1).* В результате можно составить четыре уравнения и четыре соответствующие им задачи.

Приведем эти уравнения и сформулируем соответствующие задачи:

1. Уравнение: $12 + 6 \cdot 3 = \boldsymbol{X}$. Задача: В большой коробке 12 карандашей, а в трех малых коробках по 6 карандашей. Сколько всего карандашей? (Задача в два действия: на объединение равных количеств плюс на объединение).

2. Уравнение: $X + 6 \cdot 3 = 30$. Задача: В каждую из трех малых коробок положили по 6 карандашей, а оставшиеся карандаши положили в большую коробку. Сколько положили в большую коробку, если всего было 30 карандашей? (Задача в два действия: на объединение равных количеств плюс с разбиением на две части).

3. Уравнение: $12 + X \cdot 3 = 30$. Задача: 12 карандашей из 30 положили в большую коробку, а остальные распределили поровну по трем малым коробкам. Сколько карандашей в малой коробке? (Задача в два действия: с разбиением на две части плюс с разбиением на равные количества).

4. Уравнение: $12 + 6 \cdot X = 30$. Задача: 30 карандашей распределили так: 12 карандашей положили в большую коробку, а остальные карандаши разложили по 6 в несколько малых коробок. Сколько было малых коробок? (Задача в два действия такого же типа, что и предыдущая задача).

Теперь ребенок оказывается в состоянии, во-первых, «обрядить» в сочиненную им самим ситуацию математическое равенство, которое предложат учитель или учебник (и сформулировать и решить соответствующие задачи), а во-вторых, пойти дальше, и самому выбрать для «игры» с уравнениями то или иное арифметическое равенство с последующим составлением уравнений и задач. Разные дети предложат (и рассмотрят) разные арифметические равенства и разные ситуации (и задачи) для заданного равенства. Налицо индивидуализированный эффект саморазвития.

### 6. Алгебраическая пропедевтика

Существующие программы и учебники до неприличия ярко демонстрируют свое несоответствие нынешнему веку, свою отсталость от него, решительно недооценивая важность *алгебраической пропедевтики* при изучении арифметики. Они ограничиваются указанием на то, что число может быть представлено буквой. По-видимому, действует стереотип, согласно которому в арифметике место числам и числовым равенствам, а равенства с буквами – это удел алгебры, и незачем «лезть в алгебру раньше времени».

Этот стереотип устарел. Уместно напомнить известную *теорему Гёделя*, согласно которой для завершения изучения какого-либо «явления» необходимо *выйти за рамки* этого «явления», посмотреть на него с более общей позиции. Коротко говоря, *только изнутри ничто не познается достаточно полно*. Подобную мысль обронил Есенин: «Лицом к лицу лица не увидать, большое видится на расстоянии...» Итак, чтобы полнее познать (увидать, почувствовать, воспринять) арифметику, надо выйти в алгебру, т.е. уделить серьезное внимание пропедевтике алгебры.

Мы остановимся (по необходимости кратко) на трех примерах, когда обращение к алгебраической пропедевтике несет в себе существенный потенциал саморазвития при обучении начальной математике.

*Первый пример: распределительный закон.* Нам весьма грустно смотреть на то, как ребенок, склонившись над учебником, тупо перечитывает с целью запомнить выделенные полужирным шрифтом и, значит, «важные» строчки:

«Чтобы умножить сумму двух чисел на третье число, нужно умножить на это число первое и второе слагаемое по отдельности и сложить результаты умножения».

Но почему, спрашивается, нужно заучивать эту скучную фразу? Достаточно предложить ребенку *алгебраическое тождество*:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Оно является потенциально насыщенным «информационным узлом», легко экстраполируемым на различные варианты распределительного закона (которые, кстати сказать, тщетно искать в существующих учебниках):

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$
$$(a + b) : c = a : c + b : c$$
$$(a - b) : c = a : c - b \cdot c$$
$$(a + b + d) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c + d \cdot c$$
$$(a + b - d) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c - d \cdot c$$

*Второй пример: десятичная система счисления как позиционная система.* Прибегнув к алгебраической пропедевтике, можно представить, например, пятизначное число *abcde* в виде суммы:

$$10\,000a + 1000b + 100c + 10d + e$$

и тем самым познакомить ребенка с алгоритмом решения разнообразных арифметических задач с поиском той или иной цифры в многозначном числе. Такие задачи будут способствовать более глубокому пониманию ребенком сущности позиционной системы счисления вообще и десятичной системы счисления в частности. Открывается зелёный свет на пути рассмотрения иной позиционной системы счисления, например двоичной.

*Третий пример: обыкновенные дроби.* Основной «информационный узел» для перехода к изучению обыкновенных дробей сконцентрирован в простом с виду алгебраическом тождестве:

$$a : b = a/b \quad (2)$$

Взрослому человеку оно представляется тривиальным, но для ребенка это – подлинное открытие. Уже само по себе это тождество говорит ему, что любое натуральное число можно разделить на любое натуральное число – ведь дробь a/b как раз и есть частное, получающееся при делении натуральных чисел. Кроме того, тождество (2) говорит о том, что натуральное число является *частным случаем* обыкновенной дроби – когда знаменатель есть единица. В самом деле, согласно (2),

$$a : 1 = a/1$$

И поскольку $a : 1 = a$ то, следовательно» $a = a/l$ . Значит, переход от натуральных чисел к обыкновенным дробям – это не смена «кассы чисел», а ее *расширение*. Это расширение позволяет теперь *всегда* выполнять операцию деления. Осознав это, ребенок сделает еще один шаг в своем развитии.

Вообразим следующую сценку в классе. После того, как ребенка познакомили с тождеством (2), ему предложили выполнить деление: 7980 : 264. Учитывая тождество (2), смышлёный ребенок моментально выполняет деление:

$$7980 : 264 = 7980/264.$$

Однако учителя это не удовлетворяет, и он заявляет, что дробь 7980/264 может быть упрощена. Надо разложить на простые множители и числитель, и знаменатель:

$$7980 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19,$$
$$264 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11.$$

После сокращения общих для числителя и знаменателя множителей дробь принимает вид: 665/22. Далее пригодится деление с остатком: поделив 665 на 22, получим 30 и 5 в остатке, иначе говоря, получим смешанное число 30 5/22. Вот и завершилось деление 7980 на 264.

Впрочем, сегодня такая сценка невозможна. По совершенно непонятным соображениям разложение натуральных чисел на множители вынесено в 5-й класс, так что тождество (2) вряд ли сегодня может пригодиться. Вот и топчется нынешняя начальная математика на пороге перед обыкновенными дробями, не решаясь переступить его.

А между тем переступить этот порог не так уж трудно. Не вдаваясь в детали (за недостатком времени), выскажем главною мысль: *прежде чем начинать изучение обыкновенных дробей, нужно уделить достаточно серьёзное внимание, во-первых, алгебраической пропедевтике и, во-вторых, разложению натуральных чисел на множители.* И тогда, как показывает практика, все получается.

### 7. Лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать

Как отмечалось в самом начале, в данной статье обсуждаются пути генерации потенциала саморазвития ребенка в процессе обучения его начальной математике. Обдумывая возможности реальной модернизации курса начальной математики, авторы разработали «Экспериментальную программу непрерывного усиленного курса математики для 1 – 6 классов» [1]. Кроме того, они создали учебники-тетради под общим названием «Моя первая математика», предназначенные для детей в 1 – 4 классах. Эти учебники-тетради (8 книжек) изданы на украинском и русском языках Торгово-издательским домом «Университетская книга» в г. Сумы [2]. Они проходят достаточно успешную апробацию в ходе проводящегося в ряде школ регионального педагогического эксперимента в рамках инновационной образовательной технологии «Экология и развитие», идеи, принципы и содержание которой излагались в журнале «Философия образования» [3; 4; 5].

В своем курсе начальной математики авторы, естественно, попытались учесть все те идеи по модернизации обучения начальной математике, которые декларировались в данной статье. Насколько это удалось, судить читателям, которые пожелают познакомиться с программой и учебниками авторов, исходя из мудрого житейского правила «лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать».

**Литература:**


1. *Тарасов Л.В., Тарасова Т.Б., Чашечникова О.С.* Экспериментальная программа непрерывного усиленного курса математики для 1 – 6 классов // газета «Математика», № 25 – 26 /133– 134/, июль, 2001.
2. *Тарасов Л.В, Тарасова Т.Б.* Моя первая математика. Восемь учебников-тетрадей. Сумы, «Университетская книга», 2001 – 2006.
3. *Тарасов Л.В., Тарасова Т.Б.* Смена глобальной стратегии мышления и новая концепция школьных учебников // Философия образования. – 2005. – №1.
4. *Тарасов Л.В., Тарасова Т. Б.* Диалектический характер инновационной образовательной технологии «Экология и развитие» // Философия образования. – 2005. – №2.
5. *Тарасов Л.В., Кочубей Н.В., Тарасова Т.Б.* Инновационный образовательный проект «Экология и развитие» как открытая саморазвивающаяся система // Философия образования. – 2006. – №3.



***Лев Тарасов, Тетяна Тарасова*. Про потенціал саморозвитку дитини та можливості підвищення рівня навчання математиці в початкових класах.**

Звертається увага на те, як невдало підібране «педагогічне слово» здатне блокувати саморозвиток дитини. Досліджується конструктивний «принцип екстраполяції», що дає змогу зарядити «педагогічне слово» певним потенціалом саморозвитку. Доведено, що завдяки використанню вказаного потенціалу саморозвитку можна суттєво підвищити рівень навчання математиці в початкових класах.

***Lev Tarasov, Tetyana Tarasova*. Child's Self-development Potential and Possibilities of Improvement of Mathematical Education in Primary School**

The research shows that poorly chosen "pedagogical word" can block the child's self-development. The authors emphasized the constructive "principle of extrapolation", which inspires the "pedagogical word" with certain potentiality of self-development. It has been confirmed that the application of the potentiality of self-development can facilitate learning of Mathematics in primary school.