Schwartz S. H., BilskyW. Towarda Universal Psychological Structure of Human Values // Journal of Personality and Social Psychology. - 1987. - Vol.58. - № 5.
Rokeach M. The Open and Closed Mind. – New York : Basic Books, 1960.

I. Andrushchenko. Semantic Orientation as Component of Development Value-Semantic Sphere in the Youth Age.
The article devoted to the problem analysis of semantic orientations as a structural component of value-semantic sphere in adolescence. As a result of theoretical and empirical analysis determined that the vast majority of investigated have goals, that give their life meaningfulness, direction and temporal perspectives. They perceive actual process of their lives as interesting, emotionally rich and full of meaning and part of his life intervening productive and meaningful. Boys and girls perceive themselves as a strong personality who possesses sufficient freedom to build their lives in accordance with their goals and perceptions of its meaning. They believe that a person (including themselves) can control their own lives, free to make decisions, implement them.
Keywords: *value, meaning, semantic field, semantic orientation, life goals, the process of life, the impact of life, locus of control.*

УДК 159.9-022.257 ***В. А. Касьянов***

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЙ ПРИНЦИП ДЛЯ ПСИХОЛОГИИ

Предлагается модель формирования предпочтений над множеством альтернатив, основанная на использовании «Принципа максимума субъективной энтропии», который считается априорно встроенным в сознание субъекта, принимающего решения. Результаты – распределения предметных и рейтинговых предпочтений, обладают большой прогностической силой, позволяют решать задачи опосредованного управления активными системами через управление предпочтениями. Основной упор сделан на описание «Принципа максимума субъективной энтропии предпочтений» и соответствующего математического формализма.
Ключевые слова: *психология, предпочтения, субъективная энтропия, принцип максимума, альтернатива, принятие решений, риск, «эластичность психологии».*

1. Экстремальный принцип для психологии – предпосылки. Рассматриваются системы, в дальнейшем – активные системы, находящиеся в проблемной ситуации и располагающие возможностями (ресурсами) для разрешения проблем. Описание проблемной ситуации включает множество альтернатив, располагаемых и потребных ресурсов, а также ожидаемых новых ресурсов, получаемых в результате разрешения той или иной проблемы. В качестве множества альтернатив выступают возможные и желаемые состояния σ_i, либо стратегии перехода системы из начального состояния σ_0 в конечное σ_s. Будем различать множество возможных состояний S_σ, совместимых с фактом существования системы, множество достижимых состояний $S_{att}|\sigma_0$ из начального состояния σ_0, согласованных с величиной располагаемых ресурсов $R^{av}(\sigma_i)$ и множество альтернативных состояний $S_a|\sigma_0$, рассматриваемых субъектом системы в качестве предмета выбора.

Главным элементом активной системы является индивидуум – субъект. Решения, принимаемые им, его вмешательство, невзирая на высокую степень автоматизации и интеллектуализации систем управления, являются неизбежным и во многих случаях определяющим.

Это целиком относится к области безопасности активных систем и, в частности на транспорте, например к безопасности полетов.

Поведение активного элемента системы – субъекта определяется законами функционирования его психики, которые в настоящий момент являются интенсивно изучаемой областью, в рамках этой комплексной проблемы [Петров, 1999, с. 62-70; Петров, 1980; Голицын, 2005; Касьянов, 2014, с. 36-42].

Множество $S_{att}|\sigma_0$ включает все состояния σ_i «прибытия», которые могут быть достигнуты из состояния «отправления» σ_0 при условии $R^{req}(\sigma_i) \le R^{av}(\sigma_i)$, причем граничное состояние $\sigma_i \in S_{att}|\sigma_0$ соответствуют оптимальным стратегиям использования ресурсов. Выполняется условие

$$S_{att}|\sigma_0 \subseteq S_\sigma$$

Отношение ρ выделяет из $S_{att}|\sigma_0$ подмножество $S_a|\sigma_0$. ρ отождествляется с множеством $S_a|\sigma_0 * S_a|\sigma_0$, где «*» – декартово произведение множеств, т.е. ρ есть подмножество упорядоченных пар $(\sigma_i, \sigma_j) = \sigma_i \rho \sigma_j$. Состояния (стратегии) $\sigma_i \in S_{att}|\sigma_0$ различимы и сравнимы. Это означает, что на $S_{att}|\sigma_0$ может быть установлено бинарное отношение. Однако, в каждом конкретном случае субъект устанавливает бинарное отношение между частью элементов $S_{att}|\sigma_0$.

Те элементы, между которыми такое отношение установлено называются «множеством альтернатив» и, соответственно

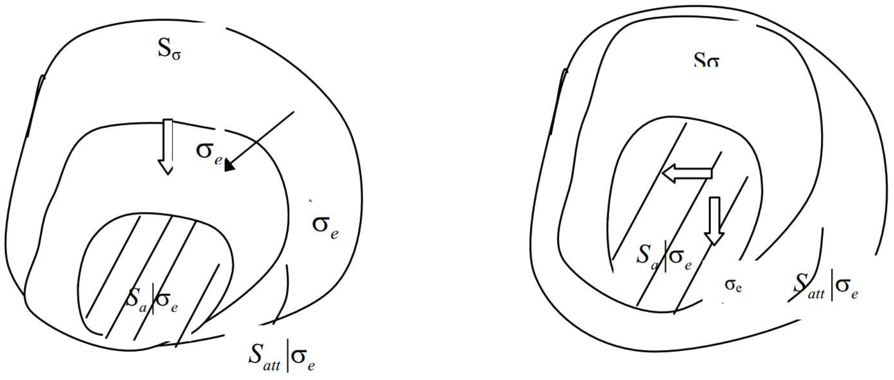
$S_a|\sigma_0 \subseteq S_{att}|\sigma_0$

Мы в дальнейшем под отношением ρ будем подразумевать отношение предпочтения.

Существует две возможности:

1. $\sigma_i \in S_a|\sigma_0$;
2. $\sigma_i \overline{\in} S_a|\sigma_0$.

В первом случае $\sigma_i \in S_a|\sigma_0$ изучаются «изнутри», во втором – «извне».



(а) (в)

Рис. 1

«Абсолютный» или объективный инвариант системы, представляет собой кардинальное число

$I_{S_\sigma} = CardH(S_\sigma, S_\sigma)$

где $H(S_\sigma, S_\sigma)$ – множество биморфизмов в $S_\sigma : S_\sigma \to S_\sigma$.

«Относительный» или субъективный инвариант

$I_{S_a} = CardH(S_a|\sigma_0, S_a|\sigma_0)$

Очевидно, что $I_{S_\sigma} \geq I_{S_a}$.

Проблема определяется, как пара упорядоченных элементов

$(\sigma_i, \sigma_j) : \sigma_i \in S_a|\sigma_0 : \sigma_j \in S_a|\sigma_0$.

Если множество $S_a|\sigma_0$ пусто, $S_a|\sigma_0 = \varnothing$, то условно можно говорить об *интеллектуальной катастрофе*. Дополнительное условие: $\sigma_0 \Subset S_a|\sigma_0$. «*Ресурсная катастрофа*» возникает, если для $\forall\sigma_i \in S_a|\sigma_0$ имеет место условие

$$R^{req}(\sigma_i) \geq R^{av}(\sigma_i)$$

где R^{req} – потребные ресурсы, R^{av} – располагаемые ресурсы.

На множестве $S_a|\sigma_0$ устанавливается бинарное отношение предпочтений

$\rho : \prec$ или $\precsim$.

Обозначая проблему, описанную количественным образом $P(\sigma_i|\sigma_0) \equiv P(\sigma_0 \to \sigma_i)$, будем говорить, что существует гомоморфизм

$$\sigma_i \precsim \sigma_j \Leftarrow P(\sigma_0 \to \sigma_i) \leq P(\sigma_0 \to \sigma_j).$$

В работах [Kasyanov, 2013; Касьянов, 2007; Левич, 1981] описаны основные положения алгебры альтернатив, дана классификация проблем.

В настоящей работе вводятся функции распределения предпочтений $\pi(\sigma_i)$ на множестве S_a (далее мы опускаем в обозначении S_a, ссылку на начальное состояние σ_0). Это распределение может быть нормировано, например, на единицу:

$$\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i) = 1; \quad i \in \overline{1,N}$$

Возможны и другие нормировки. Предпочтения $\pi(\sigma_i)$ непрерывно распределены на отрезке [0, 1], т.е. принимается «кардинальный» подход. Распределение предпочтений будет зависеть от полезностей альтернатив или, в более общем случае, от когнитивной функции, которая вводится в связи с формулировкой экстремальных задач.

Сравнивая полезности и предпочтения, можно сказать, что полезности имеют объективный смысл (количество калорий в данном продукте, вероятность выздоровления при использовании данного метода лечения, любая вероятность успеха…). Множество S_a, снабженное распределением полезностей напоминает «меню блюд».

Распределение полезностей может не совпадать с распределением предпочтений.

Например, для некоторого субъекта могут иметь место следующие отношения

σ_1 спорт	σ_2 курение	σ_3 алкоголь
$U(\sigma_1)$	$>U(\sigma_2)$	$>U(\sigma_3)$
$\pi(\sigma_1)$	$<\pi(\sigma_2)$	$<\pi(\sigma_3)$

Здесь упорядочение по полезностям противоположно упорядочению по предпочтениям.

Если отношение $\prec$ на S_a есть слабое упорядочение, то должна существовать вещественная функция $\pi(\sigma)$ такая, что

$$\sigma \prec \eta \Leftrightarrow \pi(\sigma) < \pi(\eta); \quad \forall \sigma, \eta \in S_a.$$

Если отношение $\prec$ есть строгое частичное упорядочение на S_a, тогда существует вещественная функция $\pi(\sigma)$ такая, что для $\forall \sigma, \eta \in S_a$ справедливы соотношения:

$$\sigma \prec \eta \Rightarrow \pi(\sigma) < \pi(\eta)$$

$$\sigma \approx \eta \Rightarrow \pi(\sigma) = \pi(\eta)$$

где $\approx$ означает эквивалентность. В рамках предложенной схемы отличие полезности от когнитивной функции $F(\sigma)$ состоит в том, что из условия $U(\sigma) < U(\eta)$ не следует в общем случае $\pi(\sigma) < \pi(\eta)$. Для когнитивной функции $F(\sigma)$ должно обязательно выполняться следование:

$$\pi(\sigma) < \pi(\eta) \Leftarrow F(\sigma) < F(\eta)$$

Пусть условная функция предпочтений есть $\pi(i|j)$, где $\sigma_i \in S_a$ – состояние «прибытия», σ_j – актуальное состояние, в котором в данный момент находится система $\sigma_j \in S_a$ – состояние «отправления». Это означает, что результатом выбора предпочтительного состояния может быть σ_j, т.е. «переход» $\sigma_j \to \sigma_j$. Тогда, когда для $\sigma_0 \,\overline{\in}\, S_a$ выбор σ_0, или переход $\sigma_j \to \sigma_0$, невозможен (должна быть выбрана одна из альтернатив из S_a).

Для $\pi(\sigma_i|\sigma_j)$ условие нормировки имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i|\sigma_j) = 1; \quad \forall(\sigma_j \in S_a)$$

$$\pi(\sigma_i|\sigma_j) \le 1$$

2. Расстояния между альтернативами. С целью метризации множества S_a можно ввести расстояние между альтернативами «объективные» и «субъективные».

Обозначая через $F(\sigma_i)$ когнитивную функцию, соответствующую альтернативе σ_i и через $\rho_{obj}\left(\sigma_i,\sigma_j\right)$ – объективное расстояние между σ_i и σ_j, определим его формулой:

$$\rho_{obj}(\sigma_i,\sigma_j) = \left|F(\sigma_i) - F(\sigma_j)\right|.$$

Определим субъективное расстояние в виде:

$$\rho_{subj}(\sigma_i,\sigma_j) = \left|\pi(\sigma_i) - \pi(\sigma_j)\right|.$$

Введенные таким образом расстояния удовлетворяют трём необходимым требованиям для ρ_{obj} и ρ_{subj}, обозначим для упрощения через $\rho\left(\sigma_i,\sigma_j\right)$. Имеем:

$$\rho\left(\sigma_i,\sigma_i\right) = 0;$$

$$\rho\left(\sigma_i,\sigma_j\right) = \rho\left(\sigma_j,\sigma_i\right);$$

$$\rho\left(\sigma_i,\sigma_k\right) \le \rho\left(\sigma_i,\sigma_j\right) + \rho\left(\sigma_j,\sigma_k\right).$$

3. Нормировка предпочтений сложных альтернатив. В [Kasyanov, 2013; Касьянов, 2007] рассматриваются сложные альтернативы: композиции, пути (траектории) в S_a, стратегии. Для всех этих конструкций определены условия нормировки.

Так, условия нормировки p-точечной функции предпочтения $\pi\left(\sigma_i,\sigma_j,...\sigma_t\right)$ имеет вид:

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}...\sum_{t=1}^{N}}_{p} (\sigma_i,\sigma_j,...\sigma_t) = 1$$

Можно изначально принять другие условия нормировки, если исключить повторение состояний «вдоль пути». Тогда после каждого шага число альтернативных элементов (мощность множества S_a) будет уменьшаться на единицу. «Странствие» будет происходить по множествам уменьшающейся размерности.

$$S_a^N \to S_a^{N-1} \to S_a^{N-2} ... \to S_a^{N-p}$$

Соответственно полагаем

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N-1}...\sum_{t=1}^{N-(p-1)} \underbrace{\pi(\sigma_i,\sigma_j,...\sigma_t)}_{p} = 1$$

4. Гипотеза факторизации. Положим, что функцию предпочтений одношагового пути p = 2 $Tr_2(\sigma_i \to \sigma_j)$ можно представить в виде:

$$\pi\left(\sigma_i,\sigma_j\right)=\pi\left(\sigma_i\right)\pi\left(\sigma_j\middle|\sigma_i\right)$$

для p = 3

$$\pi\left(\sigma_i,\sigma_j,\sigma_k\right)=\pi\left(\sigma_i\right)\pi\left(\sigma_j\middle|\sigma_i\right)\pi\left(\sigma_k\middle|\sigma_i,\sigma_j\right).$$

Вообще, для пути длиной p (с посещением p-1 промежуточных состояний) будем считать справедливой формулу:

$$\begin{aligned}&\pi\left(\sigma_{s1},\sigma_{s2},\sigma_{s3},...,\sigma_{s(p-1)}\sigma_{sp}\right)=\\&=\pi\left(\sigma_{s1}\right)\pi\left(\sigma_{s2}\middle|\sigma_{s1}\right)\pi\left(\sigma_{s3}\middle|\sigma_{s1},\sigma_{s2}\right)...\pi\left(\sigma_{sp}\middle|\sigma_{s1},\sigma_{s2},...,\sigma_{s(p-1)}\right)\end{aligned} \qquad (1)$$

В теории вероятностей приведенные формулы выводятся из принимаемых аксиом – являются их следствием. В данном случае они принимаются как гипотезы. Среди всех путей выделим класс «Марковских путей», а факторизацию назовем – «Марковской факторизацией».

$$\pi\left(\sigma_{s1},\sigma_{s2},...,\sigma_{sk-1},\sigma_{sp}\right)=\pi\left(\sigma_{s1}\right)\pi\left(\sigma_{s2}\middle|\sigma_{s1}\right)\pi\left(\sigma_{s3}\middle|\sigma_{s2}\right)...\pi\left(\sigma_{sp}\middle|\sigma_{sp-1}\right) \qquad (2)$$

Предположение, выраженное формулой (2) соответствует свойству психики субъекта проводить анализ «без оглядки назад». Образно говоря, такой субъект «смотрит только вперед»

В соответствии с определением понятия траектории в S_a, движение происходит только в одном направлении:

$$\sigma_{s1}\to\sigma_{s2}\to\sigma_{s3}\to...$$

Следовательно, в общем случае, например для 2-х точечной функции $\pi\left(\sigma_i,\sigma_j\right)$ в общем случае

$$\pi\left(\sigma_i,\sigma_j\right)\neq\pi\left(\sigma_j,\sigma_i\right) \qquad (3)$$

то есть пути $\sigma_i \to \sigma_j$ и $\sigma_j \to \sigma_i$ не эквивалентны. В частном случае, однако, может быть $\pi\left(\sigma_i,\sigma_j\right)=\pi\left(\sigma_j,\sigma_i\right)$, тогда в условиях справедливости гипотезы факторизации имеет место равенство

$$\pi(\sigma_i)\pi\left(\sigma_j\middle|\sigma_i\right)=\pi(\sigma_i)\pi\left(\sigma_i\middle|\sigma_j\right) \qquad (4)$$

и пути $\sigma_i \to \sigma_j$ и $\sigma_j \to \sigma_i$ эквивалентны. Видим, что в этом случае состояния σ_i и σ_j абсолютно одинаково предпочтительны, если

$$\pi\left(\sigma_i\middle|\sigma_j\right)=\pi\left(\sigma_j\middle|\sigma_i\right) \qquad (5)$$

и условно эквивалентны относительно третьего состояния σ_k, если

$$\pi\left(\sigma_i \middle| \sigma_k\right) = \pi\left(\sigma_j \middle| \sigma_k\right) \qquad (6)$$

Для каждого набора пар $\left(\sigma_i, \sigma_j\right) \in S_a * S_a$ выполнено условие нормировки:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\pi(\sigma_i, \sigma_j) = 1$$

Если верна гипотеза факторизации, то

$$\sum_{j=1}^{N}\pi(\sigma_i)\pi(\sigma_j|\sigma_i) = \pi(\sigma_i),$$

поскольку $\sum_{j=1}^{N}\pi(\sigma_j|\sigma_i) = 1$.

Условные функции предпочтения более общего вида:

$$\underbrace{\pi(\sigma_i, \sigma_j, \ldots\sigma_k}_{p_2}\Big| \underbrace{\sigma_1, \sigma_2, \ldots\sigma_{k-1}}_{p_1}) = \pi(Tr_{p2}|Tr_{p1})$$

определяют предпочтительность будущего отрезка пути Tr_{p2} в зависимости от уже пройденного отрезка Tr_{p1}.

Количеством информации I_A, сопоставляемое данному состоянию системы согласно [Левич, 1981], называется логарифм инварианта структуры этого состояния, то есть логарифм количества морфизмов данного объекта в себя (автоморфизмов), сохраняющих структуру системы:

$$I_A = \log CardH_s(A, A),$$

где $CardH_s$ – кардинальное число. Если $CardH_s(A, A) = (CardA)^{CardA}$, то

$$I_A = \overset{K}{\underset{a=1}{\ddot{I}}} n_a^{n_i},$$

где K – количество классов эквивалентности, а n_a – численность i-го класса.

При условиях $\sum_{a=1}^{K} n_a = N$ – общая численность субъектов и $\sum_{a=1}^{K} R_a n_a = R^{req}$, где R_a – ресурсы, потребляемые одним субъектом из класса a.

Составим функционал

$$\Phi = -\log I_A - \alpha\sum_{a=1}^{K} R_a n_a + \beta\sum_{a=1}^{K} n_a \qquad (7)$$

Принцип оптимальности, постулируемый в теории категорий, является более общим и «первичным» по отношению к принципу Джейнса [Jaynes, 1957, p. 171-190; Jaynes, 1957, p. 620-630].

1.2. Группа субъектов, рейтинговые предпочтения. Говоря о рейтинговых распределениях, мы должны придерживаться важного правила, которое будет сформулировано позже – правило об «индивидуальном носителе». Мы имеем в виду, что все основные объекты теории должны быть привязаны к вполне определенной психике, индивидуальному сознанию, а именно – альтернативы, функции предпочтения, функционалы, о которых речь будет ниже. Другими словами, мы должны каждый раз найти индивидуальное вместилище, «конкретную голову» и считать её единственным и полномочным носителем, суверенным владельцем всех перечисленных выше объектов. Особенно это важно, когда рассматривается группа взаимодействующих субъектов. Говоря о группе, мы имеем в виду, что существует определенная связность между членами группы как объективная, так и субъективная.

Факторами связности являются общие корпоративные альтернативы и проблемы, общие (консолидированные) ресурсы, совпадающие или близкие механизмы формирования распределений индивидуальных предпочтений. Группа имеет структуру, исповедует определенный принцип благополучия (например – утилитаризм или эгалитаризм), принцип «справедливости» (например, принцип Пигу-Дальтона). Кроме того каждый субъект осуществляет агрегирование мнений других субъектов по определенному правилу. Группу могут связывать общие этические, политические, культурные императивы [Виноградская, 1982; Виноградская, 1980; Ильичев, 2002, с. 72-84; Козер, 2000; Кузьмин, 1979; Моисеев, 1972; Месарович, 1973; Мулен, 1991; Майер, 1999; Миркин, 1974; Фишберн, 1978; Jaynes,1957, p. 171-190; Jaynes, 1957, p. 620-630; Гроот, 1974; ...].

Пусть субъект j принадлежит к группе S_ξ, а S_{aj} – его проблемное множество (множество альтернатив). Если для $\forall k, j \;\; S_{ak} \cap S_{aj} = \varnothing$, то субъекты группы S_ξ проблемно не связаны, наоборот, если для $\forall k, j \;\; S_{ak} \cap S_{aj} \neq \varnothing$, то имеется проблемная связность субъектов. Может быть так, что субъекты связаны опосредованно и предыдущее условие выполняется не для всех k и j.

Теория «коллективного благосостояния» (термин Амартим Сена [Мулен, 1991]) направлена на разрешение извечной проблемы – «стремление людей к равенству является страстным, ненасытным, вечным и непобедимым» (Токвиль 1860 г.) и, добавим от себя, абсолютно нереализуемым. В противоречии с этой тенденцией, в индивидуальном плане находится стремление «к превосходству над другими». Т.е. с одной стороны: «не сотвори себе кумира», с другой – поиск «лидера», того самого «кумира».

Обобщающим понятием является «социальная справедливость». Равенство понимаемое в обобщенном смысле. В иерархических системах «социальная справедливость» подвергается декомпозиции «по вертикали» и «по горизонтали». У государства нет иной задачи, кроме реализации определенной концепции социальной справедливости. Если «государство» не имеет концепции социальной справедливости и не реализует никакой концепции, то это не государство.

Вводятся понятия функции коллективной полезности (ФКП) и порядок коллективного благосостояния (ПКБ) [Мулен, 1991].

Однако, подобные понятия часто оказывается в противоречии с гипотезой «индивидуального носителя». Другими словами, в этих построениях не задаются вопросом: чьи «мозги», чья психика является вместилищем этих категорий, кто ими пользуется и в чьих интересах?

Так же, как это было сделано для предметных предпочтений (I рода), это же можно проделать для рейтинговых предпочтений (II рода). Если ввести отношение рейтингового предпочтения $\rho_\xi :\prec_\xi: (\rho_\xi :\precsim)$. Если ρ_ξ строгое предпочтение, оно транзитивно, симметрично и непрерывно, отношение эквивалентно $\rho_\xi :\sim$ транзитивно, рефлексивно и симметрично. Отношение ρ_ξ генерирует в группе определенный порядок.

Можно ввести определенную типологию групп: группа слабо упорядочена, если ρ_ξ асимметрично и отрицательно транзитивно, группа строго упорядочена, если дополнительно для ρ_ξ имеет место слабая связность, группа строго частично упорядочена, если отношение ρ_ξ не рефлексивно и транзитивно. Возникает вопрос: можно ли это спроецировать на организацию учебного процесса в группах студентов, на организацию военных подразделений?

Рассмотрим два частных случая: ρ_ξ – отношение конкуренции, ρ_ξ – отношение антагонизма, отношение «продавец-покупатель». Отношение между двумя продавцами, которые хотят продать товар одному покупателю – отношение конкуренции. Если $\rho_\xi = \rho_c$ – отношение конкуренции и A, B, C… – конкуренты, то отношение ρ_c

– не рефлексивно (я не конкурент самому себе);

– симметрично: $A\rho_c B \Leftrightarrow B\rho_c A$;

– транзитивно: $(A\rho_c B; B\rho_c C) \Rightarrow A\rho_c C$.

Отношение $\rho_\xi = \rho_a$ антагонизма можно считать

– нерефлексивным $A\overline{\rho}_a A$;

– симметричным: $A\rho_a B \Leftrightarrow B\rho_a A$;

– отрицательно-транзитивным: $(A\overline{\rho}_a B; A\rho_a C) \Rightarrow B\rho_a C$.

Образное определение антагонизма: «враг нашего врага – наш друг», «кто не с нами – тот против нас». Отношение между рабочими и работодателем есть антагонизм, между продавцом и покупателем тоже антагонизм.

Что следует понимать под властными полномочиями, кто «носитель» рейтингов? Естественным образом возникает задача о распределении властных полномочий. В случае порядковых рейтингов эта задача сталкивается с трудностями типа теоремы Эрроу «о невозможности» [Мулен, 1991].

Использование непрерывных рейтинговых распределений, во-первых, снимает значительную часть подобных трудностей, во-вторых, дает возможность постулирования определенных вариационных принципов, приписываемых человеческой психике. Абсолютные рейтинговые коэффициенты обозначим через $\xi(i);(i \in \overline{1,N})$, понимаемые как «признаваемые» всеми членами группы, или «супервайзером», стоящим над группой, или «лидером», входящим в состав группы. Через $\xi(j|i)$ обозначим коэффициенты условных рейтингов членов группы $j \in \overline{1,N}$ «в глазах» i. Условия нормировки

$$\sum_{j=1}^{M} \xi(j) = 1;$$

$$\sum_{j=1}^{M} \xi(j|i) = 1.$$

Для предметных предпочтений (I рода) $\pi(\sigma_i), \pi(\sigma_i|\sigma_k), \ldots$ и рейтинговых предпочтений (II рода) $\xi(i);\xi(i|j)\ldots$ вводятся энтропии шеноновского типа.

$$H_{\pi i} = -\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i) \ln \pi(\sigma_i);$$

$$H_{\pi(i|j)} = -\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i|j) \ln \pi(\sigma_i|j);$$

$$H_{\xi_j} = -\sum_{i=1}^{M} \xi(j) \ln ; \xi(j);$$

$$H_{\xi(i|j)} = -\sum_{j=1}^{M} \xi(j|i) \ln \xi(j|i).$$

Энтропия шеноновского типа обладает свойством иерархической аддитивности.

Эти функции обладают следующими важными свойствами:

$$H_{\pi i \max} = \ln N; H_{\pi i|j \max} = \ln N_j; (\forall j \in \overline{1,N});$$

$$H_{\xi i \max} = \ln M; H_{\xi i|j \max} = \ln M_j; (\forall j \in \overline{1,M});$$

$$H_{\pi i \min} = H_{\pi i|j \min} = H_{\xi i \min} = H_{\xi i|j \min} = H_{\xi i|j \min} = 0.$$

Вообще, если событие A изменяет распределение предпочтений, то условная энтропия по отношению к событию A есть

$$H_\pi(|A) = -\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i|A) \ln \pi(\sigma_i|A)$$

или

$$H_{\xi(j|i,A)} = -\sum_{j=1}^{M} \xi(j|i,A) \ln \xi(j|i,A)$$

Субъективную информацию определим следующим образом

$$I^{\pi}_{subj}(A) = H_\pi - H_\pi(|A) \quad (8)$$

$$I^{\xi}_{subj}(A) = H_\xi - H_\xi(|A) \quad (9)$$

Формулы (8) и (9) недостаточно универсальны. В некоторых случаях они не улавливают происходящих изменений. Такие случаи показаны на рис. 2 а, в.

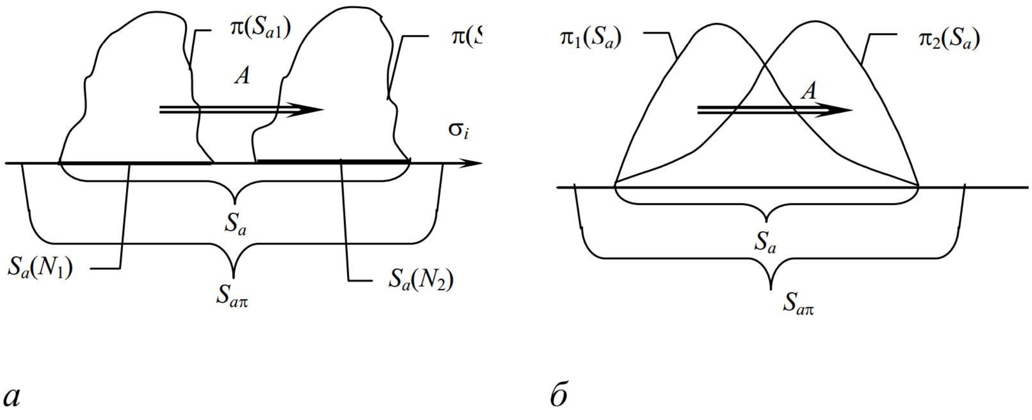


Рис. 2

В первом случае имеет место эквидистантный сдвиг распределения по оси , во втором – деформация распределения , сохраняющая площадь. Вычисление по приведенным формулам дает нулевую информацию. Если $\pi(\sigma_i, \sigma_j)$ – распределение предпочтений «одношаговых» путей на декартовом произведении $S_{a1} * S_{a2})$, то энтропия $\pi(\sigma_i, \sigma_j)$ задается формулой:

$$H(\pi, S_{a1} \to S_{a2}) = -\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\pi(\sigma_i, \sigma_j)\ln\pi(\sigma_i, \sigma_j)$$

Можно показать, что

$$H(\pi, S_{a1} \to S_{a2} | A) = H(\pi, S_{a1} | A) + \bar{H}(\pi, S_{a1} \to S_{a2} | A)$$

где

$$\bar{H}(\pi, S_{a1} \to S_{a2} | A) = \sum_{i=1}^{N}\pi(\sigma_i)\tilde{H}(\pi | A)$$

и

$$\tilde{H}(\pi | A) = -\sum_{i=1}^{N}\pi(\sigma_j | \sigma_i)\ln\pi(\sigma_j | \sigma_i) \text{ для } \forall i \in \overline{1, N}$$

Информацию, обусловленную событием A, определим по формуле:

$$I_{subj} = H(\pi) - H(\pi, S_{a1} \to S_{a2} | A) \qquad (10)$$

Даже в случае, когда $H(\pi) = H(\pi | A)$, информация, вычисляемая по формуле (10) оказывается отличной от нуля, в том числе, в случаях (*а*) и (*в*), изображенных на (рис. 2 а, в).

Частным случаем является сообщение о том, что система находится в состоянии $\sigma_i \in S_a | \sigma_i)$.

$$H(\pi | i) = -\sum_{j=1}^{K}\pi(\sigma_j | \sigma_i)\ln\pi(\sigma_j | \sigma_i)$$

Это выражение совпадает с $\tilde{H}(\pi | A)$.

Соответствующее количество информации определяется формулой:

$$I_{subj} | i = -\sum_{j=1}^{N}\pi(\sigma_j)\ln\pi(\sigma_j) + \sum_{j=1}^{K}\pi(\sigma_j | \sigma_i)\ln\pi(\sigma_j | \sigma_i)$$

Будем считать, что эта величина есть субъективная информация, связанная с переходом системы из одного состояния в другое – «информация связи состояний». Можем говорить об «энтропийной эквивалентности» состояний. Если $I_{subj|s,n} = 0$, то переход $\sigma_s \to \sigma_n$ не изменяет степени неопределенности предпочтений субъекта.

Несколько обобщая, можем записать:

$$I_{subj}\Big|_{s,r} = -\sum_{j=1}^{N}\pi_1(\sigma_j | \sigma_s)\ln\pi_1(\sigma_j | \sigma_s) + \sum_{j=1}^{K}\pi_2(\sigma_j | \sigma_r)\ln\pi_2(\sigma_j | \sigma_r)$$

Здесь π_1 и π_2 заданы над различными множествами альтернатив: S_{a1} (N)· S_{a2} (K).

В частном случае, если распределения π_1 и π_2, совпадают и заданы на одном и том же множестве альтернатив,

$$I_{subj}\Big|_{s,r} = -\sum_{j=1}^{N}\Big(\pi(\sigma_j\left|\sigma_s\right.)\ln\pi(\sigma_j\left|\sigma_s\right.) - \pi(\sigma_j\left|\sigma_r\right.)\ln\pi(\sigma_j\left|\sigma_r\right.)\Big)$$

Будем считать, что эта величина есть субъективная информация, связанная с переходом системы из состояния σ_s в состояние σ_r – «информация связи состояний». Можно говорить об «энтропийной эквивалентности» состояний, если $I_{subjr|s,r} = 0$. В этом случае переход $\sigma_s \to \sigma_n$ не изменяет степени неопределенности предпочтений субъекта.

Вариационный принцип. Канонические распределения. Центральным положением теории является вариационный принцип. Суть его состоит в следующем: функционирование психики осуществляется в соответствие с неким экстремальным принципом, причем свойство психики осуществлять экстремизацию является априорным, врождённым, заранее «встроенным» в психику. Носитель этого принципа «обречен» принимать «оптимальные» решения, в условиях неопределенности складывающейся ситуации. Показателем субъективной неопределенности является субъективная *энтропия предпочтений*. Заметим, что энтропия одновременно является показателем степени порядка.

Формально структура «встроенного критерия оптимальности» повторяет структуру функционала в принципе Джейнса [Jaynes, 1957, p. 171-190; Jaynes, 1957, p. 620-630]. В данном случае она играет роль «упаковки» для задачи отличного содержания.

Функционал строится как сумма субъективной энтропии предпочтений, функции эффективности $E_\pi = \sum_{i=1}^{N}\pi_i F_i(x_i, \dot{x}_i, ...)$, где функция $F_i(\cdot)$ названа когнитивной функцией, и члена, отвечающего за нормировку. Функция F_i выбирается таким образом, чтобы она по возможности отражала хорошо известные, экспериментально подтвержденные законы психологии (Бугера – Вебера, Вебера – Фехнера, Йеркса – Додсона, Стивенса, Забродина и др.). Например, F_i может быть выбрана в виде:

$$F_i = x_i^\delta + \ln x_i^\alpha \qquad (11)$$

где x_i – экзогенная переменная, а α и δ – эндогенные факторы состояния психики. В качестве x_i может фигурировать объективная вероятность наступления некоторого события или ее субъективная оценка (определенная, например, в соответствие с М.де Гроот [Гроот, 1974]). Третьей компонентой функционала является изопериметрическое условие нормировки функций распределения предпочтений. Для предпочтений I рода критерий выбирается в виде

$$\Phi_\pi = -\sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i)\ln\pi(\sigma_i) + \beta\sum_{i=1}^{N-} \pi(\sigma_i)F_i(x,...) + \gamma\sum_{i=1}^{N}\pi(\sigma_i)$$

Условие экстремума есть

$$\frac{\partial\Phi_\pi}{\partial\pi(\sigma_i)} = -\ln\pi(\sigma_i) + \rho F_i(x,...) + \gamma = 0.$$

Отсюда

$$\pi(\sigma_i) = -e^{-1+\gamma}e^{\beta F_i(x,...)}$$

Используя условие нормировки, найдем каноническое распределение

$$\pi(\sigma_i) = \frac{e^{\beta F_i(x...)}}{\sum_{j=1}^{N} e^{\beta F_j(x...)}} \qquad (12)$$

Это распределение совпадает по форме с распределением Гиббса в кинетике. В данном случае $\pi(\sigma_i)$ не является вероятностью, что составляет важное отличие рассматриваемого принципа от принципа Джейнса. Здесь в соответствие с постулатом «*индивидуального носителя*», нет генеральной совокупности и статистической выборки. Однако по аналогии с распределением Гиббса, где $\beta^{-1} = \tau$ – абсолютная температура, в данном случае используя термодинамическую аналогию удобно ввести «*психическую температуру*», которая является эндогенной характеристикой состояния индивидуальной психики. В этом смысле можно говорить об «*эмоциональном перегреве*» или «*эмоциональном переохлаждении*». Для когнитивной функции (11) вместо (12) получаем:

$$\pi(\sigma_i) = \frac{x_i^\alpha \cdot e^{\beta x_i^\delta}}{\sum_{j=1}^{N} x_j^\alpha \cdot e^{\beta x_j^\alpha}} \qquad (13)$$

Функционал для получения канонических рейтинговых распределений (II рода), формируемый субъектом «*i*» в группе из *M* субъектов, в простейшем случае может быть представлен в форме:

$$\Phi_{\xi i} = -\sum_{j=1}^{M} \xi(j|i)\ln\xi(j|i) + \beta\sum_{j=1}^{M}\xi(j|i)G(j|i) + \gamma_\xi\sum_{j=1}^{M}\xi(j|i) \qquad (14)$$

Здесь $\xi(j|i)$ – рейтинг «*j* в глазах *i*».

Условие нормировки для $\xi(j|i)$:

$$\sum_{j=1}^{M}\xi(j|i)=1;\ \forall j\in\overline{1,M}$$

$G(j|i)$ – когнитивная рейтинговая функция. Эта функция может быть выражена через «*взаимные полезности*» индивидуумов внутри группы. В связи с этим разработан вариант теории «взаимной полезности», который включает модификацию некоторых понятий теории предельной полезности (аналоги I и II законов Госсена и др.).

Субъективный риск. Эффективным методом построения когнитивных функций является использование в структуре функций эффективности субъективного байесовского риска. Рассмотрим частный случай.

Пусть имеется две альтернативы (стратегии) и если *C* – множество ситуаций, подмножества A_1 и A_2 таковы, что $A_1\subset C: A_2\subset C; A_1\cap A_2=\varnothing$, $A_1\cup A_2=C$. Определим субъективный байесовский риск формулой:

$$R_{SB}^{\pi}=c_{11}\pi(\sigma_1)\hat{p}(a\in A_1|\sigma_1)+c_{12}\pi(\sigma_2)\hat{p}(a\in A_1|\sigma_2)+$$
$$+c_{21}\pi(\sigma_1)\hat{p}(a\in A_2|\sigma_1)+c_{22}\pi(\sigma_2)\hat{p}(a\in A_2|\sigma_2)$$

Здесь произведена «насильственная» замена априорных вероятностей $p(\sigma_1),p(\sigma_2)$ функциями предпочтений $\pi(\sigma_1),\pi(\sigma_2),c_{ij}(i,j\in\overline{1,2})$ - «потери», связаны с выбором стратегии σ_1 и σ_2 и попаданием параметра *a* в области A_1 или A_2.

Выбирая функционал вариационной задачи в виде:

$$\Phi_{\pi}=-\left(\pi(\sigma_1)\ln\pi(\sigma_1)+\pi(\sigma_2)\ln\pi(\sigma_2)\right)\pm\beta R_{SB}+\gamma\left(\pi(\sigma_1)+\pi(\sigma_2)\right),$$

находим, что в качестве когнитивных функций в данном случае выступают функции:

$$\begin{aligned}F_1(\sigma_1)&=c_{11}\hat{p}(a\in A_1|\sigma_1)+c_{21}\hat{p}(a\in A_2|\sigma_1);\\ F_2(\sigma_2)&=c_{12}\hat{p}(a\in A_1|\sigma_1)+c_{22}\hat{p}(a\in A_2|\sigma_2).\end{aligned}\qquad(15)$$

Субъективные вероятности [Гроот, 1974] нормируются условиями:

$$\begin{aligned}\hat{p}(a\in A_1|\sigma_1)+\hat{p}(a\in A_2|\sigma_1)&=1;\\ \hat{p}(a\in A_1|\sigma_2)+\hat{p}(a\in A_2|\sigma_2)&=1.\end{aligned}\qquad(16)$$

Функция $\pi(\sigma_1)$ имеет вид:

$$\pi(\sigma_1)=\frac{e^{\pm\beta(c_{11}\hat{p}(a\in A_1|\sigma_1)+c_{21}\hat{p}(a\in A_2|\sigma_1))}}{e^{\pm\beta(c_{11}\hat{p}(a\in A_1|\sigma_1)+c_{21}\hat{p}(a\in A_2|\sigma_1))}+e^{\pm\beta(c_{12}\hat{p}(a\in A_1|\sigma_2)+c_{22}\hat{p}(a\in A_2|\sigma_2))}}$$

Рассмотрим канонические рейтинговые предпочтения $\xi(m|j)$. Пусть «носителем» является субъект i, количество субъектов в группе M. Возьмем функционал в виде:

$$\Phi_{\xi,j}=-\sum_{m=1}^{M}\xi(m|i)\ln\xi(m|i)+\beta_{\xi j}\sum_{m=1}^{M}\sum_{s=1}^{L}c_{sm}\xi(m|i)\,\hat{p}(a\in A_s|m,i)+\gamma_{\xi j}\sum_{m=1}^{M}\xi(m|i)$$

(17)

Здесь c_{sm} – «потери», связанные с выбором в качестве «исполнителя» субъекта m и попаданием параметра a, в подмножестве A_s, $\beta_{\xi j}$ и $\gamma_{\xi j}$ – эндогенные параметры субъекта $j\in\overline{1,M}$.

Функционал (17) записан для случая, когда в качестве субъективного риска взята величина

$$R_{SB\xi}^{(i)}=\sum_{m=1}^{M}\sum_{s=1}^{L}c_{sm}\xi(m|i)\,\hat{p}(a\in A_s|m,i)$$

Здесь M – количество субъектов в группе, L – количество подмножеств A_s, соответствующих количеству альтернативных состояний, $\hat{p}(a\in A_s|m)$ – условная субъективная вероятность попадания параметра a в подмножество A_s при условии, что в качестве «исполнителя» будет выбран субъект с номером m. Модель распределения $\xi(m|i)$ найдем из условия:

$$\frac{\partial\Phi_{m,i}}{\partial\xi(m|i)}=-\ln\xi(m|i)-1-\beta_{\xi}\sum_{s=1}^{C}G_m\hat{p}(a\in A_s|m)+\gamma_{\xi}=0$$

С учетом условия нормировки

$$\sum_{m=1}^{M}\xi(m|i)=1;(\forall i\in\overline{1,M})$$

В качестве когнитивных функций здесь выступают:

$$\begin{aligned}G_{(1)}&=c_{11}\hat{p}(a\in A_1|1)+c_{21}\hat{p}(a\in A_2|1);\\G_{(2)}&=c_{12}\hat{p}(a\in A_1|2)+c_{22}\hat{p}(a\in A_2|2).\end{aligned}\qquad(18)$$

Соответствующее распределение имеет вид:

$$\xi(m|i)=\frac{e^{-\beta_{\xi j}\sum_{s=1}^{L}c_{sm}\hat{p}(a\in A_s|m,i)}}{\sum_{q=1}^{M}e^{-\beta_{\xi q}\sum_{s=1}^{L}c_{sq}\hat{p}(a\in A_s|q,i)}};(m\in\overline{1,2})$$

Когнитивная функция дается соотношением:

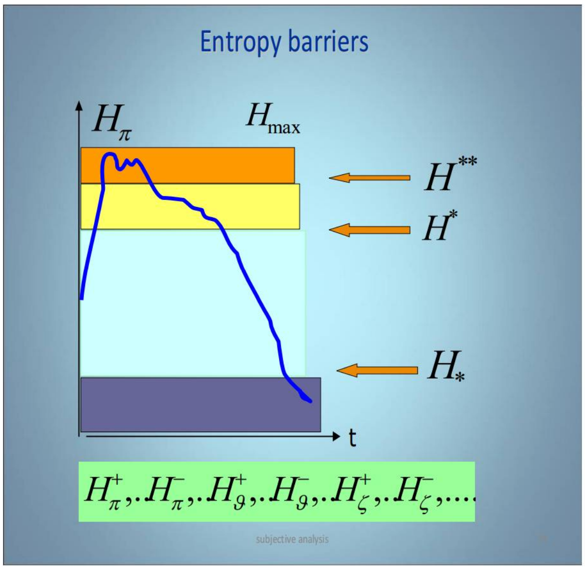
$$G(m) = \sum_{s=1}^{L} c_{sm} \hat{p}(a \in A_s | m) \qquad (19)$$

Пороги энтропий и рисков. Выбор альтернативы практически всегда представляет собой дискретный акт, происходящий в определенный момент времени.

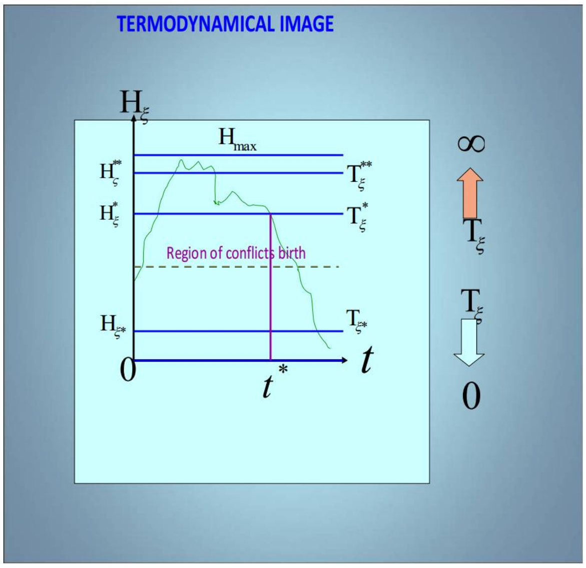
Предположим, что главными регулирующими факторами, определяющими как выбор, так и момент выбора, являются энтропия и субъективный риск.

Очевидно, что при высокой энтропии альтернативы «плохо различимы» и только если энтропия понижается, ниже определенного предела, выбор становится возможным.

С другой стороны, если риск невелик, нет достаточного стимула для изменения ситуации, т.е. принятия решения. Другими словами, субъект принимает решение, если риск становится недопустимо большим.



(а)



(в)

Рис. 3

На рис. 3. дана схема развития ситуации (для предметных предпочтений). При возникновении новой ситуации, которая контролируется когнитивной функцией, субъективная энтропия, может возрастать и достигнуть уровня H_π^{**}, выше которого невозможна никакая рассудочная деятельность. Этот уровень можно назвать «уровнем стресса» или «уровнем истерии». Это состояние долго продолжаться не может, ввиду больших затрат психологической энергии в условиях стресса. Предположительно энтропия будет постепенно падать. В этих условиях может произойти спонтанное движение (спонтанное решение) при критически полной неопределенности. Когда энтропия уменьшиться до уровня H_{π}^{**} возникают условия для осмысленного анализа альтернатив, усвоения дополнительной информации. Наконец, энтропия достигает некоторого уровня H_{π}^{*}, ниже которого при $(H_{\pi} < H_{\pi}^{*})$, выполняются необходимые условия для принятия решения – выбора на S_a. Выше H_{π}^{**} в промежутке $H_{\pi} \in \left[H^{**}, H^{*}\right]$ альтернативы плохо различимы.

В число необходимых условий нужно включить условие, чтобы переход через барьер H_{π}^{*} происходил сверху вниз, т.е.

$$q_{\pi} = \frac{dH_{\pi}}{dt} = \dot{H}_{\pi} < 0;$$

где q_{π} – поток информации.

В диапазоне $\left[H_{\pi}^{*}, H_{\pi*}\right]$ происходит реализация принятого решения. Существует «остаточная» энтропия, имеет место «когнитивный диссонанс» (Фестингер [Festinger, p. 957]), зарождаются внутриличностные и межличностные конфликты. Наконец, если энтропия продолжает уменьшаться и достигает границы $H_{\pi*}(H_{\pi} < H_{\pi*})$, сознание субъекта попадает «область зомби»: $H_{\pi} \in \left[0, H_{\pi*}\right]$. По предположению это такая область, что в системе и в других «окружающих» системах отсутствуют достаточные ресурсы, чтобы вывести психику данного субъекта из этого состояния $\left[H_{\pi}^{*}, H_{\pi}^{**}\right]$ (рис.3). Заметим, что максимальное значение энтропии $H_{\pi\max}$, по-видимому, не может быть достигнуто.

Когнитивная функция – это

$$K_i = \frac{\partial E}{\partial \pi_i},$$

где E – функция эффективности. Если $E = R_{SB}$ – риск, то $K_i = \dfrac{\partial R_{SB}}{\partial \pi_i}$

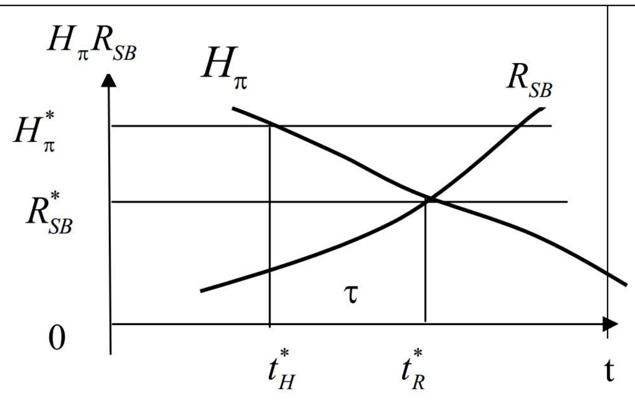


Рис. 4 *а*

$$\tau = t_R^* - t_H^* > 0$$

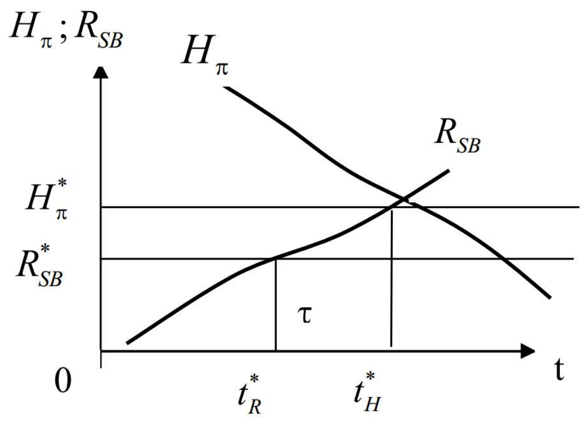


Рис. 4 *в*

$$\tau = t_R^* - t_H^* < 0$$

Чем меньше τ, тем с большей неопределенностью принимается решение.

Нормальная ситуация: сначала выполняется необходимое условие $\tau = t_R^* - t_H^* \geq 0$, затем выполняется достаточное условие.

«Инверсная» или «катастрофическая ситуация»: сначала выполняется $\tau = t_R^* - t_a^* < 0$ достаточное условие – решение может быть принято, затем выполняется необходимое условие – решение должно быть принято.

Решение принимается в условиях полной неопределенности.

Следующим постулируемым свойством психики является способность данного субъекта «агрегировать предпочтения» других членов группы.

Простейшей моделью агрегирования является модель линейная относительно рейтинговых предпочтений:

$$\pi_m^{\Sigma}(\sigma_k) = \sum_{i=1}^{M} \pi_i(\sigma_k) \cdot \xi(m|i) \qquad (20)$$

Здесь, как и ранее $\xi(m|i)$ «рейтинг» субъекта «*i*» в глазах «*m*». Видим, что если $\xi(m|i)$ одинаковы, или мало отличаются друг от друга $\left(\xi(m|i) \approx \dfrac{1}{M}\right)$, то агрегированное предпочтение $\pi_m^{\Sigma}(\sigma_k) \approx \dfrac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} \pi_i(\sigma_k)$, т.е. примерно равно арифметическому среднему индивидуальных предпочтений.

Аналогичные рассуждения можно провести в отношении рейтинговых коэффициентов. Здесь также предположительно существуют энтропийные пороги и пороги риска, однако в смысловом отношении имеют место отличия.

На рис 5 *а* изображен участок развития ситуации, связанной с изменением рейтинговой энтропии и рейтингового риска.

Условно будем считать на оси t точку τ_A начальной. В этот момент в группе существует относительное единогласие относительно рейтингов – имеются субъекты с большими рейтингами на фоне малых рейтингов большинства членов группы. Этому соответствует низкая рейтинговая энтропия H_ξ.

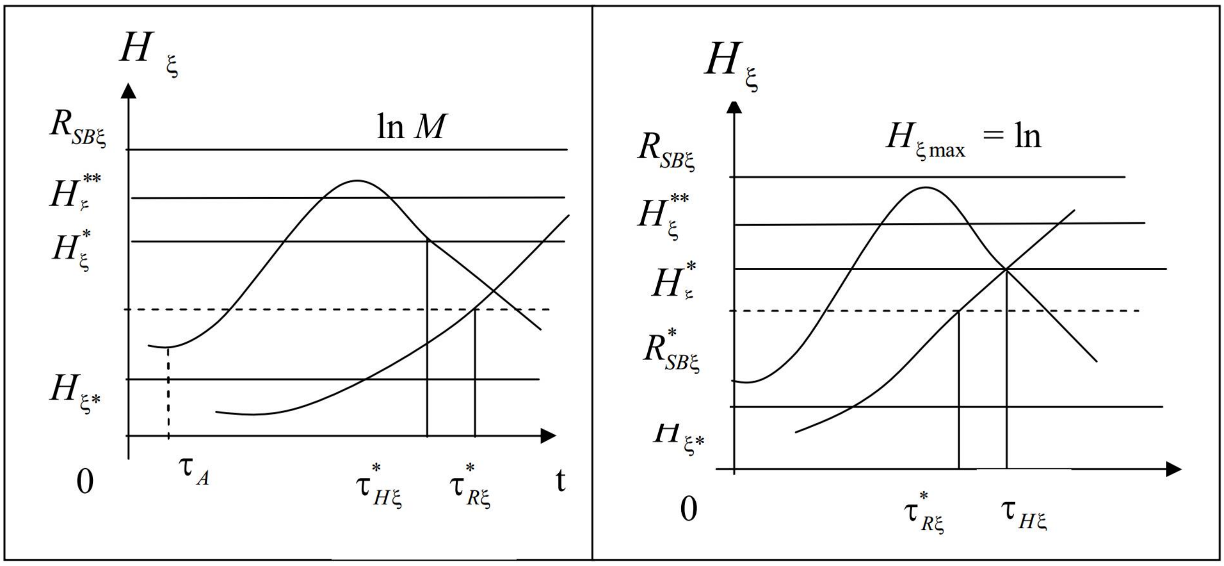


Рис. 5 *а* Рис. 5 *в* $\tau_{H\xi} > \tau^*_{R\xi}$

Начиная с момента τ_A преимущество лидера (или лидирующей группы) постепенно стирается, рейтинги выравниваются, энтропия H_ξ возрастает и в какой-то момент возникает условие $H_\xi > H_{\xi**}$. Возникает «рейтинговый нигилизм», неуважение к власти. В группе возникает рейтинговая истерия – предреволюционное состояние. Появляются новые кандидаты на лидерство, но до точки $\tau^*_{H\xi}$ их преимущество в психике остальных членов группы еще не достаточно выражено. Наконец, на уровне H^*_ξ два или небольшое число претендентов выделяется отчетливо и остается проблема рейтингового выбора. Необходимые условия выбора нового лидера появляются в момент, когда проявляется неравенство $H_\xi \le H^*_\xi$, т.е. в момент $\tau^*_{H\xi}$. В связи с рейтинговым кризисом развивается кризис в предметной области (в экономике, в области обороны, в области культуры, в области религиозных отношений), связанные с этими риски возрастают и в случае (*а*) в момент $\tau^*_{R\xi} > \tau^*_{H\xi}$ некоторый риск становится недопустимо большим, что вынуждает группу принять решение.

Другой вариант развития событий показан на рис. 5 *в*.

Здесь достаточные («вынуждающие») условия выбора (лидера) возникают раньше, чем выделится лидер, приобретет достаточную «различимость» – преобладающее признание. Такое признание можно характеризовать, например, с помощью агрегированных рейтингов.

Одна из возможностей состоит в следующем:

Пусть $\xi(m|i)$ – рейтинг «*i*» в глазах «*m*». Условие нормировки $\sum_{i=1}^{M}\xi(m|i)=1;(\forall m\in\overline{1,M})$. Тогда интегральный агрегированный рейтинг «*i*»:

$$\xi(i)=\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\xi(m|i) \qquad (21)$$

Однако, возникает вопрос: кто является носителем этого рейтинга. Вообще можно говорить об «общественном» признании, которое выражается каким-либо способом голосования, а «носителем» признается реализует этот «способ» «правило» подсчета ((Борда, Кондорсе,…). Здесь возникают те же проблемы, что и в теории коллективного выбора [Мулен, 1991] в связи с теорией Севиджа о «невозможности».

Этих проблем можно избежать, если использовать другое правило агрегирования, учитывающие «взаимные полезности» («mutual utilities»).

$U(i\to j|\sigma_k)$

– полезность *j* для *i* (в отношении альтернативы σ_k – дифференциальная полезность).

Понятие взаимной полезности тесно связано с понятием передаваемой полезности (transferable utility) [Brethren, 2013; Chiappori, 2007; Festinger, p. 957.], хотя и не тождественно последнему. Постулируется вариационный принцип для формирования условных рейтингов дифференциальных $\xi(i\to j|\sigma_k)$ и интегральных $\xi(i\to j)$, «накрывающих» все множество альтернатив, (при этом предполагается, что множество альтернатив S_a имплицируют все частные индивидуальные множества S_{ai} субъектов в группе.

Вычисление распределения рейтингов с использованием взаимных полезностей. Для определения дифференциального рейтингового распределения используем функционал

$$\Phi_{\xi t-i}(k,i) = -\sum_{j=1}^{M} \xi(i \to j|\sigma_k) \ln \xi_t(i \to j|\sigma_k) + \beta_\xi \sum_{j=1}^{M} \xi_t(i \to j|\sigma_k) \cdot$$
$$\cdot \left[U_{t-1}(j|\sigma_k) m_{t-1}(i \to j|\sigma_k) + \breve{U}_{t-1}(i \to j|\sigma_k) - \hat{U}_{t-1}(i \to j|\sigma_k) \right] + \quad (22)$$
$$+\gamma_\xi \sum_{j=1}^{M} \xi_t(i \to j|\sigma_k)$$

где $\xi_t(i \to j|\sigma_k)$ – рейтинг «*j* в глазах *i*», относительно альтернативы σ_k. $U_{t-1}(j|\sigma_k)$ – полезность, накопленная *j* «самостоятельно» к моменту $t-1$, $m_{t-1}(i \to j|\sigma_k) = m_{t-1}(j|\sigma_k)$ – коэффициент, характеризующий «репродуктивную силу» *j*, т.е. его способность самостоятельно увеличивать уже накопленную полезность, не используя вновь полученной «извне» полезности. $\breve{U}_{t-1}$ – получаемая *i* полезность на шаге $t-1$, $\hat{U}_{t-1}$ – отдаваемая *i* полезность на шаге $t-1$. Функционал (22) дает каноническое распределение

$$\xi_t(i \to j|\sigma_k) = \frac{e^{\beta_\xi \left(U_{t-1}(j|\sigma_k) m_{t-1}(j|\sigma_k) + \breve{U}_{t-1}(j \to i|\sigma_k) - \hat{U}_{t-1}(i \to j|\sigma_k) \right)}}{\sum_{q=1}^{L} e^{\beta_\xi \left(U_{t-1}(q|\sigma_k) m_{t-1}(i \to q|\sigma_k) + \breve{U}_{t-1}(j \to i|\sigma_k) - \hat{U}_{t-1}(i \to j|\sigma_k) \right)}} \quad (23)$$

Для определения интегральных рейтингов возьмем функционал вида:

$$\Phi_{\xi t-i}(i) = -\sum_{j=1}^{M} \xi_t(i \to j) \ln \xi_t(i \to j) + \beta_\xi \sum_{j=1}^{M} \xi_t(i \to j) \cdot$$
$$\cdot \left[U_{t-1}(j) m_{t-1}(i \to j) + \breve{U}_{t-1}(j \to i) - \hat{U}_{t-1}(i \to j) \right] + \gamma_\xi \sum_{j=1}^{M} \xi_t(i \to j) \quad (24)$$

Суммарные полезности

$$\breve{U}_t(j \to i) = \sum_{k=1}^{N} \breve{U}_t(j \to i|\sigma_k);$$
$$\hat{U}_t(i \to j) = \sum_{k=1}^{N} \hat{U}_t(i \to j|\sigma_k).$$

передаются «на встречных курсах» от «*j*» к «*i*» и от «*i*» к «*j*». В общем случае они не равны.

Если принять в качестве вариационного принципа принцип максимума взаимной информации (информации связи), определяемой в моменты $t-1$ и t – принцип максимума «информации связи» Линскера [...], то функционал следует взять в виде:

$$\Phi_{\xi t-i}(k,i) = -\sum_{j=1}^{M}\xi_t(i\to j|\sigma_k)\ln\frac{\xi_t(i\to j|\sigma_k)}{\xi_{t-1}(i\to j|\sigma_k)} + \beta_\xi\sum_{j=1}^{M}\xi_t(i\to j|\sigma_k)\cdot$$
$$\cdot\left[U_{t-1}(j|\sigma_k)m_{t-1}(j|\sigma_k) + \breve{U}_{t-1}(j\to i|\sigma_k) + \hat{U}_{t-1}(i\to j|\sigma_k)\right] + \gamma_\xi\sum_{j=1}^{M}\xi_t(i\to j|\sigma_k) \quad (25)$$

получаем распределение

$$\xi_t(i\to j|\sigma_k) = \frac{\xi_{t-1}(i\to j|\sigma_k)e^{\beta_\xi\left(U_{t-1}(i|\sigma_k)m_{t-1}(j|\sigma_k)+\breve{U}_{t-1}(j\to i|\sigma_k)-\hat{U}_{t-1}(i\to j|\sigma_k)\right)}}{\sum_{q=1}^{M}\xi_{t-1}(i\to q|\sigma_k)e^{\beta_\xi\left(U_{t-1}(q|\sigma_k)m_{t-1}(q|\sigma_k)+\breve{U}_{t-1}(q\to i|\sigma_k)-\hat{U}_{t-1}(i\to q|\sigma_k)\right)}}.$$

(26)

Недостатком распределения (26) является то обстоятельство, что если в некоторый момент времени $\xi_{t0}(i\to j|\sigma_k)=0$), то при любом $t > t_0$ также $\xi_t(i\to j|\sigma_k)=0$.

Чтобы исключить этот недостаток, рассмотрим следующий модифицированный функционал:

$$\Phi_{\xi t,t-i}(k,i) = -\sum_{j=1}^{M}\xi_t(i\to j|\sigma_k)\ln\xi_t(i\to j|\sigma_k) + \sum_{j=1}^{M}\xi_t(i\to j|\sigma_k)\cdot$$
$$\cdot\ln\left[\xi_{t-1}^{\alpha}(i\to j|\sigma_k) + \beta_\xi U_{t-1}(i\to j|\sigma_k)\right] + \gamma_\xi\sum_{j=1}^{M}\xi_t(i\to j|\sigma_k) \quad (27)$$

Обозначим:

$$U_{t-1}(i,j,k) = U_{t-1}(i\to j|\sigma_k)m_{t-1}(j|\sigma_k) + \breve{U}_{t-1}(j\to i|\sigma_k) - \hat{U}_{t-1}(i\to j|\sigma_k)$$

Рекурсивная модель для расчета рейтингов представлена соотношением:

$$\xi_t(i\to j|\sigma_k) = \frac{1}{1+\beta_\xi\sum_{j=1}^{M}U_{t-1}(i,j,k)}\xi_{t-1}^{\alpha}(i\to j|\sigma_k) +$$
$$+\frac{\beta_\xi}{1+\beta_\xi\sum_{q=1}^{M}U_{t-1}(i,q,k)}U_{t-1}(i,q,k) \quad (28)$$

Объективные и субъективные полезности. Во всех соотношениях предыдущего раздела «субъективные» полезности, представляющие собой субъективные представления об «объективных» полезностях (количество калорий, полезные свойства лекарственного препарата,…).

Объективная накопленная полезность к моменту t субъектом «i» определяется по формуле:

$$U_i^{obj}(i|\sigma_k) = U_{t-1}^{obj}(i|\sigma_k) m_{t-1}(j|\sigma_k) + \sum_{j=1}^{M} \breve{U}_{t-1}^{obj}(j \to i|\sigma_k) - \sum_{j=1}^{M} \breve{U}_{t-1}^{obj} \hat{U}_{t-1}^{obj}(i \to j|\sigma_k)$$

Субъективную полезность получим в результате трансформации I-й теоремы Госсека применительно к взаимным полезностям.

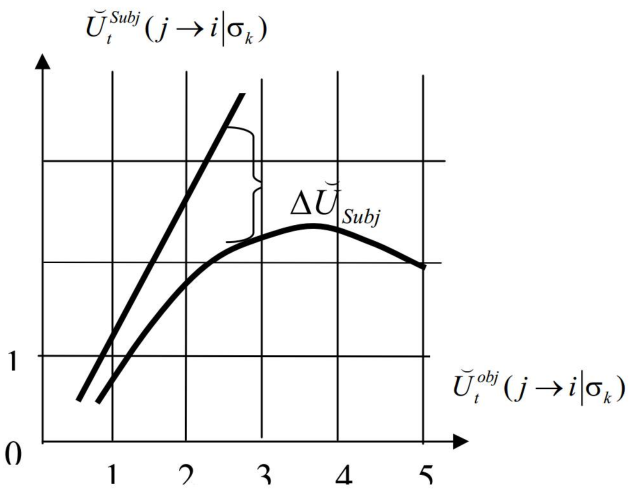
Предлагаемая ниже простая модель субъективной полезности отражает следующее свойство (или закон Вебера - Фехнера):

Отдаваемая полезность переоценивается отдающим, получаемая полезность недооценивается получающим.

$$U_t^{subj}(j \to i|\sigma_k) = \breve{U}_t^{obj}(j \to i|\sigma_k)\left(1 - \varphi \frac{\breve{U}_t^{obj}(i \to j|\sigma_k)}{U_{t-1}^{obj}(i|\sigma_k)}\right) \qquad (29)$$

$$\hat{U}_t^{subj}(i \to j|\sigma_k) = \hat{U}_t^{obj}(i \to j|\sigma_k)\left(1 + \varphi \frac{\hat{U}_t^{obj}(i \to j|\sigma_k)}{U_{t-1}^{obj}(i|\sigma_k)}\right) \qquad (30)$$

где $0 < \varphi \le 1$; $0 < \psi \le 1$.



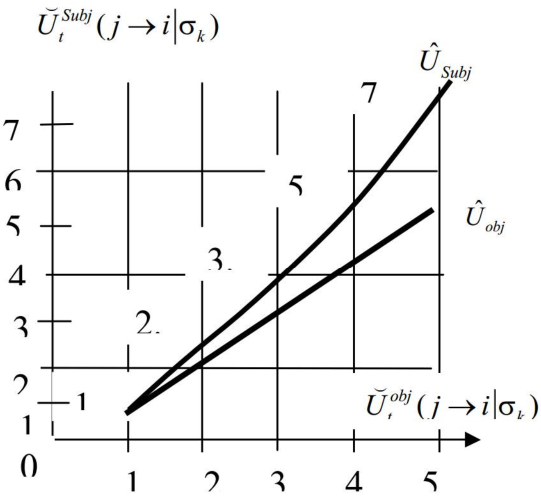


Рис. 6 *а* Объективная (1) и субъективная (2) полезности «получающего»

На рис. 6 *а* показана зависимость ψ при условии $\varphi = 1$.

Рис. 6 *а* иллюстрирует отличие.

$\Delta\breve{U}^{subj} = \breve{U}_t^{subj} - \breve{U}_t^{obj}$

Видно, что субъективная полезность принимаемая «представляется» меньше объективной.

Рис. 6 *в* иллюстрирует отличие действительной отдаваемой полезности и ее субъективного восприятия (формула (30)).

Рис. 6 *в*. Объективная и субъективная полезности «отдающего»

$\Delta\hat{U}_t^{subj} = U_t^{subj} < \hat{U}_t^{obj}$

Более детальное изложение теории взаимных полезностей здесь не возможно ввиду ограниченности объема статьи.

Проблема выделения лидера и проблема иерархизации системы. Рассматриваемый подход может служить основой для решения задачи о выделении лидера в группе и образования иерархических структур.

С течением времени в зависимости от величины взаимных полезностей и их изменения может происходить «расхождение» рейтингов и уменьшение рейтинговой энтропии. Видно, что передаваемые полезности в момент t зависят от условных рейтингов, сложившихся к моменту $t-1$.

Существует «обратная связь» передаваемых полезностей с рейтингами, своеобразная «нелинейность» модели, которая, однако, развязывается путем использования рекурсивной схемы.

Предположительно в каждой ситуации существует определенный энтропийный порог H_ξ^*, когда при условии $H_\xi < H_\xi^*$ возникают условия для выделения лидера (лидирующей подгруппы субъектов). При определенных условиях передача полезностей прекращается, например, $m_t(j|t)$ велико (рабочий), но рейтинг его с точки зрения «*i*» (хозяина) низкий и, наоборот, $m_t(i|t)$ невелико, но рейтинг «хозяина» в своих собственных глазах высок. Так как $m_t(j|t)$ и $m_t(i|t)$ трактуется также как накопленная полезность, (например – капитал), то можно говорить об имущественном расслоении, что в конечном результате ведет к расслоению группы, т.е., образованию иерархии.

Эластичность и жесткость предпочтений.

Эластичность и жесткость психики. (Flexibility and rigidity). Аналитические модели предпочтений, которые связывают экзогенные характеристики со сравнительной интенсивностью предметных $\pi_i (i \in \overline{1,N})$ и рейтинговых $\xi_j (j \in \overline{1,M})$ предпочтений, позволяют в количественной форме решить вопрос об эластичности и жесткости предпочтений. Последнее можно трактовать как показатели эластичности и жесткости психики. Принцип максимума субъективной энтропии открывает, таким образом, дополнительную возможность количественного анализа в задачах психологии.

Если $\sigma_i \in S_a$ имеет количественный смысл $(i \in \overline{1,N})$, то эластичность предметных предпочтений определяется формулой:

$$\varepsilon_{\pi}^{\sigma} = \frac{\dfrac{\partial \pi(\sigma_i)}{\partial \sigma_i}}{\xi(\sigma_i)} \cdot \sigma_i, \qquad (31)$$

а эластичность рейтинговых предпочтений – формулой:

$$\varepsilon_{\xi}^{\sigma} = \frac{\dfrac{\partial \xi(\sigma_i)}{\partial \sigma_i}}{\xi(\sigma_i)} \cdot \sigma_i \qquad (32)$$

Справедливы следующие соотношения:

$$\varepsilon_{y \cdot z}^{x} = \varepsilon_{y}^{x} + \varepsilon_{z}^{x}; \varepsilon_{\frac{y}{z}}^{x} = \varepsilon_{y}^{x} - \varepsilon_{z}^{x}; \varepsilon_{y(z)}^{x} = \varepsilon_{y}^{x} \times \varepsilon_{z}^{x}$$

Величине σ_i может быть приписан различный смысл полезности, ресурсов (потребных, располагаемых, ожидаемых, пассивных, активных).

Жесткость предпочтений определяется формулой:

$$R_{\pi}^{\sigma} = (\varepsilon_{\pi}^{\sigma})^{-1}; R_{\xi}^{\sigma} = (\varepsilon_{\xi}^{\sigma})^{-1} \qquad (33)$$

Более подробно теория эластичности и жесткости (ригидности) предпочтений описана в [Касьянов, 2007]. Там же приведены некоторые результаты численного анализа.

Краткое изложение «принципа оптимальности в психологии». Принцип включает следующие утверждения:

1. Распределение предметных предпочтений на множестве альтернатив $S_a : \sigma_i \in S_a$ является оптимальным в смысле некоторого априорно «встроенного критерия» – функционала Φ_a, распределение рейтинговых предпочтений – функционала Φ_{ξ} на множестве S_{ξ}.

Принцип оптимальности распространяется на формирование ощущений, восприятий, эмоций и предпочтений.

Предварительные допущения:

а). В каждый момент существует счетное (м.б. конечное) множество альтернатив. В объективном смысле они различимы и отделимы: «уход на второй круг – посадка», «набор лекарственных препаратов», «набор блюд в ресторане», «набор видов транспорта», «набор маршрутов» и т.д. В субъективном смысле их различимость определяется величиной предпочтения, которое «в недрах» психики субъекта существует как «кардинальная мера», тогда как в субъективном смысле они, как привило, оформляются как «ординальные предпочтения».

б). Можно допустить, что в недрах психики функционирует иерархическая система:

«ощущения» $\rightarrow$ «восприятия» $\rightarrow$ «эмоции» $\rightarrow$ «предпочтения» (предпочтения в некотором смысле есть нормированные желания) [Хайкин, 2006].

в). На каждом уровне иерархии действует свой вариационный принцип. Не исключено, что эти частные вариационные принципы можно связать в единый иерархический принцип.

В данной работе мы говорим об этом принципе в урезанном виде, а именно, о формировании предпочтений. При этом рассматриваются предпочтения двух видов: *предметные предпочтения*, определенные на множестве предметных альтернатив S_a и *рейтинговые предпочтения*, определенные на множестве субъектов S_ξ в группе.

Распределение первых обозначим через $\pi(\sigma_k),(k\in\overline{1,N})$, вторых – $\xi(j)$ или $\xi(j|\sigma_k)$ т.е. предпочтение субъекта «*j*» относительно предметной альтернативы $\sigma_k;(j\in\overline{1,N})$; обозначение $\xi_t(i\rightarrow j|\sigma_k)$ означает рейтинг «*j* в глазах *i*» относительно альтернативы σ_k.

Первое основное предположение принципа оптимальности состоит в том, что при формировании предпочтений психика функционирует оптимальным образом. Эта оптимальность является априорным заранее встроенным в сознание свойством, а выбор оптимальных предпочтений происходит независимо от воли субъекта (актора), хотя и зависит от экзогенных условий.

2. Критерий оптимальности аддитивным образом включает функцию, характеризующую степень неопределенности ситуации, функцию, характеризующую эффективность принимаемых решений и член, отражающий условие нормировки распределения предпочтений. Итак, критерий оптимальности выбирается в виде:

$$\Phi = H + \beta E + \gamma N \qquad (34)$$

где β и γ – эндогенные параметры психики, H – характеризует неопределенность ситуации. В большинстве случаев – это энтропия распределения предпочтений. Для распределения $\pi(\sigma_i)$ – энтропия Шеноновского типа:

$$H_\pi = -\sum_{i=1}^{N}\pi(\sigma_i)\ln\pi(\sigma_i),$$

для распределения $\xi_t(i\rightarrow j|\sigma_k)$:

$$H_{\pi}^{(i,j)} = -\sum_{j=1}^{M} \xi(i \to j|\sigma_k) \ln \xi(i \to j|\sigma_k)$$

Мы имеем дело с большим числом различных распределений. Так в [3.6] введем распределения $\pi^+(\sigma_i), \pi^-(\sigma_i), \vartheta^+(\sigma_i), \vartheta^-(\sigma_i)$

где $\pi^+(\sigma_i)$ – распределение предпочтений «принять» σ_i на основе позитивной информации, $\pi^-(\sigma_i)$ – предпочтения «принять» σ_i на основе негативной информации. Если говорить, например, о лекарственных препаратах, то в первом случае учитываются «показания», во втором – «противопоказания». Распределения $\vartheta^+(\sigma_i)$ и $\vartheta^-(\sigma_i)$ характеризуют преимущественное «отбрасывание» альтернативы, т.е. исключение из множества S_a. Функция E может иметь смысл риска. С точки зрения авторов работы [Иваненко, 1990] между H и E существует связь и если известен смысл E, то вид H определяется однозначно. Однако, формальные условия, выдвигаемые в [Иваненко, 1990], являются с нашей точки зрения недостаточными для оправдания выбора функции неопределенности. Выбор в качестве H энтропии соответствующего распределения объясняется более глубокими соображениями. Функция E полагается линейной относительно предпочтений:

$$E_{\pi} = \sum \pi(\sigma_i) F(\sigma_i)$$

или

$$E_{\xi}^{(i,k)} = \sum \xi(i \to j|\sigma_i) G(i,j,k)$$

Здесь $F(\sigma_i)$ и $G(i,j,k)$ удобно называть когнитивными функциями. Они обобщают понятие функции полезности.

Итак, предполагается, что распределения $\pi^+(\sigma_i)$ и $\xi(i \to j|\sigma_k)$ доставляют максимум критериями:

для $\pi^+(\sigma_i)$:

$$\Phi_{\pi^+} = -\sum_{i=1}^{N} \pi^+(\sigma_i) \ln \pi^+(\sigma_i) \pm \beta_{\pi} \sum_{i=1}^{N} \pi^+(\sigma_i) F(\sigma_i) + \gamma \sum_{i=1}^{N} \pi(\sigma_i)$$

для $\xi(i \to j|\sigma_k)$:

$$\Phi_{\xi}^{(i,k)} = -\sum_{j=1}^{M} \xi(i \to j|\sigma_k) \ln \xi(i \to j|\sigma_k) \pm \beta_{\xi} \sum_{j=1}^{M} \xi(i \to j|\sigma_k) G(i,j,k) + \gamma_{\xi} \sum_{j=1}^{M} \xi(i \to j|\sigma_k)$$

Заключение. Таким образом, основная идея, которая обсуждается в настоящей статье, состоит в том, что существует определенный экстремальный принцип, априорно встроенный в сознание, который управляет генерацией распределения предпочтений. Исходными инструментами, необходимыми для формулировки упомянутого принципа, являются введенные в [Kasyanov, 2013; Касьянов, 2007] понятия «субъективной энтропии (предметных и рейтинговых) предпочтений», «субъективной информации», «субъективного риска», критериев оптимальности типа критерия Джейнса [Jaynes, 1957, p. 171-190; Jaynes, 1957, p. 620-630]. Были введены также «когнитивная функция», энтропийные пороги и пороги риска, модели так называемых взаимных полезностей.

В ряде работ была продемонстрирована практическая применимость разрабатываемого метода в экономике, социологии, теории безопасности активных, в том числе, транспортных систем, в теории образования.

Роль принципа максимума субъективной энтропии состоит в том, что он устанавливает соответствие между эндогенными и экзогенными факторами, характеризующими ситуацию, и распределениями предпочтений I-го и II-города. Он генерирует количественные образы предпочтений, которые можно использовать, чтобы управлять предпочтениями, как индивидуальных субъектов, так и социальных групп.

Источники:

Виноградская Г.М., Макаров И.М., Рубчинский А.А., Соколов В.Б. Теория выбора и принятия решений. – Москва : Наука, 1982.

Виноградская Г.М., Рубчинский А.А. Логические формы функций выбора. – Москва : НАН СССР, 1980, № 6.

Голицын Г.А., Петров В.М. Социальная и культурная динамика: долговременные тенденции (информативный подход). – Москва : Ком. Книга. 2005.

Гроот М. Оптимальные статистические решения. – Москва : Мир, 1974.

Иваненко В.И., Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. – Киев : Наукова думка, 1990.

Ильичев В.Г., Задорожный А.Л. К моделированию динамики групп. Математическое моделирование. Т.14, №12. – Москва : 2002.

Касьянов В.А. Субъективный риск для предметных и рейтинговых предпочтений // Восточно-Европейский журнал передовых технологий № 14 (70), 2014.

Касьянов В.А. Субъективный анализ: монография. – Киев : НАУ, 2007.

Козер Л. Функции социального конфликта. – Москва : Идея Пресс, 2000.

Кузьмин В.Б. Социальная психология. – Ленинград : ЛГУ, 1979.

Левич А.П. Теория множеств, язык теории категорий и их применение в теоретической биологии. – Москва : МГУ, 1981.

Майер Д. Социальная психология. – Санкт-Петербург : Питер, 1999.

Месарович М. и др. Теория иерархических многоуровневых систем. – Москва : Мир, 1973.

Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. – Москва : Наука, 1974.

Моисеев Н.Н. Информационная теория иерархических систем // I Всесоюзная конференция по исследованию операций. – Минск : 1972.

Мулен Э. Кооперативное принятие решений. Аксиомы и модели. – Москва : Мир, 1991.

Петров В.М. Научное мировоззрение XXI века // Вестник. РФФИ. 1999. – № 2 (16).

Петров В.М., Яблонский А.И. Математика и социальные процессы: Гиперболические распределения и их применение. – Москва : Знание, 1980.

Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. – Москва : Наука, 1978.

Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. 2-е издание. Ун-т. Mc. Master Гамильтон, Онтарио, Канада, Москва-Санкт-Петербург, Киев, 2006 : Издательский Дом «Вильямс», 2006.

Brethren M. The continuation of Shapley L. to the Theory of Cooperative Game and transferable utility. – Princeton on Press 11, 2013.

Cherdiyte L., Mamas D. Bram de Rook is utility transferable. Areneled preference analysis. Tilburg on 2, 2011.

Chiappori P. Testable implication of transferable utility. Ian. 2007.

Festinger L. A theory of cognitive dissonance strafed University Press. – P. 957.

Jaynes E.T. Information Theory and Statistics mechanics I. // Phys. Rev. – 1957. – № 2.

Jaynes E.T. Information Theory and Statistics mechanics II. // Phys. Rev. – 1957. – №4.

Kasianov V.A., Szafran K. , Goncharenko A.V. , Shipitiak T.V. Entropy paradigm in the theory of hierarchical active systems. Elements of conflict theory. Prace Instytutu Lotnictwa Transactions of the institute of aviation. Selected problems of air transport. – Warszawa, Poland: Institute of Aviation Scientific Publications, 2013. – № 233.

Kasjanov V., Goncharenko A. Quantitative models of influence of subjective factors on flight safety // Proceedings of The Second World Congress "Aviation in the XXI st Century". Kyiv, Ukraine, NAU; 2005.

Kasyanov V.O. Subjective entropy of preferences Subjective analysis. Warszawa. Institute of Aviation. 2013.

Kasyanov V.O., GoncharenkoA.V. Approach to flight safety in terms of the subjective analysis. Proceedings of The Fourth World Congress "Aviation in the XXI-st Century". – Kyiv, Ukraine, NAU; 2010. – Vol. 1.

Kasyanov V.O., GoncharenkoA.V. Connection of subjective entropy maximum principle to the main hams of psych. Research in Psychology and Behavioral sciences: 2014. – Vol. 2, № 3.

V. Kasyanov. The Extremal Principle for Psychology.

The model of formation of advantages over the multiple alternatives, which is based on the usage of «The principle of maximum of the subjective entropy», which is considered to be a priori built-in into the consciousness of the subject, that makes the decision is proposed. The results of the distribution of subject and rating preferences have great predictive power and allow solving the task of indirect management of active systems through the preferences' management. The main focus is directed to the description of «The principle of maximum of the subjective entropy of preferences» and the appropriate mathematical formalism.

Keywords: *psychology, advantages, subjective entropy, maximum principle, alternative, decision-making, risk, «the elasticity of psychology».*

УДК 37.013.43Онацький(477.52)(09) ***А. М. Никифоров***

ПЕДАГОГІЧНА ТА КУЛЬТУРНО-ПРОСВІТНИЦЬКА ДІЯЛЬНІСТЬ НИКАНОРА ОНАЦЬКОГО (1875-1937) В ЗАРУБІЖНИХ ПУБЛІКАЦІЯХ

Метою статті є визначення аспектів педагогічної та культурно-просвітницької діяльності Никанора Онацького у дослідженнях діячів української діаспори. Актуальність теми зумовлена необхідністю повернення імен педагогів-просвітників першої половини ХХ століття, які не шкодували ні сил, ні здоров'я, навіть, життя, для розбудови української національної школи. Перспектива наукових розвідок полягає у подальшому дослідженні педагогічної та культурно-просвітницької діяльності Н. Онацького на Слобожанщині.

Ключові слова: *Никанор Онацький, педагог, художник, поет, громадський діяч, національне відродження.*