

УДК 378.016: 62/64

Нижник О. В.

Національний педагогічний університет  
імені М. П. Драгоманова

## МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ДОВІРЧИХ ГРАНИЦЬ ПОХИБОК ПРЯМИХ І ОПОСЕРЕДКОВАНИХ ВИМІРЮВАНЬ

*У статті подано методику визначення довірчих границь похибок прямих і опосередкованих вимірювань за границями допустимих похибок засобів вимірюваної техніки, похибок округлення при зніманні показів засобів вимірювань та експериментальними середніми квадратичними відхиленнями результатів повторних вимірювань.*

**Ключові слова:** довірча границя похибки вимірювання, границя допустимої похибки засобу вимірювання, похибка округлення, експериментальне середнє квадратичне відхилення результатів вимірювань.

Одним із самих простих способів вираження точності, які регламентуються стандартом [1], є задання інтервалу, в якому з встановленою ймовірністю знаходиться сумарна похибка вимірювання. Для такого способу задання точності прийнято наступну форму представлення результатів вимірювання:  $A; \Delta$  від  $\Delta_h$  до  $\Delta_b$ ;  $P$ , де  $A$  – результат вимірювання;  $\Delta$ ,  $\Delta_h$ ,  $\Delta_b$  – відповідно похибка вимірювання з нижньою і верхньою границею, в тих же одиницях;  $P$  – встановлена ймовірність, з якою похибка знаходиться у цих границях. Наприклад, 121 м/с,  $\Delta$  від -1 до 2 м/с,  $P = 0,99$ .

Найменші розряди числових значень результатів вимірювань і показників точності повинні бути однаковими. Числові показники точності повинні мати не більше двох значущих цифр [1].

У вищій школі потрібно проводити оцінку довірчої границі похибки прямого та опосередкованого вимірювань з врахуванням ймовірнісного характеру виникнення похибок. Розглянемо методику вивчення похибок прямих та опосередкованих вимірювань майбутніми вчителями технологій, яка реалізуватиме діяльнісний підхід і проблемний виклад матеріалу.

Результат вимірювання у більшості випадків подається у вигляді симетричного інтервалу  $[x - \Delta_x; x + \Delta_x]$ , який записується у символічному вигляді:  $X = x \pm \Delta_x$ , де  $X$  – істинне значення вимірюваної величини,  $x$  – результат вимірювання,  $\Delta_x$  – довірча границя похибки вимірювання для довірчої ймовірності  $P$ .

Під час прямих вимірювань проявляються похибка засобу вимірюваної техніки (ЗВТ), випадкова похибка та похибка округлення при зніманні показів. Для характеристики цих похибок введемо такі терміни і позначення:

– для випадкової похибки –  $\Delta_v$ ,  $\Delta_{gr.v}$  – відповідно похибка та довірча границя випадкової похибки,  $S$  – експериментальне середнє квадратичне відхилення результатів вимірювання[3]. Випадкова похибка у більшості випадків підлягає нормальному розподілу. При ймовірності  $P$  випадкова похибка перебуватиме в інтервалі  $[-tS; tS]$  ( $-tS \leq \Delta_{gr.v} \leq tS$ ), де  $t$  – коефіцієнт Гауса або Стьюдента, які визначаються за таблицями [4; 5; 8]. Довірча границя для випадкової похибки буде  $\Delta_{gr.v} = tS$ . Для повторних вимірювань  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$  експериментальне середнє квадратичне відхилення результатів вимірювань

$$\text{визначається за формулою } S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}, \text{ результатом вимірювання буде } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i;$$

– для похибки округлення при зніманні показів –  $\Delta_o$ ,  $\Delta_{gr.o}$ ,  $l$  – відповідно похибка, довірча границя похибки округлення та максимальне значення похибки округлення. Похибка підлягає рівномірному розподілу[4; 6]. Для ймовірності  $P$  похибка  $\Delta_o$  буде перебувати в інтервалі  $[-Pl; Pl]$  ( $-Pl \leq \Delta_o \leq Pl$ ). Довірча границя похибки округлення буде

$\Delta_{\text{гр.о}} = Pl$ . Коли при вимірюванні показ засобу вимірювання округлюють до значення, що відповідає найближчій позначці шкали, то  $l$  дорівнює половині ціни поділки шкали. Похибка округлення при зніманні показів дорівнює нулю, коли стрілка аналогового засобу вимірювання зупиняється на позначці шкали. Вона відсутня у цифрових засобах вимірювання;

– для ЗВТ –  $\Delta_{\text{ЗВТ}}$ ,  $\delta$  – відповідно похибка та границя допустимої похибки засобу вимірювальної техніки. Границя допустимої похибки визначається за паспортом ЗВТ, класом точності чи відповідним державним стандартом [2]. У більшості випадків вважається, що похибка підлягає нормальному розподілу і ймовірності перебування  $\Delta_{\text{ЗВТ}}$  в інтервалі  $[-\delta; \delta]$  припісують значення 0,997, таке як і заходженню випадкової похибки  $\Delta_B$  в інтервалі  $[-3S; 3S]$ . Для інтервалів  $[-\delta/3; \delta/3]$  і  $[-S; S]$  ймовірність буде  $P = 0,68$ ; для будь-якої ймовірності  $P$  довірчі границі похибки ЗВТ будуть  $-t\delta/3 \leq \Delta_{\text{ЗВТ}} \leq t\delta/3$ , де  $t$  – коефіцієнт Гауса.

Під час вимірювань можливі два випадки поєднання відмічених похибок: 1) коли випадкова похибка не проявляється, то виконують одне вимірювання і сумарна похибка вимірювання  $\Delta_x$  буде визначатися похибкою ЗВТ та похибкою округлення показів; 2) коли вимірювання виконують кілька разів, то похибка округлення буде складовою випадкової похибки. Сумарна похибка вимірювання  $\Delta_x$  визначатиметься теж двома похибками – похибкою ЗВТ та випадковою похибкою.

Отже, в обох випадках довірча границя сумарної похибки вимірювання  $\Delta_x$  складатиметься з двох довірчих границь похибок, які позначимо  $\Delta_A$  і  $\Delta_B$ .

У фаховій підготовці майбутніх вчителів технологій не передбачено вивчення теорії ймовірностей і до вивчення ймовірнісного характеру сумарних похибок прямих і опосередкованих вимірювань можливі два підходи: 1) подати готові формули для обчислення довірчих границь похибок; 2) показати ймовірносний характер сумарної похибки і практично проілюструвати необхідність їх обчислення за формулою (2) [7]. Проведені педагогічні дослідження показали, що останній підхід є більш ефективним. Це пояснюється тим, що у загальноосвітній школі учні вивчали зовсім інший спосіб знаходження сумарної похибки (див. формули (1) і (2)).

Визначимо як потрібно проводити складання похибок [7]. Природньо припустити, що

$$\Delta_x = \Delta_A + \Delta_B. \quad (1)$$

Так визначатися похибка буде тоді, коли  $\Delta_A$  матиме максимальне додатнє значення і  $\Delta_B$  теж матиме додатнє максимальне значення, або навпаки  $\Delta_A$  і  $\Delta_B$  матимуть максимальні від'ємні значення. Насправді таке буває зовсім не часто, бо похибка ЗВТ та округлення, похибка ЗВТ та випадкова проявляються незалежно одна від одної. Врахуємо цей аспект виконавши такі дії:

$$\Delta_x^2 = (\Delta_A + \Delta_B)^2 = \Delta_A^2 + 2\Delta_B\Delta_A + \Delta_B^2.$$

Проаналізуємо можливі значення виразу  $2\Delta_B\Delta_A$ . Якщо можливі значення похибок  $\Delta_A$  і  $\Delta_B$  виникають незалежно одна від одного, то виконавши досліди багато разів у сумі одержимо значення, яке дорівнює нулю. Отже, коли виникнення похибок не пов'язані між собою, то їх спільну дію можна оцінювати за формулою, яка дає менше значення сумарної похибки  $\Delta_x^2 = \Delta_A^2 + \Delta_B^2$ , звідки:

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}. \quad (2)$$

Цю формулу покладемо в основу обчислення довірчих границь похибок прямих і опосередкованих вимірювань. У теорії похибок довірча границя похибки одноразового вимірювання  $\Delta_x$  для довірчої імовірності  $P$  визначається за формулою:

$$\Delta_x = \sqrt{(t\delta/3)^2 + (Pl)^2}, \quad (3)$$

де  $t$  – коефіцієнт Гауса. У формулі приймається, що похибка засобу вимірювальної

техніки підлягає нормальному розподілу, а похибка округлення – рівномірному [4 – 6; 8; 9].

Коли проявляється випадкова похибка, то вимірювання виконують кілька ( $n$ ) разів і результатом вимірювання буде середнє арифметичне значення  $\bar{x}$  серії вимірювань. Довірчу границю похибки прямого вимірювання визначають за формулою:

$$\Delta_x = \sqrt{(t \delta / 3)^2 + (t_n S)^2}, \quad (4)$$

де  $t$  – коефіцієнт Гауса,  $t_n$  – коефіцієнт Стьюдента для кількості вимірювань  $n$  для довірчої ймовірності  $P$ .

Формули (3) і (4) є складними, тому природнім є завдання відшукання практичних прийомів обчислень  $\Delta_x$ . Розглянемо спрощення, які можна допускати при обчисленні похибок. У вимірюваннях, які виконують студенти, довірчу границю похибки вимірювання як правило вказують з однією значущою цифрою (две цифри зазначають при відповідальних вимірюваннях та досліджені методів вимірювання). Якщо значущу цифру похибки вважати правильною, то відносна похибка округлення буде перебувати в межах від  $0,5/9 \approx 5,6\%$  до  $0,5/1 \approx 50\%$ . Проведемо аналіз впливу співвідношення між  $\Delta_A$  і  $\Delta_B$  на результат  $\Delta_x$ , обчисленого за формулою (2). Нехай  $\Delta_A = 2\Delta_B$ . Тоді  $\Delta_x = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{4\Delta_B^2 + \Delta_B^2} = \Delta_B\sqrt{5} \approx 2,24\Delta_B$ . Якщо похибку обчислювати за наближеною формулою  $\Delta_x \approx \Delta_A$ , то буде допускатися відносна похибка у визначенні похибки  $(\Delta_x - \Delta_A) / \Delta_x = (2,24 - 2) / 2,24 \approx 11\%$ . Заміна  $\Delta_x$  на  $\Delta_A$  лише на 11% відрізняється від  $\Delta_x$ , але це сумірно з похибкою округлення до однієї вірної цифри. Покладемо тепер, що  $\Delta_A = 3\Delta_B$ . Тоді  $(\sqrt{3^2 + 1} - 3) / \sqrt{10} \approx 5,1\%$ . Якщо похибку обчислювати за наближеною формулою  $\Delta_x \approx \Delta_A$ , то буде допускатися відхилення лише на 5,1%. Отже, при обчисленні похибок за формулами (3) і (4) можна нехтувати однією із складових похибок, коли вона у три рази менша від іншої [7].

Розглянемо можливі спрощення обчислення довірчої границі похибки за формулою (3). Як правило, для одиничного вимірювання обчислюють границю похибки прямого вимірювання  $\Delta_{\text{grp},x}$ , коли  $P = 1$ , для якої формула (3) набирає вигляду:  $\Delta_{\text{grp},x} = \sqrt{\delta^2 + l^2}$ . Із врахуванням попереднього одержимо такі вирази для спрощеного обчислення за формулою (3): при  $\delta \geq 3l$   $\Delta_{\text{grp},x} \approx \delta$  і слід вважати, що довірча границя похибки прямого вимірювання підлягає нормальному розподілу  $\Delta_x \approx t\delta/3$ ; при  $l \geq 3\delta$   $\Delta_{\text{grp},x} \approx l$  і потрібно прийняти, що довірча границя похибки прямого вимірювання підлягає рівномірному розподілу  $\Delta_x \approx Pl$ .

Оскільки похибці ЗВТ приписують нормальний розподіл досить довільно, то у формулі (4) можна з достатньою точністю коефіцієнт Гауса замінити на коефіцієнт Стьюдента і формула прийме простіший для обчислень вигляд:

$$\Delta_x = t_n \sqrt{(\delta/3)^2 + S^2}. \quad (5)$$

Враховуючи викладене вище, ця формула теж може бути спрощена. Якщо  $\delta/3 \geq 3S$ , тобто  $\delta \geq 9S$ , то випадковою похибкою можна нехтувати і довірчу границю похибки прямого вимірювання можна обчислювати за наближеною формулою  $\Delta_x \approx t\delta/3$ . Коли  $S/(\delta/3) \geq 3$ , що дає  $S \geq \delta$ , то можна нехтувати похибкою ЗВТ. Отже, формулу (4) можна замінити простішою при таких співвідношеннях між  $\delta$  та  $S$ : при  $\delta \geq 9S$ ,  $\Delta_x \approx t\delta/3$ ; при  $\delta \leq S$ ,  $\Delta_x \approx t_n S$ . Похибка підлягає нормальному розподілу.

Формування умінь студентів обчислювати похибки прямих вимірювань сприяє використання узагальнюючої табл. 1 для запису результатів прямих вимірювань. У таких таблицях фіксуються значення  $\delta$ ,  $l$  та  $S$ , які потрібні для попереднього аналізу і вибору остаточної формули для обчислення довірчої границі похибки прямого вимірювання  $\Delta_x$  для заданої ймовірності  $P$ .

## Т а б л и ц я 1

## Результати прямих вимірювань

Символ величини	Показ засобу вимірювальної техніки	Похибки				Результат вимірювання
		$\delta$	$l$	$S$	$\Delta_x$	

Для величини  $Q$ , яка є функцією  $f$  кількох величин  $x, y, z, \dots$ , значення яких знаходяться прямими вимірюваннями, результат опосередкованого вимірювання  $\bar{Q}$  обчислюють за формулою:  $\bar{Q} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$ , де  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots$  – середні арифметичні значення величин  $x, y, z, \dots$ .

Приростом функції буде  $\Delta Q = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta_x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta_y + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta_z + \dots$ . Проте, якщо врахувати, що

$\Delta_x = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$ , то довірчу границю похибки опосередкованого вимірювання величини  $Q$  потрібно обчислювати за формулою:

$$\Delta_Q = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \Delta_z\right)^2 + \dots}, \quad (6)$$

де  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}, \dots$  – частинні похідні  $Q$  по  $x, y, z, \dots$ ;  $\Delta_Q, \Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \dots$  – довірчі границі похибок вимірювання величин  $Q, x, y, z, \dots$  відповідно. Для  $\Delta_Q$  і  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \dots$  задано одне й те ж саме значення ймовірності  $P$ . Значення похідних обчислюють при  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots$ .

## Використана література:

- ГОСТ 8.011–72. Показатели точности измерений и формы представления результатов измерений. – М. : Изд-во стандартов, 1972. – 6 с.
- ГОСТ 13600–68. Средства измерений: Классы точности. Общие требования. – М. : Изд-во стандартов, 1970 [переиздание]. – 10 с.
- ДСТУ 2681–94. Метрологія. Терміни та визначення. – К. : Держстандарт України, 1994. – 76 с.
- Нижник В. Г. Вимірювання фізичних величин та обчислення похибок / В. Г. Нижник. – К. : Рад. шк., 1979. – 104 с.
- Нижник О. В. Лабораторні роботи з основ метрології: [навчально-методичний посібник] / О. В. Нижник. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2012. – 68 с.
- Свешников А. А. Основы теории ошибок: [учеб. пособие] / А. А. Свешников. – Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1972. – 123 с.
- Сквайрс Дж. Практическая физика / Дж. Сквайрс. – М. : Мир, 1977. – 248 с.
- Тюрин Н. И. Введение в метрологию / Н. И. Тюрин. – М. : Изд-во стандартов, 1978. – 280 с.
- Шевцов Е. К. Электрические измерения в машиностроении / Е. К. Шевцов, М. П. Ревун. – М. : Машиностроение, 1989. – 168 с.

**Нижник О. В. Методика определения доверительных границ погрешностей прямых и косвенных измерений.**

В статье рассматривается методика определения доверительных границ погрешностей прямых и косвенных измерений по границам допустимых погрешностей средств измерительной техники, погрешностей округления при снятии показаний средств измерений и экспериментальным средним квадратическим отклонениям результатов повторных измерений.

**Ключевые слова:** доверительная граница погрешности измерения, граница допустимой погрешности средства измерения, погрешность округления, экспериментальное среднее квадратическое отклонение результатов измерений.

**Nizhnik O. V. Method of determination of confiding limits of errors of the direct and mediated measurings.**

This article deals with the methodology of determination of confidence error of direct and indirect measurements using the following errors: limits of possible error of a measuring instrument; roundoff error when taking indications of measuring instruments; experimental standard deviation of measuring results.

**Keywords:** confidence error of a measurement, limits of possible error of a measuring instrument, roundoff error, experimental standard deviation of measuring results.

**УДК 377.091**

**Павлов Ю. О.  
Інститут професійно-технічної освіти НАПН України**

## **РЕГУЛЯТИВНІ ПРОЦЕСИ У ФОРМУВАННІ ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ ФАХІВЦІВ У ПТНЗ**

У статті розглянуто сутність регулятивних процесів у формуванні професійної компетентності майбутніх фахівців у ПТНЗ. Акцентовано увагу на тому, що у формуванні професійної компетентності майбутніх фахівців ресторанного сервісу відповідні регулятивні процеси мають передбачати діяльнісну корекцію, яка замикає собою загальний цикл побудови та реалізації діяльності, передбачаючи самонавчання суб'єкта, розширення і збагачення його професійного досвіду, підвищення загального рівня компетентності. Це, насамперед, корекція щодо сприйняття результату, відповідних корекційних дій і функцій.

**Ключові слова:** фахівець, ресторанний сервіс, компетентність, регулятивні процеси, професійні дії, корекція, результат діяльності.

Трудова діяльність вимагає активної участі всіх психічних функцій людини. У психічній регуляції трудової діяльності проявляються всі об'єктивні закономірності і механізми, властиві психіці людини в цілому. Разом з тим певні сторони і механізми домінують більшою чи меншою мірою. Їх поєднання обумовлює специфіку регулятивних процесів трудової діяльності. У сучасній психології склалося і стає все більш поширеним поділ психічних процесів на три основні підсистеми: когнітивну, регулятивну та комунікативну. Перша включає процеси, що забезпечують пізнання зовнішнього середовища, орієнтування в ній, друга – процеси, спрямовані на побудову, організацію і регуляцію діяльності та поведінки, а третина – процеси, що забезпечують комунікацію, взаємодію між людьми. Когнітивні процеси. Першим, вихідним кроком розкриття психологічних особливостей суб'єкта професійної діяльності є розгляд закономірностей пізновальних (когнітивних) процесів у ній. Пізновальні психічні процеси спрямовані на прийом, переробку і зберігання інформації, пізнання зовнішнього середовища, орієнтування в ній, тому їх роль в житті людини в цілому і в будь-якій професійній діяльності надзвичайно важлива. Це процеси відчуття, сприйняття, уявлення, уяви, пам'яті, мислення [3].

Особливу значимість для організації будь-якої діяльності відіграють регулятивні процеси, зокрема, у прийнятті рішень. Якщо всі інші процеси роблять більш-менш сильний вплив на діяльність, то саме процеси ухвалення рішення – по самому змістом даного поняття – роблять на неї вирішальний, визначальний вплив. Процес прийняття рішення в професійній діяльності визначається як будь-який вибір одного з альтернативних способів виходу із ситуації невизначеності та його реалізації у виконавських діях суб'єкта [3, 4]. Необхідність у процесах прийняття рішення виникає під впливом численних факторів як зовнішнього, так і внутрішнього характеру. Найбільш важливими серед них вважаються фактори невизначеності, складності і динамічності середовища прийняття рішення. Під непевністю розуміється недостатність необхідної