

НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені М.П. ДРАГОМАНОВА

На правах рукопису

ШУМИГАЙ Світлана Миколаївна

УДК 373.5.016:51]:001(091)

**РОЗВИТОК ПІЗНАВАЛЬНОГО ІНТЕРЕСУ УЧНІВ
ОСНОВНОЇ ШКОЛИ ДО ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ
ЗАСОБАМИ ІСТОРІЇ НАУКИ**

13.00.02 – теорія та методика навчання (математика)

Дисертація
на здобуття наукового ступеня
кандидата педагогічних наук

Науковий керівник
доктор педагогічних наук, професор
БЕВЗ Валентина Григорівна

Київ – 2013

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ	
1.1. Пізнавальний інтерес, його структура і види	11
1.2. Стан розробки проблеми розвитку пізнавального інтересу в літературі та у практиці навчання в основній школі	20
1.3. Психолого-педагогічні особливості формування і розвитку пізнавального інтересу учнів різних вікових груп	37
1.4. Методичні особливості розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики	53
Висновки до розділу 1	73
РОЗДІЛ II. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ВІДОМОСТЕЙ З ІСТОРІЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ РОЗВИТКУ ПІЗНАВАЛЬНОГО ІНТЕРЕСУ УЧНІВ	
2.1. Формування і розвиток засобами історії науки пізнавального інтересу учнів 5 – 6 класів на уроках математики	76
2.2. Розвиток пізнавального інтересу учнів на уроках алгебри в умовах використання елементів історії математики	107
2.3. Використання історико-математичного матеріалу для розвитку пізнавального інтересу учнів під час вивчення геометрії	135
2.4. Історія науки як засіб розвитку пізнавального інтересу учнів до навчання математики в умовах позакласної роботи	150
2.5. Організація та результати педагогічного експерименту	166
Висновки до розділу 2	182
ВИСНОВКИ	185
ЛІТЕРАТУРА	190
ДОДАТКИ	216

ВСТУП

Актуальність дослідження. В умовах реформування математичної освіти та системи освіти в цілому на засадах демократизації та гуманізації, підсилюється значення школи у всебічному розвитку особистості учня. Навчання в школі має не тільки забезпечувати учнів певною системою знань, але й формувати та розвивати в них уміння й бажання самостійно здобувати знання й оперувати ними. Могутньою внутрішньою спонукальною силою, яка спрямовує учнів на активну пізнавальну діяльність, перетворюючи її на цікавий, сповнений позитивних емоцій процес здобуття нових знань, виступає пізнавальний інтерес.

Проблема розвитку пізнавального інтересу має глибинні історичні корені. Шляхи її розв'язання формувалися під дією філософських, соціальних, релігійних і національних поглядів, традицій і менталітетів народів різних країн у різні часи. Першими питання розвитку пізнавального інтересу досліджували філософи давнини та пізнього середньовіччя, ототожнюючи інтерес з такими поняттями, як “основа до дії”, “мотив”, “спонукальна причина до дії” тощо.

До педагогічної науки категорію інтересу вперше відніс Я.А. Коменський. На початку 20 ст. у педагогіці сформувалася думка про те, що саме пізнавальний інтерес і є тією основою, яка забезпечує високу результативність навчання.

Останнім часом над проблемою розвитку пізнавального інтересу працювали такі класики вітчизняної та зарубіжної психології та педагогіки: М.І. Алексеева [4], С.І. Ананьїн [13], Л.І. Божович [40], Л.С. Виготський [54], О.І. Власова [55], Л.А. Гордон [68], С.Т. Григорян [71], М.М. Заброцький [96], С.С. Занюк [105], І.А. Зимня [104], К.Е. Ізард [110], Є.П. Ільїн [112], О.І. Киричук [125], В.А. Крутецький [148], А.Н. Леонтєв [156], В.І. Лозова [158], С.Д. Максименко [160], А.К. Маркова [165], Н.Г. Морозова [188], С.Л. Рубінштейн [229], Л.М. Фрідман [262 – 263], Г.І. Щукіна [298 – 301] та ін. У своїх працях вони висвітлювали питання теорії та методології інтересу, його впливу на результативність діяльності школяра, на виховання особистості учня, критерії наявності інтересу тощо.

Розвиток пізнавального інтересу до навчання математики став предметом дослідження у багатьох дисертаційних роботах. У них розглядалися різні джерела збудження та засоби формування пізнавального інтересу учнів загальноосвітніх навчальних закладів:

- процес навчання математики (А.В. Кухар [152]);
- система диференційованих домашніх завдань (А.С. Акрамова [3]);
- імітаційні дидактичні ігри (Т.Л. Блінова [38]);
- нестандартні завдання (З.В. Друзь [80]);
- комп'ютерні технології (Н.В. Житєнєва [95]);
- проблемність у навчанні (П.С. Коркіна [138]);
- вплив міжпредметних зв'язків (І.М. Шаповал [274]);
- задачі та інше (Г.П. Тікіна [251]).

Окремі питання розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики досліджували провідні методисти Г.П. Бевз [26 – 32], В.Г. Бевз [20 – 32], М.І. Бурда [46 – 48], О.В. Вітюк [92], Ю.В. Горошко [93], А.В. Грохольська [152], М.І. Жалдак [91 – 94], М. Я. Ігнатенко [107 – 109], С.М. Лук'янова [159], Г.О. Михалін [222], Н.В. Морзе [189], О.І. Скафа [234 – 235], З.І. Слєпкань [237 – 238], Н.А. Тарасєнкова [46 – 48], Т.М. Хмара [172] та інші.

Незважаючи на різноманітність ідей, що пропонували вчені для розв'язання проблеми розвитку пізнавального інтересу школярів, вона була і залишається однією з центральних та найбільш актуальних. На сучасному етапі розвитку системи освіти ця проблема набуває актуальності у зв'язку з тим, що:

1. Розвиток науково-технічного прогресу, який полегшив працю людини, призвів до зниження мотивації навчання школярів, а отже, і до зниження їх пізнавального інтересу.

2. Інформатизація суспільства, з одного боку, спростила доступ до різного роду відомостей, значно розширивши кругозір учнів, а з іншого – знецінила знання. Здивувати сучасного учня досить складно. За таких умов учитель повинен відходити від традиційних класичних методів навчання, знаходити такі

нові форми та методи роботи з учнями, які сприяють розвитку їх пізнавального інтересу до вивчення математики.

3. Психолого-педагогічні дослідження показали, що підлітковий вік є сприятливим у плані розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики. Проте зменшення кількості годин на її вивчення та велике навантаження учнів іншими предметами знижують інтерес учнів до вивчення математики.

4. Програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів рекомендує з метою розвитку пізнавального інтересу учнів використовувати на уроках та в позакласній роботі елементи історії математики, проте на практиці цих рекомендацій дотримуються не завжди, оскільки існує низка проблем методичного характеру (зменшення кількості годин на вивчення предмету, відсутність конкретних вказівок на визначення змісту й обсягу історичного матеріалу, недостатня розробленість форм, методів і засобів включення історизмів у навчальний процес та способів організації навчально-пізнавальної діяльності учнів з історико-математичним матеріалом).

Отже, особливості функціонування інформаційного суспільства, зміна методологічних підходів до навчання, вимоги нормативних документів, особливості становлення особистості учнів зумовлюють актуальність проблеми розвитку їх пізнавального інтересу до навчання математиці. Розв'язанню вказаної проблеми за допомогою використання історії науки присвячене дане дисертаційне дослідження.

Використання історичного матеріалу підвищує інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури.

Окремі питання використання історизмів на різних етапах навчання математики розглянуті у роботах Г.П. Бевза [26 – 32], В.Г. Бевз [21 – 32], Л.М. Вивальнюка [52], О.О. Василенка [50], Т.Л. Годованюк [64], В.О. Добровольського [77], М.Я. Ігнатенка [107 – 108], О.В. Панішевої [201],

А. К. Сліпенко [24], В.О. Тадеєва [245], М. В. Шмигевського [277], Г.Б. Філіповського [259 – 260] та ін.

У той же час в Україні наукових досліджень, присвячених використанню історії науки у навчанні математиці в школі, зокрема з метою розвитку пізнавального інтересу учнів, до цього часу не було здійснено.

Наведені вище чинники вказують на актуальність зазначеної проблеми і зумовили вибір теми дослідження: **“Розвиток пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики засобами історії науки”**.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація виконана відповідно до напряму науково-дослідної роботи кафедри математики і методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова “Теорія та технологія навчання і виховання в системі народної освіти”.

Тема дисертаційного дослідження затверджена на засіданні Вченої ради Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова (протокол № 5 від 29 січня 2009 р.) та узгоджена Міжвідомчою радою з координації наукових досліджень з педагогічних і психологічних наук в Україні (протокол № 2 від 31 березня 2009 р.).

Мета дослідження: встановити психолого-педагогічні та методичні особливості формування пізнавального інтересу учнів у процесі навчання математики та розробити методику його розвитку на основі системного впровадження у навчальний процес елементів історії науки.

Для досягнення поставленої мети визначені такі **завдання дослідження:**

1) проаналізувати стан розробки проблеми розвитку пізнавального інтересу у філософській, психолого-педагогічній, методичній, науковій літературі та практиці навчання математиці учнів основної школи;

2) встановити психолого-педагогічні та методичні особливості розвитку пізнавального інтересу учнів різних вікових груп;

3) виявити та обґрунтувати джерела розвитку пізнавального інтересу учнів та форми включення історико-математичного матеріалу у навчання математики;

4) розробити методику розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи на основі системного використання відомостей з історії математики;

5) експериментально перевірити ефективність розробленої методики розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи на основі системного використання відомостей з історії математики.

Об'єкт дослідження: процес навчання математики учнів основної школи.

Предмет дослідження: пізнавальний інтерес до навчання математики та його розвиток в учнів 5 – 9 класів.

Методи дослідження. Для досягнення мети, розв'язання поставлених завдань у процесі роботи використовувався комплекс теоретичних, історичних та емпіричних методів, які взаємно доповнювали один одного. Кожний із цих методів за формою і місцем застосовувався у дисертаційному дослідженні:

- *теоретичні* – аналіз психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури з проблеми дослідження (п. 1.1 – 1.3 (тут і далі – підрозділи дисертації)), класифікація, систематизація та узагальнення існуючих шляхів і методів розвитку пізнавального інтересу учнів (п. 1.4), теоретичне проектування та моделювання навчального процесу в основній школі (п. 2.1 – 2.4); статистичні та математичні методи (п. 2.5).

- *емпіричні* – цілеспрямований педагогічний експеримент, анкетування і тестування, інтерв'ювання, бесіди з учнями та вчителями, контрольні роботи (п. 1.2, 2.5), педагогічне спостереження за процесом навчання, ретроспективний аналіз власної педагогічної практики та провідних педагогів-практиків (п. 2.5), аналіз продуктів навчально-пізнавальної діяльності учнів для встановлення рівнів сформованості пізнавального інтересу учнів (п. 2.5).

Наукова новизна дослідження полягає у таких результатах і положеннях.

Вперше:

- систематизовано джерела збудження пізнавального інтересу учнів до вивчення математики та побудовано відповідну схематичну модель;

- розроблено систему включення історико-математичного матеріалу на уроках математики та в позакласній роботі та побудовано їх схематичну модель;

- розроблена та теоретично обґрунтована методика системного використання елементів історії науки в курсі математики основної школи, з метою розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення предмету.

Уточнено:

- компоненти пізнавального інтересу та ознаки його прояву;
- шляхи і засоби використання історизмів у процесі навчання математики.

Подальшого розвитку набули:

- психолого-педагогічні умови розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи в процесі навчання математики;
- положення про необхідність ознайомлення учнів основної школи з елементами історії математики та залучення їх до самостійної пошукової діяльності у цьому напрямі;
- використання комп'ютерних технологій у процесі навчання математики.

Практичне значення дослідження полягає у:

- визначенні змісту історичного матеріалу (історичні довідки, задачі) для системного його використання у навчальному процесі;
- визначенні форм і видів організації навчально-пізнавальної діяльності учнів, які сприяють розвитку пізнавального інтересу;
- створенні практичних робіт та методики їх використання у навчальному процесі;
- розробленні матеріалів з історії науки для проведення позакласних заходів з математики;
- розробленні комплекту комп'ютерних презентацій, що містять історико-математичні відомості з історії математики, доборі відеоматеріалів з історії науки; історичних задач, розв'язання яких доцільно проводити за допомогою комп'ютерної програми GRAN1;
- розробці конкретних навчально-методичних матеріалів, упровадження яких у навчально-виховному процесі забезпечує системне використання історизмів у процесі навчання математики, сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів до її вивчення.

Теоретичні положення та практичні розробки можуть бути використані вчителями у процесі навчання математики учнів основної школи, викладачами вищих педагогічних закладів освіти у процесі педагогічної і методичної підготовки майбутніх учителів математичних спеціальностей; студентами під час виконання індивідуальних науково-дослідницьких, дипломних і курсових робіт та під час проходження педагогічної практики, а також у системі підвищення кваліфікації педагогічних кадрів.

Вірогідність та обґрунтованість результатів дослідження забезпечено методологічною й теоретичною обґрунтованістю вихідних положень, використанням комплексу методів дослідження, адекватних поставленій меті, поєднанням кількісного та якісного аналізу одержаних результатів, а також позитивними наслідками їх упровадження.

Особистий внесок здобувача в одержанні наукових результатів полягає у постановці проблеми та визначенні конкретних завдань для її розв'язання, створенні методичних розробок щодо системного використання історії математики у навчальному процесі основної школи, а також в упровадженні результатів дослідження у практику навчання математики у середніх закладах освіти.

Упровадження результатів дослідження. Дослідно-експериментальна робота проводилася у Чернігівському інформаційно-технологічному ліцеї № 16 (довідка №24 від 01.02.13), Київській загальноосвітній школі I – III ступенів № 119 (довідка №27 від 06.02.13), Козелецькій гімназії №1 Козелецької районної ради Чернігівської області (довідка №227 від 08.01.13), Славутицькому ліцеї Славутицької міської ради Київської області (довідка № 31 від 04.02.13), Сосницькій гімназії імені О.П. Довженка (довідка №3 від 13.01.13), навчально-виховному комплексі “Школі-садку “Софія” м. Львова (довідка №88 від 25.04.13), Великомоствівському навчально-виховному комплексі “Загальноосвітній школі I – III ступенів – ліцеї” сокальської районної ради Львівської області (довідка №135 від 23.04.13).

Апробація результатів дослідження. Результати дисертаційного дослідження систематично обговорювалися на засіданні кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (Київ, 2011, 2012), а також висвітлювалися на науково-практичних і науково-методичних конференціях та семінарах:

– *міжнародних:*

Міжнародній науково-методичній конференції “Проблеми математичної освіти” (м. Черкаси, 2009), Міжнародній науково-практичній конференції “Проблеми математичної освіти” (м. Черкаси, 2010); Міжнародній науково-практичній конференції “Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики”. До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З.І. Слєпкань (м. Київ, 2011); II Міжнародній науково-методичній дистанційній конференції-конкурсі молодих учених, аспірантів і студентів (м. Донецьк, 2011);

– *всукраїнських:*

Всеукраїнській науково-методичній конференції (м. Суми, 2009), Всеукраїнському семінарі “Актуальні проблеми методики навчання математики” при кафедрі математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (Київ, 2011).

Публікації. За результатами дослідження опубліковано 18 одноосібних праць, з них: 13 статей у фахових виданнях [279; 281; 282; 284 – 287; 289; 292 – 296] та 5 тез доповідей [280; 283; 288; 290; 291].

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного з них, загальних висновків, списку використаних джерел з 310 назв та додатків. Загальний обсяг дисертації 272 сторінок. Основний текст дисертації викладений на 189 сторінках рукопису. Робота містить 2 таблиці та 52 рисунки на 47 сторінках.

РОЗДІЛ І

ТЕОРИТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

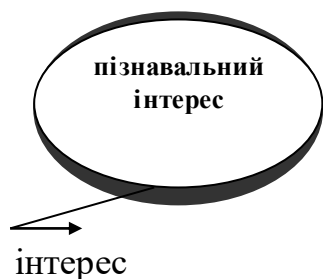
1.1. Пізнавальний інтерес, його структура і види

Поняття “інтерес” складне і багатогранне. Це поняття має багато різних трактувань у психологічній і педагогічній літературі. З метою виявлення сутності, змісту, природи поняття “інтерес”, визначення його видів і характеристик, рівнів і критеріїв оцінки, ролі пізнавального інтересу у навчальному процесі і шляхів його формування і розвитку ми розглянули праці відомих психологів і педагогів, таких як: Б.Б. Айсмонтас [2], М.І. Алексєєва [4], С.А. Ананьїн [13], М.Ф. Беляєв [34], Л.І. Божович [40], О.І. Власова [55], Л.А. Гордон [68], С.Т. Григорян [71], М.М. Забродський [96], С.С. Занюк [105], І.О. Зимня [104], К.Е. Ізард [110], Є.П. Ільїн [112], Д.А. Кікнадзе [124], О.І. Киричук [125], В.І. Ковальов [128], В.О. Крутецький [148], О.М. Леонтьєв [156], В.І. Лозова [158], А.К. Маркова [165], Н.Г. Молодцова [186], Н.Г. Морозова [180], В.В. Рєпкін [227], В.С. Ротенберг [228], С.Л. Рубінштейн [229], М.В. Савчин [231], Б.М. Теплов [249], Л.М. Фрідман [262, 263], Г.І. Щукина [298 – 301] та ін.

Перш ніж розглядати суть поняття “інтерес”, зауважимо, що як у психології, так і в педагогіці є терміни “інтерес” і “пізнавальний інтерес”. Деякі вчені ототожнюють їх, а деякі – розрізняють. Так, Н.Г. Морозова, зазначає, що будь-який інтерес пізнавальний, в ньому неодмінно присутня радість пізнання і пізнання – будь-то інтерес до математики чи до техніки, чи до іншої галузі науки. Без пізнавального компонента інтересу нема [188]. Тобто, поняття “пізнавальний інтерес” ототожнюється з поняттям “інтерес” (див. рис. 1.1.1). Інші вчені, зокрема такі як С. Соловейчик [241], Л.А. Гордон [68], С.Л. Рубінштейн [229] та ін., у своїх роботах ключовим вважають поняття “інтерес” і поділяють інтереси за змістом (включає як один із підвидів – пізнавальний інтерес), метою, направленістю, рівнем оформленості, рівнем дієвості. Таким чином, бачимо ще один підхід до співвідношення цих понять, а саме, пізнавальний інтерес є одним із видів інтересу (див. рис. 1.1.2). В.А. Крутецький [148], А.В. Петровський [209]

вважають, що інтерес має завжди пізнавальний характер, і тому термін “пізнавальний інтерес” є тавтологічним. Отже, згідно останнього підходу ключовим є поняття “пізнавальний інтерес” (див. рис. 1.1.3).

Схематично співвідношення між поняттями “інтерес” і “пізнавальний інтерес” подамо за допомогою діаграм Ейлера-Венна:



інтерес = пізнавальний інтерес

Рис. 1.1.1



інтерес → пізнавальний

Рис. 1.1.2



пізнавальний інтерес → інтерес

Рис. 1.1.3

Ми будемо розглядати *пізнавальний інтерес* як окремий вид інтересу, а саме інтерес до змісту навчально-пізнавальної діяльності, до процесу набуття знань, до науки, оскільки інтерес до пізнавальної діяльності виступає відправною точкою, що стимулює весь процес навчання та сприяє кращому засвоєнню знань учнів з математики зокрема. Спираючись на другий підхід до тлумачення понять “інтерес” і “пізнавальний інтерес” (див. рис. 1.1.2) під час опрацювання літератури основна увага була приділена розділам, у яких було проведено дослідження як пізнавального інтересу, так і інтересу взагалі.

Опрацювання психолого-педагогічної літератури дало нам можливість виділити 4 підходи щодо тлумачення поняття “інтерес”, а саме:

1 підхід – з позиції направленості інтересу на об’єкт – інтерес як ставлення до об’єкту – маємо такі означення цього поняття:

1) *інтерес* (з лат. *interesse* – бути всередині, мати важливе значення) – форма прояву вибіркового ставлення особистості до об’єкта, що визначається його життєвою важливістю та емоційною привабливістю [223, с. 159];

2) *інтерес* (від лат. *intersum* – має важливе значення) – активна пізнавальна спрямованість людини на той чи інший предмет або явище дійсності, яка зазвичай

пов'язана з позитивним емоційно-забарвленим відношенням до пізнання об'єкта або до оволодіння тією чи іншою діяльністю [202, с. 255];

3) *інтерес* – це емоційно-пізнавальне ставлення (що виникає із емоційно-пізнавального переживання) до предмету або до безпосередньо мотивованої діяльності, відношення, що переходить при сприятливих умовах в емоційно-пізнавальну спрямованість особистості [188, с. 11].

Ці означення показують, що інтерес має вибірковий характер і виражається спрямуванням уваги на об'єкти певного роду, на їх пізнання або на виконання певної діяльності, тобто безпредметних інтересів не існує. Інтерес також характеризується наявністю суб'єкта. У ролі суб'єкта може виступати конкретний учень або певна соціальна група (наприклад, шкільний колектив). З метою досягнення найбільш ефективної та плідної співпраці з учнями кожен вчитель повинен прагнути, щоб школярі під час проведення занять ставали суб'єктами навчальної діяльності.

2 підхід – з позиції емоцій. На наявність в інтересі емоційного компоненту вказували ряд вчених-психологів, зокрема Л.А. Гордон, С.Л. Рубінштейн, К. Ізард та ін. [11; 17; 68; 110; 229]. Ця позиція обумовлена тим, що інтерес охоплює всі психічні процеси людини – сприйняття, пам'ять, мислення та ін., має складну психологічну структуру, чим і зумовлюється сила його впливу на розвиток особистості людини. Психологічну природу інтересу вперше описав Л.А. Гордон у своїй праці “Психологія і педагогіка інтересу” [68, с. 24] і виділив основні її складові (див. рис. 1.1.4).



Рис. 1.1.4

Автор наголошує на тому, що психологічна природа інтересу не зводиться лише до одного з цих процесів, вони в ній взаємно переплітаються, взаємо проникають і “утворюють єдиний специфічний психічний процес” [68, с. 30]. У своїй праці автор дає таке визначення поняттю “інтерес”: “*Интерес* – являє собою емоціонально-зabarвлену скерованість нашої свідомості на певні об’єкти, поєднану з прагненням до них і звичайно з відповідною діяльністю” [68, с. 33]. Вчений визначає, що саме зв’язок інтересу з чуттєво-емоційною сферою людини, являє собою його характерну особливість, а почуття – серцевину інтересу.

Визначаючи значення емоційної сфери інтересу у навчальній діяльності учнів, автор наголошує, що здивування, захоплення, задоволення, породженні пізнанням нового або отриманням хорошої оцінки, радісні переживання в результаті подолання навчальних труднощів, почуття гордості – все це різні за своєю значущістю і глибиною прояву почуття учнів, але всі вони викликані інтересом [125, с. 6].

Розгляд праць С.Л. Рубінштейна [229], О.І. Киричука [125] показав, що інтерес обумовлюється емоційною привабливістю і усвідомленою значимістю, проявляється в увазі та активізує діяльність особистості. Коли людина працює з інтересом, то її справа робиться легше і продуктивніше.

Відомий американський психолог К.Е. Ізард у праці “Психологія емоцій” розглядав поняття “інтерес” з більш вузької позиції, а саме з позиції емоцій. Він пише, що *інтерес* – це позитивна емоція, вона переживається людиною частіше, ніж інші емоції [110, с. 105]. *Фізіологічною основою* інтересу є орієнтовний рефлекс, який з часом трансформується в орієнтувально-дослідницький. Автор наголошує на тому, що необхідно розрізняти емоцію інтересу і орієнтовний рефлекс. Емоція інтересу відрізняється від орієнтовного рефлексу тим, що вона може активуватися процесами уявлення і пам’яті, які не залежать від зовнішньої стимуляції.

К. Ізард наголошує на безперечній ролі емоції інтересу у збудженні і розвитку знань, навичок і інтелекту [110, с.106]. Він пояснює це тим, що школяр має велику кількість орієнтацій: *предметну* (учень цікавиться об’єктами), *інтелектуальну* (учень цікавиться ідеями), *соціальну* (учень цікавиться людьми).

При будь-якій орієнтації учень проявляє свої думки, дії, емоції. Таким чином, виникає і проявляється інтерес до певного виду діяльності.

На взаємодії емоції інтересу з перцептивно-когнитивними функціями наголошував відомий американський психолог Томкінсон. Він писав, що взаємозв'язок між емоцією інтересу і функціями мислення і пам'яті настільки багатоманітні і тісні, що відсутність афективної підтримки зі сторони емоції інтересу загрожує розвитку інтелекту практично так само, як і фізичне руйнування мозкової тканини. Щоб думати необхідно переживати, необхідно бути збудженим, постійно одержувати підкріплення. Нема ні одної такої навички, якою можна було б оволодіти без участі стійкого інтересу.

Отже, інтерес спрямовує і підтримує інтелектуальну активність дитини. Учень не в змозі займатися якою-небудь справою, вивчати певну навчальну дисципліну, якщо вони не викликають в нього інтересу. Плідна, творча робота в будь-якій галузі знань потребує повного занурення, самовіддачі, а це можливо тільки у тому випадку, якщо учень відчуває інтерес до певного виду діяльності. Існує чимало прикладів у шкільній практиці, коли учні, які проявляли посилений інтерес до вивчення математики в школі, згодом ставали викладачами математики або науковцями у цій галузі.

3 підхід – з позиції мотиву, мотиваційної сфери діяльності.

У статті [292] ми детально розглянули означення, види, механізми формування таких понять як “мотив”, “мотивація”, “мотивування”, “навчальна мотивація”. Розглянемо поняття “інтерес” з позиції мотиву.

Інтерес – це 1) мотив, який діє в силу свого усвідомлення значимості і емоційної привабливості [229, с. 526];

2) мотив поведінки, що має пізнавальний характер або внутрішнє, пізнавальне відношення людини до чого-небудь (кого-небудь) [195, с. 209];

3) єдина мотивація, яка забезпечує працездатність людини [110, с. 105 – 106];

4) це глибинний внутрішній мотив, який утворений на властивій людині вродженій пізнавальній потребі [228, с.41].

При цьому автори наголошують на наявності в інтересі в певній мірі двох компонентів: усвідомленості і емоцій, але співвідношення між ними на різних рівнях свідомості може бути різним. Чим вище рівень свідомості, тим більшу роль в інтересі відіграє усвідомлення об'єктивної значимості відповідних задач. Воно не може виключати емоційної привабливості, яку викликає інтерес. При її відсутності буде усвідомлення значимості, обов'язку, але не буде інтересу.

У педагогічній психології поняття “інтерес” І.А. Зимня розглядає як синонім навчальної мотивації (система спонукань, яка викликає активність учня і яка визначає направленість та характер навчальної діяльності [104, с. 71]), а Н.Г. Морозова – як безпосередній мотив, що йде від самої діяльності [188, с.5]. Інші мотиви: обов'язку, необхідності, слухняності і т.д. можуть допомогти виникненню і закріпленню інтересу, але самі по собі не визначають його сутності.

Проблема усвідомлення необхідності вивчення математики є гострою проблемою у сучасній школі. Діти постійно задають запитання “Для чого ми це вивчаємо?”, на яке вчителі не завжди можуть кваліфіковано відповісти. На уроках математики відповіді на це запитання можна знайти в матеріалі з історії науки, оскільки наука математика виникла саме з практичних потреб людини.

Отже, інтерес відіграє дуже важливу мотиваційну роль у формуванні і розвитку навичок, вмінь і інтелекту учня, тобто сприяє його всебічному розвитку. Крім того, він необхідний для розвитку творчих здібностей школярів. Наявність інтересу є індикатором того, що навчальний процес організований і протікає правильно. Його відсутність вказує на значні недоліки в організації навчання.

4 підхід – з позиції потреби.

Спочатку розглянемо яке тлумачення має поняття “потреба” у психології. *Потреба* це – психічний стан, що характеризується пізнавальною активністю дитини, її готовністю до засвоєння матеріалу [96, с. 56].

Поняття “інтерес” розглядається з *позиції пізнавальної потреби* так:

1) *інтерес* – це форма прояву пізнавальної потреби, що забезпечує спрямованість особистості на усвідомлення цілей діяльності й цим сприяє

орієнтуванню, ознайомленню з новими фактами, кращому відображенню дійсності [66; 130; 239];

2) *інтерес* – це емоційне переживання пізнавальної потреби та її задоволення [81, с. 56];

3) *інтерес* – це потреба, що пройшла стадію мотивації, свідома направленість людини на задоволення не задоволеної потреби [124, с. 60].

Аналіз праць відомих психологів М.І. Алексєєвої [4], С.Т. Григоряна [71], В.І. Ковальова [128], С.Л. Рубінштейна [229] та ін. показав, що не можна ототожнювати такі поняття як потреби і мотиви, інтереси і пізнавальні потреби. Оскільки мотив є усвідомленою потребою. Однак мотив – це вже не сама потреба, а її прояв, прагнення. Мотиви поведінки і діяльності виникають при найвищому рівні відображення потреб – їх усвідомленні. Отже, саме усвідомлені потреби слугують джерелом мотивації людини. Різниця понять “інтерес” і “пізнавальна потреба” полягає у тому, що пізнавальні потреби – це потреби суб’єктів у пізнанні предмету або явища, тоді як пізнавальний інтерес – це прояв позитивного емоціонального ставлення до предмету, що досліджується.

Психолог Д.А. Кікнадзе акцентує увагу на тому, що потреба існує незалежно від інтересу, а інтерес не може існувати незалежно від потреби. Потреба тільки тоді породжує інтерес, коли її задоволення зустрічає труднощі в силу яких-небудь факторів. Безперешкодне задоволення потреби не породжує інтересу [124, с. 61]. Таким чином, для того щоб викликати інтерес в учнів до вивчення дисципліни, зокрема, математики, необхідно використовувати проблемні методи навчання і розвивати вміння самостійно працювати.

З вищезазначеного матеріалу можна зробити такий висновок: процесу виникнення пізнавального інтересу у школяра, передують такі процеси, як виникнення пізнавальної потреби, її усвідомлення, після чого у школяра виникає внутрішня мотивація, яка породжує виникнення інтересу до пізнавальної діяльності, тобто відбувається процес формування пізнавального інтересу. При правильній організації навчально-виховного процесу в школі відбувається

розвиток пізнавального інтересу учнів, який проходячи поступово всі стадії розвитку, досягає найвищого свого рівня – стійкого інтересу до вивчення науки.

Для більш глибокого вивчення поняття “пізнавальний інтерес” розглянемо різні підходи до групування інтересів за видами. Аналізуючи праці Л.А. Гордона і С.Л. Рубінштейна та дані педагогічних, психологічних енциклопедій та словників [68; 202; 223; 229; 239 та ін.] ми виділили такі *види інтересів* та створили їх схематичну модель (див. рис. 1.1.5):

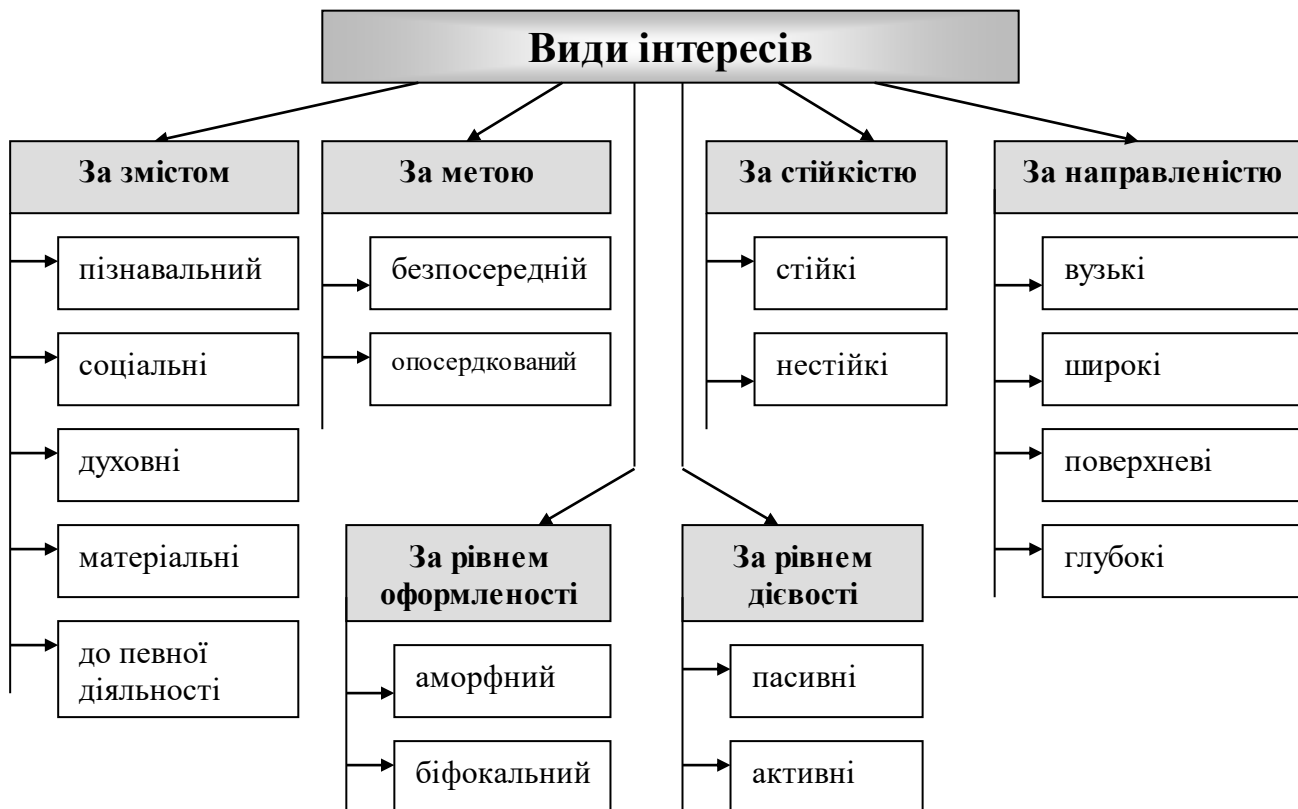


Рис. 1.1.5

Коротка характеристика кожного виду інтересів описана у додатку В, табл. В1, с. 221 – 222. Кожен з видів інтересу характеризується силою його прояву та стійкістю. Сила інтересу у більшості випадків пов’язана з його стійкістю. Стійкість інтересу виражається тривалістю його збереження та інтенсивністю. Час – це кількісна міра стійкості інтересу.

Про стійкість інтересу у навчанні свідчить подолання труднощів учнями у здійсненні діяльності, що сама по собі інтересу не викликає. Задоволення інтересу не приводить до його вгасання, а навпаки – породжує нові інтереси, що відповідають більш високому рівню пізнавальної діяльності. Динаміка інтересу

не є постійною. Інтерес змінюється з віком людини, рівнем її знань і видами діяльності, які вона здійснює.

Отже, розглянувши різні підходи до тлумачення понять “інтерес”, класифікацію його видів ми визначили *основні ознаки інтересу*:

1) *об’єктивна співвідносність*, тобто безпредметних інтересів не може бути (проте в деяких випадках об’єктом інтересу може виступати сам процес оволодіння предметом, сама діяльність, що пов’язана з ним);

2) *свідоме прагнення до об’єкту* – за наявності інтересу зменшуються відволікання, а отже, це вказує на його зв’язок з другою сигнальною системою;

3) *позитивні емоції* по відношенню до діяльності, їх наявність вказує на близькість до об’єкту, задоволення інтересу пов’язано із позитивними емоціями;

4) *позитивна сторона цієї емоції*, тобто радість пізнання, що є дуже цінним у педагогічній діяльності;

5) *безпосередній мотив*, що йде від самої діяльності, яка сама по собі приваблює і спонукає нею займатися, незалежно від інших мотивів (спонукань).

Розглядаючи поняття “пізнавальний інтерес” у психолого-педагогічній літературі ми виокремили його функції. Тим самим, ми показали яку роль виконує інтерес у навчальному процесі. Зокрема, у психології виділяють такі *функції інтересу*, як: біологічну, мотиваційну та соціальну (див. додаток Д, с.223).

У *дидактиці* виділяють такі функції пізнавального інтересу:

1) *освітню* – полягає у спрямованості особистості учня на предмет пізнання, що сприяє формуванню глибоких і міцних знань;

2) *розвиваючу* – полягає у розвитку інтелектуальної і емоційно-вольової сфер особистості, що сприяє формуванню навичок самостійної роботи, самоосвіти;

3) *виховну* – полягає у створенні позитивної мотивації учнів, що сприяє формуванню соціальнозначимих якостей особистості і активної життєвої позиції.

Отже, пізнавальний інтерес є поліфункціональним. Його функції співвідносяться з функціями процесу навчання учнів, а тому при їх реалізації учень виступає як суб’єкт, а не об’єкт пізнавальної діяльності.

1.2. Стан розробки проблеми розвитку пізнавального інтересу в літературі та у практиці навчання в основній школі

Проблема формування і розвитку пізнавального інтересу учнів різних вікових груп була і залишається однією з головних проблем у психологічній та педагогічній науках та практичній діяльності. Вчені-дидакти минулих століть та сьогодення розглядають пізнавальний інтерес як один із головних факторів всебічного розвитку особистості і тому надають особливого значення дослідженню змісту цього поняття, шляхам його формування і розвитку.

У контексті нашого дисертаційного дослідження ми розглянули законодавчу базу математичної освіти України, Білорусії і Росії, а саме: Державні стандарти [1, 76, 256], Концепції математичної освіти [134 – 137], Програми для загальноосвітніх навчальних закладів з математики [215, 216, 254]. У цих документах ми досліджували яким чином законодавчо прописані положення, що стосуються розвитку інтересу учнів при навчанні їх математиці та положення про використання історичного матеріалу на уроках математики. Результати нашого дослідження представлені у таблицях Ж.1 – Ж.2 додатку Ж, стор. 225 – 228. Проаналізувавши дані цих таблиць можемо зробити такі висновки:

1) у цілях і задачах Державного стандарту математичної освіти Білорусії зазначено про необхідність розвитку у учнів стійкого інтересу до вивчення математики;

2) у Концепціях математичної освіти України, Білорусії та Росії у розділі “Структура математичної освіти” з метою поглиблення і розширення знань учнів та розвитку пізнавального інтересу необхідно:

а) проводити курси за вибором (з 8 класу), факультативні заняття (з 7 класу), математичні гуртки (з 5 класу);

б) у Білоруській концепції наголошується, що зміст математичної освіти повинен враховувати інтереси і запити учнів; використання на уроках, факультативах та в позакласній роботі електронних засобів таких, як мультимедійні пристрої, інтерактивні комп’ютерні моделі, електронні енциклопедії і довідники, електронні трінажери підвищують степінь наглядності;

3) у Програмах з математики України та Білорусії зазначено, що організація процесу навчання математики повинна сприяти розвитку інтересу школярів до оволодіння знаннями, створенню позитивного емоційного стану до навчальної інформації та ін.;

4) у нормативно-правових документах трьох країн зазначається, що використання історичного матеріалу у навчальному процесі забезпечує реалізацію розвивальної функції, сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів, знання історії математики повинні входити у інтелектуальний багаж кожної сучасної освіченої, культурної людини;

5) у підручниках та навчальних посібниках повинні поєднуватися історичний та логічний підходи викладу навчального матеріалу.

Програми з математики [215, 216] рекомендують використовувати на уроках та в позакласній роботі елементи історії математики з метою розвитку пізнавального інтересу учнів, проте зменшення кількості годин на вивчення предмету зменшило можливість впровадження у навчальний процес принципу історизму. Тому вчителі повинні самі так планувати свої уроки, щоб залишався час і на викладання історичних відомостей з теми, що вивчається.

Проведений аналіз авторефератів дисертацій, дав можливість встановити динаміку захисту дисертацій присвячених проблемі формування та розвитку пізнавального інтересу учнів початкової, основної, старшої шкіл в Україні та Росії. Результати нашого кількісного аналізу представлені на рис. 1.2.1. Як видно з діаграми останнім часом ця проблема набуває все більшої актуальності і це відображається у кандидатських і докторських дисертаційних дослідженнях науковців різних держав.

Стосовно змістового наповнення дисертацій, які були захищені після 1990 р., можна сказати таке:

1) науковці розглядали проблему розвитку пізнавального інтересу до різних шкільних дисциплін (математики, фізики, фізкультури, малювання та ін.), це є свідченням того, що ця проблема була і є актуальною у шкільній практиці;

2) значна кількість дисертацій щодо пізнавального інтересу захищена саме за основною школою (див. рис. 1.2.1), що є підтвердження того, що підлітковий вік є найбільш сприятливим для розвитку пізнавального інтересу;

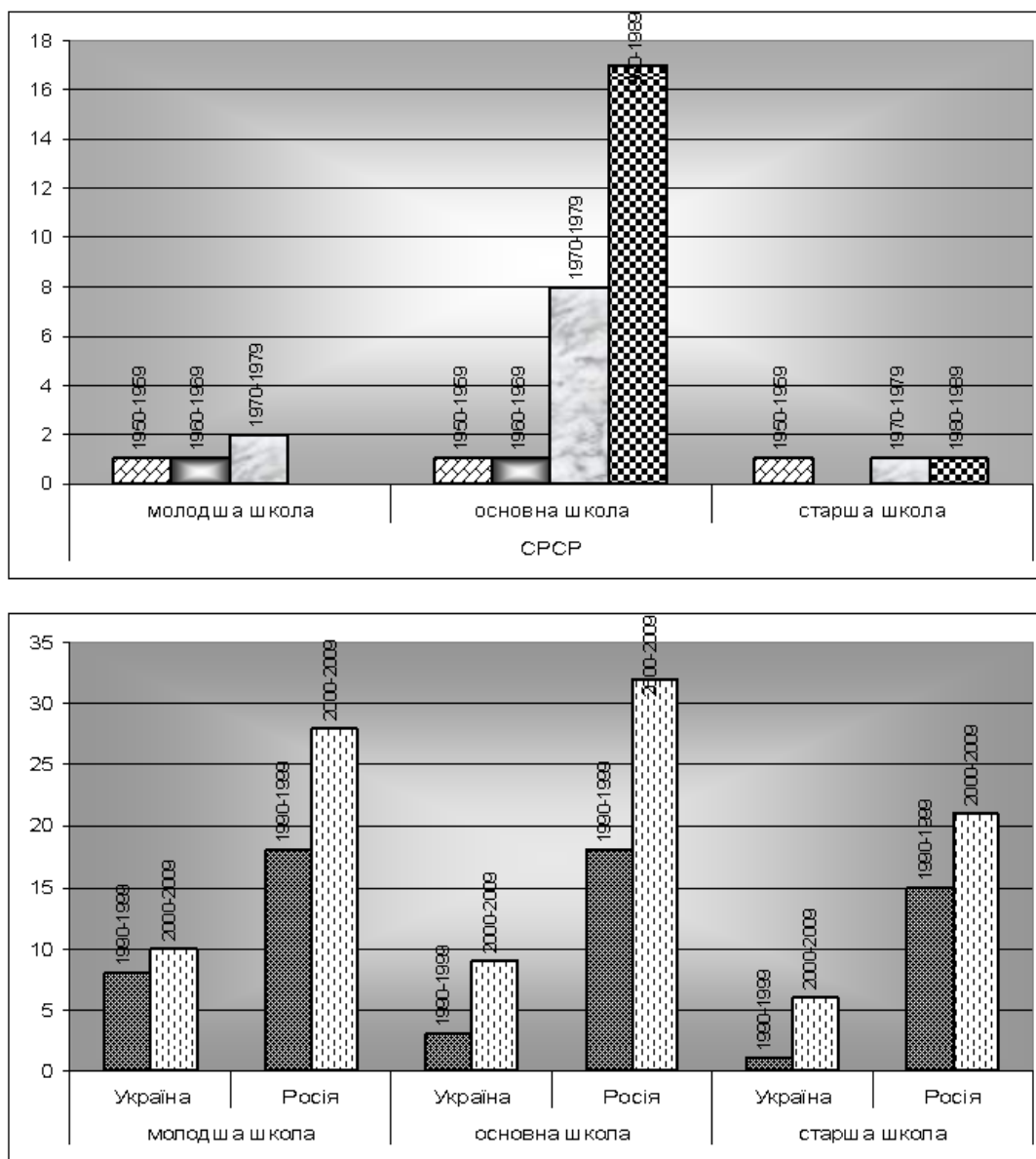


Рис. 1.2.1. Динаміка захисту дисертацій щодо пізнавальному інтересу

3) науковці, які працювали над проблемою розвитку пізнавального інтересу в учнів початкових класів, здебільшого розглядали її у контексті вивчення таких дисциплін як математика, образотворче мистецтво, музика, трудове навчання; в учнів основній школи – до вивчення математики, фізики, фізкультури, музики, російської мови та літератури, а також значна кількість дисертацій присвячена розвитку інтересу в позакласній роботі; у

старшокласників – до інформатики, фізичної культури, дисциплін пов'язаних з економікою та професійною діяльністю.

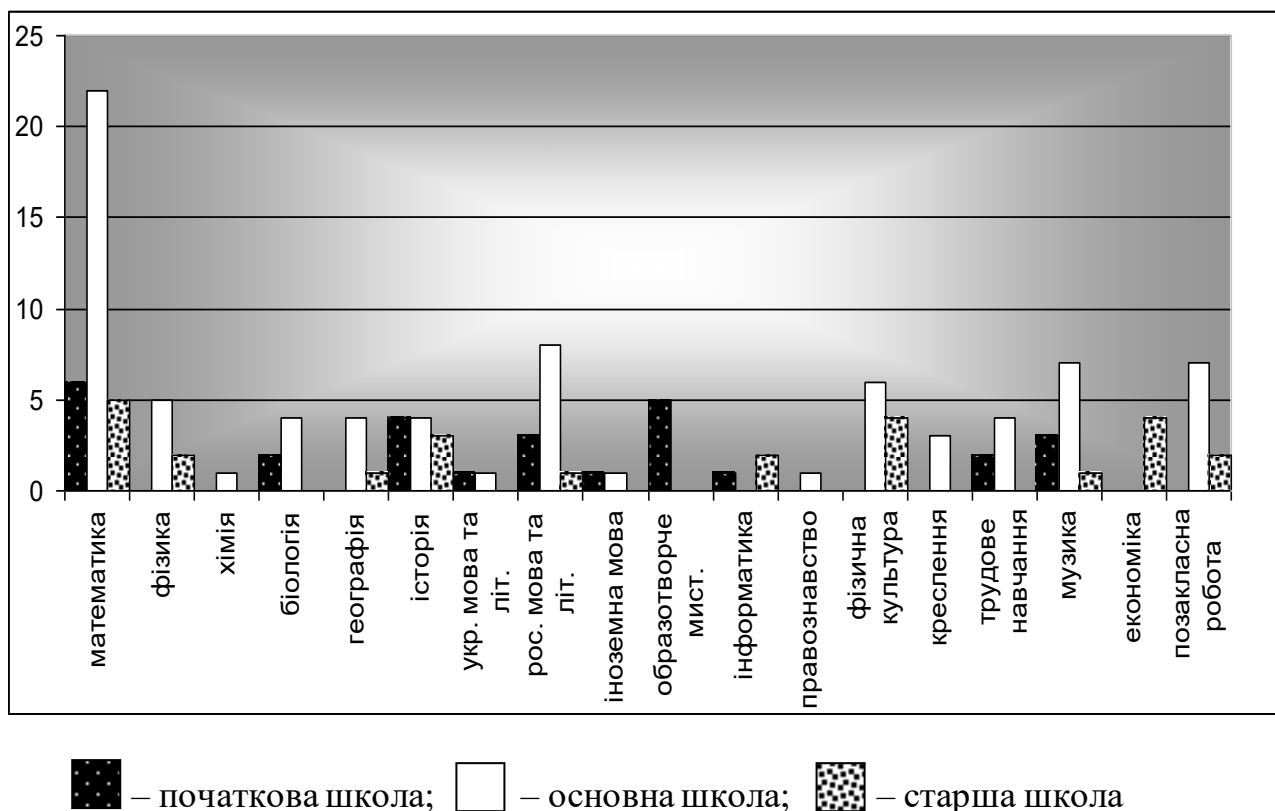


Рис. 1.2.2

У дисертаціях науковці розглядали: *дидактичні умови* формування і розвитку інтересу (В.М. Марків [164], В.П. Корнеєв [139]; Л.І. Косяк [141]; І.Ф. Шудзіховська [278] та ін.); *педагогічні умови* (І.В. Гаріфулліна [58], О.В. Фролова [264], Н.П. Шалатонова [271] та ін.); *методичну систему та методику розвитку пізнавального інтересу* (І.І. Карякін [119]; В.І. Кобаль [126], В.П. Корнеєв [139] та ін.).

У дисертаційних дослідженнях розглядався вплив окремих факторів на формування і розвиток пізнавального інтересу учнів різних вікових груп до вивчення шкільних предметів, а саме вплив самостійної роботи учнів [65, 146 та ін.], проблемного навчання [138], історизмів [191, 211 та ін.], міжпредметних зв'язків [275] та гри [153, 246 та ін.], комп'ютерних технологій [39, 95, 266 та ін.], проектної діяльності [70], індивідуально-творчих завдань [184], нестандартних завдань [80], задач [248, 251 та ін.], навчальних кросвордів [303], експериментальних завдань екологічної спрямованості [232], позакласної роботи

[45, 86, 102, 147 та ін.] та ін. Роботи містять методичні рекомендації для вчителів щодо реалізації цих засобів у навчальному процесі з метою розвитку пізнавального інтересу учнів.

У контексті нашого дисертаційного дослідження найбільше значення мають роботи, що стосуються формування і розвитку пізнавального інтересу щодо вивчення математики. Переважна більшість цих робіт захищалася в Росії [3, 101, 106, 192, 198, 261, 306 та ін.]. В Україні цією проблемою займалися такі науковці як: Б.Г. Друзь [79], Н.В. Житеньова [95], Г.І. Коберник [127], А.Г. Конфорович [133], А.В. Кухар [152], І.М. Шаповал [274] та інші.

Науковці у своїх роботах розглядали такі *засоби* розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики як: з учнями *початкової школи*: систему диференційованих домашніх завдань [3]; метод проектів [101] та ін.; з учнями *основної школи*: задачі [248, 251]; системний підхід до навчання [123]; імітаційні дидактичні ігри [38]; видозмінення геометричних задач [84]; дослідницькі завдання [200]; комп'ютерні технології [95, 230 та ін.] та ін.; зі *старшокласниками*: процес розв'язання міжпредметних задач [250] та ін.

Отже, вчені застосовують різноманітні засоби для формування і розвитку в учнів пізнавального інтересу в процесі навчання шкільним предметам. І лише в одній дисертаційній роботі С.С. Мучкаєвої (Астрахань, 2008 р.) [191] показано, що розвиток інтересу учнів при вивченні математики можна здійснювати через естетичний потенціал історичних задач і теорем з малюнком. У інших дисертаційних дослідженнях у якості засобу розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики елементи історії математики не використовувалися і цей факт підкреслює актуальність обраної нами теми дослідження.

Методиці використання *історизмів* у процесі навчання математики присвячені дисертаційні дослідження таких авторів: Б.В. Болгарського [43], В.М. Беркутова [36], К.А. Малигіна [161], С.М. Набісова [193], П.В. Мартиросяна [166], А.Т. Умарова [253], З. Касаєвої [120], О.В. Шабашової [270], Д.В. Смолякової [240], Л.О. Рупакової [230]; Г.І. Глейзер [63], Ю.С. Свистунова [233], М.А. Скоробагатої [236],

К. Нурсултанова [197], У.К. Шерматової [276], В.О. Алексєєвої [10], С.С. Мучкаєвої [191] та ін. Їх кількісний аналіз див. рис. 1.2.3.

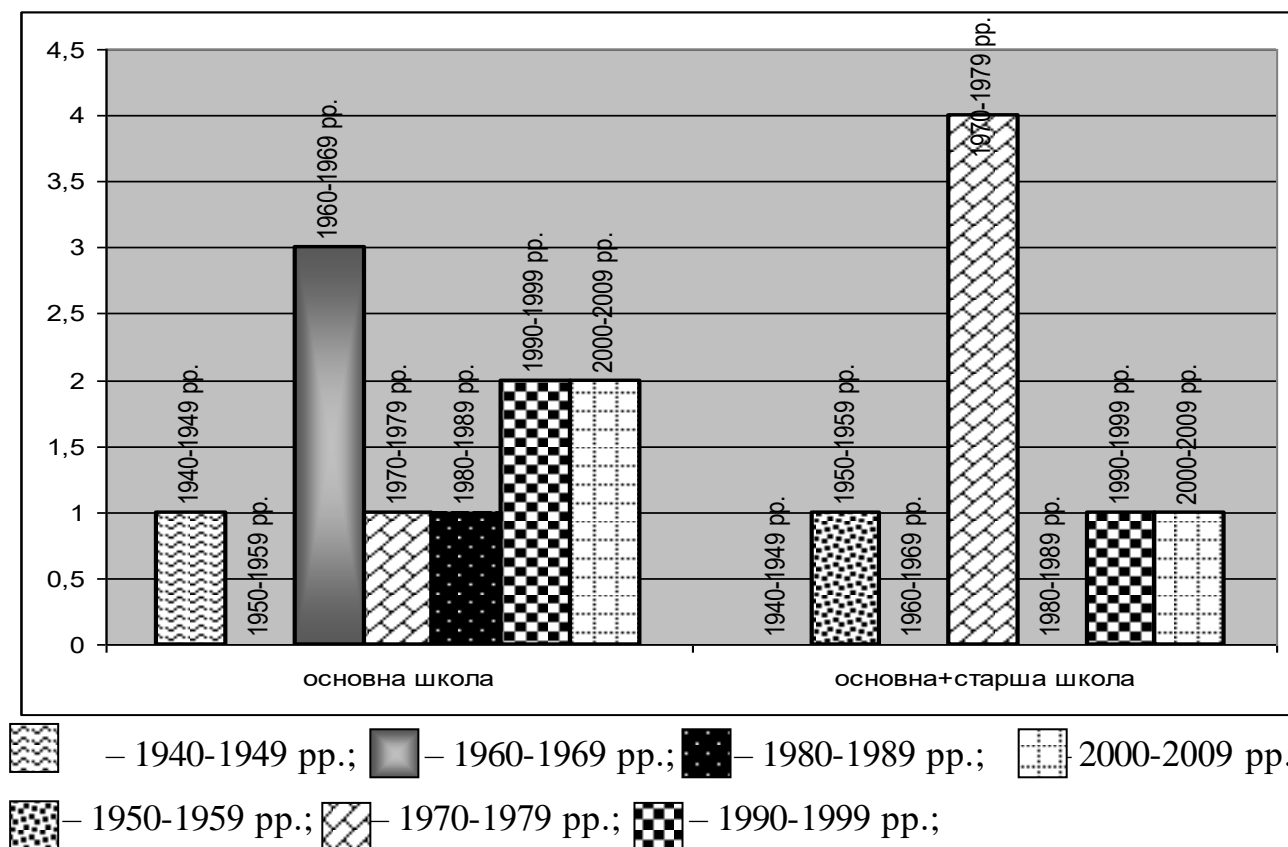


Рис. 1.2.3

Територіально практично всі дисертаційні дослідження були проведені та захищені в Росії. В Україні над цією проблемою працюють: В.Г. Бевз (2007 р. – докторська) – “Історія математика як інтеграційна основа навчання предметів математичного циклу у фаховій підготовці майбутніх вчителів” [20] та Т.Л. Годованюк (2009 р.) – “Методика індивідуального навчання історії математики студентів педагогічних університетів” [64].

У дисертаціях присвячених методиці навчання математики в школі матеріал з історії науки виступає як засіб формування загальної культури учнів [270], збагачення їх розумового досвіду [240], розвитку інтересу до математики (через естетичний потенціал історичних задач і теорем з малюнком) [191]. Також у дисертаціях розглянуто методику відбору і використання історико-наукового матеріалу в школі [10], використання елементів історії математики у навчанні

математиці [36, 42, 162, 270 та ін.], принцип історизму на уроках математики [253, 265, 276 та ін.].

Зупинимося більш детально на дисертаціях двох видів.

Перший – дисертації, у яких розглядаються загальні положення формування пізнавального інтересу.

Н.О. Бойко (1999 р.) у кандидатській дисертації на тему: “Дидактичні умови формування пізнавального інтересу у школярів” [41] виділяє такі фактори, що сприяють виникненню і розвитку пізнавального інтересу: рівень методики викладання, рівень сформованості в учнів вміння самостійно набувати знання і застосовувати їх на практиці, особистісні якості вчителя: його погляди, переконання, ерудиція, відношення до учнів, зміст матеріалу і якість його викладання у підручниках.

С.В. Захаров (2001 р.) у дисертації “Формування пізнавальних інтересів учнів основної школи у процесі позакласної роботи” [102] показав значення позакласної роботи як засобу формування пізнавальних інтересів школярів і акцентував увагу на тому, що пізнавальний інтерес притаманний усім компонентам позаурочної роботи, яка є сполучною ланкою шкільної та позашкільної освіти і виховання.

Н.О. Постернак (2003 р.) у своїй дисертації на тему: “Стимулювання пізнавального інтересу учнів 6 – 8 класів до біології” [214] довела навчальне і виховне значення використання науково-популярної інформації про лікарські рослини як засобу стимулювання пізнавального інтересу учнів 6 – 8 класів до біології та посилаючись на праці Ю.К. Бабанського виділила дві групи методів стимулювання пізнавального інтересу: 1) методи стимулювання та мотивації інтересу до навчання (створення емоційних переживань, ситуацій новизни, пізнавальні ігри, аналіз життєвих ситуацій, створення ситуацій успіху в навчанні); 2) методи стимулювання відповідальності (пояснення особистісної та суспільної значущості навчання, вимогливості, покарання), а також визначила критерії відбору змісту науково-пізнавальної інформації про лікарські рослини.

Н.В. Житеньова (2009 р.) у кандидатській дисертації “Формування пізнавального інтересу учнів 7 – 9 класів у процесі навчання предметів природничо-математичного циклу за комп’ютерної підтримки” [95] запропонувала і експериментально перевірила способи формування пізнавального інтересу учнів основної школи до предметів природничо-математичного циклу за комп’ютерної підтримки, а саме: застосування мультимедійної презентації об’єкта вивчення на етапі подання навчального матеріалу; організація роботи учнів з інтерактивною комп’ютерною моделлю об’єкта вивчення на етапі засвоєння навчального матеріалу; використання електронних ресурсів для постановки задач на реальних ситуаціях і даних на етапі закріплення навчального матеріалу.

Другий – група дисертацій, у яких розглядається використання історичного матеріалу з метою розвитку пізнавального інтересу.

Н. І. Подрезова (1989 р.) у роботі “Методика ознакомления учащихся с жизнью и деятельностью ученых-химиков и привитие интереса к органической химии на этой основе” [211] вважає, що ознайомлення з життям і діяльністю вчених-хіміків сприяє розвитку інтересу учнів, підвищенню якості засвоєння теоретичного змісту курсу органічної хімії, забезпечує світоглядну спрямованість вивчення хімії.

В.І. Кобаль (2005 р.) у дисертації “Методика розвитку пізнавальних інтересів учнів 5 – 8-х класів у процесі вивчення історії України” [126] серед шляхів стимуляції розвитку пізнавальних інтересів вказує використання елементів історизму на уроках, презентацію досягнень сучасної науки.

Л.О. Рупакова (2007 р.) у дисертаційному дослідженні на тему “Компьютерные технологии как средство развития познавательного интереса учащихся основной школы на занятиях по математике (на примере решения арифметических задач с элементами историзма)” [230] на базі аналізу психолого-педагогічної і науково-методичної літератури довела педагогічну доцільність використання комп’ютерних технологій при розв’язуванні арифметичних задач з

елементами історизму і вивчення історичного матеріалу з метою розвитку пізнавального інтересу учнів 5 – 6 класів.

О.П. Буйницька (2008 р.) у дисертації “Розвиток інтересу до навчання фізики в учнів основної школи у позакласній роботі” [45], посилаючись на праці Х. Акрітова та Г.І. Щукиної серед джерел пізнавального інтересу, виділяє *історизм викладання*, що включає в себе розміщення відомостей з історії найважливіших наукових відкриттів та біографії визначних вчених. При цьому зазначає, що елементи історії фізики (історичні задачі, досліди, біографії вчених) викликають зацікавленість, що позитивно впливає на навчально-виховний процес, стимулює та оптимізує його процес, сприяє гуманізації навчання, формуванню наукового світогляду, стимулює пізнавальний інтерес. При цьому автор радить *широко використовувати історичний матеріал* як на уроках, так і в позакласній роботі. Автор у своєму дисертаційному дослідженні до одного з ефективних засобів формування пізнавального інтересу відносить інформаційно-педагогічні технології.

С.С. Мучкаева у дисертації на тему: “Развитие интереса учащихся к математике через эстетический потенциал исторических задач и теорем с чертежом” (2009 р.) [191] обґрунтувала, що використання числової параметризації історичних задач і теорем виступає як одна із важливіших умов, що забезпечують пізнавальну активність учнів на уроках геометрії. Суть числової параметризації автор показує на конкретних прикладах.

Таким чином, аналіз дисертацій показав, що:

- 1) проблема розвитку пізнавального інтересу була і залишається актуальною для педагогів різних країн і у різні часи;
- 2) в Україні проблема використання історизмів на уроках математики в основній школі з метою розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики у дисертаційних дослідженнях не розглядалася;
- 3) існують різноманітні засоби розвитку пізнавального інтересу учнів;
- 4) одним із ефективних засобів є використання на уроках елементів історії науки.

Після аналізу дисертаційного фонду нами був зроблений контент-аналіз підручників з математики для 5 – 9 класів різних країн: України, Білорусії, Росії на наявність історичного матеріалу: автобіографій вчених, їх портретів, історичних задач, висловлювань про математику і математиків, історичних довідок.

Анкетування вчителів показало, що вчителі не задоволені тим обсягом історичного матеріалу, що міститься у підручниках (див. [281]). Обмеженість історичного матеріалу у нині діючих підручниках пояснюється нормами до їх написання. Так, наприклад, в Україні у сучасних вимогах до написання підручників [212, с.162], зазначається, що підручник повинен містити *стислі* відомості з *історії науки*, культури і техніки з метою розкриття еволюції наукових ідей, відкриттів, взаємозв'язку науки, виробництва, соціальної практики, ролі діячів науки, у першу чергу вітчизняних учених, у пошуку наукової істини. Таким чином, ми бачимо, що законодавчо визначено, що у змісті підручника повинні міститися стислі відомості з історії математики.

Для контент-аналізу ми розглянули сучасні підручники з математики України, Білорусії, Росії. Результати контент-аналізу підручників з математики, алгебри, геометрії подамо у вигляді таблиць (див. додатки А, Б, В, табл. А1 – А3, Б1, Б2, стор. 216 – 220).

Проаналізувавши підручники на наявність історичного матеріалу, ми можемо сказати, що історичний матеріал міститься у всіх розглянутих підручниках. Він кількісно збільшується у підручниках 9 класів, порівняно з підручниками 5 класів. Розглянемо більш детально кількісне і змістове наповнення підручників історизмами.

1. *Історичні довідки.* Під історичними довідками, ми будемо розуміти невелике повідомлення з історії математики. В українських підручниках історичні довідки містяться у рубриках: “Дізнатися більше” [46 – 48], “Історичні відомості” [26 – 28, 114 – 116], “Джерело” [37], “Цікаві розповіді” [142 – 144, 304 – 305], у підручниках групи авторів Мерзляк А.Г. та ін. [173 – 181] кожна історична довідка має свою назву. Кількісне наповнення підручників

історичними довідками див. табл. А1 – А3. Найбільше історичних довідок містять підручники авторів Бевз Г.П. і Бевз В.Г. [26 – 28].

У деяких вітчизняних підручниках з геометрії [14, 46] історизми поєднуються з фузіонізмом (фр. *fusio* – злиття). Так, наприклад, у підручнику [46, с.76 – 77] у історичній довідці до теми: “Трикутник і його елементи” ми бачимо на рис. 190 – 191 приклад фузіонізму (див. рис. 1.2.4). На нашу думку, таке поєднання елементів фузіонізму і історизму позитивно впливає на розвиток пізнавального інтересу учнів, оскільки так учні бачать історичний розвиток науки, її практичне застосування у життєвих ситуаціях та подальше застосування своїх знань з розділу “Планіметрія” у розділі “Стеріометрія”.



Рис. 1.2.4

Підручники українських авторів з математики (5 – 6 класів) [31, 32, 180, 181, 304, 305, з алгебри [26-28, 142 – 144, 173 – 175] та геометрії (7 – 9 класів) [14 – 16, 29 – 30, 46 – 48, 176 – 179] містять у *кожному* своєму розділі і *окремих темах* розділів історичні довідки, об'ємом не менше половини сторінки друкованого тексту. Такий обсяг і розміщення історичного матеріалу у підручниках показує його недругорядне значення, сприяє розвитку в учнів інтересу до математики, їх інтелектуальному збагаченню і виконує виховну функцію навчання. Теми історичних довідок визначаються змістом теми або розділу, у якому вони друкуються. Історичні довідки містять відомості про вчених, їх біографії, відкриття та внесок у науку, про походження математичних термінів, розвиток математики.

Наш аналіз білоруських підручників показав, що підручники групи авторів Латонін Л.А. і ін. [154 – 155] історичних довідок практично не містять. У підручнику [154] історичних довідок немає, а в підручнику [155] включені у виклад теоретичного матеріалу, тобто не виділяються в окрему рубрику. Група авторів Кузнєцова О.П. і ін. [5 – 6, 150] історичні довідки виділяють значком (■ або а). Наведемо зміст одного з них (див. рис. 1.2.5).

Круглые скобки впервые употребили в своих трудах М. Штифель (1544 г., Германия) и Д. Кардано (1545 г., Италия). Немецкий термин *Klammer* — скоба — введен Леонардом Эйлером в 1770 году. Статьи и книги Л. Эйлера, в которых всюду употреблялись скобки, содействовали тому, что к середине XVIII в. скобки стали употребляться во всех математических книгах.

Рис. 1.2.5

Кількісне наповнення підручників історичними довідками див. табл. Б1. За змістом ці довідки містять стисло інформацію про походження математичних термінів і відомості про вчених і їх праці. Підручник “Математика, 9 клас” Солтан Г.М. та ін. [242] містить більш ґрунтовні історичні довідки, які містяться після кожного розділу і виокремленні в рубрику “Исторические сведения”.

У підручниках російських авторів Макаричев Ю.М. та ін. [5 – 7] історичні довідки представлені у вигляді портрету вченого та короткої інформації про вклад цього вченого у розвиток математики (див. рис. 1.2.6). У кінці підручників міститься розділ “Исторические сведения”, де більш детально викладені факти з історії математики. Їх кількісне наповнення у підручниках див. табл. Б1.

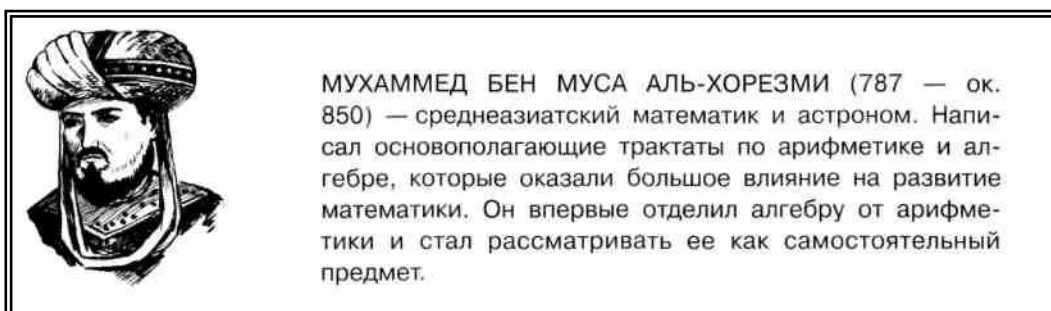


Рис. 1.2.6

2. *Історичні задачі.* Історичні задачі містяться у різній кількості у більшості з розглянутих нами підручниках (див. рис. 1.2.7). Вони відсутні у підручниках

[29, 37, 48, 60, 88, 90, 115, 116, 163, 176, 304]. Найбільше історичних задач містять підручники з “Алгебри” 7 клас і 9 клас авторів Бевз Г.П. і ін. (див. рис. 1.2.7), а серед підручників з геометрії – автора Апостолової Г.В. Аналіз діаграм показує, що якщо підручники з математики для 5 – 6 класів і алгебри 7 – 9 класів практично всі містять історичні задачі, то у підручниках з геометрії для 7 класу вони наявні тільки у двох [14, 46], для 8 класу – у всіх підручниках, для 9 класу – тільки у [16, 178]. Історичні задачі у підручниках легко помітити, оскільки біля них стоять назви, наприклад, задача Ейлера, стародавня грецька задача, історична задача та інші.

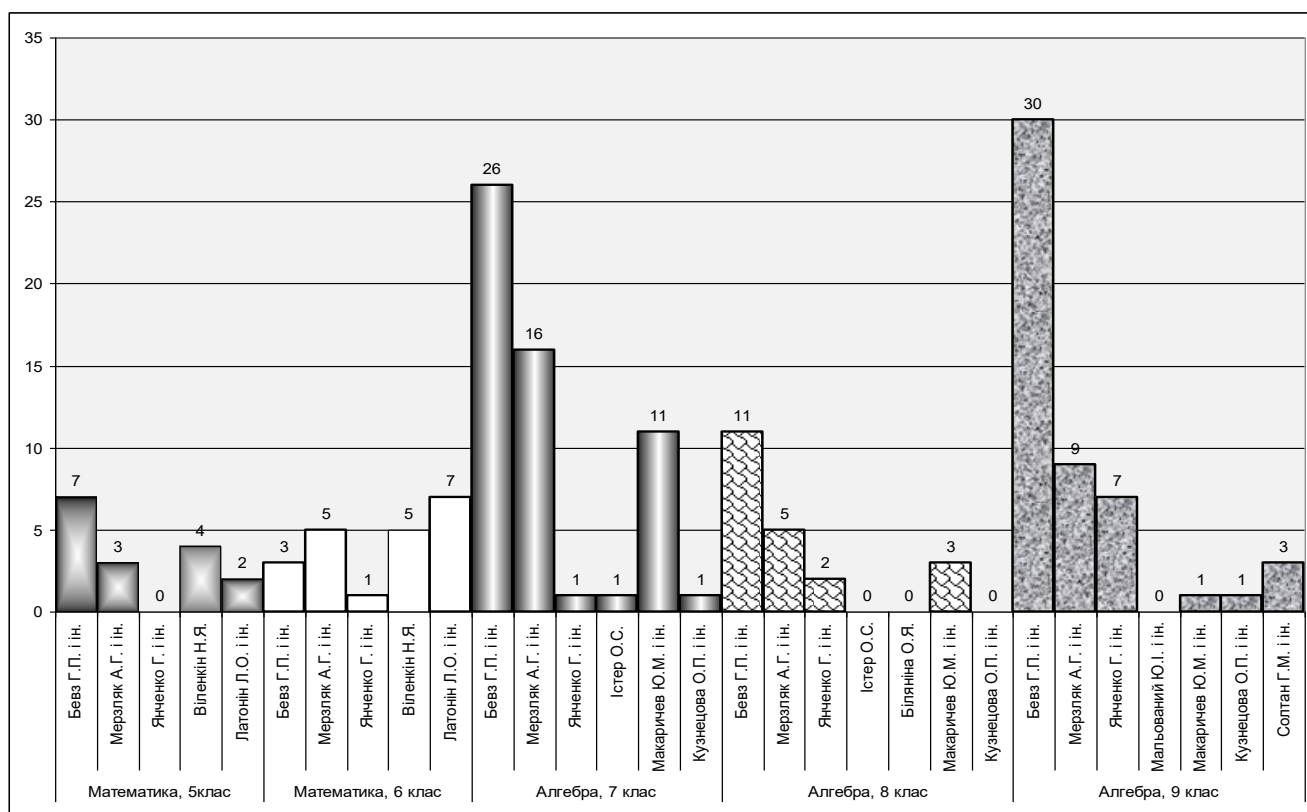


Рис. 1.2.7

У підручниках наявні такі історичні задачі:

- авторів, яких невизначено, а лише зазначається стародавня або історична задача, або вказується країна, звідки походить задача, наприклад, єгипетська задача або індійська та ін.;
- авторів, яких визначено, наприклад, задача Піфагора, Л.М. Толстого, Сунь-Цзи, ал-Кархі (11 ст.) та ін.;

- задачі з навчальних посібників: задача з трактату 15 ст., із підручника “Арифметика” Л.Ф. Магницького, із “Теоретичного і практичного курсу чистої математики Ю. Войтяховського” та ін.;

- задачі, в яких описані певні історичні відомості: біографії вчених або роки існування закладів освіти. Такі задачі містяться у підручниках 5-х класів [31, 304] і мають такий зміст: обчислити скільки років прожив відомий математик М.О. Остроградський, Б.Я. Букреев та ін. [31], або визначити рік заснування Києво-Могилянської академії, Кембриджського університету та ін. [304].

Історичні задачі у дворівневих підручниках містяться у другому рівні, а в тривірневих підручниках – у другому і третьому рівнях, а також у розділах “Задачі підвищеної складності” (у кінці підручника). Тобто історичні задачі, що пропонуються у підручниках, не є простими, для їх розв’язання учень повинен, проаналізувавши умову задачі, записати її сучасною мовою математики (що є найбільш складним для них), а також володіти певними знаннями, вміннями і навичками, в ході розв’язання проявляти кмітливість і демонструвати ерудицію.

За змістом більшість задач у різних підручниках не повторюється, але є такі, що часто використовуються авторами, наприклад, серед алгебраїчних задач можна виділити стародавню грецьку задачу про кількість учнів в школі Піфагора, задачу індійського фольклору про царя Шерама і винахідника шахів Сету та ін., серед геометричних задач – задача Фалеса про визначення відстані від берега до корабля, задача Гіппократа про квадратуру круга та ін.

Сучасні підручники містять також і розв’язання деяких історичних задач, наприклад, у підручнику [28] – задача про царя Шерама і винахідника шахів Сету, у підручнику [142] – задача про вік Діофанта та ін.

3. *Біографії вчених.* При аналізі підручників на наявність у них біографій вчених (рис. 1.2.8) ми встановили, що їх кількість невелика. Проте як позитивний момент хотілося відмітити, що автори поряд з відомими давньогрецькими вченими такими, як Піфагор, Фалес та ін. друкують біографії вітчизняних вчених таких, як М.П. Кравчука, М.В. Остроградського, Ф. Прокоповича та інших.

У російських підручниках нема біографій, але є стислі відомості про вклад в науку С.О. Лебедєва, А.М. Колмогорова та ін. У білоруських підручниках біографічні дані про вчених відсутні.

Отже, у підручниках міститься матеріал, що сприяє виховуванню в учнів патріотизму, почуття гордості за вклад вітчизняних вчених у розвиток науки, а отже, і є приклади для наслідування.

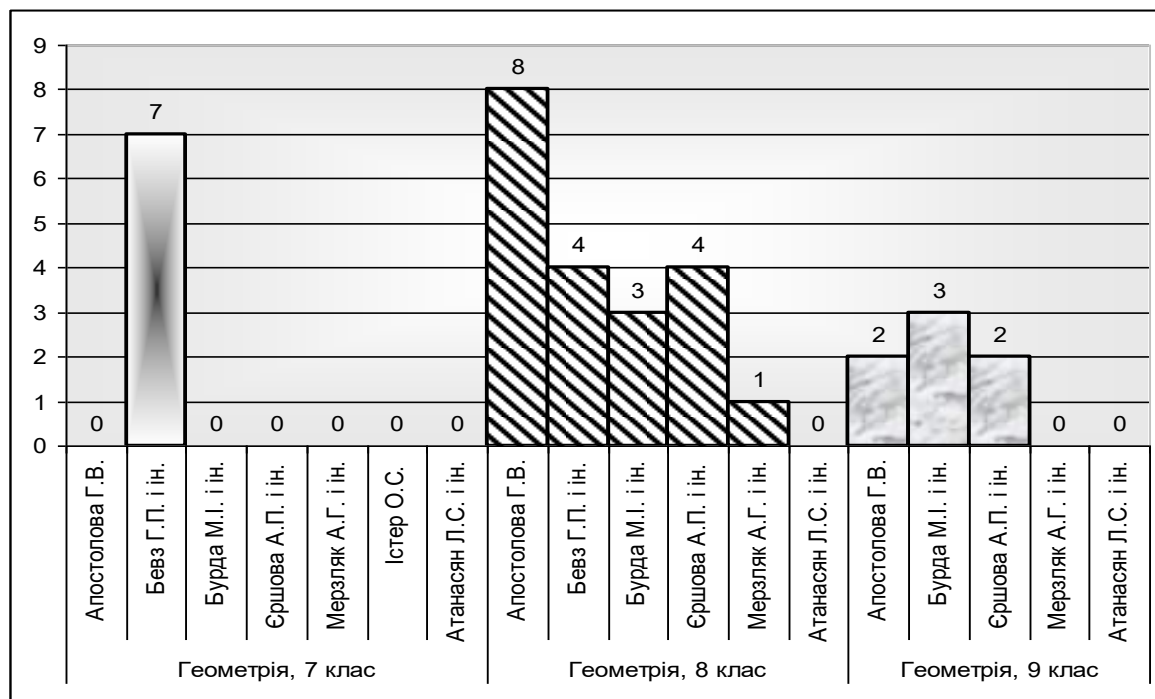


Рис. 1.2.8

4. *Портрети вчених.* У підручниках з математики 5 – 6 класів портрети практично відсутні. Їх кількість збільшується у підручниках алгебри і геометрії 7 – 9 класів різних груп авторів. Треба зазначити, що учні завжди з цікавістю розглядають портрети відомих вчених. У процесі навчання математики портрети можуть слугувати як елемент зацікавлення учнів предметом.

5. *Висловлювання вчених про математику та математиків.* Більшість людей вважає математику “сухою” наукою. Наявні у підручниках цитати із праць відомих вчених, висловлювання про математику і математиків допомагають вчителю показати естетичний потенціал науки, її красу, поетичність, оживити сприйняття матеріалу, наголосити на його значимості та практичному застосуванні. Наприклад, у підручнику [37] розділ “Вступ” починається з фрази “Математика – барометр цивілізації” (М.П. Єругін). Ця фраза показує проникнення математики у всі сфери

життя людини. З цієї фрази можна, наприклад, почати перший урок з алгебри у 8 класі і показати: розвиток математичної науки, яким чином винаходи математиків змінили життя людей, полегшили їх працю, допомогли перемогти у війнах, захистили від природних катастроф.

Наше дослідження вітчизняних підручників показало, що вони містять дуже малу кількість цитат і виловлювань про математику, а деякі взагалі їх не містять. З позитивної сторони можна відмітити підручники Г.В. Апостолової [14 – 16], які містять велику кількість цитат, у порівнянні з іншими підручниками, і групи авторів Бевз Г.П. і ін. [26 – 28], у підручниках яких кожен розділ починається з цитати про математику. Підручники російських і білоруських авторів цитат не містять.

Хочеться звернути увагу, ще на один позивний момент, що встановлений при аналізі підручників. У підручниках з геометрії 7, 8, 9 класів авторів А.П. Єршова та ін. [88 – 90] новим і відмінним від інших підручників є рубрика “Тематика повідомлень і рефератів”. Серед тем рефератів, що пропонують автори, є теми з історії математики [88 – 90, 293].

Історичні відомості широко використовуються у підручниках з математики і у країнах далекого зарубіжжя. Детальний контент-аналіз наявності матеріалу з історії науки у деяких підручниках Італії [308], Франції [307; 310], Австралії [309] розглянуто нами у статті [289]. Тут коротко зауважимо, що підручники різних закордонних країн містять фрагменти історії математики, які гарно ілюструються та супроводжуються цікавими відомостями з історії науки, а також у деяких випадках автори підручників показують практичне застосування винаходів у повсякденному житті. У жодному з підручників ми не знайшли висловлювань вчених про математику та математиків. Біографії вчених подаються дуже стисло із зазначенням дат народження та смерті вченого, де навчався та описують основні найвідоміші досягнення вчених. У кожному з розглянутих підручників портрети вчених наявні в дуже малій кількості (1 – 3 шт.). Зокрема, підручник [307] містить портрети таких вчених, як І. Ньютона, Г. Рімана, Л. Елера та Архімеда, підручник [308] – Г. Кантора, підручник [309] – Галілео, Б.Паскаля та

П. де Ферма, підручник [310] – С.Стевіна. З позитивної точки зору необхідно відмітити наявність у підручниках завдань, тестових вправ, запитань з історії науки, які допомагають учням більш свідомо опановувати цей матеріал. Взагалі історичні довідки дуже цікаві, виразні та підкріплені практичними вправами.

Аналізуючи періодичні видання, ми встановили, що в кожному номері журналу “Математика в школі” друкуються портрети відомих математиків минулих століть і сьогодення, ведеться рубрика “Математичний календар” (автори В.Г. Бевз, А. Сліпенко), у якій публікуються відомості про дні народження відомих вчених, їх біографію, вклад в науку. Аналогічна рубрика ведеться в журналі “Математика в школах України”, вона має назву “Між аксіом і теорем. Календар від Серенади Математиці” (О.О. Василенко). Журнал “Математика в школі” містить рубрики “Сторінки історії”, “Вітаємо ювіляра”, “Вшануймо пам’ять”, у яких автори Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, М. Шмигаєвський, М. Головка, В. Добровольський, О. Панішева, Д. Коваленко та ін. у своїх статтях висвітлюють біографії відомих вчених різних століть, розповідають про ювілярів сьогодення, про розвиток математики, про великі відкриття у цій галузі науки. У журналі “Математика в школі”, а також журналі “Математика в школах України”, газеті “Математика” вчителі математики друкують свої розробки уроків з використанням історичного матеріалу (у більшості випадків це відкриті уроки), сценарії математичних вечорів, математичних тижнів, окремі статті присвячені розв’язанню цікавих історичних задач. Отже, можна виділити таких авторів, що найчастіше друкують статті з історії математики: Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, О.О. Василенко, М. Головка, В. Добровольський, О. Панішева, А. Сліпенько, М. Шмигаєвський, Г.Б. Філіповський. Матеріал у статтях з історії математики носить епізодичний характер, він не пов’язується зі системним навчанням програмного матеріалу у школі.

Системного викладу матеріалу з історії математики не містять і сайти мережі Інтернет. На сайтах: www.math.ru, www.Lineyka.inf.ua, www.mathedu.ru та ін. є така інформація з історії математики: короткі біографічні відомості про вчених, матеріали про математику в різні епохи розвитку людства, цікаві задачі,

математичні софізми, презентації вчителів і учнів на історичні теми. У Інтернеті можна знайти авторські сайти вчителів математики (www.uchitmatematika.ucor.ru, ist-matemat.at.ua та ін.), сайти шкіл (www.sch924.edusite.ru та ін.), на яких є розробки уроків, які фрагментально містять елементи історії математики, математичних вечорів і тижнів (www.rcio.pngu.ru та ін.). Отже, вищезазначений матеріал потребує додаткової розробки, для його системного використання при навчанні математики учнів основної школи.

Таким чином, ми бачимо що проблеми розвитку пізнавального інтересу та використання елементів історії математики на уроках не є новими в науково-методичній, психолого-педагогічній літературі. Проте в контексті нашого дисертаційного дослідження ці проблеми не розглядалися. Подальші наші дослідження будуть спрямовані *по-перше* – на дослідження джерел збудження пізнавального інтересу, *по-друге* – на розробку методичних рекомендацій щодо *системного* використання на уроках елементів історії математики, з метою розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики.

1.3. Психолого-педагогічні особливості формування і розвитку пізнавального інтересу учнів різних вікових груп

З давніх часів категорія “інтерес” розглядалась як філософська, з середньовіччя і до 17 ст. – вона вважалась психологічною, а з 17 ст. її почали розглядати як педагогічну. У педагогічній літературі проблема розвитку пізнавального інтересу почала розглядатися відомим вченим, педагогом Я.А. Коменським, який зазначав, що вчитель повинен робити навчання цікавим, тобто інтересним, а інтерес представлявся у його розумінні як фактор, що спонукає, головним чином, процесу навчання. Інші вчені Ф. Фенелон і Ж.Ж. Руссо визнавали інтерес як основу самодіяльності дитини. Проте зазначені вчені не розглядали природу та сутність цього поняття. У 18 ст. І. Кант визначив, що сутність навчання виражається у тому, що інтерес є мотив, що спонукає до всіх наших дій, і що цей мотив – почуття.

Підручники з математики 18 ст. різних авторів, зокрема Л.Ф. Магницького, його учня Н.Г. Курганова, видатного академіка з Санкт-Петербургу Л. Ейлера, підручники для народних училищ, автором яких був М.Є. Головін характеризуються тим, що добір матеріалу у них мав практичну спрямованість, більшість задач були взяті з життя. Деякі автори включали у свої підручники роздуми про необхідність математики для людини, тобто намагалися зацікавити учнів матеріалом, що вивчався, що в свою чергу, сприяло розвитку пізнавального інтересу до вивчення дисципліни.

У першій половині 19 ст. німецький педагог, психолог і філософ І.Ф. Герbart зробив інтерес центральним поняттям своєї педагогіки та вважав, що навчання має ґрунтуватися на багатосторонності інтересів, яка спирається на досвід, який розуміється ним як ознайомлення з навколишніми предметами і стосунками з людьми. Основою інтересу вважав увагу (мимовільну та довільну). Серед умов, що сприяють збудженню у дітей інтересу до шкільних занять, виділяв систематичний, зв'язаний виклад матеріалу вчителем, причому виклад не повинен бути розтягнутим, одноманітним, надмірно спрощеним, так як знижує інтерес учнів і розсіює їх увагу. І.Ф. Герbart виділив різні ступені інтересу: враження, очікування, вимога, дія. Викладання у зв'язку з цим повинно: *показувати* (відноситься до ясності), *пов'язувати* (відноситься до асоціації), *повчати* (відноситься до системи), *філософсько обґрунтовувати* (відноситься до методу), *бути наочним* (відноситься до враження), *зв'язним* (відноситься до очікування), *таким, що підносить* (відноситься до вимоги), *таким, що захоплює дійсність* (відноситься до дії).

У першій половині 19 ст. проблему розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики розглядали такі видатні вчені, як великий геометр М.І. Лобачевський, автори методики навчання арифметики П.С. Гурьєв, Ф.І. Буссе та ін. Вище зазначені автори у своїх роботах намагалися впровадити ідею виховання інтересу до нових знань взагалі, поширити принцип наочності та вдосконалити методи навчання. А також педагоги висловлюють думки про необхідність зацікавлення учнів самим процесом оволодіння знаннями, розв'язуванням задач та виконанням вимірювань.

У 60-х роках 19 ст. з'являється достатньо велика кількість педагогічних праць присвячених розвитку пізнавального інтересу. Зокрема, це праці Н.А. Добролюбова, М.В. Остроградського, М.І. Пірогова, Д.І. Писарєва, Л.М. Толстого, К.Д. Ушинського, Н.Г. Чернишевського та інших. Вчені виступають за впровадження у навчальному процесі принципів наочності, доступності, врахування вікових особливостей учнів, послідовності і систематичності, а також у їх працях йшла мова про необхідність раціонального дозування змісту навчального матеріалу, розвиток свідомості й активності учнів з метою розвитку пізнавального інтересу школярів. Ці принципи не були відкриті вченими, вони з'явилися як результат педагогічного досвіду, а вчені їх описали. У контексті розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики найбільш вагомі були праці М.В. Остроградського. Він вважав питання зацікавленості учнів одним з головних у його педагогічній доктрині. Вчений з метою уникнення сухості та академізму у викладанні шкільної математики рекомендував на уроках приводити приклади з історії науки, знайомити учнів з біографіями видатних вчених.

Видатні вчені кінця 19 та 1-шої половини 20 ст. В.П. Єрмаков, В.П. Шереметьєвський, С.І. Шохор-Троцький, Є.С. Березанська та В.Г. Чигирін, автори підручників з методики викладання математики В.М. Брадїс, С.А. Гастева, Б.І. Крельштейн, С.Є. Ляпін та ін. велике значення приділяли вихованню інтересу до вивчення математики. Наприклад, С.І. Шохор-Троцький вважав, що інтерес до вивчення предмету залежить від педагогічної майстерності та натхнення вчителя. Отже, ми бачимо, що проблема розвитку пізнавального інтересу посідає одне з головних місць у педагогічних працях вчених протягом багатьох століть.

Для того, щоб розвивати в учнів стійкий інтерес ми повинні знати їх вікові особливості, а також структуру, етапи та шляхи розвитку інтересу. Висвітленню саме таких питань буде присвячено цей пункт. Зауважимо, що у п. 1.1 (див. стор. 13) ми розглянули психологічну природу та структуру інтересу, тому у п. 1.3 ми більш детально зупинимося на розгляді вікових особливостей учнів основної школи, етапах та шляхах розвитку в них пізнавального інтересу до вивчення математики.

Вік учнів основної школи у психологічній літературі [43, 67, 68, 81, 104, 229 та ін.] має назву підлітковий. Традиційно психологи підлітковий вік поділяють на дві фази: *негативну* – молодший підлітковий вік (11 – 13 років) та *позитивну* – старший підлітковий вік (13 – 15 років).

У підлітковому віці відбуваються координальні зміни організму дитини на шляху до біологічної зрілості. Ці зміни зумовлюються статевим дозріванням. Активізація діяльності гіпофізу спричиняє інтенсивний фізичний і фізіологічний розвиток. Значні цикли статевого розвитку в підлітковому віці пов'язані з функціями гіпоталамусу, який, відповідає за емоційну поведінку. А емоційні процеси є складовими психологічної природи інтересу (див. п. 1.1). Емоції виконують підкріплюючу функцію, тобто найбільш значимі події, що викликають емоційні реакції, швидше фіксуються у пам'яті [68, с.33]. Отже, ці фізіологічні особливості організму підлітка пояснюють необхідність створення на уроках позитивної емоційної атмосфери, що сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів, кращому сприйманню, розумінню та запам'ятовуванню матеріалу.

Вчені-психологи О.В. Скрипченко, Л.В. Долинська та ін. [51] встановили, що у підлітків основні структурні та функціональні зміни в головному мозку завершуються у 14 років. Для підлітків характерні перепади м'язового і судинного тонусів. Такі перепади викликають швидку зміну фізичних та емоційних станів. Емоційний фон у підлітковому віці характеризується нестабільністю. А отже, нестабільними є інтереси учнів. Розглянемо більш детально особливості розвитку компонентів психологічної природи інтересу у підлітків.

Сприймання. У підлітків сприймання йде по лінії наростання змісту і обсягу, становиться плановим, послідовним, всебічним. Вони здатні до більш складного аналізу і синтезу предметів і явищ, що сприймаються. У них спостерігається розвиток логічного сприйняття.

Досліджуючи питання сприймання психологи [51, 151, та ін.] встановили, що воно, так як і засвоєння нових відомостей, залежить від функціональних особливостей центральної нервової системи. Класичним у психологічній літературі

стало визначення за І.П. Павловим чотирьох типів центральної нервової системи, а отже, і чотирьох типів темпераментів (див. додаток 3, табл. 3.1, стор. 229).

Методично правильно побудований і організований процес навчання є джерелом збудження пізнавального інтересу учнів. Над цим питанням працюють не тільки методисти, але й психологи. Так, наприклад, результати дослідження Н.В. Басової [18], показують, що при застосуванні групових методів роботи, педагог повинен враховувати, що сангвініку простіше спілкуватися з холериком, а флегматику з холериком – складно. З холериком заняття краще вести в швидкому темпі, оперувати великими блоками, швидко переключатися з одного виду діяльності на інший. При цьому необхідно пам'ятати про систематичне повторення матеріалу. Учням з вираженими гальмівними процесами краще вводити матеріал повільно, ґрунтовно. У таких школярів одного разу засвоєний матеріал, не забувається і зберігається довго у пам'яті.

Існує інший підхід у поділі учнів за різними типами сприймання. Його описала психолог О.В. Скворчевська [224]. Згідно її теорії учні поділяються за домінуванням каналів сприймання інформації на: візуалів, аудіалів та кінестетиків. Характеристики цих груп див. додаток 3, табл. 3.2, стор.229.

Розглядаючи сприймання учнів на фізіологічному рівні вчені-психологи [97, 224 та ін.] поділили їх на лівопівкульних та правоїпкульних. Їх характеристики див. додаток 3, табл. 3.3 – 3.4, стор.229 – 230. Вчені-психологи М.М. Безруких, Н.В. Дубравинская, О.В. Скворчевська, Д.А.Фарбер та ін. у своїх дослідженнях [97, 224 та ін.] об'єднали два підходи до поділу учнів за типами сприймання (домінування каналів сприймання інформації та фізіологічних особливостей) і запропонували третій підхід у визначенні учнів за особливостями сприймання (див. додаток 3, табл. 3.4, стор. 230), а також запропонували рекомендації вчителям щодо роботи в класах з переважною більшістю учнів певного типу (див. додаток 3, табл. 3.4, стор. 230).

Ставлючи перед собою мету розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики ми будемо дотримуватися останнього підходу, оскільки, на нашу думку він у комплексі охоплює і поєднує різні типи

сприймання учнів за модульностями й функціональною асиметрією півкуль головного мозку. Врахування індивідуальних особливостей сприймання учнів допоможе вчителю підвищити ефективність навчання, сформувати і розвивати в учнів пізнавальний інтерес до вивчення предмету.

Іншим компонентом психологічної природи інтересу є **увага**. Вона не існує самостійно, а тільки у зв'язку з іншими психічними процесами, у певній діяльності [224, с.89]. А отже, увага підлітків залежить від протікання і розвитку інших психологічних процесів: інтелектуальних, емоційних, вольових. Вона характеризується концентрацією та стійкістю.

Стійкість уваги досягається оптимальним темпом діяльності, своєчасним переключенням з одного виду діяльності на інший. Періодичне (навіть короткочасне – 3 – 5 с) переключення з одного виду діяльності на інший дуже важливе для ефективної роботи. Психофізіологічною основою уваги є домінуючий осередок збудження в корі головного мозку. Після певного періоду активності нейронів у збудженій ділянці виникає позамежне гальмування і увага розсіюється. У молодших школярів період стійкості уваги триває декілька хвилин, у підлітків – близько 5 хв., у старшокласників – дещо більша [224, с.60].

Максимально стійка увага може зберігатися впродовж 10 – 15 хв., а короткочасні послаблення уваги не мають значення для діяльності, вони дають змогу зробити маленьку перерву в зосередженості (утримання уваги на одному об'єкті чи діяльності та абстрагування від усього іншого) і допомагають зберегти увагу протягом 45 хв. і більше [97]. Вчитель математики такі невеличкі перерви на уроках може заповнити екскурсами в історію математики, а саме показати у вигляді схеми і розповісти біографію вченого-математика чи цікаву історію з його життя або самим учням запропонувати підготувати коротенькі історичні довідки з показом слайдів (цей матеріал детально розглянуто у II розділі дисертації).

Стійкість уваги підвищують такі об'єкти, які можна сприймати з різних сторін. Так, наприклад, застосовуючи на уроках математики елементи історії науки, ми зможемо показати історичний бік, розглядуваного поняття і таким чином підсилити стійкість уваги учнів. Стійкість уваги підтримується

поступовим ускладненням об'єкта сприймання, мислення або почуттів. При цьому об'єкт сприймання повинен відповідати пізнавальним можливостям учня і мати для нього важливе значення. За таких умов школяр буде ставитись до об'єкта сприймання з інтересом і проявляти до нього пізнавальну активність, буде вести пошукову роботу в розв'язанні перцептивних та мисленнєвих завдань. Нестійкість уваги виникає в умовах непосильної, важкої, нецікавої та невмотивованої діяльності.

У працях психологів О.В. Скрипченко, Л.В. Долинської, В.С. Мухиної, З.В. Огороднійчук та ін. [97, 190 та ін.] зазначається, що *найпотужнішим спонукальним чинником уваги є пізнавальний інтерес*, інтерес до знань та учіння. Цей інтерес справляє вирішальний вплив на всю психічну діяльність. Саме він сприяє переростанню довільної уваги у післядовільну. У свою чергу, характеристичною властивістю післядовільної уваги є те, що функції волі замінює інтерес. Під його впливом збільшується вибірковість уваги. Підліток зосереджується лише на діяльності, яка має певну значущість для нього, яка викликає інтерес, навіть при відволікаючих зовнішніх обставинах. *Уважність* виступає *індикатором інтересів* та переваг підлітка.

Увага учнів активізується трьома видами подразників – новими, контрастними і вагомими. При цьому важливу роль у зосередженні уваги відіграє стиль викладання вчителя, його манери, мова та її емоційна насиченість.

Отже, раціональна організація навчальної діяльності учнів на уроці сприяє розвитку уваги, а, отже, і пізнавального інтересу. Вчитель у своїй роботі повинен враховувати особливості протікання психічних процесів у підлітків і усвідомлювати, що увага не підкорюється наказам. Важливу роль у зосередженні уваги відіграє рівень сформованості професійної культури вчителя.

Пам'ять. Опанувати знаннями означає перевести їх у довготривалу пам'ять, яка зберігає знання, на відмінну від короткотривалої та оперативної пам'яті, які обслуговують її. У довготривалій пам'яті зберігаються лише ті психічні утворення, які мають вагоме значення для учня.

Переходячи з класу в клас учні відчувають ускладнення матеріалу, що їм викладають. Цей процес оволодіння підлітками більш складного матеріалу впливає на розвиток мимовільної і довільної пам'яті. Як показує практика, більша частина підлітків здатна керувати своїм довільним запам'ятовуванням. Але у деяких учнів, особливо 5-го, 6-го класів спрацьовує механічне запам'ятовування (звичка заучувати все шляхом неодноразового повторення), що значно ускладнює процес розуміння матеріалу і знижує інтерес до його вивчення.

Пам'ять у підлітковому віці починає розвиватися у напрямку інтелектуалізації, збільшується швидкість і обсяг запам'ятовування матеріалу, що зберігається у пам'яті, покращується її продуктивність. У пам'яті підлітків встановлюються складні асоціації.

Для того, щоб розвивати пізнавальний інтерес учнів, необхідно при виборі форм і засобів роботи враховувати, що процес запам'ятовування ними навчального матеріалу залежить від того, яка півкуля головного мозку у них є домінантною – ліва чи права. Дослідження А.А. Радугіна [225] показали, що підлітки з лівопівкульною домінантою краще запам'ятовують схеми, логіку доведень, терміни і т.ін., тобто у них спрацьовують механізми семантичної пам'яті, а з правопівкульною домінантою – краще запам'ятовують послідовності дій, орієнтировку і т.ін., тобто спрацьовують механізми зорової і рухової пам'яті. Тому вчитель на уроках повинен використовувати різноманітні методичні засоби, які допоможуть лівопівкульним і правопівкульним учням краще сприймати і запам'ятовувати матеріал.

Оскільки пам'ять є одним із компонентів психологічної природи інтересу і її становлення відбувається саме у підлітковому віці, тому вчителі повинні відшуковувати такі форми і засоби роботи, які будуть сприяти її розвитку. Дослідження відомого психолога Г. Лозанова [82] показують, що не зважаючи на загальні закономірності та індивідуальні особливості пам'яті, у кожного звичайного учня можна викликати гіпермнезію – підвищену здатність до запам'ятовування. І як один із методів, яким це можна досягнути вчений пропонує багаторазове свідоме повторення.

Існують і інші методи успішного запам'ятовування навчального матеріалу, які на нашу думку, є найбільш цікавими для учнів. До них відносять: усвідомлення і осмислення змісту і суті матеріалу, його значущості та необхідності вивчення, емоційність викладу, використання мнемотехнічних прийомів: римування слів, складання акронімів, система ключових слів, метод “локі” (уявляємо певне місце, куди поміщаємо певний образ), включення матеріалу до діяльності та ін. Психологи П. Зінченко та О. Смирнов [82] пропонують для кращого запам'ятовування навчального матеріалу здійснювати якомога глибший та всебічний його перцептивний та семантичний аналіз.

Реалізації цих методів запам'ятовування на уроках математики сприяє використання історизмів. Так, наприклад, на етапі вивчення нової теми – “Одиниці вимірювання довжини, площі” у 5 класі – відомості з історії науки допомагають школярам зрозуміти необхідність введення єдиної метричної системи мір. Історичні задачі показують практичне застосування математичних знань. Історичні довідки сприяють утворенню певних асоціацій у учнів.

Мислення. У підлітковому віці мислення стає менш предметним і наочним, переходить до більш абстрактного та формального (про думки) мислення та набуває дискурсивного (розмірковуючого), рефлексивного характеру. З'являється логічна система, на основі якої пов'язуються факти з життя, що дозволяє підлітку аналізувати, узагальнювати та конкретизувати ситуації, події, явища незалежно від реальних обставин. Підліток оволодіває здатністю будувати гіпотези, робити висновки та у разі необхідності експериментально перевіряти їх.

На фоні інтелектуального розвитку з'являється здатність до самоаналізу. Самостійність мислення проявляється в незалежності вибору способу поведінки, схильності до експериментування. Досвід показує, що в учнів викликає інтерес викладання тих вчителів, які поважають їх думки, дозволяють їх вільно висловлювати та не нав'язують їм свої. На уроках математики історичні факти спонукають школярів до роздумів, дискусії.

Воля. Дослідження А.Д. Алферова [12] показали, що в учнів підліткового віку з'являється нова якість, а саме самостійність у постановці складних цілей та

можливість підпорядковувати їм свої дії та поведінку. Це пов'язано з новою фазою у розвитку волі підлітка. З переходом із класу в клас розширюється кругозір учнів, їх пізнавальні інтереси, відбувається розвиток мотивації досягнення успіху та уникнення невдач, з'являється можливість з власної ініціативи підбирати захоплення та прагнення цілеспрямовано займатися самовихованням. Все це сприяє розвитку таких вольових якостей як ініціативність, рішучість, витримка, самоконтроль.

Учні основної школи не обмежуються матеріалом, що почули на уроці. Вони прагнуть до самовдосконалення, а тому вони поглиблюють свої знання, знаходячи нову інформацію в Інтернеті, журналах, газетах, книжках, дехто захоплюється винахідництвом, інші спортом. У цьому віці учні вибирають собі кумира та прагнуть наслідувати йому. Уроки математики не є виключенням. Так, наприклад, емоційна і цікава розповідь вчителя біографії вченого-математика, може стати для учня прикладом для наслідування і виступати як один із шляхів розвитку інтересу до вивчення науки. Цікаві біографічні відомості про вчених ми показали у II розділі дисертації (наприклад, Фалес, Архімед, Б. Паскаль та ін.)

Таким чином, ми бачимо, що в підлітковому віці бурхливого розвитку набувають всі компоненти психологічної природи інтересу. Відповідно до цього у підлітків починають формуватись і розвиватись інтереси, зокрема, пізнавальний інтерес до вивчення математики.

Розглянемо питання вікових особливостей розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи. Дослідження відомого психолога Є.П. Ільїна [112] онтогенетичного розвитку інтересів показують, що підлітковий вік характеризується нестійкістю і різноплановістю інтересів. Підлітки прагнуть до всього нового. Психологи називають це сенсорною жагою – потреба в одержанні нових відчуттів. З одного боку це позитивно впливає на всебічний розвиток дитини, на її ерудованість, з іншого – сприяє швидкому переключенню з одного виду навчальної діяльності на інший, що призводить до поверхневого сприйняття матеріалу. Психолог Д.І. Фельдштейн [258] дослідив і виявив *стадії розвитку інтересів* школярів-підлітків, відповідно до їх віку:

1 стадія (учні 10 – 11 років) – характеризується розгалуженістю інтересів, бажанням все спробувати, у всьому прийняти участь, тому більшість учнів цього віку є членами 3-х і більше гуртків, секцій і т.д. (відвідують – несистематичне).

2 стадія (учні 12 – 13 років) – інтереси дітей стабілізуються. У трьох і більше гуртках займаються половина учнів.

3 стадія (учні 14 – 15 років) – три гуртки вибирають менше третини школярів, а більше половини віддають переваги тільки 1 – 2 гурткам.

Таким чином, дослідження Д.І. Фельдштейна [258] показують, що протягом навчання в основній школі формуються і розвиваються інтереси учнів.

Як ми зазначали вище, зміни в інтересах учнів підліткового віку пов'язані з фізіологічними змінами, що відбуваються у них. А відповідно, відбуваються зміни і в ставленні учнів до школи, сім'ї та однолітків. Дослідження психологів Є.П. Ільїна, В.П. Кутішенко [112, 151] показали, що серед мотивів позитивного ставлення до школи на перше місце стає мотив спілкування з однолітками, а потім якість викладання предмету, прихильність до своєї школи. Психолог Л.С. Вигодський [54] зазначав, що зміна пріоритетності мотивів істотно змінює сферу інтересів дитини. Він виділяє дві фази в розвитку інтересів:

1 фаза – *фаза нових захоплень* – триває біля двох років. У цій фазі відбувається зміна інтересів, тобто зникають старі і з'являються нові. У цей період також може спостерігатись загальне зниження, а іноді повна відсутність інтересів. Л. Толстой назвав цей період “пустыней отрочества”.

2 фаза – *фаза інтересів* – спочатку характеризується багатоманітністю інтересів. Згодом інтереси поступово диференціюються і найбільш стійкі інтереси утворюють ядро інтересів учня.

Учні 7 – 9 класів характеризуються більшою стійкістю цілей, достатньо розвиненим почуттям обов'язку, відповідальності. Інтереси вже не є ситуативні, а виникають поступово по мірі накопичення знань. Звідси – стійкість ряду мотивів, що базуються на інтересах і що поставлені самими учнями як цілі. У підлітків інтерес до чого-небудь часто набуває характеру захоплення. Захоплення підлітка – сильні і часто змінюють одне одного, вони не завжди пов'язані з навчальною діяльністю.

У підлітковому віці учіння є видом діяльності з інтимно-особистісним спілкуванням, яке виступає важливою, провідною діяльністю. На думку психологів Л.В. Долинської, І.А. Зимньої, В.І. Лозової, О.В. Скрипченко та ін. [51, 97, 158 та ін.] у процесі цієї діяльності у підлітків набувають стійкості пізнавальні мотиви. Школярі виявляють більший інтерес до закономірностей, ніж до фактів. Психологи О.І. Власова, М.М. Заброцький, В.П. Кутішенко та ін. [55, 96, 151 та ін.] у своїх дослідженнях підкреслюють, що підлітковий вік дуже сприятливий для розвитку широких пізнавальних інтересів. У цьому віці продовжують розвиватися мотиви самоосвіти, за рахунок читання нових джерел (наприклад, літератури з історії математики), засвоєння нової інформації – додаткової до основної шкільної програми. Широта пізнавальних інтересів та мотивів самоосвіти міцнішають у зв'язку з мотивом бути дорослими та самостійними.

Якщо при навчанні предмету, зокрема математики, не враховувати соціальні мотиви, то в учнів знижується інтерес до навчання. Психологи Л.В. Долинська, О.В. Скрипченко та ін. [55] підлітковий вік охарактеризували зміною соціальних мотивів учіння. Ці мотиви підсилюються, якщо вчитель демонструє учням можливість використання навчального матеріалу в майбутній професійній діяльності або для самовдосконалення. У школярів основної школи з'являється інтерес до групової роботи та самостійних форм занять як можливості для самовираження та самоствердження. Якщо методично правильно на уроках застосовувати групові та самостійні форми роботи, то в учнів розвивається здатність до співробітництва, у протилежному випадку – знижується інтерес до навчання. З боку вчителя їм імпонує лише його підтримка чи допомога.

При розгляді питання розвитку пізнавального інтересу учнів дуже важливо знати які саме стадії проходить пізнавальний інтерес і коли ми можемо сказати, що він сформувався і досяг найвищої стадії свого розвитку. У психології існують різні підходи до визначення основних етапів розвитку інтересу (див. рис. 1.3.1). Розглянувши деякі підходи ми прийшли до такого висновку.

На *першому етапі* виникнення інтерес характеризується емоційно-вибірковою спрямованістю і не є стійким. На цьому етапі інтерес залежить від

характеристик об'єкта, що сприймається (новизна, контрастність), тобто є орієнтувальним рефлексом і забезпечується механізмом мимовільної уваги. У учнів виникає потреба в нових враженнях. На цій стадії учень з цікавістю слухає розповідь учителя, спостерігає за його діяльністю, але не проявляє при цьому ніяких активних дій. Цей вид інтересу характерний для учнів молодшого підліткового віку. За умов проблемно-розвиваючого навчання він переходить на іншу стадію розвитку.

На *другій стадії* розвитку пізнавальний інтерес стає більш концентрованим, стійким утворенням, яке спонукає учня до пізнання. Ця стадія характеризується прагненням учнів дізнатися більше інформації про об'єкт чи діяльність, проникнути у сутність явищ, процесів, тим самим відбувається процес всебічного розвитку особистості.

Третій етап характеризується стійкістю пізнавального інтересу учнів, їх пізнавальною активністю та самостійністю. Учні, пізнавальний інтерес яких знаходиться на цій стадії розвитку, наполегливо самостійно опрацьовують новий і додатковий матеріал, розв'язують складні задачі, пропонують власні методи розв'язання. Як результат – мають досить високі досягнення у навчанні, оскільки вони намагаються проникнути у сутність явищ, розкрити їх зміст, характерні властивості і т.ін.

На другому та третьому етапах розвитку інтерес має вибіркового характеру, що залежить від індивідуального досвіду дитини та рівня розвитку довільної уваги. На цих етапах виникає пізнавальна потреба у знаннях про предмет, явище. За таких умов відбувається перехід від споживання до інформаційного добування.

Четвертий – найвищий рівень характеризується вивченням і розробкою складних теоретичних питань науки і застосуванням їх на практиці. На цьому етапі пізнавальний інтерес з фізіологічної точки зору набуває характер динамічного стереотипу. Він характерний для учнів старших класів, у яких склалася певна система знань і які можуть вдосконалювати їх, опановуючи складні наукові питання. Учні, у яких розвиток інтересу набув найвищого рівня, у майбутньому можуть стати перспективними науковцями. На рис. 1.3.1 представлено узагальнення підходів щодо визначення етапів розвитку інтересу.



Рис. 1.3.1

Всі вище зазначені етапи розвитку пізнавального інтересу неможна розглядати ізольовано один від одного. Пізнавальний інтерес учнів поступово проходить вищезначені стадії розвитку. У залежності від рівня сформованості внутрішньої мотивації пізнавальний інтерес учнів до вивчення предмету досягає одного з рівнів свого розвитку. Звичайно, що на практиці не можливо досягти, щоб у всіх учнів класу при вивченні математики пізнавальний інтерес досяг найвищої своєї стадії розвитку – стійкого теоретичного інтересу. Проте реально можливо зацікавлювати школярів вивченням математики та сприяти розвитку їх пізнавального інтересу. Для реалізації цієї мети вчитель може застосовувати різноманітні засоби, зокрема, використання у навчальному процесі фрагментів історії науки. Саме цю проблему ми будемо досліджувати у своєму дисертаційному дослідженні.

Говорячи про індивідуальні особливості розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики необхідно враховувати і той факт, що на різних етапах розвитку інтересу кожний компонент його психологічної природи, у залежності від віку школяра, може проявлятися по-різному. Так, в учнів 5 – 6 класів домінує емоційний компонент, а у 7 – 9 класів – пізнавальний.

Дослідження Т.В. Драгунова, Д.Б. Ельконіна пізнавального інтересу підлітків, що описані Г.І. Щукіною [299], показали, що за інтересами підлітків можна поділити на *теоретиків*, які прагнуть проникнути у суть явищ, познати причини, закономірності та *емпіриків*, які сприймають краще матеріал, який пов'язаний з життям і носить прикладний характер.

І.А. Зимня [104] зазначає, що *необхідною умовою* для формування в учнів *інтересу* до змісту навчання і до самої навчальної діяльності – є можливість проявити у навчанні розумову самостійність і ініціативність. Чим різноманітніші методи навчання, тим легше зацікавити учнів. Навчальний матеріал і прийоми навчальної роботи повинні бути достатньо (але в міру) різноманітними. Різноманітність забезпечує не тільки ознайомлення учнів з різними об'єктами в ході навчання, але і тим, що в одному і тому ж об'єкті можна відкривати нові сторони.

І.А. Зимня [104] виділяє *основні засоби* виховання стійкого інтересу до учіння:

- 1) використання таких запитань і завдань, розв'язання яких потребує від учнів активної пошукової діяльності;
- 2) створення проблемної ситуації;
- 3) переборювання учнями труднощів, за допомогою наявних в них знань.

Зіткнувшись з труднощами, вони переконуються в необхідності одержання нових знань або застосування наявних знань в новій ситуації. Цікава лише та робота, яка потребує постійного напруження. На думку автора І.А. Зимньої [104] легкий матеріал не викликає в учнів інтересу, оскільки не вимагає від них певного напруження. Але з цим можна не погодитись, іноді розв'язання легкої задачі є поштовхом у учнів до розв'язування більш складних задач. Таке поступове подолання труднощів (перехід від розв'язування легких прикладів і задач до складних) у навчальній діяльності – одна з головних умов виникнення інтересу до неї. Але треба зазначити, що не всякі труднощі викликають інтерес до навчання. Для того, щоб переборювання труднощів викликало інтерес до навчання, вони повинні бути: посильними та переборювальними. Інакше можна просто відбити в учня інтерес до вивчення певної дисципліни.

Практикуючому вчителеві дуже важливо впевнитись у тому, що він дійсно викликав інтерес до певного уроку, до предмету який викладає. Тому йому необхідно знати ознаки (критерії) наявності в учнів пізнавального інтересу. Відомий педагог Н.Г. Морозова у своєму дослідженні визначила такі групи ознак, що характеризують наявність пізнавального інтересу в учнів [188].

1 група – *особливості поведінки і діяльності учнів на уроці* – характеризують активне включення у навчальну діяльність, жадібне сприйняття пізнавального матеріалу, сильна зосередженість на матеріалі, що зацікавив, відсутність відволікань, перевага мимовільної уваги, виникнення запитань у процесі навчальної діяльності, небажання припиняти заняття.

Важливим *критерієм* пізнавального інтересу є *поява запитань* у процесі навчальної діяльності. Не обов'язково такі запитання задаються вголос. У різних вікових групах і на різних рівнях розвитку цей критерій проявляється по-різному. Так, допитливий дошкільник, молодший школяр засипає запитаннями рідних і вчителів; сучасний підліток частіше за все ставить запитання і шукає відповіді у всесвітній мережі Інтернет та рідше у книжках; дорослий (особливо вчений, дослідник) задає питання самому собі, ставить перед собою наукову проблему і досліджує її експериментально або теоретично. Зміст запитань школярів визначає рівень розвитку їх пізнавального інтересу.

2 група – *особливості поведінки і діяльності учнів в позаурочний час*. Учні, у яких виник інтерес на уроці, обов'язково підйдуть з додатковими запитаннями до вчителя, або почнуть обговорювати їх між собою. Такі учні із задоволенням виконують завдання призначені для самостійної роботи, виступають на уроках з повідомленнями, самостійно опрацьовують додаткову літературу.

3 група – *особливості всього образу життя учня, які виникають під впливом інтересу до певної діяльності*. На особливості образу життя учня, які виникають під впливом інтересу до певної діяльності вкажуть вчителю власні спостереження вчителя за учнем на уроці, спілкування з ним в позаурочний час, спілкування з його батьками. Таким чином, вчитель зможе зробити для себе висновки про те, що або хто впливає на розвиток інтересів учня.

Необхідно зазначити, що ні один з перерахованих критеріїв, взятих окремо, не є достатнім. Тільки у сукупності можна робити висновки про ступінь розвитку пізнавального інтересу.

Отже, підлітковий вік є одним з найважливіших періодів у формуванні і розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики. Збудження інтересу не означає, що він одразу стане стійким. Пізнавальний інтерес, потребує постійної підтримки та розвитку. А тому, виникає запитання про джерела збудження та шляхи його розвитку. Пошуку відповіді на це запитання присвячено наступний параграф нашого дисертаційного дослідження.

1.4. Методичні засади розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики

Шкільний курс математики основної школи різноманітний за своєю структурою та змістом. Він включає математику (5 – 6 класи), алгебру та геометрію (7 – 9 класи). Кожен з цих розділів містить теоретичний та практичний матеріал, який стосується обчислень, вимірювань, побудов, перетворень, доведень, досліджень тощо. Отримані знання учні використовують не тільки на уроках математики, а й на інших уроках, у повсякденному житті. Математичні знання також знадобляться тим школярам, хто продовжить здобувати освіту у коледжах, технікумах та вищих навчальних закладах. Разом з тим, статистичні дані вказують на те, що відбувається суттєве зниження якості математичної освіти, погіршується ставлення учнів до навчання, втрачається інтерес до предмету. Цьому сприяють багато факторів: економічні, соціальні, психологічні та інші. У сучасному комп'ютеризованому світі увагу учнів більше привертає освоєння віртуального комп'ютерного простору, ніж здобуття конкретних знань та умінь. Тому сучасне життя вимагає докорінних змін в організації процесу навчання математики.

Одним із способів привернення уваги учнів до навчання математики є збудження пізнавального інтересу до предмету. Робити це можна по-різному. Схарактеризовані у попередніх параграфах нашого дисертаційного дослідження способи стимулювання пізнавального інтересу на уроках математики ми

деталізували та представили у додатку Е, стор. 224. До них відносимо використання у навчальному процесі:

- *дидактичних ігор* (імітаційних, рольових, ситуаційних, ігор-змагань, естафет, математичних турнірів, лото, доміно, конструювання тощо);
- *зв'язків математики* (з іншими науками, природою, технікою, космосом, виробництвом, мистецтвом тощо);
- *елементів історії науки* (історичних задач, біографій і портретів вчених-математиків, історичних довідок, софізмів, відомостей про історію розвитку математичної мови тощо);
- *цікавого матеріалу* (проблемних ситуацій, задач з несподіваною відповіддю, задач-жартів, задач у віршах, задач з цікавим змістом, завдань на увагу).

У багатьох дослідженнях [39, 95, 266 і ін.] зазначається, що на сучасному етапі найбільш поширеним засобом розвитку пізнавального інтересу на уроках математики є використання комп'ютерних технологій. Погоджуємося з таким підходом, але лише в тому розумінні, що за допомогою комп'ютерних технологій визначені вище способи стимулювання можуть мати сильніший вплив на формування та розвиток пізнавального інтересу учнів. Самі по собі комп'ютер, мультимедійна дошка і проектор, як і демонстрація слайд-шоу чи фільмів, не є новими чи цікавими для сучасних учнів. Школярі швидко звикають до використання НІТН на уроці, а тому безконтрольне і недоцільне використання комп'ютерної техніки на уроках може навіть послабити інтерес до вивчення предмету.

На основі проведеного у перших параграфах дисертаційного дослідження аналізу праць психологів, педагогів і методистів [11, 44, 67, 105, 112, 126, 149, 188, 190, 298 та ін.], власного досвіду, теоретичних та практичних розробок і педагогічного досвіду вчителів-практиків, нами розроблено *систему джерел збудження пізнавального інтересу учнів до вивчення математики* та побудовано її схематичну модель (рис. 1.4.1).

Система містить 4 взаємопов'язані компоненти:

- | | |
|----------------------------------|-------------------------|
| 1) зміст навчального матеріалу; | 3) особистість вчителя; |
| 2) організація процесу навчання; | 4) особистість учня. |

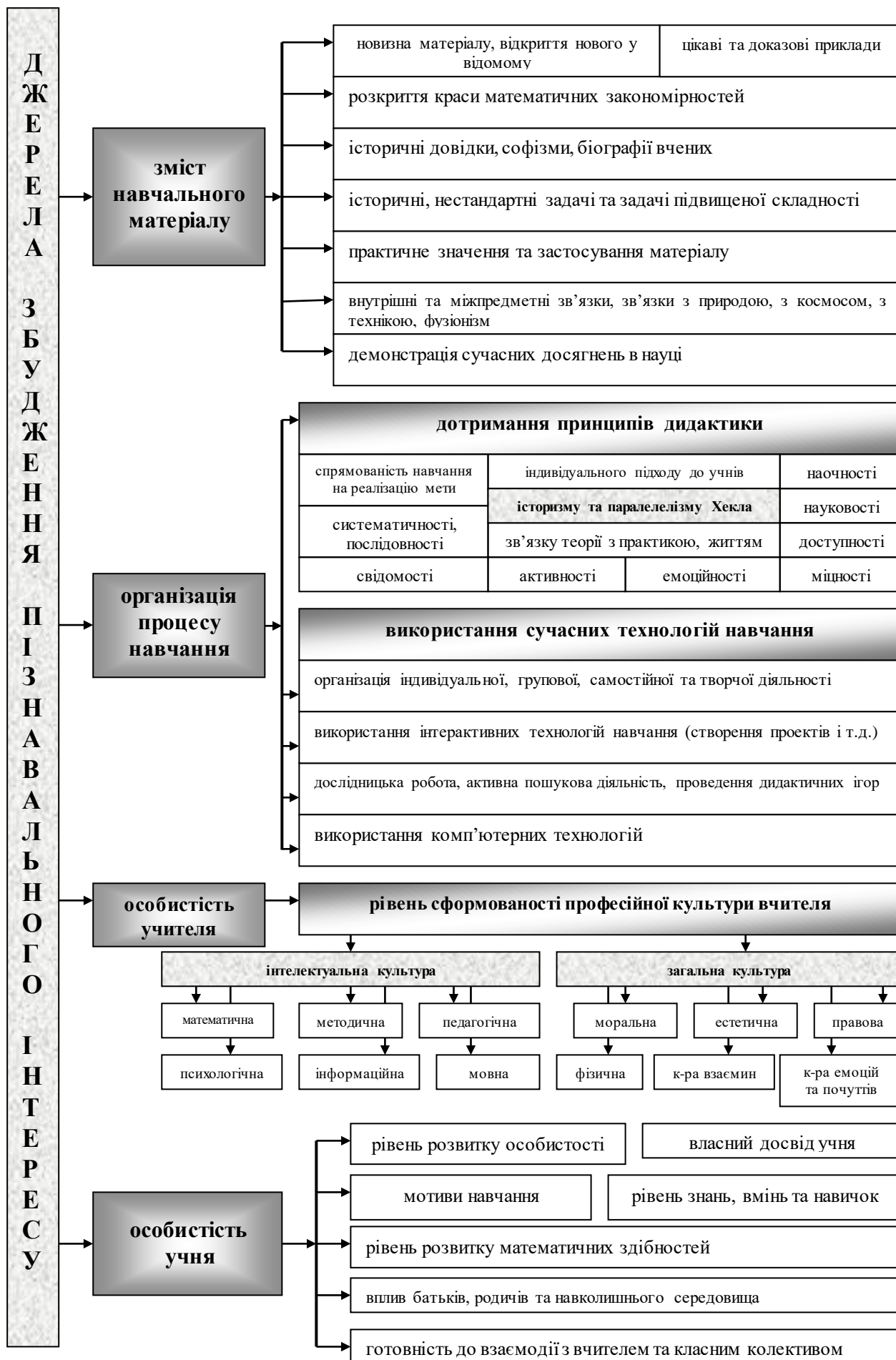


Рис. 1.4.1

Кожне з визначених джерел є акумулятором різноманітних ідей, засобів, способів, прийомів, форм і видів діяльності вчителя і учня, які самі по собі та у єдності своїй створюють вплив на формування, розвиток і збудження пізнавального інтересу учнів до вивчення математики. Проаналізуємо детальніше кожен із компонентів системи.

Зміст навчального матеріалу. З нього школярі черпають нову, невідому для них інформацію, яка при вдалому її поданні викликає почуття новизни і здивування: наскільки багатий наш світ та як багато всього ще треба пізнати. Набуті знання допомагають учню по-новому сприймати навчальний матеріал, розглядати його під новим кутом зору, пережити почуття задоволення та успіху за власні досягнення.

Зміст навчання буде важливим стимулом для збудження пізнавального інтересу, якщо включатиме: відкриття нового у відомому, цікаві, доказові приклади, розкриття краси математичних закономірностей, історичні довідки, софізми, біографії вчених, історичні, нестандартні задачі та задачі підвищеної складності, практичне значення та застосування матеріалу, внутрішні та міжпредметні зв'язки, зв'язки з природою, з космосом, з технікою, фузіонізм, демонстрацію сучасних досягнень в науці тощо. За цих умов уроки суттєво урізноманітнюються та стають цікавішими.

Про важливість змісту предмету “Математика” для формування і розвитку пізнавального інтересу учнів зазначалося у дослідженнях, що були здійснені Г.Л. Луканкіним, А.В. Кухар, М.І. Шубуніним та ін. У контексті теми нашого дисертаційного дослідження розглянемо більш детально змістове наповнення програмного матеріалу фрагментами історії науки. Цей процес ускладнюється тим, що історія математики не є програмним матеріалом.

Вперше про включення історизмів у навчальний процес заговорили у 1900 р. на Міжнародному конгресі з історії наук у Парижі, потім це ж питання обговорювалося на Всеросійських з'їздах вчителів математики у 1911 та 1913 рр. Наприклад, відомий вчений-історик, математик В.В. Бобинін у своєму докладі говорячи про необхідність введення історизмів при навчанні математики під час

обґрунтування цього питання покладался на такі цілі: для більш ясного розуміння того чи іншого математичного положення, для виховання етичних якостей, для підвищення загального рівня математичної підготовки учнів. Виступи В.В. Бобиніна здійснили великий резонанс серед колег-педагогів, проте його ідеї у практику дореволюційних шкіл не проникли. Лише у кінці 20-х – на початку 30-х рр. проблема включення історичного матеріалу у шкільний курс математики починає обговорюватися на засіданнях математичних гуртків, семінарах та на сторінках книжок та журналів з методики математики.

У середині 20 ст. з'являються всім нам відомі нариси, хрестоматії з історії математики, які призначені для вчителів та учнів різних вікових груп, авторами яких є: В.В. Болгарський [42], А.І. Бородін [111], В.Г. Глейзер [61 – 63], Н.Я. Віленкін [72], І.Я. Депман [72 – 74], К.А. Малигін [162], А.І. Маркушевич [117], Д.Я. Стройк [244], В.Д. Чистяков [267 – 269], А.П. Юшкевич [117] та ін. Кінець 20 ст. ознаменувався новими іменами та працями вчених з цього питання, такими як: Г.П. Бевз [26 – 32], В.Г. Бевз [20 – 24], О.О. Василенко [50], Л.М. Вівальнюк [52], А.В. Дорофєєва [78], М.Я. Ігнатенко [52, 107 – 108], К.А. Рибніков та ін. На етапі сьогодення серед педагогів сформувалася думка про необхідність та доцільність використання елементів історії науки на уроках математики, з метою розвитку пізнавального інтересу учнів до її вивчення. Це ж положення прописано і у нині діючій програмі з математики [216]. Але у наш час інформаційного буму виникають інші питання: відбору змісту історичного матеріалу, форми подачі, методичних рекомендацій щодо його використання.

Зміст основного навчального матеріалу з математики визначається програмою та діючими підручниками, але при цьому вчитель повинен збагачувати цей матеріал відомостями з історії науки, організовувати розв'язування нестандартних задач, показувати застосування математичних знань в інших науках, у повсякденному житті, повертати учнів до раніше вивченого матеріалу і розкривати перед ними нові невідомі його сторони.

Підручники та програму з математики вчитель одержує у готовому вигляді. Наш контент-аналіз сучасних підручників (див. п. 1.2) показав, що всі вони

наповнені стислими відомостями з історії науки. Проте власний педагогічний досвід та наше анкетування вчителів математики різних регіонів України, Білорусії, Росії, Болгарії та інших країн показали, що обсяг матеріалу з історії науки у нині діючих підручниках є недостатнім для системного використання його на уроках. Добір цього матеріалу та його методично-правильне використання – це одна з методичних проблем, яка потребує подальшої розробки. Складність цієї проблеми полягає головним чином і в тому, що вивчення історії математики не передбачається шкільною програмою, але рекомендується для використання з метою розвитку пізнавального інтересу учнів, а також гуманізації та гуманітаризації процесу навчання, розвитку всебічно розвиненої особистості.

Опрацювавши психолого-педагогічну та методичну літературу, дослідивши передовий досвід вчителів, врахувавши власний досвід, ми виокремили ряд проблем щодо використання історичного матеріалу на уроках математики та у позаурочний час:

1) у Програмі з математики рекомендується використовувати на уроках та у позакласній роботі елементи історії математики з метою розвитку пізнавального інтересу учнів, проте зменшення кількості годин на вивчення предмету зменшило можливість впровадження у навчальний процес принципу історизму;

2) автори підручників обмежені вимогами до їх написання і не можуть виходити за рамки встановлених норм щодо висвітлення історії математики;

3) методичні проблеми використання матеріалу з історії математики у навчальному процесі з метою розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи:

- відбір матеріалу: зміст, об'єм, тривалість його подачі;
- визначення цілей його використання;
- розташування фрагментів історії науки у навчальному процесі – на якому етапі уроку або вивчення теми його використовувати;
- форми його включення у навчальний процес;
- засоби подачі історизмів;
- способи організації навчально-пізнавальної діяльності при роботі з ним;

4) у різних підручниках містяться різний за змістом та обсягом матеріал з історії математики, а тому вчителі і учні поставлені в неоднакові умови. Таким

чином, виникає проблема створення єдиного посібника з історії науки, яким би користувалися вчителі та учні незалежно від того, за яким підручником вони навчаються.

Оскільки історичний матеріал не передбачений програмою, то більшість вчителів не вважають за потрібне витратити на нього час на уроці. Практика показує, що саме історичні екскурси збагачують зміст предмету, урізноманітнюють його, створюють позитивну емоційну атмосферу на уроках. Все це позитивно впливає на розвиток пізнавального інтересу учнів до вивчення дисципліни і виправдовує затрати часу. Використання цього матеріалу потребує від вчителя певної ерудованості, обізнаності, витрат часу на його відбір, на створення цікавої презентації, на обміркування методичних питань з його використання. Ці проблеми зумовлюють напрямок нашої подальшої діяльності.

Проаналізувавши такі нормативно-правові документи математичної освіти, як Національна доктрина розвитку освіти України в XXI столітті [194], Закон України “Про освіту” [100] та “Про загальну середню освіту” [99], Державну національну програму “Освіта (Україна XXI століття)” [75], Концепцію загальної середньої освіти (12-річна школа) [134], Концепцію математичної освіти 12-річної школи (проект) [136], Програму для загальноосвітніх навчальних закладів (Математика 5 – 12 класи) [216], а також враховуючи передовий досвід вітчизняних та зарубіжних вчителів, власний педагогічний досвід ми прийшли до таких висновків щодо включення історизмів у навчальний процес:

1. При використанні історичного матеріалу на уроках математики та в позаурочний час в основній школі ми будемо спиратися на джерела збудження пізнавального інтересу, а саме: зміст навчального матеріалу, організацію процесу навчання, особистість вчителя, особистість учня.

2. Використання історії науки на уроках математики сприяє забезпеченню найважливіших цілей навчання, а саме:

- 1) розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики;
- 2) позитивному впливу на рівень знань з математики та механізми його засвоєння, запам’ятовування;

3) формуванню діалектико-матеріалістичного світосприймання, наукового та теоретичного мислення, емоційно-мотиваційної сфери,

4) вихованню системи цінностей;

5) розвитку всебічно розвиненої особистості.

Вчитель на уроці зможе за допомогою історії науки розвивати у учнів науково-теоретичне мислення, підвищувати рівень знань з математики, позитивно впливати на емоційно-вольову сферу школярів, виховувати систему цінностей у них. А це, у свою чергу, позитивно впливає на розвиток пізнавального інтересу учнів.

3. Повідомлення з історії математики, які використовують на уроках, за умов браку навчального часу, повинні бути: *стислими, доступними, достовірними; переконливими, емоційними, виразними*. Історико-математичний матеріал, що використовується на уроках також повинен тісно та лаконічно переплітатися з темою уроку, відповідати програмі, показувати зв'язок математики з життям, з іншими науками, сприяти глибокому, осмисленому сприйманню матеріалу та його засвоєнню, формувати необхідні вміння та навички, розвивати інтелект учнів, їх спостережливість, уяву, пам'ять, мислення, кмітливість, винахідливість, волю, розширювати кругозір школярів, впливати на всебічний розвиток особистості, зацікавлювати учнів та сприяти розвитку їх пізнавального інтересу до вивчення математики, а також виховувати їх працелюбність, наполегливість, дисциплінованість.

4. Для того, щоб матеріал з історії математики викликав пізнавальний інтерес учнів, необхідно подавати його у цікавій для них формі. Ми пропонуємо у процесі навчання математики учнів основної школи використовувати такі *форми включення* історико-математичного матеріалу (див. рис.1.4.2):

✓ *на уроках:*

1) бесіди на історико-математичну тематику, тривалістю від 2 до 10 хв.;

повідомлення історичних відомостей вчителем або учнем, що супроводжується комп'ютерною презентацією тривалістю до 5 – 7 хв., які включають такий матеріал, як біографії вчених та їх портрети, походження математичних термінів, легенди, історії математичних відкриттів, історію

розвитку математики; з метою підвищення рівня активності учнів, необхідно залучати їх до коментування та обговорення презентацій.

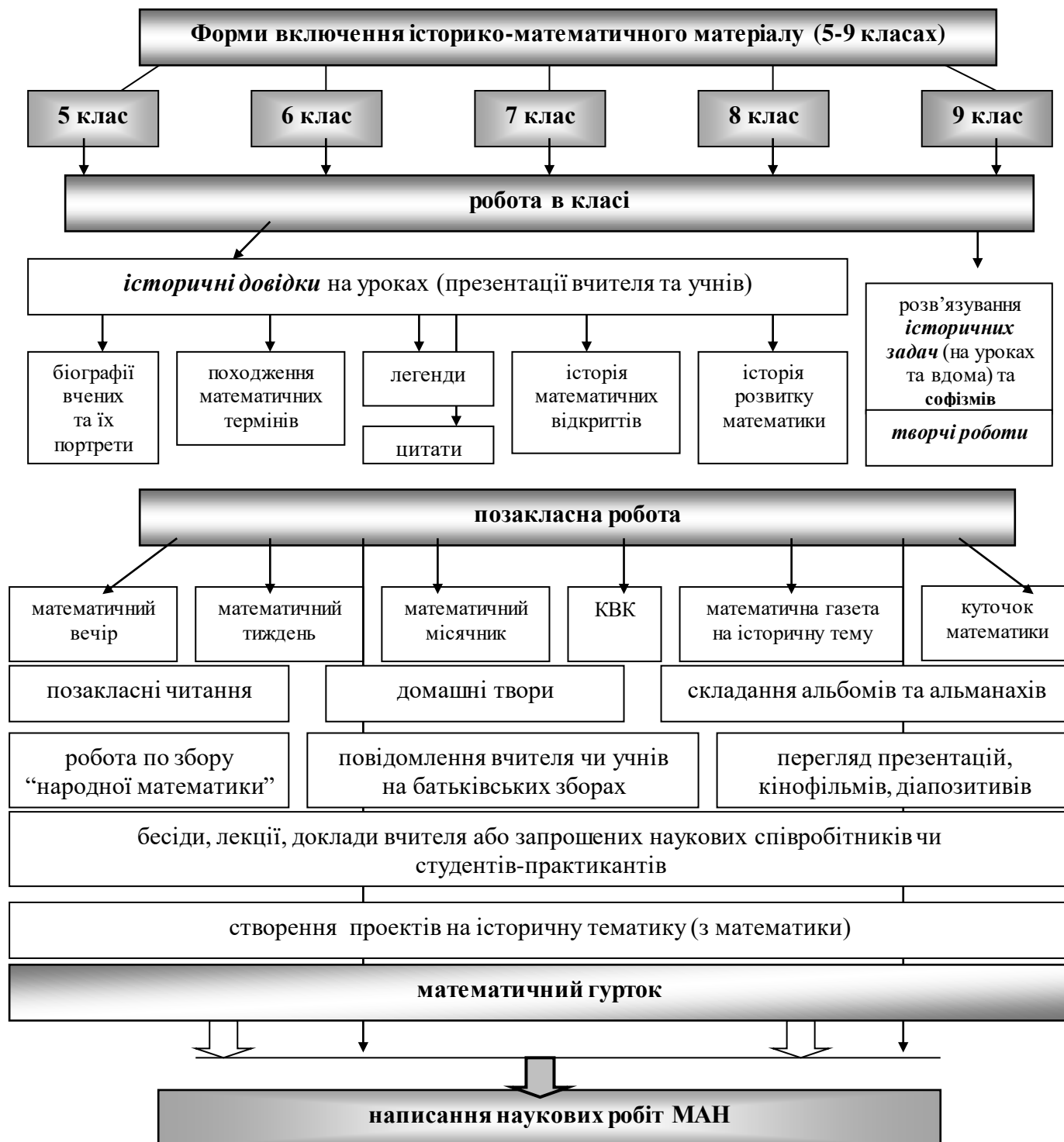


Рис. 1.4.2

- 2) розв'язування історичних задач та софізмів (на уроках, вдома, на самостійних та контрольних роботах);
- 3) виконання творчих робіт, які включають в себе:

- ведення довідника з історії науки;
- складання та розв'язування математичних кросвордів, ребусів, чайнвордів, чайндатів, криптограм, головоломок, шарад;
- написання казок, легенд, фантастичних творів, героями яких виступають числа, геометричні фігури, сюжетами, яких є історії відкриттів, винаходів, виникнення математичної мови та їх інсценізацію;
- написання математичних творів, інтерв'ю, листів;
- повідомлення, реферати та доповіді;
- малюнки та аплікації до окремих тем курсу математика.

4) проводити спеціальні уроки з історії математики (за рахунок резервних годин).

✓ *на позакласних заняттях та заходах* (методику їх проведення більш детально розглянемо у II розділі дисертаційного дослідження): проведення математичних ранків, вечорів, тижнів, місячника, КВК, створення математичних газет на історичну тему; оформлення куточку математики; проведення математичного гуртка; позакласних читань; написання домашніх творів; складання альбомів та альманахів; організація роботи по збору “народної математики”; повідомлення вчителя чи учнів на батьківських зборах; перегляд презентацій, кінофільмів, діапозитивів; бесіди, лекції, доклади вчителя або запрошених наукових співробітників чи студентів-практикантів; написання наукових робіт МАН.

5. Добираючи історико-математичний матеріал вчитель повинен ретельно планувати свою роботу, а саме:

- 1) визначити мету та його місце у навчальному процесі при вивченні даної теми або розділу;
- 2) встановити з якими елементами даної теми або розділу допустимо пов'язати використання історичного матеріалу;
- 3) спланувати який історичний матеріал буде подано на уроці, який на позакласних заходах, який на математичному гуртку чи факультативі.
- 4) визначити об'сяг матеріалу;

5) визначити найбільш оптимальні та ефективні засоби, за допомогою яких буде демонструватися даний матеріал.

Включення у навчальний процес відомостей з історії науки допомагає розкрити учням як розвивалася математика, які потреби людини сприяли цьому розвитку; розв'язування історичних задач та софізмів сприяють розвитку логічного мислення школярів; повідомлення біографій вчених здійснюють виховний вплив на учнів. Історія математики розкриває перед учнями старі забуті способи швидкої лічби, допомагає свідомому і кращому сприйманню та запам'ятовуванню матеріалу, показує її практичне застосування.

Кожен з виокремлених аспектів детально розглянемо у II розділі дисертації відповідно до конкретних навчальних тем. Тут зупинимося лише на доцільності включення у шкільний курс математики відомостей про досягнення і життєвий та творчий шлях визначних математиків. У процесі свого розвитку, а особливо протягом навчання в школі, діти, а пізніше підлітки, потребують взірця для наслідування. Вчителі мусять усвідомлювати цю потребу підростаючого покоління і подавати варті того зразки для наслідування. З цією метою варто використовувати приклади справді видатних особистостей – вчених, які долали перешкоди, самостійно опановували науку, робили помилки і відкривали нові закони тощо. Прикладом для наслідування можуть стати математики як давнини, так і сучасності.

Реальний вплив на формування пізнавального інтересу учнів до вивчення геометрії і розвиток їх особистості мав позакласний захід на тему “Фалес Мілетський – один із семи мудреців світу”, проведений нами для учнів 7 класу. Особливо семикласників вразили висловлювання Фалеса як філософа і мудреця. Наведемо кілька з них.

- Не збагачуйся нечесним шляхом;
- Які послуги робиш батькам, такі і сам матимеш в старості від дітей;
- Що важко? – пізнати самого себе;
- Що легко? – наставляти інших;
- Що приємно? – досягнення того, чого бажаєш;
- Що шкідливо? – нестриманість;
- Що стомливо? – неробство.

Справжнім прикладом для наслідування може стати працелюбність і працездатність видатного українського математика Г.Ф. Вороного (1868 – 1909). Про його життєвий і творчий шлях бажано повідомити учнів у той час, коли вони будуть вивчати розкладання квадратного тричлену на множники. На самому уроці можна повідомити про першу друковану працю Г. Вороного, яка свідчить про його математичні здібності і захоплення математикою. Перше своє дослідження Г. Вороний зробив у 16 років, будучи ще гімназистом. У 1884 р. в “Журналі елементарної математики” для дослідження була запропонована тема: “Розклад многочленів на множники, побудований на властивостях коренів квадратного рівняння”. Редакція одержала лише одну роботу, а саме від Г. Вороного. Уже у 1885 р. в журналі була надрукована його перша стаття, в якій, крім розв’язання поставленої задачі, наводилась значна кількість прикладів.

На спеціальному позакласному заході, або через математичну газету учням бажано повідомити про те, що результати досліджень Г. Вороного та методи їх одержання привертають увагу вчених усього світу. У 1975 р. діаграми Вороного введено в теоретичну комп’ютерну науку і з того часу їх стали використовувати у конструкціях, пов’язаних з геометричними алгоритмами. Деякі фахівці навіть вважають, що саме з цього моменту започатковано комп’ютерну геометрію. Діаграми Вороного використовуються також у комп’ютерній графіці, геометричному моделюванні, конструюванні роботів, розпізнанні образів, побудові географічних інформаційних систем тощо.

Корисно для учнів ознайомитися з окремими фрагментами щоденника ученого, які свідчать про безмірну відданість обраній справі. Він згадує про те, що колов вночі шпилькою пальці, аби не заснути в час визначений ним самим для навчання. В іншому місці (31 березня 1887 року) він пише: “Я вот уже второй день сижу над вычислением солнечного затмения 7-го августа. Вчера работал 10 часов, сегодня часов 7. Работа значительно двинулась вперед, но я чувствую себя страшно утомленным, тем более, что целых два дня не выходил на свежий воздух. Цифры, цифры и т.д. Я вчера так ими набил себе голову, что они меня

мучили всю ніч, так що навіть я примушений був встати і обливати себе головою водою. Точно так же і сьогодні доведеться прибегнути до цього засобу”.

2. Способи організації навчального процесу. Саме вони відіграють одну із важливих ролей у процесі розвитку пізнавального інтересу школярів. Це пояснюється тим, що пізнавальний інтерес – це глибинний внутрішній мотив до навчальної діяльності. І саме від способів організації процесу навчання залежить чи перетвориться пізнавальна потреба у внутрішню мотивацію школяра, яка сприятиме виникненню інтересу, чи – ні. Таким чином, наявність інтересу у дитини є індикатором того, що навчальний процес організовано методично правильно. Способи організації пізнавальної діяльності учнів безпосередньо впливають на процес розвитку пізнавального інтересу школярів до вивчення математики. Розглянемо їх більш детально.

У першу чергу, організувати пізнавальну діяльність необхідно так, щоб забезпечувалося виконання та раціональне поєднання всіх дидактичних принципів, а саме: спрямованості навчання на реалізацію мети освіти; науковості; доступності; врахування індивідуальних та вікових особливостей; зв'язку теорії з практикою, з життям; свідомості й активності; наочності; систематичності та послідовності, емоційності, міцності знань, вмінь та навичок, індивідуального підходу до учнів, історизму та паралелізму Хекла. Усі ці принципи взаємопов'язані та утворюють певну систему, яка визначає структуру основних положень організації навчального процесу, що призводить у кінцевому результаті до реалізації головної мети навчання – розвитку всебічно розвинутої особистості із сформованими та розвиненими інтересами, в тому числі і пізнавальним.

У контексті нашого дисертаційного дослідження детальніше зупинимося на двох останніх принципах.

Принцип історизму – це розгляд предметів та явищ в їхньому історичному розвитку [16]. *Принцип паралелізму Хекла* полягає у тому, що поряд з розкриттям основ науки, зокрема, математики, необхідно здійснювати певні кроки в історію її розвитку. Його у свій час підтримували Ф. Клейн, А. Пуанкаре, Д. Пойа, Р. Том, Х. Фройденталь. Стосовно організації навчання математики у школі ці принципи

мають багато спільного, тому у нашому дослідженні будемо використовувати їх під загальною назвою *принцип історизму та паралелізму*.

Подання навчального матеріалу з урахуванням його історичного розвитку та висвітлення окремих фактів з історії розвитку науки сприяє формуванню пізнавального інтересу учнів до вивчення навчальних дисциплін, зокрема і математики, та позитивних мотивів навчальної діяльності. Застосування принципу історизму та паралелізму у навчальному процесі дає змогу показати, що математична наука виникла з потреб та діяльності людини, краще розкрити зв'язки математики з іншими науками та з практикою. За допомогою історичних фактів вчитель має можливість розкривати деякі логічні прогалини шкільного курсу математики та створювати і розв'язувати проблемні ситуації.

Виходячи з позиції принципу історизму та паралелізму основні математичні поняття, ідеї повинні включатися у зміст навчального матеріалу не у “завершеному” вигляді, а у динаміці свого розвитку. Найкращою ілюстрацією реалізації цього принципу у процесі вивчення математики є введення і розширення поняття числа. Детальніше про це описано в п. 2.2.

Значний вплив на розвиток і формування пізнавального інтересу учнів до вивчення математики має правильний вибір форм та видів організації навчально-пізнавальної діяльності та їх раціональне поєднання.

Під *груповою формою* навчання розуміють таку форму організації навчальних занять, за якої певній групі школярів ставиться єдине навчальне завдання, для розв'язання якого необхідне об'єднання зусиль усіх членів групи, тісна їх взаємодія. Встановлено, що групова робота на уроках активізує мисленнєві процеси та діяльність учнів, допомагає згуртувати колектив, привчає працювати самостійно, сприяє ліквідації прогалин у знаннях учнів. Групова робота є найбільш ефективною у 7 – 9 класах, оскільки у цей віковий період підлітки починають активно спілкуватися з однолітками. Цей вид діяльності сприяє кращому засвоєнню матеріалу, продуктивнішій організації роботи на уроці. Групову роботу на уроці можна організувати, наприклад, для розв'язування історичних задач різними способами (стародавнім і сучасним), для

дослідження і висвітлення історичних відомостей (біографія вченого(-них), цікаві історичні факти, історія виникнення теореми і т.ін.) з певної теми. Але особливо актуальною є організація групової діяльності учнів у позаурочний час. У цих умовах вона певною мірою стає самостійною для учнів. Наведемо кілька прикладів такої діяльності: виготовлення моделей; випуск тематичних математичних сценівок для участі у шкільному конкурсі; робота над шкільними навчальними проектами; підготовка математичних вікторин і турнірів.

Самостійна робота учнів сприяє високій активності учнів, допомагає школярам проявити їх творчість, що спрямовує їх на досягнення найкращих результатів у навчанні. А як ми зазначали у попередніх параграфах, переживання учнем емоції успіху сприяє виникненню в них пізнавального інтересу до вивчення предмету, зокрема, математики.

У організації пізнавальної діяльності сучасних учнів значне місце відводиться комп'ютерним та інтерактивним технологіям. Використання сучасних інтерактивних технологій значною мірою підвищує ефективність навчального процесу, сприяє високому інтелектуальному розвитку учнів, саморозвитку їх особистості, надає можливість самостійно думати, критично мислити, творити, спільно розроблювати стратегії, втілювати їх, згуртовує колектив, а головне – розвиває інтерес до вивчення математики.

Використання інформаційно-комп'ютерних технологій в навчальному процесі сприяє забезпеченню: різноманітності форм подачі навчального матеріалу; реалізації принципу наочності на уроці; надає можливості здійснювати моделювання різноманітних об'єктів та процесів за допомогою комп'ютера; створює умови для організації індивідуальної, групової, самостійної, творчої та дослідницької робіт на уроці; розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики та інших шкільних дисциплін; диференційного контролю знань учнів. Використання комп'ютера та мультимедійної дошки допомагає під час усного викладу матеріалу вчителем або повідомлень учнів. Мультимедійна презентація – унаочнює ілюстративний матеріал, допомагає вивести на екран ключові слова, основні поняття, твердження, теореми, формули, цитати. Така

презентація утримує увагу аудиторії, допомагає слідкувати за розгортанням думки доповідача і звертає увагу на основні моменти доповіді. У свою чергу доповідачу презентація допомагає контролювати власну мову, слідкувати за основною думкою доповіді, задає оптимальний темп викладу матеріалу.

Особливо ефективним для використання історизмів на уроці математики є використання гіперпосилань. Розглядаючи, наприклад, іменні теореми вчитель може швидко показати учням портрет математика, роки його життя, його основні здобутки.

Протягом всього навчання в школі учні бояться зробити помилку і при цьому вислухати зауваження чи дорікання вчителя, у зв'язку з цим учні бояться виходити до дошки. Проте застосування комп'ютера у навчальному процесі психологічно розвантажує учнів від цих зауважень та дорікань.

За допомогою сучасного програмного забезпечення можна розглянути розв'язування багатьох історичних задач. Наприклад, розв'яжіть рівняння:

- 1) задача Луки де Бурго (Пачіолі): $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x = 81600$;
- 2) задача Н. Шюке: $32x^5 + 8x = 192x^3$.

Розв'язування задачі де Бурго (Пачіолі)
графічним методом за допомогою ППЗ GRAN

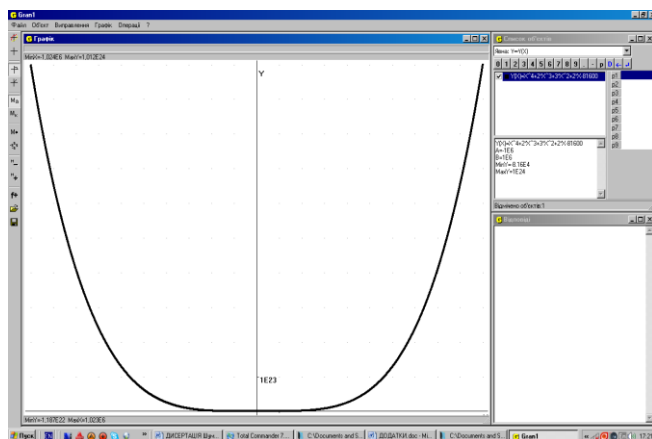


Рис. 1.4.2

Розв'язування задачі Н. Шюке графічним
методом за допомогою ППЗ GRAN

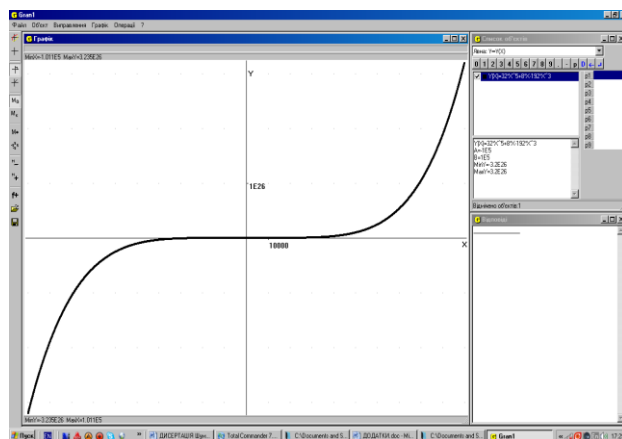


Рис. 1.4.3

На перший погляд в учнів складається враження, що такі рівняння вони не можуть розв'язати відомими їм методами. Вчитель рекомендує скористатися ППЗ GRAN. У такий спосіб учні отримують розв'язки (див. рис. 1.4.2. – 1.4.3). Після цього увага учнів звертається на те, що ці рівняння були розв'язані елементарно ще в середині минулого тисячоліття, а тому вони доступні для восьмикласників.

Для деяких учнів це може послужити стимулом, мотивацією для пошуків точних розв'язків запропонованих рівнянь.

Отже, раціональне комп'ютер створює умови для підвищення мотивації навчання, розвитку пізнавального інтересу, активізації самостійної діяльності учнів, забезпечує зворотній зв'язок, об'єктивність та обґрунтованість оцінювання знань школярів, індивідуалізацію навчання, його інтенсифікацію.

3. **Особистість учителя.** Дуже часто особистість учителя і бажання її наслідувати визначають ставлення учнів до вивчення конкретного предмету і навчання взагалі. Учнівська аудиторія достатньо різнопланова як за психологічними характеристиками, так і за інтелектуальним розвитком, а особливо за інтересами. Тому, щоб зацікавити учнів своїм предметом та розвивати стійкий інтерес до його вивчення вчитель повинен бути всебічно розвинутою, ерудованою особистістю, фасилітатором (з лат. *facilitate* – стимулювати, активізувати) у навчальному процесі, тобто активізувати діяльність учня, сприяти гармонізації особистості школяра, її всебічному розвитку, розвивати його інтереси, здатність до творчої діяльності та самозмін, володіти загальнокультурними, психологічними, педагогічними знаннями, знаннями теорії та методики предмету, що викладає, тобто мати високий рівень професійної культури. Питання, пов'язані з поняттям професійної культури розглянув у своїй монографії Г.О. Михалін [222]. Він визначив її основні компоненти, які ми включили у джерела пізнавального інтересу (див. рис. 1.4.1). Всі ці компоненти взаємопов'язані між собою і важливі.

Розглянемо детальніше поняття культура і професійна культура вчителя. Під поняттям *культура* ми будемо розуміти рівень освіченості та вихованості людини, а також оволодіння певною галуззю діяльності [222, с. 182]. *Професійна культура* вчителя математики – це сукупність його практичних, матеріальних та духовних надбань, що визначають якість його професійної діяльності. Професійна культура цілком визначається рівнем освіченості та вихованості людини та рівнем володіння галуззю діяльності вчителя математики [222, с. 14]. Формування професійної культури вчителя математики розпочинається в

педагогічному університеті, а розвиток та вдосконалення відбувається під час викладацької діяльності протягом усього життя. Перелік кваліфікаційних вимог щодо знань, умінь та навичок вчителя математики, які повинні відповідати запитам суспільства та стану розвитку системи освіти, визначені у державному документі (Квалификационная характеристика учителя математики по специальности 2104 “Математика”) [121].

Зупинимося тут на характеристиці мовлення вчителя, яке займає далеко не останнє місце у розвитку вчителем пізнавального інтересу учнів. Зокрема, мовлення відіграє важливе значення при висвітленні фрагментів з історії математики на уроках та у позаурочний час.

Мовлення вчителя є показником педагогічної культури педагога, засобом його самовираження та самоствердження. У педагогічній літературі [104, 121, 222 та ін.] визначені основні показники мовної культури педагога – це змістовність, логічність, точність, ясність, стислість, простота, емоційна та фонетична виразність, образність, правильна літературна вимова, вільне, невимушене оперування словом, чітка дикція, правильне використання логічних наголосів та психологічних пауз; а також постановка голосу та його тон та інші. Мовлення допомагає вчителю створити сприятливу атмосферу у класі для спілкування, встановити контакт зі школярами, зробити подання теми уроку цікавим, емоційно-привабливим. Зі школярами необхідно розмовляти так, щоб вони відчували волю, душу, культуру педагога, його захопленість предметом та самі переймалися проблемами предмету, захоплювалися його вивченням, постійно підтримували інтерес до нього. Так, наприклад, якщо вчитель буде емоційно, цікаво, а не монотонно, розповідати учням фрагменти історії науки, уроки математики перестануть викликати нудьгу в учнів і будуть емоційно забарвленими і цікавими для них, а отже, викликати у них пізнавальний інтерес.

У контексті нашого дослідження актуальним є використання вчителем висловлювань про математику і математиків. Сформульовані різними авторами у різні часи, вони точно і стисло характеризують загальні теми чи окремі поняття, які вивчають учні. Влучно підібрані і вчасно озвучені вчителем цитати безумовно привертають увагу учнів, зацікавлюють їх, стимулюють до власних пошуків.

Наприклад, “Виміряй самого себе і ти станеш справжнім геометром” (середньовічний філософ М. Січино); “Арифметика – це лічильна мудрість. Без цієї мудрості ні філософа, ні лікаря не може бути” (Л.П. Магницький); “Серед рівних розумом – за однакових інших умов – переважає той, хто знає геометрію” (Б. Паскаль).

У розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи важливу роль відіграють й особистісні якості вчителя, а саме його: чуйність, людяність, гуманність, любов до дітей, позитивна емоційна налаштованість. Особливо діти цінують справедливе ставлення до них, а несправедливістю вчитель відштовхує від себе дітей, завдає не виправної шкоди процесу їх навчання та виховання.

У своїй педагогічній діяльності вчитель виконуючи різні функції: навчальну, інформуючу, виховну, організаційну, оберігаючу, повинен так організувати педагогічний процес, щоб в ньому взаємопоєднувалися дидактичні принципи, враховувалися індивідуально-психологічні особливості учнів, здійснювалася інтелектуальна співпраця, мала місце діалогова культура. І саме за таких умов ми можемо говорити про виникнення, формування та розвиток у учнів пізнавального інтересу до предмету, що вивчається.

4. *Особистість учня.* У психології особистість розглядається як складна система психічних властивостей, які розвиваються в індивіді під впливом багатьох факторів під час діяльності та спілкування з іншими людьми. Модель системної психологічної структури особистості (за В.В. Рибалком) подається у вигляді трьох ортогональних базових вимірів, які задають:

- *генетичні особливості суб’єкта навчання та їх вікові прояви* (здібності та задатки);
- *соціально-психолого-індивідуальні особливості суб’єкта навчання* (спілкування, спрямованість, характер, самосвідомість, досвід, інтелектуальні процеси, психофізіологічні якості);
- *компоненти діяльності суб’єкта навчання* (потребнісно-мотиваційні, інформаційно-пізнавальні, цілеутворюючі, результативні, емоційно-чуттєві).

Лише за умови врахування вікових особливостей підлітків, їх здібностей та задатків можливо справді ефективно формувати пізнавальний інтерес учнів до математики. Використання історії науки під час навчання математики забезпечує і формує когнітивну, емоційно-чуттєву, потребнісно-мотиваційну, інформаційно-пізнавальну та інші сфери діяльності учнів. Так, наприклад, учні 5 класу із захоплення слухають розповідь вчителя про історію виникнення рахунку, а учні

8 класу – біографії видатних вчених Вієта, Фалеса, Піфагора та ін., у учнів 9 класу найбільший інтерес викликає вивчення розділу “Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики” та цікаві розповіді про виникнення науки “Теорія ймовірностей”, її винахідників та розв’язування історичних задач.

Мотивацією до вивчення геометричних перетворень може бути аналіз стародавніх орнаментів, зокрема меандра – декоративної звивистої неперервної лінії (рис. 1.4.4). Цей орнамент був особливо популярний у стародавній Греції – використовувався у мозаїці, для прикрашання архітектурних елементів, посуду, одягу тощо. Одне з перших у світі зображень меандру (датується 18 000 р. до н.е.) відоме з кістяного браслету (рис. 1.4.5), знайденого під час дослідження палеолітичної стоянки поблизу села Мізин Коропського району Чернігівської області.

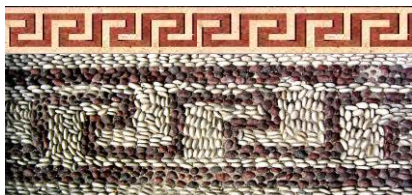


Рис. 1.4.4



Рис. 1.4.5

Для розвитку пізнавального інтересу учнів вчитель повинен враховувати рівень розвитку особистісних якостей учнів класу, їх власний досвід, мотиви навчання, рівень знань, вмінь та навичок школярів, рівень розвитку їх математичних здібностей.

Відомо, що використання історико-математичного матеріалу впливає не лише на пізнавальну сферу особистості учня, а й на його афективний простір: потяги, емоції, почуття, прагнення, бажання і переживання, пов’язані з пізнанням і самопізнанням. А оскільки навчання на основі переживань є ефективнішим, ніж звичайне сприймання фактів, то за допомогою раціонального використання історизмів можна впливати на ставлення учнів до навчання і формування у них інтересу до предмету. Для забезпечення емоційності навчання і створення сприятливої атмосфери на уроках доцільно використовувати цікаві презентації, підготовлені вчителем або учнями. Наприклад, для уроку алгебри у 7 класі на тему “Рівносильні рівняння” учні підготували історичні відомості, які стосувалися Мухамеда Аль-Хорезмі.

Важливим компонентом у процесі розвитку пізнавального інтересу учнів виступає клімат, який панує у класному колективі, тобто взаємовідносини між учнями, між учнями та вчителем. Оскільки у пубертатному періоді відбувається становлення особистості підлітка, то для них важлива думка оточуючих про них. А тому, якщо у класі буде панувати доброзичлива атмосфера між членами колективу, то вона створюватиме певний емоційний фон у проведенні уроків, а отже, позитивно впливати на розвиток пізнавального інтересу учнів.

Висновки до I-го розділу

Досліджуючи теоретичні основи проблеми розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи засобами історії науки ми прийшли до таких висновків:

1. Багатогранність поняття інтерес визначає різні підходи до його тлумачення:

– з позиції направленості інтересу на об’єкт – інтерес завжди спрямовується людиною на певний об’єкт та має вибіркового характеру;

– з позиції емоцій інтерес визначається як позитивна емоція, яка переживається людиною частіше, ніж інші емоції. Тісний зв’язок між емоцією інтересу і функціями мислення, пам’яті, сприймання підкреслює важливість розвитку пізнавального інтересу у школярів до вивчення предметів, зокрема математики;

– з позиції мотиву – інтерес – це глибинний внутрішній мотив, який утворений на властивій людині вродженій пізнавальній потребі. Наявність пізнавального інтересу у школярів є індикатором того, що їх діяльність вмотивована, а, отже, навчальний процес організований і протікає методично правильно;

– з позиції потреб – інтерес – це свідомо направленість людини на задоволення незадоволеної потреби.

Ці чотири підходи до визначення поняття “інтерес” розкривають не тільки розуміння сутності цього поняття, але й процесу його розвитку. Так, спочатку у

школяра виникає пізнавальна потреба, яка усвідомлюється ним, після чого виникає внутрішня мотивація, яка і породжує виникнення інтересу до пізнавальної діяльності.

2. Якісні характеристики інтересу уможливають виокремлення його окремих видів. Інтереси поділяють за змістом (пізнавальний, соціальні, духовні, матеріальні, до певної діяльності), за метою (безпосередній, опосередкований), за стійкістю (стійкі, нестійкі), за направленістю (вузькі, широкі, поверхневі, глибокі), за рівнем оформленості (аморфний, біфокальний), за рівнем дієвості (пасивні, активні) тощо.

3. Пізнавальний інтерес є поліфункціональним. Його функції тісно переплітаються та співвідносяться з функціями процесу навчання школярів. У психології виділяють такі функції: біологічну, мотиваційну, соціальну; у дидактиці – освітню, розвиваючу, виховну. За умови реалізації всіх цих функцій під час навчання учень виступає як суб'єкт, а не об'єкт навчально-пізнавальної діяльності. Створюються умови для організації інтерактивного навчання.

4. Психологічними дослідженнями встановлено, що підлітковий вік є найбільш сприятливим для розвитку пізнавального інтересу учнів.

5. Використання у навчальному процесі фрагментів історії науки сприяє розвитку пізнавального інтересу школярів до вивчення математики, що підтверджується результатами проведеного нами аналізу нормативно-правової бази системи математичної освіти України, Росії, Білорусії.

6. У навчальній діяльності пізнавальний інтерес школярів проходить чотири стадії: зацікавленості, допитливості, пізнавального інтересу, стійкого інтересу.

7. Джерела збудження пізнавального інтересу (зміст навчального матеріалу, організація процесу навчання, особистість вчителя, особистість учня) розкривають шляхи впливу на процес його розвитку в учнів основної школи до вивчення математики:

– наповнення змісту елементами історії математики, цікавими, доказовими прикладами, демонстраціями практичного застосування теоретичного матеріалу;

– дотримання принципів дидактики, використання інтерактивних та комп'ютерних технологій у навчанні, активних форм роботи, залучення дітей до самостійної, дослідницької діяльності;

– наявність у вчителя високого рівня сформованості професійної культури, а в учнів – певного рівня розвитку особистості, мотивів навчання, певного рівня знань, вмінь та навичок, рівня розвитку математичних здібностей;

– наявність у класному колективі доброзичливих відносин між учнями, учнями та вчителями, учнями та їх батьками.

8. У навчальному процесі використовують такі види історизмів, як історичні довідки, зміст яких містить наповнений інформацією про розвиток математики, походження математичної мови, історії відкриттів, біографії вчених, їх портрети та висловлювання; казки та легенди; історичні задачі, софізми. При цьому використовують активні форми роботи. Залучають учнів до виконання творчих та практичних робіт, до створення презентацій та проєктів. Історичний матеріал використовують у позакласній роботі при проведенні математичних ранків, вечорів, тижнів та місячників математики, КВК, вікторин, сценівок, при складанні альбомів та альманахів, позакласних читаннях, при оформленні математичних газет, буклетів, куточків математики, при написанні наукових робіт МАН.

Основні результати роботи над першим розділом апробовані у статтях та виступах на науково-практичних конференціях всеукраїнського та міжнародного рівнів, що відображено у відповідних публікаціях [279 – 285, 289, 292].

РОЗДІЛ II

МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ВІДОМОСТЕЙ З ІСТОРІЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ РОЗВИТКУ ПІЗНАВАЛЬНОГО ІНТЕРЕСУ УЧНІВ

2.1. Формування і розвиток засобами історії науки пізнавального інтересу учнів 5 – 6 класів на уроках математики

Пізнавальний інтерес до вивчення математики у учнів 5 – 6 класів знаходиться на першій його стадії розвитку – на стадії зацікавленості. Цей інтерес як дуже легко виникає, так дуже легко і згасає. Пізнавальний інтерес молодших підлітків знаходиться у сильній залежності від емоційної сторони навчання. На нього сильно впливає успіх при вивченні предмету та пов'язане з ним заохочення, особливо похвала вчителя. Інтерес учнів 5 – 6 класів у більшій мірі спрямований на процес навчання, ніж на його зміст. Тому, вчитель, який працює у цих класах повинен урізноманітнювати форми та засоби навчання, але при цьому ненав'язливо повинен збагачувати математичний матеріал. Одним із шляхів збагачення матеріалу є насичення його фрагментами з історії математики.

Учні вивчають арифметику протягом шести перших років навчання в школі. Саме на цих уроках формується певне відношення та інтерес до вивчення математики. Отже, це дуже відповідальний період як для учнів, так і для вчителів. Педагоги повинні з перших уроків створювати позитивне відношення до вивчення математики, тому що перші враження є найстійкішими у пам'яті і свідомості людини. А, як показує досвід, якщо учень втрачає інтерес до математики, то відновити його дуже важко.

Підсиленню та розвитку інтересу до вивчення математики сприяє використання на уроках матеріалу з історії математики. Для того, щоб він залишав певний слід у пам'яті дітей, пропонуємо включати його у творчі роботи школярів. Учням 5 – 6-х класів можна запропонувати такі види робіт:

- *ведення довідника з історії науки*: пропонуємо вести такий довідничок з перших уроків математики 5-го класу. Таким чином, у дітей буде формуватися певна система знань з історії науки, її розвитку, вкладів різних вчених у розвиток

математики. Насичення довідника матеріалом з історії науки повинно йти паралельно до основного матеріалу, що вивчається на уроках та відповідати йому. У довіднику можуть бути розміщені цікаві факти з життя вчених, більш детально, ніж у підручниках, розглянуті їх біографії та вклеєні портрети, короткі історичні довідки, цитати вчених про математику та математиків, цікаві старовинні задачі та їх розв'язання, старовинні способи обчислень, історії походження математичних термінів та математичної символіки. Дуже корисним є створення у довіднику хронологічної шкали. На нашу думку, вона допоможе створити певну картину розвитку математики, впорядкувати знання учнів.

▪ *складання математичних кросвордів, ребусів, головоломок*: цей вид роботи викликає в учнів великий інтерес і задоволення. Його виконують навіть ті учні, які не дуже цікавляться математикою і з трудом оволодівають нею. Складаючи кросворди, ребуси, головоломки учні оволодівають математичною термінологією, вчать формулювати питання, знаходити на них відповіді. Їх тематика може бути різною, але можна запропонувати теми з історії математики. Кросворди, ребуси, головоломки з історичною тематикою можна розміщувати в класах у математичних куточках, або стінгазетах. Заохотити учнів до їх складання та розв'язування можна відповідним оцінюванням. Складання кросвордів, ребусів та головоломок можна здійснювати не тільки під час проведення відкритих уроків, тижня математики, будь-якого позакласного заходу, а й протягом усього навчального року.

▪ *написання казок, легенд, фантастичних творів, героями яких виступають числа, геометричні фігури, сюжетами, яких є історії відкриттів, винаходів, виникнення математичної мови*: відомий казкар Джанні Радарі сказав: “Щоб навчитися думати, треба спочатку навчитися вигадувати”. Помилковою є думка, що залучати до творчої діяльності необхідно учнів після оволодіння основами науки. Діти у процесі навчання повинні мати можливість творити, фантазувати на доступному їм рівні. Учням можна запропонувати до тижня математики придумати казку з використанням відомостей з історії математики, наприклад, про

виникнення цифр, звичайних або десяткових дробів і т. ін. Такий вид роботи найбільше цікавий саме для учнів 5 – 6 класів.

- *повідомлення та реферати*: тематика рефератів і доповідей може бути різноманітною. Ми пропонуємо на уроках математики робити учням доповіді з історії науки, оскільки цей матеріал не включений у програму, але рекомендований нею з метою розвитку пізнавального інтересу учнів. Повідомлення чи реферат буде краще сприйматися та викликати інтерес у слухачів, якщо доповідач буде супроводжувати свою розповідь комп'ютерною презентацією, яку можуть з легкістю створювати навіть учні п'ятих класів. У результаті такої діяльності школярі залучаються до самостійної роботи, вчать ся опрацьовувати довідкову літературу, вибирати у ній головне, робити висновки.

- *малюнки та аплікації до окремих тем курсу математика*: ці завдання розвивають творчу уяву учнів, допомагають унаочнити матеріал, сприяють розвитку інтересу до вивчення математики. Такі види робіт учні виконували у початковій школі і вони є посильними і цікавими для учнів 5 – 6 класів, особливо для тих, хто не показує високих результатів у навчанні. Ми пропонуємо аплікації та малюнки робити у довіднику з історії математики. Таким чином, зацікавлювати учнів цим матеріалом, що у подальшому допоможе сформувати та розвивати пізнавальний інтерес до вивчення математики.

Виконання таких творчих робіт допомагає вчителю забезпечити реалізацію принципів наочності, свідомості та активності, зв'язку теорії з практикою, з життям, емоційності навчання. Відбір матеріалу з історії науки у них повинен задовольняти принципи спрямованості навчання на реалізацію мети освіти, науковості та доступності. Також творчі роботи з історії математики сприяють формуванню у учнів культури рахунку, розвитку математичної мови, вмінь самостійно і творчо працювати з додатковою літературою з історії математики та розвивають пізнавальний інтерес до вивчення математики засобами історії науки.

Розглянемо більш детально використання історичного матеріалу при вивченні тем курсу “Математика” у 5 – 6 класах. Ми провели контент-аналіз нині діючих підручників з математики для 5 класу [31 – 32; 180 – 181; 304 – 305]. Він

показав, що всі вони містять у певному обсязі інформацію з історії математики. Більш детально контент-аналіз описано у статті [290]. Зауважимо, що хоча підручники містять певний матеріал з історії науки, але вчитель повинен його доповнювати, розширювати та подавати учням цікаво, емоційно, враховуючи джерела збудження пізнавального інтересу, які ми розглянули у параграфі 1.4.

У 5-й клас приходять діти з різним рівнем знань, вмінь та навичок. І тому саме з перших уроків вчитель повинен зацікавлювати учнів математикою. З цією метою пропонуємо у кінці першого уроку розповісти учням про перші етапи розвитку науки “Арифметики” (з грец. – “числове мистецтво”), а саме про:

1) *рахунок на пальцях* – як і коли виник, як люди показували числа за допомогою пальців рук та виконувати арифметичні дії над ними, а також цікавим для дітей є приклад пальцевого рахунку папуасів Нової Гвінеї, який описав відомий російський мандрівник М.М. Міклухо-Маклай та який описаний у підручнику [31]. Створення до цього прикладу слайдів допомагає забезпеченню реалізації принципів наочності та емоційності. Про пальцевий рахунок можна прочитати у таких джерелах як [53, 61, 73 та ін.].

2) *рахунок на камінцях та мушлях*. Про рахунок на камінцях та мушлях можна прочитати у таких джерелах як [53, 61, 73 та ін.].

3) *рахунок за допомогою зарубинок* – продемонструвати скельні малюнки, на яких зображені тварини, на яких рисочками зображували кількість впольованої худоби (див. додаток Л, рис. Л.1, стор. 233), найвідоміші знахідки кісток тварин (кістка бабуїна, “Вестоницька кістка”, кістка Ішанго), на яких зарубинками позначали і таким чином вели облік худоби, інвентарю, врожаїв і т. ін., записували календарі, групи простих чисел та виконували додавання чисел. Також доцільно показати як в Україні, протягом багатьох століть вели облік та рахунок зарубинками. Особливо яскравими є приклади часів кріпосного ладу (див. додаток Л, рис. Л.1, стор. 233). Про рахунок за допомогою зарубинок можна прочитати у таких джерелах як [33, 53, 61, 73 та ін.].

Доцільно запропонувати дітям поміркувати де у сучасному житті використовується спосіб ведення рахунку за допомогою зарубинок. Якщо не

здогадаються, то на наступному уроці показати слайд з сучасними ростомірами для дітей, які достатньо часто їм купляють батьки.

4) *показати цікаві факти*, пов'язані з бирками із зарубинками, наприклад, як при ліквідації селянських боргів в Англії було вирішено спалити всі боргові бирки в печах будинку парламенту. Їх було настільки багато, що зайнялася пожежа і згорів парламент, а разом з ним еталон англійської міри довжини – фут, який зберігався у ньому. Також корисно пояснити учням значення вислову “Зарубати на носі”, який тісно пов'язаний з бирками, які носили кріпосні селяни, а не з органом нюху людини – носом. Останній приклад показує міжпредметні зв'язки, а саме зв'язок математики з українською мовою.

Цю розповідь про перші етапи зародження рахунку можна представити учням як подорож стародавніми країнами. У кінці зробити висновки, запитати учнів про їх враження від подорожі, про що нове вони дізналися, чи робили їм на уроках математики у початковій школі екскурси з історії науки. Для кращого запам'ятовування цього матеріалу ми пропонуємо зробити записи у довідничку з історії математики.

На другому уроці пропонуємо продовжити демонстрацію розвитку рахунку і показати, як племена Південної та центральної Америки, такі, як майя, інки, ацтеки використовували *вузликовий рахунок* та показати перші обчислювальні прилади. Ця презентація займе у вчителя 2 – 3 хв. та буде виступати з одного боку, як хвилинка емоційного розвантаження, з іншого боку, збагатить учнів інтелектуально, сприятиме розвитку їх пізнавального інтересу до вивчення предмету.

Далі необхідно з учнями на гурткових заняттях або на позакласному заході, але до початку вивчення I розділу “Натуральні числа”, розглянути стародавні нумерації, наприклад, такі як: єгипетську, вавілонську, старослов'янську. Це необхідно зробити для того, щоб підвести учнів до необхідності і важливості введення числа нуль. Розглядаючи стародавні нумерації учні побачать до яких незручностей приводила його відсутність.

Зробивши таку пропедевтичну роботу при повторенні матеріалу вчитель таким чином підготує учнів до вивчення Розділу 1 “Натуральні числа та дії над

ними”. На *першому уроці* вивчення теми “Натуральні числа. Додавання і віднімання” (14 год.), при вивченні натурального ряду чисел та його властивостей, ми пропонуємо показати учням презентацію “Історія виникнення нуля”, тривалістю 3 – 5 хв. Ця презентація покаже учням який довгий шлях виникнення пройшла цифра нуль: Древній Вавилон (5 ст. до н.е.), Греція, Північна Америка (індіанці майя), Індія, Араби, Європа. До цього школярі змогли переконатися до яких незручностей при запису чисел та їх читанні приводить його відсутність.

Цікавим, невідомим для учнів фактом є те, що в Угорщині у м. Будапешт встановлено пам’ятник числу нуль, який символізує початок всіх доріг країни (див. рис. 2.1.1), а також проте, що на Земній кулі є єдине місце, де проходить нульовий меридіан і де однією ногою можна стояти у західній півкулі, а іншою – у східній (див. рис. 2.1.1). У практичній роботі пропонуємо заповнити таблицю, у якій розглянути етапи виникнення нуля та за даними таблиці створити хронологічну шкалу, а також знайти та вклеїти зображення пам’ятника нуля та нульового меридіану. Кожна країна має свою нульову точку відліку – нульовий кілометр. Тому у практичній роботі пропонуємо відшукати нульову точку України. Приклади нульових точок інших країн наведені у практичній роботі.

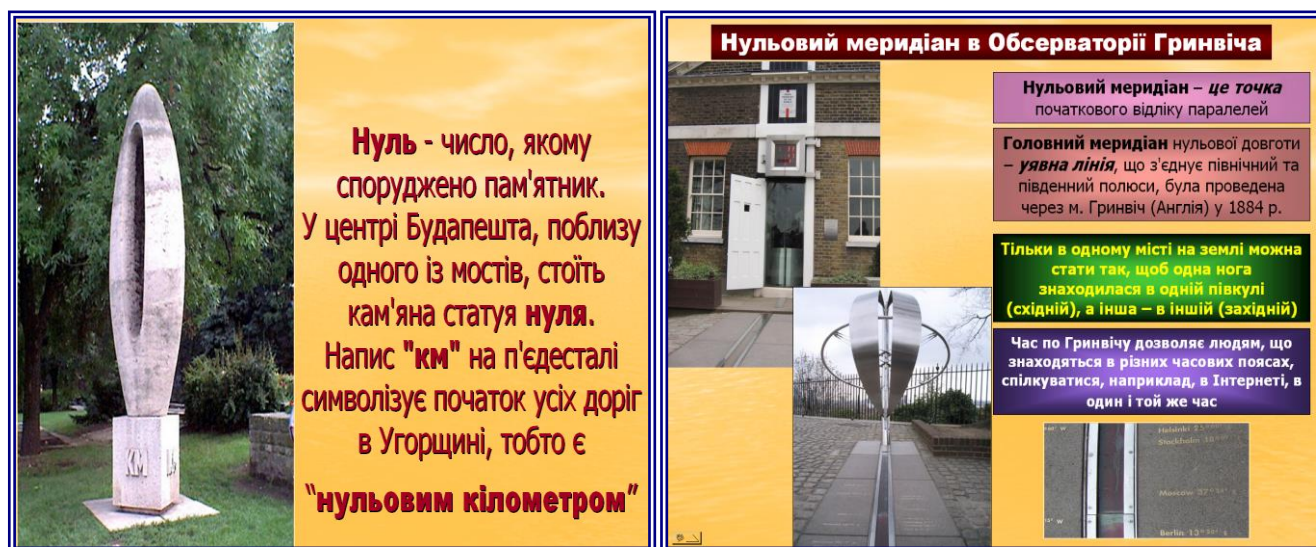


Рис. 2.1.1

При вивченні десяткової системи нумерації вчитель може запропонувати школярам самостійно дослідити і записати у довідниках історію походження десяткової системи нумерації: походження сучасного запису цифр, їх назви.

При вивченні теми: “Інша система числення” пропонуємо розглянути історію виникнення римської системи числення. При цьому розповісти учням про те, що римська система нумерації є непозиційною, виникла 2,5 тис. р. тому у Древньому Римі. Звернути їх увагу на теорії походження римської нумерації, які відхилили вчені, а саме:

1) римські цифри не походять від літер алфавіту, оскільки виникли набагато раніше ніж з'явився італійський алфавіт;

2) позначення римських чисел 1, 5, 10 не походять від зображень пальців рук (цю теорію вчені відхилили ще у кінці 19 ст.).



Рис. рис. 2.1.3

Наголосити на тому, що вчені встановили, що римляни запозичили свою нумерацію у етрусків – жителів північно-західної частини Апеннінського півострову, які прийшли в Італію у 8 ст. до н.е. з Малої Азії. Римляни записували числа так:

- числа від 1 до 9 спочатку позначали вертикальними рисочками I, II, III і т.д.;
- число 5 – половина числа 10 – \wedge або \vee ;
- перекреслення деякої кількості вертикальних рисочок означало збільшення числа у 10 разів, наприклад:

Число 10 – \perp Число 20 – $\perp\perp$ Число 100 – $\perp\perp$ ($10 \cdot 10 = 100$) або \bigcirc

Лише у більш пізній період римської культури відбулося деяке зближення написання цифр і букв алфавіту до сучасного. Так, число 100 стали позначати C (від слова *centum*), число 500 – *demimille* – D, число 1 000 – *mille* – M.

Для створення у дітей цілісної картини щодо видозмінення написання римських цифр, їх можна представити у вигляді таблиці

	1	5	10	50	100	500	1 000
Ранні римські числа	I	V або \wedge	X	\downarrow	\bigcirc	CD	D
Більш пізня епоха	I	V	X	L	C	D	CD або ∞
Сучасний запис	I	V	X	L	C	D	M

Римська система цифр була домінуючою в Італії до 18 ст., а в Європі – до 16 ст. Римські числа довгий час використовували у підручниках і тому, навіть, після того як у Європі стали використовувати арабські цифри, *римські* називали *шкільними*.

Короткі відомості про римську систему числення містять всі нині діючі підручники [31, 180, 304]. Проте у підручнику [304] нами була помічена одна неточність при описі виникнення римської нумерації, а саме що позначення римських чисел 1, 5, 10 походять від зображень пальців рук. Цю теорію вчені відхилили ще у кінці 19 ст., а тому, ми вважаємо за потрібне, звернути увагу учнів на цей факт. Проте позначення цифр 5, 10 у римській нумерації за допомогою пальців рук допоможе учням запам'ятати їх написання. І тому учні повинні бачити і знати про його існування. Створення презентацій з цієї теми допоможе унаочнити та розширити історичний матеріал з підручників, розглянути більш детально різні теорії походження римської нумерації, показати як видозмінювалися записи її цифр (див. [294, стор. 20]), сформулювати правила їх запису. Включення у презентацію мнемонічних правил сприятиме більш швидкому запам'ятовуванню написання римських цифр. А принцип наочності, як ми зазначали у п. 1.4, виступає одним з джерел збудження пізнавального інтересу.

Читання римських чисел краще відпрацьовувати з учнями демонструючи їх записи на пам'ятках історії або старовинних книжках (див. додаток Л, рис. Л.2, стор. 233). Така форма роботи сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів та культурному, інтелектуальному їх збагаченню. Свідомому розумінню принципів запису чисел у римській нумерації сприяють завдання на перекладання сірників (див. додаток Л, рис. Л.2, стор. 233), які пропонуємо виконати учням вдома. У домашній практичній роботі також пропонуємо виконати завдання на запис римськими числами номерів століть, у яких були виготовлені старовинні годинники з римським циферблатом (звернути увагу учнів на годинник, що розміщений на будівлі Обсерваторії Гринвіча), подумати та записати де у сучасному житті використовують римські числа.

При вивченні римських цифр корисні вправи на встановлення відповідності між номером року та століття, визначення скільки років пройшло між певними століттями або до певного століття. Ці вміння та знання учні будуть використовувати не тільки на уроках математики, але й при вивченні інших предметів, у першу чергу на уроках історії. Дуже багато помилок роблять учні, коли необхідно визначити якому століттю належить 1800 р., 2000 р. і т.д. Тому такі приклади ми включили у практичну роботу.

При вивченні теми “Координатний промінь” корисно розповісти учням про “лінію часу” та яким чином розподіляються роки та століття на ній. Для стійкого засвоєння “числення століть” вчитель повинен багаторазово тренувати школярів у переводі років у століття та навпаки. Кращому сприйманню та запам’ятовуванню цього матеріалу сприяє складання таблиці, у якій записується номер століття та з якого року по який воно триває. Ці вправи корисно пов’язувати з певними подіями з історії математики або видатними вченими-математиками.

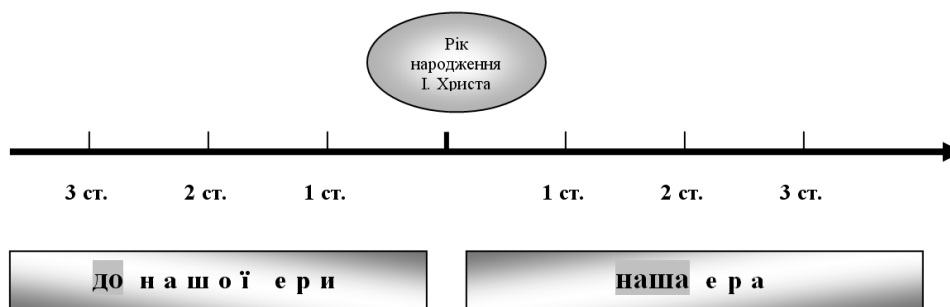


Рис. 2.1.5. Лінія часу

Наприклад, вчитель може запропонувати учням розв’язати таку задачу: Давньогрецький вчений Аристотель народився у 384 р., а помер у 322 р., Піфагор народився у 570 р., а помер у 500 р. Історик Плутарх народився у 46 р., а помер у 127 р. Який з вчених народився раніше за інших? Скільки років прожив кожний? Якому століттю належить рік народження кожного вченого? Дидактична цінність цих вправ полягає у тому, що учні не тільки вчать вмінню оперувати датами, а й знайомляться з іменами великий вчених, видатними подіями тощо.

У шостому класі після вивчення від’ємних чисел необхідно з учнями повернутися до “лінії часу” і поговорити про століття на мові “від’ємних та додатних чисел”, при цьому запитати у учнів яким математичним знаком можна замінити слова “до нашої ери”, яким числом можна замінити рік народження Ісуса Христа? Але звернути увагу на те, що не існує нульового року.

Після вивчення класів та розрядів натуральних чисел пропонуємо показати їх застосування. Достатньо яскравими для цього є приклади перших обчислюваних приладів таких, як абак (давньогрецький, римський), рахівниці. На уроці можна показати слайди із їх зображенням і коротко розповісти принцип дії одного з них. У мережі “Інтернет” міститься фільм, тривалістю 3,5 хв., російських колег про стародавній грецький абак, у якому демонструється принцип роботи на абаці, який можна використати у навчальному процесі. Але вчитель може з легкістю і сам виготовити абак і показати принцип його дії. Дітям додому можна запропонувати виготовити невеличку книжечку-розкладушку про стародавні обчислювальні прилади. Як паказує практика, навіть слабкі учні це завдання виконують з інтересом.

При вивченні теми “Додавання. Компоненти додавання. Переставна властивість додавання” після ознайомлення учнів з основним теоретичним матеріалом пропонуємо розповісти про магічні квадрати, які мають дуже цікаву історію виникнення (див. рис. 2.1.6).

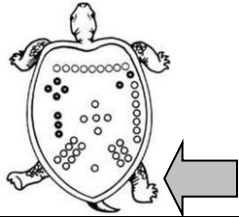
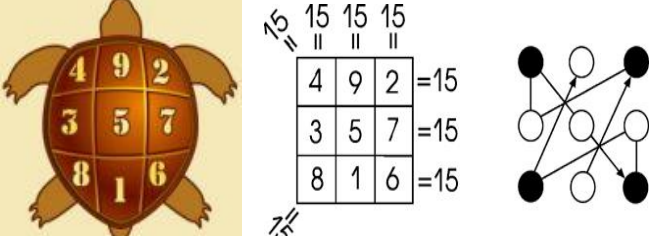
	<p>Китайській імператор Ю (Ню), який жив приблизно 4000 років тому, одного разу на березі річки Ло побачив черепаха, панцир якої за формою нагадував неправильний квадрат, поділений на дев'ять частин з цікавим малюнком.</p> <p><i>Малюнок складався з чорних і білих кружечків, який китайці назвали <u>Ло-шю</u>.</i></p>
<p>Кмітливий імператор одразу помітив певну закономірність на малюнку.</p> <p>Якщо замінити кружечки числами, то одержимо такий малюнок</p>	

Рис. 2.1.6

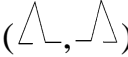


Далі показати учням магічний квадрат розміру 3×3 та запитати, чи помічають вони властивість яку мають числа, що розташовані на ньому, тим самим створивши проблемну ситуацію перед ними. А проблемні ситуації на уроках виступають одним з джерел збудження пізнавального інтересу учнів. Якщо учні знайдуть певну закономірність, то як узагальнення їх припущень продемонструвати слайд (див. додаток Л, рис. Л.3, стор. 233). Потім продемонструвати зображення магічного квадрату у стародавній китайській книзі та пояснити чому китайці назвали квадрати магічними, де їх використовували у Стародавньому Китаї та Індії (амулету), а також сформулювати їх сучасне означення. Додому корисно запропонувати такі завдання: впиши числа у заданий магічний квадрат (3×3) так, щоб він був магічним або створи свій магічний квадрат (3×3) (див. додаток Л, рис. Л.3, стор. 233), які сприятимуть розвитку логічного мислення учнів та їх пізнавального інтересу до вивчення математики. На цьому етапі вивчення математики діти ці завдання виконують інтуїтивно, методом підбору. На гуртковому занятті пропонуємо розглянути правила побудови та застосування у сучасному житті магічних квадратів.

При вивченні теми “Віднімання натуральних чисел” пропонуємо учням знайти та записати у довідниках версії виникнення знаків арифметичних дій таких, як додавання (+) та віднімання (-). У своїх міні-дослідженнях учні можуть використовувати матеріал підручників та розширювати його інформацією з додаткової літератури чи всесвітньої мережі “Інтернет”.

Підручники містять різну інформацію. У підручнику [31] зазначається століття коли європейці ввели ці знаки, у підручнику [180] показано як видозмінювався запис знаку “+”, а про знак “-” сказано, що раніше його довгий час позначали “=”, автори підручника [304] показали як єгиптяни позначали “+” та “-”, зазначили, що греки і вавілоняни також мали свої знаки, але які саме не вказали, а також що у 18 ст. знаки “+” та “-” здобули загальне визнання.

З авторами підручника [304] можна не погодитися з приводу того, що греки і вавілоняни мали свої знаки дій додавання та віднімання. Оскільки за даними радянського дослідника історії математики Е. Кольмана вавілоняни ці дії описували

словами, наприклад, “1 10 і 26 40 додано і 1 36 40 одержується ...” [131, с. 50], а про греків автор зазначає, що греки виконуючи додавання у письмовому вигляді не ставили однойменні розряди один під одним, у них не було ні знака додавання, ні риски під доданками, а замість знака “=” вони писали слово “ґомой” (“разом”), у більшості випадків доданки та їх сума писались просто в рядочок. Отже, ми вважаємо за потрібне звертати увагу учнів на такі аспекти та розповідати про них, але при цьому з повагою ставлячись до авторів підручника.

Зорієнтувати учнів у пошуку необхідної інформації допоможе виконання практичної роботи. У якій необхідно показати єгипетське зображення знаків “+” та “-” (, , ) , зазначити, що вавілоняни та греки описували ці дії словами, а також показати різні теорії походження написання сучасних знаків (з торгівельної практики; з видозмінення латинського слова *et*, італійці ці знаки позначали буквами *p* (плюс) і *m* (мінус), у нематематичних рукописах 14 – 15 ст. часто вживали для слова “ї” знак схожий на *t*, у 15 – 16 ст. ці знаки набули сучасного вигляду і використовували їх у підручниках з математики). Також необхідно знайти та вклеїти сторінку з “Арифметики” Відмана, на якій вперше знаки “+” та “-” надрукували у сучасному вигляді. При записі коротких історичних відомостей у довідниках необхідно згадати прізвища таких математиків як Відмана (1489 р.), Штіфеля (1545 р.), Різе (1550 р.), Рікорда (1557 р.), Вієта (1579 р.), Грамматеуса (1518 р.) та італійських математиків 16 ст. Кардано, Тарталья, Бомбеллі, які у своїх працях використовували різні форми запису знаків додавання та віднімання. У класі вчитель інформує учнів про походження стародавніх прийомів додавання, форму їх запису, про походження терміну “сума” за цієї історичної довідки у класі необхідно. Аналогічно розповісти і про дію віднімання. Матеріал про походження знаків та дій додавання та віднімання можна прочитати у таких літературних джерелах [25, с. 32 – 33; 61, с. 44 – 45; 73, с. 214 – 215; 73, с. 218 – 220; 85, с. 26 – 28; 122, с. 23 – 25 та ін.].

При вивченні властивостей додавання можна запропонувати вдома розв’язати історичну задачу про маленького Гауса, яка міститься у підручнику [4]. У 9 класі учні побачать інший спосіб її розв’язання – за допомогою формули суми членів арифметичної прогресії.

Вивчення теми 2 “Величини. Вирази. Формули. Рівняння” починається з вивчення величин та ознайомлення з метричною системою мір. Вивчення цієї теми можна розпочати словами Д.І. Менделєєва, під керівництвом якого в Росії у 1893 – 94 рр. була створена Головна палата мір та терезів, “Наука починається з тих пір, як починають вимірювати”. До цієї теми ми пропонуємо розглянути історію виникнення єдиної метричної системи мір та показати її переваги. Показати необхідність введення саме *єдиної системи мір* можна на цікавому прикладі, про походження стародавньої міри довжини аршин.

Назва	Еталон	Історія виникнення	
аршин ≈ 71 см		<p>Аршин – з персидського “арш” – лікоть – старовинна одиниця довжини. Прийшов аршин на Русь 500 років тому разом з купцями з далеких східних країн.</p> <p>Купці привозили з різних країн не бачені до того тканини та продавали їх, а, отже, їм доводилося відміряти куски різної довжини. Як же це робилося? Купці обходилися без метрів: <i>тканину натягували на власну руку, до плеча</i>. Це й називали <i>міряти аршинами</i>.</p> <p>Міра хоча й була дуже зручною, однак мала істотну ваду: на жаль, руки у всіх різні. У одних вони довші, в інших – коротші. Хитрі купці швидко зметикували, що потрібно шукати прикажчиків з короткими руками – той самий сувій, а аршинів більше. Та якось цьому прийшов кінець. Продавати “на свій аршин” влада суворо заборонила. Користуватися дозволялося тільки “казенним аршином”.</p> <p>Найголовніший казенний аршин – лінійку, завдовжки з чиюсьь руку, виготовили в Москві. Потім з нього зробили точні копії і розіслали в усі кінці Росії. Щоб дерев’яний аршин не можна було вкоротити, його кінці обковували залізом і позначали казенною печаткою.</p>	
	Еталон метру	Еталон кілограма	
			Еталон секунди
			колір (світло) кружечка змінюється приблизно 1 раз в 1 с

Узагальнюючи цей приклад на всі інші одиниці вимірювання, ми підводимо учнів до поняття “еталону” та створення єдиної системи мір у всьому світі.

Розуміння поняття “еталону” допоможе учням зрозуміти відповідь на запитання “Що означає виміряти?”. Коротко на нього можна відповісти так: “Виміряти – означає порівняти з еталоном”.

Далі вчитель на уроці розповідаючи про величини та їх основні одиниці вимірювання може коротко розповісти учням про історію виникнення основних одиниць вимірювання маси – кілограма, довжини – метра, часу – секунди, а також похідних від них величин дециметра, сантиметра, міліметра, кілометра, грама, центнера, тони, хвилини, години, доби і т.д. та показати на слайдах їх еталони. Для кращого запам’ятовування учнями співвідношення між цими величинами пропонуємо розповісти про походження термінів, наприклад, метр з грецької означає “міра”, а похідні від нього величини утворюються приставками деце -, санти -, мілі -, які означають зменшення в 10, 100, 1000 разів відповідно.

Так чи інакше у сучасному світі учні зустрічаються зі старовинними одиницями мір, оскільки не всі вони вийшли з обіходу, а їх знання знадоблять сучасному учневі при розгадуванні кросвордів чи перегляді або участі в інтелектуальних телепередачах. Для кращого запам’ятовування стародавніх мір пропонуємо учням виконати домашню практичну роботу, яка містить такі завдання (див. додаток Л, с. 234): біля виділених частин тіла людини написати назви мір довжини, які походять від назв частин тіла людини, записати значення старовинних мір довжини та маси у сучасних одиницях, а також підібрати народні прислів’я та приказки, які містять у своєму тексті назви стародавніх мір. Така міні-практична робота сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів та їх свідомому запам’ятовуванню матеріалу. При вивченні цієї теми пропонуємо розв’язати з учнями задачу, яку запропонував ведучий В. Зеленський на грі “Таряче крісло” і оцінив її у 25 тис. грн.(висока ціна питання говорить про те, що автори проекту впевнені у тому, що люди мало обізнані у питаннях з історії математики): у народі про розумну людину говорять “сім пядей у лобі”, визначте якої висоти був би лоб цієї людини (відповідь: 1м 24см). Матеріал про стародавні одиниці вимірювання можна знайти у таких літературних джерелах [61, с. 35 – 39, 137 – 141; 72, с. 134 – 251; 73, с. 269 – 314; 161, с. 31 – 40; 206, с. 6 – 8 та ін.]

та на сайтах всесвітньої мережі “Інтернет”. Старовинні міри маси та довжини більш детально розглянемо на гурткових заняттях.

Наступна тема, яку вивчають у 5-му класі – “Рівняння”. Оскільки ця тема буде вивчатися учнями більш детально у 6 – 9 класах, а у 5-му класі на її вивчення відводиться 2 – 3 уроки, тому ми не будемо зупинятися на історії виникнення рівнянь. Допитливі учні можуть самостійно ознайомися з цим матеріалом у таких джерелах [31, с. 336 – 337, 61, с. 24 – 25 та ін.].

При вивченні теми “Порівняння натуральних чисел. Нерівності.” пропонуємо розповісти учням при висвітленні теоретичного матеріалу різні теорії про виникнення знаків “ \leq ; \geq ; $<$; $>$ ” та “ $=$ ”, які учні з цікавістю слухають. Наприклад, не всім відомий той факт, що ці знаки походять від знака рівності, який виник як прообраз важельних терезів. Порушення рівноваги терезів міняло положення верхнього коромисла. Вістря добутого знака нерівності “ $>$ ” направлялося в бік меншого числа, бо в цьому напрямі зменшувалася відстань між коромислом терезів та їх основою. Ця інформація буде сприйматися краще, якщо її продемонструвати зображеннями старовинних терезів (див. рис. 2.1.7). Ці зображення також позитивно вплинуть на розуміння і запам’ятовування учнями самих знаків нерівності. Це є дуже важливим моментом у навчанні математики, оскільки учні часто плутають та не розуміють який саме знак поставити у прикладі. Додому можна запропонувати знайти інші теорії походження знаків нерівності та записати їх у довідниках. Більш детально про знаки нерівності можна прочитати у таких літературних джерелах [25, с. 34; 73, с. 216 – 217; 85, с. 27; 122, с. 25 – 26].



Рис. 2.1.7

При вивченні теми: “Множення та ділення натуральних чисел та їх властивості”, на вивчення якої відводиться 11 годин, на *першому уроці* пропонуємо показати історію походження знаків \cdot , $:$ (під час вивчення теоретичного матеріалу) та розповісти у кінці уроку про історію виникнення таблиці множення (див. додаток Л, рис. Л.4, с. 235), попередньо запитавши в учнів, чи не замислювалися вони хто створив її.

Практика показує, що не всі учні – п’ятикласники вільно володіють знаннями таблиці множення. Більш того, не всі студенти – першокурсники знають її. Найбільшу складність викликає запам’ятовування таблиці множення на 6, 7, 8, 9. Тому, щоб допомогти учням надолужити ці знання, пропонуємо показати на техніку множення на пальцях, яка застосовується до множення чисел від 5 до 10 (див. рис. 2.1.8).

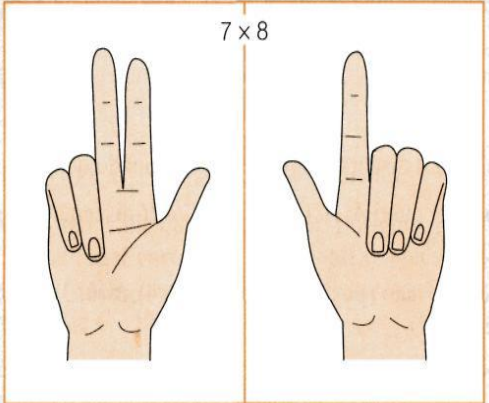
	<p style="text-align: center;">Техніка множення на пальцях (застосовується до множення чисел від 5 до 10)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) на одній руці загнути стільки пальців, наскільки перше число, що множиться, перевищує число 5: $(7-5=2)$. 2) на другій руці необхідно загнути стільки пальців, наскільки друге число, що множиться, перевищує число 5: $(8-5=3)$. 3) додати кількість пальців на обох руках, які <i>загнули</i> і суму множимо на 10: $(3 + 2) \cdot 10 = 50$. 4) перемножити кількість пальців на обох руках, які <i>не загнули</i>: $3 \cdot 2 = 6$ 5) остаточно маємо: $50 + 6 = 56$.
--	--

Рис. 2.1.8

Під час вивчення ділення пропонуємо розповісти учням та продемонструвати на слайдах старовинні способи ділення: “золоте ділення”, який використовуємо сьогодні, та “галера”. А також розповісти про те, що мало хто в давнину вмів виконувати дію ділення чисел. Тих людей, які вміли ділити у середні віки називали шанобливо “магістрами науки”. Цих людей запрошували купці для впорядкування своїх рахунків. Таким чином, підкреслити важливість вміння рахувати у всі часи, тим самим вмотивувати діяльність учнів.

У сучасному світі бурхливого розвитку науки та техніки сформувалась, нажаль, думка про те, що вміти рахувати усно не обов’язково. Сучасний учень при слові “Обчисліть...” одразу тягнеться до мобільного телефону, щоб порахувати на

калькуляторі. Невміння рахувати усно учні пояснюють існуванням калькуляторів. Зауважимо, що обчислювальна техніка існувала практично у всі часи: абаки, паскаліни і т.д., проте формування навичок швидкої лічби завжди було головною задачею школи. Люди, які вміли рахувати у всі часи були у великій пошані. На етапі сьогодення не слід забувати про сформовані століттями способи швидкої лічби і розповідати про них учням починаючи з 5 класу. Тому способи швидкої лічби пропонуємо розглянути або на гурткових заняттях, або на позакласному заході, який доцільно провести на початку вивчення теми “Множення натуральних чисел” і постійно повторювати та використовувати їх на уроках.


Вивчення розділу II “Геометричні фігури і величини” необхідно розпочати з короткої довідки про виникнення науки “Геометрія”. На другому уроці заслухати доповіді учнів про історію виникнення лінійки, олівця та ластика. При вивченні теми “Кут. Транспортир. Вимірювання кутів” розглянути історію виникнення транспортиру. Як підсумок цієї роботи учні виготовляють міні-книжечки “Історії виникнення креслярських приладів”, які у 6, 7 класах будуть доповнювати. Або пропонуємо учням зробити замітки у довідниках з історії математики. При вивченні тем 2-го розділу необхідно з дітьми розглядати походження назв геометричних фігур. Це сприятиме свідомому запам’ятовуванню назв фігур та їх форм.

При вивченні теми “Площі прямокутника та квадрата” під час виведення формули площі прямокутника його розбивають на квадрати зі стороною 1 од. Чому так роблять? Відповідь на це питання ми знаходимо в історії математики римлян. Тому перш ніж розглядати виведення формули площі пропонуємо розповісти таку легенду (див. додаток Л, рис. Л.6, с. 237). Ця легенда підведе учнів до свідомого сприйняття та запам’ятовування виведення формул площі прямокутника та квадрата. А також створить певну казковість, загодковість на уроці та, як показує практика, викличе позитивні емоції у дітей. Дітям важко запам’ятовувати формули площі фігур. Для того, щоб запам’ятати яку дію необхідно виконати при обчисленні площі, пропонуємо розповісти учням про те, що у Вавілоні добуток називали “а-ша”, що означає “площа”. Таким чином, щоб

знайти площу необхідно виконати дію множення, а потім вже конкретизуємо, що саме необхідно перемножити. При вивченні площ та об'ємів фігур пропонуємо виконати практичну роботу по їх старовинним мірам.

При вивченні цього розділу учні будуть знайомитися з квадратом та кубом числа. З метою розвитку пізнавального інтересу та свідомого запам'ятовування цих понять пропонуємо розповісти учням, що назви квадрат та куб числа походять зі Стародавньої Греції (6 ст. до н.е.), коли греки всі алгебраїчні дії виконували у геометричній формі. Для того, щоб піднести число до квадрату, необхідно було знайти площу квадрата, а тому дію піднесення до 2-го степеня і сьогодні називають піднесенням до квадрату.

З поняттям звичайні дроби учні починають знайомитися у 5-му класі (10 год.) і продовжують вивчати у 6-му (30 год.). При підготовці історичного матеріалу до вивчення цих тем необхідно продумати, що розповісти п'ятикласникам, а що – шестикласникам. На 1-му уроці на етапі мотивації навчання у 5-му класі необхідно звернути увагу учнів на те, що дроби виникли із процесу вимірювання, тобто поділу площі поля на частини, тому дроби представляли як частину одиниці площі. Також дроби виникли з потреб людини у поділі майна, обчисленні часу, землевимірюванні, обміні і т.д. Різні народи розглядали дроби зі знаменниками, які краще підходили до їх одиниць метричної системи або системи числення. І тут пропонуємо провести бесіду з учнями і пригадати разом, що вавілоняни користувалися шестидесятковою системою числення, тому вони розглядали дроби зі знаменником 60, римляни розглядали дроби зі знаменником 12, оскільки вони користувалися одиницею вимірювання маси – асса, яку ділили на 12 частин, а $\frac{1}{12}$ асса називали унцією. З метою встановлення міжпредметних зв'язків, необхідно пояснити школярам, що сучасне слово “скуппульозний” походить від римської назви $\frac{1}{288}$ асса – “скуппулус”.

Сучасні підручники містять короткі історичні відомості про виникнення дробів, зокрема, у єгиптян, але зображень цих дробів нема. Тому пропонуємо унаочнити матеріал, продемонструвавши учням на другому уроці вивчення теми, як зображували дроби єгиптяни: за допомогою значка  (“ра”), який

означав “частина” (див. рис. 2.1.10) та спеціальних символів, наприклад, ока Бога Хоруса (див. рис. 2.1.11).

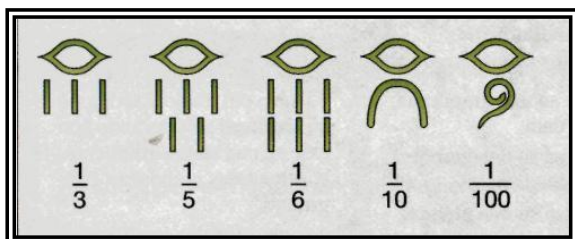


Рис. 2.1.10

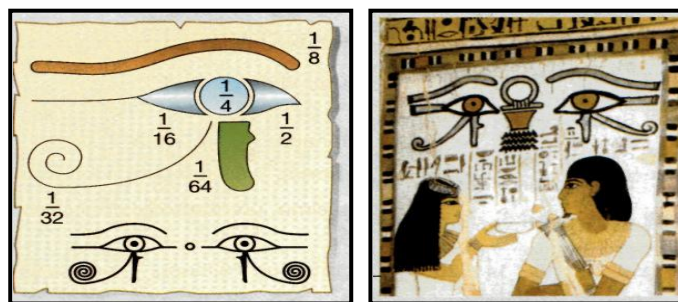


Рис. 2.1.11

Далі на уроці розв’язати задачу про поділ хлібин на 8 рівних частин. Розв’язати її сучасним способом та показати учням розв’язання єгипетського вченого Ахмеса (див. рис. 2.1.12).

*Розв’язання єгипетського вченого Ахмеса задачі
про поділ 7 хлібин між 8 учнями порівну*

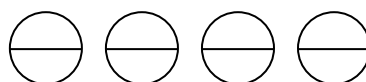
$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

Єгиптянин знав, що йому необхідно мати:

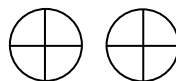
- 8 половинок;
- 8 четвертинок;
- 8 восьмушок.

Тому єгиптянин ріже
7 хлібин таким чином:

- 4 хлібини пополам



- 2 хлібини на 4 частини кожна



- 1 хлібину на 8 частин



$$4+6+7 = 17 \text{ розрізів}$$

Рис. 2.1.12

Розв’язання Ахмеса покаже учням як у Стародавньому Єгипті записували дроби, чисельник яких відрізнявся від 1, а також що сучасному школяру необхідно буде виконати більше розрізів на хлібинах (якщо всі 7 хлібин розрізати на 8 частин і

відрахувати кожному по 7, то для цього необхідно зробити $7 \times 7 = 49$ розрізів). Вчений Ахмес запропонував більш раціональний спосіб (див. рис. 2.1.12).

Додому пропонуємо дати учням практичну роботу, у якій учні повинні дослідити час виникнення, форму та запис звичайних дробів, в Індії та Київській Русі, а в 6-му класі розширити знання і розглянути виникнення дробів у Китаї та странах Арабського халіфату. На третьому уроці розглянути в класі матеріал практичної роботи.

При вивчення дій додавання та віднімання дробів розповісти про те, що дії з дробами у давнину вважалися дуже складною справою. Цей факт відобразився у народних прислів'ях. Так у Німеччині говорять “Попасти в дроби”, що означає попасти у скрутне становище. У єгиптян існували спеціальні таблиці, які були записані у папірусі Райнда, за допомогою яких вони виконували дії з дробами. Вчитель на уроці може продемонструвати фрагмент цього папірусу. У підручниках середньовіччя параграфи про дроби розміщували на останніх сторінках і вони були не обов'язкові для вивчення. На етапі сьогодення виконання дій з дробами є достатньо легкою справою. Таким чином, вчитель продемонструє учням наскільки розвинулась наука математика.

При вивченні у 5-му класі десяткових дробів пропонуємо аналогічно до звичайних дробів, розглянути історію їх виникнення. При цьому звернути увагу учнів, що десяткові дроби виникли з практики вимірювань та обчислень, тобто з практичних потреб людини. З часом люди помітили, що простіше і зручніше користуватися тими мірами, у яких відношення двох одиниць найближчих довжин було б постійним і дорівнювало б саме десяти – основі нумерації. Отже, як ми зазначали, різні країни користувалися звичайними дробами зі знаменниками, які співпадали з основами метричних систем. Тому і десяткові дроби з'явилися вперше у країнах, де існувала десяткова система мір довжини, маси та об'єму (наприклад, деякі країни Азії – 1 – 3 ст. до н.е., Китай – 10 ст.). З часом десяткові дроби окрім метрології проникли у науку та практику. Бурхливий розвиток промисловості та торгівлі, науки та техніки вимагали складних обчислень. І люди відчули, що саме з десятковими дробами їх легше

виконувати. Така історична довідка покаже школярам, що відкриття в математиці полегшують діяльність людей.

При вивченні теми “Десяткові дроби” пропонуємо також розглянути біографії таких вчених, як ал-Каші, який їх винайшов та сформулював правила виконання дій з ними (15 ст.), фламандського математика та інженера С. Стевіна, який перевідкрив десяткові дроби (16 ст.) у Європі та показати фрагмент його праці “Децимали” (“Десята”), щоб учні наочно побачили форму запису десяткових дробів. Діти можуть вдома підготувати декілька слайдів про їх форми запису у різні часи та зробити відповідні записи у довідниках.

Вивчення останньої теми у 5-му класі “Відсотки” (13 год.) доцільно розпочати з бесіди про те, де сьогодні використовують відсотки та продовжити історичною довідкою, про виникнення відсотків у стародавніх вавилонян з потреби виражати частини цілого у одних і тих самих долях, при цьому зазначити, що вони мали свої таблиці процентів, які дозволяли швидко визначити суму процентних грошей, а також у римлян, які називали відсотками гроші, що платив боржник позичальнику за кожен сотню. При цьому римляни говорили: “На кожні 100 сестерцієв боргу заплатиш 16 сестерцієв ліхви”. Так слова “на сто” по латині звучать “про центум”, тому соту частину і стали називати процентом. Від римлян відсотки перейшли до інших народів Європи. Також про відсотки знали і в Індії. Індуси обчислювали відсотки за потрійним правилом (пропорцією), з якою учні ознайомляться у 6 класі. Довгий час відсотки застосовувалися тільки у торгівельних або грошових операціях. Потім відсотки проникли у науку, техніку, господарські та фінансові звіти і т.д. Сьогодні відсоток – це вид десяткових дробів, сота частина цілого. У кінці уроку один з учнів класу, підготувавши заздалегідь презентацію, розповідає учням класу про походження знаку “%”.

Вивчення курсу “Математика” у 6 класі починається з вивчення теми “Подільність чисел”. Розпочати вивчення ознак подільності пропонуємо з подорожі стародавніми країнами Єгипту, Риму, Індії та ін., розповівши учням про знання стародавніх вчених ознак подільності (див. [73, с. 148 – 151]). Вивчення подільності

на 3 та на 9 можна розпочати із розв'язування старовинної задачі (східна притча – див. додаток Л, с. 238). Ця задача допоможе створити проблемну ситуацію на уроці. Відповіддю на неї буде виведення ознаки подільності на 3 та на 9 ($20 - 2 = 18$, а $18:9$). Підводячи підсумок вивчення ознак подільності розповісти учням, що існує узагальнена ознака, яка описана Паскалем (1654 р.) у праці “Особливості подільності чисел”. Суть цієї ознаки розглянути на гуртковому занятті.

Під час вивчення теми “Прості та складені числа” епілогом до її вивчення можуть стати слова Л. Кронекера “Цілі числа створив Бог, а математики створили все інше”. Вчитель вводить означення простих чисел, а далі розповідає учням, що піфагорійці (4 ст. до н.е.) класифікували прості числа, але не вживали терміну “прості числа”, Аристотель почав вживати цей термін, а Евклід у 7 книзі “Начал” дає означення простих чисел аналогічне до сучасного. Потім вчитель вводить означення складених чисел. А далі розглядає один із способів виділення простих чисел з натурального ряду – решето Ератосфена (3 ст. до н.е.). Цей спосіб можна продемонструвати за допомогою мультимедійної дошки, яка дозволяє дотиком руки “стягувати” складені числа, а на ній залишаються прості. Якщо ж мультимедійної дошки нема, то пропонуємо зробити заздалегідь картки з числами, наприклад від 1 до 20 і розподіляти їх як жителів трьох вулиць. На 1-й вулиці живе лише одиниця, на другій – прості числа, на третій – складені. Далі один з учнів класу, заздалегідь підготувавши, розповідає учням про Єратосфена, а інший учень пояснює назву методу – чому саме назвали “решето”. Потім вчитель зазначає, що існують і інші способи відбору простих чисел, наприклад, решето Сундарама, який розробив індійський студент у 1934 р. та решето Аткина, алгоритм якого створили два вчених-математика А.О.Л. Аткин і Д.Ю. Бернштейн та ін. Після ознайомлення учнів з таблицею простих чисел, яка знаходиться на форзаці підручника розповісти, що над її створенням працювали багато вчених і понині з'являють все нові і нові прості числа. Пропонуємо учням дослідити питання про те, які вчені працювали над створенням таблиць простих чисел самостійно вдома і подумати де сьогодні окрім математики використовують прості числа. Результати дослідження оформити у довідниках або у вигляді брошур.

При вивченні теми “НСД” пропонуємо розглянути стародавній метод знаходження НСД – алгоритм Евкліда. Вчитель може продемонструвати його на слайді, показати у підручнику авторів Бевз Г.П., Бевз В.Г. [32, с. 38], розібрати його суть та зробити відповідні записи у довідниках з історії математики. На інших уроках теми “Подільність чисел” пропонуємо у якості хвилок розвантаження розглядати магію простих та складених чисел (наприклад, число 666, число Шахіризади – 1001, 2520 – число, що зображено у гробниці фараона та яке ділиться без залишку на всі числа від 1 до 10).

У підсумку вивчення простих чисел пропонуємо ознайомити учнів з деякими теоретичними питаннями, а саме з проблемою *Гольдбаха*, яка до сьогодні не розв’язана – будь-яке парне число більше двох може бути представлено у вигляді суми двох простих чисел ($6=3+3$; $10 = 5+5=7+3$ і т.д.), *теоремою Чебишова* (1852 р.) для будь-якого натурального числа N між числами N та $2N$ завжди є просте число та розповісти про *теорему Ферма*, яку довгий час не могли довести.

Більш детально пропонуємо розглянути прості числа на гурткових заняттях або присвятити їм позакласний захід (більш детально розглянемо у п. 2.4). Отже, історичні відомості під час вивчення теми “Подільність чисел” допомагають вчителю розкрити та показати довгий шлях розвитку простих чисел, їх велике значення у різні часи та епохи. А також зазначити, що дослідження у цій сфері науки тривають і до сьогодні.

У 6-му класі учні розширюють свої знання з теми “Звичайні дроби” і починають вивчати додавання та віднімання дробів з різними знаменниками, а також множення звичайних дробів. Повторення історичного матеріалу з цієї теми за 5 клас можна провести у вигляді бесіди або інтерв’ю, яке бере один із учнів класу у інших. Після вивчення теми “Додавання та віднімання дробів з різними знаменниками” учні зможуть на власному досвіді переконатися у правильності представлення єгиптянами дробів у вигляді суми аліквотних дробів та можуть самі спробувати представити звичайний дріб як суму аліквотних дробів. У історичних довідках на уроках розглянути вивчення дробів *греками* (тільки вони виконували всі арифметичні дії з дробами та розглядали дроби як відношення

двох цілих чисел, а не як долі; користувалися алгоритмом знаходження НСК), *китайцями* (використовували алгоритм Евкліда для знаходження НСК, знаходили НСД – для скорочення дробів, додавання та віднімання виконували майже сучасним методом зведення до спільного знаменника, множення та ділення – за допомогою знаходження площі земельного участка, у 5 ст. Чжан Цю-цзянь прийшов до сучасного правила ділення дробів), *індійцями* (наприклад, розглянути працю вченого Шридхара, який наводить правила виконання дій з дробами, які практично не відрізняються від сучасних: “Після зведення дробів до спільного знаменника додай чисельники” і т.д. (див. [111, с. 187])). А також розповісти як складно виконувалися дії над дробами. Для виконання дії додавання були створені спеціальні таблиці, віднімання замінялося додаванням. Дія множення була настільки важкою, що автори підручників 18 ст. або взагалі не давали пояснення до виконання цієї дії, або описували її на 29 сторінках у складній і заплутаній формі.

Під час вивчення теми “Ділення звичайних дробів” рекомендуємо показати учням декілька (2 – 3) старовинних способів ділення дробів, які описані у джерелі [267], наприклад, єгипетський, римський, метод, що описав вчений середньовіччя Неморарій, метод Фібоначчі (зводив дроби до спільного знаменника, а потім ділив чисельники) та зазначити, що сучасний метод був описаний на прикладах у підручнику 16 ст. Звернути увагу учнів, що автори стародавніх підручників формулювали правило виконання дій та показували декілька прикладів, на їх застосування, при цьому детальних роз’яснень не наводили. Учні, у свою чергу, повинні були самі помітити певні закономірності і користуватися ними при розв’язуванні прикладів. Таким чином, учні відчують наскільки зручний і легкий сучасний метод ділення звичайних дробів та побачать переваги сучасних підручників. Про історію виникнення звичайних дробів можна прочитати у таких джерелах [61, с. 25 – 35; 73, с. 239 – 246; 85, с.172 – 174; 117, с. 18 – 21; 131, с.21 – 25 та ін.].

З метою здійснення морального виховання та встановлення міжпредметних зв’язків на уроці математика можна навести цитату Л.М. Толстого, який моральні якості людини отожднював з дробом: “Людина подібна дробу, чисельник якого є

те, що людина уявляє собою, а знаменник – те, що вона думає про себе. Чим більша думка людини про себе, тим більший знаменник, а значить, тим менший дріб (тобто людина)”.

Відношення та пропорції. Короткі історичні відомості з цієї теми містять всі сучасні підручники з математики для 6 класу [32, с. 167 – 168; 181, с. 122 – 124; 305, с. 122 – 123]. З цим матеріалом учні можуть самостійно ознайомитися вдома. А вчитель на уроці – провести бесіду з учнями або інтерв'ю. Також учням можна запропонувати написати реферати на тему “Золотий переріз у музиці або архітектурі або живописі, написанні шрифтів і т.д.”. На уроці розглянути як люди з далекої давнини при створенні різних ричагів використовували пропорцію $\frac{M}{m} = \frac{L}{l}$, де M та m – маси грузів, L та l – “плечі” ричага, а Архімед з цього приводу говорив: “Дайте мені точку опори і я зрушу Землю” (див. рис. 2.1.13).



Рис. 2.1.13

Також звернути увагу учнів на те, що золотий переріз розкрив далеко не всі свої таємниці. Зовсім недавно його знайшли, наприклад, у медицині й фізіології. Встановлено, що для кожного виду живих істот є частота серцебиття, при якій тривалість усього кардіоциклу і його складових співвідносяться між собою по пропорції золотого перерізу. Для людини ця частота дорівнює серцевому ритму здорових, фізично активних організмів у спокої: майже 63 удари на хвилину. Ця пропорція “присутня” й у судинах, і у крові. Отже, золотий переріз є гарантом нормального, оптимального функціонування всієї кровоносної системи організму.

При вивченні теми “Коло. Довжина кола.” ознайомити учнів з стародавнім способом виведення формули довжини кола, який запропонував давньогрецький філософ Антифон. Він вписував в коло квадрат, потім 16-кутник, 32-кутник і т.д.

і робив висновок, що таким чином у коло вписаний багатокутник, периметр якого дорівнює довжині кола.

При вивченні формули довжини кола учні вперше знайомляться з числом “ π ”. Тому пропонуємо напередодні вивчення теми запропонувати учням провести міні-дослідницьку роботу на тему “Історія виникнення числа π ”, яку оформити або у довідниках, або у вигляді міні-книжок. На уроці після ознайомлення з формулою знаходження довжини кола, провести бесіду з учнями на задану тему, при цьому можна продемонструвати пам’ятник (див. рис. 2.1.14) числу “ π ” (м. Сіетл, США) та пояснити назву цього числа, яку ввів у 1706 р. У. Джонс, взявши першу літеру грецьких слів $\pi\epsilon\rho\iota\phi\epsilon\rho\epsilon\iota\alpha$ – коло та $\pi\epsilon\rho\iota\mu\epsilon\tau\rho\varsigma$ – периметр, тобто довжина кола, а загальноприйнятим воно стало після робіт Л. Ейлера у 1737 році. Також у бесіді зачепити питання про важливість точності обчислення числа “ π ”, про святкування його “дня народження”, про існування в мережі “Інтернет” клубу його прихильників. Більш детально розглянути питання про значення числа π у житті людини та інші питання допоможе проведення позкласного заходу.



Рис. 2.1.14

Додому учням можна запропонувати розв’язати π -судоку (правила такі: у рядках, стовпцях і блоках із 12 клітинок жодна цифра від 1 до 9 повинна зустрічатися тільки один раз, а знак числа π – три рази), яку створили прихильники до дня числа “ π ” (див. рис. 2.1.14). При поясненні побудови кола викликають інтерес у учнів розповіді легенд про походження циркуля та демонстрації його старовинних екземплярів (див. рис. 2.1.14), які знайдені при розкопках. А також вчитель може показати зображення циркулів, які

зустрічається на старовинних будинках (Одеса, С.-Петербург) та у парку фігур-велетнів у Росії на Південному Уралі, де споруджено йому пам'ятник та старовинних картинах. При вивченні теми “Коло. Довжина кола.” необхідно пояснити історичне виникнення назв основних елементів кола: центр, радіус, діаметр, хорда (див. [61, с. 89]).

Діти з інтересом та усвідомленістю сприймають виведення формули площі круга, якщо її доведення продемонструвати за допомогою так званого “індійського кола” (див. рис. 2.1.15), яке індійський математик Ганеші (16 ст.) поділив на 12 секторів. Потім розгорнув кожне півколо з 6 секторів у пилоподібну фігуру, основа якої дорівнює довжині півкола круга, а висота – радіусу. Площу круга знаходив як площу утвореного прямокутника. Діти з більшим інтересом будуть працювати на уроці, якщо самі зроблять заготовки кола поділеного на 12 частин і власноруч утворять із кола прямокутник та знайдуть площу круга. Дітям візуалам картинка, утвореного прямокутника, допоможе запам'ятати формулу площі круга.

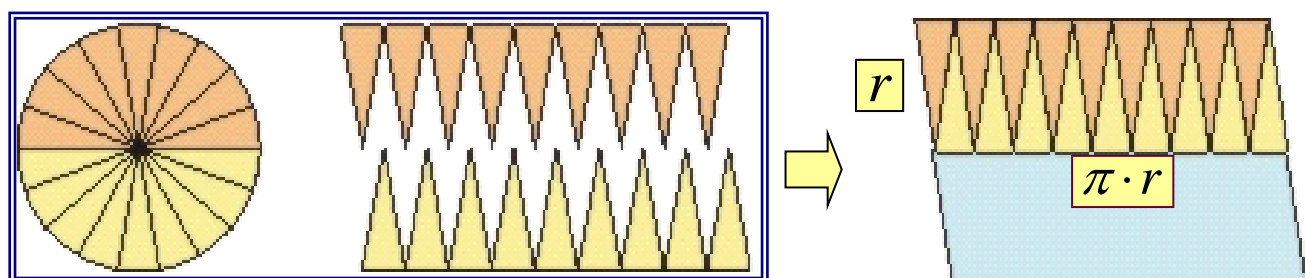


Рис. 2.1.15

У 6-му класі учні розширюють свої знання про числа – починають вивчати від’ємні числа. Розпочати вивчення теми “Додатні та від’ємні числа. Число 0” необхідно з актуалізації знань учнів історії виникнення числа нуль та його значення у житті людини. Звернути увагу школярів на те, що пам’ятник нулю, нульові кілометри різних країн, нульовий меридіан символізують точку відліку. Таким чином, провести аналогію і показати, що і на числовій прямій нуль означає початок відліку. З першого уроку вивчення розпочати ознайомлення учнів з історією виникнення від’ємних чисел. Історичну довідку пропонуємо показати у такій хронологічній послідовності:

1) *Китай*. У 2 ст. до н.е. Чжан Цань у книзі “Арифметика у дев’яти книгах” від’ємні числа сприймалися як борг, а додатні – як майно. Знака мінус не існувало, тому додатні та від’ємні числа писали різними кольорами. Від’ємні числа широко не застосовували, від’ємних розв’язків при розв’язуванні задач позбувалися шляхом заміни умови (як греки).

2) *Індія*: 7 ст. – вчений Брахмагупта (прибл. 598 – 660) сформулював правила виконання додавання та віднімання з від’ємними числами, пов’язуючи їх з поняттями “боргу” та “майна”. Математик Басхара у 12 ст. описав правила множення та ділення від’ємних чисел. Отже, в Індії від’ємні числа розуміли як борг, правильно описували правила виконання дій з ними, але теоретичного обґрунтування цим діям не давали.

3) Л. Пізанський (13 ст.) прийшов до думки, що від’ємні кількості необхідно розуміти у сенсі протилежному до додатних.

4) М. Штіфель у книзі “Повна арифметика” (1544 р.) вперше вводить поняття про від’ємні числа як числа, що менші нуля – “менші ніж нічого”. Він не пов’язував їх з боргом та майном. Вчений називав їх “абсурдними”.

5) Р.Декарт у 17 ст. запропонував відкладати від’ємні числа на числовій осі лівіше від нуля. Декарт та його наступники визнавали від’ємні числа, але з діями над ними було не все гаразд, наприклад, з множенням (ця дія невизначена).

6) Потреба людей різних професій вимірювати температури призвела до необхідності у створенні шкал та градусників. Так шведський вчений Цельсій (1701-1744 рр.) у 18 ст. запропонував вимірювальну шкалу, на якій позначив 0 як початок відліку (температура таєння льоду), а за 100° – температуру кипіння води.

7) Довгий час від’ємні числа називали “несправжніми”, “фіктивними”, “хибними”. Лише на початку 19 ст. від’ємні числа одержали всесвітнє визнання.

При вивченні тем, що стосуються виконання дій з раціональними числами поступово розповідати про правила, які були сформульовані словесно вченими Китаю та Індії. Наприклад,

1) *Китай*. У 2 ст. до н.е. вчений Чжан Цань у книзі “Арифметика у дев’яти книгах” пише: *якщо до боргу додати борг, то в результаті одержимо борг, а не*

майно. Китайці розглядали лише правила додавання та віднімання від’ємних чисел, множення і ділення – взагалі не розглядали.

2) *Індія*. У 7 ст. індійський вчений Брамагупта (прибл. 598 – 660) писав: “Якщо додати два майна, то одержимо майно, двох боргів – борг, майна і боргу – їх різниця або, якщо вони рівні, – нулю. Сума нуля і борга є борг, майна і нуля – майно, двох нулів – нуль”. Математик Бхаскара у 12 ст. описав правила множення та ділення від’ємних чисел: “Якщо перемножити два майна або два борги, то одержимо майно; добуток майна на борг є борг. Теж саме правило має місце і при діленні”.



 Брамагупта (прибл. 598 – 660 рр.)	Сучасний запис	Індійський запис
 Бхаскара	$“+” + “+” = “+”$ $“-” + “-” = “-”$ $“+” + “-” = “\text{‘їх різниця’}”$ $“+” + “-” = “0”$ $“0” + “-” = “0”$ $“0” + “+” = “0”$ $“0” + “0” = “0”$	$“\text{майно}” + “\text{майно}” = “\text{майно}”$ $“\text{борг}” + “\text{борг}” = “\text{борг}”$ $“\text{майно}” + “\text{борг}” = “\text{‘їх різниця’}”$ $“\text{майно}” + “\text{борг}” = “0”$ (якщо однакові) $“0” + “\text{борг}” = “\text{борг}”$ $“0” + “\text{майно}” = “\text{майно}”$ $“0” + “0” = “0”$
	$“+” \cdot “+” = “+”$ $“-” \cdot “-” = “+”$ $“+” \cdot “-” = “-”$	$“\text{майно}” \cdot “\text{майно}” = “\text{майно}”$ $“\text{борг}” \cdot “\text{борг}” = “\text{майно}”$ $“\text{майно}” \cdot “\text{борг}” = “\text{борг}”$


Рис. 2.1.16

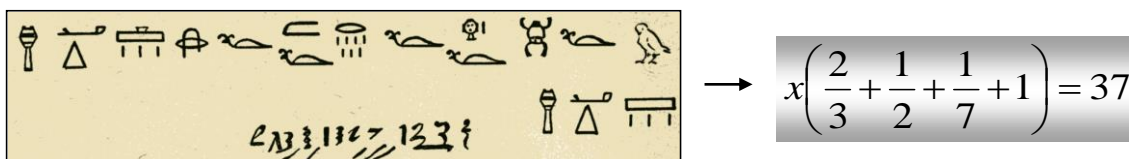
Описані словесно правила виконання дій додавання та віднімання, множення та ділення від’ємних чисел індійськими вченими допоможуть сучасному учню краще зрозуміти та свідомо запам’ятати їх виконання (див. рис. 2.1.16). Пропонуємо записати таку таблицю у довідники з історії математики.

При вивченні теми “Рівняння” необхідно враховувати, що більш детально діти будуть вивчати її у 7 – 8 класах у курсі “Алгебра”. Тому у 6 класі пропонуємо коротко розглянути історичні відомості з цієї теми, а саме:

1. Рівняння виникли 4000 р. тому. Їх вміли розв’язувати вавилонські та єгипетські, китайські та індійські вчені. Необхідність розв’язувати рівняння виникла з практичних потреб людини, а саме з потреби робити розрахунки по землевимірюванню, у будівництві або воєнній справі, або розподілі майна і т.д.

Про розв'язування задач за допомогою рівнянь ми дізнаємося із стародавніх математичних творів, наприклад, Московського папірусу (1850 р. до н.е.), фрагмент зображення якого пропонуємо показати на слайді.

2. Розглянути з учнями як єгипетські вчені записували лінійні рівняння. При цьому акцентувати увагу учнів на таких фактах: єгипетські вчені розв'язували рівняння 1-го степеня ще у 2 ст. до н.е., проте буквенної символіки не використовували. Невідоме позначали спеціальним символом “хау” , який у переводі означає “куча” або “невідома кількість”. Лінійні рівняння розв'язували методом “ложного положення”, який широко використовували довгий час в Азії та Європі.



$$x \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + 1 \right) = 37$$

Також можна учням показати як урізні часи та в різних країнах позначали невідоме (див. рис. 2.1.17) або запропонувати, щоб вони дослідили це питання вдома. Виконуючи таке завдання учні зможуть побачити, як розвивалась математична мова.



Рис. 2.1.17

При вивченні теми “Прямокутна система координат. Координатна площина” учні 6-го класу вперше знайомляться з прямокутною системою координат, тому її вивчення пропонуємо розпочати з історичної довідки, яка допоможе зацікавити учнів та плавно підвести до відкриття прямокутної системи координат Р. Декартом. А саме: координатною площиною користувалися стародавні астрономи (К. Птолемея (2 ст. до н.е.), Гіпарх (1 ст. до н.е.) – запропонував провести на мапі Землі паралелі та меридіани), географи, землеміри (оговорювалося у 5-му класі), художники стародавнього Єгипту та

Середньовіччя. У 14 ст. французький вчений Оресле за аналогією з географічними координатами створив координатну площину. Вчений розмістив на площині прямокутну сітку і позначив на ній широту і довготу. Інший французький вчений кінця 16 ст. Р. Декарт, намагався описати закони природи математичними символами, запропонував ввести *систему координат у математиці*. Що ж сподивгло його на цей крок? – Випадок. Далі вчитель розповідає про випадок, який стався з вченим у чужому місті (див. додаток Л, с. 239). Ця розповідь викликає інтерес у учнів і позитивні емоції, а, отже, сприяє подальшому розвитку пізнавального інтересу до вивчення цієї теми. Допоможуть вчителю підкреслити важливість цього винаходу для математики слова великого математика та механіка П. Лапласа, який писав: “День, коли Декарт усвідомив собі свій метод, можна вважати офіційним днем народження сучасної математики (історія зберегла нам цю дату – 10 листопада 1619 р.)”.

У підручнику авторів Г. Янченко та ін. [305] перед введенням поняття “координатна площина” розглядається задача про знаходження глядачів у залі кінотеатру. Зауважимо, що подібну задачу вперше розглянув Р. Декарт і саме він вперше запропонував здійснити нумерацію крісел у театрі за рядами та місцями. Отже, як показує практика, учні краще сприймають матеріал, якщо при розгляді задачі розповідати і про її автора. А тому, радимо акцентувати увагу учнів на тому, що саме Декарт сформулював цю задачу.

Ввівши учням поняття “Декартова система координат” та її складових вчитель зазначає, що терміни абсциса (з лат. *abscissa* – відрізок) та ордината (з лат. *ordinatus* – розташований в порядку) були введені німецьким математиком Г.В. Лейбніцем у 17 ст. Проте головна роль у створенні методу координат належить саме Декарту і тому система координат називається декартовою. Для кращого запам’ятовування матеріалу з історії математики, учні вклеюють у робочий зошит або у довідники портрети Лейбніца та Декарта і записують їх здобутки. У кінці уроку вчитель запитує, що знають діти про Декарта і пропонує на наступний урок підготувати біографію вченого, яку можна оформити у формі буклету або стінгазети, або презентації. Історичні відомості з цієї теми містяться у таких джерелах [32, с. 271; 61, с. 65; 244, с. 243 та ін.], а також на сайтах всесвітньої мережі “Інтернет”.

2.2. Розвиток пізнавального інтересу учнів на уроках алгебри в умовах використання елементів історії математики

У 7 класі відбувається розгалуження математики за двома напрямками – алгебра та геометрія. Відповідно, учні починають вивчати дві нові для них дисципліни – алгебру та геометрію. Продовжуючи процес розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики, враховуючи при цьому вікові особливості школярів, зазначимо, що інтерес учнів 7 – 9 класів стає більш стійким, у порівнянні з 5 – 6 класами. Школярі глибше занурюються у матеріал, що вивчається, збільшується час зосередження їх уваги. Інтерес учнів 13 – 15 років стає спрямованим на зміст предмету. Школярі більш свідомо прагнуть подолати труднощі, розв'язати більш складні задачі, їх відношення до навчання стає критичнішим, вони починають висловлювати власні думки та відстоювати їх.

Відповідно до змін вікових особливостей учнів та переходу їх пізнавального інтересу на інші етапи розвитку будуть набувати змін форми та методи роботи зі школярами 7 – 9 класів.

При роботі у класі основною формою роботи залишаються історичні довідки, розв'язування історичних задач, софізмів. Якщо історичні довідки 5 – 6 класів, були наповнені розповідями про перші віхи розвитку арифметики, походження термінів, прийоми швидкої лічби, то у 7 – 9 класах їх зміст у більшій мірі наповниться біографіями вчених, історією математичних відкриттів та історією розвитку алгебри та геометрії, при цьому також будуть мати місце історії походження математичної мови.

Біографії вчених пропонуємо подавати у вигляді схем, наприклад, див. [281, 286], оскільки таким чином можна зекономити час на уроці, коли учні будуть робити свої повідомлення, з іншого боку створення схем на перший погляд достатньо легке завдання, але й складне. Його складність полягає в тому, що учням дуже важко вибирати головне у біографіях вчених. Зазвичай школярі переписують біографії не задумуючись над ними. Створення схеми допоможе їм усвідомити матеріал, відчути його значимість, і звичайно, буде вчити підлітків аналізу і виділенню головного. У свою чергу повідомлення біографій вчених

виховує учнів на уроці. Так, прикладами наполегливої самостійної праці у сфері математики є біографії Б. Паскаля, який попри заборони батька змалечку самостійно опановував науку, індійського математика Рамануджана, який у 4-му класі середньої школи взяв у свого знайомого – студента університету двохтомний курс тригонометрії і самостійно опанував його, та інші. Дехто з математиків для того, щоб вдосконалити знання і набути нові подорожував світом, наприклад, Фалес, Л. Пізанський (Фібоначчі), Рамануджан та інші. Сприяє розвитку здорового способу життя на уроках математики біографії математиків, які займалися спортом, туризмом та вели здоровий спосіб життя, наприклад, Піфагор, А.М. Колмогоров, І.Г. Петровський.

У 7 – 9 класах необхідно продовжувати залучати дітей до міні дослідницьких робіт, а саме написання доповідей та рефератів, написання казок замінити на написання математичних творів, інтерв'ю, листів. Виконання таких робіт корисне тим, що школярі вчаться розмірковувати, самостійно формулювати і оформлювати свої думки. У результаті формується і розвивається їх математична мова та мислення, пізнавальний інтерес до вивчення математики. Найкращі твори можна розміщувати у куточках математики або стінгазетах, або зачитувати перед аудиторією класу чи на математичних вечорах, тижнях, батьківських зборах і т.д. та відповідно оцінювати їх авторів.

Сприяють розвитку пізнавального інтересу школярів до вивчення математики і розв'язування задач. Але при виявленні ролі задач для розвитку пізнавального інтересу слід звертати увагу на їх змістове наповнення та організацію діяльності при їх розв'язанні. Як показує практика, у учнів викликають інтерес задачі, які містять факти з життя відомих людей, досягнення науки та техніки, факти з історії математики, які показують міжпредметні зв'язки, зв'язок математики з практичним життям, вони містять елементи дослідження. Як ми зазначали у п. 1.2, історичні задачі, що пропонуються у підручниках, не є простими, вони розміщені у другому і третьому рівнях, а також у розділах “Задачі підвищеної складності” (у кінці підручника). Ці задачі сприяють розвитку логічного мислення школярів та їх вихованню. Їх розв'язання

потребує, щоб учень володів певними знаннями, вміннями і навичками. Тому історичні задачі методично доцільно включати на етапі закріплення знань. Проте є і такі задачі, які допомагають створювати проблемні ситуації на уроках. Такі задачі ми пропонуємо розглядати на початку вивчення теми.

У силу психологічного дорослішання учнів 7 – 9 класів у роботі з ними необхідно використовувати проблемні методи навчання, більш активно залучати учнів до дослідницької роботи, активної пошукової діяльності, до участі у дидактичних іграх.

Проблемне навчання – це такий вид навчальної діяльності, який полягає у тому, що знання подаються не у готову вигляді, а вчитель організовує їх “добування”, “відкриття”. Виникнення пізнавального інтересу залежить від вміння вчителя створювати проблемні ситуації – такі життєві чи навчальні утруднення, які виникають тоді, коли школярі розуміють задачу, намагаються її розв’язати або пояснити, але відчують недостатність у наявних знаннях. Ці ситуації викликають у учнів бажання знайти розв’язання, пояснення невідомому, незрозумілому факту, створюють позитивні мотиви навчальної діяльності.

Проблемну ситуацію вчитель може сам формулювати учням і сам показувати її розв’язання, а може з учнями здійснювати пошук її розв’язання, посиляючись на наявні в учнів знання, вміння та навички. Методика підбору проблемної ситуації заключається у тому, що завдання повинні відповідати інтелектуальним можливостям учнів, бути посильними для них.

Проблемні ситуації містять в собі секрет, інтригу, учні, бажаючи розв’язати їх, починають активно мислити, відповідно, у них в ході розв’язання виникає інтерес до діяльності. Проблемне навчання сприяє появі у учнів таких станів, які притаманні пізнавальному інтересу: здивування, інтелектуальної активності, емоційної насиченості. Проблемні ситуації викликають у школярів прагнення перебороти труднощі, що в свою чергу, активізує пізнавальну діяльність учнів. Таким чином, проблемне навчання являється одним із джерел пізнавального інтересу.

Проблемна ситуація та активна пошукова діяльність – два взаємопов’язані процеси. Окрім проблемної ситуації існують і інші шляхи збудження активної

пошукової діяльності. До них ми відносимо: метод Меттчета; метод мозкової атаки; метод імітаційних моделей; метод асоціативного зв'язку; метод “гудіння вулику”; кейс-метод (вивчення випадків); коло знань; експертні групи; проектна робота; перехресні групи; інтерв'ювання, складання проблемних ситуацій; рольова гра; *історична загадка* (учень складає історичний портрет діяча у формі промови від його імені, а інші однокласники мають відгадати про кого йдеться); промова у малюнках або схемах; естафета; дебати; визначення подій, які найбільше вразили під час вивчення певної теми; науково-проблемний метод; робота учнів у ролі експертів із правом оцінювати інших; експрес-опитування перед класом; науково-дослідницька робота (для учнів 9 – 11 класів) та інші.

Дидактичні ігри – спеціально створювані або пристосовані для цілей навчання ігри. Дидактичні ігри є одним із засобів опанування знаннями, вміннями та навичками через дію, одним із шляхів розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики. Організація ігор повинна спиратися на такі дидактичні принципи, як: доступність, посильність, систематичність. Ігрова діяльність учнів забезпечує реалізацію трьох основних цілей навчання освітньої, розвиваючої та виховної. Гра, як метод навчання, організовує учнів, згуртовує та розвиває їх, а також виховує, допомагає розкрити потенціали школярів (іноді приховані від вчителя).

Граючись на уроках математики учні основної школи вчаться швидко рахувати, розв'язувати задачі, конструювати шляхи їх розв'язання, порівнювати, узагальнювати, класифікувати, робити самостійно висновки та обґрунтовувати їх. Дидактичні ігри надають вчителю можливість індивідуалізувати роботу на уроці, розвивати інтереси учнів, а отже, і їх здібності, виховувати почуття відповідальності, колективізму. Під час гри у учнів виникають потреби щось вивчити, зрозуміти, запам'ятати, при цьому активізуються, причому на достатньо тривалий час, всі психологічні процеси такі, як увага, пам'ять, мислення, сприймання, воля та інші, які утворюють психологічну природу інтересу. Тому ми говоримо, що в ігровій діяльності розвивається пізнавальний інтерес учнів основної школи до вивчення математики. А також активізуються ті психологічні процеси, які за звичайних умов у підлітків активізувати дуже важко.

До дидактичних ігор ми будемо відносити ігри-змагання, ігри-естафети, імітаційні та ситуаційні ігри, рольові ігри, математичні бої, математичне доміно та лото. Безпосередньо з історії математики можна запропонувати такі ігри, як: картографічне та хронологічне доміно, історичне лото, “Розписані тексти”, гімнастика пам’яті – “Впізнай місце або історичну особу”, поле-чудес, брейн-ринги, КВК та інші, проведення конкурсу історико-математичних малюнків, в яких учні продемонструють власне бачення історії математики та інші.

Сучасні підручники містять у певному обсязі матеріал з історії математики. Так, у підручниках з алгебри для 7 класу у історичних довідках розглянуті питання походження назви науки “Алгебра”, знаків арифметичних дій та математичної мови, понять “функція” та “змінна величина”, показано доведення формул скороченого множення геометричним способом, історію виникнення декартової системи координат та способів розв’язування систем лінійних рівнянь, історію доведення теореми П. Ферма. Також підручники містять портрети визначних учених аль-Хорезмі, Ф. Вієта, Лейбніца, Р. Декарта, Піфагора та ін., біографії таких вчених-математиків, як Ф. Прокоповича, М.В. Остроградського, Д.О. Граве, М.П. Кравчука та ін.

У підручниках алгебри для 8 класу розглядають історію виникнення дробів зі змінними величинами, степенів з цілими показниками, стародавній вавілонський спосіб обчислення кореня квадратного з довільних додатних чисел ($\sqrt{m} = \sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$) та походження знаку $\sqrt{\quad}$, історію розширення поняття числа – виникнення множини дійсних чисел та легенду про виникнення ірраціональних чисел, показано еволюцію методів розв’язування квадратних рівнянь, історію виникнення способу розв’язування кубічних рівнянь (метод Дж. Кардано), рівнянь четвертого степеня (Л. Феррарі) та рівнянь степеня вище четвертого. У підручниках надруковані портрети М.П. Кравчука (пам’ятник), Р. Декарта, Піфагора, М.А. Чайковського, Ф. Вієта, Н. Тарталья та ін., біографії – Г.Ф. Вороного, В.М. Глушкова, В.Й. Левицького та ін.

У історичних довідках підручників з алгебри 9 класу висвітлюються історії доведення нерівностей О.Л. Коші, В.Я. Буняковського та коротко подаються

біографії цих вчених, історії виникнення понять “функція” та “прогресія”, описані етапи виникнення та розвитку прикладної математики, теорії ймовірностей. Підручники містять портрети Дж. Кардано, Б. Паскаля, В. Буняковського, М.В. Остроградського та інших, а також біографії – М.П. Кравчука, М.В. Остроградського, Я. Бернуллі та інших. Також зазначимо, що всі підручники з алгебри містять історичні задачі, детальний аналіз яких ми здійснили у статті [342].

Розглянемо більш детально наповнення історичних довідок у курсі “Алгебра” 7 – 9 клас. У 7 класі учні вперше знайомляться з новою дисципліною “Алгебра”, тому щоб викликати інтерес до її вивчення вчитель повинен розповісти про неї – презентувати її: показати, який довгий шлях розвитку пройшла ця наука, яка велика кількість вчених працювала в цій галузі. На першому уроці першу розповідь про цю науку здійснює вчитель, супроводжуючи її презентацією. Розповідь доцільно розпочати з пояснення походження назви науки, для того щоб діти зрозуміли суть цієї науки і наскільки, порівняно з минулим, вона розширила свої межі. А також розповісти про засновника алгебри – аль-Хорезмі та його внесок у науку. Завершити перший урок можна словами Конфуція “Перед людиною є три шляхи до пізнання: шлях мислення – найбільш благородний, шлях наслідування – найбільш легкий і шлях особистого досвіду – найбільш важкий”.

Перша тема, з якої починається вивчення курсу “Алгебра” – це “Лінійні рівняння з однією змінною” (9 год.). Перші історичні відомості з цієї теми учні одержали у 6 класі, а саме коли виникли способи розв’язування перших лінійних рівнянь, які стародавні математичні твори містять їх, як єгиптяни, які не володіли буквенною символікою, записували рівняння за допомогою ієрогліфів та як видозмінювався запис невідомого у них. Вчитель у формі евристичної бесіди може пригадати ці відомості з учнями, а також розширити їх, розповівши їм більш детально про етапи розвитку науки про рівняння:

1. *Вавілон.* Вавілоняни у 2 ст. до н.е. розв’язували лінійні рівняння та більш складні (квадратні, біквадратні, найпростіші кубічні), ніж єгиптяни. Буквених позначень не використовували, а наводили розв’язки типових задач, зводячи

розв'язок аналогічних задач до заміни числових значень. Лінійні рівняння 1-го степеня зустрічаються у клинописних табличках рідко. Для їх розв'язання вавілоняни використовували різні способи: виключення невідомого, правило хибного положення, введення допоміжних невідомих і ін. Набагато більше вони приділяли уваги розв'язуванню рівнянь 2-го степеня (які учні будуть вивчати у 8 класі).

2. *Греція*. Починаючи з 6 ст. до н.е. всі алгебраїчні твердження висловлювали у геометричній формі. Наприклад, замість суми чисел говорили про суму відрізків. Таким чином, розв'язок лінійного рівняння шукали із співвідношень довжин відрізків.



<p>Я уклав книжку про відновлення і протиставлення, яка містить прості й складні питання арифметики, оскільки це необхідно для людей при поділі спадків, укладанні заповітів, розподілі майна і в судових справах, у торгівлі й різноманітних угодах, а також при вимірюванні земель, прокладанні каналів, в інженерному мистецтві та інших подібних справах.</p> <p>Аль-Хорезмі.</p>			
 <p>аль-Хорезмі (ок. 783 – ок. 850)</p>	$5x - 16 = 20 - 4x$ $+ 16 \quad + 16$ $5x = 36 - 4x$ $+ 4x \quad + 4x$ $9x = 36$ $x = 4$	<p>Відновлення ("аль-джебр") – це операція виключення з обох частин рівнянь членів, що віднімаються шляхом додавання протилежних за знаком</p>	<p>Протиставлення ("аль-мукабала") – це дія скорочення в частинах рівняння однакових членів</p>

Рис. 2.2.1

3. *Діофант Олександрійський* (3 ст.) запропонував відмовитися від геометричного трактування. У своїй книзі "Арифметика" вперше використав буквену символіку та сформулював правило зведення подібних доданків, правило додавання і віднімання до/від обох частин рівняння одного і того ж виразу – те, що потім у Аль-Хорезмі стало називатись "алгеброю". Сформульовані правило приведення подібних членів і правило додавання і віднімання до/від обох частин рівняння одного і того ж виразу: те, що потім у Аль-Хорезмі стало називатись "алгеброю".

4. З 6 ст. центр математичних досліджень переміщається у Індію, Китай, Країни Близького Сходу та Середньої Азії. У ці часи відбувається становлення алгебри як самостійної математичної науки. Її засновником став Мухамед аль-Хорезмі (9 ст.) – узбецький математик і астроном, який написав трактат "Китаб

аль-джебр валь-мукабала”, у якому описав загальні правила розв’язування рівнянь 1-го та 2-го степенів. Згодом виникла наука про розв’язування рівнянь “аль-джебр” – “Алгебра”. Заслуга цього вченого полягає у тому, що він одним із перших почав використовувати рівняння, як торговець – терези. Елементарні перетворення у рівняннях він робив, ототожнюючи їх з терезами (див. рис. 2.2.1).

Учні додому одержують завдання дослідити біографію Діофанта. На наступному уроці можна розглянути її у формі інтерв’ю. Така форма роботи викликає інтерес у учнів, вчить їх формулювати та висловлювати самостійно думки. Закріпить інтерес учнів до постаті Діофанта та математики, зокрема, допоможе розв’язування задачі про кількість років прожитих Діофантом, яка розміщена на його могильній плиті.

Другий розділ, який вивчають учні у курсі “Алгебра, 7 клас” – “Цілі вирази”. На початку вивчення теми “Цілі вирази” пропонуємо дати школярам історичну довідку про походження буквенної символіки. Коротко показати як еволюціювала математика, проходячи такі етапи: риторичний, синкопований та символічний. Коротко охарактеризувати їх та показати, що саме за часів символічного етапу розвитку (15 ст.) у математиці з’являється буквенна символіка. Її появу пов’язують з потребою людей розв’язувати більш складні задачі. Вперше вона зустрічається у працях Луки Пачолі, Ф. Вієта та ін. вчених. Проте дослідники історії математики знайшли й більш раннє її використання у працях Л. Пізанського (13 ст.). У одній із своїх задач він пише: “ a конів за f днів з’їдають e мір вівсу ...”. Більш детально можна прочитати у таких літературних джерелах [61, с. 23 – 24; 73, с.211 – 213; 162, с. 120 – 128 та ін.].

Щоб учні краще відчули довгий шлях становлення математичної символічної мови пропонуємо їм виконати творче домашнє завдання, у якому розглянути, які існували символи позначення арифметичних дій, дужок та невідомих у стародавніх країнах Єгипті, Вавилоні, у арабів та індійців, а також дуже корисним є дослідження вітчизняної символіки. У цій роботі учнів зорієнтувати у розгляді персоналій, які зробили свій внесок у формування та розвиток математичної мови, наприклад, Герона Александрійського, Діофанта,

Й. Неморарія, Л. Паччолі, Я. Відмана, Оутреда, А. Різе, Ф. Віета, Р. Декарта та вітчизняних В.Й. Левицького, М.О. Зарицького. У якості перевірки вчитель може запропонувати на наступному уроці розв'язати кросворд.

Вивчення теми “Степінь з натуральним показником” у 7 класі пропонуємо розпочати цитатою відомого російського вченого М.В. Ломоносова “Нехай хто-небудь спробує викреслити з математики степені, і він побачить, що без них далеко не поїдеш”. Ця цитата підкреслює важливість вивчення поняття степеня у математиці та вмотивовує подальшу діяльність учнів. Хоча Лейбніц зауважив, що введення символічної алгебри розвантажило нашу уяву, проте для того, щоб вивчення степенів не було механічним, пропонуємо після введення означення степеня аналітичним способом, розповісти як розглядали і обчислювали 2-й і 3-й степені стародавні греки, а саме Піфагор і учні його школи (див. рис. 2.2.2). Геометричне тлумачення цієї дії унаочнює її. У дітей утворюються певні образи, асоціації і це дозволяє уникнути формального сприйняття матеріалу та помилок типу: $3^2 = 6$. Для того, щоб викладання матеріалу викликало інтерес у учнів пропонуємо з ними на уроці виконати таку міні-творчу роботу: або замалювати або зробити аплікації у зошиті геометричної ілюстрації степенів. Забезпечуючи виховну мету навчання та розвантажуючи учнів пропонуємо навести слайд з життєвими принципами Піфагора, які є повчальними для учнів.

Греція

У Греції степені позначали за допомогою фігурних чисел

Вперше вони з'явилися у VI ст. до н. е. – у школі Піфагора

Другий степінь вони позначали за допомогою квадратних чисел – викладавали з камінців квадрат.

$2^2 = 4$

$3^2 = 9$

$4^2 = 16$

І до сьогодні ми говоримо: два піднести до 2-го степеня або «два у квадраті», три піднести до 2-го степеня або «три у квадраті» і т.д.

Третій степінь вони позначали за допомогою кубічних чисел – які утворювали викладуванням кубиків.

$1^3 = 1$

$2^3 = 8$

$3^3 = 27$

І до сьогодні ми говоримо: один піднести до 3-го степеня або «один у кубі», два піднести до 3-го степеня або «два у кубі», три піднести до 3-го степеня або «три у кубі», і т.д.

Рис. 2.2.2

У кінці уроку вчитель продовжує розповідь про історію виникнення і формування математичної символіки і показує учням слайди про те, як видозмінювалися записи степенів у різних вчених, у різні епохи. Тут необхідно згадати Діофанта, Л. Пачолі, М. Штіфеля, Ф. Вієта, С.Стевіна, Р. Декарта – вчених, які створювали і описували у своїх працях степені з натуральними показниками. Додому також можна задати творче завдання створити таблицю різних позначень степенів у різні часи, а також створити хронологічну шкалу розвитку запису степенів.

При вивченні теми “Властивості степеня з натуральним показником” після виведення властивостей степеня вчитель зазначає, що одночасно з введенням символіки Діофант у своїй праці “Арифметика” явно формулює основні правила алгебраїчних операцій. Так, він детально описує правила множення і ділення степенів невідомого (у сучасних позначеннях):

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}; x^m \cdot \frac{1}{x^n} = x^{m-n}; \frac{1}{x^n} \cdot \frac{1}{x^m} = \frac{1}{x^{n+m}}, \text{ де } n, m, n + m \leq 6.$$

При цьому вчитель зауважує, що правило $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ сформулював ще у 3 ст. до н.е. стародавній грецький вчений Архімед, який за цією формулою утворював якомога великі числа, які тепер називають архімедовими, для того, щоб підрахувати кількість піщинок на Землі.

У 8 класі ми розширюємо поняття степеня з натуральними показниками і вводимо поняття степеня з дробовим та від’ємним показниками. Тому історичні довідки з цієї теми будуть містити відомості про розвиток поняття степеня та вчених, які зробили певний вклад у цій галузі. Так наприклад, необхідно ознайомити учнів з доробком таких вчених, як Орем, С. Стевін, Дж. Валіс і І. Ньютон.

Отже, вводячи означення степеня аналітично та стародавнім способом – геометрично, ми забезпечуємо різнобічне сприймання матеріалу. Учень візуал буде сприймати яскраві геометричні зображення степенів, аудіал – цікаву розповідь вчителя, а кінестетик – відчує на дотик наклеюючи зображення у зошит. Таким чином, таке подання матеріалу буде викликати пізнавальний інтерес у всіх учнів класу.

Знання формул скороченого множення достатньо важливе у математиці. Але практика показує, що учням здебільшого важко їх запам'ятати та усвідомити. Тому пропонуємо виведення формул скороченого множення робити саме стародавнім способом, який використовували греки – геометричний. Для того, щоб процес виведення формул викликав пізнавальний інтерес учнів до вивчення математики, вони повинні бути не пасивними спостерігачами, а брати активну участь у ньому. Наведемо фрагмент уроку з теми “Квадрат суми і квадрат різниці двох виразів”.

Вчитель: Шановні учні! Сьогодні ми з вами станемо відкривачами формул скороченого множення. Дослідники історії математики встановили, що ці формули знали і користувались ними ще стародавні греки та китайці. Коли ми з вами вивчали лінійні рівняння, то говорили про те, що стародавні греки виконували арифметичні дії геометрично. Зокрема, додавання виразів розглядали як додавання відрізків, піднесення до 2-го степеня розглядали як знаходження площі квадрату. Геометричне доведення формул скороченого множення описав у своїй праці “Начала” (II книга) у 3 ст. до н.е. стародавній грецький вчений Евклід. Давайте і ми з вами зробимо це. Нещодавно ми з вами виконували геометрично дію множення многочлена на многочлен. Сьогодні ми застосуємо цей метод до виведення формули $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Учні: беруть заздалегідь заготовлені квадрати зі сторонами a та b різних кольорів. За вказівкою вчителя наклеюють їх у зошит так як показано на рис. 2.2.3 і доповнюють утворену фігуру до квадрату – так як показано на рис. 2.2.4.

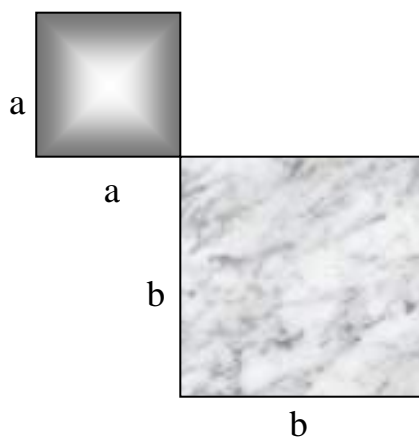


Рис. 2.2.3

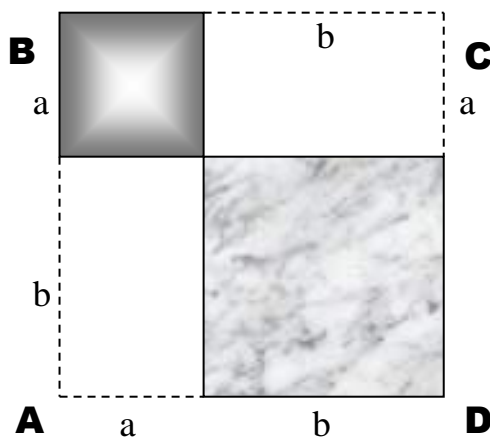


Рис. 2.2.4

Потім обчислюють площі утворених фігур і знаходять площу квадрата $ABCD$ зі стороною $(a + b)$ двома способами: $S_{ABCD} = (a + b)^2$, $S_{ABCD} = a^2 + 2ab + b^2$. Таким чином, учні одержують формулу $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Для того, щоб пригадати автора цього способу виведення формули після виведення формули один із учнів класу задає учням наводящі питання з біографії Евкліда, а учні класу повинні вгадати про кого йдеться мова. Така гра – гімнастика пам'яті, виступає хвилиною розвантаження на уроці та підвищує інтерес учнів до вивчення математики.

Учні дуже часто під час відтворення формули роблять таку помилку: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$. Стародавній геометричний спосіб доведення формули допомагає запам'ятати учням про наявність у формулі подвоєного добутку. Геометричне доведення формули квадрату різниці двох виразів ми показали у додатку М, рис. М.3, стор. 240. Вчитель може запропонувати учням вивести самостійно вдома геометричним способом формулу $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, а у класі перевірити її аналітичним способом (див. додаток М, рис. М.5, стор. 240).

Аналогічно можна довести формулу $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. При її доведенні два квадрати зі сторонами a та b накладають один на одний так, щоб співпав один з прямих кутів та розрізають як показано на рис. М.2, стор.241. Потім суміщають сторони довжиною $(a - b)$ та знаходять площу прямокутника зі сторонами $(a - b)$ та $(a + b)$ (див. рис. М.3, стор.241). Після відпрацювання формули різниця квадратів, необхідно показати одне із її практичних застосувань – старовинний спосіб піднесення числа до квадрату: $a^2 = a^2 - b^2 + b^2 = (a + b) \cdot (a - b) + b^2$; наприклад, $27^2 = (27 + 3) \cdot (27 - 3) + 3^2 = 729$; $62^2 = (62 + 2) \cdot (62 - 2) + 2^2 = 3844$. Цю ж формулу можна застосовувати і до множення двох різних чисел. Наприклад, $986 \cdot 997 = (986 - 3) \cdot (997 + 3) + 3 \cdot 14 = 983042$.

Формула кубу суми виводиться геометрично діленням куба на два куба a^3 і b^3 та на шість паралелепіпедів, з об'ємами a^2b і ab^2 (див. додаток М, рис. М.6, стор. 241).

Після вичення всіх формул скороченого множення пропонуємо учням на уроці узагальнення знань записати формули квадрата та куба суми двох виразів.

Вчитель запитує у учнів яким чином змінюються степені 1-го та 2-го виразів (спадають, зростають відповідно), а потім просить вписати коефіцієнти з них. Далі педагог узагальнює результати, розповідає учням про трикутник Паскаля та про принцип його утворення, а також розповідає історію його виникнення. Потім один із учнів класу розповідає біографію Б.Паскаля, яку подає у вигляді схеми (див.[281]). Така подача біографії значно економить час на уроці і унаочнює реферативний матеріал, створення схеми формує в учнів вміння виділяти головне, ілюстрації виховують в учнів естетичні почуття, сама ж біографія вченого є гарним прикладом для наслідування. Знання трикутника Паскаля допомагають легко запам'ятати учням формули скороченого множення. Отже, така робота по доведенню формул скороченого множення перестає бути нудною справою, а викликає інтерес у учнів, сприяє їх свідомому запам'ятовуванню.

Розв'язуючи вправи можна запропонувати розв'язати такі приклади стародавніх вчених:

1. Доведіть тотожності, які містяться у геометричній формі у II книзі “Начал” Евкліда:

а) $(2a + b)b + a^2 = (a + b)^2$;

б) $(a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2$;

в) $4(a + b)a + b^2 = ((a + b) + a)^2$.

2. Перевірте тотожності з “Універсальної арифметики” Ейлера:

а) $(p^2 + q^2)^2 = (p^2 - q^2)^2 + (2pq)^2$;

б) $(p^2 + q^2)^3 + a^2 = (p^3 - 3pq^2)^2 + (3p^2q - q^3)^2$;

в) $(p^2 + q^2)^4 = (p^4 - 6p^2q^2 + q^4) + (4p^3q - 4pq^3)^2$.

Щоб розвивати учнів на уроці інтелектуально пропонуємо перед розв'язування прикладів з праць вчених демонструвати на слайдах фрагменти цих праць і коротко характеризувати їх та наводити цікаві біографічні відомості про авторів.

У 7 класі учні знайомляться з новим для них поняттям “функція”. Розпочати вивчення достатньо складної для сприймання учнями теми “Функція” необхідно з історичної довідки про історію виникнення цього поняття. У цій довідці треба

показати, що поняття функція виникло у математиці не одразу. Ідея виникнення і використання функціональної залежності походить зі стародавніх часів. Їх зміст можна знайти у перших математично виражених співвідношеннях таких як: обчислення площі фігури, у перших правилах дій над числами. Прикладами табличного задання функцій є стародавні вавілонські математичні таблиці (таблиця множення, піднесення до 2-го та 3-го степенів і т.д.). Першу сходинку до введення сучасного означення функції заклали вчені 17 ст. Ф. Вієт та Р. Декарт. Вони ввели буквену символіку, а, отже, ввели *ідею змінної* у математику. І тим самим з'явилася можливість записувати певні залежності за допомогою формул.

У 17 ст. поняття “функція” у працях Р. Декарта, П. Ферма, І. Ньютона, Г.Ф. Лейбніца мало інтуїтивний характер і пов'язувалося з геометричними або механічними уявленнями – Р. Декарт розглядав ординату y як функцію від абсциси x , І. Ньютон – шлях та відстань як функції від часу t .

Після введення означення функції вчитель розповідає про те, що термін “функція” (з лат. *functio* – вчинення, виконання) вперше вжив Г.Ф. Лейбніц – німецький математик у 1673 р. у листі до Гюгенса (функція – це відрізок, довжина якого змінюється за певним законом). Його учень Й. Бернуллі означив функцію як *вираз*, який складений якимось чином зі змінної величини та сталих величин. Л. Ейлер розумів під функцією змінної кількості *аналітичний вираз*, складений певним чином з цієї кількості і чисел чи постійних кількостей, але разом з тим приймав і інше ширше означення: функція – це те, що можна “накреслити олівцем на аркуші паперу”. У такому розмаїтті до визначення форми встановлення відповідності у вчених виникло питання, якій саме формі надати перевагу. Сформульоване Ейлером означення функції підтримували вчені Даламбер, Лагранж, Фур'є та ін. протягом всього 18 ст. У 1837 р. П.Діріхле сформулював означення близьке до сучасного: “ y є функцією змінної x (на відріжку $a \leq x \leq b$), якщо кожному значенню x (з цього відріжку) відповідає певне значення y , причому не має значення, яким чином встановлена ця відповідність – аналітичною формулою, графіком, таблицею або навіть просто словами”. Поняття функції розвивалось і далі відповідно до потреб математики.

При вивченні теми “Графік функції” допоможе учням пригадати основні відомості про декартову систему координат та історію її походження розв’язування кросворду. Вчитель на уроці у формі евристичної бесіди повторює цей матеріал усно з учнями, а вдома вони попрацюють з кросвордом. На цьому етапі необхідно більш детально, ніж у 6 класі, розглянути біографію Р.Декарта.

Вивчення “Алгебри” у 8 класі спрямоване на вивченні 3-х параграфів – “Раціональні вирази”, “Квадратні корені. Дійсні числа”, “Квадратні рівняння”.

При вивченні параграфу “Раціональні вирази” учні розширюють свої знання з теми “Степені” і вивчають степені з цілими та дробовими показниками. Ми вище означили, які історичні відомості повинні містити історичні довідки з цієї теми (див. п. 2.2).

При вивченні 2-го параграфу “Квадратні корені. Дійсні числа” учні вперше знайомлять з такими поняттями як квадратний та арифметичний корінь, вчать ся добувати корені різних степенів з дійсних чисел. Вчитель на уроці після введення означення квадратного корення пояснює походження слова корінь. А після означення арифметичного кореня розповідає учням про те, що знак кореня пройшов довгу історію становлення. Витоки Г-подібного запису такого значка беруть свій початок у Стародавньому Єгипті (про що не розповідається у жодному підручнику) і пов’язані з тим, що єгиптяни дію піднесення до степеня розглядали через знаходження площ квадратів (текст історичної довідки див. додаток М, с. 242), які утворюють геометричну фігуру – гномон. У 9-му класі учні побачать як за допомогою цієї фігури стародавні вчені обчислювали суму непарних чисел, які утворюють арифметичну прогресію. Далі вчитель залишає відкритим для учнів питання про існування інших теорій походження форми запису знаку кореня і пропонує дослідити це питання самостійно вдома. Результати своїх досліджень оформлюють у довідниках або у зошитах, або можуть виготовити міні-брошури. Така творчо-дослідницька робота викликає інтерес навіть у учнів, які мають слабкі знання з математики.

Окрім того, що вчитель на уроках розглядає з учнями історію походження знаку кореня, необхідно звернути увагу учнів на те, що потреба в діях піднесення

до степеня та зволікання кореня квадратного виникла з практичних потреб людини. Це гарно прослідковується у задачах, які дійшли до нас зі старовинних папірусів та глиняних табличок. Так, наші пращури поряд із задачею обчислення площі квадрата зі стороною a , розв'язували обернену задачу: яку довжину повинна мати сторона квадрата, якщо відома його площа. З таких історичних задач вчитель може починати вивчення цього розділу. Ці задачі допоможуть створити проблемну ситуацію на уроці. Таким чином, у учнів виникне мотив до діяльності, який спонукає виникнення інтересу до вивчення теми.

Ще одним важливим питанням сьогодення при вивченні квадратних коренів є навчання учнів стародавнім способам зволікання коренів “вручну”. Сучасні підручники з “Алгебри, 8 класу” описують стародавній вавілонський спосіб добування кореня квадратного. Проте вчителі при навчанні не акцентують увагу школярів на ньому. А коли ж учень приходить здавати зовнішнє незалежне оцінювання, то там користування калькулятором заборонено. І учень опиняється у не зручній для нього ситуації. Отже, у час технічного прогресу ми закликаємо вчителів до того, щоб вони вчили учнів добувати корені, принаймні, квадратні без калькуляторів. У додатку М, с. 243 наводимо декілька стародавніх способів їх обчислення, які (принаймні один з них) необхідно відпрацьовувати з учнями на кожному уроці доти, доки ця дія не стане виконуватися школярами майже автоматично.

Питання історії розвитку дійсних чисел достатньо важливе у математиці. Це одне з небагатьох питань, які рекомендовані програмою для вивчення на уроці. Оскільки це питання охоплює велику кількість матеріалу пропонуємо розглянути і оформити його у вигляді проекту. Детально метод проектів розглянемо у п. 2.4.

Квадратні рівняння вивчаються у такій послідовності: неповні, зведені (теорема Вієта) і повні. Ми вище зазначали про те, що викликати пізнавальний інтерес учнів можуть фрагменти історії математики, які плавно вплітаються в полотно уроку. Покажемо фрагмент уроку з теми: “Квадратні рівняння. Неповні квадратні рівняння”, у якому історія математики вдало поєднується з теоретичним матеріалом при його викладанні. Пропонуємо розпочати урок по

введенню означення квадратного рівняння та неповного з передмови, у якій обґрунтувати необхідність виникнення квадратних рівнянь з практичних потреб людини.

Вчитель: Шановні діти! Необхідність розв'язувати рівняння 2-го степеня за стародавніх часів виникла з потреб людини розв'язувати задачі, які пов'язані із:

- 1) знаходженням площі земельних ділянок;
- 2) земельними роботами військового характеру;
- 3) розвитком астрономії та математики.

Давайте, розв'яжемо з вами одну з таких задач, наприклад, задачу **грецького математика Діофанта**, який жив приблизно у 3 ст. н.е., з його праці “Арифметика”: *знайти два числа, якщо їх сума дорівнює 20, а добуток – 96.* Складання та спрощення рівняння є посилююю для учнів справою. У ході спрощення учні приходять до розв'язування квадратного рівняння: $y(20 - y) = 96$, $y^2 - 20y + 96 = 0$, яке вони ще не вміють розв'язувати. Далі вчитель формулює означення квадратного рівняння, зведеного квадратного рівняння та зазначає, що термін “*квадратне рівняння*” вперше ввів К. Вольф (1679 – 1754 рр.) – німецький вчений-енциклопедист, математик, юрист, філософ. Потім один з учнів класу розповідає короткі біографічні відомості про цього видатного вченого (1 – 2 хв.).

Далі для того, щоб ввести означення неповного квадратного рівняння вчитель пропонує учням спосіб, яким розв'язував цю задачу сам Діофант. Його розв'язання приведе учнів до неповного квадратного рівняння. Наведемо його.

Розв'язування Діофанта. Із умови задачі слідує, що задані числа не рівні між собою, оскільки, якщо б вони були рівні між собою, то їх добуток дорівнював би не 96, а 100. Таким чином, одне з них буде більше половини їх суми, тобто $(10 + x)$, інше ж менше, тобто $(10 - x)$. Різниця між ними $(2x)$. Отже, маємо рівняння: $(10 + x)(10 - x) = 96$; $100 - x^2 = 96$; $x^2 - 4 = 0$; $x = 2$.

Таким чином, одне із шуканих чисел дорівнює 12, а інше 8. Корінь $x = -2$ для Діофанта не існував, оскільки грецькі математики не знали від'ємних чисел.

Далі вчитель вводить означення неповного квадратного рівняння та розповідає про їх види та способи розв'язання.

Отже, задача Діофанта допомагає створити проблемну ситуацію на уроці, у першому випадку знань учнів достатньо для того щоб скласти і спростити рівняння, тобто вони самостійно відшукують розв'язок задачі, але в ході розв'язання приходять до поки, що нерозв'язаної для них задачі. У другому випадку – вчитель самостійно формулює і показує розв'язання задачі (розв'язання Діофанта). Розв'язування учнями однієї і тієї самої задачі декількома способами викликає у учнів здивування, емоційно насичує уроки, а, отже, ці процеси приводять до розвитку у школярів пізнавального інтересу до вивчення предмету.

На наступний урок учні готують презентацію на тему “Історія виникнення неповних квадратних рівнянь”, у якій розповідають про знання та вміння розв'язувати ці рівняння вавілонянами, греками (учні побачили на прикладі Діофанта), аль-Хорезмі (дав їх класифікацію). Заздалегідь продивившись презентації вчитель відбирає кращу, а її автор доповідає перед учнями класу та його робота відповідно оцінюється вчителем.

З метою зацікавити учнів вивченням теми: “Формула коренів квадратного рівняння” вчитель спочатку розповідає про те, що квадратні рівняння вміли розв'язувати у стародавньому Вавілоні 2 тис. р. до н.е. (розв'язання представлені у вигляді рецептів), Стародавній Греції (геометрично), Індії та в Країнах арабського халіфату. Сучасна формула знаходження коренів квадратного рівняння пройшла довгий шлях розвитку. Над нею працювали у різні епохи вчені багатьох країн. Її неодноразово перевідкривали. Вчитель демонструє учням слайд. Діти, для того, щоб нам вивести цю формулу, необхідно ознайомитися і оволодіти одним із способів розв'язування квадратних рівнянь, а саме способом виділення повного квадрату, за допомогою якого ми і введемо загальну формулу знаходження коренів будь-якого квадратного рівняння. Далі вчитель на прикладі розглядає з учнями цей спосіб та відпрацьовує його.

На наступному уроці вчитель продовжує свою розповідь і розповідає учням про те, що індійський вчений Шрідхара (9 – 10 ст.) описав спосіб виведення

формули знаходження коренів квадратного рівняння, який практично співпадає із способом описаним у підручнику. Розглянемо його. Після доведення формули вчитель розповідає учням, що цю формулу виводили і інші вчені різних країн та епох: грецький вчений Герон (1 або 2 ст. н.е.) у своїй праці “Метрика” (Μετρική) описує виведення цієї формули, індійські вчені Аріабхата у 499 р. у трактаті з астрономії “Аріабхаттіам” розв’язував задачі (визначення числа членів арифметичної прогресії за сумою, першим членом і різницею і складними відсотками) за допомогою квадратних рівнянь, а інший вчений Брамагупта у 7 ст. н.е. довів, легшим способом ніж Герон, загальне правило розв’язування квадратних рівнянь зведених до єдиної канонічної форми $ax^2 + bx = c$, за умови $a > 0$, b , c – можуть бути від’ємними, яке символічно можна представити так

$$x = \frac{\sqrt{ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}}{a}$$
. Після цієї історичної довідки вчитель вводить учням поняття

дискримінанту і при цьому зазначає, що термін “дискримінант” вів англійський математик Сільвестр Джеймс Джозеф (1814 – 1897 рр.). Поряд з формулою дискримінанта учні вклеюють заздалегідь заготовлений портрет вченого і записують його здобуток. Далі вчитель записує співвідношення між дискримінантом та коренями кв. рівняння та зазначає, що І. Ньютон відкрив співвідношення між коренями та дискримінантом квадратного рівняння (учні вклеюють його портрет). Вклеювання портретів вчених оживляє зошит, така робота на уроках слугує хвилинками розвантаження для учнів при сприйманні матеріалу, викликає позитивні емоції у школярів, а, отже, допомагає підвищити інтерес учнів до вивчення матеріалу.

У кінці уроку вчитель запитує у школярів чи знають вони, які ще вчені працювали над виведенням формули квадратного рівняння і на наступний урок учні шукають відповідь на це запитання. Вчитель може зорієнтувати учнів у пошуках необхідного матеріалу, а саме запропонувати знайти відомості про аль-Хорезмі (9 ст. – класифікація повних квадратних рівнянь, геометричний спосіб їх розв’язання), Л. Фібоначі (13 ст., описав формули розв’язування квадратних

рівнянь у книзі “Книга абака” 1202 р.), М. Штіфель (16 ст., у 1544 р. описав загальне правило розв’язування квадратних рівнянь, зведених до єдиного канонічного виду $ax^2 + bx = c$, дослідивши різноманітні комбінації знаків коефіцієнтів b , c і одним із перших у Європі об’єднав різноманітні їх методи розв’язання), Тарталья, Кардано, Бомбеллі (вчені 16 ст., які одні з перших врахували додатні та від’ємні корені), Жірар, Декарт, Ньютон (17 ст., у їх працях спосіб розв’язування квадратних рівнянь набуває сучасного вигляду), розв’язування квадратних рівнянь методом невизначених коефіцієнтів запропонував наш вітчизняний вчений М.В. Остроградський.

Для того щоб учням було цікаво працювати над пошуком цього матеріалу вчитель пропонує їм вдома розв’язати кросворд (див. додаток М, с. 244), у якому будуть міститися питання по цьому матеріалу. Результати розв’язування кросворду учні оформлюють у формі: сторінки “Історія математики” в зошитах; брошури; сторінки у довідниках; презентації з цього матеріалу; стінгазети або включити цей матеріал у проект з цієї теми (будемо детально розглядати у п. 2.4.). Даючи відповіді на запитання кросворду рекомендуємо під ним вклеювати портрети вчених та поряд записують їх досягнення з цієї теми. Така робота викликає інтерес навіть у “слабких учнів”, покращує емоції учнів, урізноманітнює форми роботи, а, отже, сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення матеріалу.

Після вивчення формули знаходження коренів квадратного рівняння учні вивчають розв’язування цих рівнянь за допомогою теореми Вієта. Перед початком доведення цієї теореми рекомендуємо розповісти достатньо цікаву біографію Вієта, яку ми розглянули у статті [286]. Для цілісного сприйняття вкладу вченого у розвиток математики пропонуємо подавати її у вигляді схеми (див. додаток М, табл. М.6, стор. 245). Під час розповіді біографії вченого вчителі повинні акцентувати увагу на працелюбності вченого, який по три доби міг не спати захопившись якоюсь справою. Плавню підійти до вивчення теореми Вієта допоможе згадка про те, що сам вчений дуже пишався теоремою про вираження коренів квадратного рівняння через коефіцієнти, яку він отримав самостійно. Проте сучасні дослідження історії

математики показують, що ця залежність була відома ще Кардано, а у такому вигляді, у якому ми використовуємо сьогодні, – стародавнім вавілонянам. Теорема була оголошена у 1591 р. і носить ім'я Вієта. Так вчитель зацікавивши учнів розповіддю про автора теореми переходить до безпосереднього її вивчення.

Після ознайомлення учнів з теоремою Вієта, їм формулюють обернену до неї теорему. Перед доведенням оберненої теореми викликає у учнів здивування та допомагає створити проблемну ситуацію, використовувана нами на попередніх уроках, задача Діофанта. За умовою задачі учні з вчителем складають таку систему: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 20; \\ x_1 \cdot x_2 = 96. \end{cases}$ Для того, щоб розв'язати її учні знайомляться з теоремою

оберненою до теореми Вієта.

Проведення на одному з уроків гри “Поле див”, темою якої є “Історія виникнення квадратних рівнянь” озадачує учнів, збуджує їх інтелектуальну активність, покращує емоційну насиченість уроку, виступає елементом психологічного розвантаження на уроці, а, отже, сприяє розвитку їх пізнавального інтересу. Відповідне оцінювання переможців кожного туру виступає мотивуючим фактором у грі. Орієнтовні питання для гри ми показали див. додаток М, рис. М.8, с. 246.

Школярі з більшим інтересом повторюють теоретичний матеріал, якщо цей процес буде представлений їм у вигляді розгадування кросворду (див. рис. 2.2.5). У цей кросворд ми включили як теоретичні питання, так і питання з історії математики, тим самим підкреслюючи важливість вивчення цього матеріалу. Зауважимо, що вчителю не треба багато часу для створення кросворду, оскільки у мережі “Інтернет” є спеціальні програми по створенню кросвордів.

У 9-му класі учні вивчають такі розділи алгебри, як “Нерівності”, “Квадратична функція”, “Елементи прикладної математики” та “Числові послідовності”. З методами розв'язування лінійних та квадратичних нерівностей учні знайомляться вперше і цей матеріал виноситься на державну підсумкову атестацію як у 9-му класі так і в 11-му. Тому вчителі основний час приділяють на відпрацювання вмінь і навичок учнів розв'язувати нерівності. А тому історію виникнення знаків нерівності та самих нерівностей, а також розгляд важливих

нерівностей наприклад, таких, як нерівність Архімеда (3 ст. до н.е.), О.Л. Коші, В.Я. Буняковського та ін. пропонуємо розглянути у проекті, результати якого оприлюднити на одному з уроків узальнення та систематизації знань.

$ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0$

$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

$D = b^2 - 4ac$

По горизонталі:

1. Як називається квадратне рівняння, старший коефіцієнт якого дорівнює одиниці (1).
2. Індійський вчений (VII ст.), який описав загальне правило розв'язування квадратних рівнянь, які зведені до канонічного вигляду $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$
3. Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$
4. Стародавнє місто (прибл. 2000 до н.е.), у якому розв'язували задачі, пов'язані із знаходженням площі земельних ділянок.
5. Як називається рівняння виду $ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0$
6. Його зазвичай записують перед буквеною множиною.
7. Давньогрецький математик, який багато зробив в області розв'язування квадратних рівнянь, зводючи їх до неповних.

По вертикалі:

1. Квадратне рівняння, у якому один з коефіцієнтів b або c дорівнює нулю.
2. Італійський математик, який вперше описав у праці "Книга абака" (1202р.) формули розв'язування квадратних рівнянь за зразком аль-Хорезмі.
3. Як називається вираз $b^2 - 4ac$?
4. Давньогрецький математик, який багато зробив в області розв'язування квадратних рівнянь, зводючи їх до неповних.
5. Як називається значення змінної x , при підстановці якого у рівняння одержуємо правильну рівність.

Рис. 2.2.5

На вивчення розділу "Елементи прикладної математики" відводиться у 9-му класі всього 10 год. Більш детально її учні будуть вивчати у 11-му класі. У цьому розділі історичну довідку доцільно використати на початку вивчення теми "Випадкова подія. Імовірність випадкової події" перед виведенням формули класичного означення ймовірності. Історичні відомості допоможуть вчителю показати з яких практичних потреб виникла наука "Теорія ймовірностей" – страхування, азартні ігри. Як показує практика, викликає пізнавальний інтерес до вивчення цього розділу математики, розповідь вчителя про прохання азартного гравця, філософа і літератора кавалера де Мере до видатного математика Б. Паскаля про допомогу розгадати парадокс, який виявив де Мере при підкиданні гральних кубиків (двох та трьох). З постаттю Паскаля учні знайомі з

попередніх класів, тому вчитель зберігає інтригу і пропонує учням пограти у *гру історична загадка* (вчитель складає історичний портрет вченого у формі промови від його імені) до кого саме звернувся за допомогою де Мере. Як ми зазначали у п. 2.2 така форма роботи збуджує активну пошукову діяльність учнів і сприяє розвитку їх пізнавального інтересу. Сам же парадокс де Мере детально описаний у підручнику авторів А.Г. Мерзляк та ін. [175]. Розв'язування парадоксу допоможе вчителю підвести учнів до означення ймовірності. Також на уроці доцільно після формулювання означення науки “Теорії ймовірностей”, щоб вчитель зробив короткой огляд вчених, які зробили внесок у її розвиток, після ознайомлення учнів з класичним означенням ймовірності розповісти, що його сформулював німецький математик Я. Бернуллі (1654 – 1705 рр.). Для більш детального висвітлення історії виникнення цієї науки вчитель може використати на уроці метод “проектів” або розглянути цей матеріал на позакласних заняттях.

Вивчення предмету “Алгебра” за курс основної школи завершується вивченням розділу “Числові послідовності”. Вивчення цього розділу починається з теми “Числові послідовності. Способи задання послідовностей”. Після введення учнями означення послідовності, як функції, що задана на множині натуральних чисел та ознайомленням їх з видами послідовностей (скінченна та нескінченна) вчитель може не просто показати довільні послідовності, а зацікавити учнів розповіддю про те, що поняття послідовності виникло і розвивалось задовго до створення вчення про функції і навести приклади нескінчених послідовностей, які були відомі у стародавні часи: натуральних, парних, непарних чисел і ін. Далі вчитель просить пригадати учнів, які математичні таблиці існували у вавілонян (квадратів і кубів чисел). Відповідно вавілоняни знали нескінчену послідовності квадратів (1, 4, 9, 16, ...) і кубів (1, 8, 27, 81, ...) чисел. Діти, пригадайте у чому заслуга александрійського вченого 3 ст. до н.е. Ератосфена в галузі математики – знайшов спосіб одержання простих чисел. Отже, підсумовує вчитель, вчений зміг одержати n -й член послідовності простих чисел, а значить зміг її задати.

При розгляді з учнями способів задання числових послідовностей з метою розвитку пізнавальної активності та пізнавального інтересу учнів пропонуємо провести таку евристичну бесіду зі школярами:

Вчитель: “Діти, пригадайте, як до появи буквенної символіки велися математичні записи?”

Учні: “Описувалися словами”.

Вчитель: “Отже, маємо перший спосіб задання послідовностей – словесний. Який ще існував у давнину спосіб запису і зберігання математичної інформації, наприклад, у вавілонян?”

Учні: “У вавілонян існували математичні таблиці”.

Вчитель: “Існуючі у вавілонян таблиці, наприклад, квадратів або кубів чисел є зразками прогресій. Отже, маємо другий спосіб задання прогресій – табличний. З введенням буквенної символіки, з’явилися у математиці, що ...?”

Учні: “Формули.”


Вчитель: “Введення формул дало змогу записувати загальні члени послідовностей формулами, а, отже, з’явився новий спосіб задання прогресії – аналітичний.”

При такому діалозі учні не будуть виступати пасивними спостерігачами сприйняття теоретичного матеріалу. Вони будуть брати активну участь у його обговоренні, слідкувати за історичним розвитком математики. Активний діалог між вчителем і учнем є одним з джерел розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики.


Далі учні вивчають тему: “Арифметична прогресія та її властивості”. Розпочати вивчення цієї теми доцільно з історичної довідки про походження терміну “*прогресія*” та розповісти про перші згадки цього терміну у працях стародавніх вчених (див. додаток М, рис. М.9, с. 247). Потім вчитель зазначає, що це не прості послідовності, вони мають певну властивість і разом з учнями перевіряє на скільки відрізняється кожен член прогресії від наступного. Сформулювавши означення арифметичної прогресії, вчитель пояснює походження терміну “*різниця прогресії*” (d – з лат. *differentia* – різниця).

При вивченні теми: “Формула n -го члена арифметичної прогресії” вчитель розповідає учням про те, що зі стародавніх єгипетських папірусів відомо, що при розв’язуванні задач на арифметичну прогресію вони використовували правило

$a = \frac{S}{n} - (n-1) \cdot \frac{d}{2}$ (походження його не встановлено). У Індії формула загального

члена зустрічається значно пізніше у працях Аріабхата (5 ст.). Далі один з учнів класу пояснює походження знаку  позначення арифметичної прогресії (див. додаток М, рис. М.10, с. 247). Вивівши характеристичну властивість членів арифметичної прогресії вчитель пропонує перевірити на вищезначених стародавніх послідовностях виконання властивості. Перш ніж сформулювати другу властивість вчитель пропонує школярам розглянути задачу Гаусса і подумати, яку властивість помітив юний вчений, що допомогло йому швидко підрахувати суму 100 перших членів послідовності натуральних чисел. Ця задача допоможе створити проблемну ситуацію, відомості про маленького генія покращать емоційну атмосферу, а все разом буде сприяти розвитку пізнавального інтересу учнів. Ознайомлення школярів з послідовністю Фібоначчі виносить на самостійне опрацювання, або включається у програму факультативу, або у проект з цієї теми.

Перед виведенням формули суми перших n членів у підручниках [144, 175] розглядається задача Гаусса, яка розглянута нами у попередній темі. Ми вважаємо, що буде корисним показати спосіб обчислення суми 100 членів ряду натуральних чисел, який представлений у підручниках і ще раз згадати спосіб, що запропонував 9-річний Гаусс. Після ознайомлення учнів з формулою вчитель з учнями коротко пробігаються по історії виникнення цієї формули. До створення презентації з цієї теми можна залучати групу учнів класу. Одні будуть готувати інформацію про занання формули у Єгипті та Вавілоні і покажуть, розв'язок, принаймні, однієї задачі, інші – про Діофанта і т.д.

Під час вивчення теми “Геометрична прогресія” ми будемо дотримуватися тієї самої структури подачі історичного матеріалу, що і при вивченні теми “Арифметична прогресія”. На початку вивчення теми, зазначаємо, що задачі на геометричні прогресії, як і на арифметичні, містять стародавні математичні твори єгиптян та вавілонян, які відносяться до 2 тис. до н.е. Після виведення формули загального члена прогресії пояснюємо походження знаку  геометричної

прогресії (див. додаток М, рис. М.10, с. 247). Створити проблемну ситуацію перед виведенням формули суми n членів геометричної прогресії допоможе історична задача про винахідника шахів Сету і шаха Шерама. Задача буде викликати ще більший інтерес якщо учні підготують і покажуть на уроці до неї інсценівку. Коли вчитель допоможе учням розв'язати цю задачу ввіши формулу суми n членів геометричної прогресії, а учні знайдуть кількість зернин, яку повинен віддати шах винахіднику шахів, то школярі дивуються не менше самого шаху. Здивування стимулює їх подальшу пізнавальну діяльність і розвиває інтерес до вивчення математики. Оскільки ця задача міститься у всіх нині діючих підручниках з математики, то це значно спрощує її застосування.

Після виведення формули суми n членів геометричної прогресії для ознайомлення з історією виникнення цієї формули відправляємося з учнями у подорож по різним країнам та епохам. Розв'язування задач на геометричну прогресію починаємо з повідомлення про те, що єгиптяни для тренування учнів складали задачі, що мали розважальний характер і які не мали прямого практичного застосування або тільки мали вид практичних. Пропонуємо розв'язати учням одну з таких задач – “задачу-мандрівницю”: у 7 осіб по 7 кішок, кожна кішка з'їла 7 мишок, кожна мишка з'їла по 7 колосків, з кожного колоску може вирости 7 мір ячменю. Наскільки великі числа цього ряду і їх сума. У подальшому ця задача з незначними модифікаціями не раз зустрічається у різні епохи і у різних народів. Зацікавивши на уроці учнів вивченням цієї теми, додому пропонуємо виконати таке творчо-пошукове завдання: знайти задачі інших народів, які схожі на єгипетську і розв'язати їх. Користь виконання такої практичної роботи полягає у тому, що учні зможуть побачити, що задачі з подібним змістом розв'язували школярі і вчені різних епох та різних століть. А це, в свою чергу, вмотивує діяльність сучасного школяра (А чим я гірше?!).

При вивченні теми “Нескінченно спадна геометрична прогресія” розповідаємо учням історію походження формули суми будь-якої нескінченно спадної геометричної прогресії.

На уроці узагальнення та систематизації знань учнів, на якому учні будуть розв'язувати задачі і на арифметичну і на геометричну прогресію пропонуємо разом з учнями встановити взаємозв'язок між прогресіями. Спочатку вчитель розповідає про Архімеда, який першим помітив цей зв'язок, і що саме спонукало його до цього винаходу. Після розповіді вчителя про М. Штіфеля, учні заповнюють з ним таблицю і аналізують її, роблячи висновок про те, що саме помітили вчені – який же існує зв'язок між прогресіями. Прийшовши до цього висновку самостійно учні відчують задоволення, впевненість у власних можливостях підмічати закономірності, які знаходили великі математики давнини. Таким чином, розвивається і стає більш стабільним інтерес школярів до вивчення математики. Ознайомивши учнів з таблицею вчитель показує як за допомогою неї підносити числа до степеня або добувати корені будь-якого степеня.

Підсилить інтерес учнів до вивчення прогресій розповідь про те, що Піфагор встановив зв'язок між послідовностями непарних чисел і квадратних, а Галілею через дві тисячі років цей зв'язок допоміг у відкритті одного з найважливіших законів природи – закону падіння тіл.

Тема “Числові прогресії” – одна з найважливіших тем у курсі “Алгебра”, тому більш детально розглянути питання історії виникнення прогресій, використання їх стародавніми вченими для встановлення інших закономірностей, методи розв'язування історичних задач та задач сучасності, практичне застосування прогресій у економіці, літературі, хімії, фізиці, біології допоможе створення проекту з цієї теми, або включення цих питань у програму факультативу та ін.

Як нами зазначалося у п. 1.4, історичні задачі виступають одним із джерел розвитку пізнавального інтересу учнів. Для вмотивування діяльності учнів урок по розв'язуванню задач доцільно розпочати словами Ньютона “При вивченні наук задачі корисніші правил”. При вивченні тем “Розв'язування систем лінійних рівнянь (графіний метод)” (Алгебра, 7 клас), “Розв'язування задач за допомогою квадратних рівнянь та рівнянь, що зводяться до квадратних” (Алгебра, 8 клас), “Розв'язування систем рівнянь із двома змінними”, “Розв'язування задач за допомогою систем рівнянь” (Алгебра, 9 клас) доцільно включати розв'язування

історичних задач, які в певній кількості містяться у підручниках, а також у збірниках старовинних задач [199, 268, 269 та ін.]. Старовинні задачі допоможуть створити проблемні ситуації на уроках, розглянути еволюцію способів розв’язування задач у різні епохи і століття, а, отже, учні зможуть побачити шляхи розвитку математики вцілому. Використання програми GRAN допоможе вчителю унаочнити матеріал та поряд з старовинним методом їх розв’язання показати графічний спосіб розв’язування цих задач. Наприклад, на початку вивчення теми “Системи рівнянь 2-го степеня з двома невідомими. Графічний спосіб” у курсі “Алгебра, 9 клас” пропонуємо розглянути старовинну єгипетську задачу, яку розв’язували єгиптяни, оскільки необхідно було після розливу ріки Нил виконувати розрахунки по вимірюванню площ полів, об’єктів, гребель, зерносковищ. А на сучасному уроці ця задача допоможе створити проблемну ситуацію на початку вивчення теми та показати учням практичне застосування математики.

Формулювання стародавньої єгипетської задачі: площа поля становила 100 квадратних ліктів. Поділіть її на дві квадратні частини так, щоб довжина сторони однієї частини дорівнювала $\frac{3}{4}$ довжини сторони її іншої частини.

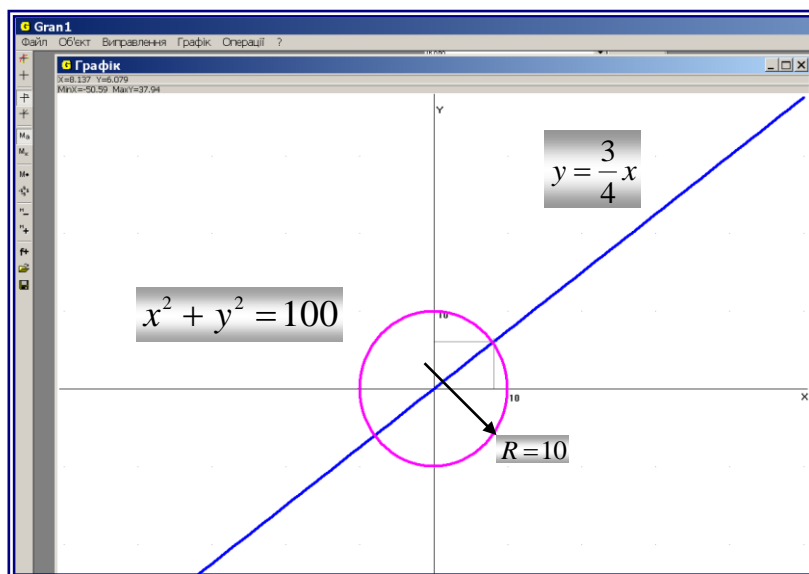


Рис. 2.2.6

Далі учні за допомогою вчителя записують умову задачі алгебраїчною мовою: позначають довжини сторін ділянки прямокутної форми через x та y

відповідно та за умовою задачі складають систему:
$$\begin{cases} y = \frac{3}{4}x; \\ x^2 + y^2 = 100, \end{cases}$$
. Після

повідомлення теми уроку, вчитель показує за допомогою програми GRAN графічне розв'язання системи (див. рис. 2.2.6) та пропонує учням виконати побудови у зошиті. Після розв'язування системи алгебраїчним методом розв'язки порівнюють.

Отже, у цьому пункті ми розглянули системне використання матеріалу з історії математики на уроках алгебри з метою розвитку пізнавального інтересу учнів до її вивчення. Показали до яких творчих робіт необхідно залучати учнів, які активні форми роботи використовувати на уроці, щоб учні з бажанням приходили на уроки алгебри, з цікавістю слухали вчителя, щоб на уроці одержували позитивні емоції, а приходячи додому з інтересом виконували домашні завдання та прагнули до самовдосконалення і розширення математичних знань.

2.3. Використання історико-математичного матеріалу для розвитку пізнавального інтересу учнів під час вивчення геометрії

У 7-му класі учні починають вивчати нову дисципліну “Геометрія”. Повному для учнів будуть оформлюватися задачі, по-іншому доводиться теореми, по-іншому необхідно логічно мислити і уявляти фігури на площині і в просторі. Взагалі, іноді процес оформлення задачі у зошиті займає у учнів набагато більше часу ніж пошук розв'язку. З іншого боку часу на вивчення геометрії виділяється ще менше ніж на вивчення алгебри. Французький філософ К. Гельвецій сказав: “Щоб зробити дивовижне, потрібно багато років, щоб здивуватися, достатньо однієї хвилини”. Здивувати школярів за “1 хв.” на уроках геометрії допоможе вчителю системне використання елементів історії математики. А використання принципу історизму протягом всього вивчення курсу “Геометрія” в основній школі допоможе зробити дивовижне – розвинути стійкий пізнавальний інтерес у учнів основної школи до вивчення геометрії.

Сучасні підручники з геометрії для 7 – 9 класів містять у певному обсязі матеріал з історії науки. Так у підручниках геометрії різних груп авторів описані походження назви науки геометрія, розділу планіметрія, різних математичних термінів, зокрема, таких як аксіома, паралельний, теорема, вертикальний, перпендикулярний, софізм, синус, косинус, тангенс та ін. А також походження назв геометричних фігур таких як: лінія, паралелограм, ромб, квадрат, трапеція та ін. У історичних довідках у стислій формі висвітлюються питання становлення геометрії та геометричної аксіоматики, аксіоми Евкліда та неевклідова геометрія, геометрія трикутників, описані стародавні задачі, які неможливо розв'язати за допомогою циркуля та лінійки та ін. Також підручники містять біографічні відомості про Евкліда, Фалеса Мілетського, Л. Ейлера, М.В. Остроградського, Піфагора, Архімеда, Р. Декарта та ін. Підручники автора Г.В. Апостолової містять софізми такі, як: софізм Зенона, або Загадка руху, усі трикутники рівнобедрені, у прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює катету та ін.

У 7-му класі на перших уроках під час знайомства учнів з новою для них дисципліною – “Геометрією” необхідно зацікавити школярів цим предметом. Тут у нагоді стане вчителю історія математики. За допомогою історії науки вчитель зможе пояснити походження назви предмету та показати, що ця наука виникла з практичних потреб людини і протягом всього періоду розвитку допомагала робити нові відкриття, полегшувати працю, перемагати у війнах і т.ін.

Вивчення нової дисципліни супроводжується введенням нових геометричних термінів та символів. Для кращого їх запам'ятовування та розуміння учнями пропонуємо пояснювати етимологію походження термінів, назв та розповідати як змінювалися форми запису символів протягом всієї історії розвитку математики. Походження математичної символіки достатньо детально описано у книзі В.Г. Коваленко, І.Ф. Следзінський “Математична символіка” [129]. У книзі можна знайти походження таких геометричних символів як знак градуса, знаки прямої, відрізка і довжини відрізка, знаки кута і величини кута, знаки належності і неналежності елемента до множини, знаки паралельності та перпендикулярності, позначення трикутника і кола, знаки дуги і величини дуги,

знак площі, позначення вектора та символу скалярного добутку двох векторів, позначення прямокутного базису, знаки позначення подібності, гомотетії, центральної симетрії, повороту, походження назв і відповідно символів позначення тригонометричних функцій. При розгляді зі школярами походження математичної символіки необхідно дотримуватися хронології подій, розповіді супроводжувати презентаціями, що дасть змогу забезпечити принцип наочності у навчанні. У презентаціях не просто описувати прізвища винахідників, а по можливості підкріплювати їх портретами. Якщо у школі нема технічного забезпечення, то цікавою для учнів є форма роботи – вклеювання поруч з символами та термінами портрети їх винахідників. Також корисною для розвитку пізнавального інтересу школярів є самостійна пошукова діяльність, при якій учні самостійно досліджують питання походження математичної символіки і здійснюють записи у довідниках чи робочих зошитах.

Навчання геометрії супроводжується вивчення великої кількості теорем. На сучасному етапі навчання авторство деяких з них втрачено. Так, наприклад, автором теореми про рівність вертикальних кутів є відомий стародавній вчений – один з семи мудреців світу – Фалес Мілетський, теореми про суму кутів трикутника – Б. Паскаль та ін. Такі історичні факти нажаль, не завжди згадується на уроках. Проте вчителі повинні звертати на них увагу, оскільки таким чином розширюється кругозір учнів, збагачується їх інтелектуальний запас, розвивається інтерес до вивчення геометрії, а уроки набувають позитивного емоційного забарвлення. Розглянемо їх більш детально.

При вивченні II розділу геометрії “Взаємне розташування прямих на площині” семикласники вперше знайомляться з такими поняттями, як теорема, доведення. На цьому етапі вчитель повинен звернути увагу учнів на той факт, що першим почав доводити теореми стародавній грецький вчений Фалес. Взагалі, доробок цього вченого у розвиток геометрії достатньо вагомий. Доведення багатьох теорем, які вивчають учні в школі, належать саме йому. Тому пропонуємо ознайомити учнів з біографією цього вченого. Щоб біографічні дані краще сприймалися та викликали інтерес у учнів пропонуємо по-перше,

супроводжувати розповідь презентацією, по-друге у зміст повідомлення включати цікаві факти з життя вченого. У першу розповідь про Фалеса пропонуємо включити такі відомості (див.[295]).

Проте не слід зразу нагромаджувати школярів відомостями про вклад цього вченого у розвиток геометрії. З ним вони будуть знайомитися поступово – по мірі вивчення геометричного матеріалу. Так, у 7-му класі, при вивченні теореми про рівність вертикальних кутів пропонуємо після доведення теореми, методом, що описаний у підручнику, показати учням на рухомій моделі доведення Фалеса, поки що не заглиблюючись в означення руху.

Знайомство з доробком Фалеса продовжиться під час вивчення теми “Ознаки рівності трикутників”, а саме йому належить доведення другої ознаки. Перед вивченням самої теореми вчитель пропонує учням пограти у гру “історична загадка”, яка допоможе їм відгадати ім’я вченого, який довів ознаку. Після гри вчитель зазначає, що через два століття після Фалеса у праці “Начала” Евклід довів всі ознаки рівності трикутників спираючись на спосіб доведення, який запропонував Фалес (див. додаток Н, с. 249). Цей спосіб доведення ознак рівності трикутників використовують і у сучасних підручниках. Але оскільки поняття “накладання” Евклідом не було визначене у рамках його аксіоматики, то евклідовські доведення ознак рівності трикутників можна розцінювати як пояснення. У цьому і полягає відмінність стародавнього методу доведення ознак від сучасного.

Вчитель продовжує ознайомлення з творчістю Фалеса під час вивчення теми “Рівнобедрений трикутник”. При вивченні властивості рівнобедреного трикутника необхідно спочатку розповісти про те, що цю властивість знали ще у стародавньому Вавилоні 4 тис. років тому. Пізніше її сформулював Евклід у своїй праці “Начала” в одній із перших теорем. Доведення ж цієї теореми приписують Фалесу, який жив за два століття до Евкліда. Фалес для доведення геометричних теорем використовував рухи. Не виключенням була і ця теорема. Вчитель з учнями по заздалегідь заготовленим “викройкам” рівнобедреного трикутника розглядають доведення Фалеса (див. додаток Н, с. 248). Оскільки учні ще не вивчали осьової симетрії, то вчитель показує вісь симетрії і зазначає, що вона ділить

трикутник на два рівні трикутники та зауважує, що більш детально осьову симетрії учні будуть вивчати у 9 класі. Учням-кінестетикам така форма роботи буде найбільш цікавою, оскільки вони на дотик зможуть відчутти доводжувальні факти. Матеріал буде викликати ще більший інтерес у учнів, якщо вчитель супроводжуватиме його рухомою моделлю. Після цього способу доведення вчитель пропонує сучасне доведення, яке ґрунтується на ознаках рівності трикутників.



Рис. 2.3.1

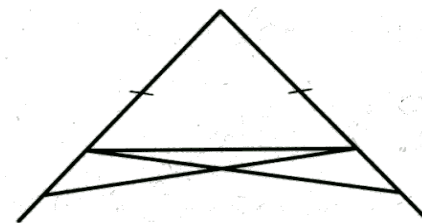


Рис. 2.3.2

Учням важко запам'ятати де означення рівнобедреного трикутника, а де властивість, а де ознака. Історичний факт про те, що теорема, яка визначає властивість рівнобедреного трикутника, одержала назву *Pons asinorum*, що з латинської означає “міст віслюків” (див. рис. 2.3.1), допомагає учням запам'ятати її. А самі учні, іноді жартома називають її властивість “віслюків”. Вчені таку назву пояснюють двояко. За однією версією назва теореми походить з креслення до її доведення, яке використав Евклід (див. рис. 2.3.2). Цей рисунок нагадує місток. За іншою версією – тільки віслюки не можуть перейти цей місток, хоча у сучасній англійській мові латинській вираз *Pons asinorum* використовується у значенні “суворе випробування здібностей неосвідченої людини”.

При вивченні теми “Центральні та вписані кути” учні розглядають наслідок з теореми про міру вписаного у коло кута, а саме вписаний кут, що спирається на діаметр, – прямий. Продовжуючи знайомити учнів з твердженнями, що довів Фалес, вчитель зазначає, що цей наслідок вперше довів давньогрецький вчений Фалес. А також довів, що коло діаметром ділиться навпіл та першим вписав прямокутний трикутник у коло.

У 8 класі вивчення II розділу “Подібність трикутників” починається з вивчення теореми Фалеса. З цією постаттю учні вже знайомі. На передодні уроку

вчитель задає додому завдання повторити відомості про Фалеса. Урок пропонуємо розпочати з *інтерв'ю*, яке проводить один з учнів класу, на тему “Життя і діяльність Фалеса”. Ця форма роботи цікава для 8-класників, оскільки вони прагнуть до самоствердження, самовдосконалення, самопрезентації. Далі вчитель зазначає про те, що не дарма урок розпочали з відомостей про відомого давньогрецького вченого, оскільки на уроці будемо розглядати ще одну теорему, яку довів Фалес і яка носить його назву. Далі вчитель формулює теорему і доводить теорему. Після цього один з учнів класу розповідає фалесове доведення цієї теореми, яке дуже схоже на сучасне у тому плані, що при доведенні Фалес також використовував рівність трикутників (див. рис. 2.3.3 – 2.3.4).

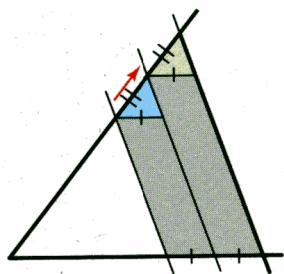


Рис. 2.3.3. До доведення Фалеса

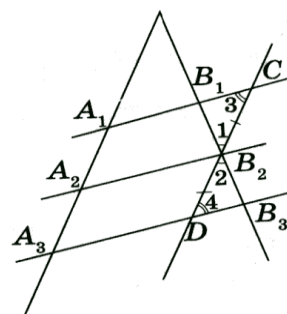


Рис. 2.3.4. До сучасного доведення

Урок по вивченню узагальненої теореми Фалеса можна розпочати з висловлювання німецького математика і астронома Й. Кеплера – “Геометрія має два скарби: один з них – це теорема Піфагора, а другий – поділ відрізка у середньому і крайньому відношеннях ... Перше можна порівняти з мірою золотого, а друге більше нагадує дорогоцінний камінь”. Це висловлювання підкреслює важливість теореми для математики.

При вивченні ознак подібності прямокутних трикутників доцільно продовжити знайомити учнів з математичним доробком давньогрецького вченого Фалеса, а саме на уроці розв’язати задачу Фалеса – про знаходження відстані від берега до видимого корабля. При цьому необхідно зазначити, що існують дві гіпотези як Фалес знаходив цю відстань. За однією гіпотезою – через подібність трикутників, за іншою – через конгруентність прямокутних трикутників (див. [295], стор. 17). Цю розповідь необхідно доповнити цікавими відомостями про те, що Фалес, використовуючи ознаку подібності прямокутних трикутників, визначив за допомогою гномона по тіні висоту піраміди (див. [295], стор. 17).

У 9 класі при вивченні 4 розділу “Геометричні перетворення” на уроці узагальнення знань пропонуємо показати на прикладах з історії математики застосування різних видів рухів при доведенні теорем. Вчитель розпочинає урок з того, що зазначає про те, що давньогрецький математик Фалес (625 – 548 р. до н.е.) для доведення геометричних теорем використовував рухи. Далі вчитель запитує школярів: “Доведення яких теорем приписують Фалесу?” спочатку учні пригадують теореми, а потім декілька учнів по-черзі розповідають як міркував Фалес доводячи їх за допомогою різних видів рухів. Наприклад, властивість кутів рівнобедреного трикутника він доводив за допомогою осьової симетрії (дві половинки рівнобедреного трикутника суміщаються за допомогою *осьової симетрії* – перегинання креслення по бісектрисі кута при вершині (див. додаток Н, с. 248), а тому вони є рівними, отже, кути при основі рівнобедреного трикутника рівні між собою), рівність вертикальних кутів – за допомогою повороту, а саме центральної симетрії відносно точки (див. додаток Н, с. 248), теорему Фалеса – за допомогою паралельного перенесення (Фалес помітив, що сусідні паралельні прямі відсікають із кута трапецію, яку можна розбити на паралелограм та трикутник. Для доведення теореми потрібно було встановити, що всі такі трикутники рівні. Рівність трикутників доводиться за допомогою руху – один трикутник утворюється із другого паралельним перенесенням у напрямку 2-ої сторони кута – див. [295]), II ознаку рівності трикутників – за допомогою “накладання” (див. додаток Н, с. 249).

Після розгляду цих задач вчитель зазначає, що інший давньогрецький вчений Евклід, який працював після Фалеса, довів рівності трикутника, дотримуючись ідей Фалеса, а саме за допомогою руху. Як тільки він це зробив, то всі інші теореми він доводив на основі рівності трикутників. Це дало змогу проводити всі міркування якомога строгіше, вже не згадуючи про рухи (“накладання” – яке не було визначено в аксіоматиці Евкліда).

Продовжити цей урок можна, використовуючи групову роботу в класі, яка виступає одним із умов розвитку пізнавального інтересу. При цьому необхідно поділити клас на дві групи: одна – “Фалеси”, інша – “Евкліди” і запропонувати

учням цих груп розв'язати таку задачу: у трапеції ABCD кути при нижній основі AB є рівними (див. додаток Н, с. 250). Довести, що бічні сторони трапеції є рівними. Перша група “Фалеси” розв'язує задачу способом, яким би розв'язував Фалес (див. рис. Н.1.а – Н.1.б, стор. 250), тобто за допомогою руху. Друга група – “Евкліди” – способом, яким би розв'язував Евклід (див. рис. Н.2, стор. 250). Через 10 хв. групи презентують свої розв'язки. Потім учні роблять висновок, який же спосіб доведення найчастіше використовується при доведенні теорем на сучасному етапі розвитку математики (спосіб Евкліда). Якщо дозволить час, то вчитель може запропонувати групам розв'язати ще декілька задач способом Фалеса (див. додаток Н, стор. 251).

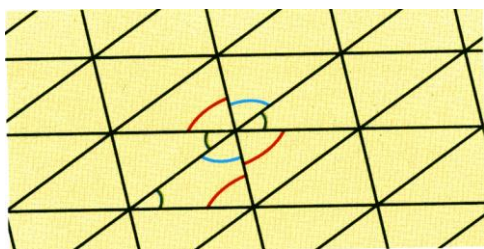
На прикладі задачі 2 ми зможемо показати учням, як за допомогою способу, який запропонував Фалес (за допомогою руху), можна довести одразу три властивості паралелограма, які учні вивчали на початку 8 класу. Також учням можна показати як за допомогою способу Фалеса можна розв'язувати задачі на побудову. Це можна зробити на прикладі такої задачі: побудувати рівносторонній трикутник, одна вершина якого лежить у заданій точці A , а дві інші – відповідно на двох даних колах.

Отже, розв'язання одних і тих самих задач різними способами, які запропонували стародавні математики (Фалес і Евклід) різних століть показує учням розвиток математики, наскільки глибокі вона має корені, підкреслює їх важливість та викликає повагу до людей, які їх винайшли. З іншого боку розв'язування, здавалося б сучасних задач, різними стародавніми способами, які актуальні сьогодні, викликає по-перше здивування у учнів, а по-друге підсилює та розвиває їх пізнавальний інтерес до вивчення математики.

У кінці вивчення теми “Геометричні перетворення” вчитель пропонує учням поміркувати над таким питанням: “Якщо, наприклад, скомбінувати декілька поворотів із різними центрами чи поворот з осьовою симетрією, то чи призведе це до появи нового виду руху?” Відповідь. “Ні”. І далі вчитель в оглядовому порядку знайомить учнів з *теоремою* французького геометра 19 ст. Мішеля *Шаля* (будь-який рух площини є або осьовою симетрією, або поворотом,

або паралельним перенесенням, або ковзною симетрією) та на прикладах пояснює її значення. Наприклад, виконуючи послідовно поворот і перенесення, ми знову отримаємо поворот на той самий кут, тільки з іншим центром.

У 7-му класі при вивченні III розділу “Трикутники” теми “Сума кутів трикутника” вчитель розповідає на початку уроку, що ця властивість кутів трикутника була відома ще стародавнім єгиптянам, проте її доведення приписують піфагорійцям (5 ст. до н.е.), які доводили цю теорему, принаймні, для правильного трикутника. Також доведення цієї теореми описав Евклід у своїй праці “Начала”. Після доведення теореми сучасним методом вчитель показує учням доведення піфагорійців (див. рис. 2.3.5).



У будь-якому вузлі трикутної сітки, яка утворюється, збігається шість кутів, серед яких кожен кут трикутника зустрічається рівно двічі. Таким чином, сума всіх цих шести кутів, тобто подвоєна сума кутів трикутника дорівнює повному куту - 360° .

Рис. 2.3.5

Потім вчитель зазначає, що доведення цієї теореми для будь-якого трикутника здійснив інший вчений у віці 12 років і пропонує школярам вдома, опрацювавши додаткову літературу чи скориставшись мережею “Інтернет” знайти відповідь. Як показує практика, учні з цікавістю розповідають на уроці про маленького Паскаля, який вражає їх ранньою геніальністю. Історія доведення Паскалем цієї теореми є повчальною для учнів. Вона показує як наполеглива праця маленького хворобливого хлопчика, який навіть не знаючи назви фігури, яку досліджує, привела до доведення 32-ї теореми стародавнього грецького вченого Евкліда. Цей випадок вчить учнів самовідданості, працелюбності, наполегливості, показує як захоплення математикою приводить до нових відкриттів та є чудовим прикладом для наслідування. Біографію вченого ми детально розглянули у статті [281] до неї створили схему, яку вчителі можуть використовувати на уроках для демонстрації основних здобутків вченого.

У 8-му класі при вивченні теми “Застосування подібності трикутників” необхідно згадати про стародавнього грецького математика, фізика, механіка,

інженера Архімеда, життя якого насичене достатньо цікавими і повчальними для учнів фактами (див. додаток Н, с. 253 – 254). Вивчають теорему про властивість медіан трикутника урок доцільно розпочати з розповіді про життя вченого. Цю розповідь здійснює один із учнів класу. Вчитель зупиняє розповідь учня на моменті про те, що Архімед попри інші свої винаходи (військові, правила важеля та закону про виштовхувальну силу) створив вчення про центри ваги тіл і за його допомогою довів теорему про медіани трикутника. Далі вчитель формулює теорему про властивість медіан трикутника. Після цього інший учень класу розповідає доведення самого Архімеда (див. додаток Н, с. 255).

Доведення Архімеда унаочнить сприймання матеріалу. Так, учні зможуть побачити де знаходиться центр рівноваги трикутника при різному положенні важелів (див. додаток Н, с. 255). Після цього вчитель пропонує дітям довести теорему сучасним методом через подібність трикутників. Для забезпечення принципів наочності та доступності рекомендуємо на уроці доповіді супроводжувати презентаціями та рухомими моделями.

Вивчаючи теорему про точку перетину висот – ортоцентр трикутника, доцільно розповісти учням про її автора Регіомонтана (Й. Мюллера), який був геніальним німецьким математиком і астрономом. Підручники не містять таких відомостей. А сама біографія вражає і викликає захоплення цим генієм з ранніх років.

Підвести підсумок вивчення чудових або особливих точок трикутника можна історичною довідкою про те, що особливу увагу їм почали приділяти починаючи з 18 ст., де вони і одержали свою назву. Дослідження властивостей трикутника, які пов'язані з цими і іншими точками започаткувало створення нової гілки елементарної математики – “геометрії трикутника”, одним із засновником якої став Л. Ейлер. На уроці, принаймні без доведення, можна ознайомити учнів з теоремою, яку довів Л. Ейлер у 1765 р., що у будь-якому трикутнику ортоцентр, баріцентр (центр рівноваги) і центр описаного кола лежать на одній прямій, яку пізніше назвали “прямою Ейлера”. Також учням в оглядовому порядку можна розповісти і показати про “коло Ейлера”, яке проходить через три трійки точок, положення яких визначено для трикутника:

основи його висот, основи його медіан, середини відрізків прямих від точки перетину його висот до його вершин. Це коло було перевідкрите у 19 ст. вчителем провінціальної німецької гімназії К.Фейєрбахом, який встановив, що центр цього “кола Ейлера” лежить на “прямій Ейлера”.

Ознаки подібності мають зі стародавніх часів широке практичне застосування, з яким необхідно знайомити учнів для того, щоб у черговий раз показати їм застосування математичних знань на практиці. Пропонуємо провести урок, на якому розглянути три класичні задачі стародавнього китайського математичного твору “Математика у дев’яти книгах”. Ці три задачі показують всі три види найпростіших вимірювань на місцевості: за допомогою мотузки, палки і кутника, які застосовувалися у китайській вимірювальній практиці. Урок-подорож до Китаю доцільно розпочати з короткої історичної довідки про розвиток китайської математики у стародавні часи та більш детально зупинитися на праці “Математика у 9-ти книгах”, оскільки задачі, що будуть розв’язуватися на уроці, описані саме в ній. Цю довідку заздалегідь готують учні класу. Далі вчитель зазначає про те, що стародавнім китайцям була відома теорія подібності прямокутних трикутників, яку вони застосовували до цілого ряду геометричних задач, які носили практичний характер, а саме обчислення недоступних відстаней. Останні три задачі у давньокитайському трактаті “Математика у 9-ти книгах” присвячені знаходженню відстані до дерева, висоти гори та глибини колодязя. Розглянемо їх більш детально. На уроці діяльність учнів можна організувати так: 1) спочатку учні розв’язують задачі використовуючи власні знання, а потім один з учнів класу розповідає стародавній китайський спосіб; 2) вчитель розповідає китайський спосіб розв’язання, а учні пояснюють його.

Зауважимо, що 1 чжан = 10 чі = 100 цуням.

Задача 1 (на знаходження висоти гори). Гора розташована на заході від стовпа. Її висота невідома. Вона віддалена від стовпа на 53 лі. Висота стовпа 9 чжанів 5 чі. На відстані 3 лі на схід від нього стоїть людина і спостерігає вершину стовпа на одному рівні з вершиною гори. Рівень зору людини розташований на висоті 7 чі. Яка висота гори?

Китайці подавали розв'язок у вигляді:

$$x = \frac{(9 \div \text{æàí} 5\text{ë}^3 - 7 \div \text{æàí}) \cdot 53\text{ë}^3}{3 \text{ë}^3} + (9 \div \text{æàí} 5\text{ë}^3)$$

На основі цього розв'язку китайці давали таке словесне **правило**: “Від висоти стовпа відними висоту зору 7 чі, залишок помнож на 53 лі, це ділене. Відстань, на яку віддалена людина від стовпа у 3 лі, є дільник. Об'єднай ділене і дільник. Те, що одержиться, прибав до висоти стовпа, це і буде висота гори”.

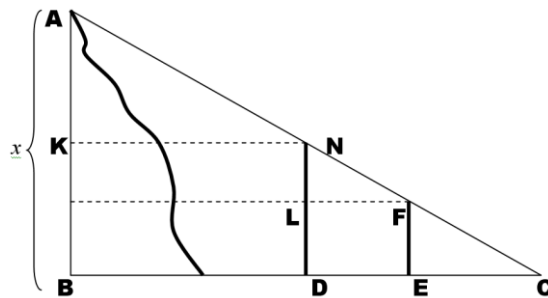
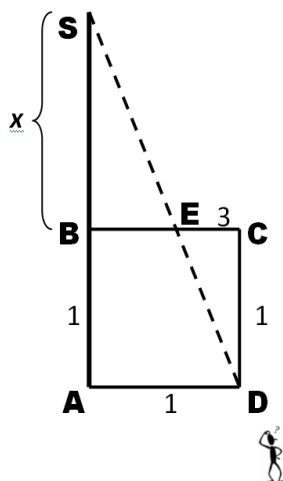


Рис. 2.3.6

Доведення. Розглянемо два подібних прямокутних трикутники

$$\triangle AKN \sim \triangle NLF \Rightarrow \frac{AK}{KN} = \frac{NL}{LF}, x = ND + \frac{(ND - FE) \cdot BD}{DE}.$$

Задача 2 (на знаходження відстані до недосяжного предмету за допомогою мірної мотузки і фіксованої на ній проєкції цього предмету). Дерево (або стовп) знаходиться від людини на невідомій відстані. Поставлені 4 стовпчики, які віддалені один від одного на 1 чжан. Нехай два стовпчики знаходяться зліва від спостерігача, а сам він знаходиться у правого останнього стовпчика і спостерігає дерево на відстані в 3 цуня (0,03 чжана) від правого передного стовпчика. Запитується, на скільки віддалений від людини стовп.



Китайці подавали розв'язок у вигляді $x = \frac{1 \div \text{æàí} \cdot 1 \div \text{æàí}}{3 \text{öóíÿ}}$.

На основі цього розв'язку китайці давали таке словесне **правило**: “Помнож 1 чжан сам на себе, це ділене. 3 цуня є дільник. Об'єднай ділене і дільник”.

Рис. 2.3.7

Доведення. Розглянемо два подібних прямокутних трикутники (за гострим кутом)

$$\triangle SAD \sim \triangle ECD \Leftrightarrow \frac{AS}{CD} = \frac{AD}{EC}, x = AS = \frac{AD \cdot CD}{EC}.$$

Задача 3 (на знаходження глибини колодязя). Діаметр колодязя 5 чи, глибина невідома. У верхнього краю колодязя поставлений шест у 5 чи. Вершина шеста спостерігається на одному рівні з границею води і стіни, а на діаметрі відкладається 4 цуня. Якої глибини колодязь.

$$\text{Китайці подавали розв'язок у вигляді } x = \frac{(5 \div 3 - 4 \ddot{o} \ddot{o} \ddot{i} \ddot{y}) \cdot 5 \div 3}{4 \ddot{o} \ddot{o} \ddot{i} \ddot{y}}.$$

На основі цього розв'язку китайці давали таке словесне **правило**: “Із 5 чи – діаметра колодязя – відними 4 цуня, що відкладається на діаметрі. Залишок помнож на 5 чи – висоту шеста – це ділене, 4 цуня, що відкладається на діаметрі, є дільником. Об'єднай (тобто представ у вигляді дроби) ділене і дільник, одержиш шукану кількість у цунях”.

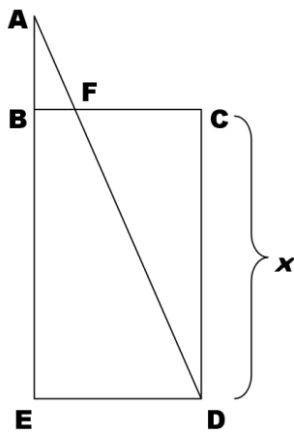


Рис. 2.3.8

Доведення. Розглянемо два подібних прямокутних трикутники

$$\triangle ABF \sim \triangle FCD \Leftrightarrow \frac{AB}{BF} = \frac{x}{FC}, x = CD = FC \cdot \frac{AB}{BF};$$

$$x = \frac{AB(BC - BF)}{BF}.$$

Якщо дозволить час, то у кінці уроку учням доцільно запропонувати розв'язати більш складну китайську задачу, автором якої є стародавній китайський математик Лю Хуей.

Задача 4 (про морський острів). Спостерігають морський острів. Для цього встановили пару шестів однакової висоти у 3 чжана. Наступний шест від попереднього віддалений на 1000 бу. Нехай наступний шест разом з попереднім знаходяться на одній прямій. Якщо відійти від прямої від попереднього шеста на

123 бу, тоді око людини, яка лежить на землі, буде спостерігати верхній кінець шеста, який співпадає з вершиною отрова. якщо відійти по прямій від наступного шеста на 127 бу, то око людини, яка лежить на землі, буде спостерігати верхній кінець шеста, який також співпадає з вершиною острова. Яка висота острова і його віддаленості від шеста?

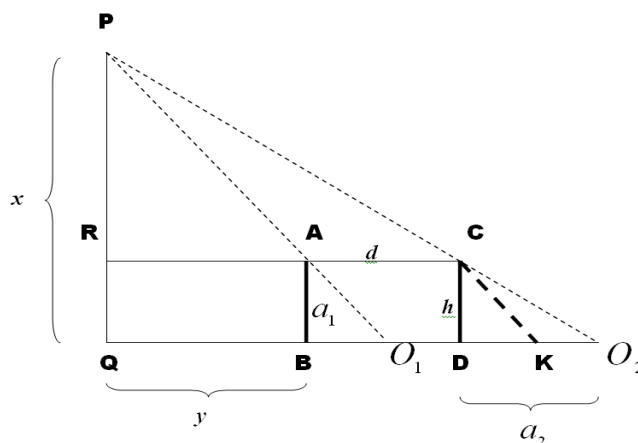


Рис. 2.3.9

Розв’язування стародавніх математичних задач має свою математичну користь. Вона полягає у тому, що учні бачать різноманітні розташування подібних прямокутних трикутників, а поряд із цим і практичне їх застосування. А це у свою чергу виступає джерелом розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення геометрії. Матеріал по розв’язуванню старовинних китайських задач вчителі можуть використати для проведення відкритого уроку.

Одним із важливих прикладів застосувань теорії подібності є “Золотий переріз” та фрактали (самоподібні фігури, які можна розрізати на скінченне число однакових фігур, подібних до даної фігури). Їх ми пропонуємо розглянути на факультативних заняттях, або присвятити математичний вечір, або створити проект, результати якого розглянути на уроці систематизації та узагальнення знань.

Зайвий раз не треба зазначати наскільки важливе вивчення теореми Піфагора у шкільному курсі математики. Проте на вивчення теми “Теорема Піфагора” відводиться дуже мало часу (7 год.). Це призводить до того, що не всі учні знають формулювання теореми, не говорячи вже про вміння її застосовувати. Тому за таких умов вчитель повинен яскраво подати цю теорему, так щоб учні

запам'ятали її. І тут на допомогу вчителю приходить історія математики. Учнів зацікавлює у першу чергу той факт, що теорему Піфагора знали і використовували вчені різних країн за довго до того як її довів вчений, ім'я якого вона носить. Також на уроці пропонуємо розглянути біографію вченого (один з учнів класу готує доповідь на 3 – 5 хв. з презентацією). Незвичайність історичних назв теореми створює позитивний емоційний фон на уроці та сприяє створенню асоціацій, а отже, і запам'ятовуванню теореми. Тому пропонуємо на уроці продемонструвати учням старовинні назви теореми у різні часи (наприклад, “Dons asinorum” – віслячий місток або “elefuga” – “бегство убогих”, “повітряний млин”, “теорема-метелик”, “теорема нареченої”).

Розглянути більш детально історичні відомості про теорему Піфагора, способи її доведення, що дійшли до нас з стародавніх часів, практичне застосування теореми на прикладі розв'язування історичних задач допоможе учням виконання проекту з цієї теми, який ми розглянемо більш детально у п. 2.4.

При вивченні розділу “Геометричні перетворення” теми “Вектор. Модуль і напрям вектора. Рівність векторів. Колінеарні вектори” ввівши означення вектора необхідно пояснити учням походження назви терміну (від лат. *vector* – “несучий”), а також повідомити, що цей термін ввів геніальний ірландський математик У. Гамільтон (1805 – 1865 рр.) і розповісти школярам про цього вченого, який вражає своєю ранньою геніальністю. У розповіді звернути увагу на те, що працюючи над побудовою числових систем, які б узагальнювали комплексні числа, вчений ввів поняття “вектор”, “коленеарності та компланарності векторів” визначив дію множення двох векторів (скалярно, векторно). Розповідаючи школярам про форму записів векторів пропонуємо розповіді підкріпити відомостями з історії їх виникнення. При вивченні дій над векторами необхідно ознайомити учнів з персоналіями, які їх означили. Так дію додавання векторів ввів С. Стевін із потреби знаходження результату додавання двох сил. Вивчаючи скалярний добуток у історичній довідці вчитель розповідає про вчених, які розглядали це поняття у своїх працях, та вчених, які ввели його позначення. Під час вивчення теми “Розкладання вектора за двома

неколінеарними векторами” ввівши означення одиничних векторів вчитель розповідає про те, що їх ввів німецький математик Г.Г. Грасман у кінці 19 ст. Ввівши учням формулу розкладу довільного вектора за одиничними векторами вчитель розповідає про її винахідника – В. Гамільтона. Вищезначені історичні відомості сприймаються краще і викликають інтерес у учнів, якщо їх супроводжувати презентаціями та у робочих зошитах поряд з означеннями вклеювати портрети їх винахідників.

Отже, використовуючи на уроках геометрії відомості з історії науки вчитель розвиває інтерес до вивчення предмету, розширює кругозір учнів, створює позитивний емоціональний фон уроку, показує практичне застосування геометричних знань.

2.4. Історія науки як засіб розвитку пізнавального інтересу учнів до навчання математики в умовах позакласної роботи

У сучасних умовах, коли з кожним роком прослідковується тенденція зниження пізнавального інтересу учнів до вивчення математики, кожен вчитель прагне у своїй роботі на початковій стадії зацікавити учнів вивченням предмету, а згодом розвинути стійкий інтерес до нього. Одним із способів зацікавлення учнів математикою є методично продумана, спланована позакласна робота, яка є невід’ємною частиною всього навчально-виховного процесу у школі.

Позакласна робота з математики – це заняття або заходи, які проводяться у позаурочний час, з метою розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики, розширення здобутих на уроках знань, вдосконалення вмінь та навичок, ґрунтуються на принципі добровільної участі, сприяють підвищенню рівня математичного розвитку школярів за рахунок поглиблення і розширення базового змісту програми. Позакласні заходи виховують учнів, показують практичне застосування математики, збуджують їх прагнення більше знати, вміти та розуміти. У проекті Концепції математичної освіти [136] у пункті “Структура математичної освіти” зазначається, що з метою поглиблення і розширення знань учнів з окремих тем, розвитку їхнього інтересу до математики, орієнтації у виборі професії пропонується проводити курси за вибором (з 8-го класу), факультативні заняття (з 7-го класу) і математичні гуртки (з 5-го класу). Отже,

підпорядковуючись меті нашого дисертаційного дослідження будемо вважати позакласну роботу одним з джерел розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики.

Існують різні форми позакласної роботи – це позакласна робота ув школі, позашкільна робота у дитячих будинках творчості та літніх таборах, робота різних рівнів заочних математичних шкіл. У цьому пункті ми розглянемо більш детально саме позакласну роботу у школі, яка є невід’ємною ланкою всього навчально-виховного процесу у ній.

Розглянемо найбільш поширені форми позакласної роботи у школі, які ми означили у I розділі дисертаційного дослідження, як форми включення історико-математичного матеріалу (для учнів 5 – 9 класів), що сприяють розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики. До них ми будемо відносити математичний гурток, математичний вечір, тиждень, місячник, ранок, КВК, оформлення математичної газети та куточка математики, позакласні читання, написання домашніх творів, створення альбомів або альманахів, робота по збору “народної математики”, повідомлення вчителя чи учнів на батьківських зборах, перегляд презентацій, кінофільмів, діапозитивів, бесіди, лекції, доклади вчителя або запрошених наукових співробітників чи студентів-практикантів, створення проектів на історичну тематику та як результат всієї цієї позакласної роботи написання наукових робіт МАН.

Тривалість кожного позакласного заходу лежить у межах від 20 до 60 хв., а іноді і більше. Підтриманню інтересу учнів протягом всього заходу сприяє чітко спланована його організація. Кожний позакласний захід складається з таких трьох частин: вступної, основної та заключної. У вступній частині школярі повинні відчувати незвичайність заходу, проникнутись метою його проведення, зацікавитись ним, ознайомитися з маршрутом подорожі або з дійовими особами і т.ін.

У основній частині учні мають найбільше інтелектуальне навантаження. Вони заслуховують реферативні звіти і роблять повідомлення, приймають участь у дискусіях, обговореннях, розв’язують задачі, зокрема історичні, виконують логічні вправи, розгадують загадки, кросворди, беруть участь у змаганнях, іграх. Заключна частина повинна розпочатися у той момент, коли учні знаходяться у гарному

піднесеному емоційному стані та готові до нових пригод. Прагнення учнів робити щось далі повинне служити зарядом інтересу до проведення наступних заходів.

Для того, щоб позакласні заходи викликали пізнавальний інтерес у учнів необхідно у процесах організації та проведення позакласних заходів забезпечувати диференційований підхід. А також ретельно обмірковувати використання наочності, яка повинна бути цікавою, доступною, сприяти розумовій діяльності школярів та процесу запам'ятовування.

Математичний гурток (комбінований – для учнів 5 – 6 класів, або тематичний – для учнів 7 – 9 класів) доповнює роботу на уроках, сприяє врахуванню інтересів учнів, які виходять за межі навчальної програми. Залучення школярів до гурткової роботи відбувається на уроках, з подальшою пропозицією продовжити цікаву роботу на гурткових заняттях. Для того щоб засідання гуртків викликали інтерес у учнів необхідно, щоб вони приймали активну участь у їх проведенні, зокрема, готували доповіді з презентаціями, приймали активну участь у підготовці і проведенні математичних вечорів, КВК, брали участь у організації і проведенні математичних тижнів, місячників, ранків, випуску газет, оформленні математичних куточків, олімпіадах. При цьому вчитель виступає організатором і координатором роботи учнів, складає календарно-тематичний план роботи гуртка і ретельно готується до кожного заняття. Заняття математичного гуртка будуть проходити більш ефективно і викликати інтерес у учнів, якщо використовувати активні форми роботи, зокрема, дидактичні ігри, змагання, сценівки, проблемні ситуації та інші.

Розглянемо більш детально гурток з історії математики у 5-му класі. Його мета – популяризувати математичні знання, зацікавити учнів вивченням предмету, розвивати стійкий пізнавальний інтерес, показати їм перші етапи розвитку математики, ознайомити зі стародавніми способами рахунку. На прикладі цього гуртка покажемо як можна лаконічно поєднувати матеріал з історії математики, що подається на уроках та розширювати і поглиблювати його на гурткових заняттях. Окрім того, покажемо як матеріал гурткових занять допомагає вивченню матеріалу на уроках.

Як ми зазначали у п. 2.1 на перших двох уроках учні розглядають історію походження рахунку і одночасно повторюють матеріал, що вивчали у початковій

школі. Для вивчення нової теми “Натуральний ряд чисел і його властивості. Число нуль”, а саме для обґрунтування важливості виникнення числа нуль, пропонуємо на перших гурткових заняттях розглянути єгипетську, вавілонську та старослов’янську нумерації. Розглядаючи правила запису чисел у цих нумераціях учні відчують до яких незручностей у обчисленнях призводила відсутність цифри нуль. І згодом, вони самі приходять до висновку, що виникнення цифри і числа нуль значно спростило запис чисел та виконання дій. Також увагу учнів необхідно звертати на те, що ми почерпнули з цих нумерацій і чим користуємося у сучасному житті. Так наприклад, з вавілонської нумерації походить поділ 1 години на 60 хв., 1 хв. – на 60 с; зі старослов’янської ми запозичили сучасні назви чисел від 11 до 19 (див. додаток П, рис. П.2 – П.3, стор. 256 – 257).

Принцип наочності лежить в основі розвитку пізнавального інтересу, тому на гурткових заняттях необхідно використовувати мультимедійні дошки та проектори. Особливо в нагоді вони стануть для демонстрації учням символів та правил запису чисел у старовинних нумераціях (див. додаток П, рис. П.1 – П.3, стор. 256 – 257).

Теоретичний матеріал по старовинних нумераціях доцільно підкріпити виконанням практичних робіт, які містять такі завдання:

- 1) покажи (замалюй або вклей) якими символами позначалися цифри у певній системі нумерації;
- 2) розшифруй числа записані старовинними символами;
- 3) запиши числа символами різних нумерацій;
- 4) порівняй числа, які записані у різних нумераціях;
- 5) встанови відповідність між числами, що записані у стародавній нумерації та кількістю предметів;
- 6) покажи на яких пам’ятках історії збереглися зразки математичних записів (наприклад, на скелях, глиняних дощечках, вазах, папірусах, книжках, старовинних годинниках, картинах, архітектурних спорудах і т.д.),
- 7) запиши які математичні твори дійшли до нас, якщо є їх фрагменти у мережі “Інтернет”, то вклей собі у довідничок,
- 8) запиши, де сьогодні зустрічаємося з цими нумераціями, які традиції дійшли до наших часів.

Завдання типу № 1 – 5 учні можуть виконувати як на гурткових заняттях, так і вдома. Приклади таких завдань див. рис. 2.4.1. – 2.4.2. З метою залучення учнів до самостійної, пошукової діяльності, які виступають джерелами збудження пізнавального інтересу школярів, на гурткових заняттях ми пропонуємо вдома виконати завдання типу № 6 – 8. Результати такої роботи школярі демонструють у класі у формі презентацій, або роздрукованих ілюстрацій і супроводжують короткими повідомленнями.

Завдання на запис чисел у різних системах нумерацій сприяють кращому розумінню учнями розрядів при запису числа (див. рис. 2.4.1). Знання розрядів дуже необхідне учням при записі і читанні чисел, при виконанні дій над ними, їх округленні та порівнянні. Після виконання цих вправ учні відчують переваги та недоліки різних систем нумерацій, а також бачать, що не всі нумерації містили цифру нуль і до яких незручностей при записі, читанні чисел це призводило. Вивчення нумерацій різних народів показує учням, що форма запису сучасних чисел виникла не одразу, а пройшла великий шлях розвитку. Таким чином, відбувається забезпечення принципу історизму та паралелелізму у навчанні.

З матеріалом про запис чисел у різних стародавніх нумераціях учні можуть виступати на батьківських зборах. До даної роботи бажано залучати не тільки кращих школярів класу, а й більш слабких, щоб і вони відчули віру у свої сили, щоб запалити в них вогник, який збудить їх пізнавальний інтерес до вивчення математики.

Завдання №1

Розшифруй числа записані на малюнках та прочитай їх



Клас мільйонів			Клас тисяч			Клас одиниць		
сотні мільйонів	десятки мільйонів	одиниці мільйонів	сотні тисяч	десятки тисяч	одиниці тисяч	сотні	десятки	одиниці

Рис. 2.4.1

Завдання №2

Спробуй додати два числа



Клас мільйонів			Клас тисяч			Клас одиниць		
сотні мільйонів	десятки мільйонів	одиниці мільйонів	сотні тисяч	десятки тисяч	одиниці тисяч	сотні	десятки	одиниці

Рис. 2.4.2

Під час вивчення теми “Додавання натуральних чисел” на уроці ми знайомимо учнів з магічними квадратами розміру 3×3 та легендою про їх походження. На гуртковому занятті більш детально розглядаються питання історії математики, а саме демонструємо учням магічні квадрати різних народів, показуємо їх зображення на картинах та архітектурних пам’ятках давнини (гравюра А. Дюрера “Меланхолія”, Храм искуплення св. семейства – фасад смерти), а також вивчаємо принципи побудови цих квадратів розміру 3×3 . Вдома школярі досліджують де вони використовуються у сучасному житті (наприклад, у логічних іграх, астрології, при виготовленні сучасних ЖК-моніторів, для покращення зображення і т. д.).

При вивченні теми “Старовинні міри маси та довжини” вчитель на уроках на прикладі виникнення, наприклад, еталону аршину, обґрунтовує необхідність виникнення єдиної системи мір. Проте на уроках не вистачає часу детально ознайомлювати школярів з різними старовинними одиницями мір. Необхідність вивчення цього матеріалу вимагає сьогодення. По-перше, деякі старовинні міри використовують і сьогодні (наприклад, у логічних іграх, астрології, при виготовленні сучасних ЖК-моніторів, для покращення їх зображення і т.д.). По-друге, цей матеріал дуже часто використовується у завданнях під час проведення шкільних КВК, вечорів, математичних змагань і т.д. По-третє, різноманітні інтелектуальні ток-шоу (наприклад, “Самый умный”, “Таряче крісло” і ін.) містять питання з історії математики, а також кросворди. Враховуючи актуальність цієї теми, її масштабність та з метою розвитку пізнавального інтересу учнів пропонуємо залучити учнів до створення *проекту* з цієї теми. Суть методу проекту ми розглянемо нижче. А також доцільно створити тлумачний словник старовинних мір, оскільки ще Р. Декарт говорив: “Определяйте значение слов. Этим вы избавите человечество от половины его заблуждений и недоразумений.”

При вивченні теми: “Множення натуральних чисел” на уроці розглядають історію походження знаків “•” та “:”, історію виникнення таблиці множення та один із стародавніх способів – множення на пальцях. На гурткових заняттях пропонуємо розглянути інші стародавні способи множення, які дозволяють швидко виконувати цю дію, а саме множення способом “блискавки” (див.

рис. 2.4.3), який має і іншу назву “хрестиком” або “хіазм”, оскільки знак Х нагадує грецьку літеру χ , та множення методом “ревноці, або решітчасте множення” (див. додаток Л, с. 235), автором якого є великий середньоазіатський математик, астроном, географ аль-Хорезмі (ок. 783 – ок. 850) та який описаний у праці Л.Пачолі. У 70-х роках минулого століття американські вчені схилилися до думки, що цей метод є більш “швидким” і тому пропонували повернути його до вивчення у школи, замість існуючого.

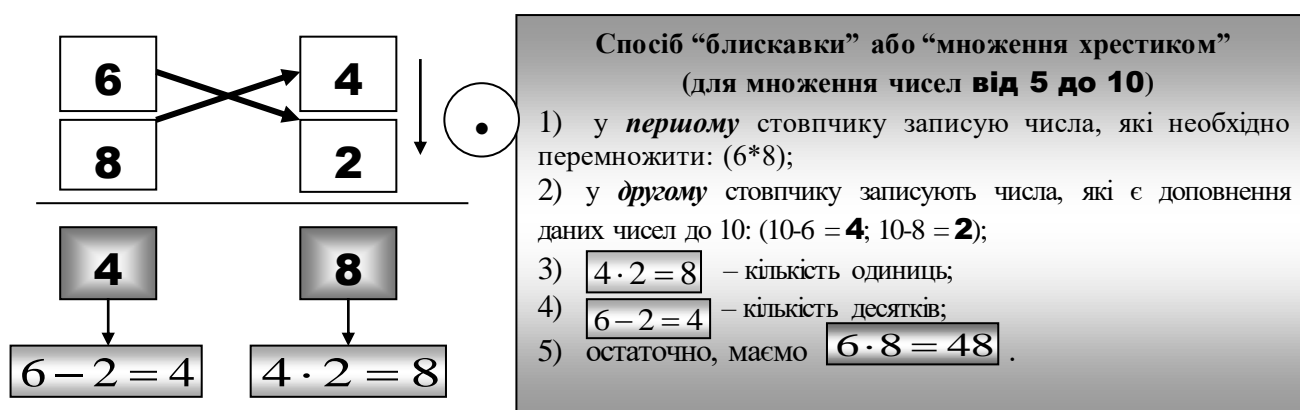


Рис. 2.4.3

На методі “решітчастого множення” ґрунтується принцип роботи з паличками Непера. На гурткових заняттях учні мають можливість ознайомитися з біографією вченого та одним з його винаходів, що носить його ім’я, а саме паличками Непера. Учні під керівництвом вчителя виготовляють їх та вчаться виконувати дії множення та ділення за допомогою них. Ця робота цікава для учнів і викликає у них інтерес. Як підсумок цієї роботи гуртківці виготовляють стінгазету, яку розміщують у коридорі школи, так, щоб і інші учні могли ознайомитися з цим цікавим матеріалом (див. рис. С.4, стор. 258), проводять відкриті засідання гуртка для всіх бажаючих, на яких ознайомлюють з принципом роботи на паличках Непера. Адже всім добре відома стара істина: для того щоб краще зрозуміти матеріал – поясни його іншому. За допомогою паличок Непера можна виконувати зволікання кореня квадратного. Тому ці палочки знадобляться і на уроках алгебри у 8 класі.

Способи швидкої лічби пропонуємо відпрацьовувати як на уроках, так і гурткових заняттях. І для того, щоб їх вивчення не було нудним для учнів,

необхідно використовувати активні форми роботи, наприклад, естафету, мозковий штурм і інші.

Як відомо, ігри активізують пізнавальну діяльність школярів, виступають джерелом розвитку їх пізнавального інтересу. Тому на гурткових заняття пропонуємо використовувати ігрові форми роботи. Наприклад, на одному із занять програти з учнями у “Забави Магницького” (наприклад, вгадування задуманого дня тижня, на якому палець та на якому суставі знаходиться кільце та ін.). Але перед проведенням забав необхідно ознайомити учнів з біографією відомого російського математика, педагога, який працював у Школі математичних та навігацьких наук, був автором підручника з арифметики Л.Ф. Магницького та його підручником. До цієї роботи пропонуємо залучати самих учнів. Робота по збиранню біографічних даних вченого посилення для них та викликає інтерес. У сучасних умовах вона полегшується можливістю доступу до всесвітньої мережі “Інтернет” практично всіх учнів. Зібрану інформацію учні оформлюють у вигляді презентацій, які вони демонструють розповідаючи по черзі про дитинство вченого, його педагогічну діяльність, внесок у розвиток математики. Доцільно на гурткових заняттях не просто проводити забави, а й розглядати їх математичне обґрунтування. Приклади забав Л.Ф. Магницького наведемо у додатку II, с. 258. Оскільки не всі діти відвідують гурткові заняття, а вклад Л.Ф. Магницького у розвиток математики достатньо вагомий, тому можна провести у 5 класі математичний вечір присвячений цьому великому педагогу і математику.

На гурткових заняттях у 5 класі доцільно також розглянути старовинні способи ділення, запис звичайних дробів у різних народів. Декілька занять доцільно присвятити розв’язуванню історичних задач. Результати роботи математичного гуртка можуть бути представлені у створених альбомах чи альманахів, в оформлених газетах та куточках математики, а також використанні при проведенні математичних тижнів, ранків, вечорів і т.д.

Результати своєї роботи гуртківці демонструють іншим учням у вигляді стінників, збірників задач, які вони склали у ході роботи, матеріали цікавих

повідомлень, зокрема з історії математики, у вигляді презентацій на уроках математики, як у своїх класах та і в класах менших за віком дітей.

Математичні газети. Створення математичних газет відбувається на різних етапах навчально-виховного процесу. У позакласній роботі газети створюють при проведенні математичних вечорів або ранків, конференцій, тижня чи місячника математики. Газети допомагають унаочнити матеріал, розкрити цікаві математичні факти, зокрема, висвітлити фрагменти з історії математики такі як: портрети та біографії вчених-математиків, кумедні історії з їх життя, події та відкриття, історичні задачі, софізми та інше. Створення газет вчить дітей пошуку, аналізу, відбору та структуруванню інформації, їх оформлення – розвиває творчі здібності школярів, виховує естетичний смак. Взагалі весь процес створення газети сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики.

Тематика математичних газет може бути різноманітною. Вона визначається тематикою того позакласного заходу, до проведення якого її виготовляють. Найчастіше у газетах учні висвітлюють питання історії математики, а саме біографії вчених, історичні задачі, софізми, етапи розвитку математики та обчислювальної техніки, цікаві задачі, математичний гумор, кросворди, головоломки, ребуси, фокуси і т.ін.

Зазвичай газети оформлюються учнями на ватманах формату А1, тексти і малюнки робляться “від руки”. Проте у сучасних умовах газети можна створювати за допомогою комп’ютерів. Для сучасного школяра пошук інформації для газети полегшується доступом до всесвітньої мережі Інтернет, у якій можна скачувати текстові дані, малюнки, портрети вчених, дивитися зразки оформлення газет, сценарії свят і т.ін. Проте не можна стверджувати, що учень одержує всю інформацію у готовому вигляді. Потенціал Інтернету дуже великий. Тому всеодно необхідно працювати над пошуком і відбором інформації. Учні з великим інтересом вдаються до цієї пошукової діяльності, яка у значній мірі розширює їх кругозір, інтелектуальний потенціал, сприяє розвитку їх пізнавального інтересу.

Робота по створенню математичних газет буде викликати ще більший інтерес в учнів, коли вони будуть бачити, що їх робота належним чином, справедливо оцінена. Тому, зазвичай, при проведенні позакласних заходів проводять конкурс на кращу газету. Оцінку газет журі здійснює за такими параметрами: зміст газети; відповідність тематиці заходу; математична грамотність; художнє виконання. Наведемо приклади газет, оформлених учнями до тижня математики (див. рис. 2.4.4).



Рис. 2.4.4

Математичний куточок. Куточок математики – це невід’ємна частина кожного кабінету математики у школі. Робота учнів і вчителя у школі багатогранна, як і сама наука математика. Для того, щоб показати результати класної і позакласної роботи з математики у кабінетах створюють куточки математики. Його оздоблення відбувається за активної участі учнів під керівництвом вчителя. Матеріал у куточках повинен яскраво оформлюватися, легко читатися, відповідати рівню знань учнів, постійно оновлюватися. Лише за таких умов ознайомлення з матеріалом, що розміщений у куточку математики, буде викликати пізнавальний інтерес в учнів. У кабінетах математики куточок математики оформлюється у вигляді стенда. Ці стенди мають різноманітні назви, наприклад, такі “Юний математик”, “Математика – царица наук, а Арифметика – царица математики” та інші, а також містять рубрики такі, як “До уроку”, “Математика навколо нас”, “Це треба знати”, “Це цікаво”, “Відкриття”, “Турток”, “Факультатив”, “Історія математики”, “Конкурси та олімпіади” та інші.

Оскільки на уроках математики вчитель може виділити не більше 5 – 7 хв. на екскурси з історії науки, то доцільно у куточках математики розміщати історичний матеріал, який переплітається з темою уроку. Цей матеріал з великим інтересом готують гуртківці, проте можна залучати і учнів класу, які не відвідують гурток. Ця пошукова робота цікава для учнів з різним рівнем знань. Та ще більше задоволення одержують учні від того, що результати саме їх праці офіційно розміщені у куточку математики. А як ми зазначали у п. 1.3, саме почуття радості, задоволення і гордості за результати власної роботи викликають позитивні емоції, а отже, лежать в основі розвитку пізнавального інтересу школярів.

Рубрика “Історія математики” дає можливість ознайомлювати учнів з біографіями вчених, історією відкриттів, легендами, етапами розвитку математики, з певними ювілейними подіями, що припадають на даний навчальний рік, історичними цікавими задачами, софізмами, цитатами про математику та висловлюваннями вчених математиків та іншим матеріалом з історії науки. Покажемо у додатку П, с. 259 фрагмент рубрики “Історія математики”, який був розміщений у куточку математики після проведення математичного вечора у 6-му класі на тему “Загадки числа π ”. Легенда про Дідону та її хитрість показує учням практичне застосування математики та ще раз підкреслює її важливість.

Іншою формою позакласної роботи є *математичний вечір* (для учнів 7 – 9 класів) та *математичний ранок* (для учнів 5 – 6 класів). Різниця між цими видами позакласної роботи заключається у тривалості їх проведення. З метою розвитку пізнавального інтересу учнів 5 – 6 класів доцільно щоб математичні ранки у цих класах проводили гуртківці 7 – 9 класів, які своїми знаннями і ерудицією будуть демонструвати користь такої форми роботи.

Математичні вечори проводять на різних етапах навчального процесу. Поряд з іншими вони можуть бути присвячені ювілейним датам або більш широко розкривати певну тему чи розділ математики, зокрема теми з історії математики. Проведенню математичного вечора передують довга і кропітка робота по його підготовці. У цьому процесі у першу чергу повинні приймати активну участь школярі, але під чітким керівництвом вчителя. Підготовка до вечора буде викликати

пізнавальний інтерес в учнів, якщо вчитель буде розподіляти завдання, враховуючи інтереси учнів, надавати їм можливість проявляти власну ініціативу, самостійність, активність, фантазію. Процес підготовки до математичного вечора виховує в учнів дисциплінованість, почуття колективізму, відповідальності за доручену справу, обов'язку, вміння враховувати і підпорядковуватися інтересам інших.

Щоб учням було цікаво, цікаво і захоплююче при проведенні вечорів необхідно використовувати ігрові форми роботи. Це можуть бути математичні змагання та вікторини, ігри, наприклад, такі: поле-див, брейн-ринг, КВК та ін. (основою для яких може бути зашифровані математичні терміни), відгадування кросвордів, ребусів, загадок та ін., постановки інсценівок або міні спектаклів на історичну тематику. Цікаво проходять математичні вечори проведені у формі мандрівок, екскурсій, інсценівок і т.ін.

Тематика математичних вечорів може бути різноманітною. Аналіз змісту сценаріїв математичних вечорів показує, що практично всі вони містять завдання з історії математики. Зупинимося більш детально на вечорах, тематика яких визначається суцільно історією математики. До них ми будемо відносити вечори присвячені вченим-математикам та ювілярам, відкриттям, історії математики у різні епохи і т.ін.

У 6 класі учні вивчають формули довжини кола та площі круга, у яких використовують число π . Ознайомити учнів з цим числом, підкреслити його значущість допоможе проведення математичного вечора на тему: “Загадки числа π ”. Сценарій вечора ми подали у додатку П, с. 260 – 261.

Сценарій вечора містив матеріал з історії виникнення числа π , а саме легенду про винайдення числа π , довідку хто перший ввів позначення символу π , відомості як змінювалася точність числа у різні часи і яку ми маємо на сьогодні, коли день народження цього числа, легенду про хитрість Дідони. Легенда про хитрість Дідони була інсценована гуртківцями. Після неї Дідона роздала шестикласникам геометричні фігури (прямокутник, коло, квадрат), присутнім на вечорі старшокласникам – трикутник, трапецію, ромб, паралелограм і запропонувала здійснивши необхідні виміри обчислити периметр

цих фігур. Шестикласники визначили, що фігури мають однаковий периметр. Далі Дідона запропонувала визначити площі цих фігур. Школярі визначили, що саме коло має найбільшу площу. Таким дослідним шляхом Дідона підвела учасників вечора до нового для них відкриття (серед фігур, що мають однаковий периметр, саме коло має найбільшу площу), тим самим допомогла розкрити таємницю своєї хитрості.

Проектна діяльність. Метод проектів – це освітня технологія, яка спрямована на розширення та поглиблення знань учнів з певних тем, на формування в них специфічних вмінь та навичок за допомогою системної організації проблемно-орієнтованої, пошукової діяльності школярів.

Метод проектів – як освітня технологія реалізує ряд навчально-виховних цілей. А саме, вчить учнів працювати у команді, відповідати за прийняте рішення, враховуючи при цьому не тільки власні інтереси, але й інтереси товаришів, нестандартно мислити, самостійно опрацьовувати матеріал: відбирати, аналізувати його, синтезувати, творчо обробляти (створювати презентації, стінгазети, брошури), бачити кінцевий результат. Також виховує ініціативність, креативність, самостійність, охайність, відповідальність, вчить доводити розпочату справу до кінця.

Учні часто на уроках задають такі запитання: “Навіщо?”, “Для чого?”, “Як?”. Відповіді на ці запитання школярі можуть одержувати виконуючи проекти. Метод проектів складається з таких етапів:

- 1) формулювання проблеми;
- 2) пошук способів її розв’язання (формулювання гіпотез);
- 3) дослідницько-пошукова діяльність;
- 4) оформлення результатів та захист проекту;
- 5) прогнозування нових проблем.

Тематика проектів може бути різноманітною. У контексті нашого дисертаційного дослідження ми враховуючи той матеріал, який був запропонований нами для розгляду на уроках, визначили теми проектів з історії математики, які тісно переплітаються з основним матеріалом, розширюють та поглиблюють його, а

також демонструють учням тернисті шляхи розвитку математики. Орієнтовну тематику проектів ми запропонували у статті [296, стор. 40].

Підготовка проекту тривала один місяць. На 1-му тижні з учнями 8-х класів проводилася дискусія щодо назви проекту, формувалися групи – “теоретиків-математиків”, “істориків”, “практиків”, “мистецтвознавців” та “магістрів математики”, відбувався розподіл тем, визначення цілей дослідження, добір інформації. На 2-му тижні – відбувалися консультації учнів з вчителем щодо відбору знайденої інформації та її обробка за допомогою програм Microsoft Word, Microsoft PowerPoint і/або Microsoft Publisher. На 3-му тижні – виготовлення газет і буклетів та підготовка до захисту проекту. На 4-му тижні – захист проекту та його обговорення.

Учні класу були поділені на групи за інтересами та здібностями. Кожна група працювала над своєю темою, а саме група “теоретиків” досліджувала різноманітні способи доведення теореми, що дійшли до нас крізь століття, група “істориків” – історію виникнення теореми, біографію Піфагора, легенди пов’язані з цим ім’ям та теоремою, а також працювали над створенням буклету для батьків, у якому висвітлили цікаві історичні факти про теорему і її автора, група “практиків” – історичні і сучасні задачі, що показують практичне застосування теореми. Підкреслити важливість теореми у різні часи допомогло дослідження групи “мистецтвознавців”, які підбирали таку інформацію: знаходили у мережі Інтернет зображення пам’ятників Піфагора, старовинні марки і монети із зображенням вченого, шаржи, цитати присвячені теоремі, філософські думки самого Піфагора, оспівування теореми у віршах. Група “магістри математики” складалася зі старшокласників, які демонстрували восьмикласникам застосування теореми Піфагора у стереометрії, а дев’ятикласники показували її застосування у більш складних планіметричних задачах.

Враховуючи масштабність проекту його результати були оприлюднені в позаурочний час. Слухачами були запрошені всі бажаючі учні 7 – 11 класів та вчителі школи. Після проекту відбулося його обговорення. Учні ділилися своїми враженнями, висловлювали побажання, говорили про труднощі, що виникли при

підготовці проекту. Для того, щоб обговорення не перетворилося на балаган ми провели його у формі інтерв'ю (журналістом була учениця 11-го класу).

Отже, після проведеної такої пізнавальної пошуково-дослідницької роботи по вивченню теореми Піфагора і на уроці, і в позаурочний час, учні на все життя запам'ятають її і будуть вдало використовувати її на практиці.

Тиждень математики – масовий позакласний захід, який триває тиждень. У цьому заході беруть участь всі учні школи.

Робота по проведенню тижня математики повинна бути спланована і узгоджена всіма вчителями математики школи. План роботи вивішують разом з газетами на стінах коридору школи.

Під час проведення тижня математики широко використовуються фрагменти історії математики тому, що вона збуджує пізнавальний інтерес учнів, розширює їх інтелектуальний потенціал, створює емоційний фон позакласних заходів.

Шотландський математик *Джон Непер* мав репутацію чорнокнижника і чаклуна, чим він одного дня дотепно скористався. Одного разу в його будинку сталася крадіжка. Винуватцем міг бути лише хтось із слуг, але хто саме, незрозуміло. І тоді Непер придумав хитрий хід. Зібравши всіх своїх слуг, він оголосив їм, що його чорний півень вміє читати таємні думки людей і тому допоможе йому знайти злодія.

Після цього Непер наказав слугам поодиноці заходити в темну кімнату і торкатися рукою того, що сидить там чорного півня. Як тільки злодій торкнеться півня-телепата, додав він, той голосно закричить. Слуги по-черзі стали заходити “на прийом” до півня, але той так і не закричав. Проте Непер легко виявив злодія, перевіривши руки випробовуваних після півнячого “тесту”.

Руки невинних були забруднені золою, якою хитромудрий господар заздалегідь посипав півня. Зловмисник же злякався птиці-ясновилиці і, увійшовши до кімнати, не торкнувся її. Тому *його руки, на відміну від совісті, були чистими*.

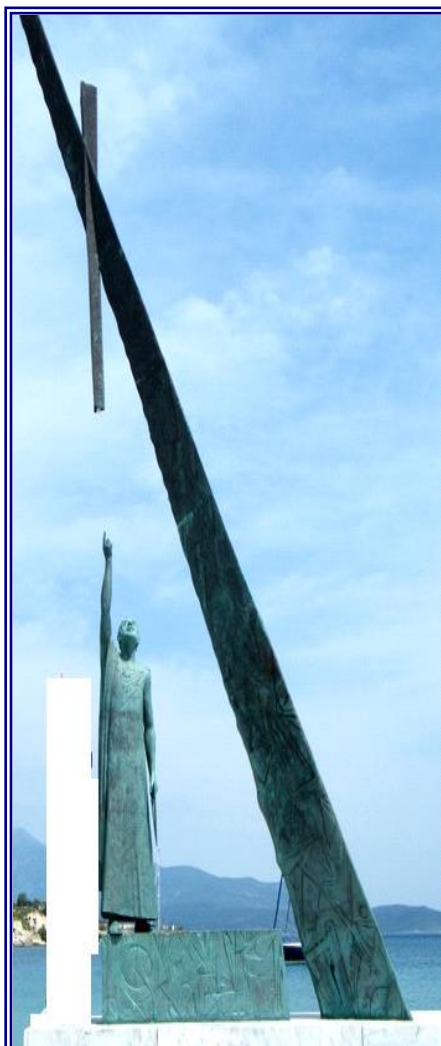
Рис. 2.4.5

Під час проведення тижня математики фрагменти історії математики можна висвітлювати, якщо цього дозволяють технічні можливості школи, у радіопередачах. Повідомлення радіопередач повинні бути короткими, цікавими, повчальними і виховуючими. Назви радіопередач можуть бути такі: “Цікаві історії з життя відомих математиків”, “Походження математичних символів”,

“Жінки-математики”, “Історії математичних відкриттів”, “Математика в різні часи і у різних народів” і т.ін. Наведемо фрагмент радіопередачі з рубрики “Цікаві історії з життя відомих математиків” (див. рис. 2.4.5).

У радіопередачах можуть звучати також вислови про математику і математиків, наприклад, такі: “Математика – гімнастика розуму” (Суворов), “Надхнення потрібно в геометрії не менше, ніж в поезії” (О.С. Пушкін), “Щоб стати математиком, треба захоплюватись чарівністю закономірностей і логічною стрункністю законів” (У. Соєр) і т.ін. Після того, як цитати прозвучать у радіопередачах, їх можна використовувати у конкурсних завданнях, наприклад, “Відгадай кому належить вислів” і ін.

Під час тижня математики проводять різноманітні ігри, змагання, наприклад, КВК, поле-чудес, брейн-ринг, “Найрозумніший” і т.ін., математичні ранки або вечори, у сценарій яких включають матеріал з історії математики. Наведемо приклад гри “Поле-див” у 9 класі. Тема гри “По слідах відомих математиків”.



“Поле-див” (9 кл.)
тема гри “По слідах відомих математиків”

Завдання 1 туру: “Французський математик 17 ст., який для полегшення праці батька, створив сумуючу машину” (Відповідь: Б. Паскаль)

Завдання 2 туру: “Стародавній грецький вчений, який довів теорему про рівність вертикальних кутів та властивість кутів рівнобедреного трикутника. Ім'ям цього вченого названо одну з теорем геометрії.” (Відповідь: Фалес)

Завдання 3 туру: “Яке число в математиці називають “архімедовим числом”?” (Відповідь: π)

Завдання фіналу: “Щоб відбити напад великого римського корабля, вчений примусив грецьких воїнів до блиску відполірувати металеві щити, а потім вишукуватися вздовж берега. За його вказівкою воїни сфокусували сонячні промені від щитів у одній точці на борту корабля. Дерев'яна обшивка судна нагрілася до високої температури й спалахнула – на кораблі почалася пожежа. Назвіть ім'я цього грецького вченого” (Відповідь: Архімед)

Завдання супер гри: “Якому вченому належить вислів: “Я мислю, отже, я існую!”?” (Відповідь: Р. Декарт)

Завдання для аудиторії: “Пам'ятник, якого стародавнього грецького вченого, зображено на екрані?” (Відповідь: Піфагор)

Отже, чітко сплановані, яскраво оформлені позакласні заходи розкривають перед учнями нові грані математики, створюють позитивне ставлення до її вивчення, таким чином, сприяють розвитку пізнавального інтересу учнів до її вивчення.

2.5. Організація та результати педагогічного експерименту

Педагогічний експеримент проходив на базі Чернігівського інформаційно-технологічного ліцею № 16, Київської загальноосвітньої школи I – III ступенів № 119, Козелецької гімназії №1 Козелецької районної ради Чернігівської області, Славутицького ліцею Славутицької міської ради Київської області, Сосницької гімназії імені О.П. Довженка, навчально-виховного комплексу “Школи-садку “Софія” м. Львова, Великомоствівського навчально-виховного комплексу “Загальноосвітньої школи I – III ступенів – ліцею” сокальської районної ради Львівської області. У ньому приймало участь 416 школярів з різних регіонів України.

Мета педагогічного експерименту полягала у підтвердженні гіпотези про те, що системне використання елементів історії науки у процесі навчання математики учнів основної школи сприятиме ефективності розвитку їх пізнавального інтересу за умови врахування вікових особливостей школярів, використання новітніх технологій навчання, комп’ютерної техніки, дотримання запропонованих організаційно-педагогічних умов і методичних рекомендацій.

Експериментальна перевірка ефективності розроблених у II розділі дисертаційного дослідження методичних положень щодо використання елементів історії математики у навчально-виховному процесі у школі з метою розвитку пізнавального інтересу учнів 5 – 9 класів до вивчення математики і підтвердження сформульованої гіпотези включала три етапи. Розглянемо кожен з них.

Перший етап експериментальної роботи (2008 – 2009 н.р.) мав *констатувальний* характер.

Мета констатую вального етапу експерименту: дослідити поняття “пізнавальний інтерес” у психолого-педагогічній літературі та законодавчій базі математичної освіти різних країн; встановити чи цілеспрямовано і системно

використовують вчителі на уроках фрагменти з історії математики; визначити рівні сформованості пізнавального інтересу учнів основної школи; дослідити форми та засоби, які використовують вчителі на уроках та у позакласній роботі для повідомлень матеріалу з історії математики.

Задачі констатувального етапу:

1) виявити психологічні особливості, етапи розвитку та джерела збудження пізнавального інтересу школярів основної школи;

2) виявити можливість і необхідність використання на уроках математики та у позакласній роботі елементів історії математики з метою розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики;

3) дослідити форми роботи та засоби, за допомогою яких здійснюється включення історизмів у процес навчання математиці з метою розвитку пізнавального інтересу учнів.

Методи дослідження: 1) *теоретичні:* контент-аналіз дисертаційного фонду України, Росії і колишнього Радянського союзу, аналіз нормативно-правових документів шкільної освіти України, Росії, Білорусії, вивчення і аналіз психолого-педагогічної літератури та навчально-методичної літератури з проблеми дослідження, порівняння, систематизація та узагальнення існуючих шляхів і методів розвитку пізнавального інтересу учнів; 2) *діагностичні* (анкетування і тестування, інтерв'ювання, бесіди з учнями та вчителями), *обсерваційні* (педагогічне спостереження (пряме та побічне) за процесом навчання з питань реалізації принципу історизму у шкільній практиці, ретроспективний аналіз власної педагогічної практики та провідних педагогів-практиків).

У ході теоретичного дослідження поняття “пізнавальний інтерес” у психолого-педагогічній літературі визначено чотири підходи до тлумачення цього поняття в ній, описано його психологічну природу, види, функції та встановлено, що підлітковий вік є найбільш сприятливим для формування і розвитку пізнавального інтересу до вивчення дисциплін. Аналіз нормативно-правових документів математичної освіти різних країн (України, Росії, Білорусії) показав, що всі вони містять рекомендації щодо використання історизмів на

уроках математики і в позакласній роботі з метою розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики. Результати дослідження більш детально подані у п. 1.1–1.3 дисертаційного дослідження.

Наступне питання, на яке необхідно було дати відповідь – встановити чи цілеспрямовано і системно використовують вчителі на уроках фрагменти з історії математики. Для відповіді на це питання ми використали такі методи, як спостереження та анкетування. Реалізувати метод спостереження у формі відвідування уроків, у т.ч. і відкритих, вчителів різних шкіл міста допомогла участь у “Школі молодого вчителя” м. Чернігова. Проводячи спостереження на уроках, ми звертали увагу на такі аспекти:

1) чи використовують вчителі історизми на уроках, якщо – так, то на яких його етапах (актуалізації знань, вивчення нового матеріалу, при відпрацюванні знань, вмінь та навичок, закріпленні вивченого);

2) яке змістове наповнення історичних довідок; чи відповідають вони темі уроку; чи беруть участь учні у їх підготовці.

Результати спостережень дозволили зробити такі висновки:

1) вчителі рідко і безсистемно використовують матеріал з історії математики, здебільшого на початку вивчення теми або на останньому уроці чверті або семестру;

2) цілеспрямованого і системного включення історизмів у зміст уроків, з метою розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення предмету, не відбувалося.

Для більш детального аналізу думки вчителів на проблему дисертаційного дослідження, ми провели анкетування вчителів (анкету – див. додаток Р, с. 262). Воно допомогло виявити труднощі, які відчувають педагоги при реалізації принципу історизму та паралелелізму у шкільній практиці. Нами були проанкетовані 118 вчителів з різних регіонів України: м. Києва, м. Чернігова, м. Сумм, м. Пирятин, м. Умань, м. Ніжин, м. Полтави, м. Кривого Рогу та ін., а також різних селищ Ріпкінського, Городнянського, Новгород-Сіверського, Коропського, Варвинського та ін. районів. Участь у міжнародних конференціях дозволила дослідити думку вчителів Білорусії, Росії та Болгарії з цієї проблеми. Зазначимо також, що у анкетуванні приймали участь вчителі різних категорій

(див. додаток Р, рис. Р.1, стор. 262). Переважну більшість склали вчителі I та вищої категорій, тобто ті, що мали досвід роботи в школі 7 – 41 років.

Анкетування показало (див. рис. 2.5.1), що вчителі *інколи* використовують матеріал з історії математики на своїх уроках. Педагоги, практично однозначно, висловили думку про *доцільність* використання історизмів на уроках математики та у позакласній роботі, з метою розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення предмету. Більшість вчителів підтвердили нашу гіпотезу, що саме фрагменти історії математики виступають *джерелом* збудження пізнавального інтересу учнів.

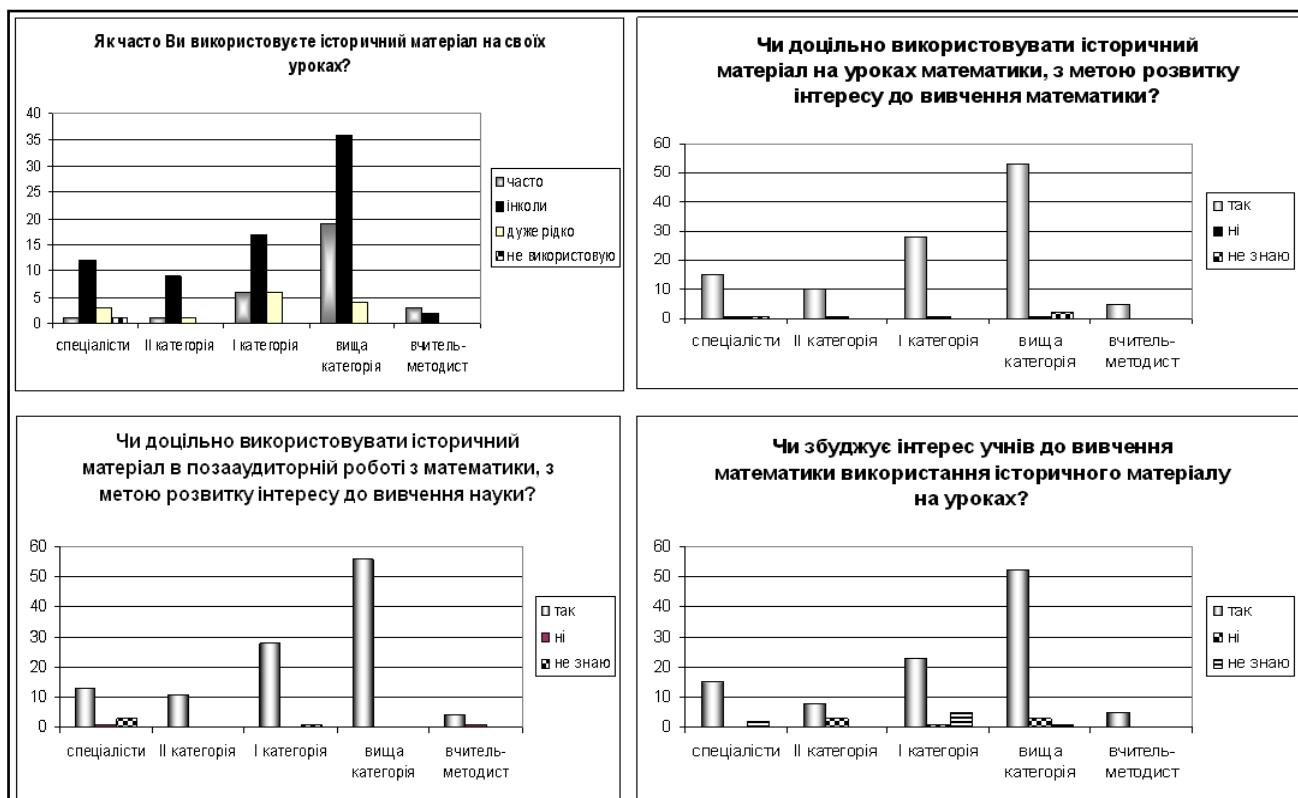


Рис. 2.5.1

Також під час анкетування ми визначили, що у більшості випадків вчителі використовують історичний матеріал на початку вивчення кожної теми або на останньому уроці семестру. Стосовно учнів, то вони здебільшого проявляють інтерес до розв'язування історичних задач, потім до історії походження математичної символіки, доведення теорем і т.ін. і в останню чергу до повідомлень біографій вчених. Думки вчителів розділилися щодо наповнення підручників історичним матеріалом. Вони вважають, що в принципі, підручники наповнені цим матеріалом, але його обсяг можна збільшити. Серед труднощів

методичного характеру виділили недостатність часу для підбору матеріалу з історії математики та недостатність методичної літератури, з порадами його застосування на уроках.

Останнім часом відбувається масова комп'ютеризація шкіл. Але вчителі відчують недостатність у забезпеченні всіх кабінетів проекторами, мультимедійними дошками, які дозволяють унаочнити матеріал, показати його яскраво і цікаво. З іншого боку не всі вчителі володіють комп'ютерною грамотою, особливо ті, стаж роботи яких складає 35 і більше років. Проте всі вчителі поділяють думку, що використання комп'ютерної техніки у навчальному процесі, зокрема, для демонстрації фрагментів з історії математики, сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів різних вікових груп до вивчення математики. Вчителі виокремлюють ще одну проблему – нема готового методичного продукту з історії математики, який можна використовувати у навчально-виховному процесі за допомогою ІКТ.

Для виявлення рівнів сформованості пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики ми використали такі методи, як спостереження, бесіда, анкетування, аналіз їх успішності. В основу спостереження за діяльністю школярів і встановлення рівня сформованості їх пізнавального інтересу ми поклали компоненти психологічної природи інтересу, а саме:

а) *інтелектуальні*:

- запитання учнів до вчителя;
- прагнення за власної ініціативи брати активну участь у навчально-виховному процесі, зокрема з математики;
- прояв пізнавальної самостійності;
- прагнення до практичних результатів пізнавальної діяльності;
- активне використання набутого багажу знань, вмінь і навичок;
- бажання поділитися з іншими певною інформацією;

б) *вольові*:

- концентрація уваги і незначне відволікання;
- наполегливість у подоланні труднощів при виконанні завдання;

- прагнення завершити справу до кінця;
- реакція на дзвоник з уроку;

в) *емоційні*:

- позитивні емоції протягом уроку;
- відчуття задоволення від доведення розпочатої справи до кінця.

Під час спостереження за учнями ми встановили, що фрагменти з історії математики викликають позитивні емоції, у класі панує дисципліна і тиша. Учні з цікавістю сприймають цей матеріал, якщо розповіді вчителя або учня супроводжуються презентаціями. Історизми допомагають учням краще зрозуміти теоретичний матеріал, створюють певні асоціації, що полегшують його пригадування, оживлюють уроки, насичують їх практичним змістом.

Бесіди та анкетування учнів були спрямовані на виявлення ставлення учнів до навчальних предметів (див. додаток Р, с. 263, запитання №1) та математики, зокрема. Також у анкетах ми досліджували думку школярів на предмет того, чи викликають у них інтерес матеріали з історії науки. Останнє запитання анкети дозволило розглянути бачення учнів щодо покращення процесу вивчення математики.

У результаті вищеописаної роботи ми одержали такі результати:

1. Учні розподілили шкільні предмети за рівнем прояву інтересу до їх вивчення так див. додаток Р, рис. Р.2, стор. 267. Більшість 5-класників розмістили її на перше місце, 6-класники – на десяте, 7-класники – на п'яте, 8-класники – на третє, 9-класники – на шосте. Тобто ми бачимо різке зниження пізнавального інтересу до вивчення математики у 6 і 9-класників.

2. Учні у анкетах виділили дві основні причини появи інтересу до вивчення предмету – це зміст предмету та педагогічну майстерність вчителя. П'ятикласники на перше місце поставили виконання цікавих завдань, цікавий зміст предмету, а потім педагогічну майстерність вчителя. Ці результати підтверджують нашу думку (див. п. 2.1) про те, що 5-класники все сприймають на чуттєвому рівні не заглиблюючись у зміст. Учні 6 – 9 класів на перше місце винесли цікавий зміст предмету, потім як його викладає вчитель і розв'язування цікавих завдань (див. додаток Р, с. 264).

Крім того, бесіди з учнями показали, що вони глибоко цінують особистість педагога та взаємовідносини з ним. Школярі цінують у своєму наставнику глибоке знання предмету, справедливе оцінювання знань учнів, гумор, чесність, порядність, доброзичливість і т.ін.

3. Результати анкетування показали (див. рис. 2.5. 2), що половина учнів 6-9 класів вважають математику *малоцікавою* наукою. Проте більшість п'ятикласників вважають математику *дуже цікавою*. Тому для вчителя дуже важливо не згасити цей інтерес у учнів до вивчення математики, а з року в рік підтримувати та розвивати його.

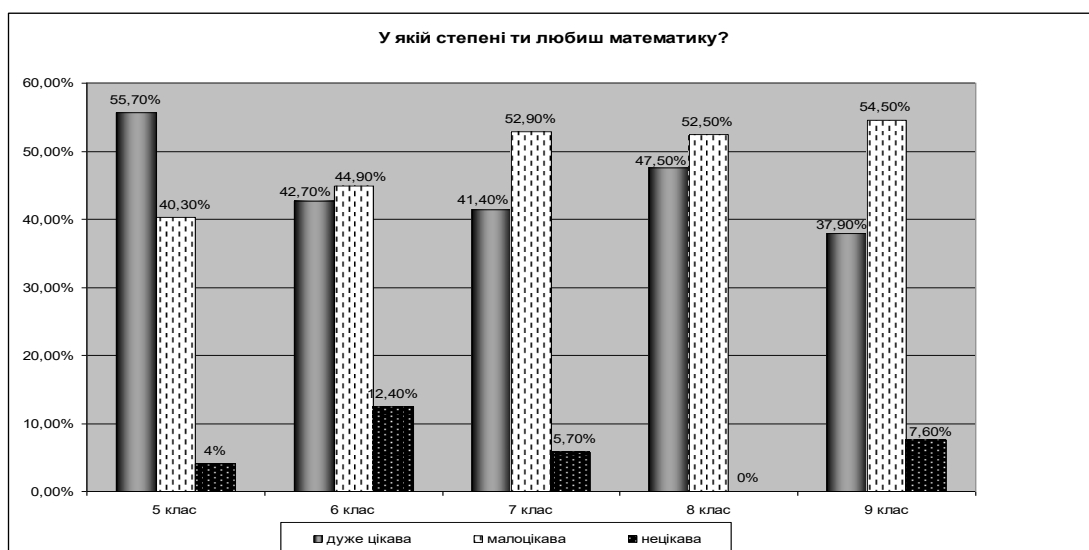


Рис. 2.5.2

4. У анкетах учні визначили на яких етапах навчально-виховного процесу у школі, вони вивчають предмет найкраще, а саме:

- 1) перед контрольною роботою (вказали 80% опитуваних);
- 2) коли треба виправити оцінку або одержати гарну оцінку;
- 3) коли на минулому уроці одержали гарну оцінку;
- 4) коли цікаво і школярі одержують задоволення від вивчення матеріалу.

Отже, одержані результати констатуючого експерименту привели до таких висновків:

1) пізнавальний інтерес учнів 5 – 9 класів до вивчення математики знаходиться на низькому рівні, тому необхідно знаходити нові джерела його збудження;

2) вчителі вважають системне використання історизмів на уроках та у позакласній роботі одним із джерел розвитку пізнавального інтересу учнів, проте

їм бракує часу для відбору цього матеріалу і реалізації його на уроках та методичних розробок щодо його використання.

Результати констатуючого етапу дозволили визначити, у яких напрямках необхідно проводити роботу по розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи. У результаті були сформульовані гіпотеза і задачі дисертаційного дослідження.

Другий етап педагогічного експерименту – *пошукувальний*. Він проводився у 2009 – 2010 рр.

Мета пошукувального етапу експерименту – розробка методичних рекомендацій щодо системного використання історизмів у навчально-виховному процесі у основній школі.

Методи дослідження: спостереження та анкетування учнів 5 – 9 класів, експериментальне викладання.

У анкетах ми досліджували, що саме приваблює і спонукає учнів до вивчення математики. 95% всіх анкетованих учнів вказали, що математика необхідна для вивчення інших предметів. Також учні зазначили, що вони вивчають математику тому, що вчитель гарно пояснює матеріал і допомагає його зрозуміти, щоб одержати гарну оцінку, математика дуже цікавий і інтересний предмет, подобається розв'язувати складні задачі, це як гра, змагання і ін. Більш детальний аналіз відповідей ми представили у додатку Р, с. 265 – 266.

У п'ятому запитанні анкети (див. додаток Р, с. 263) ми включили такі пункти: мені подобається створювати проекти, презентації, писати реферати. Лише декілька учнів 7 – 9 класів вибрали їх. Тому ми робимо висновок, що вчителі мало залучають учнів до таких видів діяльності. Опитування вчителів підтвердило наше припущення. Всі колеги скаржаться на брак часу і неналежне технічне забезпечення кабінетів математики. Про покращення технічного обладнання кабінетів математики зазначали і учні 9-х класів у своїх анкетах. Вони писали про необхідність наявності у кабінетах мультимедійних дошок та плазми, що на їх думку, робить процес вивчення математики більш цікавим.

Під час вивчення математики школярів найбільше приваблює розв'язування прикладів, математичних ребусів, кросвордів, загадок та розповіді

про те, як розвивалась математика, як і коли виникли символи, формули, теореми. Менший інтерес проявляють учні до розповідей біографій вчених. Тому на цей аспект необхідно звернути увагу і зробити цей процес більш цікавим для учнів.

Наше дослідження показало, що учні проявляють інтерес і до розв'язування задач. За ступенем інтересу вони розподілили задачі так: задачі з цікавим змістом, задачі практичного змісту, задачі на побудову, історичні задачі. Причинами низького інтересу до розв'язування історичних задач ми вважаємо такі: складність розуміння тексту задачі учнями, нечасте їх використання вчителями на уроці.

Учням 5 – 9 класів не подобається працювати самостійно над розв'язуванням задач. Усне опитування учнів показало, що причинами цього є складність у розумінні тексту задачі, невміння учнями здійснювати аналіз умови задачі та робити висновки, відсутність знань теорії (означень, формул, теорем) та методів розв'язання. Ці факти вказують також на те, що в учнів не розвинений у достатній мірі пізнавальний інтерес до вивчення математики. Анкетування також показало, що школярі не прагнуть розширювати свої знання з предмету. Вони *іноді* після розв'язування задач знаходять їх нові методи розв'язання. Під час усного опитування школярі зазначили, що пошук нових методів розв'язання у більшості випадків відбувається з ініціативи вчителя, а не з їх власної. Також сучасні учні практично не читають додаткової літератури з математики (див. запитання 11 анкети додаток Р, с. 263). Здебільшого викликає інтерес у учнів розгадування математичних головоломок, загадок, кросвордів, ребусів, потім читання наукової літератури, історичних задач, історії математики, математичних легенд і на останньому місці учні вказали читання біографій вчених.

Серед причин негативного ставлення до вивчення математики учні вказували такі: необхідність запам'ятовувати багато формул і теорем, не любов до виконання домашніх завдань, дуже важкий предмет, мало відводиться часу на вивчення матеріалу, вчитель не розповідає нічого цікавого на уроках, вчитель не справедливо оцінює знання та інші. Ці результати підтверджують висновок про те, що основними джерелами збудження пізнавального інтересу учнів до вивчення математики є зміст навчального матеріалу, організація навчальної діяльності та взаємовідносини між учасниками навчально-виховного процесу в школі – вчителем та учнями.

Останнє питання анкети дозволило з'ясувати думку школярів щодо поліпшення навчального процесу з метою розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики у них. У п. 1.4 дисертаційного дослідження ми визначили чотири основні джерела збудження пізнавального інтересу, а саме зміст навчального матеріалу, організація пізнавальної діяльності, особистість вчителя і учня. Тому рекомендації учнів 5 – 9 класів ми також розподілили за цими категоріями. Детальний аналіз цього запитання ми подали у додатку Р, с. 265 – 266. Поради учнів (які ми не перефразовували, а подали у тих формулюваннях, які писали учні) різних вікових груп – різноманітні. Проте ми визначили такі загальні вимоги:

- *до змісту навчальної діяльності* – менше д/з і к/р, щоб вчитель на уроках використовував більше цікавого матеріалу та задач, щоб вчитель не тільки розповідав про задачі та ін., а ще біографії вчених, головоломки, по-більше історичних цікавинок, більше розповідати про те, як виникли теореми, формули;

- *до організації пізнавальної діяльності* – більш цікавий підхід, наявність у кабінетах математики мультимедійних дошок, плазми, комп'ютерів, проведення на уроках ігор, розгадування кросвордів, загадок, збільшення кількості годин на вивчення нового матеріалу та математики взагалі;

- *до особистості вчителя* – щоб вчитель ставився з повагою до школярів, з гумором, пояснював зрозуміло і цікаво матеріал, був добрішим і не ставив двійок;

- *до особистості учня* – слухати вчителя, ставити собі цілі, мету, любити математику, прагнення бути кращим, все регулярно вчити, бажання та математичний склад розуму, прагнення до знань, інтерес і цікавість, багато терпіння, розуміння і хотіння.

Здійснивши аналіз оновлених програм з математики для учнів 5 – 9 класів, підручників з математики, літератури з історії математики ми здійснили розподіл матеріалу з історії математики за такими напрямками:

- до яких тем необхідно на уроках подавати історизми,
- який матеріал розглянути на гурткових заняттях,
- який матеріал розглянути на математичних вечорах,
- який матеріал розглянути у проектах.

Також на етапі пошукового експерименту разом з учнями ми працювали над створенням математичних проектів, вечорів. Ми розробили до деяких тем кросворди, розгадування яких викликає інтерес у учнів. Також ми працювали над створенням презентацій з історії математики, які унаочнюють матеріал, роблять його сприймання більш цікавим і зрозумілим для школярів.

Отже, у результаті другого етапу педагогічного експерименту було показано позитивний вплив системного використання історизмів у навчальному процесі, яке сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики.

Третій етап педагогічного експерименту – *формуючий*. Він проводився у 2010 – 2012 рр. у вищезначених школах України.

Мета формуючого етапу експерименту: перевірка ефективності системного використання елементів історії математики на процес розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики.

Пошук, відбір і розподіл матеріалу з історії науки, а також його комп'ютерна підтримка потребує від вчителя великих затрат часу. Цей факт підтвердили вчителі у своїх анкетах. У нашому дослідженні ця проблема була розв'язана завдяки розробленим рекомендаціям щодо системного використання історизмів у навчальному процесі.

Проведення формуючого етапу експерименту здійснювалося таким чином. На початку 2010 – 2011 н.р. були обрані по три 5 – 9 класи, з них 2 експериментальних, 1 контрольний. У цих класах ми визначали рівень пізнавального інтересу кожного учня. Для цього проводилися з учнями анкетування, бесіди, спостереження за їх діяльністю на уроках з математики, а також лабораторний експеримент, який ґрунтується на “методиці з конвертами” (Г.І. Щукіна).

Учням ми запропонували обрати для самостійного розв'язання одну з трьох задач, які поклали у конверт. При цьому ми зауважили, що оцінка роботи буде залежати тільки від того, наскільки правильно розв'язання обраної задачі, а не від її вибору. При аналізі робіт учнів ми звертали увагу на два критерії:

- 1) зміст обраного завдання (репродуктивний, пошуковий, творчий);
- 2) стиль виконання завдання (стереотипний чи творчий).

Результати відбору задач у експериментальних та контрольних класах відображені у таблиці 2.5.1.

Таблиця 2.5.1

			Задача №1 (репродуктивна)	Задача №2 (пошукова)	Задача №3 (творча)
1.	5 клас	експериментальний (27 чол.)	20 (74%)	6 (22%)	1 (4%)
2.	5 клас	експериментальний (30 чол.)	26 (87%)	4 (13%)	0 (0%)
3.	5 клас	контрольний (28 чол.)	17 (61%)	9 (32%)	2 (7%)
4.	6 клас	експериментальний (31 чол.)	26 (84%)	4 (13%)	1 (3%)
5.	6 клас	експериментальний (32 чол.)	25 (80 %)	6 (19%)	1 (3%)
6.	6 клас	контрольний (30 чол.)	27 (90%)	3 (10%)	0 (0%)
7.	7 клас	експериментальний (29 чол.)	21 (72 %)	8 (28%)	0 (0%)
8.	7 клас	експериментальний (31 чол.)	23 (74%)	6 (20%)	2 (6%)
9.	7 клас	контрольний (28 чол.)	19 (68%)	8 (29%)	1 (3%)
10.	8 клас	експериментальний (27 чол.)	17 (63%)	9 (33%)	1 (4%)
11.	8 клас	експериментальний (30 чол.)	15 (50%)	12 (40%)	3 (10%)
12.	8 клас	контрольний (32 чол.)	20 (63%)	10 (31%)	2 (6%)
13.	9 клас	експериментальний (25 чол.)	16 (64%)	9 (36%)	0 (0%)
14.	9 клас	експериментальний (28 чол.)	17 (61%)	11 (39%)	0 (0%)
15.	9 клас	контрольний (29 чол.)	19 (66%)	7 (24%)	3 (10%)

Більшість учнів розв'язували задачі репродуктивного характеру, навіть ті, які мають високі оцінки з математики. Будемо вважати, що їх пізнавальний інтерес до вивчення математики є епізодичним, споглядальним, ситуаційним. У учнів, які добровільно обрали і розв'язали задачу №2, інтерес є стійким, пізнавально-дієвим, у школярів, що розв'язали задачу №3 інтерес знаходиться на найвищій стадії розвитку – стадії теоретичного інтересу.

У нашому дослідженні вибір учнів задачі репродуктивного характеру означає, що їх пізнавальний інтерес є нестійким, рівень знань, вмінь та навичок є низьким. Проте зауважимо, що серед цих учнів були й ті, які навчаються добре, тобто вони вміють, але не бажають розв'язувати більш складні задачі. І були ті, що розв'язують репродуктивні задачі, але не цікавляться зовсім математикою. Тому після дослідження рівня сформованості пізнавального інтересу різними

способами (діагностування, бесіди, анкетування, спостереження), ми поділили учнів на чотири групи (кількісний розподіл див. додаток Р, с. 268):

1 група – нульовий рівень інтересу (0) – увійшли учні, які зовсім не цікавляться математикою, у деяких випадках проявляють негативне ставлення до її вивчення, ці учні взагалі не розв'язували задач;

2 група – низький інтерес (Н) – увійшли школярі, які епізодично, ситуативно проявляють інтерес до вивчення математики, ці учні обрали для розв'язання задачу №1 – репродуктивного характеру, навчальна діяльність цих учнів потребує постійного контролю та підтримки з боку вчителя, вони не прагнуть самостійно здобувати знання, їм не притаманні прояви сили волі при виконанні завдань;

3 група – стійкий інтерес (С) – до цієї групи ми віднесли учнів, які обрали для розв'язання задачі репродуктивного характеру і намагалися розв'язати задачі пошукового характеру, цим учням притаманний певна степінь осмисленого інтересу до вивчення предмету, вони активні на уроках, проте систематизація їх діяльності ще цілком залежить від педагогічної культури вчителя;

4 група – теоретичний інтерес (Т) – учні цієї групи, без вагань розв'язували творчі задачі, на уроках працюють самостійно, прагнуть проникнути у суть понять, розширювати свої знання з математики у вільний час, входячи за рівень шкільної програми.

Наступним етапом формуючого етапу експерименту було експериментальне навчання. У *контрольному* класі елементи історії математики використовувалися у навчальному процесі не системно, епізодично, у рамках шкільних підручників – на останніх уроках чвертей та семестрів, підчас проведення відкритих уроків або математичних вечорів. Розповіді історичних довідок не супроводжувалися презентаціями, а використовувалися портрети та плакати. Історичні задачі практично не розв'язувалися. Для відкритих уроків і вечорів учні готовила стінгазети, усні відповіді учнів з історії математики здебільшого ні чим не супроводжувалися.

В основу навчання у *експериментальних* покладено реалізацію принципу історизму-паралелізму Хекла. При цьому навчання здійснювалося з врахуванням джерел збудження пізнавального інтересу. Історизми у навчальному процесі використовувалися системно із залучення ІКТ. Вчителі системно протягом навчального року використовували історизми у класно-урочній системі на різних

етапах навчального процесу та у позакласній роботі. До цієї роботи активно на добровільних засадах залучалися учні. Вони працювали над доббором матеріалу історичних довідок, створювали до них презентації, виконували практичні роботи. Працювали над виконанням творчих робіт, над створенням проєктів. Разом з вчителями готували сценарії математичних ранків, вечорів. Приймали активну участь у підготовці і проведенні тижня математики.

Для порівняння ефективності процесу розвитку пізнавального інтересу в учнів експериментальних та контрольних класів ми прораховували числовий показник – коефіцієнт позитивного відношення до уроку, який обчислюється за

такою формулою: $k = \frac{n_1 \cdot (1) + n_2 \cdot (0) + n_3 \cdot (-1)}{N}$, де

n_1 – кількість учнів, яким сподобався урок;

n_2 – кількість учнів, які неоднозначно відносяться до уроку;

n_3 – кількість учнів, яким урок не сподобався;

N – всього учнів у класі.

Для обчислення цього коефіцієнту у кінці кожного уроку учням пропонувалось дати відповідь на запитання: “Чи сподобався тобі урок?” і пропонувалися варіанти відповідей: “Так”, “Ні”, “Не дуже”.

Спостереження показали, що пізнавальна активність, степінь самостійності при виконанні завдань та рівень ініціативності у експериментальних класах поступово збільшувалися протягом навчального року, ніж у школярів контрольних класів. Також уроки у експериментальних класах вирізнялись позитивним емоційним настроєм та дисципліною. Це підтвердилося нашими розрахунками коефіцієнта позитивного відношення до уроку. Його значення було більшим у експериментальних класах, ніж у контрольних.

У кінці експериментального навчання аналогічно було визначено рівні пізнавального інтересу в учнів експериментальних та контрольних класів. Результати одержані до і після проведення експерименту представлені у порівняльній таблиці Р.4 (див. додаток Р, с. 269). Дані цієї таблиці показують, що відбулися якісні зміни у рівнях прояву пізнавального інтересу учнів 5 – 9 класів до вивчення математики у експериментальних класах значно збільшилась

кількість учнів, що мають 2 – 3 рівні розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики. У контрольних класах ця динаміка практично відсутня.

За результатами констатувального та пошукувального етапів експериментів найбільш критичним у процесі формування та розвитку пізнавального інтересу є результати 6 класу. Тому на прикладі учнів 6 класу за допомогою непараметричного знакового критерію покажемо ефективність запропонованого нами системного використання історизмів у навчальному процесі, що сприяє розвитку пізнавального інтересу школярів. Розрахунки проводилися окремо для кожного класу, при цьому нами була створена допоміжна таблиця (див. додаток Р, с. 270 – 271).

У своєму експериментальному дослідженні ми розглянули нульову гіпотезу H_0 : рівень розвитку пізнавального інтересу школярів 6 класу не підвищився. Альтернативна гіпотеза H_1 – рівень розвитку пізнавального інтересу школярів 6 класу підвищився. Оскільки у експериментальних класах спостерігалось переважна більшість знаків “+”, тому для розрахунків використаємо односторонній знаковий критерій.

Підрахуємо значення статистичного критерію T (число додатніх різниць d рівнів пізнавального інтересу учнів) і n (число пар різниць, відмінних від нуля). Скориставшись даними таблиці Р.5, одержимо:

Для перевірки нульової гіпотези H_0 порівняємо значення T з критичними табличними значеннями критерію $n - t_\alpha$ з рівнем значущості 0,025. Результати див. табл. 2.5.2.

Таблиця 2.5.2

Показники	Експериментальні класи		Контрольний клас
	1-й	2-й	
T	13	15	4
n	13	15	7
t_α	2,16	2,13	2,77
$n - t_\alpha$	10,84	12,87	4,23
Порівняння даних	$T > n - t_\alpha$	$T > n - t_\alpha$	$T < n - t_\alpha$

Отже, для експериментальних класів нульова гіпотеза не приймається, а для контрольного – приймається. Це експериментальне дослідження показало правильність припущення про те, що системне використання елементів історії

математики при вивченні математики сприяє розвитку пізнавального інтересу школярів.

Окрім того, експеримент показав, що розвиваючи пізнавальний інтерес до вивчення математики, ми впливаємо на підвищення успішності учнів. Ефективність впливу розроблених методичних рекомендацій, спрямованих на розвиток пізнавального інтересу учнів основної школи і учнів 6 класу зокрема, на їх успішність перевіримо за допомогою t-критерія Стюдента. Для цього розглянемо нульову гіпотезу H_0 : рівень знань учнів експериментальних і контрольних класів однаковий. Альтернативна гіпотеза H_1 : рівень знань учнів експериментальних класів вищий, ніж контрольного.

t-критерій Стюдента обчислимо за формулою: $t = \frac{\sum d}{\sqrt{\frac{N \cdot \sum d^2 - (\sum d)^2}{N - 1}}}$, де

d – різниця значень відповідних пар; N – число порівнюваних пар.

Для дослідження нульової гіпотези на предмет відсутності статистично значимих відмінностей у рівнях знань школярів (6-х класів) експериментальних і контрольних класів необхідно порівняти обчислені критерії з табличним значенням $t_{\text{ед.}} = 1,771$ при рівні значущості $\alpha = 0,05$ і $N - 1$ ступенях свободи. Проміжні розрахунки представлені у таблиці Р.6 (див. додаток Р, с. 272). Для обчислення t-критерія Стюдента для першого експериментального класу, використаємо такі дані: $\sum d = 97$, $\sum d^2 = 1185$, $N = 14$,

$$t_1 = \frac{97}{\sqrt{\frac{14 \cdot 1185 - 97^2}{14 - 1}}} = 4,13, t_1 > t_{\text{ед.}_1} \Rightarrow \text{гіпотеза } H_0 \text{ – не приймається.}$$

Для обчислення t-критерія Стюдента для другого експериментального класу, використаємо такі дані: $\sum d = 75$, $\sum d^2 = 635$, $N = 14$,

$$t_2 = \frac{75}{\sqrt{\frac{14 \cdot 635 - 75^2}{14 - 1}}} = 4,73, t_2 > t_{\text{ед.}_2} \Rightarrow \text{гіпотеза } H_0 \text{ – не приймається.}$$

Отже, відхилення гіпотези H_0 для кожного експериментального класу шестикласників означає, що у учнів цих класів існують значні відмінності у рівнях успішності. А саме рівень знань школярів у експериментальних класах вище, ніж у контрольному.

Ймовірність допустимої похибки $\alpha = 0,05$ вважається достатньою для одержання достовірних даних у наукових дослідженнях. Одержані результати дають можливість зробити висновок про позитивний вплив системного використання історизмів у навчальному на розвиток пізнавального інтересу школярів у процесі вивчення математики.

Отже, педагогічний експеримент показав наступне:

1) системне використання елементів історії математики у навчальному процесі позитивно впливає на розвиток пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики;

2) використання історизмів на уроках та у позакласній роботі сприяють реалізації у навчальному процесі таких дидактичних принципів як історизму та паралелізму Хекла, наочності, емоційності та ін.;

3) використання матеріалу з історії математики розширює кругозір учнів, сприяє їх всебічному розвитку, виховує школярів, створює позитивний емоційний фон уроку, допомагає краще зрозуміти матеріал та глибше проникнути у суть явищ;

4) розроблена у дисертації методика сприяє залученню учнів до самостійної, творчої, індивідуальної та науково-дослідної роботи.

ВИСНОВКИ ДО II РОЗДІЛУ

1. Оскільки пізнавальний інтерес учнів 5 – 6 класів до математики перебуває на стадії зацікавленості, то він легко виникає і швидко згасає, залежно від емоційної сторони навчання. Ефективним засобом стимулювання і утримування інтересу учнів цієї вікової групи є зміна форм та засобів навчання протягом уроку, ненав'язливе збагачення навчального матеріалу цікавими і доступними для учнів відомостями з історії математики, заохочення учнів до самостійної творчої діяльності, своєчасна її оцінка та похвала вчителя.

2. Пізнавальний інтерес учнів 5 – 6 класів здебільшого спрямований на процес навчання, ніж на його зміст, тому для опрацювання матеріалу з історії математики їм доцільно пропонувати такі види творчих робіт: ведення довідника з історії математики; створення хронологічної шкали; складання математичних кросвордів, ребусів, головоломок; підготовка повідомлень і рефератів, газет, презентацій; написання казок, легенд, фантастичних творів, героями яких виступають числа, геометричні фігури, сюжетами, яких є історії відкриттів, винаходів, виникнення математичної мови; створення малюнків та аплікацій до окремих тем курсу математики.

3. Ознайомлення учнів з історією науки слід проводити планомірно, продумано і у тісному зв'язку з навчальним матеріалом, передбаченим для вивчення програмою з математики. У 5 класі доступними і цікавими для учнів є такі історико-математичні відомості: перші етапи розвитку арифметичних знань і умінь (рахунок на зарубинках, вузликах, камінцях і пальцях), стародавні нумерації (єгипетська, вавилонська, старослов'янська), правила виконання арифметичних дій у різних народів, виникнення цифри нуль, дробів (звичайних та десяткових), єдиної системи мір та основних одиниць вимірювання, перші обчислювані прилади, властивості чисел, прийоми швидкої лічби, вимірювання площ деяких геометричних фігур, створення магічних квадратів тощо. У 6-му класі – походження ознак подільності, простих чисел та способів їх утворення, стародавній метод знаходження НСД – алгоритм Евкліда. Особливий інтерес викликають у учнів магічні властивості простих чисел. Під час вивчення правил виконання арифметичних дій з додатними та від'ємними числами відомості з історії науки допомагають їх свідомому застосуванню. Форми використання історичного матеріалу урізноманітнюються у процесі вивчення геометричного матеріалу (Застосування золотого перерізу, “Довжина кола”, “Площа круга”, Історія числа “Пі”).

4. Фізіологічні зміни організму у підлітковому віці, зміни у протіканні процесів, що лежать у основі психологічної природи інтересу (сприймання, пам'яті, волі і ін.) зумовлюють перехід пізнавального інтересу учнів 7 – 9 класів на нову стадію розвитку. Інтерес учнів 13 – 15 років спрямовується на зміст

навчального матеріалу. Учні глибше проникають у сутність явищ, збільшується час зосередження їх уваги.

5. Основними формами використання історизмів на уроках у 7 – 9 класах є історичні довідки, розв'язування історичних задач, софізмів. Розв'язування історичних задач, софізмів спонукає учнів до нестандартного мислення, показує якими способами розв'язували задачі у стародавні часи і сьогодні, дає можливість відчутти переваги сучасних методів розв'язання, позитивно впливає на розвиток критичного, креативного мислення та пізнавального інтересу учнів.

6. У 7 – 9 класах зміст історичних довідок у більшій мірі наповнюється біографіями вчених, історією математичних відкриттів та історією розвитку алгебри та геометрії, при цьому також будуть мати місце історії походження математичної мови. Історичні довідки на перших уроках алгебри у 7 класі про походження цієї науки та основні етапи її розвитку зацікавлюють учнів і спонукають до її вивчення, у подальшому історизми унаочнюють навчальний матеріал, сприяють кращому його розумінню та запам'ятовуванню, підкреслюють практичне застосування математики, підсилюючи тим самим інтерес до її вивчення.

7. Іншим способом зацікавлення учнів математикою є методично продумана, спланована позакласна робота (математичний гурток; створення математичної газети; оформлення куточка математики; математичний вечір (для учнів 7 – 9 класів); математичний ранок (для учнів 5 – 6 класів); проектна діяльність; тиждень математики тощо). Ці форми роботи направлені на розвиток пошукової, самостійної, творчої діяльності учнів. Включення у їх сценарії фрагментів з історії науки або присвячення всього заходу питанням історії математики розширюють знання учнів, виходять за межі програмного матеріалу, емоційно забарвлюють заходи, викликають здивування в учнів, а отже, розвивають їх пізнавальний інтерес до вивчення математики.

8. Активне залучення учнів 7 – 9 класів до виконання дослідницьких робіт, а саме написання повідомлень та рефератів, математичних творів, інтерв'ю, а також робота над проектами, підготовкою математичних вечорів, тижня математики, КВК та ін. сприяє розвитку їх пізнавального інтересу до вивчення математики, розширює їх кругозір, збагачує інтелектуально. У ході виконання

таких видів робіт школярі вчаться самостійно знаходити інформацію, творчо обробляти її, розмірковувати, формулювати і оформлювати свої думки. У результаті формується і розвивається їх математична мова та мислення, розвивається пізнавальний інтерес до вивчення математики.

9. Експериментальне дослідження показало, що системне використання історизмів на уроках насичує програмний матеріал цікавим змістом, допомагає учням його розумінню, збагачує інтелект школярів, сприяє залученню учнів до навчальної, самостійної, пошукової, дослідницької діяльності.

Встановлено, що пізнавальний інтерес учнів основної школи має поступальний характер. Цілеспрямоване і системне використання у навчально-виховному процесі матеріалів суттєво впливає на динаміку, розвиток та зміст пізнавального інтересу учнів до вивчення математики. Важливого значення у цих умовах набувають; зміст історизмів; форми, методи і засоби роботи на уроці; педагогічна культура вчителя; клімат у класному колективі та ін.

Основні результати розділу відображено у роботах [286], [287], [288], [290], [291], [293], [294], [295], [296].

ВИСНОВКИ

Проблема розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики залишається актуальною протягом багатьох століть. У Державному стандарті середньої освіти зазначається, що основною метою освітньої галузі “Математика” є формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам’яті, логіки, культури мислення та інтуїції. Наявність в учнів пізнавального інтересу до вивчення математики сприяє реалізації цієї мети. У сучасному світі бурхливого розвитку ІКТ здивувати та зацікавити школярів достатньо складно. Тому виникає необхідність оновлення класичних форм і методів навчання; змістового наповнення шкільних предметів.

Відповідно до поставленої мети і визначених завдань дослідження отримано такі **результати**:

– з'ясовано стан розробки проблеми розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики у філософській, психолого-педагогічній, методичній, історичній літературі та практиці навчання математики учнів основної школи;

– встановлено психологічні, педагогічні та методичні особливості розвитку пізнавального інтересу учнів різних вікових груп;

– виявлено та обґрунтовано джерела розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи та форми включення історико-математичного матеріалу при роботі в класі та в позаурочний час;

– перевірено на практиці ефективність розробленої методики розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи на основі системного використання відомостей з історії математики.

Результати проведеного дослідження дають підстави для таких **висновків**:

1. Проблема розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення шкільних дисциплін висвітлена у психолого-педагогічній, методичній літературі та в дисертаційних роботах науковців. Розглянуті вченими питання, зокрема такі, як різні підходи до тлумачення поняття інтерес, структура психологічної природи інтересу, його види, функції, основні етапи розвитку, вікові психологічні особливості розвитку, ознаки наявності пізнавального інтересу, способи стимулювання, джерела його збудження та шляхи розвитку розкривають багатогранність поняття “пізнавальний інтерес” та підкреслюють його позитивний вплив на особистість учня, на процес вивчення предмету, зокрема математики.

Пізнавальний інтерес – це окремий вид інтересу, а саме інтерес до змісту навчально-пізнавальної діяльності, до процесу набуття знань, до науки, оскільки інтерес до пізнавальної діяльності виступає відправною точкою, що стимулює весь процес навчання та сприяє кращому засвоєнню знань учнів з математики зокрема.

2. Переважну частину учнів основної школи складають підлітки. Підлітковий вік є одним із найважливіших періодів у формуванні і розвитку пізнавального інтересу, оскільки у цей час відбуваються суттєві зміни дитячого організму на шляху до біологічної зрілості. Пізнавальний інтерес проходить чотири стадії розвитку: на першій стадії пізнавальний інтерес характеризується емоційно-вибірковою спрямованістю і не є стійким; на другій – стає більш концентрованим,

стійким утворенням, яке спонукає учня до пізнання; на третій – стійкістю, пізнавальною активністю учнів та самостійністю; на четвертій – вивченням і розробкою складних теоретичних питань науки і застосуванням їх на практиці.

Важливою умовою для формування в учнів інтересу до змісту навчання і до самої навчальної діяльності є можливість проявити у навчанні розумову ініціативність і самостійність. Чим різноманітніші методи та форми навчання, тим легше зацікавити учнів. Навчальний матеріал і прийоми навчальної роботи повинні бути достатньо (але в міру) різноманітними. Такий підхід забезпечує ознайомлення учнів з різними об'єктами в ході навчання і уможлиблює відкриття нових сторін і властивостей об'єктів, що розглядаються. На уроках математики різноманітність матеріалу можна забезпечити використанням фрагментів історії науки (портрети, фрагменти біографії, історичні задачі, цитати, історичні екскурси тощо).

3. Джерела збудження пізнавального інтересу учнів до вивчення математики можна подати у вигляді системи, яка містить чотири взаємопов'язані компоненти: зміст навчального матеріалу (новизна матеріалу, відкриття нового у відомому, цікаві та доказові приклади, розкриття краси математичних закономірностей, історичні довідки, софізми, біографії вчених, історичні, нестандартні задачі та задачі підвищеної складності, практичне значення та застосування матеріалу та ін.), організація процесу навчання (дотримання принципів дидактики, зокрема принципу історизму та паралелізму Хекла, використання сучасних технологій навчання); особистість учителя (рівень сформованості професійної культури вчителя: інтелектуальна та загальна); особистість учня (рівень розвитку особистості, власний досвід учня, мотиви навчання, рівень знань, вмінь та навичок, рівень розвитку математичних здібностей, вплив батьків, родичів та навколишнього середовища, готовність до взаємодії з учителем та класним колективом). Кожне з визначених джерел є акумулятором різноманітних ідей, засобів, способів, прийомів, форм і видів діяльності вчителя і учня, які самі по собі та у єдності своїй створюють позитивний вплив на процес розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики.

Суттєве значення для розвитку пізнавального інтересу мають форми включення історичного матеріалу у процес навчання математиці.

4. Проведене педагогічне дослідження дає підстави сформулювати такі основні положення методики розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики через системне використання елементів історії науки у навчальному процесі:

4.1. Учитель має здійснювати чітке планування розподілу матеріалу з історії науки для різних форм організації навчального процесу з урахуванням вікових та психологічних особливостей учнів, їх рівня знань, вмінь та навичок. При цьому він має враховувати мету та завдання уроку чи позакласного заходу.

4.2. Повідомлення з історії математики на уроках мають задовольняти такі вимоги: бути змістовними, стислими, виразними, відповідати темі уроку або позакласного заходу та принципам науковості, доступності, наочності, емоційності.

4.3. Використання історичного матеріалу здійснюється з різною метою і на різних етапах навчального процесу: для підсилення мотивації вивчення нової теми, для активізації навчально-пізнавальної діяльності школярів, зокрема для створення проблемних ситуацій, для кращого розуміння та закріплення нового матеріалу, з метою систематизації та узагальнення знань, розширення кругозору учнів, з метою формування у школярів бачення того, що математика – це не готові знання, а знання, які виникли з потреб людини, пройшли довгий шлях розвитку і мають широке практичне застосування сьогодні.

4.4. У 5 – 6 класах відбувається адаптація учнів до навчального процесу. Пізнавальний інтерес до вивчення математики є нестійким і ситуативним, залежить від емоційної сторони навчання та спрямований на його процес. Тому і форми роботи у цих класах мають носити творчий характер.

Процесу розвитку пізнавального інтересу до вивчення математики сприяє використання на уроках матеріалу з історії математики, який включається у повідомлення учнів та вчителів, реферати, кросворди, головоломки, творчі роботи школярів, сценарії різних форм позакласної роботи.

4.5. Інтерес учнів 7 – 9 класів стає спрямованим на зміст предмету. Школярі більш свідомо прагнуть подолати труднощі, розв'язати більш складні задачі, їх ставлення до навчання стає критичнішим, вони починають висловлювати власні думки та відстоювати їх.

Під час роботи у класі основною формою роботи залишаються історичні довідки, розв'язування історичних задач, софізмів. Зміст історичних довідок наповнюється біографіями вчених, історією математичних відкриттів, походженням математичної мови та історією розвитку алгебри та геометрії. Емоційність процесу сприймання історичного матеріалу забезпечується за допомогою використання інформаційно-комп'ютерних технологій у навчальному процесі. Їх використання дозволяє унаочнити матеріал, скоротити час повідомлень, створює умови для організації індивідуальної, групової, самостійної, творчої та дослідницької роботи на уроці.

4.6. Включення матеріалу з історії науки у різні форми позакласної роботи дає можливість розширити та поглибити знання учнів, залучати їх до самостійної дослідницької діяльності.

5. Результати експериментальної перевірки підтверджують ефективність розробленої методики розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи на основі системного використання відомостей з історії математики і доводять, що дотримання запропонованої методики сприяє розширенню кругозору учнів, їх всебічному розвитку, вихованню, створює позитивний емоційний фон уроку, допомагає краще зрозуміти матеріал та глибше проникнути у суть явищ; залученню учнів до самостійної, творчої, індивідуальної та науково-дослідної роботи.

Сукупність результатів, отриманих у процесі дослідження, дає можливість стверджувати, що розроблена в дисертації методика розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи на основі системного використання відомостей з історії математики успішно реалізована на практиці. Подальші дослідження можуть здійснюватися в таких напрямках: методики розвитку пізнавального інтересу учнів на уроках алгебри і початків аналізу на основі системного використання відомостей з історії математики; методики розвитку пізнавального інтересу учнів у процесі вивчення геометрії в старшій школі на основі системного використання відомостей з історії математики, методики розвитку пізнавального інтересу школярів гуманітарних класів під час вивчення математики.

Список використаних джерел

1. Адукацыйны стандарт вучэбнага прадмета “Матэматыка” (I – XI класы) // www.adu.by.
2. Айсмонтас Б.Б. Педагогическая психология: Схемы и тесты. / Б.Б. Айсмонтас. – М.: Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2002. – 208 с.
3. Акрамова А.С. Система дифференцированных домашних заданий по математике как средство активизации познавательной деятельности младших школьников: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук. 13.00.02. / А.С. Акрамова; Алмат.гос.ун-т им. Абая. – Алматы, 1996. – 20 с.
4. Алексеева М.И. Мотиви навчання учнів. / М.И. Алексеева. – К.: “Радянська школа”, 1974. – 119 с.
5. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. – 18-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 240 с.: ил.
6. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. – 17-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 271 с.: ил.
7. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. – 16-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 271 с.: ил.
8. Алгебра: учеб. пособие для 8-го кл. учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования, с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения / Е.П. Кузнецова [и др.]; под ред. Л.Б. Шнепермана. – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2005. – 320 с.: ил.
9. Алгебра: учеб. пособие для 9-го кл. учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования, с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения (базовый и повышенный уровни) / Е.П. Кузнецова [и др.]; под ред. Л.Б. Шнепермана. – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2006. – 303 с.: ил.
10. Алексеева В.А. Методика отбора и использования историко-научного материала в процессе обучения математике в школе [Текст]: (На материале изучения элементов теории чисел): Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02/ В.А. Алексеева; Рос. гос. пед. ун-т им. А.И. Герцена. – СПб., 1998. – 18 с.

11. Алексеева М.І. Мотиви навчання учнів. / М.І. Алексеева. – К.: “Радянська школа”, 1974. – 119 с.
12. Алферов А.Д. Психология развития школьников: Учебное пособие по психологии. / А.Д. Алферов. – Ростов н/Д: Изд-во Феникс, 2000. – 384 с.
13. Ананьин С.А. Интерес по учению современной психологии и педагогики: XIX – начало XX века. / С.А. Ананьин. – К.: Типография Акционерн. О-ва “Петр Барский в Киеве”, Крещатик, № 40, 1915. – 500 с.
14. Апостолова Г.В. Геометрія: Підручник для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.В. Апостолова. – К.: Генеза, 2004. – 216 с.
15. Апостолова Г.В. Геометрія: 8: дворівн. підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / Г.В. Апостолова. – К.: Генеза, 2008. – 272 с.
16. Апостолова Г.В. Геометрія: 9: дворівн. підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / Г.В. Апостолова. – К.: Генеза, 2009. – 304 с.: іл.
17. Асеев В.Г. Мотивация поведения и формирование личности. / В.Г. Асеев. – М.: “Мысль”, 1976. – 158 с.
18. Басова Н.В. Педагогика и практическая психология. / Н.В. Басова. – Ростов н/Д: “Феникс”, 2000. – 416 с.
19. Башмакова И.Г. Становление алгебры (из истории математических идей). / И.Г. Башмакова. – М.: “Знание”, 1979. – 64 с.
20. Бевз В.Г. Історія математики як інтеграційна основа навчання предметів математичного циклу у фаховій підготовці майбутніх учителів: Дис... д-ра пед. наук: 13.00.02 / В.Г. Бевз. – К., 2007. – 506 с.
21. Бевз В.Г. Історія математики: Тестові завдання для контролю знань: Навч.-метод. посібник у 2-х частинах. Методичні вказівки. / В.Г. Бевз. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – Ч. II. – 18 с.
22. Бевз В.Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія. / В.Г. Бевз. – К.: НПУ імені Драгоманова, 2005. – 360 с.
23. Бевз В.Г. Історія математики. / В.Г. Бевз. – Х.: Вид.гр. “Основа”, 2006. – 176 с. – (Серія “Бібліотека журналу “Математика в школах України”; Вип. 2(38)).
24. Бевз В.Г. Математичний календар. / В.Г. Бевз, А.К. Сліпенко. – Математика в школі. – 2011. – № 11 – 12. – С. 57.

25. Бевз В.Г. Практикум з історії математики: Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. / В.Г. Бевз. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2008. – 312 с.
26. Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Зодіак-ЕКО, 2007. – 304 с.: іл.
27. Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Зодіак-ЕКО, 2008. – 256 с.: іл.
28. Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Зодіак-ЕКО, 2009. – 288 с.: іл.
29. Бевз Г.П. Геометрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. – К.: Вежа, 2008. – 208 с.: іл.
30. Бевз Г.П. Геометрія: Підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. – К.: Вежа, 2008. – 256 с.: іл.
31. Бевз Г.П. Математика: Підруч. для 5 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Зодіак-ЕКО, 2005. – 352 с.: іл.
32. Бевз Г.П. Математика: 6 кл.: Підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Генеза, 2006. – 304 с.: іл.
33. Беллюстин В. Как постепенно дошли люди до настоящей арифметики. / www.likebook.ru/books.
34. Беляев М.Ф. Психология интереса. / М.Ф. Беляев. – М.: “Просвещение”, 1957. – 320 с.
35. Березкина Э.И. Математика древнего Китая. / Э.И. Березкина. – М.: Наука, 1980. – 295 с.
36. Беркутов В.М. Идеино-воспитательное значение исторических элементов в процессе преподавания математики в средней школе (4 – 8 классы). / В.М. Беркутов. – Казань, 1960.
37. Білянiна О.Я. Алгебра: 8: підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / О.Я. Білянiна, Н.Л. Кiнащук, I.М. Черевко. – К.: Генеза, 2008. – 304 с.: іл.
38. Блинова Т.Л. Имитационные дидактические игры как средство развития познавательного интереса учащихся в процессе обучения математике в общеобразовательной школе [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: (13.00.02) / Т.Л. Блинова. – Екатеринбург, 2003. – 18,[1] с., включ. обл.: ил.

39. Богданов С.А. Формирование познавательного интереса у старшекласників в дидактической компьютерной среде [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / С.А. Богданов. – Волгоград, 2002. – 23 с.

40. Божович Л.И. Психологические закономерности формирования личности в онтогенезе. / Л.И. Божович. // Вопросы психологии. – 1976. – № 6. – С. 2 – 12.

41. Бойко Н.О. Дидактичні умови формування пізнавального інтересу у школярів: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.01. / Н.О. Бойко Н.О.; Харк. держ. пед. ун-т ім. Г.С. Сковороди. – Х., 1999. – 19 с.

42. Болгарский Б.В. Элементы истории математики в советской средней школе. / Б.В. Болгарский. – Казань, 1944.

43. Болгарский Б.В. Очерки по истории математики. Под. ред. В.Д. Чистякова. / Б.В. Болгарский. – Минск: “Вышэйш. школа”, 1974. – 288 с.

44. Бондаревський В.Б. Виховання інтересу до знань і потреби до самоосвіти: Кн. для вчителя. / В.Б. Бондаревський. – М.: Просвещение, 1985. – 144 с.

45. Буйницька О.П. Розвиток інтересу до навчання фізики в учнів основної школи у позакласній роботі: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.02. / Буйницька Оксана Петрівна; Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 2008. – 20 с.

46. Бурда М.І. Геометрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова. – К.: Зодіак-ЕКО, 2007. – 208 с.: іл.

47. Бурда М.І. Геометрія: Підруч. для 8 класу загальноосвіт. навч. закл. / М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова. – К.: Зодіак-ЕКО, 2008. – 240 с.: іл.

48. Бурда М.І. Геометрія: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова. – К.: Зодіак-ЕКО, 2009. – 240 с.: іл.

49. Василенко О.О. Серенада математиці. / О.О. Василенко. – Х.: Вид. група “Основа”, 2009. – 174, [2] с. – (Б-ка журн. “Математика в школах України”; Вип. 10 (82)).

50. Василенко О.О. Між алгеброю й гармонією. / О.О. Василенко. – Х.: Вид. група “Основа”, 2009. – 112 с. – (Б-ка журн. “Математика в школах України”; Вип. 1 (73)).

51. Вікова та педагогічна психологія: Навч. посіб. / О.В. Скрипченко, Л.В. Долинська та ін. – К.: Каравела, 2006. – 344 с.

52. Вивальнюк Л.М. Елементи історії математики: Навч. посібник. / Л.М. Вивальнюк, М.Я. Ігнатенко. – К.: ІЗМН, 1996. – 180 с.
53. Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. / М.Я. Выгодский. – М., Издательство “Наука” главная редакция физико-математической литературы, 1967 г. – 368 с.
54. Выгодский Л.С. Педагогическая психология / Под ред. В.В. Давыдова. / Л.С. Выгодский. – М.: Педагогика, 1991. – 480 с.
55. Власова О.І. Педагогічна психологія: Навч. посібник / О.І. Власова. – К.: Либідь, 2005. – 400 с.
56. Воєвода А.Л. Зацікавити математикою: (методичні матеріали для підвищення інтересу до математики): Методичний посібник. / А.Л. Воєвода. – Вінниця: ФОП Легкун В.М., 2012. – 176 с.
57. Возняк Г. Магічні фігури та числа. 5 – 6 класи. / Г. Возняк, О. Возняк. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. – 80 с.
58. Гарифуллина И.В. Педагогические условия развития познавательного интереса младших школьников во взаимодействии с природой [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: (13.00.01) / И.В. Гарифуллина. – Сургут, 2003. – 16 с.
59. Генденштейн Л.Э. Алиса в стране математики. Повесть-сказка / Для младш. и сред. школьного возраста. / Л.Э. Генденштейн. – Харьков: Изд. коммер. предприятие “Паритет” ЛТД, 1994. – 288 с., ил.
60. Геометрия. 7 – 9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Кутузов и др.]. – М.: Просвещение, 2009. – 384 с.: ил.
61. Глейзер Г.И. История математики в школе: IV – VI кл. Пособие для учителей. / Г.И. Глейзер. – М.: Просвещение, 1981. – 239 с., ил.
62. Глейзер Г.И. История математики в школе: VII – VIII кл. Пособие для учителей. / Г.И. Глейзер. – М.: Просвещение, 1982. – 240 с.
63. Глейзер Г.И. “Начала” Эвклида – их место в преподавании геометрии в различные эпохи. / Г.И. Глейзер. – Б.м., 1963.
64. Годованюк Т.Л. Методика індивідуального навчання історії математики студентів педагогічних університетів [Текст] : дис канд. пед. наук: 13.00.02 / Т.Л. Годованюк; керівник роботи В.Г. Бевз ; НПУ ім. М.П. Драгоманова. – К., 2008. – 254 с.; 29 см. – (в тв. опр.)

65. Головачева Л.А. Развитие познавательного интереса учащихся при самостоятельной работе на уроках химии. – 13.00.02; Утв. 16.04.80. / Л.А. Головачева. – М., 1979. – 176 с., ил.
66. Гончаренко С. Український педагогічний словник. / С. Гончаренко. – Київ: Либідь, 1997. – 376 с.
67. Гончарук П.А. Психологія навчання. / П.А. Гончарук. – К.: Радянська школа, 1986. – 186 с.
68. Гордон Л.А. Психологія і педагогіка інтересу. / Л.А. Гордон – К.: Вид-во “Радянська школа”, 1940. – 125 с.
69. Граціанська Л.М. Нариси з народної математики України. / Л.М. Граціанська. – К.: Вид-во Київського університету, 1968. – 100 с.
70. Гребенникова О.А. Проектная деятельность как средство развития познавательных интересов старшеклассников [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / О.А. Гребенникова. – В. Новгород, 2005. – 22 с.: ил. – Библиогр.: с. 22.
71. Григорян С.Т. Проблема мотивации учения школьников в советской психологии. / С.Т. Григорян. – М.: МГПИ имени В.И. Ленина, 1985. – 117 с.
72. Демман И.Я. За страницами учебника математики: Пособие для учащихся 5-6 кл. сред. шк. / И.Я. Демман, Н.Я. Виленкин. – М.: Просвещение, 1989. – 287 с.: ил.
73. Демман И.Я. История арифметики. Пособие для учителей. / И.Я. Демман. – М.: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1959 г. – 424 с.
74. Демман И.Я. Рассказы о старой и новой алгебре. / И.Я. Демман. – Л.: Изд-во “Детская литература”, 1967. – 144 с.
75. Державна національна програма “Освіта” (“Україна - ХХІ століття”) // Освіта. – 1994. – №44 – 46. – с.2, Закон України “Про освіту”. – К., 1996. – 18 с.
76. Державний стандарт базової і повної середньої освіти. // Математика в школі. – 2004. – № 2. – с. 2 – 5.
77. Добровольський В.А. Василий Петрович Ермаков 1845–1922. / В.А. Добровольський – М.: Наука, 1981.– 88 с.
78. Дорофеева А.В. Страницы истории на уроках математики. / А.В. Дорофеева. – Львов: журнал “Квантор”, 1991. – 97 с.

79. Друзь Б.Г. Формирование познавательных интересов к математике у учащихся младшего школьного возраста. / Б.Г. Друзь. – Кривой Рог, 1971.

80. Друзь З.В. Нестандартні завдання як засіб стимулювання пізнавальних інтересів молодших школярів: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.01. / З.В. Друзь; Київ. ун-т ім. Т. Шевченка. – К., 1997. – 24 с.

81. Дубравинская Н.В. Психофизиология ребенка: Психофизиологические основы детск. валеологии: Учеб. Пособ. для студ. / Н.В. Дубравинская, Д.А. Фарбер, М.М. Безруких. – М.: Гуманит. изд. Центр ВЛАДОС, 2000. – 144 с.

82. Дубравська Д.М. Основи психології: навч. посібник. / Д.М. Дубравинская. – Львів: Світ, 2001. – 280 с.

83. Дусавицкий А.К. О развитии познавательных интересов младших школьников / А.К. Дусавицкий, В.В. Репкин. // Вопросы психологии. – 1975. – №3. – С. 92 -101.

84. Егулемова Н.Н. Видоизменение геометрических задач как средство развития познавательного интереса учащихся основной школы [Текст]: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: (13.00.02) / Н.Н. Егулемова. – Орел, 2003. – 18 с.: ил. – Библиогр.: с. 17 – 18.

85. Енциклопедія для дітей. Т.1. Математика / Ред. колегія: М. Аксьонова, В. Володін та ін. – М.: Аванта+, К., Школа, 2007. – 624 с.

86. Есаян Р.С. Формирование у школьников-подростков интереса к самообразованию во внеурочной работе: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – Москва, 2005. – 168 с.

87. Євтушенко Н.В. Історичні задачі як засіб формування і розвитку загальнокультурної компетенції. Навчально-довідковий посібн. / Н.В. Євтушенко, О.І. Коваленко. – Чернігів: ЧОІППО імені К.Д. Ушинського, 2011. – 53 с.

88. Єршова А.П. Геометрія. 7 клас: Підручник для загальноосвіт. навч. закл. / А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижанівський, С.В. Єршов. – 2-ге вид., перероб. – Х.: Веста, 2009. – 224 с.: іл.

89. Єршова А.П. Геометрія. 8 клас: Підручник для загальноосвіт. навч. закл. / А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижанівський, С.В. Єршов. – Х.: Вид-во “Ранок”, 2008. – 256 с.: іл.

90. Єршова А.П. Геометрія. 9 клас: Підручник для загальноосвіт. навч. закл. / А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижанівський, С.В. Єршов. – Х.: Вид-во “Ранок”, 2009. – 256 с.: іл.
91. Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках математики. Посібник для вчителів. / М.І. Жалдак. – К. Техніка, 1997. – 304 с.
92. Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках геометрії. / М.І. Жалдак, О.В. Вітюк. – К.: РННЦ “ДНІТ”, 2004. – 167 с.
93. Жалдак М.І. Математика з комп’ютером. Посібник для вчителів / М.І. Жалдак, Ю.В. Горошко, Є.Ф. Вінниченко. – К.: РННЦ “ДНІТ”, 2004. – 255 с.
94. Жалдак М.І. Програмно-методичний комплекс Gran. – К.: РННЦ “ДНІТ”, 2004. (Сертифікований в УкрСепро).
95. Житєньова Н.В. Формування пізнавального інтересу учнів 7 – 9 класу у процесі навчання предметів природничо-математичного циклу за комп’ютерної підтримки. Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.09. / Н.В. Житєньова. – Х., 2009. – 265 с.
96. Заброцький М.М. Педагогічна психологія: Курс лекцій. / М.М. Заброцький. – К.: МАУП, 2000. – 100 с. – Бібліогр. у кінці тем.
97. Загальна психологія: Підручник / О.В. Скрипченко, Л.В. Долинська, З.В. Огороднійчук та ін. – К.: Либідь, 2005. – 464 с.
98. Загрий В.І. Формування у старшокласників пізнавального інтересу до економічних знань у позакласній роботі: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.01. / Ін-т педагогіки АПН України. – К., 1999. – 18 с.
99. Закон України “Про загальну середню освіту” // Голос України. – 1999. – № 65. – 23 червня. – С. 4 – 7.
100. Закон України “Про освіту” // Освіта. – 1996. – 21 серпня.
101. Замошникова Н.Н. Метод проектів в обученні математике как средство развития познавательного интереса младших школьников [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Н.Н. Замошникова. – Омск, 2006. – 22 с.
102. Захаров С.В. Формування пізнавальних інтересів учнів основної школи у процесі позакласної роботи: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.07. / С.В. Захаров; Ін-т пробл. виховання АПН України. – К., 2001. – 20 с.

103. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання. Ч. I. Допрофільна підготовка / Упоряд. Н.С. Прокопенко, О.П. Вашуленко, О.В. Єргіна. – Х.: Вид-во “Ранок”, 2011. – 320 с.

104. Зимняя И.А. Педагогическая психология: Учеб. пособие. / И.А. Зимняя. – Ростов н/Д.: Из-во “Феникс”, 1997. – 480 с.

105. Занюк С.С. Психологія мотивації: Навч. посібник. / С.С. Занюк. – К.: Либідь, 2002. – 304 с.

106. Иванова О.В. Развитие познавательного интереса к математике у учащихся химико-биологических классов [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / О. В. Иванова. – Омск, 2006. – 22 с.: ил. – Библиогр.: с. 20 – 22.

107. Ігнатенко М.Я. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики. / М.Я. Ігнатенко. – Київ: “Тираж”, 1997. – 300 с.

108. Ігнатенко М.Я. Реалізація прикладної спрямованості шкільного курсу математики як засіб активізації навчально-пізнавальної активності учнів: Навч. посібник. / М.Я. Ігнатенко, Л.О. Соколенко. – К.: ІЗМН, 1997. – 76 с.

109. Ігнатенко М.Я. Активізація пізнавальної діяльності школярів засобами історії науки / М.Я. Ігнатенко. // Математика в сучасній школі. – 2013. – № 7 – 8. – С. 11 – 15.

110. Изард К.Э. Психология эмоций / Перев. с англ. / К.Э. Изард. – СПб.: Издательство “Питер”, 2000. – 464 с.: ил. (Серия “Мастера психологии”).

111. Из истории арифметики / А.И. Бородин. – К: Вища шк., 1986. – 95 с.

112. Ильин Е.П. Мотивация и мотивы. / Е.П. Ильин. – СПб.: Питер, 2008. – 512 с.

113. Инструктивно-методическое письмо “О преподавании учебного предмета “Математика” в 2009/2010 учебном году” // www.adu.by.

114. Істер О.С. Алгебра: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. – К.: Освіта, 2007. – 223 с.

115. Істер О.С. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. – К.: Освіта, 2008. – 208 с.

116. Істер О.С. Геометрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. – К.: Освіта, 2007. – 159 с.

117. История математики с древнейших времен до начала нового времени. – М.: Издательство “Наука”, 1970 г. – 352 с. (Т.1).

118. Истратова О.Н. Справочник психолога средней школы / Серия “справочники”. / О.Н. Истратова, В. Эксакустот. – Ростов н/Д: “Феникс”, 2003. – 512 с.

119. Карякин И.И. Методическая система формирования познавательного интереса у старшеклассников при изучении алгебры и начал анализа [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / И. И. Карякин. – Волгоград, 2004. – 20 с.: ил. – Библиогр.: с. 20.

120. Касаева З. Элементы историзма при изучении геометрии в неполной средней школе: Дис. ...к.п.н. / З. Касаева; Моск. обл. пед. ин-т (МОПИ). – Защищена 91.10.15; 188 с.: 2 табл. – Библиогр.: 223 назв.

121. Квалификационная характеристика учителя математики по специальности 2104 “Математика” (приказ Министерства высшего и среднего специального образования СССР от 31 декабря 1982 г., № 1320).

122. Кессельман В.С. Занимательная МАТЕМАТИКА / В.С. Кессельман. – М.: АСТ: Астрель, 2008. – 224 с.: ил.

123. Кибардина Л.П. Формирование познавательного интереса учащихся на основе системного подхода к обучению в 4 – 8 классах: (На материале математики): 13.00.01. – Утв. 23.11.88; 048700019439. – Фрунзе, 1988. – 186 с.

124. Кикнадзе Д.А. Потребности, поведение, воспитание. / Д.А. Кикнадзе. – М.: Мысль, 1968. – 146 с.

125. Киричук О.І. Виховання в учнів інтересу до навчання. / О.І. Киричук. – К.: Тов-во “Знання” УРСР, 1986. – 48 с.

126. Кобаль В.І. Методика розвитку пізнавальних інтересів учнів 5 – 8 класів у процесі вивчення історії України: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.02. / В.І. Кобаль; Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 2005. – 20 с.

127. Коберник Г.І. Формування в молодших школярів інтересу до математики засобами народознавства: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.02. / Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 2006. – 20 с.

128. Ковалев В.И. К проблеме мотивов. / В.И. Ковалев. // Психологический журнал. – 1981. – №1. – т. 2.

129. Коваленко В.Г. Математична символіка: Посібник для самоосвіти вчителів / За редакцією І.Ф. Тесленка. / В.Г. Коваленко, І.Ф. Следзінський. – К.: Рад. школа, 1981. – 80 с., іл.. – Бібліограф.: с. 79.

130. Коджаспирова Г.М. Словарь по педагогике. / Г.М. Коджаспирова, А.Ю. Коджаспиров. – М.: Издательский центр “МарТ”, 2005. – 448 с.

131. Кольман Э. История математики в древности. / Э. Кольман. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961 г. – 236 с.

132. Конфорович А.Г. Математические софизмы и парадоксы. / А.Г. Конфорович. – К.: Рад. Школа, 1983. – 208 с. – 80 к.

133. Конфорович А.Г. Русская и украинская научно популярная литература по математике (её история и значение в воспитании интереса к математике). / А.Г. Конфорович. – Киев, 1967.

134. Концепція загальної середньої освіти (12-річна школа) // www.mon.gov.ua.

135. Концепция математического образования в 12-летней школе. // www.edu.ru

136. Концепція математичної освіти 12-річної школи. (Проект) // Математика в школі. – 2002. – № 2. – с. 12 – 17.

137. Концепция учебного предмета математика // www.adu.by.

138. Коркина П.С. Проблемность в обучении математике как стимул развития у учащихся познавательного интереса [Текст]: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.02. / П.С. Коркина ; Морд. гос. пед. ин-т им. М.Е. Евсевьева, Дис. совет К 113.43.01. – Саранск, 1994. – 19с.

139. Корнеев В.П. Дидактические условия формирования познавательных интересов у учащихся IV – VI классов: (На материале природоведения и физической географии): Дис. ...канд. пед. наук. 13.00.01; Утв. 14.10.81. / В.П. Корнеев. – К., 1981. – 128 л.

140. Корнеев В.П. Методичні засади розвитку пізнавальних інтересів учнів основної школи в процесі вивчення географії: Автореф. дис...д-ра. пед. наук. 13.00.02. / В.П. Корнеев; Ін-т педагогіки АПН України. – К., 1996. – 58 с.

141. Косяк Л.І. Дидактичні умови формування естетичних інтересів старшокласників: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.09. / Л.І. Косяк; Криворізь. держ. пед. ун-т. – Кривий Ріг, 2000. – 20 с.

142. Кравчук Василь. Алгебра: Підручник для 7 класу. / Василь Кравчук , Галина Янченко. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2007. – 224 с.

143. Кравчук Василь. Алгебра: Підручник для 8 класу. / Василь Кравчук, Марія Підручна, Галина Янченко. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008. – 224 с.
144. Кравчук Василь. Алгебра: Підручник для 9 класу. / Василь Кравчук, Марія Підручна, Галина Янченко. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2009. – 256 с.
145. Кравцова І.А. Дидактичні умови формування в учнів інтересу до навчально-дослідної роботи: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.01. / І.А. Кравцова; Кіровоград. держ. пед. ун-т ім. В. Винниченка. – Кіровоград, 1997. – 17 с.
146. Криворотова Э.В. Формирование познавательного интереса учащихся к русскому языку в процессе обучения самостоятельной работе [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. / Э.В. Криворотова; Моск. пед. гос. ун-т им. В.И. Ленина, Специализир. совет Д 053.01.04. – М., 1992. – 16 с.
147. Крупская Ю.В. Формирование интереса к культуре обслуживающего труда у учащихся 5 – 7 классов на уроках технологии и во внеклассной работе: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Брянск, 2006. – 236 с.
148. Крутецкий В.А. Психология подростка. / В.А. Крутецкий, Н.С. Лукин. – М.: Просвещение, 1965. – 314 с.
149. Кузнецов Б.Н. Воспитание интереса к изучению математики в школе. / Б.Н. Кузнецов. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1989. – 136 с.
150. Кузнецова Е.П. Математика: Учеб. пособие для 7-го кл. учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования, с рус. яз. обуч. с 12-летним сроком обучения / Е.П. Кузнецова, Г.Л. Муравьева, Л.Б. Шнеперман, Б.Ю. Ящин; Под ред. Л.Б. Шнепермана. – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2004. – 359 с.: ил.
151. Кутішенко В.П. Вікова та педагогічна психологія: Навчальний посібник. / В.П. Кутішенко. – Київ: Центр навчальної літератури, 2005. – 128 с.
152. Кухар А.В. Формирование познавательного интереса у учащихся к математике в процессе её изучения в 4 – 7 классах: 13.00.02. / А.В. Кухар. – Утв. 03.07.85; 04840018609. – Киев, 1984. – 191 с.: ил.
153. Ладилова Н.Н. Игра как средство формирования познавательного интереса у школьников в курсе “География России” [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Н. Н. Ладилова. – Н. Новгород, 2006. – 22 с.

154. Латонин Л.А. Математика: Учеб. пособие для 4-го кл. общеобразоват. шк. с рус. яз. обучения / Л.А. Латонин, Б.Д. Чеботаревский; Пер. с бел. яз. Т.В. Водневой. – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2002. – 317 с.: ил.

155. Латонин Л.А. Математика: Учеб. для 5-го кл. общеобразоват. шк. с рус. яз. обучения / Л.А. Латонин, Б.Д. Чеботаревский; Пер. с бел. яз. Т.В. Водневой. – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2003. – 367 с.: ил.

156. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. / А.Н. Леонтьев. – М.: Смысл; Издательский центр “Академия”, 2004. – 352 с.

157. Литцман В. Теорема Пифагора. / В. Литцман. – М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1960. – 116 с.

158. Лозова В.І. Пізнавальна активність школярів: (Спецкурс із дидактики): [Навч. посібник для пед. ін-тів]. / В.І. Лозова. – Х.: Основа, 1990. – 89 с.

159. Лук'янова С.М. Позакласні заходи з математики. Основна школа / Світлана Лук'янова, Ірина Соколовська. – К.: Шк.. світ, 2011. – 128 с.

160. Максименко С.Д. Загальна психологія: Навчальний посібник. / С.Д. Максименко – Видання друге, перероблене та доповнене. – Київ: “Центр навчальної літератури”, 2004. – 272 с.

161. Малыгин К.А. Структура и содержание пособия по истории математики для учителя средней школы (Теоретическое обоснование и практическое воплощение). / К.А. Малыгин. – Куйбышев, 1966.

162. Малыгин К.А. Элементы историзма в преподавании математики в средней школе. Пособие для учителей. / К.А. Малыгин. – М.: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1963. – 224 с.

163. Мальований Ю.І., Литвиненко Г.М., Возняк Г.М. Алгебра: Підручник для 9 класу / За ред. Ю.І. Мальованого. / Ю.І. Мальований, Г.М. Литвиненко, Г.М. Возняк. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2009. – 288 с.

164. Марків В.М. Дидактичні умови формування інтересів молодших школярів: Автореф. дис...канд. пед. наук. 07.00.08. / Харк. держ. пед. ун-т ім. Г.С. Сковороди. – Х., 1994. – 17 с.

165. Маркова А.К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте: Пособие для учителя. / А.К. Маркова. – М.: Просвещение, 1983. – 96 с.

166. Мартиросян П.В. Элементы неевклидовой геометрии в средней школе (на материале геометрии Лобачевского). / П.В. Мартиросян. – Баку, 1973.
167. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Н.Я. Виленкин и др.]. – 23-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2008. – 280 с.: ил.
168. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Н.Я. Виленкин и др.]. – 22-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2008. – 288 с.: ил.
169. Математика: Навчальний посібник для факультативних занять у 7 класі / Укл: Боровик В.Н., Зайченко І.В., Антонечка М.І. та ін.; За ред. Заслуженого працівника освіти України, професора В.Н. Боровика – Ніжин: Видавництво НДУ імені Миколи Гоголя, 2006. – 227 с.
170. Математика: Навч. посібн. для факультативних занять у 8 класі / За ред. В.Н. Боровика. – Ніжин: Видавництво НДУ імені Миколи Гоголя, 2006. – 312 с.
171. Математика: Навчальний посібник для факультативних занять у 9 класі / Укл: Боровик В.Н., Зайченко І.В., Яковець В.П. та ін.; За ред. проф. Боровика В.Н. – Ніжин: Вид-во НДУ імені Миколи Гоголя, 2007. – 368 с.
172. Математична хрестоматія для 6 – 8 класів: / Ред. О.С. Смогоржевський, Упоряд. Т.М. Хмара. – К.: Радянська школа, 1968. – 320 с. : іл. – 4.64 р.
173. Мерзляк А.Г. Алгебра: Підручн. для 7 класу. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2008. – 288 с.
174. Мерзляк А.Г. Алгебра: Підручн. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2008. – 256 с.
175. Мерзляк А.Г. Алгебра: Підручн. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2009. – 320 с.: іл.
176. Мерзляк А.Г. Геометрія: Підручн. для 7 класу. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2008. – 208 с.
177. Мерзляк А.Г. Геометрія: Підручн. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2008. – 208 с.
178. Мерзляк А.Г. Геометрія: Підручн. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2009. – 272 с.: іл.
179. Мерзляк А.Г. Геометрія: Підручн. для 9 кл. з поглибл. вивченням математики. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2009. – 272 с.: іл.

180. Мерзляк А.Г. Математика: Підручн. для 5 класу. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2006. – 288 с.

181. Мерзляк А.Г. Математика: Підручн. для 6 класу. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2006. – 304 с.

182. Метельский Н.В. Дидактика математики: Общая дидактика и ее проблемы. / Н.В. Метельский. – Минск: Изд-во БГУ, 1982.

183. Метод проектів на уроках математики / Упоряд. Л.К. Гладій – Х.: Видавництво “Ранок”, 2012. – 160 с. – (Серія “Нові педагогічні технології”).

184. Милехина Т.Е. Развитие познавательного интереса младших подростков в процессе обучения с помощью индивидуальных творческих заданий [Текст]: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.01. / Моск. гос. пед. ун-т им. В.И. Ленина. – М., 1996. – 17с.

185. Мир чисел. Занимательные рассказы о математике: Сост.: Ю.И. Смирнов. – СПб.: ИКФ “МиМ-Экспресс”, 1995 г. – 160 с.

186. Молодцова Н.Г. Практикум по педагогической психологии. / Н.Г. Молодцова. – СПб.: Питер, 2007. – 208 с.: ил.

187. Молодший В.Н. Элементы истории математики в школе. / В.Н. Молодший. – М.: Учпедгиз, 1953. – 35 с.

188. Морзе Н.В. Методика викладання інформатики. У 3х частинах. / Н.В. Морзе – К.: Навчальна книга, 2004 р.

189. Морозова Н.Г. Учителю о познавательном интересе. / Н.Г. Морозова. – М.: “Знание”, 1979. – 48 с.

190. Мухина В.С. Возрастная психология: феноменология развития, детство, отрочество: Учебник для студ. вузов. – 5-е изд., стереотип. / В.С. Мухина. – М.: Издательский центр “Академия”, 2000. – 456 с.

191. Мучкаева С.С. Развитие интереса учащихся к математике через эстетический потенциал исторических задач и теорем с чертежом [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / С.С. Мучкаева. – Астрахань, 2008. – 25 с. – Библиогр.: с. 24 – 25.

192. Мячина М.В. Формирование познавательного интереса учащихся 5-6 классов при изучении геометрического материала с использованием

конструирования [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.05 / М.В. Мячина.– М., 2007. – 18 с. – Библиогр.: с. 17 – 18.

193.Набисов С.М. Об основных формах и средствах введения элементов истории математики в курс восьмилетней школы. / С.М. Набисов. – Баку, 1964. – Текст на азербайджанском языке.

194. Національна доктрина розвитку освіти України у ХХІ столітті // Освіта. – 2001. – № 60 – 62. – 24 – 31 жовтня.

195. Немов Р.С. Психология: Словарь-справочник: В 2 ч. / Р.С. Немов. – М.: Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2003. – Ч. 1. – 304 с.

196. Никифоровский В.А. В мире уравнений. / В.А. Никифоровский. – М.: Наука, 1987. – 176 с. (Серия “История науки и техники”).

197.Нурсултанов К. Очерк истории математических знаний в Казахстане и вопросы использования её материалов в педагогическом процессе (на материале казахских школ). / К. Нурсултанов. – Алма-Ата, 1975.

198.Обухова Е.А. Средства развития учебно-познавательных интересов у младших школьников (на примере развития интереса к математике): Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук. 13.00.01. / Е.А. Обухова ;Челяб.гос.ун-т – Челябинск, 1994. – 20 с.

199.Олехник С.Н. Старинные занимательные задачи. – 2-е изд., испр. / С.Н. Олехник, Ю.В. Нестеренко, М.К. Потапов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988. – 160 с.

200.Охтеменко О.В. Исследовательские задания как средство формирования познавательного интереса и развития математического мышления учащихся на уроках алгебры в основной школе [Текст]: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: (13.00.02) / О.В. Охтеменко. – М., 2003. – 18 с.

201.Панішева О.В. Супутник учителя математики. / О.В. Панішева. – Х.: Основа, 2008. – 172 с.

202. Педагогическая энциклопедия [Текст]: В 4-х томах. Т. 2. Ж-М / Глав. ред. И.А. Каиров. – М.: Сов. энциклопедия, 1965. – 911 с. – Общ. тит. л.: Энциклопедии. Словари. Справочники.

203. Педагогічні ідеї В.Гумбольдта, Ф. Дістервега, Й.Гербарта та Р.Оуена // www.referat.repetitor.ua (Гербарт).

204. Перелік програм, підручників та навчально-методичних посібників, рекомендованих Міністерством освіти і науки України для використання у загальноосвітніх навчальних закладах з навчанням українською мовою у 2009/2010 навчальному році. Основна і старша школи. // www.mon.gov.ua.

205. Перельман Я.И. Живая математика. Математические рассказы и головоломки. / Я.И. Перельман. – М.: АСТ: Астрель, 2008. – 268, [4] с.: ил. – (Занимательная наука).

206. Перельман Я.И. Занимательная арифметика: Загадки и диковинки в мире чисел. / Я.И. Перельман. – М.: АСТ: Астрель, 2010. – 255, [1] с.: ил. – (Занимательная наука).

207. Перельман Я.И. Занимательная алгебра / Я.И. Перельман. – М.: АСТ: Астрель: ХРАНИТЕЛЬ, 2007. – 282, [6] с.: ил. – (Занимательная наука).

208. Перельман Я.И. Захоплююча геометрія: Пер. з рос. / За ред. В.О. Тадеєва. / Я.И. Перельман. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2008. – 288 с.; іл. (Класики популяризації науки; Країна Перельманія).

209. Петровський А.В. Общая психология. / А.В. Петровський. – М.: Просвещение, 1976. – 479 с.

210. Погорелов О.В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 7-9 кл. загальноосвіт. навч. закл. – 9-те вид. / О.В. Погорелов. – К.: Школяр, 2005. – 240 с.

211. Подрезова Н.И. Методика ознакомления учащихся с жизнью и деятельностью ученых химиков и привитие интереса к органической химии на этой основе: Дис. ... канд. пед. наук / Н.И. Подрезова; Моск. Гос. Пед. ин-т им. В.И. Ленина (МГПИ). – Защищена 89.11.13; 217 с.: 25 табл., 4 ил. – Библиогр.: 164 назв.

212. Положення про Всеукраїнський конкурс навчальних програм та підручників для загальноосвітніх навчальних закладів // Підручник ХХІ століття. – 2003. – № 1 – 4. – С. 161 – 163.

213. Попов Г.Н. Сборник исторических задач по элементарной математике. / Г.Н. Попов. – М., Л.: ОНТИ, 1938. – 216 с.

214. Постернак Н.О. Стимулювання пізнавального інтересу учнів 6 – 8 класів до біології: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.02. / Н.О. Постернак; Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 2003. – 20 с.

215. Примерная программа основного общего образования по математике. // mon.gov.ru.
216. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5 – 12 класи. – К.: “Перун”, 2005 р. – 65 с.
217. Прокопенко Н. Методичні рекомендації до вивчення математики в 5 класі 12-річної школи. / Н. Прокопенко. // Математика в школі. – 2005 р. – № 6. – с. 3 – 10.
218. Прокопенко Н. Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2006-2007 навч. р. / Н. Прокопенко. // Математика в школі. – 2007 р. – №6. – с. 2 – 14.
219. Прокопенко Н. Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2007-2008 навчальному році. / Н. Прокопенко. // Математика в школі. – 2007 р. – № 6. – с. 3 – 14.
220. Прокопенко Н. Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2008-2009 навч. р. / Н. Прокопенко. // Математика в школі. – 2008 р. – № 7 – 8. – с. 3 – 19.
221. Прокопенко Н. Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2009-2010 навчальному році. / Н. Прокопенко. // Математика в школі. – 2009 р. – № 7 – 8. – с. 3 – 16.
222. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу. / Г.О. Михалін. – Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2003. – 320 с.
223. Психологічна енциклопедія / Автор-упорядник О.М. Степанов. – К.: “Академвидав”, 2006. – 424 с. (Енциклопедія ерудита).
224. Психологія дидактики: Спецвипуск. – К., 2004. – 130 с.
225. Психология и педагогика / Под ред. А.А. Радугина. – М.: Центр, 2003. – 256 с.
226. Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. / А.Е. Раик. – Саранск: Мордовское книжное издательство, 1977. – 371 с.
227. Репкин В.В. О понятии учебной деятельности. / В.В. Репкин. – Вестник Харьковского университета, 1976.
228. Ротенберг В.С. Мозг. Обучение. Здоровье: Кн. для учителя. / В.С. Ротенберг, С.М. Бондаренко. – М.: Просвещение, 1989. – 239 с.: ил. – (Психол. наука – школе).

229. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. / С.Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2007. – 713 с.: ил. – (Серия “Мастера психологии”).

230. Рупакова Л.О. Компьютерные технологии как средство развития познавательного интереса учащихся основной школы на занятиях по математике (на примере решения арифметических задач с элементами историзма) [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Л.О. Рупакова. – М., 2007. – 18 с.

231. Савчин М.В. Педагогічна психологія: Навч. посіб. / М.В. Савчин. – К.: Академвидав, 2007. – 424 с. (Альма-матер).

232. Сахаров А.В. Развитие познавательного интереса учащихся к изучению физики на основе экспериментальных заданий экологической направленности [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / А.В. Сахаров; Арзамас. гос. пед. ин-т им. А.П. Гайдара. – Арзамас, 2000. – 24 с.: ил. – Библиогр.: 22 – 24 с.

233. Свистунов Ю.С. Роль исторически возникших неразрешенных и неразрешимых задач в развитии науки математики и их педагогическое значение в математическом образовании современной молодежи. / Ю.С. Свистунов. – М., 1971.

234. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: Теория, методика, технология. Монография / Елена Ивановна Скафа. – Донецк: Издательство ДонНУ, 2004. – 439 с.

235. Скафа О.І. Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики [Текст]: навч.-метод. посіб. / О.І. Скофа, О.В. Тугова. – Донецьк: Вебер. Донец. філія, 2009. – 319 с.: іл. – Бібліогр.: с. 295 – 330.

236. Скоробогатова М.А. Хрестоматия по истории математики и её применение в школе для повышения эффективности преподавания. / М.А. Скоробогатова. – М., 1973.

237. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підручник для студентів математичних спеціальностей пед. навчальних закладів / Зінаїда Іванівна Слепкань. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.

238. Слепкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні засади розвивального навчання математики / З.І. Слепкань. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 240 с.

239. Словарь практического психолога / Сост. С.Ю. Головин. – Минск: Харвест, 1997. – 800 с.

240. Смолякова Д.В. Учебные задания с элементами истории математики как средство обогащения умственного опыта учащихся основной школы при обучении математике [Текст] : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Д.В. Смолякова . – Новосибирск, 2006. – 22 с. : ил. – Библиогр.: с. 21 – 22.

241. Соловейчик С. От интересов к потребностям. / С. Соловейчик. – М.: Издательство “Знание”, 1968. – 91 с.

242. Солтан Г.Н. Математика: Алгебра и геометрия: учеб. пособие для 9 кл. учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования, с рус. яз. обуч. с 12-летним ср. Обуч. (базовый и повыш. уровни) / Г.Н. Солтан, А.Е. Солтан; под ред. Н.А. Лиходеда. – 2-е изд. – Мн.: Нар. совета, 2006. – 286 с.: ил.

243. Столяренко Л.Д. Психология и педагогика в вопросах и ответах. Серия “Учебники, учебные пособия”. / Л.Д. Столяренко, С.И. Самыгин. – Ростов-на-Дону: “Феникс”, 1999. – 576 с.

244. Стройк Д. Краткая история математики (на украинском языке). / Д. Стройк. – К.: Государственное учебно-педагогическое издательство “Радянська школа”, 1960. – 307 с.

245. Тадеєв В.О. Неформальна математика. 6 – 9 класи. Навчальний посібник для учнів, які хочуть знати більше, ніж вивчається у школі. / В.О. Тадеєв. – Тернопіль: навчальна книга – Богдан, 2003. – 288 с.

246. Тажигулова Б.М. Межпредметные дидактические игры как средство формирования познавательного интереса учащихся: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. пед. наук. 13.00.01. – Атырау, 2004. – 30 с.

247. Такі різні діти! Що з ними робити? (Вкладка).// Математика в школах України. – 2009. – № 10 (238) квітень.

248. Тараканов О.В. Развитие интереса к математике с помощью задач как условие повышения эффективности обучения алгебры в VI – VIII классах средней школы. / О.В. Тараканов. – М., 1988.

249. Теплов Б. М. Проблемы индивидуальных различий. / Б.М. Теплов – М.: Изд-во Акад. пед. наук РСФСР, 1961. – 536с.

250. Терновая Н.А. Развитие мотивации и познавательного интереса старшеклассников в процессе решения межпредметных задач [Текст]: (На

материале предметов естеств.-мат. цикла): Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. / Н.А. Терновая; Саратов. гос. ун-т им. Н.Г. Чернышевского. – Саратов, 2000. – 24 с.

251. Тикина Г.П. Задачи как одно из средств формирования познавательного интереса к математике у учащихся 4-го класса. – Л., 1982.

252. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: [монографія] / Ю.В. Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400с.

253. Умаров А.Т. Педагогические основы использования принципа историзма на уроках математики в средней школе: Дис. к. п. н. / А.Т. Умаров; Ташк. гос. пед.ин-т. – Защищена 89.11.14; 138 с.: 5 табл. – Библиогр.: 140 назв.

254. Учебная программа для общеобразовательных учреждений с русским языком обучения. Математика V – XI классы. – Мн.: Национальный институт образования, 2009 г. – 56 с. // www.adu.by.

255. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Часть I. Начальное общее образование. Основное общее образование. / Министерства образования Российской Федерации. – М., 2004. – 221 с. // mon.gov.ru.

256. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Часть II. Среднее (полное) общее образование. / Министерства образования Российской Федерации. – М., 2004. – 266 с. // mon.gov.ru.

257. Федеральный перечень учебников, рекомендованных Министерством образования и науки Российской Федерации к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях, на 2009-2010 уч. год. // mon.gov.ru.

258. Фельдштейн Д.И. Проблемы возрастной и педагогической психологии: Избр. психол. тр./ Д.И. Фельдштейн. – М.: Междунар. пед. акад., 1995. – 366 с.

259. Філіповський Г.Б. Пер Ферма – юрист із Тулузи. / Г.Б. Філіповський // У світі математики. – 2010. – № 3. – С. 30 – 35.

260. Філіповський Г.Б. Вписаний чотирикутник Брамагупти. / Г.Б. Філіповський // У світі математики : Український математичний журнал для школярів. – 2008. – Том 14, № 2. – С. 31 – 36 .

261. Фоменко Е.И. Развитие познавательного интереса учащихся 5 – 6 классов в процессе поиска решения текстовых алгебраических задач:

автореферат дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Е.И. Фоменко ; Моск. пед. гос. ун-т им. В.И. Ленина. – Москва, 1997.

262. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии. / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с., ил.

263. Фридман Л.М. Психологический справочник учителя. / Л.М. Фридман, И.Ю. Кулагин. – М.: Просвещение, 1991. – 288 с.: ил. – (психол. наука – школе).

264. Фролова О.В. Педагогические условия развития у младших школьников интереса к народным традициям в процессе игровой деятельности: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – Челябинск, 2002. – 200 с.

265. Хохлов А.Т. Начала историзма в преподавании математики в дореволюционной русской школе. – М., 1957.

266. Чижевская И.Н. Формирование познавательного интереса младших школьников средствами информационных технологий [Текст]: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / И. Н. Чижевская. – Брянск, 2006. – 23 с.

267. Чистяков В.Д. Исторические экскурсии на уроках математики в средней школе. / В.Д. Чистяков. – Минск: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения БССР, 1959. – 96 с.

268. Чистяков В.Д. Сборник старинных задач по элементарной математике с историческими экскурсами и подробными решениями. / В.Д. Чистяков. – Минск: Издательство Министерства высшего и среднего специального и профессионального образования БССР, 1962. – 100 с.

269. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математике. / В.Д. Чистяков. – Изд. 3-е, испр. – Мн.: “Вышэйш. школа”, 1978. – 272 с. с ил.

270. Шабашова О.В. Элементы истории математики как средство формирования общей культуры учащихся основной школы [Текст]: (На примере геометрии): Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / О.В. Шабашова; Рос. акад. образования, Ин-т общ. сред. образования. – М., 1995. – 16 с. – Библиограф.: 16 с.

271. Шалатонова Н.П. Педагогические условия формирования читательских интересов младших школьников: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – Брянск, 1999. – 245 с.

272. Шапар В.Б. Психологічний тлумачний словник. / В.Б. Шапар. – Х.: Прапор, 2004. – 640 с.

273. Шапошникова И.Г. О развитии познавательного интереса у неуспевающих подростков. / И.Г. Шапошникова. // Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. ЛГПИ, 1977.

274. Шаповал І.М. Вплив міжпредметних зв'язків у викладанні математики і фізики на розвиток інтересу учнів старших класів до науки: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. / І.М. Шаповал. – К., 1971. – 194 л. з рис. /КДУ ім. Т.Г. Шевченка/ Бібліогр.: л. 181 – 194.

275. Шаповалова Т.А. Межпредметные связи как средство развития интереса школьников к изучению русского языка (6 класс) [Текст]: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.02. / Моск. пед. ун-т – М., 1995. – 17с.

276. Шерматова У.К. Использование элементов историзма в обучении математике в школах Среднеазиатской Советской республики. – 13.00.02; Утв. 23.05.79. / У.К. Шерматова. – Душанбе, 1978. – 152 л., ил.

277. Шмигевський М.В. Коротка історія теорії ймовірностей. / М.В. Шмигевський. // Математика в школі. – 2009. – № 10. – С. 40 – 46.

278. Шудзіховська І.Ф. Дидактичні умови розвитку пізнавального інтересу учнів гімназії у процесі вивчення предметів гуманітарного циклу: Автореф. дис...канд. пед. наук. 13.00.09. / І.Ф. Шудзіховська; Волин. держ. ун-т ім. Л. Українки. – Луцьк, 2006. – 20 с.

279. Шумигай С.М. Окремі аспекти формування в учнів інтересу до вивчення математики. / С.М. Шумигай. // Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки. Випуск 155. – Черкаси: Вид. від ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 132 – 137.

280. Шумигай С.М. Формування в учнів основної школи інтересу до вивчення математики. / С.М. Шумигай. // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції “проблеми математичної освіти” (ПМО – 2009), м. Черкаси, 7-9 квітня 2009 р. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 102 – 103.

281. Шумигай С.М. Історія науки як засіб стимулювання пізнавального інтересу учнів на уроках математики. / С.М. Шумигай. // Математика в школі. – 2009. – № 9. – С. 24 – 30.

282. Шумигай С.М. Історизми і розвиток математичних здібностей учнів. / С.М. Шумигай. // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – № 2. – Суми: Вид-во СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2009. – С. 238 – 248.

283. Шумигай С.М. Пізнавальний інтерес і розвиток математичних здібностей. / С.М. Шумигай. // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики: матеріали Всеукр. наук.-метод. конф. (3 – 4 грудня 2009 р., м. Суми). – Суми: Вид-во СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2009. – С. 112 – 113.

284. Шумигай С.М. Відображення історії науки в шкільних підручниках з математики. / С.М. Шумигай. // Математика в школі. – 2010. – № 7 – 8. – С. 49 – 55.

285. Шумигай С.М. Розвиток пізнавального інтересу учнів. / С.М. Шумигай. // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. – Вип. 33. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2010. – С. 76 – 82.

286. Шумигай С.М. Використання історії науки на уроках математики в умовах комп'ютеризації сучасної школи. / С.М. Шумигай. // Комп'ютер у сім'ї та школі. – 2010. – № 7(87) – С. 18 – 22.

287. Шумигай С.М. Творчі роботи з використанням історичного матеріалу як засіб розвитку пізнавального інтересу. / С.М. Шумигай. // Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки. Випуск 191. Частина V. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – С. 125 – 133.

288. Шумигай С.М. Творчі роботи як один із шляхів розвитку пізнавального інтересу учнів 5 – 6 класів. / С.М. Шумигай. // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції “Проблеми математичної освіти” (ПМО – 2010), м. Черкаси, 24 – 26 листопада 2010 р. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – С. 154 – 155.

289. Шумигай С.М. Висвітлення історії науки у зарубіжних підручниках з математики. / С.М. Шумигай. // Математика в школі. – 2010. – № 12. – С. 36 – 43.

290. Шумигай С.М. Елементи історії науки на уроках математики в 5-му класі. / С.М. Шумигай. // Міжнародна науково-практична конференція “Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики”. До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З.І. Слєпкань. Тези доповідей. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2011. – С. 342 – 343.

291. Шумигай С.М. Історико-математичний матеріал на уроках та в позаурочний час. / С.М. Шумигай. // Евристика і дидактика математики // Матеріали II Міжнародної науково-методичної дистанційної конференції-конкурсу молодих учених, аспірантів і студентів. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2011. – С. 127 – 128.

292. Шумигай С.М. Мотиви та їх види у навчанні математики. / С.М. Шумигай. // Наукові записки: [збірник наукових статей] / М-во освіти і науки України; Нац. пед. ун-т імені М.П. Драгоманова; укл. Л.Л. Макаренко. – К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2011. – Випуск LXXXXIII (93). – 288 с. – (Серія педагогічні та історичні науки). – С. 246 – 252.

293. Шумигай С.М. Історія науки на уроках алгебри в основній школі. / С.М. Шумигай. // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. – Вип. 35 – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2011. – С. 141 – 147.

294. Шумигай С. Ознайомлення п'ятикласників з елементами історії математики. / С. Шумигай. // Математика в школі. – 2011. – № 9. – С. 17 – 24.

295. Шумигай С. Історія науки на уроках геометрії у 7 – 9 класах. / С. Шумигай. // Математика в школі. – 2011. – № 12. – С. 14 – 21.

296. Шумигай С. Історія науки у позакласній роботі. / С. Шумигай. // Математика в сучасній школі. – 2012. – № 9. – С. 15 – 21.

297. Щербакова Ю.В. Увлекательная геометрия. Измерения в геометрии, геометрия и искусство, занимательные задачи, интересные факты / Ю.В. Щербакова, Р.Н. Сиренко; худож. А.А. Селиванов. – Ярославль: Академия развития, 2010. – 256 с.: ил.

298. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов. / Г.И. Щукина. – М.: Просвещение, 1979. – 160с.

299. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. / Г.И. Щукина. – М.: Педагогика, 1988. – 208 с. – (Труды д. чл. и чл.-кор. АПН СССР).

300. Щукина Г.И. Проблема познавательного интереса в педагогике. / Г.И. Щукина. – М.: “Педагогика”, 1971. – 352 стр. с ил.

301. Щукина Г.И. Формирование познавательных интересов учащихся в процессе обучения (в восьмилетней школе). / Г.И. Щукина. – М.: Государственное уч.-пед. из-во МП РСФСР, 1962. – 231 с.

302. Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А.П. Савин. – М.: Педагогика, 1989. – 352 с.: ил.

303. Эскендаров А.А. Учебные кроссворды как средство актуализации познавательного интереса старшеклассников сельских школ: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Эскендаров А.А.; Дагестан. гос. ун-т. – Махачкала, 2007. – 142с.

304. Янченко Г. Математика. Підручник для 5 класу. / Г. Янченко, В. Кравчук. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008. – 280 с.

305. Янченко Г. Математика. Підручник для 6 класу. / Г. Янченко, В. Кравчук. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2006. – 272 с.

306. Яцковская Г.А. Развитие учебно-познавательных интересов младших подростков [Текст]: (На материале учеб. дисциплин по математике): Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. / Г.А. Яцковская; Брян. гос. пед. ун-т им. И.Г. Петровского. – Брянск, 1997. – 20 с. – Библиогр.: 19 – 20 с.

307. Alvez Y. Collection Math'x. Terminale S Obligatoire. / Y. Alvez, B. Chareyre, D. Guillemet, C. Perfetta. – Paris: Les Editions Didier, 2002. – 400 p.

308. Gilda Flaccavento Romano. Invito alla matematica. Moduli di arifmetica A. / Gilda Flaccavento Romano. – Milano: RCS Scuola S.p.A. – Fabbri Editori, 2000 / – 432 p. // www.fabbriscuola.it.

309. Owen J., Haese R., Haese S., Bruce M. Mathematics for the international student. International Baccalaureate Mathematics SL Course. / J. Owen, R. Haese, S. Haese, M. Bruce. – Australia.: Haese & Harris Publications, 2004. – 816 p. // www.haeseandharris.com.au.

310. Pour comprendre les mathematiques. CM2. – Paris: Hachette Livre, 1997. – 192 p.

Додаток А

Наявність історичного матеріалу в підручниках України з “Математики”

Таблиця А.1

№ п/п	Назва підручника	Історичні довідки	Історичні задачі	Персоналії		Висловлювання про математику і математиків
				Біографії вчених	Кількість портретів вчених	
Математика, 5 кл.						
1.	Бевз Г.П., Бевз В.Г. Математика: Підруч. для 5 кл. загально-освіт. навч. закл. – К.: Зодіак-ЕКО, 2005. – 352 с.: іл.	10	7	--	--	2
2.	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якір М.С. Математика: Підручник для 5 класу. – Х.: Гімназія, 2006. – 288 с.	6	3	--	--	--
3.	Янченко Г., Кравчук В. Математика. Підручник для 5 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008. – 280 с.	9	--	1	2	--
Математика, 6 кл.						
1.	Бевз Г.П. Математика: 6 кл.: Підруч. для загальноосвіт. навч. закл./ Г.П. Бевз, В.Г.Бевз – К.: Генеза, 2006. – 304 с.: іл.	15	3	--	2	4
2.	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якір М.С. Математика: Підручник для 6 класу. – Х.: Гімназія, 2006. – 304 с.	4	5	1	1	--
3.	Янченко Г., Кравчук В. Математика. Підручник для 6 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2006. – 272 с.	7	1	1	--	--

Продовження додатку А

Наявність історичного матеріалу у підручниках України з “Алгебри”

Таблиця А.2

№ п/ п	Назва підручника	Історичні довідки	Історичні задачі	Персоналії		Висловлювання про математику і математиків
				Біографії вчених	Кількість портретів вчених	
Алгебра, 7 кл.						
1.	Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Зодіак-ЕКО, 2007. – 304 с.: іл.	6	26	1	5	4
2.	Істер, О.С. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Освіта, 2007. – 223 с.	5	1	--	3	--
3.	Кравчук В., Янченко Г. Алгебра: Підручник для 7 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008. – 224 с.	8	1	7	10	1
4.	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якір М.С. Алгебра: Підручник для 7 класу. – Х.: Гімназія, 2008. – 288 с.	3	16	--	7	1
Алгебра, 8 кл.						
1.	Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г.Бевз. – К.: Зодіак-ЕКО, 2008. – 256 с.: іл.	3	11	--	--	3
2.	Білянніна, О.Я. Алгебра: 8: підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / О.Я. Білянніна, Н.Л. Кінащук, І.М. Черевко. – К.: Генеза, 2008. – 304 с.: іл.	8	--	--	6	1
3.	Істер, О.С. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. – К.: Освіта, 2008. – 208 с.	2	--	--	1	--
4.	Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра: Підручник для 8 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008. – 224 с.	9	2	3	3	3
5.	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якір М.С. Алгебра: Підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х.: Гімназія, 2008. – 256 с.	5	5	2	7	--
Алгебра, 9 кл.						
1.	Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П. Бевз, В.Г.Бевз. – К.: Зодіак-ЕКО, 2009. – 288 с.: іл.	5	30	4	5	4
2.	Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра: Підручник для 9 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2009. – 256 с.	5	7	4	4	1
3.	Мальований Ю.І., Литвиненко Г.М., Возняк Г.М. Алгебра: Підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів / За ред. Ю.І. Мальованого. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2009. – 288 с.	2	--	2	7	--
4.	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якір М.С. Алгебра: Підручн. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х.: Гімназія, 2009. – 320 с.: іл.	6	9	1	18	--

Продовження додатку А

Наявність історичного матеріалу у підручниках України з “Геометрії”

Таблиця А.3

№ п/ п	Назва підручника	Історичні довідки	Історичні задачі	Персоналії		Висловлювання про математику і математиків
				Біографії вчених	Кількість портретів вчених	
Геометрія, 7 кл.						
1.	Апостолова Г.В. Геометрія: Підручник для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Генеза, 2004. – 216 с.	20	5	--	10	8
2.	Бевз Г.П. та ін. Геометрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закладів / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. – К.: Вежа, 2008. – 208 с.: іл.	4	--	7	5	4
3.	Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. Геометрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Зодіак-ЕКО, 2007. – 208 с.: іл.	12	4	--	5	--
4.	Єршова А.П. Геометрія. 7 клас: Підручник для загальноосвіт. навч. закл. / А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижанівський, С.В. Єршов. – 2-ге вид., перероб. – Х.: Веста, 2009. – 224 с.: іл.	4	--	--	5	4
5.	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: Підручник для 7 класу. – Х.: Гімназія, 2008. – 208 с.	2	--	--	3	--
6.	Істер О.С. Геометрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Освіта, 2007. – 159 с.	3	--	--	3	--
Геометрія, 8 кл.						
1.	Апостолова Г.В. Геометрія: 8: дворівн. підруч. для загальноосвіт. навч. закл./Г.В. Апостолова. – К.: Генеза, 2008. – 272 с.	30	17	8	--	23
2.	Бевз Г.П. та ін. Геометрія: Підручник для 8 кл. середніх загальноосвітніх закладів / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. – К.: Вежа, 2008. – 256 с.: іл.	3	11	4	3	5
3.	Бурда М.І., Тарасенкові Н.А. Геометрія: Підруч. для 8 класу загальноосвіт. навч. закл. / М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкові. – К.: Зодіак-ЕКО, 2008. – 240 с.: іл.	14	1	3	7	--
4.	Єршова А.П. Геометрія. 8 клас: Підручник для загальноосвіт. навч. закл. / А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижанівський, С.В. Єршов. – Х.: Вид-во “Ранок”, 2008. – 256 с.: іл.	5	1	4	8	4
5.	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: Підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х.: Гімназія, 2008. – 208с.	--	2	1	2	--
Геометрія, 9 кл.						
1.	Апостолова Г.В. Геометрія: 9: дворівн. підруч. для загальноосвіт. навч. закл./ Г.В. Апостолова. – К.: Генеза, 2009. – 304 с.	25	15	2	1	24
2.	Бурда М.І. Геометрія: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова. – К.: Зодіак-ЕКО, 2009. – 240с.: іл.	10	--	3	9	--
3.	Єршова А.П. Геометрія. 9 клас: Підручник для загальноосвіт. навч. закл. / А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижанівський, С.В. Єршов. – Х.: Вид-во “Ранок”, 2009. – 256 с.	6	--	2	14	6
4.	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: Підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х.: Гімназія, 2009. – 272 с.:	2	1	--	3	--

Додаток Б

Наявність історичного матеріалу у підручниках математики Росії

Таблиця Б.1

№ п/ п	Назва підручника	Історичні довідки	Історичні задачі	Персоналії		Висловлювання про математику і математиків
				Біографії вчених	Кількість портретів вчених	
Математика, 5 клас						
1.	Математика. 5 клас: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Н.Я. Виленкин и др.]. – 23-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2008. – 280 с.: ил.	15	4	--	--	--
Математика, 6 клас						
2.	Математика. 6 клас: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Н.Я. Виленкин и др.]. – 22-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2008. – 288 с.: ил.	11	5	--	8	--
Алгебра, 7 кл.						
3.	Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. – 18-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 240 с.: ил.	11	11	6	6	--
Алгебра, 8 кл.						
4.	Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. – 17-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 271 с.: ил.	5	3	4	4	--
Алгебра, 9 кл.						
5.	Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. – 16-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 271 с.: ил.	6	1	9	9	--
Геометрия, 7-9 кл.						
6.	Геометрия. 7 – 9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Кутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. – 19-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 384 с.					
	7 клас	2	--	--	2	--
	8 клас	2	1	--	1	--
	9 клас	--	--	--	--	--

Продовження додатку Б

Наявність історичного матеріалу у підручниках математики Білорусії

Таблиця Б.2

№ п/ п	Назва підручника	Історичні довідки	Історичні задачі	Персоналії		Висловлювання про математику і математиків
				Біографії вчених	Кількість портретів вчених	
Математика, 5 кл.						
1.	Латонин Л.А. Математика: Учеб. пособие для 4-го кл. общеобразоват. шк. с рус. яз. обучения / Л.А. Латонин, Б.Д. Чеботаревский; Пер. с бел. яз. Т.В. Водневой. – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2002. – 317 с.: ил.	--	2	--	--	--
Математика, 6 кл.						
2.	Латонин Л.А. Математика: Учеб. для 5-го кл. общеобразоват. шк. с рус. яз. обучения / Л.А. Латонин, Б.Д. Чеботаревский; Пер. с бел. яз. Т.В. Водневой. – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2003. – 367 с.: ил.	2	7	--	--	--
Алгебра, 7 кл.						
3.	Кузнецова Е.П. Математика: Учеб. пособие для 7-го кл. учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования, с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения / Е.П. Кузнецова, Г.Л. Муравьева, Л.Б. Шнеперман, Б.Ю. Яшин; Под ред. Л.Б. Шнепермана. – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2004. – 359 с.: ил.	15	1	--	--	--
Алгебра, 8 кл.						
4.	Алгебра: учеб. пособие для 8-го кл. учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования, с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения / Е.П. Кузнецова [и др.] ; под ред. Л.Б. Шнепермана . – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2005. – 320 с.: ил.	7	--	--	1	--
Алгебра, 9 кл.						
5.	Алгебра: учеб. пособие для 9-го кл. учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования, с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения (базовый и повышенный уровни) / Е.П. Кузнецова [и др.] ; под ред. Л.Б. Шнепермана . – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2006. – 303 с.: ил.	8	1	--	1	--
6.	Солтан Г.Н. Математика: Алгебра и геометрия: учеб. пособие для 9-го кл. учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования, с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения (базовый и повыш. уровни) / Г.Н. Солтан, А.Е. Солтан; под ред. Н.А. Лиходеда. – 2-е изд. – Мн.: Нар. асвета, 2006. – 286 с.: ил.	7	3	--	5	--

Додаток В
Види інтересів

Таблиця В.1

1. За змістом		
1)	<i>пізнавальний інтерес</i>	це інтерес до пізнання та прагнення оволодіти знаннями, вміти їх застосовувати на практиці;
2)	<i>інтерес до певної діяльності</i>	інтерес до певного виду діяльності (навчальної, трудової, професійної і т.д.);
3)	<i>матеріальні інтереси</i>	проявляються в прагненні до житлових зручностей, гастрономічних виробів, гарного одягу і т.д.;
4)	<i>духовні інтереси</i>	це пізнавальні інтереси до математики, фізики, хімії, психології і т.д., інтереси до літератури і різним видам мистецтва (до музики, живопису, театру); характеризують високий рівень розвитку особистості;
5)	<i>суспільні інтереси</i>	включають інтерес до суспільної роботи, до організаційної діяльності.
2. За метою		
1)	<i>безпосередній інтерес</i> (прямий або процесуальний)	викликаний самим змістом тієї чи іншої галузі знань або діяльності, її цікавістю і захопленістю, пов'язаний з одержанням задоволення від процесу діяльності (наприклад, ми будемо говорити, що в учня наявний безпосередній інтерес, якщо учень цікавиться самим навчанням, предметом, що вивчає, коли ним керує бажання до знань);
2)	<i>опосередкований інтерес</i> (непрямий або цільовий)	викликаний не змістом об'єкта, а тим значенням, яке він має, будучи пов'язаним з іншим об'єктом, який безпосередньо цікавить учня, тобто це інтерес, який спрямований не на знання як такі, а на одержання результату, вигоди (наприклад, ми будемо говорити, що в учня наявний опосередкований інтерес, якщо учень наполегливо вивчає математику та українську мову, оскільки ці знання дадуть можливість, наприклад, поступити в вуз).
3. За рівнем оформленості		
1)	<i>аморфний рівень</i>	це інтерес до всього взагалі і, зокрема, ні до чого. Цей вид інтересу притаманний здебільшого підліткам. Існує багато прикладів, коли учні 5 – 8 класів відвідують багато гуртків, факультативів, але при цьому серйозно і глибоко нічим не цікавляться;
2)	<i>біфокальний рівень</i>	характеризується наявністю в учнів двох (може бути і більше) центрів, навколо яких групуються їх інтереси. Лише при вдалому їх поєднанні біфокальність інтересів не викликає ніяких ускладнень. Наприклад, коли ці інтереси лежать зовсім в різних областях, наприклад, один – в практичній діяльності або науці (учень гарно знає математику), а інший у мистецтві (учень гарно малює чи танцює), і значно відрізняються один від одного по своїй силі, але при цьому вони допомагають один одному. У протилежному випадку, біфокальність інтересів може призвести до роздвоєності, яка буде гальмувати діяльність як в одному напрямі, так в іншому. За таких умов учень ні в що повністю “не зануриться”, і це не принесе йому успіху в його діяльності. Можливе і таке положення, при якому інтереси, достатньо широкі і багатогранні,

Продовження таблиці В.1

		сконцентровані в одній галузі і притому настільки пов'язаною з істотними сторонами людської діяльності, що навколо цього єдиного стержня може згуртуватись достатньо розгалужена система інтересів. Наприклад, учень, що знає гарно шкільний курс математики, але при цьому ще гарно володіє такими суміжними науками як “Комбінаторика”, “Теорія ймовірностей та математична статистика”, “Аналітична геометрія”, “Інформатика”, “Математичний аналіз” і т.д., в майбутньому може стати програмістом і розробляти програми для вище зазначених наук. Саме така структура інтересів є найбільш сприятливою для всебічного розвитку особистості і разом з тим тією її зосередженістю, яка необхідна для успішної діяльності.
4. За направленістю		
1)	<i>вужькі</i> інтереси	наявність одного-двох обмежених і ізольованих інтересів при повній байдужості до всього іншого;
2)	<i>широкі</i> інтереси	різноманітність інтересів за наявності основного, центрального інтересу;
3)	<i>поверхневі</i> інтереси	мають характер порівняно короткочасних явищ, які швидко виникають і швидко згасають; учням з поверхневими інтересами притаманна часта зміна інтересів – вони легко захоплюються і швидко змінюють свої інтереси;
4)	<i>глибокі</i> інтереси	потреба ретельно вивчати об'єкт у всіх деталях і тонкощах.
5. За силою або активністю		
1)	<i>пасивні</i>	споглядальні інтереси, коли учень обмежується сприйняттям об'єкту, що його цікавить;
2)	<i>активні</i>	це дієвий інтерес, інтерес настільки сильний, що людина активно шукає йому задоволення (наприклад, російський вчений Ломоносов, перетерпів багато труднощів моральних, матеріальних, побутових, коли пішов з дому до Москви вчитися, і все це заради задоволення свого пізнавального інтересу до вивчення різних галузей науки: математики, фізики, історії, хімії). Поділ інтересів на активні і пасивні не є абсолютним: пасивні інтереси легко стають активними і навпаки.
6. За стійкістю		
1)	<i>стійкі</i> інтереси	довготривалі, відіграють важливу роль в житті і діяльності школяра і є відносно закріпленими особливостями його особистості;
2)	<i>нестійкі</i> інтереси	порівняно короткочасні – вони швидко виникають і швидко згасають.

Додаток Д

Функції інтересу (з точки зору психології):

1. **Біологічна** – емоції слугують джерелом енергії для поведінки людини. Самі по собі емоції не виробляють енергію, але організують і направляють вироблену енергію, створюють специфічні і цілком певні тенденції до дії. Помірний рівень інтересу необхідний для енергетичного забезпечення поведінки, тривалої діяльності. Так, якщо учень тривалий час буде працювати над розв'язанням складної задачі, він постійно повинен відчувати інтерес. У протилежному випадку робота буде викликати в нього негативні емоції і він погано виконає її.

2. **Мотиваційна** – будь-яка емоція виконує мотиваційні функції, які можна віднести до двох типів:

- *1 тип*, пов'язаний з внутрішніми процесами, які спрямовують індивіда в певному напрямку або до певної цілі.

- *2 тип*, пов'язаний з соціальною мотивацією, тобто з тим процесом, за допомогою якого емоційна експресія індивіда мотивує поведінку оточуючих і взаємодіючих з ним людей. Так наприклад, учень розв'язуючи цікаву для нього задачу забуває про час, про те, що треба поїсти, про почуття втоми, збудження може притупити навіть біль.

Емоція інтересу, є мотивуючою силою постійної сенсорної взаємодії людини з оточуючим середовищем, сприяє розвитку її мозку. Інтерес дитини є розвиненою і спрямованою емоцією, а також відображенням тих знань і цінностей, які використовуються нею для організації досвіду, пам'яті і дій.

3. **Соціальна** – яка найбільш проявляється у грі і в соціальних комунікаціях. Рушійною силою будь-якої форми гри є емоція інтересу. Гра спонукає учня до дії, до пізнання і сприяє виникненню інтересу. Але треба зауважити, що не всі діти активні у грі. Одні діти активні у грі від природи, а інші менш активні, і їх треба спонукати грою до пізнання нового, до діяльності.

Додаток Е

Способи стимулювання пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики

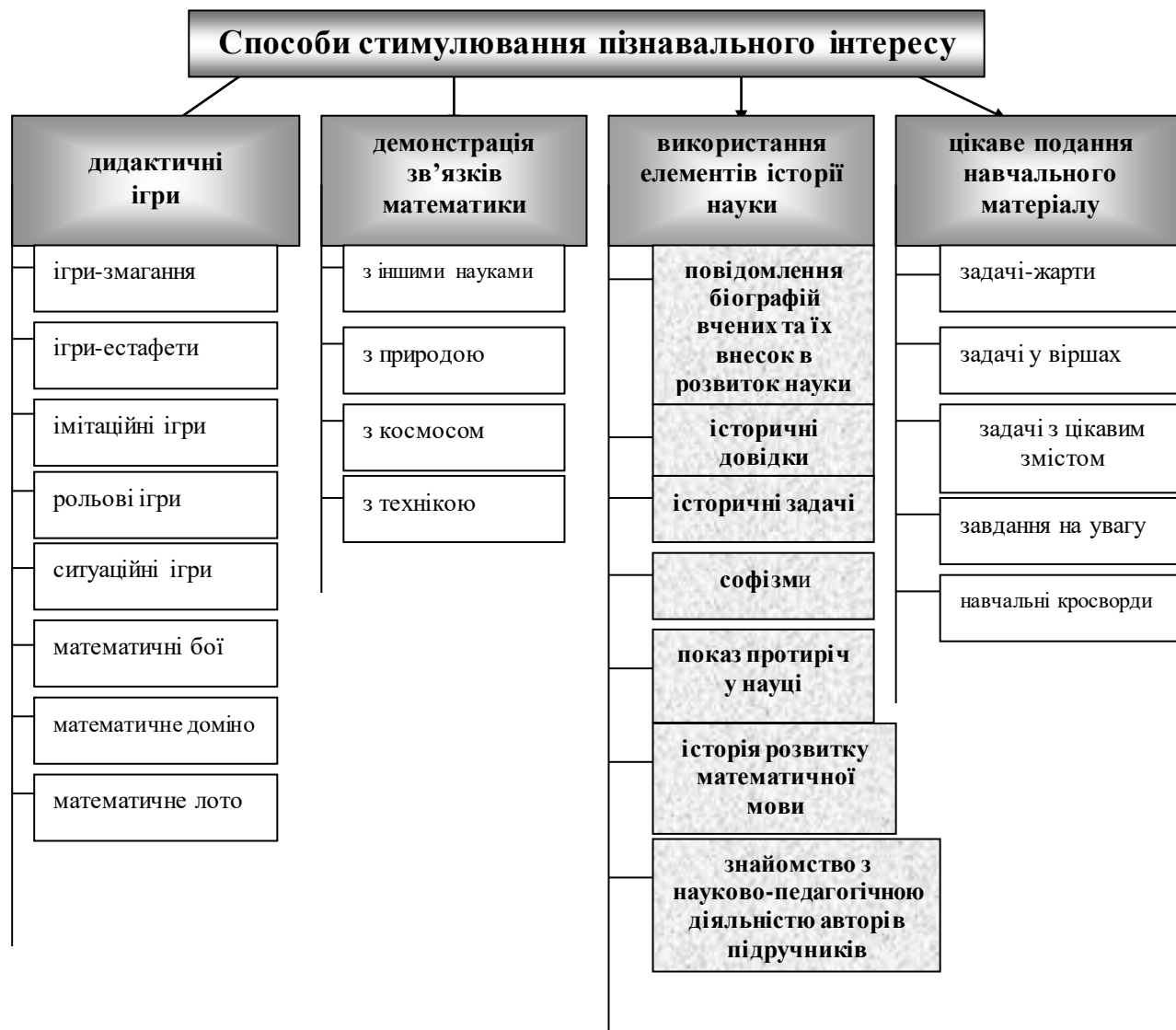


Рис. Е.1

Додаток Ж

Фрагменти нормативних документів математичної освіти України Росії та Білорусії
про розвиток пізнавального інтересу до математики

Таблиця Ж.1

	Назва документу	Україна	Білорусія	Росія
1.	Державний стандарт	-----	<p>Цели изучаемого учебного предмета п.4. Развивать у учеников <i>интерес</i> к математике, ...</p> <p>Задачи изучаемого учебного предмета на I ступени общего среднего образования: п.4. Развивать в учеников <i>устойчивый интерес</i> к знаниям, желание учиться, работать; ...</p>	-----
2.	Концепція математичної освіти 12-річної школи	<p>Структура математичної освіти ... З метою поглиблення і розширення знань учнів з окремих тем, розвитку їхнього <i>інтересу до математики</i>, орієнтації у виборі професії пропонуються курси за вибором (з 8-го класу), факультативні заняття (з 7-го класу) і математичні гуртки (з 5-го класу)</p>	<p>Цели математики как учебного предмета: п.3.4. Развитие у учащихся <i>интереса к математике</i>, формирование представления о её месте в системе наук, её методологическом значении, роли в формировании общей культуры, осознания того, что средствами математики описываются и исследуются явления, процессы действительности.</p> <p>Дидактические основы построения содержания матем. образования: п.4.2. Содержание матем. образования должно учитывать интересы и запросы учащихся.</p> <p>Состав и структура учебно-методического комплекса по учебному предмету “Математика” п.6.4. На уроках, факультативных занятиях, а также во внеклассной работе наряду с традиционными средствами обучения целесообразно использовать электронные средства, к которым относятся мультимедийные устройства, интерактивные компьютерные модели, электронные энциклопедии и справочники,</p>	<p>Структура курса Основная школа ... начиная с 9 класса предусматривается возможность изучения углубленного курса математики (это обусловлено тем, что <i>устойчивый интерес</i> к математике формируется, как правило, к 14-15 годам). При этом 9 – 10 классы целесообразно рассматривать как ориентационный этап в системе углубленного изучения математики, позволяющий ученику проверить правильность сделанного им выбора.</p>

Подовження таблиці Ж.1

	Назва документу	Україна	Білорусія	Росія
2.	Концепція математичної освіти 12-річної школи		<p>электронные тренажеры и другие средства обучения. Они применяются <i>с целью</i> повышения степени наглядности, конкретизации изучаемых понятий, <u>углубления <i>интереса</i></u> и <u>создания положительного эмоционального отношения к учебной информации.</u></p> <p>Возможности изучения математики на повышенном уровне в системе основного и дополнительного образования</p> <p>п.7.4. Главной <u>целью факультативных занятий</u> по математике является углубление в содержание, определенное основной учебной программой, <u><i>развитие интереса к предмету</i></u>, привитие навыка самостоятельной работы, воспитание и развитие их инициативы и творчества.</p>	
3.	Програма для загальноосвітніх навчальних закладів з математики 5 - 12 класи	Важливу роль у навчанні математики відіграє систематичне використання історичного матеріалу, який <u><i>підвищує інтерес</i></u> до вивчення математики...	Постановка обучения математики должна способствовать <u><i>развитию интереса</i></u> к овладению знаниями, способами познания окружающего мира; созданию положительного эмоционального состояния; формированию адекватной самооценки; эстетическому воспитанию учащихся.	-----

Продовження додатку Ж
Фрагменти нормативних документів математичної освіти України Росії та Білорусії
про використання на уроках історії математики

Таблиця Ж.2

	Назва документу	Україна	Білорусія	Росія
1.	Державний стандарт	-----	-----	<p>Обязательный минимум содержания основных образовательных программ Арифметика Действительные числа Этапы развития представления о числе. Геометрия Начальные понятия и теоремы геометрии Возникновение геометрии из практики. Элементы логики, комбинаторики, статистики и теории вероятностей Доказательство Пятый постулат Эвклида и его история <i>(тема не является обязательной для изучения)</i></p>
2.	Концепція математичної освіти 12-річної школи	<p>Принципи відбору змісту математики Принципи пріоритету розвивальної функції навчання ...Розвивальну функцію навчання реалізує також персоніфікований виклад матеріалу, тобто подання, де це можливо, <u>математичних фактів з погляду їх історичного становлення і розвитку.</u></p>	<p>6. Состав и структура учебно-методического комплекса по учебному предмету “Математика” п. 6.2. ...В учебниках (учебных пособиях) должны сочетаться <u>исторический</u> и логический подходы изложения учебного материала.</p>	<p>Значение математического образования Школьное математическое образование способствует: ... <u>обогащению запаса историко-научных знаний</u>, которые должны входить в интеллектуальный багаж каждого современного культурного человека (<u>знакомство с основными историческими вехами возникновения и развития математической науки, судьбами великих открытий, именами людей, творивших науку</u>).</p>

Подовження таблиці Ж.2

	Назва документу	Україна	Білорусія	Росія
3.	Програма для загальноосвітніх навчальних закладів з математики 5-12 класи	<p>Важливу роль у навчанні математики відіграє <u>систематичне використання історичного матеріалу</u>, який підвищує інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури. На дохідливих змістовних прикладах слід показувати учням, як розвивалися математичні поняття, відношення, теорії й методи. Ознайомлювати учнів з іменами та біографіями видатних учених, які створювали математику, зокрема видатних українських математиків, що сприятиме національному і патріотичному вихованню.</p> <p>Алгебра (8 кл.) Тема 2. Квадратні корені. Дійсні числа ... Раціональні числа. Ірраціональні числа. Дійсні числа. Числові множини. <u>Етапи розвитку числа.</u></p>	<p>2. Методологические посылки и принципы построения содержания ученого предмета “Математика” п. 2.8. <u>Гуманитаризация</u> образования отражается в содержании учебного предмета посредством <u>эколого-социальных, исторических,</u> культурологических, экономических материалов, национальных традиций.</p>	<p>Обязательный минимум содержания основных образовательных программ Арифметика (6 кл.) Действительные числа Этапы развития представления о числе. Геометрия (7 кл.) Начальные понятия и теоремы геометрии Возникновение геометрии из практики. Элементы логики, комбинаторики, статистики и теории вероятностей (9 кл.) Доказательство Пятый постулат Эвклида и его история (<i>тема не является обязательной для изучения</i>)</p>

Додаток 3

Основні психологічні особливості учнів основної школи

Таблиця 3.1

Характеристики учнів за видами темпераментів

Тип учня	Притаманні властивості
Холерик	Характеризуються блискавичною реакцією, швидкістю та легкістю переключення з одного виду діяльності на інший, після відпочинку швидким включенням в роботу.
Сангвінік	Гармонічно поєднуються рухові і гальмівні функції. Вони здатні активно і плідно працювати, швидко переключатися з одного емоційного стану на інший, знаходити виходи з складних становищ, здатні ставити перед собою і розв'язувати складні задачі.
Флегматик	Характеризуються повільним сприйманням і слабкою активністю, терпеливістю. У них процес збудження послаблений, а процес гальмування підсилений. Його реакції уповільнені. Флегматики повільно входять в розпочату справу і обов'язково доводять її до кінця.
Меланхолік	Слабкі нервові процеси, тобто процеси збудження і гальмування знижені. Вони губляться в складних ситуаціях і не завжди можуть знати вихід з складної ситуації, швидко стомлюються від фізичної та розумової діяльності.

Таблиця 3.2

Психологічні особливості учнів
за домінуванням каналів сприймання інформації

Тип учня	Притаманні властивості
Візуал	Добре розвинена зорова пам'ять, спостережливість, обережність, швидкість читання, проте читання незнайомих слів викликає у них певні утруднення, вони порівняно успішні у граматиці, під час відповіді на запитання очі мають тенденцію рухатися вгору.
Аудиал	Добре розвинена слухова пам'ять, він говорить ритмічно, виразно, порівняно успішний в усному мовленні, діалогах, любить суперечки, дискусії, під час читання подумки проговорює слова, під час відповіді на запитання очі мають тенденцію рухатися по середній лінії.
Кінестетик	Ранній фізичний розвиток, любить фізичні вправи, спорт, у нього добре розвинена м'язова пам'ять, порівняно успішний у лабораторних та практичних роботах, уміє й (або) любить працювати руками, під час відповіді на запитання очі мають тенденцію рухатися вниз.

Таблиця 3.3

Характеристики учнів за фізіологічними особливостями

Тип учня	Притаманні властивості
Лівопівкульний	Необхідні чіткі письмові інструкції, він повторює фактичну інформацію, краще сприймає інформацію в письмовій формі та у логічній послідовності, вільно оперує знаками та символами (літери, числа, назви), приділяє увагу деталям, окремим елементам, віддає перевагу індуктивному методу пізнання.
Правопівкульний	Ефективно засвоює матеріал у режимі проблемного викладу, краще сприймає інформацію у вигляді графіків, карт, демонстрацій, добре оперує образами, звертає увагу на форми, йому краще імпонують самостійні форми роботи та дедуктивний метод пізнання, має розвинене просторове уявлення, любить творчі завдання, що вимагають фантазії та уяви, легко відволікається, здатний до самовираження.

Продовження додатку 3

Психологічні особливості учнів за модульностями й функціональною асиметрією півкуль головного мозку (за О.В. Скворчевською)

Таблиця 3.4

<p align="center">типовий лівовізуал (ЛВ)</p>	<p align="center">організований, дисциплінований, обачний, не відволікається на шум, може навчатися самостійно, хороший самоконтроль, здатний візуально організувати навчальний матеріал (у вигляді схем, таблиць, графіків), часто успішний у точних науках, у роботі зі знаками, символами, формулами</p>	<p align="center">типовий правовізуал (ПВ)</p>	<p align="center">надає значення зовнішньому вигляду, оформленню, мислить образами, картинами, має жваву уяву, у навчанні шукає зв'язки, аналогії, асоціації між новим матеріалом і добре йому відомим старим, у викладі думок починає з головного, труднощі із засвоєнням нових і громіздких слів</p>
<p align="center">типовий лівоаудіал (ЛА)</p>	<p align="center">часто добре засвоює усну лічбу, письмо, легко засвоює мови, розмовляє сам із собою, любить доводити, обґрунтовувати свою відповідь, любить і добре запам'ятовує діалоги, схильний повторювати за іншими</p>	<p align="center">типовий правоаудіал (ПА)</p>	<p align="center">легко відволікається на шум, успішний у фонетиці, має гарну пам'ять на слова і звуки, тонко розрізняє інтонації в мовленні, говорить виразно, любить емоційне спілкування, винаходить нові слова (словотворчість), розвинена мовленнєва інтуїція та “почуття мови”, із граматиною і пунктуацією часто проблеми</p>
<p align="center">типовий лівокінестетик (ЛК)</p>	<p align="center">лаконічний, тактовний у мовленні й поведженні, добре навчається, роблячи щось практично, орієнтується на звичайні методи роботи, любить розбирати предмет на частини, любить активні ігри з чіткими правилами, часто говорить повільно</p>	<p align="center">типовий правокінестетик (ПК)</p>	<p align="center">добре володіє своїм тілом, відчуває свій організм, запам'ятовує гуляючи, під час спілкування стоїть близько, торкаючись людей, прагне спочатку мати справу з реальними предметами, а потім – з інформацією про них, проблеми з абстрактним мисленням, часто створює безлад, недостатньо дисциплінований</p>

Додаток К

Психологічні рекомендації вчителям щодо роботи зі стилями навчання

(за О.В. Скворчевською)

Із класом, де більшість лівовізуалів

- 1) підтримувати швидкий темп у роботі, особливо з підручником;
- 2) частіше використовувати схеми, таблиці, креслення, графіки, діаграми;
- 3) давати матеріал алгоритмами, блок-схемами, конструкторами та іншими стандартними елементами;
- 4) більше задавати самостійних завдань за підручником;
- 5) прагнути навчити їх не стільки запам'ятовувати знання, скільки орієнтуватися в поняттях, термінах, законах (тобто в інформаційному просторі);
- 6) частіше використовувати аргументацію, доводячи свої твердження;
- 7) давати учням можливість самим перевірити й оцінити свою успішність.

Із класом, де більшість правовізуалів

- 1) починати виклад з головного, загального, підсумків;
- 2) частіше застосовувати проблемний виклад, дослідницький метод;
- 3) на початку викладу знайомити з планом-схемою курсу загалом, щоб учні бачили картину всього навчального матеріалу “із пташиного польоту”;
- 4) вивчити спочатку великі фрагменти курсу оглядово, щоб передати основні ідеї, а потім більш докладно “розжовувати теми”;
- 5) більше задавати самостійних завдань за підручником (на вибір);
- 6) у викладі нового матеріалу знаходити подібності, аналогії зі старим, відомим;
- 7) використовувати картки з індивідуальними завданнями різного ступеня складності;
- 8) практикувати заучування великих фрагментів матеріалу.

Із класом, де більшість лівоаудіалів

- 1) найголовніше і найскладніше пояснювати усно, але обов'язково по порядку (у логічній послідовності або в хронологічній послідовності);
- 2) частіше використовувати аргументи, докази, умовиводи, намагаючись давати можливість повторювати в голос за зразком або за іншими;
- 3) у викладі знайти оптимальний темп, ритм і намагатися дотримуватися їх на наступних заняттях;
- 4) можливе використання під час занять слабого звукового фону (інструментальної музики).

Із класом, де більшість правоаудіалів

- 1) найголовніше і найскладніше пояснювати усно, але намагатися щоразу робити це по-різному (використовуючи різні прийоми);

- 2) у викладі нового матеріалу активно використовувати старий, відомий (намагатися, щоб учні самі намагалися знайти між ними зв'язки, подібності, аналогії);
- 3) намагатися давати дослідницькі завдання, щоб учні відчували власний рух від невідомого до відомого;
- 4) намагатися викладати емоційно, виразно, з інтонаціями;
- 5) стимулювати творчі підходи, свої варіанти рішень, свої точки зору, використовувати диспути;
- 6) у разі відволікання учнів терпляче давати час на повернення уваги, у потрібний момент використовувати емоційну розрядку;
- 7) періодично повторювати те саме (повертатися).

Із класом, де більшість лівокінестетиків

- 1) по можливості починати вивчення матеріалу з практики, розв'язування задач, виконання вправ, а теорію давати після її прикладного застосування;
- 2) намагатися щоб учні розуміли зв'язки між розділами, темами, їхній порядок і логіку вивчення (ніби складання цілого);
- 3) частіше давати завдання на класифікацію, розподіл, сортування, відсіювання інформації;
- 4) у викладі матеріалу робити виразні акценти на принципових вузлових моментах (місця кріплення всього матеріалу), означувати віхи;
- 5) у викладі потрібна чіткість і лаконічність, нічого зайвого;
- 6) під час викладу намагатися активно рухатися й використовувати активні слова;
- 7) дати час, можливість для того, щоб учні могли дати повну відповідь, пояснили, аргументували, виговорилися;
- 8) частіше використовувати навідні запитання, терпляче очікувати відповіді.

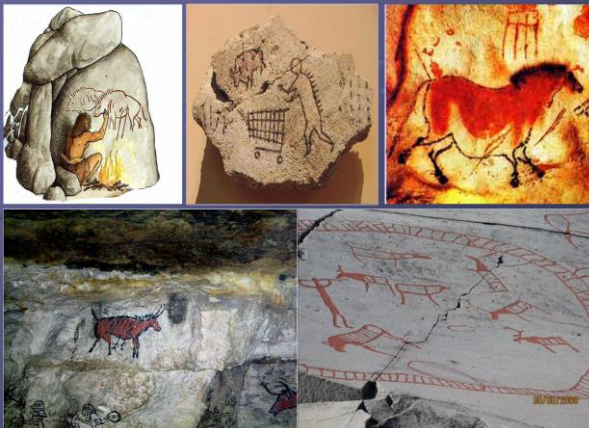
Із класом, де більшість правокінестетиків

- 1) по можливості починати вивчення матеріалу з практики, розв'язування задач, виконання вправ, а теорію давати після її прикладного застосування;
- 2) більш ретельно відпрацьовувати абстрактні поняття;
- 3) спеціально звертати увагу учнів на дрібні деталі, подробиці;
- 4) частіше робити переключення, відволікання, короткий відпочинок, фізкультхвилинки;
- 5) підтримувати емоційно позитивну атмосферу в класі;
- 6) використовувати колірне виділення інформації;
- 7) використовувати дружні дотики в момент викладу найважливішого, істотного.

Додаток Л

Фрагменти історизмів, які використовують під час навчання математики у 5 – 6 класах

30-35 тис. років до н.е.
первісні люди вели рахунок кількості убитих тварин на полюванні не тільки у вигляді зарубинок на кістах тварин, а й робили наскальні малюнки. Рисочки на тваринах або біля них вони показували кількість впольованої здобичі



I	1
V	5
X	10
▲	½
⊗	50
⊗	100

Дошка-бирка, на якій господар нотував роботу наймита і плату за неї

Половинку від дошки – купон – отримував наймит, аби пильнувати, чи збігаються рахунки з господаревими

Купон – на одній бічній стінці дошки фіксували **заплатені гроші**

Купон – на другій стороні дошки позначали **відпрацьовані дні**

На передньому ребрі – видані наймитові **постолі**

Карби ставили й на дошках-бирках, аби зафіксувати події, які потрібно було довго тримати в голові. Наймитам на 10-сантиметровій бирці-дошці роботодавець карбували число робочих днів, виплачені гроші, кількість виданих постолів, солі, топтону. На краю дошки хазяїн робив дірку. Бирки всіх робітників нанизував на шнурок або дріт й утворювалася така собі книжка рахунків.

Додатково складали копію бирки. Її розщеплювали по довжині навпіл – утворені частинки називали купоном. При складанні половинок карби мали збігатися. До Першої світової війни в галицьких судах такі дошки-рошачі брали до уваги як доказ при розгляді суперечок між працівниками й роботодавцями.

Рис. Л.1. – Фрагменти презентації до теми “Історія виникнення рахунку”

Завдання №2
Визнач рік видання старовинної книги Плутарх “Життєпис великих римлян та греків”

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1 000



Завдання №3
Переклади один сірник так, щоб утворилась правильна рівність

а) 

I	1
II	2
III	3
IV	4
V	5
VI	6
VII	7
VIII	8
IX	9
X	10

б) 

в) 

г) 

Рис. Л.2. – Фрагменти презентації до теми “Римська нумерація”

Завдання №1
Впиши числа так, щоб квадрат став магічним

8	6
	9
12	10

Завдання №2
Створи свій магічний квадрат

Відповідь:
сума в кожному горизонтальному, вертикальному рядках і по кожній діагоналі дорівнює **числу 15** - константа

Рис. Л.3. – Фрагменти презентації до теми “Магічні квадрати”

Продовження додатку Л

Практична робота на тему: “Старовинні одиниці мір”

мала

пядь

з кувирком

... см

... см

... см

ширина 1 зернини наз-ся ... = ... см

с а ж е н ь

мірна (махова)	велика косова	косова (казенна)	без четі
152,76 см	... см	... см	... см

Міри довжини		Міри маси	
1 дюйм	= ... см	1 карат	= ... мг
1 фут	= ... см	1 фунт (гривна)	= ... гр
1 аршин	= ... см	1 унція	= ... гр
1 пядь	= ... см	1 пуд	= ... кг
1 вершок	= ... см	1 золотник	= ... гр
1 локоть	= ... см	1 доля	= ... мг

1 перст	=	...	см	1 берковець	=	...	пудов
1 верста	=	...	м	1 гран	=	...	мг
1 ярд	=	...	м				
1 міля	=	...	м				
Прислів'я та приказки							

Продовження додатку Л

Фрагменти презентації до теми: “Множення

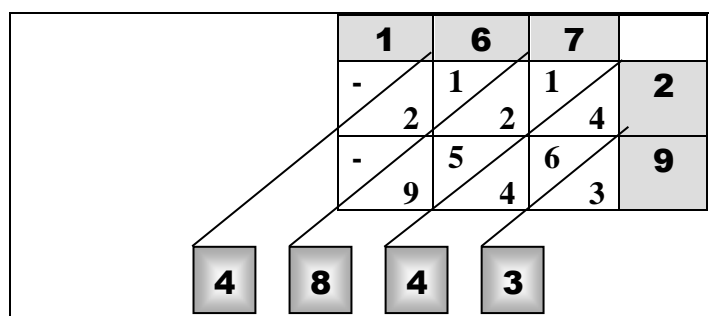


Рис. Л. 4



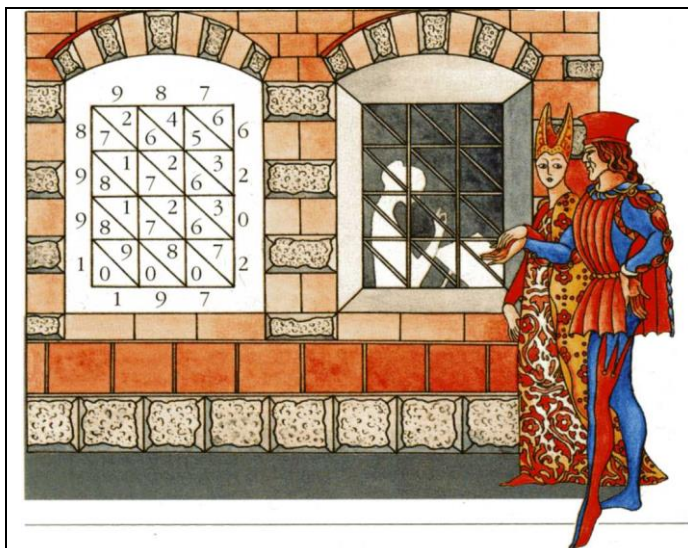
Рис. Л.5

Стародавній спосіб множення – метод “решітки”



Суть методу: по сторонам заздалегідь намальованої решітки записують співмножники. Добуток кожної пари цифр записують у відповідний квадрат решітки, причому десятки відділяють діагональною рисою від одиниць. Результат дії множення одержимо, якщо додамо цифри, які розташовані між діагональними рисками.

Даний метод запропонував Мухаммед із Хорезма. Цим методом користувалися у стародавні часи на Сході та в Італії.



Лука Паччолі
(1445–1517)

італійський математик, монах

У трактаті “Сумазнань зарифметики, відношень і пропорційності” (1494 р.) наводить вісім різних способів множення. Серед яких описує і метод, який називає метод “ревності, або решітчасте множення”. Походження назви методу автор пояснює так “... виходить картинка, подібна до ставень-жалюзі. Такі ставні вішалися на вікна венеціанських будинків, перешкоджаючи перехожим бачити дам і черниць, які сиділи біля вікон”.

Продовження додатку Л

Способи швидкого множення та ділення

Таблиця Л.1

	Алгоритм	Приклад
Множення		
$15^2; 25^2; \dots; 95^2 = ?$ (двозначні числа, що закінчуються 5)	Необхідно помножити число десятків на число на одиницю більше, і до добутку дописати 25	$35^2 = ?$ $3 \cdot 4 = 12$ і дописуємо 25 , $35^2 = 1225$
дроби, що закінчуються $\frac{1}{2}$	Необхідно помножити цілу частину на число на одиницю більше, і до добутку дописати 25	$\left(3\frac{1}{2}\right)^2 = 3,5^2 = 12,25 = 12\frac{1}{4}$
Спосіб “доповнень” – застосовується у випадках, коли перемножуються числа близькі до 100	1) знаходять доповнення кожного співмножника до 100; 2) віднімаємо із множника “доповнення” другого співмножника або навпаки; 3) до результату приписуємо добуток чисел співмножників.	$92 \cdot 96 = ?$ 1) $100 - 92 = 8$; $100 - 96 = 4$; 2) $92 - 4 = 88$ або $96 - 8 = 88$; 3) $8 \cdot 4 = 32$ Відповідь: $92 \cdot 96 = 8832$
множення на 5, 25, 125	Необхідно враховувати: $5 = 10 : 2$ $25 = 100 : 4$ $125 = 1000 : 8$	$36 \cdot 5 = 36 \cdot 10 : 2 = 360 : 2 = 180$ $36 \cdot 25 = 3600 : 4 = 900$
множення двозначного числа на 11	Необхідно “роздвинути” цифри двозначного числа і вписати між ними їх суму. <i>Зауваження.</i> Якщо сума цифр виражається двозначним числом, то число її десятків додають до першої цифри множника	$34 \cdot 11 = ?$ $34 \cdot 11 = 3(3+4)4 = 374$ $38 \cdot 11 = ?$ $38 \cdot 11 = 3(11)4 = 418$
множення трьохзначного числа	Перші три цифри результату є трьохзначне число, зменшене на	

на 999	одиницю, а інші три цифри – “доповнення” перших трьох записаних до числа 9	
множення трьохзначного числа на 1001	Записати трьохзначне число двічі	$764 \cdot 1001 = 764764$
множення двозначного числа на 10 101	Записати двозначне число три рази	$76 \cdot 10101 = 767676$
Ділення		
ділення на 5	Домножають ділене та дільник на 2	$3471 : 5 = 6942 : 10 = 694,2$
ділення на 25	Домножають ділене та дільник на 4	$3471 : 25 = 13884 : 100 = 138,84$

Продовження додатку Л

Легенда про виникнення формули обчислення площі

Згідно з давніми легендами, довілля людині, виникло в доісторичні часи посеред нескінченного й жахливого хаосу. На відміну від хаосу, в якому немає законів, світ упорядкований. У ньому, по-перше, є центральна точка – “пуп землі”. По-друге, у світі є виділені напрямки. У горизонтальній площині це лінії північ-південь і схід-захід, що утворюють хрест і розбивають площину на 4 частини.

Ці найдавніші й найпростіші уявлення використовували в Стародавньому Римі. Наприклад, для ворожіння за летом, птахів римські жерці подумки розбивали небо на чотири частини лініями північ-південь і схід-захід. Потім паралельно до головних ліній “проводили” другорядні, так що все небо виявилось поділенням на рівні квадрати. Спостерігаючи за переміщенням птахів з одного квадрата в інший, вони за певними правилами тлумачили волю Юпітера.

За тим самим принципом римляни розбивали на частини свої поля. На полі позначали центральну точку, через яку перпендикулярно одна до одної прокладали дві головні дороги – *kardo maximus* (із півночі на південь) і *decumanus maximus* (із заходу на схід), скорочено КМ і ДМ. Потім паралельно до головних доріг через рівні відстані проводили межі, що розділяли поле на систему квадратів. Ці квадрати називали центуріями. Таку ж сітку римляни використовували, розбиваючи військові табори й проектуючи нові міста.

У I-II ст. кордони Римської імперії колосально розширилися. Із захоплених земель виганяли попередніх власників і державні землеміри почали свою роботу. Вперто й методично розбиваючи поле на центурії, вони не просто позначали межі володінь, а й одночасно встановлювали на землях порядок, подібний до того, що був на небі – в обителі самого Юпітера.

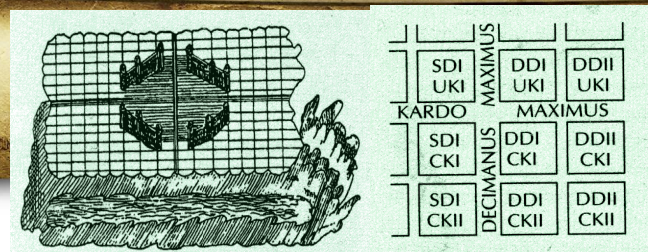


Рис. Л.6

Продовження додатку Л

Старовинна східна притча

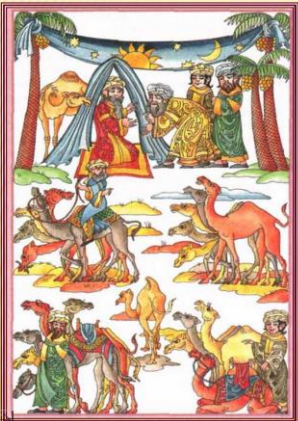
Старовинна східна притча	Розв'язання
	<p>Давним – давно жив – був старик, який помираючи, залишив свої трьом синам 19 верблюдів. Він заповідав старшому сину половину, середньому – четверту частину, а молодшому – п'яту. Сини не змогли самостійно розв'язати таку задачу і звернулися до мудреця. Мудрець допоміг братам виконати волю батька. Він дав їм одного верблюда і наказав йти додому.</p> <p>Як брати поділили спадок?</p>
<p>Брати легко розділили 20 верблюдів на 2, на 4 і на 5. Старший брат одержав 10 верблюдів, середній – 5, а молодший – 4 верблуди.</p>	<p>$10+5+4=19$ (верблюдів) При цьому 1 верблюд залишився.</p>
<p>Засмучені, брати повернулися до мудреця і поскаржилися: – О, мудрецю, знову ми не виконали волю батька! Один верблюд – зайвий. – Це не зайвий, сказав мудрець, це мій верблюд. Поверніть його і йдіть додому.</p>	

Рис. Л.7

Фрагменти презентації до теми “Прості числа”

Числа Марсена
<p>$2^p - 1$, де p – просте число</p>
<p>Протягом 200 років $2^{67} - 1$ – число Марсена вважали простим.</p>
<p>Ерік Темріль Белл у своїй книзі “Математика – цариця и служанка науки” розповідає про засідання американського математичного товариства, яке відбулося у жовтні 1903 р. у Нью-Йорку</p>
<p>Виступ професора Коула. “Коул, людина небагатослівна, підійшов до дошки і, не говорячи ні слова, почав підносити 2 до степеня 67. Потім він відняв від одержаного числа 1, і не говорячи ні слова, перейшов на нову дошку, де у стовпчик перемножив два числа 193 707 721 і 761 838 257 287. обидва результати співпали... Вперше в історії американського математичного товариства його члени бурхливими оплесками привітали доповідача. Коул, так і не сказавши ні слова, сів на місце. Ніхто не задав йому ні одного запитання. Через декілька років Белл запитав у Коула, скільки часу той затратив, щоб розкласти число $2^{67} - 1$ на множники. “Всі неділі протягом трьох років”, – відповів Коул.”</p>

Рис. Л. 8

Легенда про випадок, який посприяв виникненню ідеї створення
прямокутної системи координат у Рене Декарта



Однажды в незнакомый город
Приехал молодой Декарт.
Его ужасно мучил голод.
Стоял промозглый месяц март.

Решил к прохожей обратиться
Декарт, пытаясь дрожь унять:
- Где тут гостиница, скажите?
И дама стала объяснять:

- Идите до молочной лавки,
Потом до булочной, за ней
Цыганка продаёт булавки
И яд для крыс и для мышей,

А дальше будут магазины,
Найдете в них наверняка
Сыры, бисквиты, фрукты, вина
И разноцветные шелка ...

Все объяснения эти слушал
Декарт, от холода дрожа.
Ему хотелось очень кушать,
Но звонкий голос продолжал:

За магазинами – аптека
(аптекарь там – усатый швед),
И церковь, где в начале века
Венчался, кажется, мой дед ...

Когда на миг умолкла дама,
Вдруг произнес её слуга:
- Идите три квартала прямо
И два направо. Вход с угла.

Геометричне доведення формул скороченого множення

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

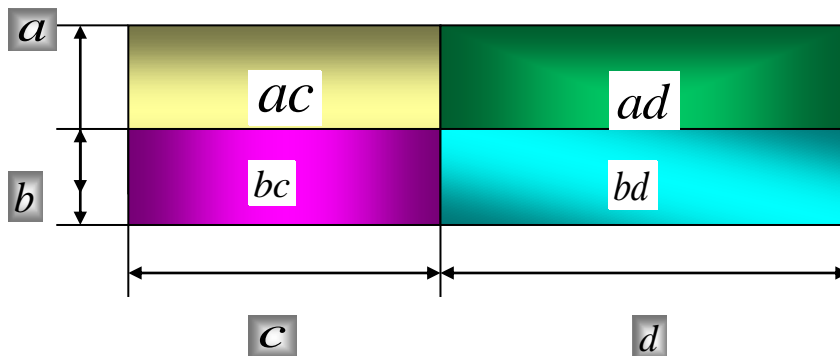


Рис. М.1

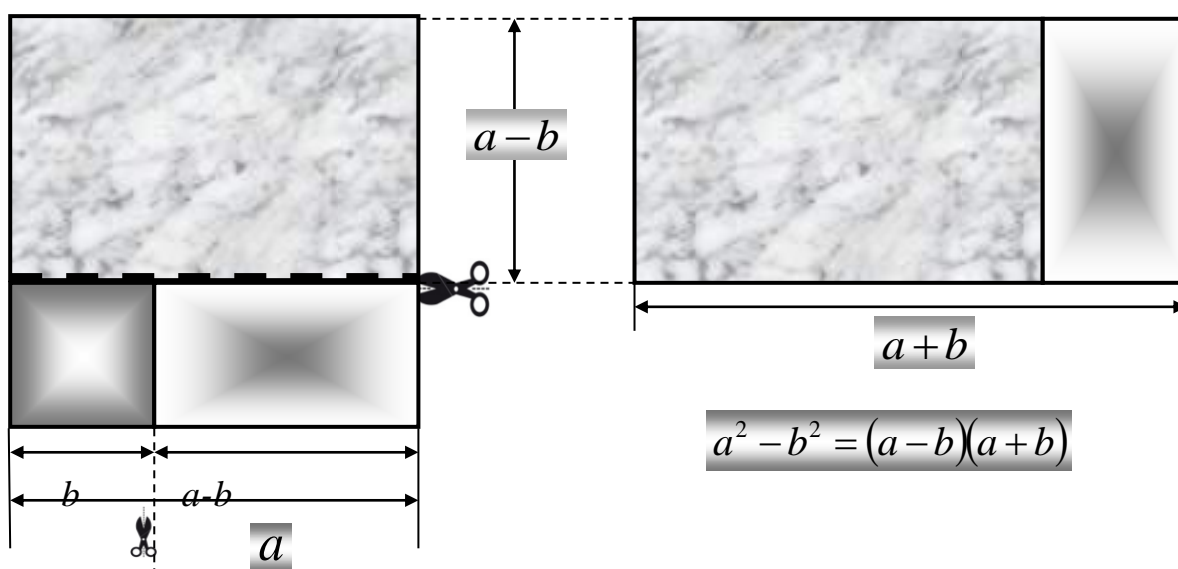


Рис. М.2

Рис. М.3

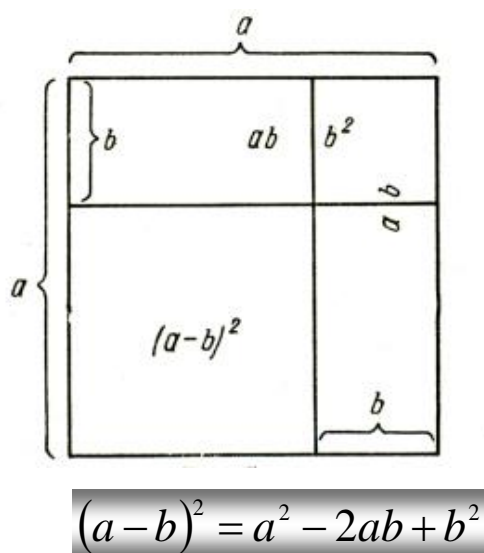
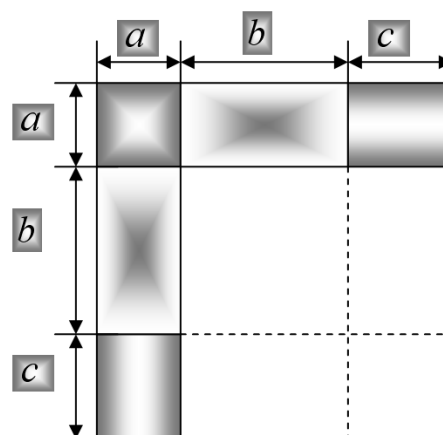


Рис. М.4



$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Рис. М.5

Продовження додатку М

Геометричне доведення формули куба суми двох виразів $(a + b)^3$

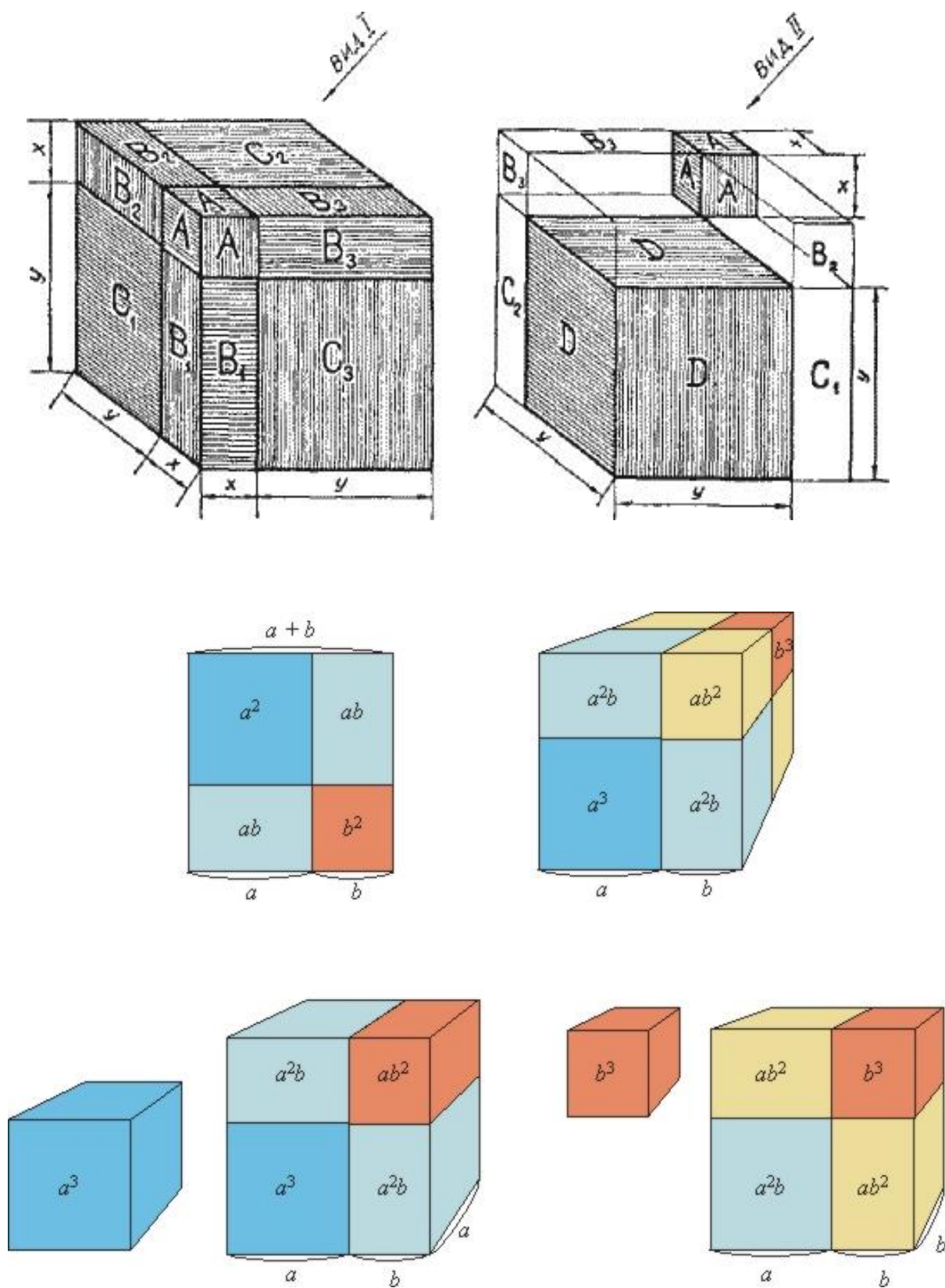


Рис. М.6

Продовження додатку М

Походження символу

Поняття квадратного кореня було відоме ще в Стародавньому Єгипті, майже за 2000 р. до н.е. про це ми дізнаємося з так званого *Московського папірусу* (1900 р. до н.е.).

Московський папірус (1900 р. до н.е.) – надзвичайно цінний математичний стародавній документ. Його придбав росіянин Голєніцев наприкінці 19 ст., коли подорожував по Єгипту. Через 20 років манускрипт став власністю Московського музею (нині Музей образотворчого мистецтва ім. О.С. Пушкіна), де знаходиться й досі. Зміст московського папірусу почав досліджувати видатний російський єгиптолог Б.О. Тураєв, а закінчив радянський учений, академік В.В. Струве. Звідси його друга назва Тураєва-Струве. Довжина папірусу – 5,5 м, ширина – 8 см. Містить розв'язання 25 задач.

У задачах цього папірусу, поряд з багатьма іншими символами, якими позначені цифри та дії, з'являється новий знак. Проте його значення не викликає жодних сумнівів – це корінь квадратний. Наприклад,

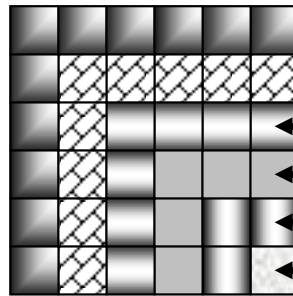
$$\sqrt{100} = 10; \quad \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

Звідки взявся в Єгипті саме такий знак квадратного кореня – дві риски, складені під прямим кутом – вчені досі ще не встановили.

З тогочасних джерел ми знаємо, що єгиптяни пов'язували другі степені чисел (4, 9, 16, ...) з площами квадратів і записували біля сторони квадрата її довжину, а це є не що інше, як добування кореня з числа, що виражає площу квадрата. Тому можна зробити висновок, що створити Г-подібний символ квадратного кореня спало єгиптянам на думку в результаті спостережень над побудовою квадратів зі стороною більшою ніж у даного квадрата.

Справді, якщо додати до квадрата певної площі Г-подібну фігуру відповідних розмірів – ця фігура називається гномоном, дістанемо квадрат більшої площі.

Гномон як геометрична фігура був відомий учням Піфагорійської школи. Вони помітили, що гномон є різницею двох квадратів, а площі послідовних гномонів виражаються послідовними непарними числами.



$$S_4 = 4^2 - 3^2 = 7$$

$$S_3 = 3^2 - 2^2 = 5$$

$$S_2 = 2^2 - 1^2 = 3$$

$$S_1 = 1^2 = 1$$

У єгипетських папірусах ми знаходимо також записані поруч цілі числа та їх квадрати. Таблиці створювалися з практичних потреб – швидко і безпомилково підраховувати площі квадратних ділянок або таких, які можна поділити на квадрати.

Розроблені єгиптянами таблиці мали такий вигляд:

1	1	6	36	11	121
2	4	7	49	12	144
3	9	8	64	13	169
4	16	9	81	14	196
5	25	10	100	15	225


За допомогою цих таблиць єгиптяни виконували дію обернену до піднесення до степеня – добування коренів квадратних, але тільки з цілих чисел.

Проте *першість* у створенні таблиць належить *шумерам* (3 тис. до н.е.). Їх таблиці були систематичніші та більші за обсягом. Шумери користувалися таблицями множення на рівні числа, піднесення до 2-го, 3-го степенів, дільників чисел.

Продовження додатку М

Стародавні способи обчислення квадратних коренів


Вавилонський спосіб



Вавілоняни 4000 років тому мали таблиці піднесення чисел до 2-го степеня та зволікання кореня квадратного. Попри це вони знали і користувалися, формулою наближеного обчислення кореня

$$\sqrt{m} = \sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$$

$1700 = 40^2 + 100 \quad \rightarrow \quad \sqrt{1700} = 40 + \frac{100}{2 \cdot 40} = 41\frac{1}{2}$



Вавілонський метод добування кореня квадратного був запозичений греками. Зустрічається у праці "Метрика" грецького математика Герона (I ст. н.е.)

Стародавній спосіб

Приклад. Обчислити $\sqrt{13}$.

Розв'язання
Число 13 закладається між числами 9 та 16 і, відповідно, дорівнює 3 з дробовою частиною, яку позначимо x .
Тоді, маємо: $\sqrt{13} = 3 + x$;
 $(\sqrt{13})^2 = (3 + x)^2$;
 $13 = 9 + 6x + x^2$;

Квадрат дробу x є достатньо малою величиною, тому в першому наближенні можна ним знехтувати, тоді маємо:

$$13 = 9 + 6x \quad \rightarrow \quad x = \frac{2}{3} = 0,67.$$

Отже, $\sqrt{13} \approx 3,67$.

Якщо ми хочемо визначити значення кореня ще точніше, напишемо рівняння:

$$\sqrt{13} = 3\frac{2}{3} + y, \text{ де } y - \text{невеликий дріб, додатний або від'ємний. Звідки знаходимо:}$$

$$13 = \frac{121}{9} + \frac{22}{3}y + y^2.$$

Відкинувши y^2 , знаходимо

$$y = -\frac{2}{33} = -0,06.$$

$\sqrt{13} \approx 3,67 - 0,06 = 3,61$ — у другому наближенні.

Якщо б ми знаходили значення кореня вавілонським способом, то одержали б такий результат $\sqrt{13} \approx 3,61$



Вперше описання *процесу добування квадратного та кубічного коренів* зустрічається в працях індійського математика Аріабхатта (V-VI ст.)

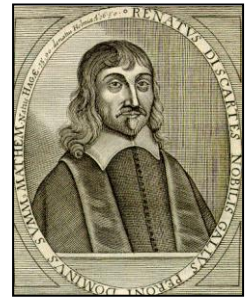
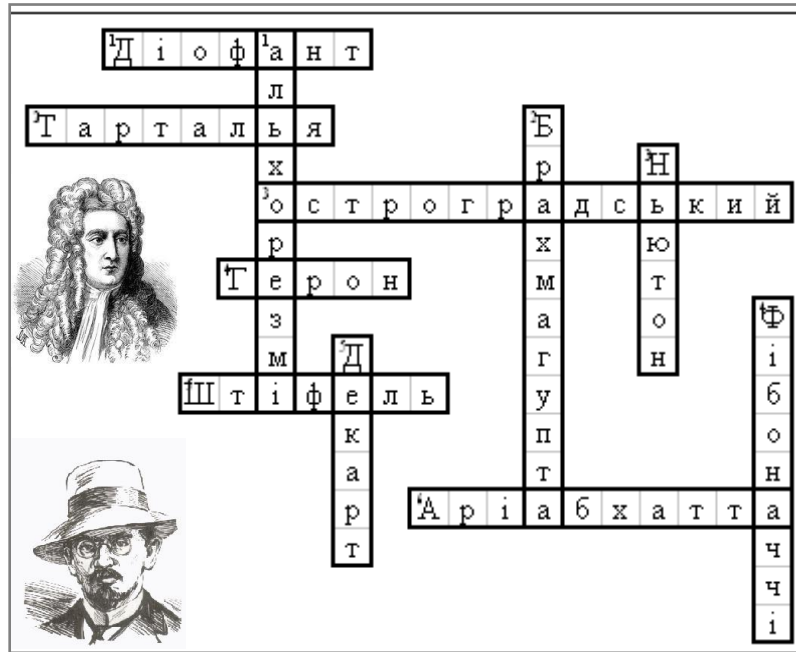
Стародавній спосіб, який описаний у стародавньому китайському трактаті "Математика у дев'яти книгах" (II ст. до н.е.)

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

$\sqrt{5'96'33'64} = 2442$	
44	4
4	196
484	176
4	2033
4882	1936
2	9764
	9764
	0

1. Розбиваємо число (5963364) на пари справа наліво (**5`96`33`64**);
1. Зволікаємо квадратний корінь з першої зліва групи $\sqrt{5} \approx 2$ так одержали першу цифру числа (**2**);
2. Знаходимо квадрат першої цифри $2^2 = 4$;
3. Знаходимо різницю першої групи і квадрата першої цифри (**5-4=1**);
4. Зносимо наступні дві цифри (одержимо число 196);
5. Подвоїмо першу, знайдену нами цифру, записуємо зліва за рискою (**2*2=4**);
6. Знаходимо другу цифру числа: подвоєна перша цифра, яка знайдена нами, стає цифрою десятків числа, при множенні якого на число одиниць, необхідно одержати число менше за 196 (це цифра 4; **44*4=176**). Отже, **4** – друга цифра числа.
7. Знаходимо різницю (**196-176=20**);
8. Зносимо наступну групу (одержуємо число **2033**);
9. Подвоюємо число **24**, одержуємо **48**;
10. **48** десятків у числі, при множенні яких на число одиниць, ми повинні одержати число менше 2033 (**484*4=1936**). Отже, знайдена цифра одиниць – **4** – третя цифра числа;
11. Далі процес повторюється.

Продовження додатку М
Кросворд до теми: “Квадратні рівняння”



По горизонталі:


1. Давньогрецький вчений II-III ст., який при розв'язуванні задач на складання рівнянь так вдало підбирав невідоме, що розв'язування повних квадратних рівнянь зводилося до неповних (*Діофант*).
2. Італійський вчений 16 ст., який один із перших почав враховувати додатні та від'ємні корені квадратного рівняння (*Тарталья*).
3. Вітчизняний вчений 19 ст., який запропонував свій метод розв'язання квадратних рівнянь (*Остроградський*).
4. Давньогрецький вчений I ст., який у своїй праці “Метрики” на прикладах показав розв'язування квадратних рівнянь і способи наближених обчислень квадратних та кубічних коренів (*Герон*).
5. Європейський вчений 16 ст., який сформулював загальне правило розв'язання квадратних рівнянь, зведених до єдиного канонічного виду $x^2 + bx = c$ при різноманітних комбінаціях знаків коефіцієнтів (*Штіфель*).
6. Індійський астроном I ст., який у своєму астрономічному трактаті “Аріабхаттіам” розв'язував задачі за допомогою квадратних рівнянь (*Аріабхатта*).

По вертикалі:

1. Індійський вчений 9 ст., який дав класифікацію неповних та повних квадратних рівнянь (*аль-Хорезмі*).
2. Індійський вчений 7 ст., який описав загальне правило (яке практично співпадає з сучасним) розв'язання квадратних рівнянь зведених до єдиної канонічної форми $ax^2 + bx = c$, де $a > 0$, b , c – можуть бути від'ємними (*Брахмагупта*).
3. Англійський вчений 17 ст., який встановив співвідношення між коренями квадратного рівняння та дискримінантом (*Ньютон*).
4. Італійський вчений, який описав формули розв'язування квадратних рівнянь у своїй праці “Книга абака” за зразком аль-Хорезмі (*Фібоначчі*).
5. Французький вчений 17 ст., який у своїх працях надав формулам розв'язування квадратних рівнянь сучасного вигляду (*Декарт*).

Продовження додатку М
 Біографічні дані Француа Вієта

Таблиця М.6

<p>у 20 років закінчив юридичний факультет в Пуату</p>		<p>розгадав складний шифр з 600 знаків за 2 тижні</p>
<p>у 23 роки секретар сім'ї де Партене, вчитель дочки Катерини</p>		<p>у 31 рік радник парламенту в Бретані</p>
<p>виник інтерес до математики</p>		<p>таємний радник при королях Генрихах III та IV</p>
<p>у 29 років переїхав до Парижу, зустрічається з відомими</p>		<p>хотів створити свій календар</p>
<p>“ЗДОБУТКИ В ГАЛУЗІ “АЛГЕБРА”</p>		
<p>трактат (1579 р.) “Математичні таблиці”</p>	<p>ввів буквену символіку: невідомі – голосними буквами змінні – приголосними буквами</p>	<p>використовував символи: +, -, = (ділення)</p>
<p>теорема Вієта (1591 р.)</p>	<p>першим ввів дужки у вигляді риск над многочленом</p>	
<p>розв'язав р-ня 45-го степеня (р-ня ван-Роумена) вказав 23 додатні корені інші 22 від'ємні корені – не визнавав</p>	<p>строго дотримувався принципу однорідності: додавати можна величини одного виміру довжина – величина 1-го виміру, площа – 2-го і т.д.</p>	
<p>“ЗДОБУТКИ В ГАЛУЗІ “ТРИГОНОМЕТРИЯ”</p>		
<p>$\cos mx = 2 \cos x \cos(m-1)x - \cos(m-2)x;$ $\cos mx = 2 \sin x \sin(m-1)x + \cos(m-2)x;$ $\sin mx = 2 \cos x \sin(m-1)x - \sin(m-2)x;$ $\sin mx = 2 \sin x \cos(m-1)x + \sin(m-2)x$</p>	<p>формули cos mx, sin mx використовує для розв'язування незвідних р-нь 3-го степеня</p> $\frac{2}{\pi} = \cos \frac{90^0}{2} \cdot \cos \frac{90^0}{4} \cdot \cos \frac{90^0}{8} \cdot \dots \cdot \cos \frac{90^0}{2^{\pi}} \cdot \dots$	
<p>“ЗДОБУТКИ В ГАЛУЗІ “ГЕОМЕТРИЯ”</p>		
<p>трактат “Доповнення до геометрії”</p>	<p>словесно сформулював теорему косинусів</p>	<p>розв'язав за допомогою циркуля та лінійки задачу Аполлонія про побудову на площині кола, що дотикається до трьох даних кіл</p>
<p>рівняння 3 та 4-го степеня розв'язував геометричним м-дом: трисекції кута або побудовою 2-х середніх пропорційних</p>	$\frac{2ab}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{1}{\sin(90^0 - C)}$	<p>розв'язав задачу про розв'язування трикутника по двом даним сторонам і одному з протилежних їм кутів</p>

Продовження додатку М
Розшифровка кросворду на стор. 128

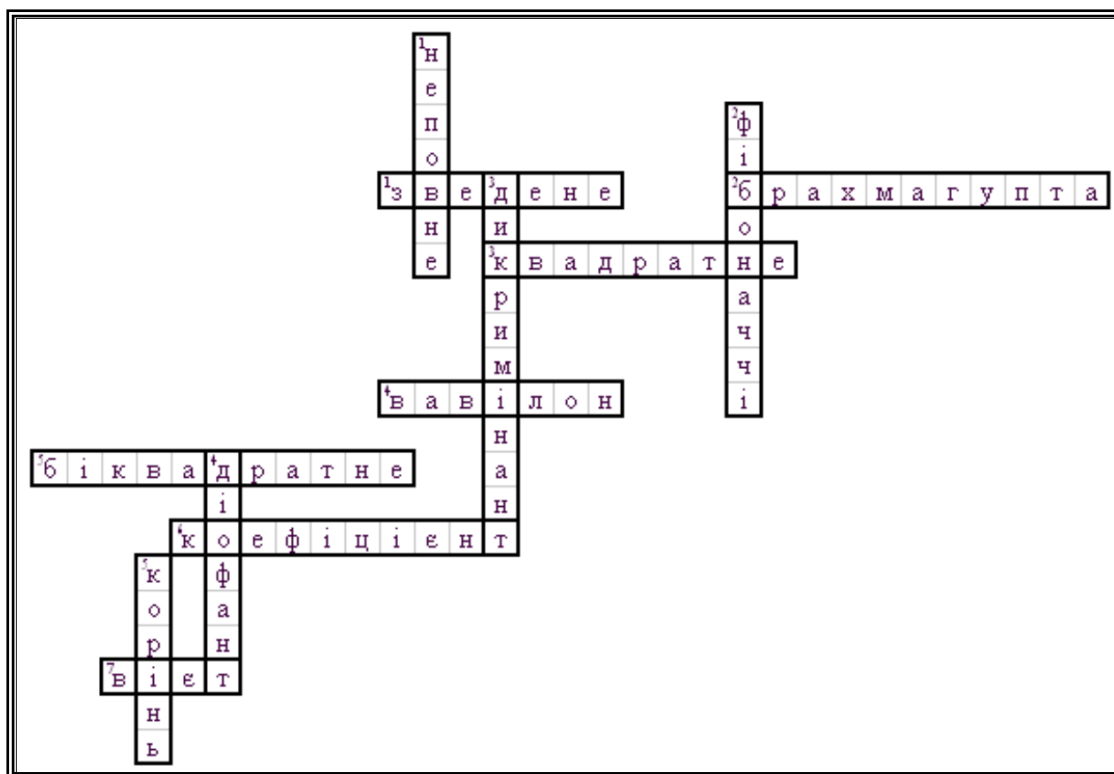





Рис. М.7

Гра "Поле чудес" (Алгебра, 8 кл.)

Поле чудес

Запитання I туру

Назвіть прізвище вченого, який вперше ввів термін «квадратне рівняння»

В О Л Ь Ф

Запитання II туру

У 13 – 16 ст. даються окремі методи розв'язування різних видів квадратних рівнянь. Злиття цих методів здійснив у 1544 р. німецький математик. Це було справжньою подією в математиці.

Назвіть прізвище цього вченого

Ш Т І Ф Е Л Ь

Запитання III туру

Назвіть прізвище англійського математика, який вперше ввів термін «дискримінант»

С І Л Ь В Е С Т Р

Рис. М.8

Продовження додатку М

Фрагменти презентації до теми “Арифметична та геометрична прогресії”

Прогресії



“Прогресія” з лат. означає “рух вперед”

Термін “**прогресія**” вперше був введений **Боецієм Аніцієм** (Boethius; 480-525 pp.) – римським математиком і теоретиком музики, філософом, теологом та політичним діячем пізньої античності, римським патрицієм, міністром при Італійському королі Теодоріху, пізніше був засуджений за зраду Візантії і ворожіння, ув'язнений в Павії, підданий тортурам і вбитий

Спочатку під прогресією розуміли будь-яку числову послідовність, що побудована за законом, який дозволяє необмежено продовжувати її у одному й тому самому напрямі, наприклад, послідовність натуральних чисел.

У кінці середніх століть і на початку нового часу цей термін перестає бути загальноживаним




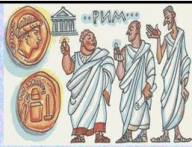
У XVII ст. Дж. Грегорі - шотландський математик і астроном вживає замість терміну прогресія “**ряд**”



У XVII ст. Дж. Валліс - англійський математик вживає для нескінчених рядів термін “**нескінчена прогресія**”

Рис. М.9

Греція

Вперше *теоретичні відомості*, які пов'язані з прогресіями вперше зустрічаються у працях *Стародавніх греків* (V ст. до н.е.). Вони розглядали такі послідовності:

- 1) $1+2+3+\dots+n$;
- 2) $2+4+6+\dots+2n$;
- 3) $1+3+5+\dots+(2n+1)$ та інші.

Арифметична прогресія

У греків теорія *арифметичної прогресії* була пов'язана з так званою *неперервною арифметичною пропорцією* $a-b = b-c$, де числа a, b, c утворюють арифметичну пропорцію з різницею $d = \frac{c-a}{2}$.

Прогресії розглядались як продовження пропорції

Геометрична прогресія

У греків теорія *геометричної прогресії* була пов'язана з так званою *неперервною геометричною пропорцією* $a:b = b:c$, де числа a, b, c утворюють геометричну пропорцію зі знаменником $q = \sqrt{\frac{c}{a}}$.

Такій погляд на прогресії зберігся у багатьох математиків 17 і 18 ст. І тому у англійських та французьких підручниках з'являється знак для позначення прогресій

•

•

•

•

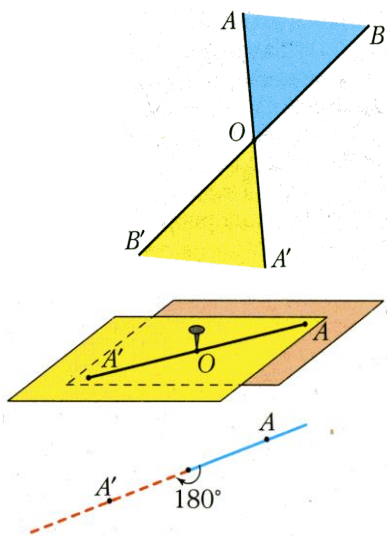
•

•

Рис. М.10

Додаток Н

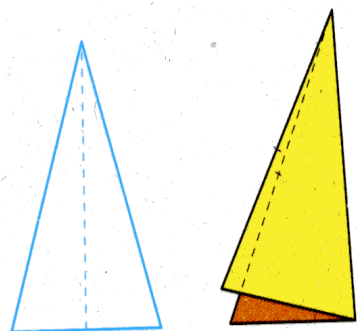
Доведення теорем методом, що запропонував Фалес



Теорема. Вертикальні кути рівні.

Доведення Фалеса

Нехай O – спільна вершина вертикальних кутів AOB і $A'OB'$. Повернемо площину креслення на 180° навколо точки O (поворот – центральна симетрія відносно точки). Тоді промінь OA перейде у протилежний йому промінь OB' . Отже, кут AOB переходить у вертикальний кут $A'OB'$. Таким чином, один з двох вертикальних кутів суміщається внаслідок повороту з другим. Оскільки поворот є рухом, кожна фігура переходить при повороті в рівну їй фігуру, а тому вертикальні кути рівні.

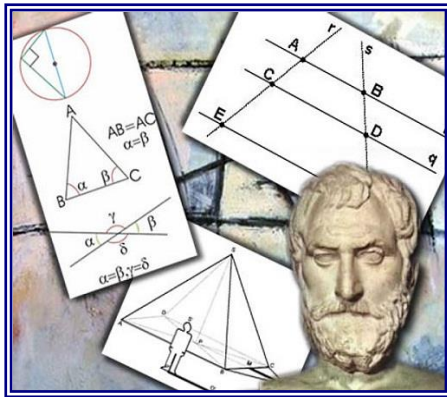


Теорема. Кути при основі рівнобедреного трикутника рівні.

Доведення Фалеса

Дві половинки рівнобедреного трикутника суміщаються за допомогою *осьової симетрії* – перегинання креслення (по бісектрисі кута при вершині (рис. 1)), а тому вони є рівними. Як наслідок отримуємо, що кути при основі рівнобедреного трикутника рівні між собою.

Продовження додатку Н
Доведення другої ознаки рівності трикутників

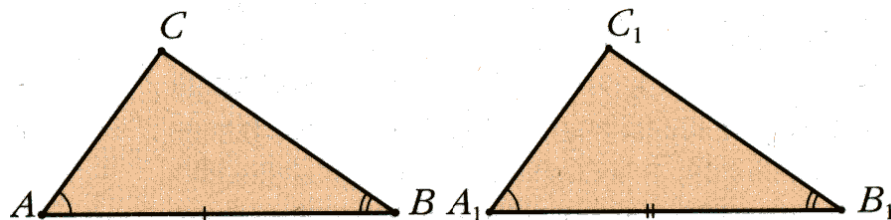


Фалес



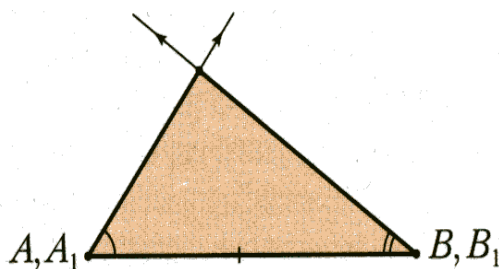
Евклід

Друга ознака рівності трикутників. Якщо сторона і прилеглі до неї кути одного трикутника відповідно дорівнюють стороні й прилеглим до неї кутам другого трикутника, то такі трикутники рівні.



Доведення Евкліда (з врахуванням ідей Фалеса)

Нехай у трикутниках ABC і $A_1B_1C_1$ рівні сторони AB і A_1B_1 та кути при вершинах A і A_1 , B і B_1 . Накладемо трикутник $A_1B_1C_1$ на трикутник ABC так, щоб збіглися рівні сторони AB і A_1B_1 , причому точка A_1 була суміщеною з A , точка B_1 - з B , а трикутники опинилися з одного боку від $AB = A_1B_1$.



Тоді в наслідок рівності кутів відповідно сумістяться й промені, що містять дві інші сторони кожного з трикутників, а тому й обидві вершини C і C_1 потраплять у точку їх перетину, тобто трикутники сумістяться всіма своїми вершинами. Отже, трикутники є рівними.

Оскільки поняття “накладання” Евклід не визначав, у рамках його аксіоматики це були не доведення, а пояснення.

Продовження додатку Н

Розв'язування задач з врахуванням ідей Евкліда і Фалеса

Задача. У трапеції ABCD кути при нижній основі AB є рівними. Довести, що бічні сторони трапеції є рівними.

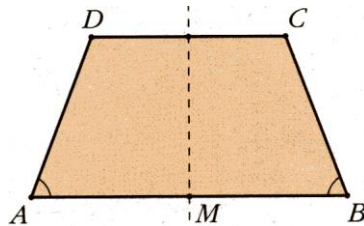


Рис. Н.1.а

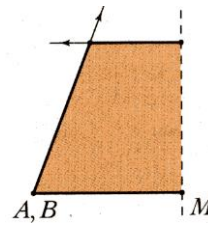


Рис. Н.1.б

Розв'язання групи “Фалеси”

Проведемо перпендикуляр до нижньої основи через її середину (рис. Н.1.а).

Креслення симетричне відносно проведеної прямої, тобто якщо ми фігуру зігнемо по проведеній прямій, то половинки нижньої основи сумістяться, а тому (внаслідок рівності кутів при нижній основі) бічні сторони опиняться на одному промені з початком у точці, куди потраплять обидві вершини A і B (рис. Н.1.б). Частина верхньої основи також будуть лежати на одному промені. Отже, кінці C і D верхньої основи потраплять у точку перетину цих променів. Таким чином, бічні сторони трапеції сумістяться, тобто вони рівні.

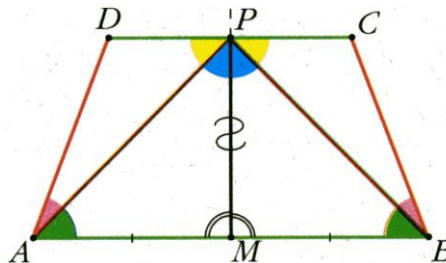


Рис. Н.2

Розв'язання групи “Евкліди”

Проведемо перпендикуляр до нижньої основи AB через її середину точку M (рис. Н.2).

Позначимо через P точку перетину перпендикуляра з верхньою основою.

Проведемо відрізки AP і BP. Тоді $\triangle AMP = \triangle BMP$ за двома сторонами і кутом між ними (сторони $AM=BM$ – за побудовою, сторона MP – спільна, $\angle AMP = \angle BMP = 90^\circ$). Отже, звідси слідує, що $\angle PAM = \angle PBM$; $\angle APM = \angle BPM$; $AP = BP$.

Розглянемо $\triangle ADP$ і $\triangle BCP$.

Вони $\triangle ADP = \triangle BCP$ - за 2-ю ознакою рівності трикутників, оскільки:

- 1) $AP = BP$;
 $\angle DAM = \angle CBM$;
 $\angle PAM = \angle PBM$;
- 2) $\angle DAP = \angle DAM - \angle PAM$;
 $\angle CBP = \angle CBM - \angle PBM$;
 $\angle DAP = \angle CBP$.

3) $\angle DPA = \angle CPB$ - встановлюється аналогічно.

Отже і інші елементи цих трикутників будуть рівними, а саме: $AD=CB$.

Продовження додатку Н

Задача. На бічних сторонах AB і BC трикутника ABC побудовано поза ним квадрати $ABMN$ і $BCPQ$. Довести, що відрізки CM і QA є рівними і перпендикулярними.

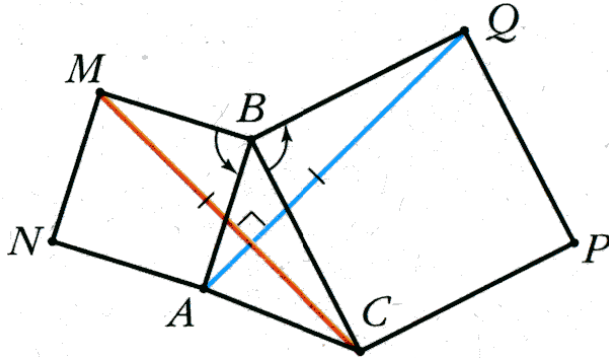


Рис. Н.3

Розв'язання за Фалесом

Необхідно довести, що існує поворот на 90° , який переводить відрізок CM у відрізок QA .

Є тільки два повороти на 90° , при яких точка C переходить у точку Q : навколо центра B (проти годинникової стрілки) і навколо P (за годинниковою стрілкою).

Під час повороту навколо точки B точка M переходить у точку A . Таким чином, вказаний поворот переводить відрізок CM у відрізок QA , а, отже, $CM=QA$ (оскільки поворот є рухом) і перпендикулярними (оскільки кут повороту 90°).

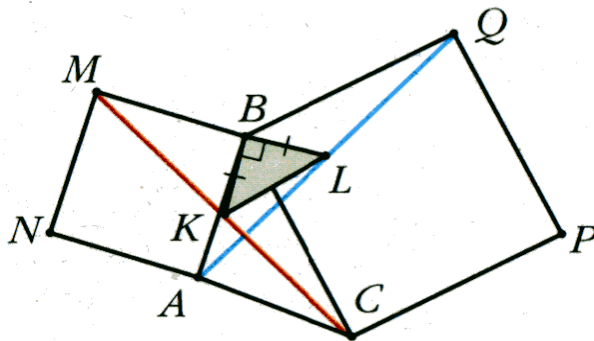


Рис. Н.4

З цього розв'язання можна отримати й інші властивості фігури, що розглядається.

Наприклад, якщо K і L – середина відрізків CM і QA , то $\triangle BKL$ – прямокутний і рівнобедрений (оскільки точка K переходить у точку L при тому ж повороті на 90° навколо точки B).

Задача. Довести, що в паралелограмі:

- 1) точка перетину діагоналей ділить її пополам;
- 2) протилежні сторони – рівні;
- 3) протилежні кути – рівні.

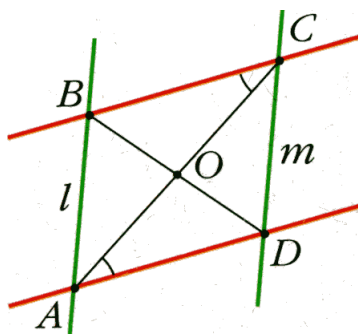


Рис. Н.5

Властивість центральної симетрії: якщо прямі l і m симетричні відносно деякої точки O , то вони є паралельними (або збігаються).

Доведення. Множина спільних точок прямих l і m є симетричною відносно O , а через дві різні точки можна провести лише одну пряму.

Продовження додатку Н

Нехай $ABCD$ – паралелограм (див. рис. Н.5). Проведемо в ньому діагональ AC і позначимо т. O – середина AC . При симетрії відносно т. O пряма $l = AB$ переходить у паралельну їй пряму m , що проходить через точку т. C . За означенням паралелограма його протилежні сторони – паралельні, тому $m = CD$, а, отже, прямі AB і CD симетричні відносно т. O .

Аналогічно прямі AD і BC симетричні відносно т. O .

Отже, увесь паралелограм $ABCD$ симетричний відносно точки O . А тому, вершини B і D симетричні відносно т. O , діагональ BD проходить через точку O і ділить нею навпіл. Властивість 1 доведено.

При симетрії відносно точки O кожна сторона переходить у протилежну сторону, що доводить властивість 2, а кожен кут переходить у протилежний йому кут, що доводить властивість 3.

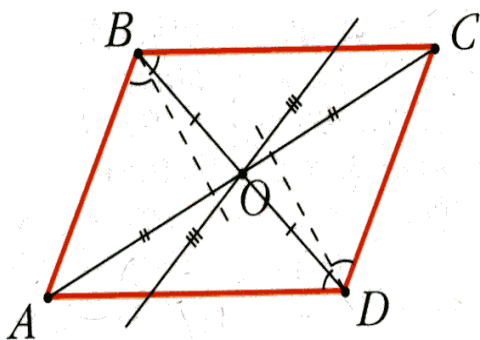


Рис. Н.6

Додаткові властивості паралелограма

(див. рис. Н.6), що випливають із симетрії паралелограма:

- 4) бісектриси протилежних кутів паралелограма є паралельними;
- 5) будь-яка пряма, що проходить через точку O , перетинає його по відрізку, що ділиться у точці пополам.

Задача. Побудувати рівносторонній трикутник, одна вершина якого лежить у заданій точці A , а дві інші – відповідно на двох даних колах.

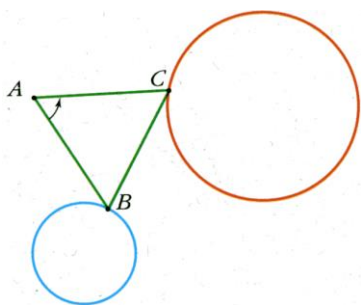


Рис. Н.7.а

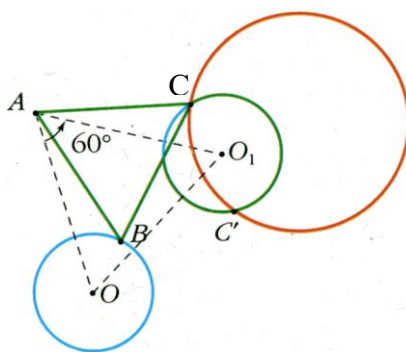


Рис. Р.Н.б

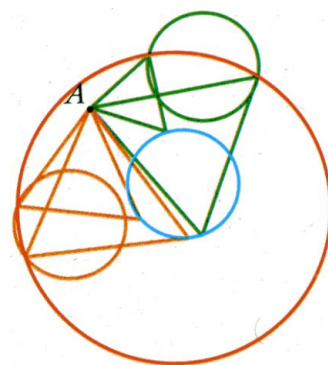


Рис. Н.7.в

Розв'язання. Нехай ABC – шуканий трикутник (див. рис. Н.7.а). $\triangle ABC$ – рівнобедрений (за умовою задачі), тому при повороті на 60° навколо т. A точка B перейде у т. C , але точка B повинна лежати на одному із кіл. Тому образ т. B – т. C при повороті має опинитися на фігурі, в яку перейде менше коло. Це коло того ж радіуса (на рис. Н.7.б коло з центром у т. O_1). За умовою задачі т. C лежить на більшому даному колі. Отже, т. C є точкою перетину даного більшого кола та кола з центром у т. O_1 . Таким чином, ми одержали спосіб побудови точки C , а значить і т. B .

Два кола можуть мати дві точки перетину, одну і жодної (див. рис. Н.7.в). Отже стільки ж може мати розв'язків задача. Але при такому геометричному перетворенні, як поворот необхідно ще враховувати, що поворот здійснюється за годинниковою стрілкою і проти неї. Тому вихідна задача буде мати не три, а чотири можливі розв'язки.

Продовження додатку Н

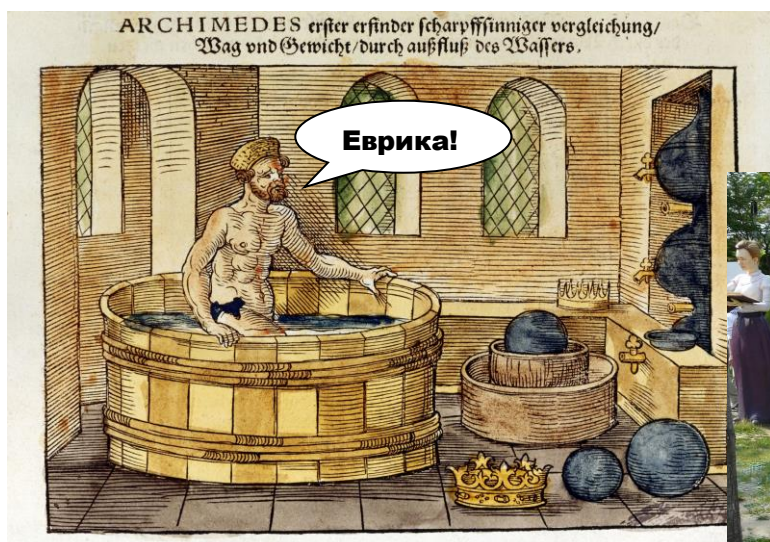
Винаходи Архімеда



Архімед (287 – 212 до н. э.) –

стародавній грецький математик, фізик, механік, інженер

Син астронома Фідія, який написав твір про діаметри Сонця й Місяця, Архімед народився і жив у грецькому місті Сіракуз на Сицилії. Він був наближений до царя Гієрона II та його сина-спадкоємця.



Пам'ятник Архімеду у Корей



Архімедові доручили перевірити чесність ювеліра й визначити:

- 1) чи зроблений вінець із чистого золота,
- 2) чи має домішки інших металів,
- 3) чи немає всередині порожнини.

Одного разу міркуючи про це, Архімед ліг у ванну й помітив, що витіснена його тілом вода перелилася через край. У геніального вченого тут же сяйнула ідея, і з вигуком **“Еврика!”** (тобто “Знайшов!”) він, як був, кинувся проводити експеримент.

Ідея Архімеда була дуже проста:

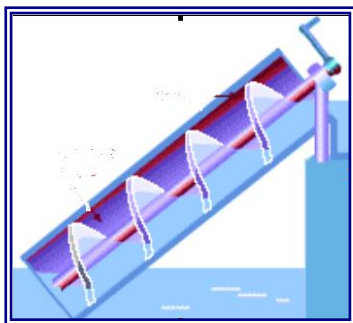
тіло занурено в воду, витісняє стільки рідини, який об'єм самого тіла.

Помістивши вінець у циліндричну посудину з водою, можна визначити, яку кількість рідини він витіснить, тобто дізнатися його об'єм. А знаючи об'єм і зваживши вінець, легко обчислити питому вагу. Це й дасть можливість встановити істину, адже золото – дуже важкий метал, а легші домішки, а тим паче порожнини, зменшують питому вагу виробу.

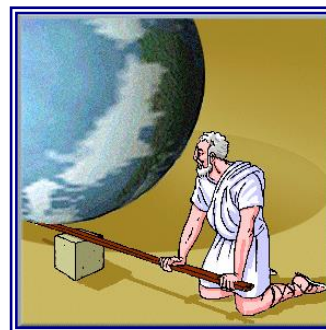
У праці **“Про тіла, що плавають”** сформулював закон про виштовхувальну силу (закон Архімеда):

“Тіло занурене в рідину, втрачає у своїй вазі стільки, скільки важить витіснена рідина”

Продовження додатку Н



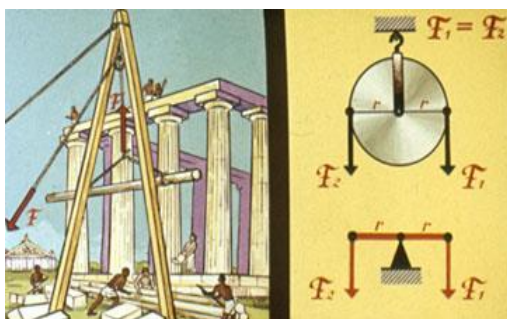
Архімед винайшов гвинтовий насос для викачування води. Такий насос до недавнього часу застосовувався на іспанських та мексиканських срібних рудниках.



Архімед сформулював *правило важеля*. За легендою вчений вимовив крилату фразу: **“Дайте мені точку опори, і я зрушу Землю!”**

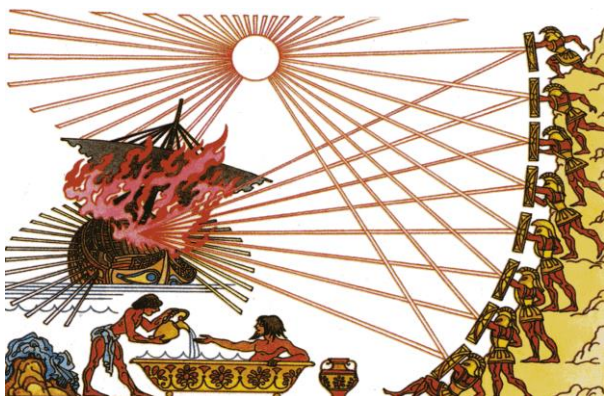


Архімед був 70-річним старцем, коли римляни взяли в облогу рідне місто Сіракузи. Щоб допомогти городянам в обороні, він винайшов військові машини. Потужні катапульти метали важкі камені на римські легіони, а легші скидали на ворога цілий град ядер. Спеціальні берегові крани, що височіли над стінами фортеці піднімали гаками кораблі римлян та перекидали їх. Римський воєначальник Марцелл, невдоволений своїми військовими інженерами, захоплювався Архімедом, який **“чернав море римськими кораблями”**. А легіонери в паніці розбігалися, коли з-за міської стіни з’являлася яка-небудь мотузка чи колода: **“Архімед вигадав нову машину на нашу погибель!”**



Цар Гієрон наказав побудувати величезний корабель “Сіракосія”. Але він був настільки важкий, що величезна кількість воїнів не змогла навіть зрушити його з місця. Тоді Архімед сконструював механізм, який дозволив робити це одній людині. Цар сам спустив корабель на воду й захоплено вигукнув:

“Віднині, що б не сказав наш Архімед, ми все будемо вважати істинним!”



Щоб відбити напад великого римського корабля, Архімед примусив грецьких воїнів до блиску відполірувати металеві щити, а потім вищукуватися вздовж берега. За його вказівкою воїни сфокусували сонячні промені від щитів у одній точці на борту корабля. Дерев’яна обшивка судна нагрілася до високої температури й спалахнула – на кораблі почалася пожежа.

Продовження додатку Н



Архімед (287 – 212 до н. э.) – стародавній грецький математик, фізик, механік, інженер

Теорема. Усі три медіани трикутника проходять через одну точку і діляться цією точкою у відношенні 1:2.

Доведення Архімеда

Помістимо три рівні маси у вершинах трикутника ABC і нехай O – центр ваги мас. Тобто, якщо підперти трикутник у цій точці, він перебуватиме у рівновазі (рис. 1). Тепер перенесемо дві з цих мас у середину відповідної сторони BC , тобто в точку, що є центром ваги цих двох мас. У результаті положення спільного центра ваги всіх трьох мас не зміниться (рис. 2). Отже, стає зрозумілим, що точка O міститься на медіані AM і ділить її у відношенні 2:1 (рухаючи від вершини A). Те саме міркування можна застосувати до будь-якої іншої медіани. А, отже, всі три медіани проходять через точку O .

Так Архімед довів, що в кожному трикутнику медіани перетинаються в одній точці (центрі ваги трикутника).

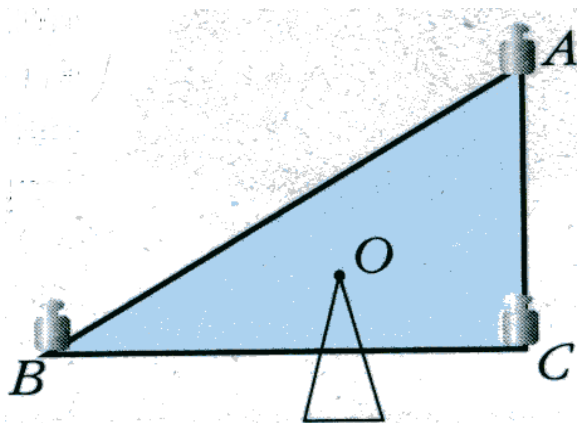


Рис. У.8

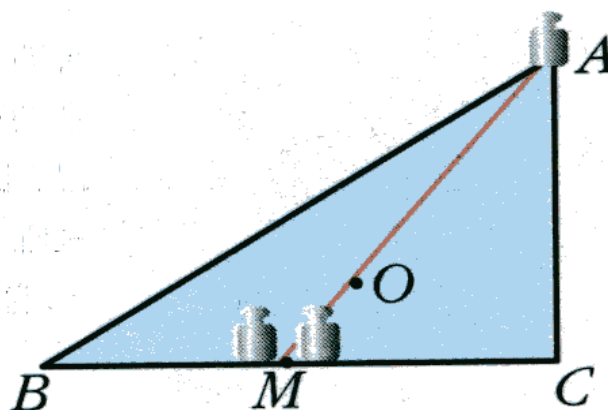


Рис. У.9

Архімед знайшов і ряд інших застосувань своєї теорії центрів ваги. Про них він розповів у праці *“Про рівновагу плоских фігур”*.

Додаток П

Фрагменти презентацій до теми: “Старовинні системи числення”

Єгипетські ієрогліфічні цифри



 - палиця - **1**

 - пута, якими єгиптяни зв'язували ноги корів (стреножування) - **10**

 - мірна мотузка, якою вимірювали земельні ділянки після розливу Нилу - **100**

 - квітка лотосу – символ достатку - **1000**

 - “У великих числах будь уважним!”
говорить великий палець піднятий вгору – **10 000**

 або  - жабка або пуголовок – їх було дуже багато під час розливу р. Нил - **100 000**


 - побачивши таке число звичайна людина дуже здивується та підійме руки до неба – **1 000 000**


 - єгиптяни поклонялися богу Сонця – Амону Ра – тому найбільше своє число зобразили у вигляді сонечка, що сходить – **10 000 000**





Рис. П.1. – Фрагмент презентації на тему “Єгипетська система числення”















Правила запису чисел

 – вертикальний клин – **1; 60; 60²; 60³ і т.д.**


 – горизонтальний клин – **10**

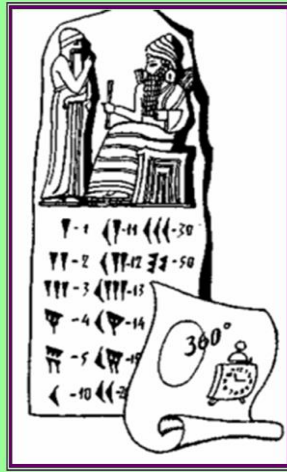
розряди відокремлювали прогалінками

 → **0** → – нуль – ввели у 5 ст. до н.е. для відокремлення розрядів, але часто не використовували → згодом нуль стали позначати символом → 

 -1  -11  -30
 -2  -12  -50
 -3  -13  -15
 -4  -14  -20
 -10  -20

нуль ніколи не ставили у кінці числа

 -92



З математики Вавилону ми взяли **принципи обліку часу**
 1год. = 60 хв.;
 1хв. = 60 с

Рис. П.2. – Фрагмент презентації на тему “Вавилонська система числення”

Продовження додатку П

Правила запису чисел

Числа записувалися
з ліва направо

→

від вищих розрядів до
нижчих



=

2 541 000

! виключення

числа від 11 до 19
записувалися навпаки

→

від нижчих одиниць до
вищих

наприклад

1	1
3	1

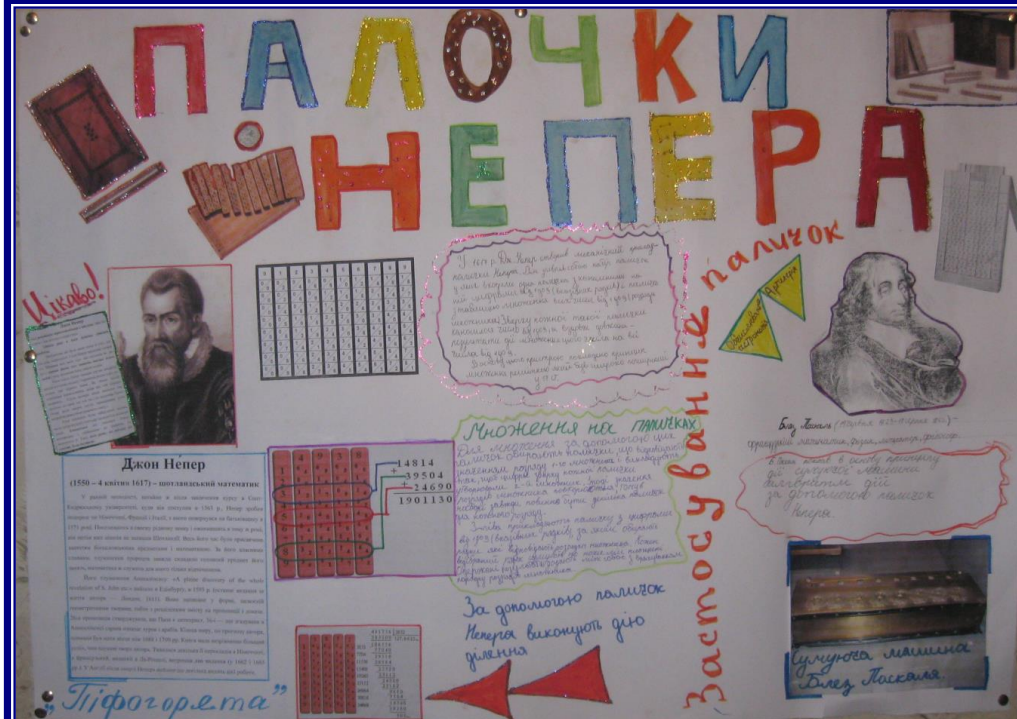
=

17

Цікаво
знати!

дане виключення пояснює сучасні назви чисел від 11 до 19, а саме: 17 читаємо “сім-на-дцять” – сім і десять – $7+10$, а пишемо $10+7$ (спочатку розряд десятків, а потім – одиниць)

Рис. П.3. – Фрагмент презентації на тему “Старослов’янська система числення”



ПАЛОЧКИ
НЕПЕРА

Джон Непер
(1550 – 4 квітня 1617) – шотландський математик.

Блез Паскаль (1623 – 19 серпня 1662) – французький математик, фізик, філософ, письменник.

Застосування: для множення чисел.

Множення на паличках: $14814 \times 39504 = 24890190136$

Для доповнення паличок Непера виконують дію ділення.

Улучена машина Блеза Паскаля

Тифозгорета

Микола!

Застосування паличок

Рис. С.4. – Зразок математичної газети

Продовження додатку П

Арифметичні забави з книги “Арифметика” Магницького “О утешных неких действиях через арифметику употребляемых”

1 забава. Один з гравців одягає кільце на один із суглобів руки. Необхідно вгадати у кого, на якому пальці і на якому суглобі знаходиться кільце.

Людина, яка вгадує, просить гравця виконати такі дії:

- 1) номер людини, яка є гравцем і яка має кільце, помножити на 2;
- 2) до одержаного добутку додати 5;
- 3) одержану суму помножити на 5;
- 4) до добутку додати номер пальця, на якому знаходиться кільце;
- 5) суму помножити на 10;
- 6) до добутку додати номер суглобу, на якому знаходиться кільце.

Одержане число називають людиною, яка вгадує. Далі вона віднімає 250 і одержує певне число (abc).

a	- номер людини	b	- номер пальця	c	- номер суглобу
----------	----------------	----------	----------------	----------	-----------------

Розв’язання. Нехай кільце було у людини № a , на пальці № b , на суглобі № c . Виконаємо вказані дії над числами a, b, c :

- 1) $a \cdot 2 = 2 \cdot a$;
- 2) $2 \cdot a + 5$;
- 3) $(2 \cdot a + 5) \cdot 5 = 10a + 25$;
- 4) $10a + 25 + b$;
- 5) $(10a + 25 + b) \cdot 10 = 100a + 10b + 250$;
- 6) $100a + 10b + 250 + c$
- 7) $100a + 10b + c + 250 - 250 = 100a + 10b + c$.

Правила гри застосовні при будь-якому числі гравців.

3 забава. Відгадай день тижня, який задумав один з гравців.

Рахуємо дні тижня так:

1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й
неділя	понеділок	вівторок	середа	четвер	п’ятниця	субота

Людина, яка вгадує, просить гравця виконати такі дії:

- 1) помнож номер задуманого дня на 2;
- 2) до одержаного добутку додай 5;
- 3) одержану суму помнож на 5;
- 4) допиши до одержаного числа нуль і назви число.

4 забава. Задумай декілька однозначних чисел

Людина, яка вгадує, просить гравця виконати такі дії:

- 1) помнож перше число на 2;
- 2) до одержаного добутку додай 5;
- 3) одержану суму помнож на 5;
- 4) до добутку додати 10;
- 5) до суми додай друге задумане число;
- 6) суму помнож на 10;
- 7) до добутку додай третє задумане число;
- 8) суму помнож на 10;
- 9) до добутку додай четверте задумане число.

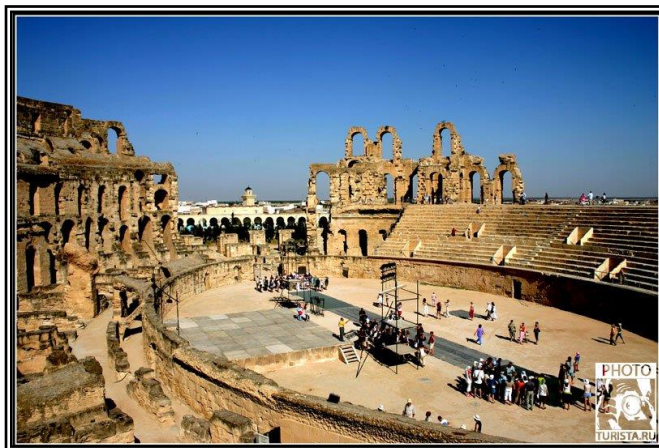
Людина, яка рахувала називає число. Людина, що вгадує віднімає від нього 3500 (якщо задумано чотири числа). Одержане число буде містити задумані числа (зліва направо).

Якщо було задумано три числа, тоді обчислення необхідно припинити на 7 дії і від результату відняти 350.

Якщо було задумано два числа, тоді обчислення необхідно припинити на 5 дії і від результату відняти 35.

Продовження додатку П
 Легенда про “Хитрість Дідони”

Хитрість Дідони



Згідно легенди, красива молода цариця Дідона втікала з Тиру після того, як її брат Пігмаліон, цар Тира, убив її чоловіка Сихея, щоб заволодіти його багатством. Разом зі своїм кортежем із аристократів, довірених осіб і молодих дівчат зі жрицею Юноною на чолі, вона висадилася на березі Африки. Після багатостраждальної втечі з пригодами, прагнучі мати нові землі, а головне нову родину, Дідона домовилася з берберами цього регіону про придбання території такого розміру, яка могла б поміститися під шкурою одного бика. Вождю за землю вона пообіцяла дорогоцінні каміння, але вибір місця залишався за нею.



Про те вождь племені не здогадувався на скільки хитрою і обізнаною була Дідона.

В чому ж заключалась хитрість Дідони? А заключалась вона в тому, що коли цариця одержала шкуру бика, вона наказала розрізати її на вузькі смужки. Підлеглі Дідони виклали зі смужок **коло**, яке зайняло велику площу. Так, знання математики допомогли Дідоні укласти вигідну угоду.

Завдання. Поміркуй і математично обґрунтуй чому Дідона наказала своїм підлеглим викласти зі смужок саме коло, а не прямокутник чи якусь іншу геометричну фігуру?

Продовження додатку П

Сценарій математичного вечора на тему: “Загадки числа π ”

Ведучий: Діти, сьогодні ми з вами відправимося у загадкову країну – країну чисел. У ній ми познайомимося з дуже цікавим числом, а з яким саме ви дізнаєтесь під час подорожі.

Гасне світло, грає музика. Потім включають світло і перед дітьми з’являються маги. Найстаріший маг ділить дітей на 3 групи. Кожна група одержує від магів завдання, які допоможуть командам одержати цифри найзагадковішого числа у світі. Завдання можуть бути такі:

1 команда – Знайти довжину кола, радіус якого дорівнює 2 см.

2 команда – Знайти довжину кола, діаметр якого дорівнює 10 см.

3 команда – Знайти площу круга, радіус якого дорівнює 4 дм.

Розв’язання прикладів учні демонструють на дошці. Маги кожній команді вручають цифри **3, 14 ...** Далі маги пропонують дати відповіді на запитання і одержати ще декілька цифр цього числа. Питання можуть бути такі:

Яка фігура називається колом?

Що називається радіусом кола?

Що називається хордою?

Що називається діаметром кола?

Чим задається коло?

За правильні відповіді команди одержують цифри **15926**. Цифри вибудовуються в ряд.

Маг: Діти, а ви знаєте називається це число?

Діти: Число π .

Маг: Діти, це не всі цифри цього числа, їх набагато більше. Проте, щоб запам’ятати перші цифри існують вірші, фрази. Наприклад, (хором повторюють)

Гордый Рим трубил победу

Над твердыней Сиракуз

Но трудами Архимеда

Много больше я горжусь.

Надо только постараться

И запомнить все как есть:

Три – четырнадцать – пятнадцать –

Девяносто два и шесть!

Ведучий: Діти, а чи знаєте ви звідки прийшло до нас це магичне число? Коли День його народження?

Продовження додатку П

Маги по черзі показують слайди презентації, в яких висвітлюють інформацію про історію числа π , день його народження, кількості знаків.

Ведучий: Дякуємо вам, шановні маги, за цікаві розповіді! Діти, щось наші маги призабули для чого необхідно число π і в школі, і в житті. Давайте допоможемо їм пригадати.

Шестикласники говорять про те, що вони використовують число π для обчислення довжини кола та площі круга.

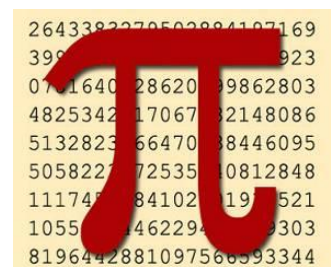
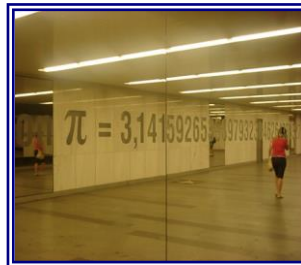
Старшокласники демонструють на слайдах просторові геометричні фігури і формули обчислення їх площі і об'ємів.

Далі декілька учнів класу показують сценку “Легенда про хитрість Дідони”. Текст див. додаток Ф, с. 259. Під час сценки на екрані з'являються зображення царици Дідони, Карфогену і картини, на якій художник написав сюжет легенди.

Після міні-спектаклю Дідона роздає шестикласникам геометричні фігури (прямокутник, коло, квадрат), присутнім на вечорі старшокласникам – трикутник, трапецію, ромб, паралелограм і запропонує здійснивши необхідні виміри обчислити периметр цих фігур. Діти обчислюють, периметр фігур (однаковий у всіх фігур). Далі Дідона запропонує визначити площі цих фігур. Школярі визначають, що саме коло має найбільшу площу. Учні з Діданою роблять висновок: серед фігур, що мають однаковий периметр, саме коло має найбільшу площу.

Дідона: Діти, цей висновок і розкриває таємницю моєї хитрості.

Ведучий: Отже, шановні школярі, ви побачили наскільки важливе це таємниче і загадкове число π . Вшановуючи його і підкреслюючи його значимість люди спорудили цьому числу пам'ятник у м. Сіете, виготовили парфуми.



А також прихильники цього числа зображують його на прикрасах, тарілках, на стінах в метро (метро Карлплатц, м. Вена), кондитерських виробах і т.ін.

Існує художній фільм названий в честь числа π та пісня, яку виконує співачка Кейт Буш з назвою “Пі”. У цій пісні прозвучали 124 числа із відомого ряду 3,1415926... .

У кінці вечора маги роздають емблеми на зворотній стороні якої зображено π -судоку. Ті учні, які її розв'яжуть (вдома) одержать оцінки.

Додатку Р

Анкета для вчителя

категорія вчителя і стаж роботи

у яких класах працює вчитель і за яким підручником

населений пункт, де знаходиться школа

1. Як часто Ви використовуєте історичний матеріал на своїх уроках?

Часто Іноколи Дуже рідко Не використовую

2. Коли Ви використовуєте історичний матеріал на уроках?

- | | | |
|---|-----|----|
| а) на початку вивчення кожної теми | Так | Ні |
| б) в кінці вивчення кожної теми; | Так | Ні |
| в) систематично протягом семестру; | Так | Ні |
| г) на останньому уроці семестру (короткі повідомлення учнів); | Так | Ні |
| д) не використовую взагалі. | Так | Ні |

3. Чи доцільно використовувати історичний матеріал на уроках математики, з метою розвитку інтересу до вивчення математики?

Так Ні Не знаю

4. Чи доцільно використовувати історичний матеріал в позааудиторній роботі з математики, з метою розвитку інтересу до вивчення науки?

Так Ні Не знаю

5. Чи збуджує інтерес учнів до вивчення математики використання історичного матеріалу (історичних задач, біографій відомих вчених-математиків) на уроках?

Так Ні Не знаю

6. Чи проявляють інтерес учні на уроках математики до:

- | | | |
|---|-----|----|
| а) розв'язування історичних задач; | Так | Ні |
| б) повідомлень біографій вчених-математиків; | Так | Ні |
| в) історії походження: математичної символіки, доведення теорем, алгоритмів розв'язання певних прикладів і т.д. | Так | Ні |

7. Чи в достатній мірі наповнені підручники історичним матеріалом:

- | | | |
|--|-----|----|
| а) історичними задачами; | Так | Ні |
| б) історичними цікавими фактами; | Так | Ні |
| в) цікавими повідомленнями з життя вчених-математиків. | Так | Ні |

8. Які труднощі методичного характеру Ви відчуваєте при підготовці до уроків (в плані використання історичного матеріалу)?

- | | | |
|---|-----|----|
| а) не вистачає часу його підбирати; | Так | Ні |
| б) немає необхідної літератури звідки готувати; | Так | Ні |
| в) нема методичної літератури, зпорадами застосування історичного матеріалу на уроках | Так | Ні |



Рис. Р.1

Продовження додатку Р

Анкета учня класу _____

1. Розташуй предмети за ступенем інтересу для тебе (починай з самого цікавого для тебе і закінчуй найменш цікавим):

математика	іноземна мова	фізична культура	фізика
українська мова	історія	праця	хімія
укр. література	музика	малювання	географія

2. Чим цікавий для тебе найулюбленіший предмет? (обведи кружечком)

- а) як його викладає вчитель;
 б) цікавий зміст предмету;
 в) цікаво виконувати завдання по цьому предмету;
 г) хорошим ставленням до тебе вчителя і навпаки;
 д) справедливим оцінюванням твоїх знань вчителем.

3. Коли ти намагаєшся вчити предмет якомога краще? (Напиши)

4. У якій степені ти любиш математику? (обведи кружечком)

- а) дуже цікава; б) малоцікава; в) нецікава.

5. Чому ти вчиш математику? (обведи кружечком)

- а) мені дуже легко дається цей предмет;
 б) учу, щоб одержати гарну оцінку;
 в) щоб не сварили вдома батьки;
 г) математика – дуже цікавий і інтересний предмет;
 д) вчитель математики дуже гарно пояснює матеріал і допомагає його зрозуміти;
 е) мені подобається розв'язувати складні задачі, це як гра, змагання;
 є) мені подобається займатися у математичному гуртку;
 ж) мені подобається приймати участь у математичних вечорах, турнірах, конкурсах і т.д.;
 з) мені подобається створювати проекти з математики;
 і) мені подобається писати реферати з математики;
 к) мені подобається створювати презентації на комп'ютері з математики;
 л) у нас в сім'ї всі цікавляться математикою;
 м) математика необхідна для вивчення інших предметів;
 н) не хочу її вчити.

6. Що найбільш приваблює тебе під час вивчення математики:

- а) вивчення теорії;
 б) розв'язування прикладів;
 в) розв'язування задач;
 г) розповіді про те, як розвивалась математика, які коли виникли символи, формули, теореми;
 д) розповіді біографій вчених;
 е) розв'язування кросвордів, ребусів, математичних загадок;
 є) виконання творчих завдань (наприклад, створення презентацій, газет, малюнків і т.ін.).

7. Які задачі тобі цікаво розв'язувати?

- а) розв'язування задач практичного змісту; в) розв'язування історичних задач;
 б) розв'язування задач на побудову; г) розв'язування задач з цікавим змістом.

8. Чи подобається тобі самостійно розв'язувати задачі?

Так Не дуже Ні

9. Чи прагнеш ти після розв'язування задачі знайти її нові розв'язки?

Так Іноді Ні

10. Чи розповідає Вам вчитель фрагменти з історії математики, біографії вчених, легенди, звідки походять математичні символи і т.ін.?

Ні Так, на уроках Так, на гурткових заняттях

11. Чи читаєш ти додаткову літературу з математики?

Ні Так, а саме (біля того, що читася постав галочку):

<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>

- математичні легенди;
 – біографії вчених;
 – історію математики у різних країнах і в різні часи;
 – історичні задачі;
 – наукову літературу;
 – математичні головоломки, загадки, кросворди, ребуси.

12. Чому ти НЕ любиш вивчати математику? (обведи кружечком)

1. На уроках математики скучно і нецікаво.
 2. НЕ люблю математику, тому що подобається інший предмет.
 3. Я не люблю виконувати домашні завдання.
 4. Вмію, але НЕ люблю розв'язувати задачі.
 5. НЕ вмію самостійно розв'язувати задачі.
 6. НЕ розумію матеріал підручника і не можу в ньому самостійно розібратися.
 7. Мало прогалини в знаннях математики за попередні класи і тому зараз децю не розумію.
 8. Треба запам'ятовувати багато формул і теорем.
 9. Предмет дуже важкий.
 10. Не вчу математику, бо строга вчителька.
 11. Вчитель не справедливо оцінює знання.
 12. Вчитель не розповідає нічого цікавого на уроках.
 13. Вчитель незрозуміло пояснює новий матеріал.
 14. Я вважаю, що знання з математики ніде не знадобляться у житті.
 15. Мало часу відводиться на вивчення матеріалу.
 16. Батьки не можуть допомогти при виконанні домашнього завдання.

13. Чи відвідуєш ти гурткові заняття і з яких предметів?

14. Що необхідно, для того, щоб ти вивчав математику з інтересом і задоволенням? (Напиши)

Продовження додатку Р

Відповіді учнів на запитання анкети
(розміщені від найбільшої кількості відповідей до найменшої)

Таблиця Р.1

Запитання: Чим цікавий найулюбленіший предмет?	
5 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Цікаво виконувати по ньому завдання 2. Цікавий зміст 3. Справедливе оцінювання 4. Як його викладає вчитель 5. Хороше ставлення вчителя
6 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Цікавий зміст 2. Як його викладає вчитель 3. Цікаво виконувати по ньому завдання 4. Справедливе оцінювання 5. Хороше ставлення вчителя
7 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Цікавий зміст 2. Як його викладає вчитель і Справедливе оцінювання 3. Цікаво виконувати по ньому завдання
8 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Цікавий зміст 2. Як його викладає вчитель 3. Цікаво виконувати по ньому завдання 4. Хороше ставлення вчителя і Справедливе оцінювання
9 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Цікавий зміст 2. Цікаво виконувати по ньому завдання 3. Як його викладає вчитель 4. Хороше ставлення вчителя 5. Справедливе оцінювання
Запитання: “Чому ти вивчаєш математику?”	
5 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Математика необхідна для вивчення інших предметів 2. Вчитель математики дуже гарно пояснює матеріал і допомагає його зрозуміти 3. Учю, щоб одержати гарну оцінку 4. Математика – дуже цікавий і інтересний предмет 5. Мені подобається розв’язувати складні задачі, це як гра, змагання
6 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Математика необхідна для вивчення інших предметів 2. Учю, щоб одержати гарну оцінку 3. Математика – дуже цікавий і інтересний предмет 4. Щоб не сварили вдома батьки 5. Вчитель математики дуже гарно пояснює матеріал і допомагає його зрозуміти
7 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Математика необхідна для вивчення інших предметів 2. Учю, щоб одержати гарну оцінку 3. Вчитель математики дуже гарно пояснює матеріал і допомагає його зрозуміти 4. Щоб не сварили вдома батьки 5. Не хочу її вчити
8 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Математика необхідна для вивчення інших предметів 2. Вчитель математики дуже гарно пояснює матеріал і допомагає його зрозуміти 3. Учю, щоб одержати гарну оцінку 4. Математика – дуже цікавий і інтересний предмет 5. Мені дуже легко дається цей предмет
9 клас	<ol style="list-style-type: none"> 1. Математика необхідна для вивчення інших предметів 2. Учю, щоб одержати гарну оцінку 3. Вчитель математики дуже гарно пояснює матеріал і допомагає його зрозуміти 4. Щоб не сварили вдома батьки 5. Математика – дуже цікавий і інтересний предмет

Продовження додатку Р

Відповіді учнів на 14 запитання анкети:

“Що необхідно, для того, щоб ти вивчав математику з інтересом і задоволенням?”

Таблиця Р.2

	зміст навчального матеріалу	організація пізнавальної діяльності	особистість вчителя	особистість учня
5 клас	<ul style="list-style-type: none"> ▪ більше цікавого; ▪ по-менше домашніх завдань; 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ більше часу обговорювати нову тему; ▪ півгодини проводити додаткові завдання 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ вчитель до нас ставився з шутками 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ слухати вчителя, ставити собі цілі, мету; ▪ любити математику, прагнення бути кращим; ▪ все регулярно вчити; ▪ добре вчити, не відволікатися на уроках
6 клас	<ul style="list-style-type: none"> ▪ цікаві завдання; ▪ щоб вчитель не тільки розповідав про задачі та ін., а ще біографії вчених, головоломки; ▪ по-менше д/з та к/р; ▪ побільше історичних цікавинок 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ якщо відповів правильно можна йти додому; ▪ треба за правильну відповідь давати гроші; ▪ гурток, вчитель, репетитор 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ мати гарного вчителя; ▪ щоб вчитель був добрішим 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ розуміти математику; ▪ розуміння і хотіння; ▪ бажання та математичний склад розуму; ▪ прагнення до знань
7 клас	<ul style="list-style-type: none"> ▪ щоб небагато задавали додому; ▪ щоб розповідали щось цікаве; ▪ більше цікавих задач; ▪ цікаві і по-силам задачі 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ допомога вчителів або батьків; ▪ людина, яка все мені розкаже й допоможе вчити; ▪ більше часу; ▪ більш цікавий підхід 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ щоб були добрі вчителі; ▪ якщо я дещо не зрозумію, щоб пояснив вчитель 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ прагнення; ▪ просто треба захотіти; ▪ я ніколи не вчитиму математику з інтересом за будь-яких умов
8 клас	<ul style="list-style-type: none"> ▪ цікаві завдання, кросворди; ▪ цікавий матеріал; ▪ матеріал у кожному класі повинен бути набагато легше 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ працювати на комп'ютері і створювати проекти; ▪ цікаво подавати нову тему; ▪ багато часу відводити на новий матеріал; 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ щоб була добра вчителька і не ставила двійки; ▪ щоб вчитель цікаво розповідав, допомагав, пояснював 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ цікавість до цього предмету і прагнення; ▪ знати предмет добре; ▪ цікавість і багато терпіння; ▪ інтерес і цікавість; ▪ треба, щоб хтось мені допоміг

Продовження додатку Р

Відповіді учнів на 14 запитання анкети:

“Що необхідно, для того, щоб ти вивчав математику з інтересом і задоволенням?”

Продовження таблиці Р.2

	зміст навчального матеріалу	організація пізнавальної діяльності	особистість вчителя	особистість учня
9 клас	<ul style="list-style-type: none"> ▪ більше практичних задач, уроків; ▪ цікаві нескладні задачі; ▪ більше цікавих фактів; ▪ розв'язувати більше кросвордів, ребусів, загадок; ▪ більше розповідати про те, як виникли теореми, формули, цікавий зміст задач 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ незвичайний підхід; ▪ наявність інтерактивної дошки, плазми та комп'ютера; ▪ інтерактивна дошка потрібна, щоб були різні кросворди, конкурси, щоб був комп'ютер, так було б цікавіше вивчати; ▪ краща література; ▪ більше часу для вивчення матеріалу; ▪ вивчення за допомогою ігор, загадок; ▪ більше часу на засвоєння матеріалу; ▪ менше годин на інші предмети та на два уроки більше математики 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ вчитель, який зрозуміло та цікаво викладав предмет 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ працьовитість; ▪ мати інтерес до математики; ▪ стимул

	5 клас	6 клас	7 клас	8 клас	9 клас
1 місце	математика	фіз. к-ра	фіз. к-ра	ін. мова	ін. мова
2 місце	праця	праця	праця	праця	праця
3 місце	малювання	ін. мова	історія	математика	малювання
4 місце	фіз.к-ра	укр. мова	музика	фізика	фіз. к-ра
5 місце	укр. мова	укр. літ	математика	укр. мова	фізика
6 місце	ін. мова	історія	хімія	фіз. к-ра	математика
7 місце	укр. літ	малювання	фізика	історія	історія
8 місце	музика	музика	малювання	укр. літ	географія
9 місце	історія	географія	ін. мова	хімія	хімія
10 місце		математика	географія	малювання	укр. мова
11 місце			укр. літ.	музика	укр. літ.
12 місце			укр. мова	географія	музика

Рис. Р.2 – Прояв учнями пізнавального інтересу до вивчення шкільних предметів

Продовження додатку Р

Рівні пізнавального інтересу школярів на початку проведення експерименту
(в експериментальних та контрольних класах)

Таблиця Р.3

№ п/п	Клас		К-ть учнів у класі	З них встигають на 8-12 балів, чол. (у %)	Розподіл учнів за рівнями сформованості інтересу до вивчення математики, чол. (у %)			
					нульовий	низький	стійкий	теоретичний
1.	5 клас	експеримент.	27	20 (74 %)	4 (15%)	16 (59%)	6 (22%)	1 (4%)
2.	5 клас	експеримент.	30	19 (63 %)	3 (10%)	23 (77%)	4 (13%)	0 (0%)
3.	5 клас	контрольний	28	21 (75 %)	3 (11%)	14 (50%)	9 (32%)	2 (7%)
4.	6 клас	експеримент.	31	14 (45 %)	5 (16%)	21 (68%)	4 (13%)	1 (3%)
5.	6 клас	експеримент.	32	10 (31 %)	7 (22%)	18 (56 %)	6 (19%)	1 (3%)
6.	6 клас	контрольний	30	17 (57 %)	6 (20%)	21 (70%)	3 (10%)	0 (0%)
7.	7 клас	експеримент.	29	19 (65 %)	4 (14%)	17 (59 %)	8 (28%)	0 (0%)
8.	7 клас	експеримент.	31	23 (74 %)	4 (13%)	19 (61%)	6 (20%)	2 (6%)
9.	7 клас	контрольний	28	17 (61 %)	5 (18%)	14 (50%)	8 (29%)	1 (3%)
10.	8 клас	експеримент.	27	19 (70 %)	3 (11%)	14 (52%)	9 (33%)	1 (4%)
11.	8 клас	експеримент.	30	18 (60 %)	4 (13%)	11 (37%)	12 (40%)	3 (10%)
12.	8 клас	контрольний	32	21 (66 %)	5 (17%)	15 (47%)	10 (31%)	2 (6%)
13.	9 клас	експеримент.	25	14 (56 %)	5 (20%)	11 (44%)	9 (36%)	0 (0%)
14.	9 клас	експеримент.	28	11 (39 %)	6 (21%)	11 (39%)	11 (39%)	0 (0%)
15.	9 клас	контрольний	29	13 (45 %)	5 (17%)	14 (48%)	7 (24%)	3 (10%)
Всього			435					

Продовження додатку Р

Зміна рівнів розвитку пізнавального інтересу школярів, які беруть участь у експерименті (експериментальних та контрольному класах)

Таблиця Р.4

№ п/п				К-ть учнів у класі	З них встигають на 8-12 балів, чол. (у %)	Розподіл учнів за рівнями сформованості інтересу до вивчення математики, чол. (у %)			
						нульовий	низький	стійкий	теоретичний
1.	5 кл.	експерим.	до	27	20 (74 %)	4 (15%)	16 (59%)	6 (22%)	1 (4%)
			після			3 (11%)	11 (41%)	10 (37%)	2 (7%)
2.	5 кл.	експерим.	до	30	19 (63 %)	3 (10%)	23 (77%)	4 (13%)	0 (0%)
			після			3 (10%)	13 (43%)	12 (40%)	2 (7%)
3.	5 кл.	контр.	до	28	21 (75 %)	3 (11%)	14 (50%)	9 (32%)	2 (7%)
			після			4 (14%)	15 (54%)	7 (25%)	2 (7%)
4.	6 кл.	експерим.	до	31	14 (45 %)	5 (16%)	21 (68%)	4 (13%)	1 (3%)
			після			3 (10%)	14 (45%)	11 (35%)	3 (10%)
5.	6 кл.	експерим.	до	32	10 (31 %)	7 (22%)	18 (56 %)	6 (19%)	1 (3%)
			після			4 (13%)	12 (38%)	13 (41%)	3 (9%)
6.	6 кл.	контр.	до	30	17 (57 %)	6 (20%)	21 (70%)	3 (10%)	0 (0%)
			після			8 (27%)	17 (57%)	4 (13%)	1 (3%)
7.	7 кл.	експерим.	до	29	19 (65 %)	4 (14%)	17 (59 %)	8 (28%)	0 (0%)
			після			2 (7%)	10 (34%)	15 (52%)	2 (7%)
8.	7 кл.	експерим.	до	31	23 (74 %)	4 (13%)	19 (61%)	6 (20%)	2 (6%)
			після			1 (3%)	15 (48%)	13 (43%)	2 (6%)
9.	7 кл.	контр.	до	28	17 (61 %)	5 (18%)	14 (50%)	8 (29%)	1 (3%)
			після			7 (25%)	12 (43%)	9 (32%)	0 (0%)
10.	8 кл.	експерим.	до	27	19 (70 %)	3 (11%)	14 (52%)	9 (33%)	1 (4%)
			після			2 (7%)	6 (22%)	17 (64%)	2 (7%)
11.	8 кл.	експерим.	до	30	18 (60 %)	4 (13%)	11 (37%)	12 (40%)	3 (10%)
			після			3 (10%)	6 (20%)	16 (53%)	5 (17%)
12.	8 кл.	контр.	до	32	21 (66 %)	5 (17%)	15 (47%)	10 (31%)	2 (6%)
			після			7 (22%)	16 (50%)	8 (25%)	1 (3%)
13.	9 кл.	експерим.	до	25	14 (56 %)	5 (20%)	11 (44%)	9 (36%)	0 (0%)
			після			2 (8%)	7 (28%)	14 (56%)	2 (8%)
14.	9 кл.	експерим.	до	28	11 (39 %)	6 (21%)	11 (39%)	11 (39%)	0 (0%)
			після			4 (14%)	5 (18%)	16 (57%)	3 (11%)
15.	9 кл.	контр.	до	29	13 (45 %)	5 (17%)	14 (48%)	7 (24%)	3 (10%)
			після			7 (24%)	13 (45%)	7 (24%)	2 (7%)

Продовження додатку Р

Зміни рівнів розвитку пізнавального інтересу кожного учня 6 класу, які брали участь у експерименті

Таблиця Р.5

№ п/п учня експ. класу	Рівень пізн. інтересу на початку експер., x	Рівень пізн. інтересу у кінці експер., y	Знак різниці рівнів, $d = y - x$	№ п/п учня експ. класу	Рівень пізн. інтересу на початку експер., x	Рівень пізн. інтересу у кінці експер., y	Знак різниці рівнів, $d = y - x$	№ п/п учня контр. класу	Рівень пізн. інтересу на початку експер., x	Рівень пізн. інтересу у кінці експер., y	Знак різниці рівнів, $d = y - x$
1.	1	2	+	1.	4	4	+	1.	1	1	0
2.	2	3	+	2.	2	2	0	2.	2	2	0
3.	2	2	0	3.	2	3	+	3.	2	3	+
4.	3	4	+	4.	3	3	0	4.	2	2	0
5.	2	2	0	5.	1	2	+	5.	2	2	0
6.	1	1	0	6.	3	3	0	6.	1	1	0
7.	2	3	+	7.	2	2	0	7.	3	2	-
8.	2	2	0	8.	3	3	0	8.	2	2	0
9.	1	2	+	9.	1	1	0	9.	2	1	-
10.	3	4	+	10.	2	3	+	10.	2	2	0
11.	2	3	+	11.	2	2	0	11.	2	2	0
12.	2	2	0	12.	2	2	0	12.	2	3	+
13.	2	2	0	13.	3	4	+	13.	2	2	0
14.	3	3	0	14.	1	1	0	14.	1	1	0
15.	1	1	0	15.	3	3	0	15.	2	2	0
16.	2	3	+	16.	2	2	0	16.	3	4	+
17.	2	3	+	17.	2	3	+	17.	2	2	0
18.	2	2	0	18.	1	2	+	18.	2	2	0
19.	2	2	0	19.	3	4	+	19.	2	1	-

Продовження додатку Р

Продовження таблиці Р.5

№ п/п учня експ. класу	Рівень пізн. інтересу на початку експер., x	Рівень пізн. інтересу у кінці експер., y	Знак різниці рівнів, $d = y - x$	№ п/п учня експ. класу	Рівень пізн. інтересу на початку експер., x	Рівень пізн. інтересу у кінці експер., y	Знак різниці рівнів, $d = y - x$	№ п/п учня контр. класу	Рівень пізн. інтересу на початку експер., x	Рівень пізн. інтересу у кінці експер., y	Знак різниці рівнів, $d = y - x$
20.	2	3	+	20.	2	2	0	20.	2	2	0
21.	2	2	0	21.	2	3	+	21.	2	2	0
22.	2	3	+	22.	1	1	0	22.	1	1	0
23.	2	2	0	23.	2	3	+	23.	2	2	0
24.	2	3	+	24.	1	1	0	24.	3	3	0
25.	1	1	0	25.	2	3	+	25.	2	2	0
26.	3	3	0	26.	2	2	0	26.	2	3	+
27.	2	2	0	27.	2	3	+	27.	2	2	0
28.	2	2	0	28.	1	2	+	28.	1	1	0
29.	4	4	0	29.	2	3	+	29.	1	1	0
30.	2	3	+	30.	2	3	+	30.	2	2	0
31.	2	2	0	31.	2	2	0	31.	--	--	--
32.	--	--	--	32.	2	2	0	32.	--	--	--

Умовні позначення:

- 1 – нульовий рівень пізнавального інтересу;
- 2 – низький рівень пізнавального інтересу;
- 3 – стійкий пізнавальний інтерес;
- 4 – теоретичний пізнавальний інтерес.

Продовження додатку Р

Успішність з математики учнів 6-х класів, які брали участь у експерименті

Таблиця Р.6

I \ II	№ контрольної роботи													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Експер.кл.	48 %	50 %	54 %	53 %	61 %	64 %	57 %	55 %	62 %	50 %	68 %	74 %	81 %	78 %
Експер.кл.	50 %	48 %	60 %	52 %	60 %	59 %	55 %	52 %	61 %	54 %	65 %	72 %	78 %	75 %
Контр. кл.	50 %	51 %	58 %	46 %	55 %	47 %	50 %	45 %	58 %	44 %	58 %	70 %	69 %	65 %
d_1	-2	-1	-4	7	6	17	7	10	4	14	10	4	12	13
d_2	0	-3	2	6	5	12	5	7	3	10	7	2	9	10
d_1^2	4	1	16	49	36	289	49	100	16	196	100	16	144	169
d_2^2	0	9	4	36	25	144	25	49	9	100	49	4	81	100

Умовні позначення:

I – номер контрольних робіт з математики, які проведені протягом навчального року;

II – число учнів (у %), які виконали контрольну роботу на 8 – 12 балів.

