

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Донбаський державний педагогічний університет»

Факультет початкової, технологічної та професійної освіти

Кафедра теорії і практики початкової освіти

Н. М. ЛЯШОВА, В. Ф. ЧАЙЧЕНКО

ВИВЧЕННЯ ДРОБІВ У ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ

Навчально-методичний посібник

Слов'янськ – 2024

Ляшова Н. М., Чайченко В. Ф. Вивчення дробів у початкових класах : навчально-методичний посібник для підготовки здобувачів ступеня вищої освіти 013 Початкова освіта. Слов'янськ, 2024. 76 с.

Рецензенти: **Васютіна Т. М.** – доктор педагогічних наук, професор кафедри початкової освіти та інноваційної педагогіки Українського державного університету імені Михайла Драгоманова

Глазова В. В. – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри методики навчання математики та методики навчання інформатики ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»

Навчально-методичний посібник націлений на поглиблення та узагальнення методичних знань здобувачів вищої освіти з освітнього компоненту «Методика навчання математичної освітньої галузі», зокрема питанням розширення поняття числа у початковому курсі математики. У посібнику розглянуто змістову лінію «Числа. Дії з числами» у межах якої на практичній основі в учнів формують поняття дробу: у третьому класі – ознайомлюють із частинами (дробами з чисельником 1), у четвертому – з дробами. Описано методику утворення, запис і порівняння дробів, що вимагає від учителів не лише наявності певних теоретичних знань, а й практичних умінь моделювання як особливого виду наочноіндивідуальної роботи. Посібник буде корисним для студентів, викладачів та учителів початкових класів.

Рекомендовано до друку рішенням Вченої ради ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»

(протокол № 3 від 30.11. 2023 р.)

©ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», 2024
©кафедра ТППО, 2024

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
I. ВИНИКНЕННЯ ТА ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ПОНЯТТЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ	6
II. МЕТОДИЧНИЙ АСПЕКТ ФОРМУВАННЯ УЯВЛЕНЬ УЧНІВ ПРО ЧАСТИНИ	14
III. МЕТОДИЧНИЙ АСПЕКТ ФОРМУВАННЯ УЯВЛЕНЬ УЧНІВ ПРО ДРОБИ	26
IV. СИСТЕМА ПРАКТИЧНО ЗОРІЄНТОВАНИХ ЗАДАЧ	34
4.1. Розв'язування задач на частини	34
4.2. Розв'язування задач на дроби	36
V. УЗАГАЛЬНЕННЯ ПОНЯТТЯ ПРО ДРОБИ У ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ	42
5.1. Лепбук як модель узагальнення знань про частини та дроби	42
5.2. Структурні компоненти лепбуку з теми «Частини і дроби»	44
VI. ЛОГІКО-ДИДАКТИЧНИЙ АНАЛІЗ НАВЧАЛЬНОЇ ТЕМИ	58
VII. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	64
VIII. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	72

ПЕРЕДМОВА

Найважливішим завданням навчання математики в початковій школі є формування в учнів усвідомлених і міцних обчислювальних навичок – основи обчислювальної компетентності. Відповідно Державного стандарту початкової освіти, Концепції НУШ, Типовим освітнім програмам з математики [11; 13; 17; 24; 29], змістова лінія «Числа. Дії з числами» є наскрізною для всього початкового курсу математики. У межах цієї змістової лінії на практичній основі в учнів формуються поняття про дроби. У третьому класі відбувається ознайомлення з частинами (дробами з чисельником 1), а у четвертому – з дробами, їх утворенням і порівнянням.

Дроби мають широке застосування в повсякденному житті. Це зумовлює потребу у формуванні уявлень про звичайні дроби, використання дробів для розв'язування математичних задач уже з початкових класів. Увага до особистості учня, до його саморозвитку та самопізнання, перебудова шкільної освіти, її перехід на якісно новий рівень, вимагає від учителів, методистів, науковців пошуку нових методичних систем, які забезпечили б сприятливі умови для досягнення учнями належного рівня сформованості уявлень про частини та дроби.

Мета посібника полягає у формуванні методичної компетентності майбутніх учителів початкових класів у процесі вивчення освітнього компоненту «Методика навчання математичної освітньої галузі», зокрема розкриття наукових концепцій, дидактико-методичних категорій, методів та технологій сучасного формування понять про звичайні дроби відповідно до вимог Нової української школи.

Пошук нових можливостей підсилення прикладної спрямованості початкового курсу математики, засобів формування поняття про звичайні дроби є одним із перспективних напрямів досліджень в галузі теорії і методики навчання математики. Аналіз історичної, психолого-педагогічної, методичної літератури дає підстави стверджувати, що значну увагу формуванню уявлень

про частини і дроби у здобувачів початкової освіти приділяли вітчизняні та зарубіжні вчені: Л. Білецька, М. Богданович, А. Заїка, Н. Кіщук, В. Ковальчук, Я. Король, О. Кучерява, Н. Листопад, Г. Лищенко, Л. Силюга, С. Тарнавська та ін. Зокрема історичний аспект розглядався у дослідженнях: В. Бевза, А. Бородіна, Л. Вивальнюка, А. Володарського, М. Ігнатенка, Д. Стройка та інших.

Методисти та вчителі-практики зазначають, що дії з дробовими числами, які здійснюються на моделях різноманітних математичних об'єктів, схемах, кресленнях у курсі початкової математики мають ознайомчий характер. Вони, у своїй більшості, сприяють розвитку математичного мислення, являють собою підготовчий етап до подальшого вивчення дробів та арифметичних дій над ними в основній школі.

Завдання навчально-методичного посібника: висвітлити проблематику раціональних чисел у їх історичному розвитку; розкрити сучасні методичні аспекти формування уявлень здобувачів початкової освіти про частини та дроби; розглянути послідовність впровадження системи практично зорієнтованих задач для формування уявлень про частини та дроби у початковому курсі математики; запропонувати розробку варіанту лепбуку як засобу узагальнення понять про частини та дроби у початкових класах та підготовки до оволодіння темою у 5 класі.

Сподіваємося, що запропоновані методичні рекомендації щодо вивчення звичайних дробів допоможуть вчителям Нової української школи оптимізувати процес формування математичної компетентності випускників початкової школи, а самим учням здобути такий рівень цієї компетентності, який дасть змогу успішно просуватися наступними щаблями математичної освіти.

I. ВИНИКНЕННЯ ТА ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ПОНЯТТЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

До основних понять математики належить поняття числа. Від того, наскільки добре учень початкових класів усвідомлює природу числа, взаємозв'язки між числовими множинами, знає та розуміє властивості чисел, залежить загальний рівень його математичних компетентностей. Поняття про дроби суттєво розширює та поглиблює знання учнів про основні положення теорії чисел. Розглянемо причини виникнення та історію розвитку дробів.

Історичні моменти у розвитку математичної культури, як однієї з її основних частин, відіграють велику роль у розумінні математичного матеріалу. Цікаві наукові дослідження з історії математики знаходимо у працях А. Бородіна, А. Бугая, А. Володарського, В. Бевза, С. Бойера, У. Мерцбах, Д. Стройка та ін. Розробкою та висвітленням питань застосування історичних довідок на уроках математики займалися такі видатні учені як Г. Глейзер, Н. Віленкін, Я. Перельман, К. Рибников, Л. Вивальнюк, М. Ігнатенко та інші.

Відомий французький математик М. Фреше (Maurice Rene Frechet, 1878 – 1973) [5] зазначав, що необхідно давати повні визначення тим математичним поняттям, що вивчаються, при цьому, указуючи як вони виникали, для чого вони потрібні та як вони застосовуються. Тож, логічним стає докладний розгляд виникнення поняття дроби та пов'язаних з ним супутніх понять.

Із історичних довідок ми знаємо, що реалізація математичних способів обчислень, у тому числі і дробів, здавна більшою мірою пов'язана з вимірюванням об'єктів. Нагадаємо, що *вимірюванням* називається порівняння двох елементів однієї множини, одному з яких за домовленістю ставиться у відповідність число 1. Цей елемент називається *міркою* і виконує функцію одиниці вимірювання. Результатом вимірювання є число, яке показує, у скільки разів мірка (або її певна частина) більша (менша) за вимірюваний елемент. Це число з вказівкою мірки називається *мірою*. Отже, сам процес порівняння мірки з мірою й називається *вимірюванням*. При цьому, якщо одиниця виміру

«вміщується» в заданому об'єкті цілу кількість разів, то результат вимірювання (*міра*) буде виражений цілим числом. Якщо ж мірка «не вміщується» цілком у вимірюваному елементі, а вміщується якась її частина, то для вираження результату вимірювання треба розширити запас чисел, тобто увести числа, відмінні від натуральних, оскільки частина мірки менша за цілу мірку, отже й буде характеризуватися числом, меншим за 1. Відношення заданої конкретної величини до одиниці вимірювання дає нам певне число, яке називається *числовим значенням* вимірювального об'єкту або його величиною.

Тож, в давнину для вимірювання певних об'єктів, як виявилось, натуральних чисел було недостатньо. Не завжди одиниця вимірювання (мірка) вкладалася ціле число разів у об'єкті який вимірювали. Щоб у такій ситуації точно обчислити результат вимірювання, необхідно було розширити запас чисел, увівши числа, відмінні від натуральних. Тож, на практиці обчислення результату вимірювання довжини, площі, маси, часу привело до виникнення дробових чисел.

У історичних наукових дослідженнях зазначається, що математика багата на різні числа: натуральні, від'ємні, додатні, раціональні, ірраціональні. Натуральні числа – це числа, які вживають при лічбі. Усі натуральні числа утворюють множину натуральних чисел. Практичні потреби людей у вимірюванні певних об'єктів спричинили виникнення дробових чисел. Необхідно було ділити хліб, розмічати рівні ділянки землі, вираховувати податки, вимірювати час і так далі. Особливості застосування дробів і математичних операцій з ними в ті давні часи залежали від системи числення у певній країні та від загального рівня розвитку математики в ній.

Потреба в точних вимірюваннях уможливила такі ситуації, що початкові одиниці мір почали ділити на 2, 3 і більше частин. Дрібнішій одиниці міри, яку діставали внаслідок такого поділу, надавали індивідуальну назву і об'єкти вимірювали вже цією одиницею, яка виконувала роль мірки, тобто їй у відповідність ставили число 1. Так поступово виникли дробові числа. Цілі та

дробові (як додатні, так і від'ємні) числа утворюють множину раціональних чисел (див. рис. 1).



Рис.1. Множина раціональних чисел

Раціональні числа мають чотири арифметичні дії – це додавання, множення, ділення (крім нуля) і віднімання. Також, вони можуть бути впорядковані. Раціональне число – це число у вигляді $\frac{a}{b}$, яке отримало назву *звичайного дроби*. Наприклад, $\frac{3}{4}$ або $\frac{5}{6}$.

Одним з найбільш складних розділів математики донині вважаються розділ «Дроби». У німців збереглося навіть прислів'я: «Потрапити в дроби», що означає – зайти в безвихідь, опинитися в скрутному становищі. А причина, звичайно, полягала в тому, що не було на той час встановлено правил виконання дій з дробами, не було створено відповідної теорії.

Щоб поняття про дроби (дробові числа) стало більш зрозумілим, проаналізуємо основні віхи розвитку цього поняття. Згідно з даними археологічних розкопок, історія виникнення дробів налічує близько 5 тисяч років. Різні народи (єгиптяни, греки, вавилоняни та ін.) іноді незалежно один від одного, а іноді запозичуючи досвід попередників, прийшли до необхідності впровадження, освоєння і застосування дробових чисел.

Індійський математик і астроном Бхаскара (1114 – 1185) у книзі «Лілаваті» цілі числа позначав у вигляді дроби із знаменником 1. Це свідчить про те, що він прагнув об'єднати цілі й дробові числа в множину раціональних чисел. Ця книга у той час стала зразком підручника з техніки обчислень [8].

Горизонтальна риска для поділу чисельника і знаменника вперше з'являється в працях італійського математика Леонардо Пізанського (Leonardo Pisano, 1170 – 1250), більш відомого як Фібоначчі (Fibonacci), в 1202 році. У подальшому назви *чисельник* і *знаменник* ввів грецький математик Максим Плануд (Μάξιμος Πλανούδης, 1260 – 1305) [35; 36]. І дробу почали записувати так, як показано на рис. 2.



Рис. 2. Запис дробу

Сам термін «дріб» має арабське коріння і походить від слова, що позначає «ламати, розділяти». Сучасне визначення звучить наступним чином: дріб – це частина або сума частин одиниці. Відповідно, приклади з дробами являють собою послідовне виконання математичних операцій з частками чисел [27]. Зазначимо, що ще у VII ст. відомий вірменський учений Ананія Ширакаці (із нагір'я Ширак) умів додавати до восьми дробів з різними знаменниками. Його підручник з арифметики «Питання та розв'язання» є одним із давніших праць з арифметики обчислень у вигляді таблиць [34].

З появою натурального числа n виникло уявлення про дріб виду $\frac{1}{n}$, який тепер називають *аліквотним* (аліквоти – від лат. *aliquot* – кілька – це частини величини, на які ціле ділиться без остачі) родовим або основним. Першим дробом, з яким ознайомилося людство, була половина в її точно конкретній формі, саме у вигляді половини якого-небудь реального предмету або об'єкту. Далі виникла чверть, третина і так далі. Поява основних дробів зумовлена процесом подріблення цілого на частини.

Саме слово «дріб» з'явилося на Русі в VIII столітті. Воно походить від дієслова «дробити, розділяти на частини». У зв'язку з діленням різних одиниць вимірювання на частини у ті часи були дуже поширені дроби виду: половина ($\frac{1}{2}$), чверть ($\frac{1}{4}$), півчверть ($\frac{1}{8}$), пів-півчверть ($\frac{1}{16}$) і т.д. Стародавні та сучасні назви деяких дробів наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Стародавні та сучасні назви дробів

Дроби	Сучасна назва	Стародавня назва
$\frac{1}{6}$	Одна шоста	<u>Півтретини</u>
$\frac{1}{8}$	Одна восьма	<u>Півчетвертини</u>
$\frac{1}{12}$	Одна дванадцята	<u>Півпівтретини</u>
$\frac{1}{16}$	Одна шістнадцята	<u>Півпівчетвертини</u>
$\frac{1}{24}$	Одна двадцять четверта	<u>Півпівпівтретини</u> або мала третина
$\frac{1}{32}$	Одна тридцять друга	<u>Півпівпівчетвертини</u> або мала четвертина

Далі категорія дробів розвивалася в XVI ст. у зв'язку з розвитком арифметики. У цей час з'являється ідея розгляду дробів з будь-яким натуральним знаменником. Дробове число починають розуміти як частку від ділення двох натуральних чисел, з яких ділене не ділиться на дільник [2; 3].

Більш повна теорія звичайних дробів та дій з ними продовжувала розвиватися завдяки італійському ученому Н. Тарталья (Niccolo Tartaglia, 1499 – 1557). У праці «Загальний трактат про число і міру» він виклав свої оригінальні дослідження з арифметики чисел. У подальшому удосконалювати арифметичні дії з дробами продовжив німецький математик Х. Клавіус (Christophorus Clavius, 1538 – 1612). Він сформулював правило ділення цілих

чисел та дробів, вказав на необхідність знаходити при додаванні та відніманні дробів загальний знаменник [3; 32].

Повна теорія дробів була викладена в першому підручнику з арифметики, написаному в 1701 році Леонтієм Пилиповичем Магницьким (1669 – 1739). «Арифметика» складалася з декількох частин. Саме про дробі автор докладно розповідає у розділі «Про числа ламані або з частками». Л. Магницький наводить приклади операцій з «ламаними» числами та різні їх позначення [2].

У подальшому були запропоновані різноманітні теорії дробів та їх введення і вивчення у шкільній практиці. Зокрема математиками пропонувалося розглядати дробі та їх загальні властивості як «числову пару». Цей підхід мав абстрактне підґрунтя. Було запропоновано й інший підхід, який ґрунтувався на введенні поняття дробу на основі вимірювання та обчислення величин. Він мав здебільшого практичну спрямованість у теорії дробів. При виконанні обчислень застосовували лише так звані одиничні дробі, тобто дробі з чисельником 1 (частини або долі). Певний науковий вклад у розвиток поняття дробу та арифметичних дій з ними у разі обчислення та вимірювання величин було зроблено у працях німецького математика Ф. Клейна (Felix Christian Klein, 1849 – 1925), французького математика Г. Лебега (Henri Léon Lebesgue, 1875 – 1941), математика А. Колмогорова (1903 – 1987) [2; 5; 7; 31; 37].

Кожний із цих відомих математиків свого часу доводив власну концепцію щодо вимірювання об'єктів як актуальне дидактичне значення при введенні поняття дробу у шкільну практику. Німецький математик Ф. Клейн спеціально вивчав та зіставляв можливі шляхи введення дробів у шкільне навчання. Аналізуючи прийняту тоді в школі методичку навчання дробів, він підкреслював той момент, що в порівнянні із вивченням цілих чисел, при вивченні дробів насамперед змінюється субстрат наочних образів, якими інтерпретуються дробові числа. Він пояснював цей момент тим, що в цьому разі відбувається перехід від кількісної характеристики предметів до вимірювання; від предметів,

що підлягають перелічуванню, ми переходимо до предметів, які підлягають вимірюванню.

Ф. Клейн також зазначав, що у шкільній методиці мають бути представлені загальні властивості дроби не як «числової пари», а їхнє розуміння повинно істотно спиратися на наочне уявлення про вимірювання об'єктів, що, на його думку, дає безпосереднє розуміння про дробі. Позицію Ф.Клейна можна охарактеризувати у такий спосіб. По-перше, на його погляд, підхід до вивчення дробів у шкільній практиці має бути на основі вимірювання певних величин, тому що забезпечує застосування нових символів та образів навколишнього світу, тобто зв'язок із життєвими ситуаціями. По-друге, формує в учнів належне наочне уявлення, що лежить в основі своєрідності дробів. Опора на вимірювання створює ці своєрідні уявлення, які досить істотні для практичної діяльності з величинами. По-третє, він захищає й підтримує педагогічну точку зору, відповідно якої в основі переходу від цілих чисел до дробів має формуватися уявлення учнів і про обчислення та вимірювання певних величин.

Досить оригінальну позицію щодо проблеми введення дробових чисел у шкільну практику займав французький математик А. Лебег. Він вважав, що після натуральних чисел, на основі вимірювання величин, потрібно відразу переходити до вивчення походження й природи всієї області дійсних чисел, минаючи вивчення звичайних дробів. А. Лебег доводив, що саме операція вимірювання величин надає раціональному й дійсному числу первинний смисл, тому що ці числа є «знаряддям виміру величин». Він вважав, що на основі цієї операції в учнів можна сформулювати правильне поняття про раціональні дробі, а потім підготувати ґрунт для переходу до ірраціональних чисел, тобто для роботи з всією областю дійсних чисел. При цьому самі поняття спочатку повинні будуватися на наочній основі, потім формулюватися вже більш чітко й, нарешті, піддаватися точному логічному аналізу. Для шкільного навчання такий підхід має позитивне значення із наступних причин: по-перше, наявність в учнів повсякденного досвіду у знаходженні числового значення вимірювання

певних величин (наприклад, щоденне вимірювання часових інтервалів часу); по-друге, такий підхід має за необхідне введення дробових чисел.

Концепція А. Лебега була докладно проаналізована А. Колмогоровим у передмові до наукової праці «Про вимірювання величин», у якій автор одночасно сформулював і ряд власних дидактичних ідей про спосіб введення дробових чисел у шкільну практику. Зокрема А. Колмогоров підтверджує погляди А. Лебега і вважає, що його підхід до побудови раціональних і дійсних чисел з погляду вимірювання величин не менш науковий, чим, наприклад, введення раціональних чисел у вигляді «числової пари». При розв'язанні такого завдання важливим є збереження єдності викладання математики на різних щаблях навчання, як для початкової школи, так і для основної. Для цього необхідно, щоб у початковій школі учні знайомилися з операціями вимірювання величин у такий спосіб, щоб у результаті отримували дробове число. А у основній школі будуть докладніше розбирати питання про точність вимірювання, а через ряд етапів формулювати загальне поняття про дробові числа.

Як бачимо, загальна лінія, яка пов'язана із введенням дробів у шкільну практику, однакова у Ф. Клейна, А. Лебега та А. Колмогорова. Вони вважають спосіб введення дробових чисел з використанням різноманітних процесів вимірювання у шкільну практику є науковим та продуктивним. Відповідно до положень учених, дроби, у своєму первинному походженні й матеріальному змісті, мають лише одне джерело – вимірювання та обчислення величин. Тож, погляди та наукові дослідження видатних математиків того часу зумовили перспективу для сучасного підходу до формування уявлень про дроби, починаючи з початкових класів.

II. МЕТОДИЧНИЙ АСПЕКТ ФОРМУВАННЯ УЯВЛЕНЬ УЧНІВ ПРО ЧАСТИНИ

Поняття дробу – одне із основних понять початкового курсу математики. Процес формування поняття дробу складний і довготривалий. Вивчення дробів починається з третього класу, але підготовча робота ведеться з першого. Хоча визначення поняття дробу у початковому курсі математики не дається, але програмою передбачені практичні завдання, задачі, приклади, за допомогою яких пояснюються основні властивості дробу.

Так як дробу мають широке застосування в повсякденному житті, то Типовими освітніми програмами [29] передбачається формування в учнів розуміння ролі дробів у пізнанні явищ і закономірностей навколишнього світу; формування досвіду використання знань про дробу та способів дій для розв'язування навчальних і практичних задач; формування в учнів здатності міркувати логічно, оцінювати коректність і достатність даних для розв'язування практично зорієнтованих задач з дробами.

У визначеній програмою змістовій лінії «Числа, дії з числами. Величини» у 3 – 4 класах, поряд з питаннями нумерації цілих невід'ємних чисел у межах мільйона, відбувається ознайомлення на практичній основі зі звичайними дробами та обчисленням і вимірюванням величин. Проаналізуємо докладно програмові вимоги щодо формування понять про дробу за роками навчання, які подано у таблиці 2.

Таблиця 2

Програмові вимоги до формування понять дробу у початкових класах

Клас	Очікувані результати навчання здобувачів освіти	Зміст навчання
3 клас	розуміє поняття чисельник і знаменник дробу; читає і записує частини у вигляді дробу з чисельником 1; порівнює дробу з чисельником 1 за	Частини величини. Дріб з чисельником 1. Порівняння дробів з чисельником 1.

	допомогою засобів наочності; застосовує в обчисленнях правило знаходження частини від числа та числа за величиною його частини.	Знаходження частини від числа. Знаходження числа за величиною його частини
4 клас	розуміє спосіб одержання дроби; розуміє суть чисельника і знаменника дроби; читає і записує дробу; розрізняє дробу, які дорівнюють 1; порівнює дробу з однаковими знаменниками; застосовує правила знаходження дроби від числа та числа за величиною його дроби під час розв'язування практично зорієнтованих задач.	Поняття «дріб». Порівняння дробів. Знаходження дроби від числа. Знаходження числа за величиною його дроби.

Аналіз програми показав, що учень/учениця мають опанувати такими предметними вміннями (компетенціями): освоїти процес утворення частин від цілого предмета чи сукупності предметів; уміти записувати та читати дробу; розпізнавати значення знаменника і чисельника дроби; уміти порівнювати дробу; знаходити частину числа та число за відомою його частиною; розв'язувати прості та складені практично зорієнтовані задачі, що передбачають знаходження дроби від числа та числа за величиною його дроби.

Розвиток уявлень про дробу учнів початкових класів відбувається з ознайомлення з частинами (3 клас) через образи, символи, які є моделями реальних об'єктів. Реальні об'єкти можуть бути використані під час пояснення понять про частини, а можуть бути створені в ході моделюючої діяльності. Засвоєння поняття про частини досягається за допомогою активного використання дидактичного матеріалу, наочності, моделей, рисунків, зображень. Ознайомити дітей з частинами – означає сформувати у них конкретні уявлення про частини, навчити дітей створювати частини практично. У методиці є два способи введення поняття дробового числа: 1) дробове число трактується як частка; 2) дробове число розглядається як результат

вимірювання певних об'єктів. У початкових класах використовується другий спосіб [4; 14; 15; 18; 19; 23].

Учні часто чули такі слова, як «половина яблука», «півкілограма», «третина лимона», «чверть години», «півфінал» тощо. Такий їхній життєвий досвід під час ознайомлення з частинами треба впроваджувати і систематизувати на уроках математики. Також, для формування правильних уявлень про частини доцільно використовувати як життєвий досвід учнів, так і достатню кількість різноманітної наочності. Як показав досвід, найбільш зручною наочністю є комплекти геометричних фігур. Разом з тим можна використовувати малюнки фігур (круги, прямокутники, трикутники), бруски, відрізки, пластилін, цеглинки лего тощо. На рисунку 3 представлені три види спеціальних комплектів геометричних фігур для пояснення понять про частини та дробі.

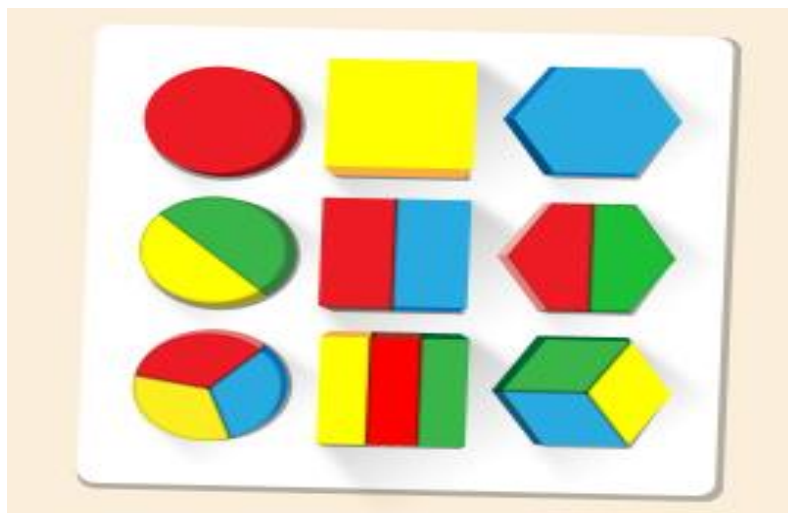




Рис. 3. Види спеціальних комплектів геометричних фігур для пояснення понять про частини та дробу

За допомогою таких комплектів геометричних фігур учні початкових класів знайомляться з частинами та дробами, пояснюють їх утворення і порівняння. Виконуючи завдання з використанням подібних яскравих геометричних фігур, учні залучають зорову та м'язову пам'ять, просторове та кольорове сприйняття, що уможливорює комплексно засвоїти нову інформацію про частини та дробу.

Також, найчастіше вчителі використовують на уроках цеглинки леґо при поясненні та утворенні частин (рис. 4).

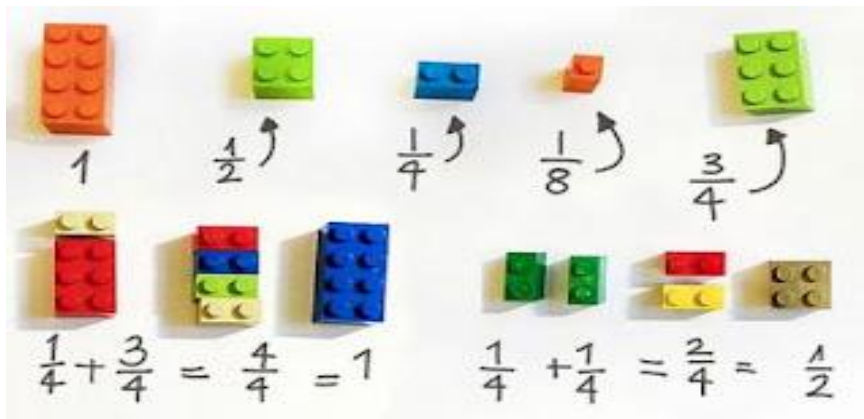


Рис. 4. Цеглинки лего для пояснення понять про частини

Ознайомлення з частинами доцільно організувати з моделями геометричних фігур, що показані вище, або з іншою наочністю, яка є у дітей та учителя, у такий спосіб: наприклад, у кожного з учнів і вчителя два однакових круга. Один з них поділимо на дві рівні частини (показуємо, як треба розрізати круг навпіл). Показати цілий круг та половину круга, інакше кажучи – половина це одна друга частина круга. Потім учні працюють з іншими моделями, або розглядають на малюнках, рисунках та кресленнях утворені частини та відповідають на питання (див. рис. 5, 6, 7).



Рис 5. Утворення половини

- Що показано на рисунку? (Цілий хліб і півхліба).
- Як отримали півхліба? (Розрізати навпіл).

Аналогічно у ході бесіди учитель з'ясовує про літрову та півлітрову банки.

Бесіда за рис. 6 може бути такою:

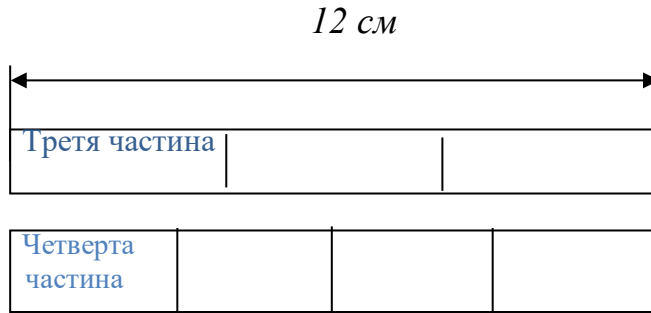


Рис.6. Утворення частин

- Яка довжина смужки? (Діти вимірюють. Смужка = 12 см).
- На скільки частин поділено смужку ? (На 3 частини).
- Як називається частина смужки? (Третя частина або третина).
- Скільки сантиметрів складає третя частина смужки? ($12 : 3 = 4$ см).

За подібною схемою вводиться поняття «четверта частина».

Аналогічну бесіду проводимо із моделями, які показано на рис. 7.

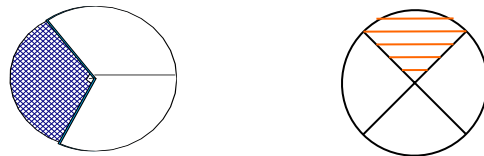
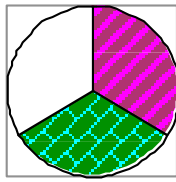


Рис.7. Утворення частин

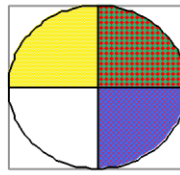
- На скільки частин поділено перший круг? (На три частини).
- Яку частину зафарбовано? (Третю частину, або третину).
- На скільки частин поділено другий круг? (На чотири частини).
- Яку частину заштриховано? (Четверту частину).

Під час бесіди встановлюємо: яка частина круга зафарбована? Як називається ця частина? Далі узагальнюємо результат бесіди з учнями: *частину отримуємо діленням об'єкту на декілька рівних частин та виділенням однієї частини із декількох рівних.*

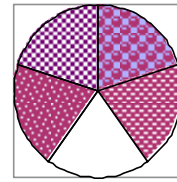
При ознайомленні учнів з позначенням частин числами, доцільно спочатку показати поділ одного круга на дві або три рівні частини, другого – на чотири рівні частини, потім на п'ять рівних частин і так далі.



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{5}$$

Потім з'ясуємо під час бесіди: на скільки рівних частин поділені ці геометричні фігури? Скільки частин не зафарбовані у кожному крузі? На основі цього показуємо як позначаються частини, знайомимо з назвами чисел, за допомогою яких записали частини: чисельник і знаменник та що вони позначають (див. рис. 8).

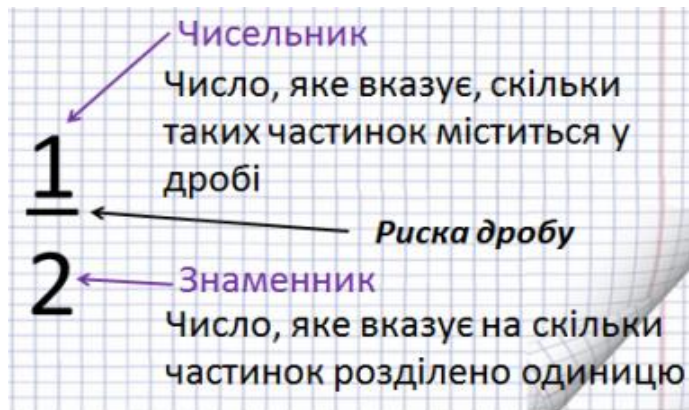


Рис. 8. Позначення частин

Далі учні реалізують отримані знання під час виконання практичних завдань, що подані у підручнику, або заздалегідь підготовлені вчителем. Доцільно надавати учням можливість порівнювати ціле та його частину, спочатку користуючись наочністю, а потім без неї. Аналогічна бесіда відбувається за рис. 9.

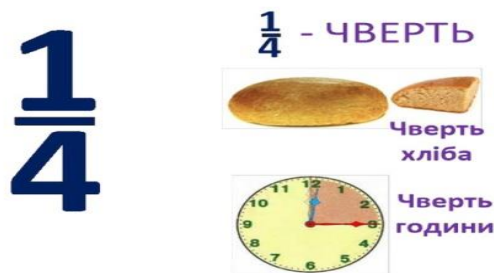


Рис. 9. Порівняння частин

Запис $\frac{1}{4}$ позначає, що предмет розділили на чотири рівні частини і взяли одну із чотирьох рівних частин цілого.

Під час виконання подібних завдань, учні з'ясовують на кожному окремому конкретному прикладі роль чисельника та знаменника дроби. Наприклад, розгляньте рисунок 10. На скільки частин поділено кожний круг? Як позначили зафарбовані частини? Що спільного у зазначених частинах? Поясніть смисл значення чисельника та знаменника у кожній частині. Запишіть їх.



Рис.10. Чисельник та знаменник дроби

На цьому етапі доцільне також індивідуальне опрацювання матеріалу. Учитель пропонує учням індивідуальні картки із різними практичними завданнями, зокрема: за малюнком заповнити таблицю, вказуючи, яка частина геометричної фігури (круга, прямокутника, відрізка) зафарбована, познач кожну частину; яка частина залишилася не зафарбованою; з'єднай малюнок з відповідним записом частин; розглянь фігуру, поділи її на чотири (п'ять, шість) частини, заштрихуй одну частину, познач її тощо.

Наводимо один із прикладів завдань на індивідуальній картці.

1. Торт розділили на чотирьох. У якому випадку гості будуть задоволені?



А



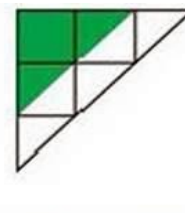
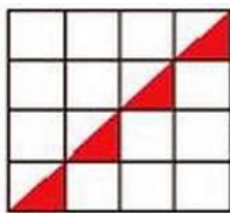
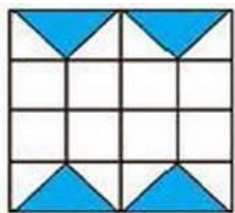
Б



В

2. Запиши дробовими числами частини зафарбованих фігур.

Придумай власні подібні завдання для однокласників.

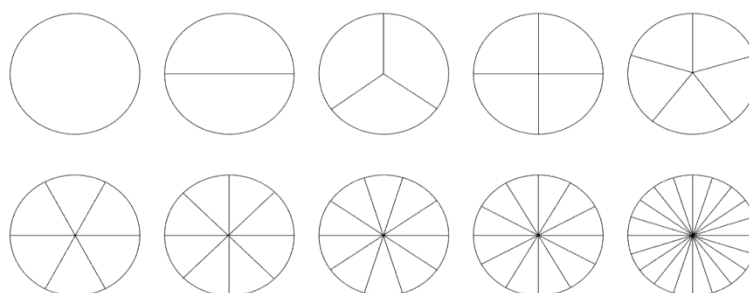


3. Визнач частини та запиши їх.



4. Маса кавуна 8 кг. Яка маса його половини?

5. Зафарбуй одну частину кожного круга та познач її.



Опрацювання за індивідуальними картками забезпечують свідоме закріплення матеріалу, мають аспекти як самостійного освоєння поняття частини і супроводжуються моторними діями, які краще запам'ятовуються учнями, так і контролюючої дії, що спонукають їх до осмисленої перевірки

засвоєного матеріалу. Зазначимо, що під час виконання таких завдань у свідомості учнів осмислюються не геометричні образи, а послідовності арифметичних дій над числами, які отримали у результаті підрахунку рівних елементів певних фігур.

Усвідомлене засвоєння поняття частини, також, відбувається у разі виконання міні-дослідження. Учням пропонується перевірити твердження: чим на більшу кількість частин поділено ціле, тим меншою буде його частина. Для цього стрічку довжиною 24 см учні розрізають спочатку на дві частини, потім на чотири, а потім на вісім. Вимірюють отримані частини і роблять висновок та записують дані до таблиці.

Довжина стрічки	На скільки рівних частин розділили стрічку	Довжина однієї частини
24 см	2	12 см
24 см	4	6 см
24 см	8	3 см

Наступним етапом у формуванні поняття про частини є порівняння частин. Наприклад, порівняння частин виду $\frac{1}{2}$ та $\frac{1}{4}$ доцільно показати практично з опорою на рисунки, які демонструють відношення цілого і вказаної частини цілого. Учні характеризують величину частин, модель яких подано на рисунку 11 та формулюють висновок, що частина $\frac{1}{2}$ більша за $\frac{1}{4}$, тож записуємо $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$.

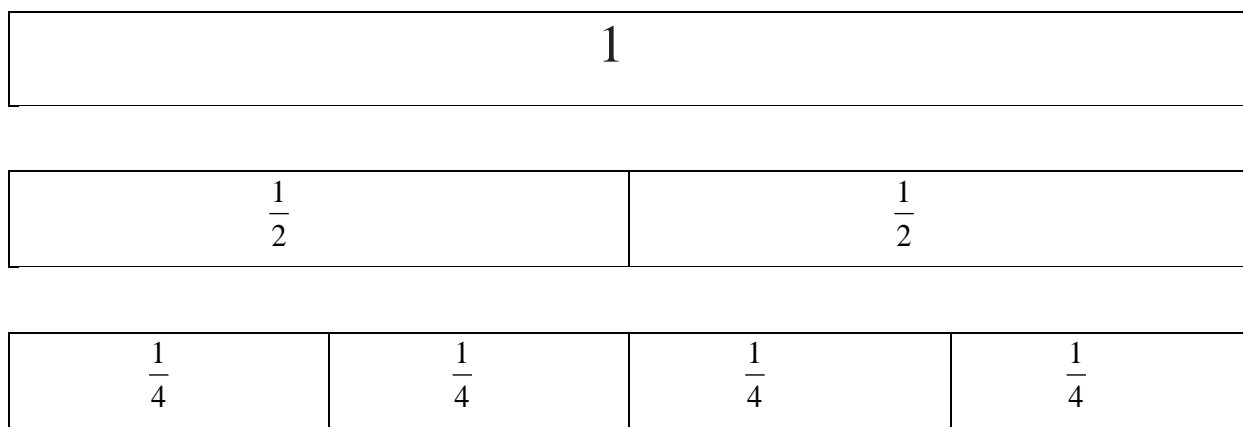


Рис. 11. Порівняння частин

Після виконання завдань з наочністю слід переходити до виконання завдань, які подані словесно. Доцільно розв'язувати завдання, які спираються на оперування одиницями вимірювання величин:

- *Як називається* : а) одна сота частина метра; б) одна тисячна частина тонни; в) одна шістдесятя частина години; г) одна двадцять четверта частина доби.

- *Скільки хвилин*: а) у третині часу; б) у половині часу; в) у чверті часу; г) у десятої частині часу.

- *Яку частину становить*: а) доба від року; б) доба від тижня; в) дециметр від метра; г) міліметр від сантиметра.

Також цікавими є завдання на розшифрування слів за певним розташуванням частин. Наприклад, треба записати подані частини у порядку зменшення/збільшення та прочитати слова:

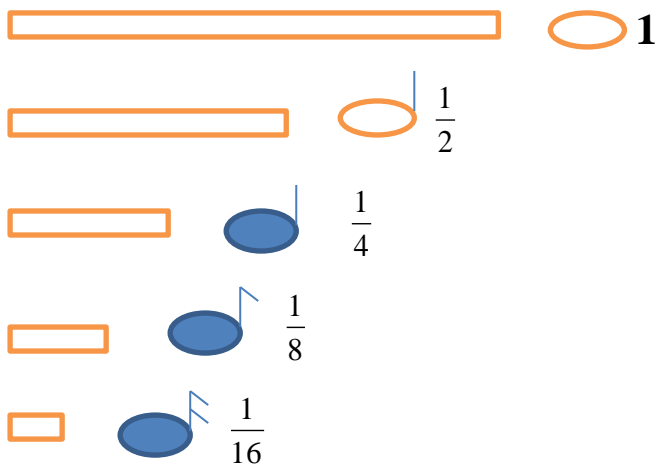
зменшення	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$;	збільшення	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{30}$
	Т	О	К	К	И			А	Р	К	Ш	А	Г	І
	(котик)							(іграшка)						

Учні відповідають на поставлені запитання:

- Яким правилом ви користувалися під час розташування частин у порядку зменшення/збільшення?

- Які слова розшифрували?

Цікавим є розгляд частин у музиці. Англійський математик Д. Сільвестр (James Joseph Sylvester, 1814 – 1897) свого часу писав: «Музика – математика почуттів, а математика – музика розуму». Музика не може обійтися без нот, кожна з яких має певну тривалість. Музичний розмір – дріб, що позначає ритмічну впорядкованість та величину такту в музиці. У назвах тривалості нот застосовують дроби. Чисельник вказує на кількість, а знаменник – на тривалість долей, що складають такт. Наприклад, це позначають так:



Також дробами показують і розміри музичних творів. Зокрема вальс має розмір $\frac{3}{4}$, полька – $\frac{2}{4}$, мазурка – $\frac{3}{4}$, марш – $4/4$, баркарола – $6/8$.

Виконуючи завдання, учні звертаються до різноманітної наочності, де є достатня кількість образних варіацій. У четвертому класі навчальний матеріал про частини повторюється і закріплюється і на цій основі учні початкових класів формують поняття про дроби.

ІІІ. МЕТОДИЧНИЙ АСПЕКТ ФОРМУВАННЯ УЯВЛЕНЬ УЧНІВ ПРО ДРОБИ

Отримані учнями у третьому класі теоретичні знання і практичні навички стають базовим підґрунтям для засвоєння теми «Дроби» у 4 класі. На цьому етапі відбувається наочне ознайомлення, запис та читання дробів з чисельником, більшим за 1, дробів, які дорівнюють 1, порівняння дробів з однаковими знаменниками та однаковими чисельниками. Поступово вводяться завдання, в яких дії з дробами пропонуються здійснювати за описом, у словесній формі, без опори на наочність. Розширення на цьому етапі змістових аспектів вивчення дробів обумовлено поглибленням та підвищенням математичного кругозору учня. У чинних підручниках та методичних посібниках [1; 6; 9; 12; 16; 20; 25; 26] відомості про дроби учні отримують лише через систему практичних операцій над реальними об'єктами і величинами та описом цих дій на мові спеціальних математичних символів.

У четвертому класі учні формують поняття про дроби на основі вже знайомого їм матеріалу. Наприклад, доцільно провести бесіду за рис. 12.

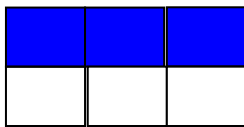
- Які частини зображені на рисунку 11? Назвіть їх?
- Що показує чисельник, а що знаменник цих частин?
- На скільки частин поділено торт? (На 10).
- Скільки частин відрізали? (3).
- Як позначено відрізану частину?
- Що позначає число 3? 10?
- Скільки частин торту залишилося? (7).
- Як позначено цю частину торту?



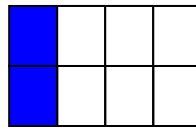
Рис.12. Формування поняття про дроби

Після пояснення учні записують дроби у зошитах.

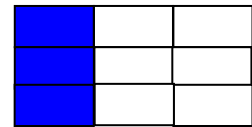
Виконання наступного завдання також об'єднує знання учнів про частини та дроби. У цьому завданні учні мають знайти долю зафарбованої частини кожної фігури і замість сніжинок підставити правильне число.



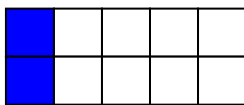
Зафарбовано $\frac{3}{6}$, або 1/*



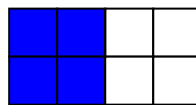
Зафарбовано $\frac{2}{8}$, або 1/*



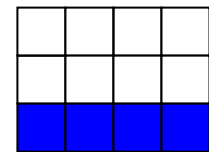
Зафарбовано $\frac{3}{9}$, або 1/*.



Зафарбовано $\frac{2}{10}$, або 1/*



Зафарбовано $\frac{4}{6}$, або 1/*



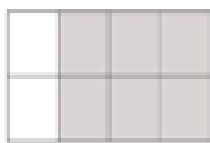
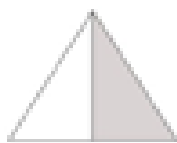
Зафарбовано $\frac{4}{12}$, або 1/*

Подібні завдання спрямовані на забезпечення вивчення математичного змісту в органічному зв'язку кожної теми з попередньою. Це створює умови для повторення раніше вивченого матеріалу про частини на новому рівні, дає змогу

співставити їх у різних нових аспектах, узагальнюючи та систематизуючи матеріал.

Для більшого усвідомлення теми, учням пропонуються завдання на побудову та визначення певної частини об'єкту. Наприклад,

- намалуйте круг, розділіть його на 8 однакових частин, зафарбуйте $\frac{5}{8}$ круга;
- розгляньте геометричні фігури, позначте дробами зафарбовану частину.



Доцільно, також, проводити *математичні диктанти*:

а) на переведення дії ділення у звичайний дріб. Наприклад, перевести ділення у дріб:

$$3 : 7 = \frac{3}{7}; \quad 7 : 24 = \frac{7}{24}; \quad 5 : 21 = \frac{5}{21}$$

б) на усвідомлення ролі чисельника і знаменника дробу.

1. Дріб $\frac{7}{12}$ має чисельник ..., а знаменник

2. Запишіть дріб «п'ять восьмих». Число 8 показує ..., а число 5 показує... .

3. Дріб з чисельником 6 і знаменником 10 записують так

4. Запишіть дріб, який має знаменник 9, а чисельник на 4 менший від знаменника.

5. Запишіть дріб, який має чисельник 3, а знаменник на 5 більший від чисельника.

в) на розпізнавання дробів за певною ознакою:

- із поданих дробів вилучи зайвий, поясни свій вибір.

1) $\frac{1}{2}; \frac{7}{13}; \frac{6}{15}; \frac{7}{9}; \frac{5}{3}$

2) $\frac{10}{4}; \frac{7}{5}; \frac{1}{2}; \frac{9}{9}; \frac{5}{3}$

При такому початковому введенні поняття дробового числа нові (дробові) числа постають з досвіду цілком природно й зрозуміло для всіх учнів. При цьому є певна можливість наголошувати на ролі знаменника як характеристики розміру частини. Також доцільно поступово розкривати перед учнями й інші трактування дробу – як частки. Треба пояснити, що до введення дробових чисел ділення двох цілих чисел не завжди було можливим. Наприклад, 3 поділити на 4 не можна було. Але на практиці часто виникає потреба виконати таке ділення. Наприклад, треба дошку завдовжки 3м розділити на 4 однакові дощечки (частини). Учням легко збагнути, що довжину дошки можна виразити лише дробовим числом метрів, а саме $\frac{3}{4}$ м. Отже, частку від ділення 3 на 4 будемо вважати новим числом – дробом $\frac{3}{4}$. Корисною вправою для учнів буде перевірка цього конкретного факту. Для цього довжину дошки виражаємо у сантиметрах. Якщо довжина дошки дорівнює 300 см, то довжина кожної дощечки дорівнюватиме 75 см ($300:4=75$). Залишається перевірити, що обидві відповіді тотожні, тобто, що 75 см становить $\frac{3}{4}$ м. Згідно з початковим трактуванням дробу, як результату вимірювання, ми можемо уявити $\frac{3}{4}$ як результат ділення метра на чотири рівні частини з наступним відкладанням трьох таких частин. У одній четвертій частині метра міститься 25 см ($100 : 4 = 25$), а в трьох таких частинах – 75 см ($25 \cdot 3 = 75$).

Новий аспект освоєння поняття дробу виявляється у ознайомленні учнів з *правильними та неправильними* дробами. Пояснення має бути обов'язково з наочністю (для прикладу рисунок 13). Учні читають визначення та приклади правильних і неправильних дробів, потім наводять свої приклади та записують їх у зошити.

Правильні та неправильні дроби

Якщо чисельник дроби менший від знаменника, то дріб називається **правильним**; якщо чисельник дорівнює або більший за знаменник, то дріб називають **неправильним**

$$\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; \frac{9}{11} \text{ правильні дроби}$$

$$\frac{3}{3}; \frac{10}{7}; \frac{23}{2} \text{ неправильні}$$



Рис.13. Правильні та неправильні дроби

Також, треба звернути увагу учнів на дроби, у яких чисельник і знаменник дорівнюють одному й тому ж числу. Пояснення та опрацювання проводиться за рисунком 14.

Яка частина фігури зафарбована?


$$\frac{5}{5} = 1$$

Якщо чисельник дроби дорівнює знаменнику, то дріб дорівнює одиниці!



Рис. 14.

Для закріплення понять про правильні та неправильні дроби доцільно виконати такі завдання: встав пропущені слова (менше, більше, дорівнює) (рис. 15); подані дроби розподіли у дві групи (правильні, неправильні); із поданих дробів випиши лише правильні (неправильні) тощо.

Встав пропущені слова.

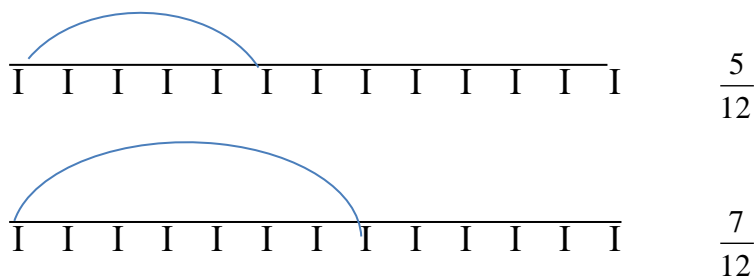
Правильний дріб завжди ... від 1

Якщо чисельник і знаменник дроби рівні між собою, то такий дріб ... 1.

Якщо чисельник дроби більший за знаменник, то цей дріб ... за 1.

Рис. 15. Правильні та неправильні дроби

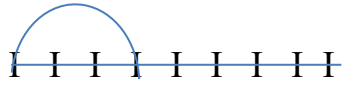
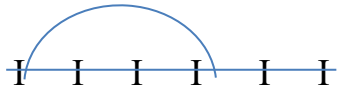
У формуванні понять про дроби великого значення набуває їхнє порівняння. У шкільній практиці здебільшого операція порівняння дробових чисел вводиться спочатку з дробами з однаковими знаменниками, а після – з однаковими чисельниками. Порівняння дробів з однаковими знаменниками виду $\frac{5}{12}$ і $\frac{7}{12}$ розглядаємо на двох прямих, які поділені на 12 частин. На першій відкладаємо 5 частин, а на другій – 7 таких частин.



Учні порівнюють отримані відрізки і встановлюють, що $\frac{7}{12} > \frac{5}{12}$

Далі формулюється правило: *із двох дробів з однаковими знаменниками більший той дріб, чисельник якого більший.*

Порівняння дробів з однаковими чисельниками виду $\frac{3}{5}$ і $\frac{3}{8}$ теж розглядається на двох прямих, одна з яких поділена на 5 частин, а друга на 8. І на першій, і на другій прямій відкладається по три частини.



Учні візуально порівнюють отримані відрізки і встановлюють, що $\frac{3}{5} > \frac{3}{8}$

Далі формулюється правило: *із двох дробів з однаковими чисельниками більший той дріб, знаменник якого менше.*

Для закріплення пропонуються практичні завдання на порівняння дробів.

1. Визнач, який із поданих дробів більший?

1) $\frac{4}{15}$ чи $\frac{7}{15}$; 2) $\frac{9}{20}$ чи $\frac{7}{20}$; 3) $\frac{29}{153}$ чи $\frac{28}{153}$.

2. Визнач, який із поданих дробів менший?

1) $\frac{4}{7}$ чи $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{17}{142}$ чи $\frac{27}{142}$; 3) $\frac{1}{15}$ чи $\frac{14}{15}$

3. Порівняй дроби.

1) $\frac{7}{18}$ і $\frac{5}{18}$; 2) $\frac{4}{29}$ і $\frac{17}{29}$; 3) $\frac{3}{8}$ і $\frac{7}{8}$; 4) $\frac{9}{142}$ і $\frac{5}{142}$.

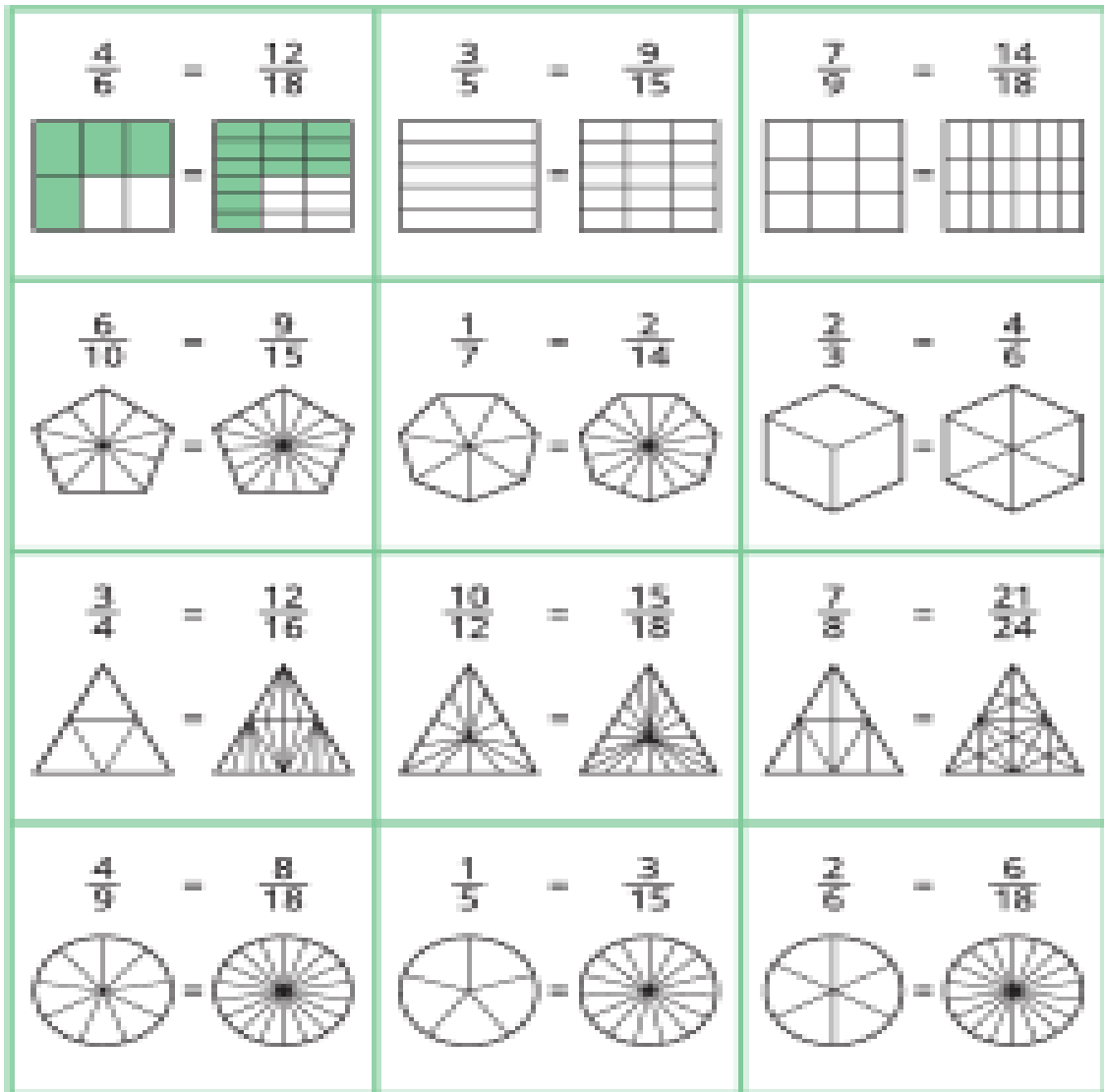
4. Знайди помилку.

1) $\frac{5}{7} > \frac{13}{7}$; 2) $1 < \frac{8}{7}$; 3) $\frac{12}{9} < \frac{12}{5}$; 4) $\frac{23}{23} < \frac{45}{45}$

5. Запиши дроби у порядку зростання.

$$\frac{5}{11}, \frac{7}{11}, \frac{3}{11}, \frac{1}{11}, \frac{8}{11}$$

6. Розглянь рисунок. У квадратиках зафарбуй кожну фігуру згідно з позначеними дробами. Проаналізуй рівність дробів.



Практика оперування дробами не повинна обмежуватися наведеними завданнями. У результаті інших практичних операцій, аналізу ситуацій, співвідношення різних моделей учні усвідомлюють позначення, порівняння і властивості дробів та можливості застосування їх під час розв'язування практично зорієнтованих задач.

IV. СИСТЕМА ПРАКТИЧНО ЗОРІЄНТОВАНИХ ЗАДАЧ

У сучасних програмах та підручниках нового покоління української школи авторів: М. Беденко, Н. Будної, О. Гісь, А. Заїки, Н. Листопад, Г. Лишенка, О. Онопрієнко, С. Скворцової, С. Тарнавської, І. Філяк методика вивчення дробів здійснюється у рамках концепції розвитку мислення здобувачів початкової освіти у процесі розв'язування практично зорієнтованих задач. Реалізація системи методичного спрямування розв'язування задач організована через активне використання прийомів вибору, порівняння, класифікації, перетворення, конструювання. Пріоритетними є задачі, розв'язання яких ґрунтується на встановленні взаємозв'язків понять частин і дробів та їх властивостей.

У програму з математики для початкових класів включено такі види простих і складених задач: задачі на знаходження частини від числа; задачі на знаходження числа за величиною його частини; задачі на знаходження дроби від числа; задачі на знаходження числа за величиною його дроби. Розглянемо систему методичного опрацювання кожного із зазначених видів задач [19; 21; 29; 30].

4.1. Задачі на обчислення частин

I. Задачі на знаходження частини від числа (цілого).

Розв'язування перших задач такого виду має відбуватися практично з наочністю.

Задача 1. Смужку довжиною 15 см розділили на 3 рівні частини. Одну частину розфарбували. Скільки сантиметрів смужки розфарбовано?

Задачу розв'язують практично. Вирізають смужку довжиною 15 см. Розрізають на 3 рівні частини. Вимірюють одну частину та розфарбовують її. Встановлюють, що одна частина складає – 5 см.

- Яку частину знаходили? (Третю частину $\frac{1}{3}$).

- Якою дією знаходили? (Ділення).

- Скільки сантиметрів становить третя частина смужки? (5 см).

Записують розв'язання задачі: $15 : 3 = 5$ (см).

Відповідь: 5 сантиметрів смужки розфарбовано.

Задача 2. Катруся вирізала 20 зірочок. П'яту частину вона розфарбувала. Скільки зірочок розфарбувала Катруся?

- Яку частину розфарбувала Катруся? (П'яту частину $\frac{1}{5}$).

- Якою дією розв'яжемо задачу? (Ділення).

$20 : 5 = 4$ (з.).

Відповідь: 4 зірочки розфарбувала Катруся.

На основі розв'язування подібних задач формують узагальнення (правило): *щоб знайти частину від числа, треба число поділити на знаменник дроби.*

II. Задачі на знаходження числа (цілого) за його частиною

Цей вид задач є оберненим до задач на знаходження частини від числа. Розв'язувати перші задачі такого виду доцільно практично з наочністю.

Задача 1. Івасик розфарбував 6 зірочок, що становить третю частину від усіх вирізаних зірочок. Скільки всього зірочок вирізав Івасик?

- Скільки зірочок розфарбував Івасик? (6).

- Яку частину складають ці зірочки від усіх? (Третю частину $\frac{1}{3}$).

- Якою дією треба знайти всю кількість зірочок? (Множення).

Розв'язання задачі: $6 \times 3 = 18$ (з.).

Відповідь: 18 зірочок вирізав Івасик.

Задача 2. За день у магазині продали 5 гіроскутерів, що становить четверту частину від усієї кількості. Скільки всього гіроскутерів було у магазині?

- Скільки гіроскутерів продали? (5).

- Яку частину вони складають від усіх гіроскутерів? ($\frac{1}{4}$).

- Якою дією знаходимо всю кількість гіроскутерів? (Множення).

Розв'язання задачі: $5 \times 4 = 20$ (г.).

Відповідь: 20 гіроскутерів було у магазині.

Задача 3. П'ята частина класу відмінники. Відмінників 7 учнів.

Скільки всього учнів у класі?

Аналіз задачі аналогічній попередній.

Слід зазначити, що розв'язування подібних задач можна розглядати як підготовку до введення правила: *щоб знайти число за його частиною, треба частину помножити на знаменник дроби.*

4.2. Задачі на обчислення дробів

I. Задачі на знаходження дроби від числа.

Формування навичок розв'язування задач на знаходження дроби від числа починається у 4 класі. Перш ніж перейти до розв'язування простих і складених задач цього виду, учні згадують правило як знайти дріб від числа. Наприклад, за рисунком 16 учні аналізують знаходження значення поданих виразів. Після цього формулюють висновок (правило): *щоб знайти дріб від числа, треба число поділити на знаменник дроби, одержаний результат помножити на його чисельник.*

Знаходження дроби від числа

Правило знаходження дроби від числа.
Щоб знайти дріб від числа, треба дане число поділити на знаменник дроби і одержаний результат помножити на його чисельник.

Знайдіть $\frac{2}{3}$ від 9: $9 : 3 \cdot 2 = 6$
Знайдіть $\frac{4}{5}$ від 20: $20 : 5 \cdot 4 = 16$
Знайдіть $\frac{7}{4}$ від 32: $32 : 4 \cdot 7 = 56$




Рис. 16. Знаходження дроби від числа

Зазначимо, що ці задачі, в основному, розв'язують виразом, але перші задачі доцільно розв'язати по діях, щоб учні усвідомлено виконували кожну із них, акцентуючи увагу на тому, що першою дією ділення маємо встановити величину однієї частини, а потім дією множення відповідаємо на питання задачі.

Задача 1. Площа поля складає 12 га. $\frac{2}{3}$ площі поля засіяли пшеницею. Визначте в гектарах яку площу займає пшениця?

- Що позначає дріб $\frac{2}{3}$? (число 12 розділили на три рівні частини і взяли дві з них).

- Як запишемо розв'язання задачі?

1) $12 : 3 = 4$ (га) – складає $\frac{1}{3}$ частина поля.

2) $4 \times 2 = 8$ (га).

Відповідь: 8 га займає пшениця. $\frac{2}{3}$ частини поля = 8 га.

Задача 2. Для ремонту школи закупили 15 кг цвяхів, але витратили лише $\frac{3}{5}$ від усієї кількості цвяхів. Скільки цвяхів витратили?

- Спочатку знаємо величину однієї частини дією ділення і отриману кількість множимо на 3 частини.

Розв'язання задачі записують виразом: $15 : 5 \times 3 = 9$ (кг).

Відповідь: 9 кг цвяхів витратили.

Задача 3. Дізнайтеся, скільки днів складають $\frac{2}{6}$ вересня?

Процес пояснення цієї задачі полягає у тому, що спочатку визначаємо кількість днів у вересні. У вересні – 30 днів. Потім знаходимо $\frac{2}{6}$ від 30 таким чином: $30 : 6 \times 2 = 10$ (дн.).

Відповідь: 10 днів складають $\frac{2}{6}$ вересня.

Задача 4. Андрій почав читати книгу, яка містить 140 сторінок. Першого дня він прочитав $\frac{3}{7}$ усієї книги. Скільки сторінок залишилося прочитати Андрію?

Бесіда може бути такою:

- Що позначає дріб $\frac{3}{7}$? (Андрій прочитав першого дня).

- Якою дією дізнаємося про кількість сторінок? (Спочатку ділення, а потім множення).

$140 : 7 \times 3 = 60$ (стор.) – прочитав першого дня;

- Якою дією дізнаємося скільки сторінок залишилося прочитати Андрію? (Віднімання).

$140 - 60 = 80$ (стор.).

Відповідь: 80 сторінок залишилося прочитати Андрію.

Задача 5. Зріст журавля 114 см, страус вдвічі вище, а зріст лелеки становить $\frac{1}{3}$ зросту страуса. Знайти зріст лелеки.

- Який зріст страуса? (У 2 рази вищий від журавля).

- Якою дією встановимо зріст страуса? (Множення).

- Що сказано про зріст лелеки? ($\frac{1}{3}$ від росту страуса).

- Якою дією дізнаємося про зріст лелеки? (Ділення).

1) $114 \times 2 = 228$ (см) – зріст страуса;

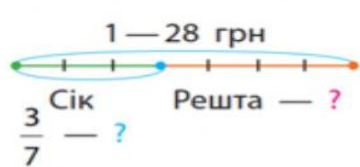
2) $228 : 3 = 76$ (см)

Відповідь: 76 см зріст лелеки.

Розглянемо складені задачі, які містять знаходження дробу від числа на сторінках підручника.

Розв'яжи задачі

В Оленки було 28 грн. На сік вона витратила $\frac{3}{7}$ грошей, що в неї були. Скільки коштував сік? Скільки грошей залишилось у дівчинки?



Було —
 Витр. — ?, від
 Залишилось — ?

1) : · = ()
 2) = ()

Відповідь: _____ коштував сік, _____ залишилось у дівчинки.

В Оленки було 28 грн. Мама дала ще $\frac{3}{7}$ суми, що була в дівчинки, а тато — $\frac{1}{4}$. Скільки грошей стало в Оленки?

Було —
 Дали — ?, від і від
 Стало — ?

1) : · = () - дала мама
 2) = () - дав тато
 3) = () - дали батьки

4) = ()

Відповідь: _____ стало в Оленки.



Доцільно пропонувати творчі завдання під час роботи над цим видом задач. Приклад подібних завдань показано на рисунку 17.

Творча робота

У фермера було 250т зерна.
 $\frac{3}{5}$ всього зерна він продав,
 а решту залишив для посіву.
 Скільки зерна продав фермер ?

$$250 \times 5 + 3 \quad 250 : 5 \times 3$$

$$250 : 3 \times 5$$



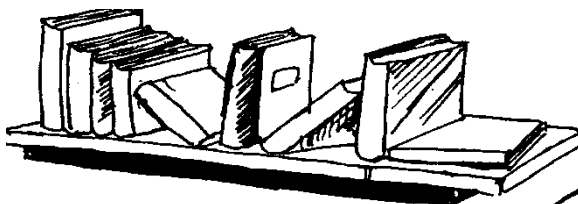
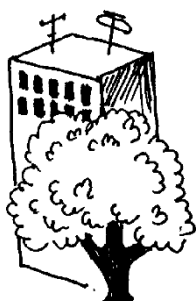
Рис. 17. Знаходження дробу від числа

У завданні подана умова задачі та три варіанти її розв'язання. Учні мають вибрати правильний та пояснити свій вибір.

II. Задачі на знаходження числа за величиною його дробу

Розв'язання задач на знаходження числа за його дробом спочатку відбувається за наочністю, потім без неї.

Задача 1. Розв'яжи наступні задачі, користуючись рисунками.



1. На рисунку видно $\frac{2}{5}$ вікон. 2. На цій полиці $\frac{3}{4}$ всіх книжок. 3. На підносі залишилося $\frac{3}{4}$ тістечок. Скільки їх в будинку? Скільки книжок всього? Скільки їх було всього?

Під час аналізу першої задачі, бесіда може бути такою:

- Скільки вікон видно на рисунку? (10 або $\frac{2}{5}$).

- Як дізнатися про всю кількість вікон у будинку? ($10 : 2 \times 5 = 25$ (в.))

Відповідь: 25 вікон у будинку.

Аналогічно аналізуються і наступні дві задачі.

На основі розв'язування подібних задач формулюють узагальнення:

щоб знайти число за його дробом, треба число поділити на чисельник дробу, одержаний результат помножити на його знаменник.

Задача 2. Вік білки 6 років, що складає $\frac{3}{5}$ від віку зайця. Визнач вік зайця.

Задача 3. Під час ремонту школи витратили $\frac{3}{4}$ купленої фарби, що складає 18 кг. Скільки кілограмів фарби було куплено?

Для закріплення знань учнів доцільно порівнювати задачі різних видів.

Порівняйте задачі та розв'яжіть їх

Задача 1. У кіоск привезли 240 зошитів. Зошити в клітинку становили $\frac{2}{6}$ усіх зошитів. Скільки зошитів у клітинку привезли до кіоску?

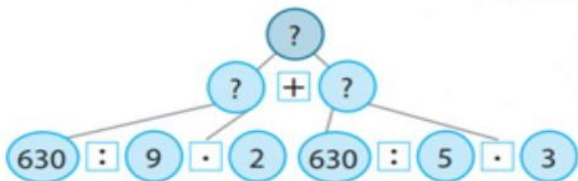
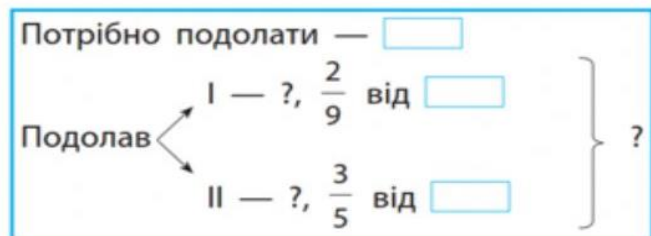
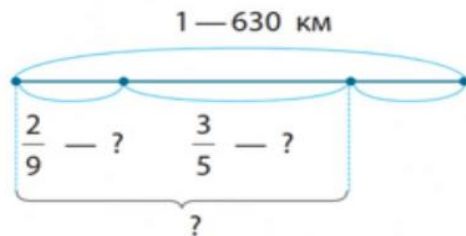
Задача 2. У кіоск привезли 240 зошитів у клітинку, що становили $\frac{2}{6}$

усіх зошитів. Скільки всього зошитів привезли у кіоск?

Учні відповідають на поставлені питання: чим схожі ці задачі? Чим вони відрізняються? Чи матимуть вони однакові розв'язання? Чому? Розв'яжіть кожну задачу по діях з поясненням.

Розглянемо складені задачі, які містять знаходження числа за величиною його дробу на сторінках підручника.

Мандрівник вирішив подолати на човні 630 км. Першого тижня він проплив $\frac{2}{9}$ усього шляху, а другого тижня — $\frac{3}{5}$ усього шляху. Скільки кілометрів подолав мандрівник за два тижні?



- | | | | | |
|----|---|---|---|------|
| 1) | : | · | = | (км) |
| 2) | : | · | = | (км) |
| 3) | | | = | (км) |

Відповідь: _____ подолав мандрівник за два тижні.

Ширина прямокутника дорівнює 14 см, що становить $\frac{1}{7}$ його довжини. Знайди площу і периметр прямокутника.

a — ?,

$\frac{1}{7}$ становить 14 см



Дано: прямокутник.

a — ?, $\frac{1}{7}$ становить 14 см

b — 14 см

Знайти: P і S .

- | | | |
|-------|---|---|
| 1) | = | (см) — довжина прямокутника |
| S = | = | (см ²) — площа прямокутника |
| P = | = | (см) — периметр прямокутника |

V. УЗАГАЛЬНЕННЯ ПОНЯТТЯ ПРО ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ У ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ

5.1. Лепбук як модель узагальнення знань про частини та дроби

Узагальнення і систематизація невід'ємні компоненти розумової діяльності учнів, які лежать в основі встановлення істотних взаємозв'язків між явищами та математичними об'єктами. Основним завданням цих процесів є вироблення в учнів уміння виділяти у навчальному матеріалі найзагальніші, найістотніші поняття, правила та закономірності, встановлювати крім змістовно-логічних зв'язків між компонентами теоретичних знань, причинно-наслідкові, функціональні зв'язки, визначаючи структуру окремих понять чи явищ у їх системі.

Ми звертаємо увагу та те, що матеріал про звичайні дроби, який учні узагальнили та систематизували наприкінці четвертого класу має продовження у 5 класі, де відбувається розширення множини натуральних чисел і нуля до множини раціональних чисел шляхом послідовного введення дробів (звичайних і десяткових), а також від'ємних чисел разом з формуванням міцних обчислювальних навичок. Отже, за програмою математики для 5 класу учні повторюють отримані у початковій школі знання про дроби, а також опановують нові поняття – «ціла і дробова частина числа», «правильні та неправильні дроби». Учні вчать виділяти у неправильних дробах цілу та дробову частини, розв'язують задачі з дробами, порівнюють дроби з однаковими знаменниками, додають та віднімають такі дроби. Тож, звертаючи увагу на цей факт, пропонуємо під час узагальнення та систематизації матеріалу про звичайні дроби розширити спектр завдань, орієнтуючись на програму 5 класу.

У методиці під час вивчення звичайних дробів існує багато засобів узагальнення та систематизації матеріалу, що спонукають учнів до системного засвоєння структурних категорій, понять та найзагальніших закономірностей. Як показала практика, дієвим засобом реалізації нових методичних прийомів та

засобів щодо узагальнення понять про частини і дробі, які сприяють пізнавальному та творчому розвитку учнів початкових класів, є лепбук. Це відносно новий засіб, що застосовується вчителями у практичній діяльності з учнями. У дослівному перекладі з англійської «Lapbook» означає «колінна книга» (Lap – коліно, book – книга). Вона може бути у вигляді інтерактивної тематичної папки, книжки-розкладачки, яка містить матеріали з однієї певної теми. У такій папці зібрано матеріал, що допомагає учням початкових класів структурувати, узагальнити знання, систематизувати інформацію з певної теми, глибше її зрозуміти і запам'ятати, а також повторити пройдений матеріал [23; 28; 33].

Залежно від форми лепбук може бути складений у вигляді стандартної книжки з двома-трьома розворотами (сторінками), книжки-гармошки, папки-фігурки тощо. Матеріал у такій лепбук розміщується у вигляді різних за розміром кишеньок, звичайних фігурних конвертів, кишеньок-гармошок, віконечок, вставок, рухливих частин, картинок, дескрипторів, стрілок, пазлів, міні-книжок тощо. У залежності від наповнення, лепбук вважається інформативним, багатофункціональним (сприяє розвитку творчості, уяви, мислення, логіки, пам'яті, уваги), придатним для одночасного використання групою учнів, має дидактичні властивості, є засобом художньо-естетичного розвитку дитини, забезпечує ігрову, пізнавальну, дослідницьку та творчу діяльність учнів [33].

Технологія виготовлення саморобного лепбуку – це творчий процес, під час якого учні самостійно знаходять інформацію, аналізують її і, звісно, створюють власний проєкт. Завдяки такому ефективному інструменту навчання складна тема з математики стає цікавою та засвоюється в ігровій формі; формує вміння учнів знаходити потрібну інформацію серед різноманітних джерел; допомагає враховувати індивідуальні здібності кожного (на сторінках лепбуку завдання подаються різної складності); розвиває художньо-естетичні смаки.

Розглянемо один із варіантів практичного застосування лепбуку на уроках математики при вивченні теми: «Частини та дробі». Так як ця тема

вивчається і у 3 класі (частини), і у 4 класі (дроби), то проектування лепбуку, на наш погляд, доцільно пропонувати у 4 класі. У процесі формування уявлень учні записують частини та дроби, орієнтуючись на модель предмета чи малюнок; порівнюють частини на основі предметної моделі (малюнка, схеми); знаходять частину від цілого (шляхом поділу предмета або сукупності предметів на рівні частини); відновлюють ціле число за його відомого дроби або частини. У залежності від цього основною метою даного дидактичного посібника – є розвиток пізнавальних здібностей здобувачів початкової освіти за допомогою розвивальних завдань, ігор, розв’язування цікавих задач, конструювання моделей, тобто створення яскравих уявлень про процес структурування, узагальнення та систематизацію знань про частини і дроби.

5.2. Структурні компоненти лепбука з теми «Частини і дроби»

Ми пропонуємо проєкт лепбука з таких елементів (сторінок).

Перша сторінка – «Кольорові дроби».

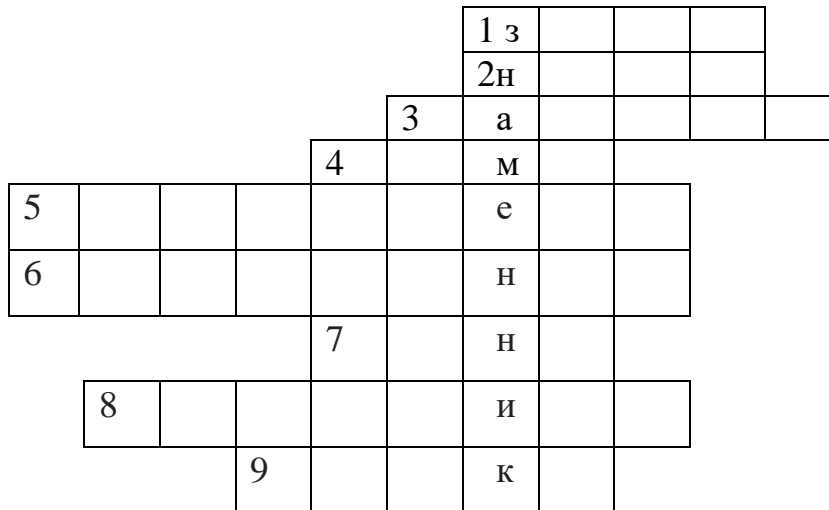
На ній ми пропонуємо розмістити матеріал, який допоможе дітям пригадати основні аспекти про частини, що вивчили у третьому класі та надати візуальну інформацію для моделювання дробів, їх називання та записування. На цій сторінці доцільно подати і творчі завдання, наприклад, «Розгадайте анаграми»: мензнаник – знаменник ; никсечиль – чисельник; цікаві пояснення щодо ефективного запам'ятовування та сприйняття учнями цих назв. Один із варіантів показано на рис. 18.



Рис. 18. Називання та записування дробів

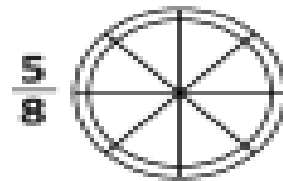
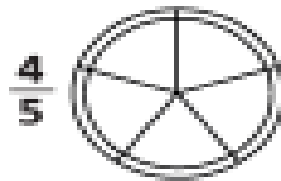
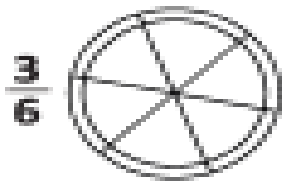
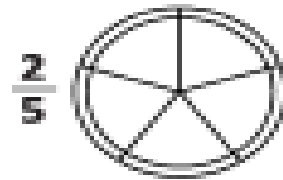
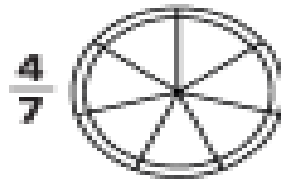
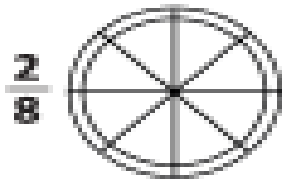
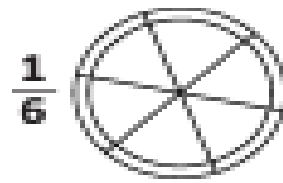
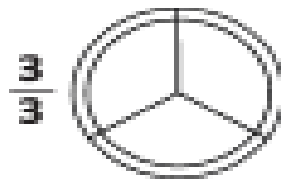
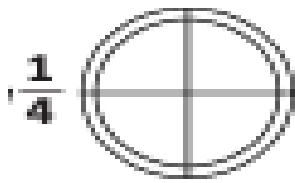
Наступним творчим завданням може бути складання та розгадування кросвордів. Приклад подібних кросвордів подано нижче.

1. Нуль французькою, латинською буде (зеро).
2. Якщо його дописати до числа справа, то число збільшиться у 10 разів. (Нуль).
3. Дріб це двох натуральних чисел (Частка).
4. Знак, що відділяє частину від дробової у десятковому дробі. (Кома).
5. Одна сота метра (Сантиметр).
6. У звичайному дробі показує, скільки взято частин цілого. (Чисельник).
7. Частина доби (День).
8. $\frac{1}{2}$ – іншим словом (Половина).
9. Відділяє чисельник від знаменника (Риска).



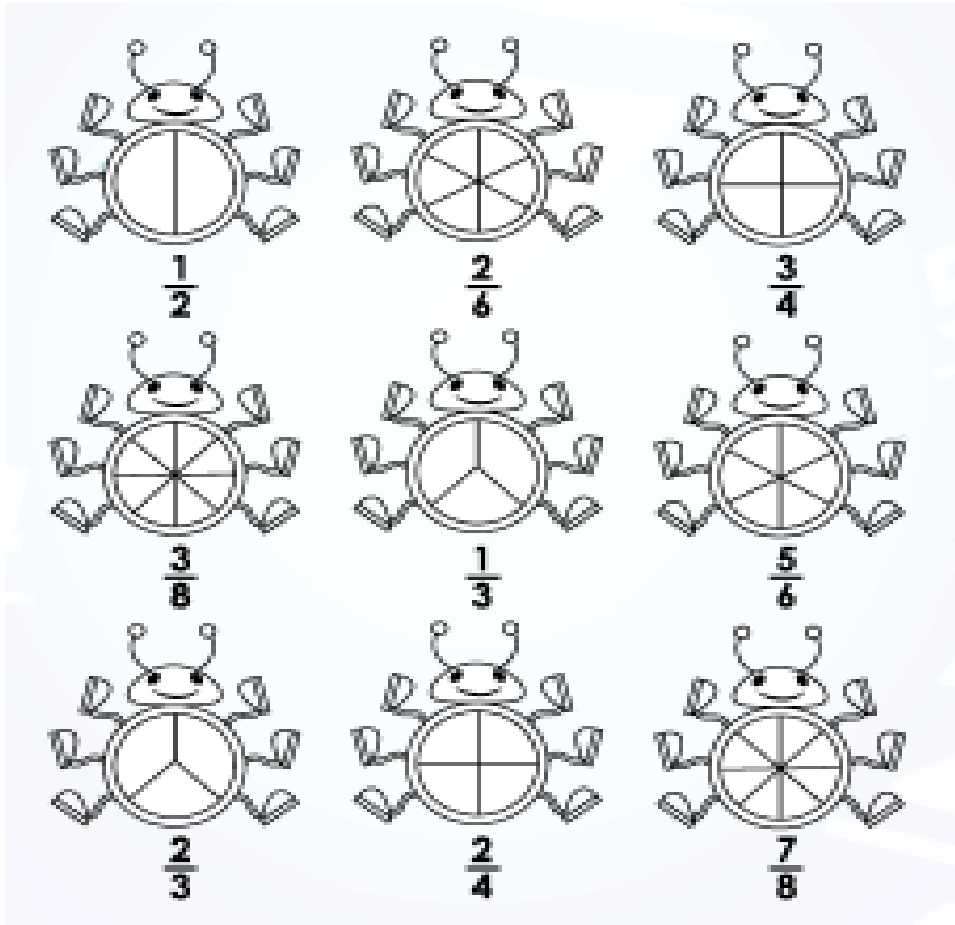
Також, на цій сторінці розміщуються ілюстровані завдання на розфарбовування, наприклад: «Розмалюй піцу» та «Розмалюй жучків». Учні увиразнюють дроби різними кольорами, що забезпечує ефективне підґрунтя для подальшого їх вивчення за програмою.

Розмалюй піцу



У завданні подані схематичні зображення піц, що умовно поділені на певну кількість частин. Поряд з кожною піцою позначений дріб, згідно з яким учень має її розмалювати (загальна кількість частин піци відповідатиме знаменнику, а кількість розмальованих частин – чисельнику). Виконуючи завдання, учні залучатимуть зорову та м'язову пам'ять, просторове та кольорове сприйняття, що допоможе їм покращити знання про звичайні дроби, визначати чисельник і знаменник та краще засвоїти матеріал.

Розмалюй жучків

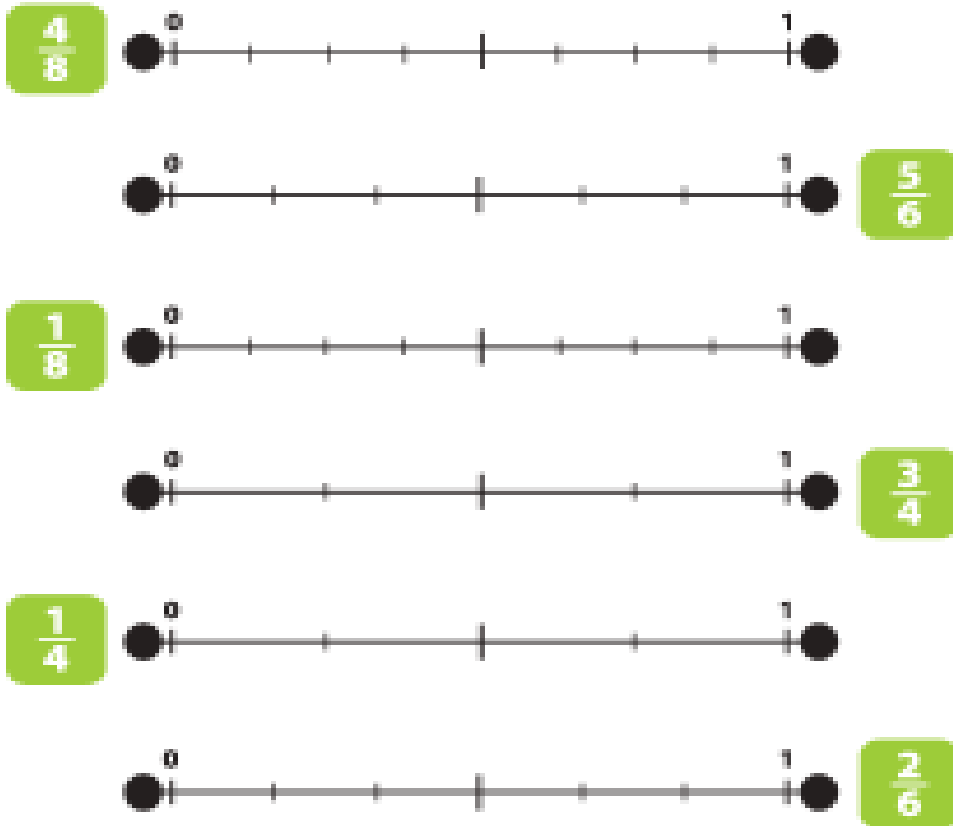


У завданні подані схематичні зображення жучків, що умовно поділені на певну кількість частин. Під кожним жучком записаний дріб, згідно з яким учні мають розмалювати певну їх частину (загальна кількість частин відповідає знаменнику, а кількість розмальованих частин – чисельнику). Ця навчальна розмальовка допоможе учням краще зрозуміти поняття «звичайний дріб», наочно проілюструвавши чисельник і знаменник.

Друга сторінка – «Знайди відповідний дріб».

На ній розміщується матеріал із завданнями, у яких треба позначити дробами їх візуальні моделі: числова вісь та квадратики. Після позначення учні порівнюють дроби з однаковими знаменниками та чисельниками.

Познач кожний дріб на числовій осі.



У завданні учням даються шість відрізків числової прямої, на яких треба позначити відповідно шість запропонованих звичайних дробів, що зазначені поряд. Потім знайти дроби з однаковими знаменниками та порівняти їх. Це завдання допоможе учням глибше зрозуміти поняття «звичайний дріб» та освоїти або повторити порівняння дробів з однаковими знаменниками.

Наступне завдання.

Кожен дріб поданий у вигляді геометричної моделі, що складається з десяти квадратиків, певна кількість яких розмальовано. Треба порахувати розмальовані квадратики й записати результат у вигляді відповідних дробів.

2	2				2
					10
2	2	2	2	2	
2	2	2	2	2	
2	2	2	2		
2	2	2	2	2	
2					
2	2	2	2	2	
2	2	2			
2	2	2	2	2	

Наступне завдання-гра «Збери дріб». У місті де живуть звичайні дроби відбувся землетрус і дроби загубили свої чисельники і знаменники. Допоможіть їм відновитися із поданих чисел:

А) 2, 4, 5, 7, 9, 1

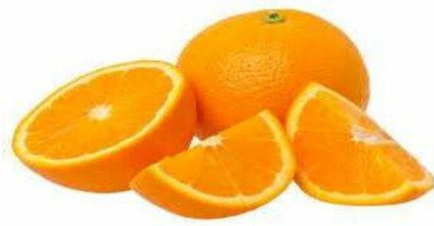
Б) 7, 5, 8, 9, 3, 2

Учні відновлюють дроби та записують їх.

Третя сторінка – «Плоди».

На цій сторінці розміщуються різноманітні завдання на поділ фруктів і овочів на частини (дані об'єкти більш використовувані учнями). При діленні потрібно використовувати різні способи поділу: на рівні частини та на вміщення (вони різні за формою, але частка однакова). Наприклад:

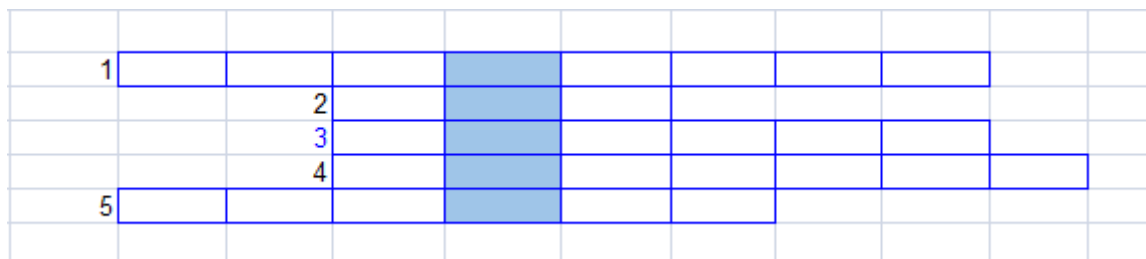
Подивись і поміркуй, чого більше апельсинів чи лимонів.



Четверта сторінка – «Віртуози обчислень».

На цій сторінці розміщені цікаві завдання на обчислення. Наведемо декілька прикладів.

1. Познач зафарбовану частину смужок дробами



2. Обчисли:

- $\frac{1}{4}$ метра в сантиметрах;
- $\frac{3}{4}$ кілометра в метрах;
- $\frac{1}{3}$ години у хвилинах; у секундах;
- $\frac{1}{10}$ центнера;
- $\frac{1}{4}$ доби.

3. Продовж речення.

- *Із двох дробів з однаковими знаменниками більший той...*
- *Із двох дробів з однаковими чисельниками більший той...*
- *Щоб знайти частину від числа, треба...*
- *Щоб знайти число за його частиною, треба...*
- *Щоб знайти дріб від числа, треба...*
- *Щоб знайти число за величиною його дробом, треба число... .*

4. Розв'яжи задачі, обведи правильну відповідь, поясни свій вибір.

Задача 1. У класі 36 учнів. $\frac{3}{4}$ з них каталися на лижах, а решта на санчатах. Скільки учнів каталися на санчатах?

- А) 27 Б) 48 В) 12

Задача 2. Скільки молока у бідоні, якщо $\frac{2}{5}$ цього молока становлять 24 літри?

- А) 12 Б) 50 В) 60

Задача 3. Мама спекла пиріг. До обіду з'їли $\frac{5}{8}$ пирога, а після обіду – $\frac{2}{8}$.
Яка частина пирога залишилася?

- А) $\frac{1}{8}$ Б) $\frac{3}{8}$ В) $\frac{3}{5}$

5. Розв'яжи старовинну задачу. У пастуха, який вів 10 овець, спитали: «Яку частину своїх овець ти ведеш?» Він відповів: «Я веду дві третини половини». Скільки овець мав пастух?

6. Поясни за рисунком значення кожного дробу.

Святковий пиріг розрізали на 10 рівних частин.
Кожна частинка становить $\frac{1}{10}$ пирога



$$1 = \frac{10}{10}$$



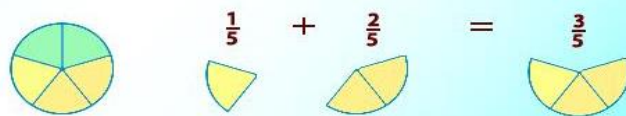
$$= \frac{7}{10}$$



$$= \frac{3}{10}$$

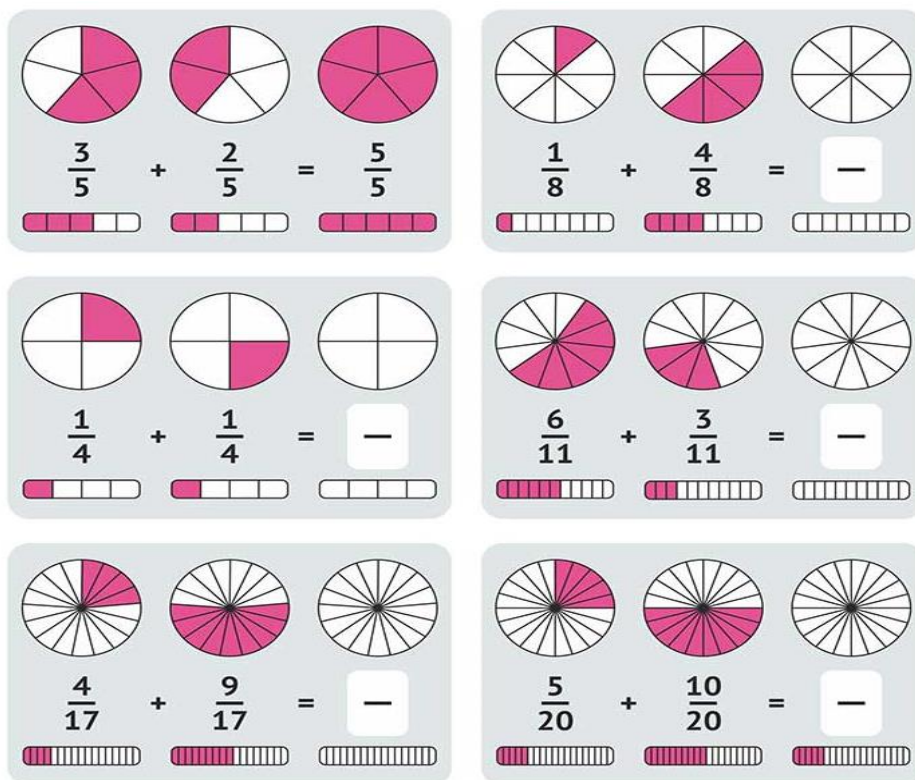
7. Запам'ятай!

Додавання (віднімання) дробів з однаковими знаменниками

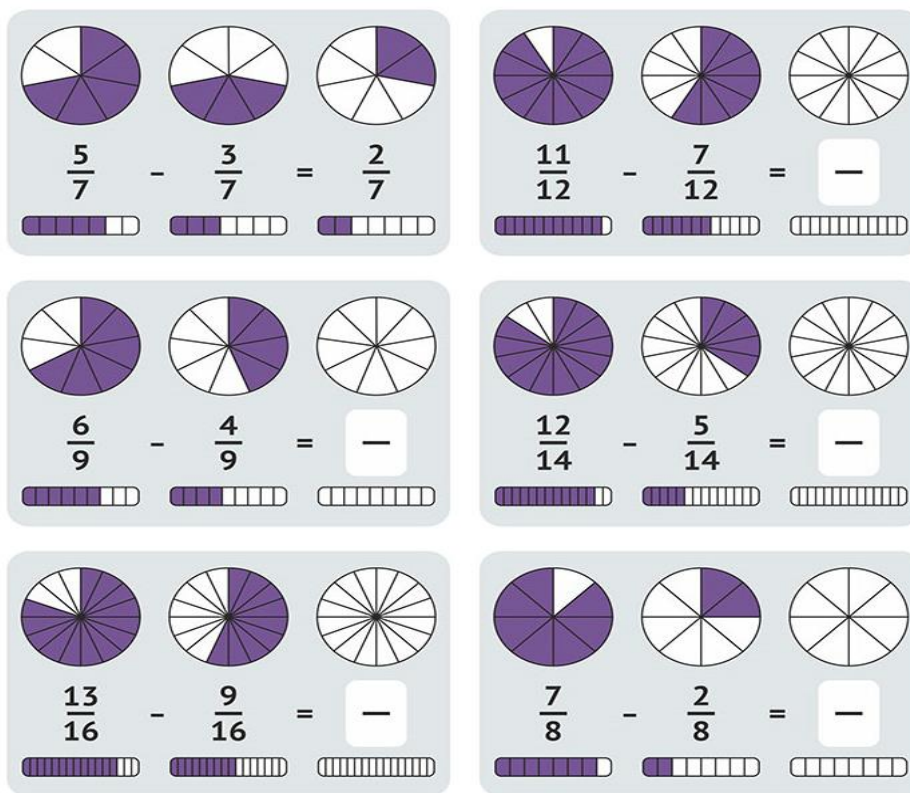


Щоб додати (відняти) дробі з однаковим знаменником, не рівним нулю, треба додати (відняти) їх чисельники і знаменник залишити той самий.


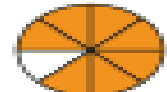






8. Розглянь рисунки та виконай додавання дробів з однаковими знаменниками



9. Розглянь рисунки та виконай віднімання дробів з однаковими знаменниками



10. До кожного виразу добери малюнок та з'єднай за зразком.

$\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$	—	○	—	○	
$\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$	—	○	—	○	
$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$	—	○	—	○	
$\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$	—	○	—	○	
$\frac{2}{6} + \frac{3}{6}$	—	○	—	○	
$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$	—	○	—	○	
$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	—	○	—	○	
$\frac{2}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8}$	—	○	—	○	

11. Виконай тестові завдання.

1. Укажи число, $\frac{4}{7}$ якого дорівнює 24.

6 **42** 12 36

2. $\frac{5}{9}$ довжини стрічки дорівнює 45 см. Яка довжина всієї стрічки?

81 см 10 см 72 см 63 см

3. Знайди площу прямокутника, ширина якого 6 см, що складає $\frac{3}{5}$ його довжини.

60 см² 600 см² 100 см² 40 см²

4. Сторона квадратної рамки дорівнює $\frac{1}{2}$ метра. Чому дорівнює її периметр?

8 м 1 м 4 м **2 м**

5. Скільки хвилин складає $\frac{1}{6}$ години?

16 хв 12 хв **10 хв** 6 хв

6. $\frac{1}{3}$ спортивної зали, довжиною 15 м і шириною 6 м, займає батут. Знайди площу батута?

60 м² 150 м² 90 м² **30 м²**

7. Відстань від дому Тетянки до магазину 200 метрів. $\frac{3}{4}$ шляху вона проїхала на самокаті, а решту – пройшла пішки. Скільки метрів Тетянка проїхала на самокаті?

100 м **150 м** 250 м 50 м

8. Знайди $\frac{1}{2}$ площі квадрата зі стороною 4 дм.

14 дм² 16 дм² **8 дм²** 48 дм²

9. Розв'яжи задачу усно і обведи правильну відповідь.

До магазину завезли 360 кг овочів. Маса картоплі становила $\frac{4}{9}$ всієї маси овочів, а решту становила капуста. Скільки кілограмів капусти завезли до магазину?

180 кг **200 кг** 160 кг 260 кг

10. За обідом діти їли піцу. Петрик з'їв $\frac{1}{4}$ частину піци, а його сестра Полінка – $\frac{1}{6}$ частину піци. Хто з дітей з'їв більший шматок піци?

А) Петрик Б) Полінка

12. Знайди приховані числа.

$\frac{7}{8}$ від числа 64; $\frac{4}{9}$ від числа 72; $\frac{2}{3}$ від числа 24; $\frac{5}{7}$ від числа 49.

56 **32** **16** **35**

13. Порівняй:

$\frac{3}{5}$ м і 25 см $\frac{2}{5}$ год і 24 хв $\frac{3}{4}$ т і 875 кг $\frac{3}{4}$ км і 750 м

14. Знайди ціле за його частиною.

Сторона –

Стілець –

Крило –

Трикутник –

15. Викресли зайві слова:

Чисельник, крива, порівняння дробів, знаменник, дріб, риска, трикутник.

П'ята сторінка – гра «Розумне доміно»

Захоплююча гра (див. с. 57) допоможе систематизувати та узагальнити знання учнів про частини та дроби. Доміно містить 28 карток-кісточок. Кожна картка, як і в звичайному доміно, ділиться на дві частини. Дроби написані зліва по одній від кожної з'єднувальної сторони, а справа зображена фігура, поділена на рівні частини та ціле, а також показує заштриховану кількість цих частин. У свій хід гравець повинен або прикріпити до однієї зі сторін картинку, що зображує ціле, розділене на стільки частин, скільки передбачає дріб, або прикріпити дріб із відповідним знаменником до картинки праворуч.

Останню сторінку лепбуку доцільно присвятити історичним цікавим відомостям про частини та дроби, що викликає жвавий інтерес в учнів. Зазначимо, що лепбук проєктується як індивідуально, так і групою, або в парній роботі. У процесі такої творчості учні стають не лише творцями власної книги, а й оформлювачами, ілюстраторами, авторами власних моделей, загадок, лабіринтів, ребусів, завдань, задач, ігор тощо. Така захоплююча форма роботи створить умови для розвитку особистості, мотивації та розкриття здібностей учня.

Таким чином, у контексті вдосконалення навчального процесу щодо узагальнення та систематизації знань учнів початкових класів про звичайні дроби, на нашу думку, необхідно використовувати інноваційні засоби, які сприяють розвитку пізнавальної активності, розвитку особистості, яка вмє нестандартно мислити, пропонувати і реалізувати різноманітні ідеї.

$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{3}{8}$	
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	
$\frac{3}{2}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$	
$\frac{7}{8}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$	
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{4}$					

VI. ЛОГІКО-ДИДАКТИЧНИЙ АНАЛІЗ НАВЧАЛЬНОЇ ТЕМИ

Майбутній учитель початкових класів має уявити навчальний процес як логічно-дидактичну структуру. Вона являє собою низку уроків, які розбиваються на групи по числу мікро цілей. Кожній мікро цілі співвідноситься певна група уроків, на яких, по-перше, має бути досягнута мікро ціль, по-друге, це програма поступового розвитку мислення учня, пам'яті, мови, уваги, інтересу до математики. Для цього студенти вчаться складати *технологічні карти* – що є основою проєкту майбутнього навчального процесу в класі. У технологічній карті цілісно, ємко, представлені головні параметри навчального процесу, які забезпечують успіх навчання [22].

У оволодінні конструюванням технологічної карти у майбутніх учителів початкових класів формується нове педагогічне мислення: чіткість, структурованість, ясність методичної мови, з'являється обумовленість норм методичних завдань. Формується методичне бачення всього навчального процесу під час вивчення певної теми, розділу, або навчального процесу на весь рік.

Основний об'єкт технологічної карти – це навчальна тема. Тривалість теми має різні часові відрізки – уроки – від мінімальної кількості уроків – 2-4, до максимальної – 10-20, або від одного до декількох. Саме у такій структурній системі уроків проявляються логічні та методичні закономірності навчального процесу.

У проєктуванні цілей до теми «Дроби» їх може бути декілька – від трьох до 5-6 мікроцілей. Студенти вчаться формулювати цілі за такими формами, що суголосні з програмними вимогами до рівня загальноосвітньої підготовки учнів початкових класів, наприклад, *утворює, називає, читає, записує, порівнює частини та дробу; розуміє сутність поняття чисельника і знаменника; читає і записує частини у вигляді дробу з чисельником 1; порівнює дробу з чисельником 1 за допомогою засобів наочності; застосовує в обчисленнях правило знаходження частини від числа та числа за величиною його частини;*

читає і записує дроби; розрізняє дроби, які дорівнюють 1; порівнює дроби з однаковими знаменниками; порівнює дроби з однаковими чисельниками; застосовує правила знаходження дроби від числа та числа за величиною його дроби під час розв'язування практично зорієнтованих задач.

До кожної теми складається загальна логіко-дидактична структура всієї теми «Дроби», яка, у свою чергу, наповнюється з набору технологічних карт послідовних уроків цієї теми: у третьому класі вивчення частин, а у четвертому класі вивчення дробів. Таких карт може бути різна кількість, це залежить від наповнення кількістю уроків теми.

До структури кожного уроку розробляються в залежності від мети, система використання наочних посібників, навчальних задач, вправ, прикладів, схем, таблиць, які націлені на ефективне розв'язання завдань та вимог державного стандарту НУШ, проектування системи уроків, скоординованих з домашньою навчальною роботою.

Логіко-дидактичний аналіз – один із інструментів формування і розвитку професійно значущих умінь майбутнього вчителя початкових класів. З позицій проведення логіко-дидактичного аналізу студенти мають навчитися:

- а) систематизувати структуру змісту курсу математики в цілому;
- б) осмислювати логіку побудови основних змістових ліній і тем курсу математики початкової школи;
- в) аналізувати особливості процесу опанування фахових умінь і навичок; формування комплексу загальних та спеціальних компетенцій з певних математичних розділів, враховуючи систему та технологію навчання.

Навчальна тема у нашому розумінні – це завершений у математичному та дидактичному відношенні фрагмент навчального курсу математики, одиниця навчального матеріалу, яка дозволяє:

- а) розкривати логічну і математичну організацію і трактовку взаємопов'язаних між собою питань;
- б) з'ясувати рівень строгості математичних фактів;
- в) чітко виділяти мету вивчення окремих математичних питань;

г) визначати можливі варіанти засобів навчання;

д) продумувати систему контролю та оцінки завершеної системи знань і умінь учнів.

Мета логіко-математичного аналізу полягає у встановленні змісту і логічній організації навчального матеріалу. Завданнями логіко-математичного аналізу є:

- визначити основний (головний) спосіб логічної організації завершеного фрагменту навчального матеріалу по темах «Частини» і «Дроби», тобто на якій основі будується ознайомлення, вивчення та осмислення зазначеного матеріалу: на змістовній, на дедуктивній або комбінованій;

- встановити, які поняття по темах «Частини» і «Дроби» вводяться через опис, яким із них дається строге визначення, яка логічна структура їх визначень;

- встановити які твердження у темах «Частини» і «Дроби» доводяться, який рівень строгості доведень, який метод доведень використовується, які вводяться для ілюстрації, які твердження вводяться через задачі;

- виділити які алгоритми і правила дій включає в себе зазначений матеріал, розгорнути правила в повні алгоритми;

- виділити загальні математичні методи і прийоми, знайомство або оволодіння якими здійснюється при вивченні тем «Частини» і «Дроби» у третьому та у четвертому класах;

- виділити опорний, основний та допоміжний матеріал для вивчення зазначених тем (як за підручником, так і за додатковою інформацією);

- провести аналіз завдань, задач та наочного матеріалу, що вміщені в підручнику;

- встановити внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки;

- встановити інтеграційні зв'язки;

- продумати різні варіанти контролю.

Мета методичного аналізу полягає у проєктуванні, відборі та розробці дидактичного забезпечення завершеного фрагменту навчального матеріалу. Завданнями методичного аналізу є:

- правильно сформулювати мету вивчення тематики «Частини» і «Дроби» у відповідності з особливостями учнів початкових класів;
- скоректувати (адаптувати) рівень науковості і строгості вивчення теоретичного матеріалу теми «Частини» і «Дроби»;
- виділити шляхи, засоби, способи впливу на мотивацію вивчення учнями початкових класів дробових чисел;
- визначити та обґрунтувати засоби забезпечення наочності та доступності даного навчального матеріалу;
- виділити обов'язкову групу завдань для засвоєння опорних знань та умінь по темах «Частини» і «Дроби»;
- відібрати та обґрунтувати прийоми і методи навчання, враховуючи варіативність за необхідністю;
- підібрати або розробити самостійно засоби контролю засвоєння основного матеріалу та рівня оволодіння навчально-пізнавальними діями по темах «Частини» і «Дроби»;
- підібрати форми організації диференціації і індивідуалізації навчання;
- підібрати форми організації інтеграції з іншими галузями.

Рекомендації щодо здійснення логіко-дидактичного аналізу завершеного фрагменту навчального матеріалу.

1. Відповідно до Державного стандарту початкової освіти слід розуміти, що в ньому зафіксовано основним чином освітні аспекти цілей та завдань. Розвивальні та виховні аспекти визначаються суто вчителем згідно особливостей теми уроку або педагогічної ситуації.

2. Для забезпечення позитивної мотивації навчання важливо показати:

- можливе практичне застосування знань та умінь, якими учні оволодіють у процесі вивчення частин та дробів;

- цікаві факти з історії виникнення, розвитку, становлення дробів та використання знань та умінь користуватися дробами;

- нестандартні, цікаві завдання, задачі у віршованій формі, логічні завдання, головоломки, запропонувати дітям зробити власну наочність до теми тощо.

Для цього пропонуємо скористатися науково-популярними, науково-методичними спеціальними журналами для вчителів початкових класів, різноманітними методичними посібниками, матеріалами шкільних порталів мережі Інтернет тощо.

3. Важливо зрозуміти, що призначення такого матеріалу – розширення математичного кругозору учнів, рівня оволодіння ними цим матеріалом та зацікавлення і мотивація вивчення частин і дробів.

4. Великий обсяг математичного матеріалу складають задачі. Аналізуючи задачний матеріал необхідно відповісти на ряд важливих питань:

- яка кількість задач сприяє розкриттю, конкретизації та поглибленню основного матеріалу по вивченню частин і дробів?

- як згруповано задачі у відповідності з викладом основного матеріалу (всі типи в одній групі, чи перемежуються з задачами на повторення, чи в логічній послідовності)?

- чи можливо виділити багатофункціональні задачі?

- чи достатньо задач для формування певних знань та умінь, які визначені навчальною програмою, чи може їх не достатньо, або, навпаки, подано надмірна кількість?

- чи існують задачі на формування мотивації або такі, які показують прикладний характер математичних знань та умінь?

- чи є задачі на формування навичок математичної діяльності: навчання пошуку розв'язання, на формування евристичних прийомів діяльності, проєктивної, творчої, дослідницької діяльності тощо?

За результатом подібного аналізу студенти складають певну систему обов'язкових задач для розв'язування у процесі вивчення тем «Частини» і «Дроби» як у третьому класі, так і у четвертому.

Пропонуємо зробити логіко-дидактичний аналіз певної теми за однією із поданих таблиць:

Таблиця 1

Навчальна тема	Мета	Найважливіші поняття	Методичні рекомендації
----------------	------	----------------------	------------------------

Таблиця 2

Навчальна тема	Діяльність учнів	Діяльність учителя	Завдання для учнів, виконання яких сприяє досягненню запланованих результатів	Заплановані результати
----------------	------------------	--------------------	---	------------------------

Таблиця 3

Навчальна тема	Мета і завдання	Заплановані результати	Значення матеріалу для учнів	Методи навчання	Форми організації навчальної діяльності	Прийоми діяльності вчителя	Організація діяльності учнів	Розвиток умінь учнів	Основні поняття та терміни
----------------	-----------------	------------------------	------------------------------	-----------------	---	----------------------------	------------------------------	----------------------	----------------------------

VII. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Під час розробки варіантів для самостійної роботи здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти (денної і заочної форм навчання) було використано літературу [10; 12; 16; 22; 29].

ВАРІАНТ 1

Перегляньте в електронному забезпеченні та підберіть до вивчення тем «Частини» і «Дроби» додатковий навчальний матеріал. Розкрийте можливості його використання на уроках математики, сформулюйте мету використання.

Зміст матеріалу	Можливості використання	Мета
Різноманітна наочність		
Навчальні програми		
Мультфільми		
Презентації		
Історичний матеріал		

ВАРІАНТ 2

Сплануйте зміст і форму певних видів робіт на уроці під час вивчення тем «Частини» у третьому класі і «Дроби» у четвертому класі.

№	Вид роботи	Форма роботи	Зміст роботи
1	Самостійна робота на тему «Звичайні дроби»		
2	Практична робота на поділ цілого на частини та позначення результату		
3	Міні-дослідження з дробами		
4	Перевірка знань та умінь учнів		
5	Творча робота		
6	Нетрадиційне домашнє завдання за темою		

ВАРІАНТ 3

Складіть структурований конспект уроку

Тема:

Клас: _____

Мета уроку:

Обладнання

Тип уроку

Хід уроку

ВАРІАНТ 4

Випишіть з підручника математики (3-4 клас; автор за вибором) тексти простих та складених задач різних видів: задачі на знаходження частини від числа; задачі на знаходження числа за величиною його частини; задачі на знаходження дроби від числа; задачі на знаходження числа за величиною його дроби (по 5 задач різних видів).

Складіть коротку умову, оформіть розв'язування за всіма вимогами.

Задачі на знаходження частини від числа

Підручник: _____

№ задачі	Текст задачі	Коротка умова	Розв'язання з поясненням

Задачі на знаходження числа за його частиною
Підручник: _____

№ задачі	Текст задачі	Коротка умова	Розв'язання з поясненням

Задачі на знаходження дроби від числа
Підручник: _____

№ задачі	Текст задачі	Коротка умова	Розв'язання з поясненням

Задачі на знаходження числа за величиною його дроби
Підручник: _____

№ задачі	Текст задачі	Коротка умова	Розв'язання з поясненням

ВАРІАНТ 5

До кожної із простих задач на знаходження частини від числа складіть текст зворотної задачі на знаходження числа за його частиною.

Задачі на знаходження частини від числа	Задачі на знаходження числа за його частиною
Бабуся для внуків спекла 24 пиріжка. $\frac{2}{3}$ з них були з яблуками, а решта з вишнями. Скільки пиріжків з яблуками спекла бабуся?	
На виготовлення светру витратили 600 грамів ниток. $\frac{3}{5}$ усіх ниток – червоного кольору, а решта – зеленого. Скільки ниток червоного кольору витратили на светр?	
У колекції Дмитрика 45 різних наліпок. $\frac{2}{5}$ з них присвячено рослинам. Скільки наліпок про рослини у Дмитрика?	
Книга має 240 сторінок. Марічка прочитала $\frac{4}{10}$ цієї книги. Скільки сторінок прочитала Марічка?	
На Новорічне свято учні четвертого класу приготували 100 різних гірлянд. $\frac{3}{4}$ усіх гірлянд виготовлено з кольорового паперу. Скільки гірлянд з кольорового паперу виготовили учні до свята?	

ВАРІАНТ 6

Зробити логіко-дидактичний аналіз теми «Задачі на знаходження дробу від числа» за поданою таблицею:

Навчальна тема	Діяльність учнів	Діяльність учителя	Завдання для учнів, виконання яких сприяє досягненню запланованих результатів	Заплановані результати

ВАРІАНТ 7 (Тести)

1. У якій змістовій лінії реалізується ознайомлення на практичній основі зі звичайними дробами:

- «Числа, дії з числами. Величини»;
- «Геометричні фігури»;
- «Вирази, рівності, нерівності»;
- «Математичні задачі і дослідження».

2. Ознайомлення учнів з частинами відбувається:

- з допомогою наочності, практичних вправ, креслення, вимірювання;
- з допомогою лише практичних вправ;
- у ході бесіди;
- самостійно.

3. У якому класі дітей вчать позначати частини числом?

- у 4 класі;
- у першому семестрі 3 класу;
- у другому семестрі 3 класу;
- у другому класі.

4. У якому класі ознайомлюються із чисельником і знаменником дробу?

- у 4 класі
- у 3 класі
- у 2 класі
- не ознайомлюють

5. У якому класі ознайомлюють учнів з порівнянням частин?

- у 2 класі
- у 3 класі
- у 4 класі
- не ознайомлюють

6. Означення якого з вказаних понять не формують в початкових класах?

- правильні дроби
- неправильні дроби

- десяткові дроби
- порівняння дробів

7. Оберіть вираз до задачі: «На молочній фермі надоїли за день 1680 літрів молока. Сметана, яку отримали із цього молока, складає $\frac{1}{8}$ частину від усього молока, масло – $\frac{1}{3}$ частину від сметани. Скільки масла отримали?»

- $1680 : 8 \times 3$
- $1680 : 8 : 3$
- $1680 : 8 + 3$
- $1680 : 3 \times 8$

8. Визначте вид складеної задачі: «Фермер відправив у три магазини 340 літрів соняшникової олії. Перший магазин отримав $\frac{1}{5}$ частину всієї соняшникової олії, другий – $\frac{1}{4}$ частину олії, що залишилася, а третій магазин – остачу. Скільки літрів соняшникової олії отримав кожний магазин?»

- на знаходження частини від числа;
- на знаходження числа за величиною його частини;
- на знаходження дробу від числа;
- на знаходження числа за величиною його дробу.

9. Ознайомлення із задачами на знаходження числа за величиною його дробу відбувається:

- у 2 класі
- у 3 класі
- у 4 класі
- у 5 класі

10. Закінчи твердження: «Щоб знайти частину від числа, треба...»

- число поділити на знаменник дробу;
- число помножити на знаменник дробу;
- число відняти від знаменника дробу;
- число додати до знаменника дробу.

11. Які знання закріплюються учнями під час виконання таких завдань: $\frac{5}{9} > 1$; $\frac{8}{8} < 1$; $\frac{17}{5} > 1$; $\frac{2}{7} > \frac{5}{7}$

- правило порівняння дробів;
- визначення дробів;
- утворення частин;
- утворення дробів.

12. На основі якої дії пояснюється конкретний зміст дробу?

- віднімання;
- ділення;
- додавання;
- додавання однакових доданків.

13. Як називають дроби на підготовчому етапі?

- половина;
- одна друга;
- три четвертих;
- половина, третина, чверть.

14. Які засоби навчання доцільно використовувати для ознайомлення з порівнянням дробів?

- лінійка;
- циркуль;
- таблиця з зображенням відрізків, які ілюструють різні дроби;
- відрізки, геометричні фігури.

15. З яким видом дробів не знайомлять учнів у початкових класах?

- 0,37;
- $\frac{2}{3}$;
- $\frac{4}{4}$;
- $\frac{5}{3}$.

16. Якою дією розв'язують задачі на знаходження числа за його частиною?

- ділення;
- множення;
- ділення, множення;
- додавання.

17. Вичначте вид задачі: «У Оленки було 15 цукерок. $\frac{2}{5}$ вона віддала братові. Скільки цукерок отримав брат?»

- на знаходження частки;
- на знаходження дробу від числа;
- на знаходження числа за величиною дробу;
- на знаходження різниці.

18. Скількома діями розв'язують задачу на знаходження $\frac{5}{6}$ від певного числа?

- однією;
- двома;
- трьома;
- чотирма.

ВАРІАНТ 8

Готуємося до конференції.

Здійснити аналіз науково-методичних матеріалів щодо висвітлення актуальних проблем вивчення звичайних дробів у початкових класах. Форми роботи: вивчення досвіду роботи вчителів-практиків щодо методики вивчення частин і дробів у початкових класах; обговорення повідомлень на практичних заняттях; конспект основних положень теми; тези статті; тези виступу на конференції; фото та відео матеріали.

ВАРІАНТ 9

Користуючись навчальними програмами з математики для початкової школи (Наказ Міністерства освіти і науки України від 12.08.2022 № 743-22) визначте: якими знаннями про звичайні дроби мають оволодіти учні наприкінці навчання у початкових класах?

Користуючись навчальною програмою з математики для 5 класу визначте очікувані результати навчання за темою «Звичайні дроби».

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Авраменко К. Б. Методика вивчення величин та дробів у початковій школі: навчально-методичний посібник. Миколаїв:СПД Румянцева,2020.78 с.
2. Бевз В. Г. Історія математики. Харків : «Основа», 2006. 176 с.
3. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія. Київ : НПУ імені Драгоманова, 2005. 360 с.
4. Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А. Методика викладання математики в початкових класах: навчальний посібник. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2014. 336 с.
5. Бородин А. Біографічний словник діячів у галузі математики. Київ : Освіта, 2008.
6. Будна Н. О., Беденко М. В. Математика: підручник для 3 кл. закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах). Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2020.
7. Вивальнюк Л. М., Ігнатенко М. Я. Елементи історії математики: навч. посібник. Київ : ІЗМН, 2003. 237 с.
8. Володарский А. Очерки истории средневековой индийской математики. Киев : Наука, 1997.
9. Гісь О. М., Філяк І. В. Математика: підручник для 3 кл. закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах). Харків: Ранок, 2020.
10. Даніелян А. Я. Методика викладання математики: самостійна робота. Луганськ: СПД Резніков В.С., 2011. 168 с.
11. Державний стандарт початкової освіти, затверджений Постановою Кабінету Міністрів України від 21 лютого 2018 р. № 87 [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/87-2018-%D0%BF#Text> (дата звернення: 21.05.2023).
12. Заїка А., Тарнавська С. Математика: підручник для 4 кл. закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах). Тернопіль: Підручники і посібники, 2021.

13. Закон України «Про освіту» № 2145–VIII від 5 вересня 2017 року. Відомості Верховної ради України. Київ : Парламентське видавництво, 2017. № 38-39, 29 вересня 2017 року. С. 5–118.

14. Кіщук Н. Дроби як функціональні відношення та їх вивчення у початковій школі на образно-графічному рівні. *Початкова школа*. 2019. № 12. С. 35–41.

15. Ковальчук В. Ю., Силюга Л. П., Білецька Л. С. Формування в учнів початкових класів уявлень про частини і дроби : на допомогу вчителям початкових класів. Дрогобич : ДДПУ ім. І. Франка, 2014. 37 с.

16. Ковальчук В. Ю., Шаран О. В., Жигайло О. О. Методика викладання математики. Частина 5. Методика вивчення дробів, величин, алгебраїчного та геометричного матеріалу у початковій школі : навчально-методичний посібник для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти напряму підготовки «Початкова освіта». Дрогобич: РВВ ДДПУ імені Івана Франка, 2016. 98 с.

17. Концепція «Нова українська школа». МОН України. 2016. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>.

18. Король Я. Формування практичних умінь і навичок на уроках математики. Тернопіль : «Навчальна книга – Богдан», 2017. 136 с.

19. Кучерява О. В. Дроби, що дорівнюють одиниці. Розв'язування задач на рух: урок математики в 4-му класі. Початкове навчання та виховання. 2019. № 7–9. С. 65–67.

20. Листопад Н. П. Математика : підручник для 3 кл. закладів загальної середньої освіти (у 2-х ч.). Київ: УОВЦ «Оріон», 2020.

21. Лищенко Г. П. Математика : підручник для 4 кл. закладів загальної середньої освіти (у 2-х ч.). Київ: Генеза, 2021.

22. Ляшова Н. М., Чайченко В. Ф. Елементи алгебри в початковій школі : навчально-методичний посібник для підготовки здобувачів ступеня вищої освіти 013 Початкова освіта. Слов'янськ, 2021. 120 с.

23. Ляшова Н.М. Методичний аспект формування уявлень учнів про частини. *Інновації в початковій освіті: проблеми, перспективи, відповіді на виклики сьогодення*: матеріали VI Міжнар. наук.-практ. конф. (Полтава, 15-16 червня 2023 р.). Полтава : ПНПУ імені В. Г. Короленка, 2023. С. 154–157.
24. Нова українська школа: poradnik dla vchitelja / Під заг. ред. Бібик Н. Київ: ТОВ «Видавничий дім «Плеяди», 2017. 206 с.
25. Синякова О. Ейдетика на уроках математики. Ознайомлення з дробами. 4 клас. *Початкова освіта*. 2008. Січень. № 2 (234).
26. Скворцова С.О., Онопрієнко О.В. Математика: підручник для 3 кл. закладів загальної середньої освіти (у 2-х ч.). Харків: «Ранок».
27. Сучасний тлумачний словник української мови. /За заг. ред. проф. В.В. Дубічинського. Харків: ВД «ШКОЛА», 2006. 1008 с.
28. Тарнавська Н. П., Рудницька Н. Ю., Мурашевич Ю. М. Сучасні технології формування логіко-математичної компетентності в дітей дошкільного та молодшого шкільного віку. Житомир: ФОП «Левковець», 2015. 430 с.
29. Типова освітня програма. Наказ Міністерства освіти і науки України від 12.08.2022 № 743-22
<https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-1-4-klas/2022/08/15/Typova.osvitnya.prohrama.1-4/Savchenko.pdf>
30. Яковенко Т. В. Формування ключових компетентностей на уроках математики. URL: <https://naurok.com.ua/formuvannya-klyuchovihkompetentnostey-na-urokah-matematiki-osnovna-shkola-27697.html>
31. Kolmogorow A. N. O matematyce, PWN, Warszawa, 1998.
32. Merzbach U. C., Boyer C. B. A History of Mathematics. Wiley & Sons, Incorporated, 2011. 688 p.
33. Narimbetova Z.A. Sncreasing the cognitive activity of younger pupils when using the innovative technology «LAPBOOK» at the lessons of mathematics. *Economy and society*. № 8 (87). 2021. P. 379–387.

34. Ravi Agarwal, Syamal Sen. Creators of Mathematical and Computational Sciences. Springer, 2014. P. 103.
35. Struik D. J. A Concise History of Mathematics. Dover. 1987.
36. Struik D. J. A Sourcebook of Mathematics 1200 – 1800. Princeton University Press. 1986.
37. Yong, K. Mathematics Education (The Singapore Journey). New Jersey, London and Singapore: World Scientific. 2009.

Інформаційні ресурси

1. Концепція «Нова українська школа». МОН України. 2016. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>
2. Концепція розвитку педагогічної освіти [Електронний ресурс] / МОН України // Про затвердження Концепції розвитку педагогічної освіти : Наказ Міністерства освіти і науки України від 16.07.2018 р. URL: <https://mon.gov.ua/ua/npa/pro-zatverdzhennya-konceptiyi-rozvitku-pedagogichnoyi-osviti> (дата звернення: 27.08.2023)
3. Міністерство освіти і науки України : сайт. URL: <https://mon.gov.ua/ua>
4. НУШ: сайт. <https://nus.org.ua/> (дата звернення: 3.09.2023)
5. Інститут модернізації змісту освіти : сайт. URL: <https://imzo.gov.ua/>
6. Всеосвіта: сайт. URL: <https://vseosvita.ua/>

Кафедра теорії і практики початкової освіти

Надія Миколаївна ЛЯШОВА
Валентина Федорівна ЧАЙЧЕНКО

ВИВЧЕННЯ ДРОБІВ У ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ

Навчально-методичний посібник