

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ М.П. ДРАГОМАНОВА**

Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису

**ІЩУК АНАСТАСІЯ АНАТОЛІЇВНА**

УДК 378.016:004(043.3)

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**КОМП'ЮТЕРНО–ОРІЄНТОВАНА МЕТОДИЧНА СИСТЕМА  
НАВЧАННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ  
МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ**

13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика)

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук.

Дисертація містить результат власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ А.А. Іщук

Науковий керівник – Жалдак Мирослав Іванович, доктор педагогічних наук, професор, академік НАПН України.

Київ – 2021

## АНОТАЦІЯ

*Ищук А.А.* Комп'ютерно–орієнтована методична система навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук за спеціальністю 13.00.02 – Теорія і методика навчання (інформатика). Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова. – Київ, 2021.

Сучасний стан світової та вітчизняної систем освіти характеризується як кризовий, що пов'язано з кризовими явищами у багатьох галузях соціально–економічного життя суспільства. Разом з тим, бурхливий розвиток науки і техніки, процеси глобалізації, інформатизації та інтелектуалізації сучасного суспільства висувають більш жорсткі вимоги до підготовки фахівців з вищою освітою нового покоління. Тому система освіти опинилась у складній ситуації, коли за все менш сприятливих умов необхідно готувати фахівців з високим рівнем професійної обізнаності та з творчими здібностями. Нині також спостерігається тенденція зниження рівня підготовки фахівців, у тому числі й педагогічних спеціальностей. Такі тенденції притаманні не тільки вищій освіті України, а в тій або іншій мірі характерні для світового освітянського простору та непокоять професійну спільноту всіх країн.

Радикальні зміни в цивілізаційній динаміці навколишнього світу на рубежі ХХ і ХХІ століть характеризуються лавиноподібним зростанням обсягу набутих знань та їх домінуванням в усіх сферах людського життя, що в значній мірі пов'язано з безпрецедентним зростанням впливу інформаційно–технологічного фактора на всі сторони життєдіяльності людини. Сучасне суспільство ставить перед освітою складне завдання: підготувати фахівця, який володіє не тільки певним багажем знань, але й здатного до постійного самовдосконалення, самоосвіти й адаптації до нових вимог. Саме тому згідно Національної доктрини розвитку освіти у ХХІ ст. та в указі президента України «Про національну стратегію розвитку освіти в Україні на період до 2021 р.» (№ 344/2013) зазначено, що пріоритетом розвитку освіти є впровадження сучасних інформаційно–комунікаційних технологій, що

забезпечує удосконалення навчально–виховного процесу, доступність та ефективність освіти, підготовку молодого покоління до життєдіяльності в інформаційному суспільстві.

З розвитком цивілізації постійно збільшується роль математики та її методів у пізнанні всесвіту, все глибшою стає інтеграція математики з іншими науками. Математичні методи сьогодні є потужним інструментом розв’язування складних задач, що виникають у різних сферах людської діяльності, тобто відбувається поступовий процес математизації науки і практики.

Проблемам математичної освіти, розробці теоретичних і методичних аспектів навчання математики в сучасних умовах присвячено роботи М. І. Бурди, М. І. Жалдака, М. Я. Ігнатенка, Ю. М. Колягіна, Т. В. Крилової, Л. Д. Кудрявцева, Дж. Малаті, Г. О. Михаліна, Л. І. Нічуговської, В. Г. Скатецького, З. І. Слєпкань, О. І. Скафи, В. О. Швеця, М. І. Шкіля та інших.

Серед шляхів подолання проблем, які існують сьогодні у вищій математичній освіті, ключове місце належить активізації навчально–пізнавальної діяльності студентів під час навчання математичних дисциплін на основі широкого використання педагогічних та інформаційно–комунікаційних технологій. Адже, від масштабів та ефективності використання сучасних інформаційно–комунікаційних технологій суттєво залежить науково–технічний та економічний потенціал держави.

Однією з актуальних проблем вищої освіти є створення ефективної системи навчання, впровадження і застосування сучасних інформаційних технологій в освітній процес. Адже серед всіх навчальних дисциплін в педагогічному університеті фізико–математичних та інформатичних спеціальностей особливе місце належить курсу вищої математики, навчання якого формує науковий світогляд, розуміння сутності прикладних проблем, дозволяє оволодіти основами математичного програмування. Застосування сучасних інформаційно–комунікаційних технологій в освіті позбавляє

студентів від виконання рутинних обчислень, збільшує час для обмірковування алгоритмів розв'язування задач, постановки задач і побудови відповідних математичних моделей, подання результатів у найбільш зручній формі.

Розв'язування задач за допомогою комп'ютера, в тому числі, і з математичного програмування, не тільки не позбавляє студентів (майбутніх учителів інформатики) вмінь розв'язувати математичні задачі, а навпаки, може суттєво їх поглибити. Незважаючи на свою спрямованість на серйозні математичні обчислення, інформаційно–комунікаційні технології можуть стати в нагоді досить широкій категорії користувачів: студентам і викладачам, інженерам, аспірантам, науковцям. Їх освоєння у вітчизняних навчальних закладах дозволить говорити про інтеграцію нашої системи освіти у світову і про серйозне підвищення ролі фундаментальної інформатичної та математичної освіти.

Дослідження, пов'язані з використанням сучасних інформаційно–комунікаційних технологій у освітньому процесі, започатковано в роботах В. М. Глушкова, Б. В. Гнеденка, Ю. В. Горошка, А. П. Єршова, М. І. Жалдака, В. І. Клочка, А. М. Колмогорова, М. П. Лапчика, Ю. І. Машбиця, В. М. Монахова, Н. В. Морзе, А. В. Пенькова, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, Ю. В. Триуса, З. С. Сейдаметової, С. О. Семерікова, Є. М. Смірнкової–Трибульської, О. М. Спіріна, Ю. В. Триуса, С. М. Яшанова та ін.

Значна увага проблемам навчання математичного програмування приділяється в роботах Р. Белмана, В. Г. Болтянського, В. В. Вітлінського, Р. В. Гамкредізе, В. М. Глушкова, Дж. Данціга, Ю. М. Єрмольєва, М. І. Жалдака, Л. В. Канторовича, Н. М. Кузьміної, Г. Куна, Т. Ч. Купманса, З. М. Литовченко, В. С. Михалевича, С. І. Наконечного, Джон фон Неймана, В. С. Немчинова, В. В. Новожилова, Л. С. Понтрягіна, Б. М. Пшеничного, С. С. Савіної, А. Таккера, Т. О. Терещенко, Ю. В. Триуса, Н. П. Федоренко, С. С. Шаталіна, Д. Б. Юдіна та іншими.

Рівень математичної та інформатичної підготовки майбутніх учителів

інформатики має сприяти створенню та впровадженню нових комп'ютерно-орієнтованих педагогічних технологій навчання математики, сформувавши теоретичне підґрунтя для професійної діяльності.

Освітній процес в сучасному закладі вищої педагогічної освіти являє собою велику та складну систему. Подальший його розвиток та впровадження у освітній процес інноваційних технологій навчання, зокрема інформаційно-комунікаційних технологій, вимагає детального вивчення, адже підвищення рівня знань майбутніх учителів інформатики з математичного програмування, активізація їхньої навчально-пізнавальної діяльності та подолання різних проблем навчання вбачається, перш за все, у створенні та впровадженні у освітній процес так званої *комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування*.

Таким чином, актуальною є проблема розробки, наукового обґрунтування та експериментальної перевірки ефективності комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування у закладах вищої педагогічної освіти, використання якої дозволить активізувати навчально-пізнавальну діяльність студентів і підвищити рівень їхньої математичної підготовки за рахунок широкого застосування інформаційно-комунікаційних та сучасних педагогічних технологій.

Актуальність окреслених вище проблем, їх недостатня розробленість у практиці навчання в педагогічних закладах вищої освіти зумовила вибір теми дисертаційного дослідження: **«Комп'ютерно-орієнтована методична система навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування»**.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційне дослідження виконано відповідно до тематичного плану наукових досліджень Інституту інформатики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, а також тісно пов'язане з темою науково-дослідної роботи «Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання фізико-математичних та інформатичних дисциплін у педагогічних

навчальних закладах» (номер державної реєстрації 0111U000526). Тема дисертації затверджена на засіданні Вченої ради Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова (протокол №6 від 30 січня 2014 року) та узгоджена на засіданні бюро Міжвідомчої ради при НАПН України з координації досліджень у галузі освіти, педагогіки і психології (протокол № 1 від 28 січня 2020 року).

**Об'єкт дослідження** – процес навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики у закладах вищої педагогічної освіти.

**Предмет дослідження** – комп'ютерно–орієнтована методична система навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування у закладах вищої педагогічної освіти.

**Мета дослідження** полягає в створенні і теоретичному обґрунтуванні комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики та експериментальній перевірці її ефективності.

**Гіпотеза** – впровадження інформаційно–комунікаційних технологій в процес навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики:

- сприяє поглибленню знань, вмінь та навичок студентів стосовно використання методів математики в своїй практичній діяльності за рахунок доступу до всесвітньої комп'ютерної мережі Internet та на основі сучасних інформаційних технологій навчання, а також інтересу до навчально–пізнавальної роботи;
- забезпечує можливість викладачам удосконалити систему контролю та коригування знань студентів на основі застосування інформаційно–комунікаційних технологій;
- забезпечує мотивацію навчання теоретичних основ математичного програмування.

Відповідно до мети і гіпотези дослідження були поставлені такі **завдання**:

1) проаналізувати психолого–педагогічну, наукову та науково–методичну літературу з теорії та методики навчання математичних та інформатичних дисциплін, зокрема математичного програмування;

2) проаналізувати та порівняти вітчизняну та зарубіжну практику використання інформаційно–комунікаційних технологій в процесі навчання математичного програмування у закладах вищої педагогічної освіти;

3) вивчити і проаналізувати сучасний стан і тенденції використання математичного програмування в процесі підготовки майбутніх учителів інформатики;

4) дослідити міжпредметні зв'язки математичного програмування з математичними дисциплінами;

5) уточнити та апробувати основні компоненти комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування;

6) визначити критерії оцінювання знань та вмінь студентів з математичного програмування та показники рівнів сформованості системи відповідної фахової обізнаності;

7) розробити дистанційний курс “Математичне програмування” для навчання майбутніх учителів інформатики;

8) провести експериментальну перевірку ефективності розроблених компонентів комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування, і здійснити впровадження розроблених навчально–методичних матеріалів.

У першому розділі «Психолого–педагогічні основи комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики» розглянуті психолого–педагогічні основи використання інформаційно–комунікаційних технологій як засобу підвищення мотивації навчально–пізнавальної діяльності в процесі навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування.

Представлений аналіз навчальних програм дисциплін, на які

безпосередньо спирається на навчання вирішення завдань з математичного програмування, показана важливість реалізації міжпредметних зв'язків інформатичних, математичних дисциплін з математичним програмуванням. Виконано аналіз програмних засобів, які використовуються в процесі навчання математичного програмування.

У другому розділі «Компоненти комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики» досліджено методичні аспекти навчання математичного програмування з використанням сучасних інформаційно–комунікаційних технологій.

Для формування загальнокультурних і професійних знань і умінь майбутніх учителів інформатики пропонується вивчення курсу «Математичне програмування».

Розроблено та науково обгрунтовано основні компоненти комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування, необхідних як в процесі професійної підготовки у закладі вищої освіти, так і в процесі майбутньої професійної педагогічної діяльності, самоосвіти та самовдосконалення.

У третьому розділі «Реалізація комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування і перевірка її ефективності» висвітлено особливості проведення експериментальної частини педагогічного дослідження, дано аналіз його результатів.

Експериментально апробовано основні компоненти комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування, що сприяє підвищенню рівнів фахових знань і вмінь майбутніх учителів.

Досліджено стан системи підготовки майбутніх учителів інформатики до використання сучасних інформаційно–комунікаційних технологій для розв'язування задач з математичного програмування у педагогічній науці та



практичній діяльності закладів вищої педагогічної освіти III–IV рівнів акредитації.

Визначено критерії оцінювання досягнутих рівнів знань та вмінь студентів з математичного програмування та показники рівнів сформованості у майбутніх учителів інформатики системи відповідних фахової обізнаності.

**Ключові слова:** математичного програмування, програмні засоби для розв'язування задач з математичного програмування, комп'ютерно-орієнтована методична система навчання, лінійне програмування, цілочисельне програмування, елементи теорії ігор, нелінійне програмування, стохастичне програмування, динамічне програмування.

## ПУБЛІКАЦІЇ АВТОРА ЗА ТЕМОЮ НАУКОВОЇ РОБОТИ

*Наукові праці, в яких розкривається основний зміст роботи*

### Статті у наукових виданнях, включених до переліку наукових фахових видань України

1. Іващенко А.А. Позакласна робота з інформатики у школі. *Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання.* 2012. № 13 (20). С.204–209.

2. Іващенко А.А. Комп'ютерне адаптивне тестування та умови його реалізації. *Вісник. Тестування і моніторинг в освіті.* 2013. №3–4. С. 19–21.

3. Іващенко А.А. Войтович І.С. Використання адаптивного тестування в навчальному процесі вищого навчального закладу. *Наукові записки Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти.* Кропивницький: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. 2014. Вип. 6(2). С. 3–8. (Авторський внесок: окремі складові змісту, приклади).

4. Іващенко А.А. Комп'ютеризоване математичне програмування. *Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах: наук.-метод. журнал.* 2014. № 3. С. 60–67.

5. Іщук А.А. Комп'ютеризоване розв'язування задач дискретного програмування за допомогою жадібних алгоритмів. *Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах*: наук.–метод. журнал. 2015. № 5–6. С. 30–37.

6. Іщук А.А. Основні поняття та комп'ютеризоване розв'язування задач теорії ігор. *Електроніка та інформаційні технології*. Збірник наукових праць Львівського національного університету імені Івана Франка. ISSN Online: 2224–087X, 2015. №5. С. 137–150. URL: [http://www.irbis-nbu.gov.ua/cgi-bin/irbis\\_nbu/cgiiirbis\\_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE\\_FILE\\_DOWNLOAD=1&Image\\_file\\_name=PDF/Telt\\_2015\\_5\\_17.pdf](http://www.irbis-nbu.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbu/cgiiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/Telt_2015_5_17.pdf) (дата звернення: 27.11.2020).

7. Іщук А.А. Використання комп'ютера в процесі навчання розв'язування деяких задач оптимізації. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання*, 2016. Вип. 18 (25). С. 127–139.

8. Біляй Ю.П. Іщук А.А. Деякі методи розв'язування задач стохастичного програмування. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія №2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання*. 2017. №19 (26). С. 207–214. (Авторський внесок: ідея, окремі складові змісту, приклади).

9. Іщук А.А. Розв'язування багатокритеріальних задач оптимізації за допомогою комп'ютера. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання*, 2019. Вип. 21 (28). С. 55–63.

### **Публікації у наукових виданнях, які включено до міжнародних наукометричних баз даних:**

1. Іващенко А. А. Розв'язування задач з параметрами за допомогою комп'ютера. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2015. № 2. С. 25–30.

2. Іщук А. А. Розв'язування деяких задач оптимізації за допомогою комп'ютера. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки: зб. наук. праць*. Черкаси: Вид-во ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2016. Вип. 11. С. 76–83.

**Публікації, через які засвідчується апробація матеріалів дисертації:**

1. Іващенко А. А. Алгоритмізація як один із найбільш перспективних шляхів удосконалення навчального процесу. *Основи педагогіки вищої школи для аспірантів: збірник праць за матеріалами семінару*. Київ: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2014. С. 112–118.

2. Іващенко А. А., Твердохліб І. А. Основні етапи розвитку та використання комп'ютерно–орієнтованих засобів навчання. *Наука, освіта, суспільство очима молодих. Частина 1. Психолого–педагогічний напрям: матеріали III Міжнародної науково–практичної конференції* (м. Рівне 19–20 травня, 2010 року). Рівне: РВВ РДГУ, 2010. С. 58–60. (*Авторський внесок: окремі складові змісту*).

3. Іващенко А. А., Сергієнко В. П. Деякі аспекти комп'ютерно–адаптивного тестування з інформатики. Матеріали науково–практичної конференції, присвяченої 80–річчю фізико–математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені В. Винниченка (м. Кіровоград, 26 листопада 2010 року). Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2010. С. 45–49. (*Авторський внесок: ідея, окремі складові змісту*).

4. Іващенко А. А. Використання теорії тестування –IRT в адаптивному тестуванні. *Освіта та наука у вимірах XXI століття: матеріали студентської звітно–наукової конференції* (м. Київ, 19–20 квітня 2011 року). Київ: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2011. С. 39–43.

5. Іващенко А. А., Твердохліб І. А. Розв'язування логічних задач мовою логічного програмування Пролог. *Наука, освіта, суспільство очима молодих Частина 2. Природничо–математичний, суспільно–гуманітарний та*

*економічний напрями: матеріали міжнародної науково–практичної конференції студентів та молодих науковців (м. Рівне 18–19 квітня 2012 року). Рівне: РВВ РДГУ, 2012. С.57–60. (Авторський внесок: окремі складові змісту, приклади).*

6. Іващенко А. А. Розв’язування задач математичного програмування за допомогою інформаційно–комунікаційних технологій. *Комп’ютерно–орієнтовані системи навчання природничо–математичних дисциплін: матеріали Міжнародного науково–практичного семінару (м. Київ, 28.10.2014 р.).* Київ: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2014. С. 88–90.

7. Іващенко А. А. Комп’ютеризоване розв’язування задач теорії ігор. *Інформаційні та моделюючі технології (ІМТ–2015). Сучасний стан та шляхи розвитку інформаційних технологій та технологій моделювання програмних та інформаційних систем: матеріали Всеукраїнської науково–практичної конференції (м. Черкаси, 28–30 травня 2015 р.).* Черкаси: ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2015. С. 21–22.

8. Іщук А. А. Комп’ютеризоване розв’язування задач оптимізації. *Сучасні тенденції розвитку освіти і науки в інтердисциплінарному контексті: матеріали І–ї Міжнародної науково–практичної конференції (Ченстохова – Ужгород – Дрогобич, 19–20 листопада 2015 р.).* Ченстохова – Ужгород – Дрогобич: Посвіт, 2015. С. 202–205.

9. Іщук А. А. Використання комп’ютера в процесі розв’язування задач математичного програмування за допомогою жадібних алгоритмів. *Сучасні тенденції розвитку освіти і науки в інтердисциплінарному контексті: матеріали II–ї Міжнародної науково–практичної конференції (Ченстохова – Ужгород – Дрогобич, 24–25 березня 2016 р.).* Ченстохова – Ужгород – Дрогобич: Посвіт, 2016. С. 85–87.

10. Іщук А. А. Використання ІКТ при розв’язуванні задач з параметрами. *Інформаційні технології в освіті, науці і техніці: матеріали III–я Міжнародної науково–практичної конференції (ІТОН–2016, м. Черкаси, 12–14 травня 2016 р.).* Черкаси: ЧДТУ, 2016. С. 173–175.

11. Іщук А. А. Розв'язування багатокритеріальних задач оптимізації за допомогою інформаційно–комунікаційних технологій. *Сучасні інформаційні технології в освіті і науці*: матеріали II Всеукраїнської наукової Інтернет–конференції (м. Умань, 27–28 березня 2019 року). Умань: Візаві, 2019. С. 63–68.

#### ANNOTATION

*Ishchuk A.A.* Computer–oriented methodical system of teaching future IT teachers of mathematical programming.

Dissertation for the Candidate degree in pedagogical science, specialty 13.00.02 – theory and methods of teaching (Computer Science). – National Pedagogical Dragomanov University. – Kyiv, 2021.

The current state of the world and domestic education systems is characterized as a crisis that is associated with crisis phenomena in many areas of socio–economic life of society.

At the same time, the rapid development of science and technology, the processes of globalization, informatization and intellectualization of modern society put more stringent requirements to train new generation specialists with higher education. Therefore, the education system is in a difficult situation, when it is necessary to train specialists with a high level of professional awareness and creative abilities in less and less favorable conditions. Nowadays, there is a tendency of reducing the level of specialties' training, including pedagogical ones. Such tendencies are inherent not only in higher education of Ukraine, but they are characteristic of the world educational space in one way or another and they are of concern to the professional community of all countries.

Radical changes in the civilizational dynamics of the world at the turn of XX and XXI centuries are characterized by an avalanche of acquired knowledge and their dominance in all spheres of human life, largely due to the unprecedented growth of information technology in all aspects of human life. Modern society has a difficult task for education: to prepare a specialist who has not only a certain amount of knowledge, but also capable of continuous self–improvement, self–

education and adaptation to new requirements. That is why according to the National Doctrine of Education Development in the XXI century and in the decree of the President of Ukraine "On the national strategy for the development of education in Ukraine until 2021". (№ 344/2013), it is noted that the priority of educational development is the introduction of modern information and communication technologies, which ensure the improvement of the educational process, accessibility and effectiveness of education, preparation of the younger generation for life in the information society.

With the development of civilization, the role of mathematics and its methods in the knowledge of the universe is constantly rising, the integration of mathematics with other sciences is becoming deeper. Mathematical methods today are a powerful tool for solving complex problems that arise in various spheres of human activity; there is a gradual process of mathematization of science and practice.

Among the ways to overcome the problems that exist today in higher mathematics education, a key place belongs to the intensification of educational and cognitive activities of students in the teaching of mathematical disciplines through the widespread use of pedagogical and information and communication technologies. After all, the scientific and technical and economic potential of the state significantly depends on the scale and efficient use of the modern information and communication technologies.

One of the urgent problems of higher education is the creation of an effective system of teaching, implementation and application of modern information technologies in the educational process. After all, among all the disciplines of the Pedagogical University of physical–mathematical and information specialties, a special place belongs to the course of higher mathematics, the study of which forms a scientific worldview, understanding the essence of applied problems, allows you to master the basics of applied mathematics, including mathematical programming.

The use of modern information and communication technologies in teaching saves students time from routine calculations, increases the time to think about

algorithms for solving problems, setting problems and building appropriate mathematical models, presenting the results in the most convenient form.

Solving problems with the help of a computer, including mathematical programming ones, not only deprives students (future teachers of computer science) the ability to solve mathematical problems, but on the contrary, can significantly deepen them. Despite the focus on serious mathematical calculations, information and communication technologies can be useful to a wide range of users: students and teachers, engineers, graduate students, scientists. Their development in educational institutions allows to talk about the integration into the world education system and about a serious increase in the role of basic computer science and mathematics education.

The level of mathematical and computer training of future IT teachers should promote the creation and implementation of new computer-oriented pedagogical technologies for teaching mathematics, to form a theoretical basis for professional activity.

The educational process in a modern institution of higher pedagogical education is a large and complex system. Its further development and introduction into the educational process of innovative learning technologies, in particular information and communication technologies, requires a detailed study, as increasing of the level of knowledge of future IT teachers of mathematical programming, intensifying their learning and cognitive activities and overcoming various learning problems are in the creation and implementation of the so-called computer-oriented methodological system of mathematical programming teaching in the educational process.

Thus, the problem of development, scientific substantiation and experimental verification of the efficiency of the computer-oriented methodical system of mathematical programming teaching in institutions of higher pedagogical education is relevant, the use of which will allow to intensify the educational and cognitive activities of students and increase the level of their mathematical training through

the widespread usage of information and communication and modern pedagogical technologies.

The urgency of the above problems, their lack of detail in the practice of teaching in pedagogical institutions of higher education led to the choice of the topic of dissertation research: "Computer-oriented methodological system of teaching future IT teachers of mathematics programming."

**Connection of work with scientific programs, plans, topics.**

The dissertation research was performed in accordance with the thematic plan of scientific researches of the Institute of Informatics of the National Pedagogical University named after MP Drahomanov, and also is closely connected with the theme of research work «Computer-oriented methodical systems of teaching physical, mathematical and computer science disciplines in pedagogical educational institutions "(state registration number 0111U000526). The topic of the dissertation was approved at the meeting of the Academic Council of the National Pedagogical University named after MP Drahomanov (protocol №6 January 30, 2014) and agreed at a meeting of the Bureau of the Interdepartmental Council at the National Academy of Pedagogical sciences of Ukraine for coordination of researches in the field of education, pedagogy and psychology January 28, 2020).

**The object of research** is the process of teaching mathematical programming to future teachers of computer science in institutions of higher pedagogical education.

**The subject of the research** is a computer-oriented methodical system of teaching future IT teachers of mathematical programming in institutions of higher pedagogical education.

**The purpose of the research** is to create and theoretically substantiate a computer-oriented methodical system of teaching mathematical programming to future computer science teachers and experimentally test its effectiveness.

**Hypothesis** – the introduction of information and communication technologies in the process of teaching mathematical programming to future teachers of computer science:



- contributes to the deepening of knowledge, skills and abilities of students regarding the use of mathematical methods in their practical activities through access to the global computer network Internet and on the basis of modern information technology and the interest in educational and cognitive work;
- provides an opportunity for teachers to improve the system of control and adjustment of students' knowledge based on the use of information and communication technologies;
- provides motivation for learning the theoretical foundations of mathematical programming.

In accordance with the purpose and hypothesis of the study, the following **tasks** were set:

- 1) to analyze the philosophical, psychological–pedagogical, scientific and scientific–methodical literature on the theory and methods of teaching mathematical and computer science disciplines, in particular mathematical programming;
- 2) to analyze and compare domestic and foreign practice of using information and communication technologies in the process of teaching mathematical programming in institutions of higher pedagogical education;
- 3) to study and analyze the current state and trends in the use of mathematical programming in the training of future teachers of computer science;
- 4) to clarify the main components of the computer–oriented methodological system of training future IT teachers of mathematical programming;
- 5) to investigate interdisciplinary connections of mathematical programming with mathematical disciplines;
- 6) to carry out experimental check of efficiency of the developed components of computer–oriented methodical system of training of future IT teachers of mathematical programming and to carry out the implementation of the developed educational and methodical materials;
- 7) to develop a distance course "Mathematical programming" for the training of future teachers of computer science;

8) check the effectiveness of computer-based methodological system of teaching mathematical programming to future teachers of computer science.

The first section "*Psychological and pedagogical foundations of computer-oriented methodological system of teaching mathematical programming to future IT teachers*" considers the psychological and pedagogical foundations of information and communication technologies as a means of increasing the motivation of educational and cognitive activities in teaching future IT teachers of mathematical programming.

The analysis of educational programs of disciplines presents the importance of realization of interdisciplinary links between computer science, mathematical disciplines and mathematical programming. The analysis of software used in the process of learning mathematical programming is performed.

The second section "*Components of computer-oriented methodological system of teaching mathematical programming to future teachers of computer science*" explores the methodological aspects of teaching mathematical programming using modern information and communication technologies.

To form the general cultural and professional knowledge, skills of future computer science teachers, the course "Mathematical Programming" is offered.

The main components of the computer-oriented methodical system of training future IT teachers of mathematical programming, which are necessary in the process of professional training in higher pedagogical educational institution and in the process of future professional pedagogical activity, self-education and self-improvement are developed and scientifically substantiated.

The third section "*Implementation of computer-based methodological system of teaching mathematical programming and testing the effectiveness of its use*" highlights the features of the experimental part of pedagogical research, gives an analysis of its results.

The main components of the computer-oriented methodical system of teaching future IT teachers of mathematical programming have been experimentally

tested, it helps to increase the levels of professional knowledge and skills of future teachers.

The state of training system of future IT teachers for use the modern information and communication technologies for solving mathematical programming problems in pedagogical science and practical activities of higher pedagogical educational institutions of III–IV levels of accreditation is studied.

The criteria for assessing the achieved levels of knowledge and skills of students in mathematical programming and indicators of the levels of formation of future IT teachers' system of relevant professional knowledge are determined.

**Keywords:** mathematical programming, software for solving mathematical programming problems, computer-oriented methodical system of teaching, linear programming, integer programming, elements of game theory, nonlinear programming, stochastic programming, dynamic programming.

## **AUTHOR'S PUBLICATIONS ON THE TOPIC OF SCIENTIFIC WORK**

### **Articles in scientific journals included in the list of scientific professional publications of Ukraine**

1. Ivashchenko A.A. Extracurricular work on computer science at school. Scientific journal of the National Dragomanov Pedagogical University. Series №2. Computer-based learning systems. 2012. № 13 (20). P.204–209.
2. Ivashchenko A.A Computer adaptive testing and conditions of its implementation. Herald. Testing and Monitoring in Education. 2013. №3–4. P. 19–21.
3. Ivashchenko A.A Voitovich I.S. The use of adaptive testing in the educational process of higher education. Scientific notes of Kirovohrad State Pedagogical University named after Volodymyr Vynnychenko. Series: Problems of methods of physical–mathematical and technological education. Kropyvnytskyi: RVV KDPU V. Vinnichenko. 2014. Vip. 6 (2). Pp. 3–8. (Author's contribution: some components of the content, examples).

4. Ivashchenko A.A. Computerized mathematical programming. Informatics and information technologies in educational institutions: scientific method. magazine. 2014. № 3. P. 60–67.

5. Ishchuk A.A. Computerized solution of discrete programming problems using greedy algorithms. Informatics and information technologies in educational institutions: scientific method. magazine. 2015. № 5–6. P. 30–37.

6. Ishchuk A.A. Basic concepts and computerized solving of game theory problems. Electronics and information technology. Collection of scientific works of Ivan Franko National University of Lviv. ISSN Online: 2224–087X, 2015. №5. P. 137–150. URL: [http://www.irbis-nbu.gov.ua/cgi-bin/irbis\\_nbu/cgiirbis\\_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE\\_FILE\\_DOWNLOAD=1&Image\\_file\\_name=PDF/Telt\\_2015\\_5\\_17.pdf](http://www.irbis-nbu.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbu/cgiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/Telt_2015_5_17.pdf).

7. Ishchuk A.A. Using a computer in the process of learning to solve some optimization problems. Scientific journal of the National Dragomanov Pedagogical University. Series 2: Computer-based learning systems, 2016. Issue. 18 (25). P. 127–139.

8. Bilyay Yu. P. Ishchuk A. A. Some methods for solving stochastic programming problems. Scientific journal of the National Dragomanov Pedagogical University. Series №2: Computer-based learning systems. 2017. №19 (26). P. 207–214. (Author's contribution: idea, separate components of the maintenance, examples).

9. Ishchuk A.A. Solving multicriteria optimization problems using a computer. Scientific journal of the National Dragomanov Pedagogical University. Series 2: Computer-based learning systems, 2019. Vol. 21 (28). P. 55–63.

**Publications in scientific publications included in international scientometric databases:**

1. Ivashchenko A.A. Solve parameter problems with a computer. Computer at school and family. 2015. № 2. P. 25–30.

2. Ishchuk A.A. Solve some computer optimization problems. Bulletin of Cherkasy University. Series: Pedagogical sciences: coll. Science. wash. Cherkasy:Published by ChNU. B. Khmelnytsky, 2016. Issue. 11. pp. 76–83.

**Publications certifying the approbation of the dissertation materials:**

1. Ivashchenko A.A. Algorithmization as one of the most promising ways to improve the learning process. Fundamentals of higher school pedagogy for graduate students: a collection of papers based on seminar materials. Kyiv: National Dragomanov Pedagogical University, 2014. pp. 112–118.

2. Ivashchenko A.A., Tverdokhlib I.A. The main stages of development and use of computer–based learning tools. Science, education, society through the eyes of young people. Part 1. Psychological and pedagogical direction: materials of the III International scientific–practical conference (Rivne, May 19–20, 2010). Rivne: RVV RDGU, 2010. P.58–60. (Author's contribution: separate components of the content).

3. Ivashchenko A.A. Sergienko V.P. Some aspects of computer–adaptive testing in computer science. Proceedings of the scientific–practical conference dedicated to the 80th anniversary of the Faculty of Physics and Mathematics of Kirovograd State Pedagogical University named after V. Vynnychenko (Kirovograd, November 26, 2010). Kirovograd: RVV KDPU them. V. Vinnichenko, 2010. S. 45–49. (Author's contribution: idea, separate components of the content).

4. Ivashchenko A.A. Using–IRT testing theory in adaptive testing. Education and science in the dimensions of the XXI century: materials of the student reporting and scientific conference (Kyiv, April 19–20, 2011). Kyiv: National Dragomanov Pedagogical University, 2011. P. 39–43.

5. Ivashchenko A.A. Tverdokhlib I.A. Solving logical problems in the logical programming language Prolog. Science, education, society through the eyes of young people Part 2. Natural–mathematical, social–humanitarian and economic directions: materials of the international scientific–practical conference of students and young scientists (Rivne, April 18–19, 2012). Rivne: RVV RDGU, 2012. P.57–60. (Author's contribution: some components of the content, examples).

6. Ivashchenko A.A. Solving problems of mathematical programming with the help of information and communication technologies. Computer-oriented systems of teaching natural sciences and mathematics: materials of the International scientific-practical seminar (Kyiv, October 28, 2014). Kyiv: National Dragomanov Pedagogical University, 2014. P. 88–90.

7. Ivashchenko A.A. Computerized solution of game theory problems. Information and modeling technologies (BMI–2015). Current state and ways of development of information technologies and technologies of modeling of software and information systems: materials of the All-Ukrainian scientific-practical conference (Cherkasy, May 28–30, 2015). Cherkasy: ChNU named after B. Khmelnytsky, 2015. P. 21–22.

8. Ishchuk A.A. Computerized solution of optimization problems. Current trends in the development of education and science in an interdisciplinary context: materials of the First International Scientific and Practical Conference (Czestochowa – Uzhgorod – Drohobych, November 19–20, 2015). Czestochowa – Uzhhorod – Drohobych: Posvit, 2015. P. 202–205.

9. Ishchuk A.A. Using a computer to solve mathematical programming problems using greedy algorithms. Current trends in the development of education and science in an interdisciplinary context: materials of the II International Scientific and Practical Conference (Czestochowa – Uzhgorod – Drohobych, March 24–25, 2016). Czestochowa – Uzhhorod – Drohobych: Posvit, 2016. P. 85–87.

10. Ishchuk A.A. Using ICT in solving problems with parameters. Information technologies in education, science and technology: materials of the III International scientific-practical conference (ITON–2016, Cherkasy, May 12–14, 2016). Cherkasy: ChSTU, 2016. P. 173–175.

11. Ishchuk A.A. Solving multicriteria optimization problems with the help of information and communication technologies. Modern information technologies in education and science: materials of the II All-Ukrainian scientific Internet conference (Uman, March 27–28, 2019). Uman: Vizavi, 2019. P. 63–68.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	25
ВСТУП.....	26
РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ.....	39
1.1. Становлення «математичного програмування» як наукового напрямку прикладної математики.-----	39
1.2. Психолого–педагогічні основи використання ІКТ як засобу підвищення мотивації у процесі навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики -----	47
1.3. Професійна культура майбутнього учителя інформатики-----	65
1.4. Міжпредметні зв'язки математичного програмування з іншими математичними та інформатичними дисциплінами.-----	69
1.5. Аналіз програмних засобів, що використовуються для навчання математичного програмування -----	73
ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ.....	105
РОЗДІЛ 2. КОМПОНЕНТИ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ.....	107
2.1. Структура навчання дисципліни «Математичне програмування» в умовах інформатизації освіти для майбутніх учителів інформатики-107	107
2.2. Розробка та уточнення компонент комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання дисципліни «Математичне програмування» -----	119
2.2.1. Мета, завдання і очікувані результати навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики.....	119
2.2.2. Зміст навчального матеріалу дисципліни «Математичне програмування».....	127

2.2.3. Організаційні методи та форми навчання дисципліни «Математичне програмування» .....	181
2.2.4. Засоби навчання дисципліни «Математичне програмування»....	186
ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ .....	191
РОЗДІЛ 3. РЕАЛІЗАЦІЯ КОМП'ЮТЕРНО–ОРІЄНТОВАНОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ТА ПЕРЕВІРКА ЕФЕКТИВНОСТІ ЇЇ ВИКОРИСТАННЯ .....	195
3.1. Проведення та організація педагогічного експерименту-----	195
3.2. Аналіз результатів навчального експерименту-----	206
ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ .....	222
ВИСНОВКИ .....	224
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	226
ДОДАТКИ.....	249



## **ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ**

ІКТ – інформаційно–комунікаційні технології

КОМСН – комп'ютерно–орієнтована методична система навчання

СКМ – системи комп'ютерної математики

ЗВО – заклад вищої освіти

ППЗ – педагогічний програмний засіб

ПЗНП – програмний засіб навального призначення

ПЗ – програмне забезпечення

## ВСТУП

*Актуальність дослідження.* Сучасний стан світової та вітчизняної систем освіти характеризується як кризовий, що пов'язано з кризовими явищами у багатьох галузях соціально–економічного життя суспільства. Разом з тим, бурхливий розвиток науки і техніки, процеси глобалізації, інформатизації та інтелектуалізації сучасного суспільства висувають більш жорсткі вимоги до підготовки фахівців з вищою освітою нового покоління. Тому система освіти опинилась у складній ситуації, коли за все менш сприятливих умов необхідно готувати фахівців з високим рівнем професійних компетентностей та з творчими здібностями. Нині також спостерігається тенденція зниження рівня підготовки фахівців, у тому числі й педагогічних спеціальностей. Такі тенденції притаманні не тільки вищій освіті України, а в тій або іншій мірі характерні для світового освітянського простору та непокоять професійну спільноту всіх країн.

Радикальні зміни в цивілізаційній динаміці навколишнього світу на рубежі XX і XXI століть характеризуються лавиноподібним зростанням обсягу набутих знань та їх домінуванням в усіх сферах людського життя, що в значній мірі пов'язано з безпрецедентним зростанням впливу інформаційно–технологічного фактора на всі сторони життєдіяльності людини. Сучасне суспільство ставить перед вищою освітою складне завдання: підготувати фахівця, який володіє не тільки певним багажем знань, але й здатного до постійного самовдосконалення, самоосвіти й адаптації до нових вимог. Саме тому згідно Національної доктрини розвитку освіти у XXI ст. та в указі президента України «Про національну стратегію розвитку освіти в Україні на період до 2021 р.» (№ 344/2013) [3] зазначено, що «Пріоритетом розвитку освіти є впровадження сучасних інформаційно–комунікаційних технологій, що забезпечують удосконалення навчально–виховного процесу, доступність та ефективність освіти, підготовку молодого покоління до життєдіяльності в інформаційному суспільстві».

З розвитком цивілізації все збільшується роль математики, а також її методів у пізнанні всесвіту, все глибшою та ширшою стає інтеграція

математики з іншими науками. На сьогодні математичні методи є потужним інструментом для розв'язування різноманітних складних задач, що виникають у різних сферах людської діяльності, іншими словами, відбувається поступовий процес математизації науки і практики. Свідченням цьому є унікально досконалий рівень застосування математики в реальному житті, а також наукових дослідженнях, зокрема, в таких галузях як біологія, фізика, хімія, інформатика, економіка, менеджмент, соціологія, психологія, медицина. Отже, можна сказати, що життя кожної сучасної людини неможливе без використання математичних методів та самої математики. Звичайно виникає питання, про яку математику йде мова: про прикладну або так звану “чисту” математику? Вказане традиційне розмежування стає все більше умовним і втрачає свій первинний зміст на сучасному етапі розвитку науки. Навіть найбільш абстрактні розділи „чистої” математики можуть отримати конкретне застосування в різних галузях науки і техніки. В той же час потреби вирішення специфічних теоретичних і практичних проблем стимулюють створення і розвиток нових галузей математичної науки.

Тому останнім часом вимоги до математичної освіти фахівців у галузі математики, техніки, комп'ютерних та інформаційних технологій, виробництва, економіки, управління зазнають суттєвих змін: дещо послабла роль певних розділів класичної вищої математики і посилилась роль інших математичних дисциплін, зокрема: дискретної математики, чисельних методів, теорії оптимізації, теорії ймовірностей, математичної статистики, математичного моделювання економічних, екологічних, соціальних і виробничих процесів, фінансової математики, математичної економіки, математичного програмування та ін. Чітке уявлення про ці розділи математики потрібне, насамперед, всім математикам – майбутнім дослідникам, педагогам, прикладникам, а також тим, для кого математика не є спеціальністю, а є засобом пізнання, знаряддям професійної діяльності – біологам, хімікам, економістам, інженерам, соціологам, психологам тому, що їм необхідно знати, як і де можна обґрунтовано і ефективно застосувати той чи інший математичний метод при

розв'язуванні реальних професійних задач, адекватно сприймати зміст наукової і спеціальної літератури, в якій використовується відповідний математичний апарат.

Проблемам математичної освіти, розробці теоретичних і методичних аспектів навчання математики в сучасних умовах присвячено роботи М. І. Бурди, М. Я. Ігнатенка, Ю. М. Колягіна, Т. В. Крилової, Л. Д. Кудрявцева, Дж. Малаті, Г. О. Михаліна, С. А. Ракова, Л. І. Нічуговської, В. Г. Скатецького, З. І. Слепкань, О. І. Скафи, В. О. Швеця, М. І. Шкіля та інших.

Серед шляхів подолання проблем, які існують сьогодні у вищій математичній освіті ключове місце належить активізації навчально–пізнавальної діяльності студентів під час навчання математичних дисциплін на основі широкого використання педагогічних та інформаційно–комунікаційних технологій. Адже, від масштабів та ефективності використання сучасних інформаційно–комунікаційних технологій (ІКТ) суттєво залежить науково–технічний та економічний потенціал держави.

Різні аспекти проблеми активізації пізнавальної діяльності студентів ЗВО розглядали А. М. Алексюк, Л. П. Арістова, С. І. Архангельський, Ю. К. Бабанський, Д. Б. Богоявленська, В. М. Вергасов, М. Я. Ігнатенко, Р. А. Нізамов, С. Л. Рубінштейн, А. В. Петровський, Н. Ф. Талізін, Т. І. Шамова та інші.

Однією з актуальних проблем вищої освіти є створення ефективної системи навчання, впровадження і застосування ІКТ, зокрема систем комп'ютерної математики (СКМ), в освітній процес. Адже серед всіх навчальних дисциплін в педагогічному університеті фізико–математичних та інформатичних спеціальностей особливе місце належить вищій математиці, в процесі навчання якої формується науковий світогляд, розуміння сутності прикладних проблем, надає можливість оволодіти основами прикладної математики, зокрема математичного програмування.

Застосування сучасних ІКТ в освіті під час вивчення математики звільняє студентів від виконання рутинних обчислень, зменшує час для обмірковування

різних алгоритмів розв'язування задач, постановки задач і побудови відповідних математичних моделей, подання кінцевих результатів задачі у зручній формі для користувача. Разом з тим, відкриваються нові можливості щодо гуманізації освітнього процесу, диференціації навчання відповідно до потреб, здібностей та зацікавленості студентів. Розв'язування задач з математичного програмування за допомогою комп'ютера не тільки не позбавляє студентів (майбутніх учителів інформатики) вмінь розв'язувати математичні задачі, а навпаки, може суттєво їх поглибити. Незважаючи на свою спрямованість на серйозні математичні обчислення, сучасні ІКТ можуть стати в нагоді досить широкій категорії користувачів: студентам і викладачам, інженерам, аспірантам, науковцям. Їх вивчення й широке використання у закладах вищої освіти сприяє інтеграції нашої системи освіти у світову і про істотне підвищення ролі фундаментальної математичної та інформатичної освіти.

Дослідження, пов'язані з використанням сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у освітньому процесі, започатковано в роботах В. М. Глушкова, Б. В. Гнеденка, Ю. В. Горошка, А. П. Єршова, М. І Жалдака, В. І. Клочка, А. М. Колмогорова, М. П. Лапчика, Ю. І. Машбиця, В. М. Монахова, Н. В. Морзе, А. В. Пенькова, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, Ю. В. Триуса, К. Л. Ющенко та ін.

Психолого-педагогічні аспекти інформатизації освітнього процесу розглядаються у публікаціях В. С. Ледньова, С. Д. Максименка, Ю. І. Машбиця, В. Ф. Паламарчук, Н. Ф. Тализіної, М. Л. Смульсон, Є. С. Полат, І. В. Роберт та інших.

Проблеми підготовки майбутніх педагогів досліджувались у різних напрямках: педагогічна творчість учителя (А. М. Алексюк, Л. І. Андрєєв, І. А. Зязюн, Н. Ф. Тализіна); організація навчально-виховного процесу (А. М. Алексюк, Ю. К. Бабанський, В. П. Беспалько, М. Д. Нікандров та ін.); основи інтерактивності навчання у закладі вищої освіти (І. А. Зязюн, О. І. Пометун); загальнопедагогічна підготовка студентів (О. А. Абдулліна,

Л. В. Коваль, Н. Г. Ничкало); формування особистості майбутнього учителя у процесі навчання у закладі вищої освіти (Г. О. Балл, В. О. Моляко, К. К. Платонов, В. А. Кан–Калик, В. О. Сластьонін та ін.).

Активно досліджуються в останні роки можливості використання сучасних ІКТ у освітньому процесі. Питання інформатизації освітнього процесу в середніх та вищих навчальних закладах залишаються предметом досліджень багатьох науковців, зокрема: В. Ю. Бикова, Є. І. Бідайбекова, Ю. В. Горошка, А. П. Єршова, В. І. Єфімова, М. І. Жалдака, Е. І. Кузнєцова, М. П. Лапчика, Ю. І. Машбиця, В. М. Монахова, Н. В. Морзе, І. О. Новік, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, І. В. Роберт, З. С. Сейдаметової, С. О. Семерікова, Є. М. Смірної–Трибульської, О. М. Спіріна, Ю. В. Триуса, С. М. Яшанова, Т. А. Вакалюк та ін.

Значна та постійна увага проблемам навчання задач і методів оптимізації, дослідження операцій, оптимального управління приділялася і приділяється Р. Белманом, В. Г. Болтянським, В. В. Вітлінським, Р. В. Гамкрелідзе, В. М. Глушковим, Дж. Данцігом, Ю. М. Єрмольєвим, М. І. Жалдаком, Л. В. Канторовичом, Н. М. Кузьміною, Г. Куном, Т. Ч. Купмансом, З. М. Литовченко, В. С. Михалевичем, С. І. Наконечним, Джон фон Нейманом, В. С. Немчиновим, В. В. Новожиловим, Л. С. Понтрягіном, Б. М. Пшеничним, С. С. Савіною, А. Таккером, Т. О. Терещенко, Ю. В. Триусом, Н. П. Федоренко, С. С. Шаталіним, Д. Б. Юдіним та іншими.

Рівень математичної та інформатичної підготовки майбутніх учителів інформатики має сприяти створенню та впровадженню нових комп'ютерно–орієнтованих педагогічних технологій навчання математики, формуванню теоретичного підґрунтя для їхньої професійної діяльності.

Освітній процес в сучасному ЗВО являє собою велику та складну систему. Подальше дослідження та впровадження у освітній процес інноваційних технологій навчання, зокрема ІКТ, для розв'язування оптимізаційних задач, задач прийняття рішень, задач дослідження операцій вимагає детального вивчення, адже підвищення рівня знань майбутніх учителів інформатики з

основ прикладної математики, зокрема математичного програмування, активізація їхньої навчально–пізнавальної діяльності та подолання різних проблем навчання вбачається, перш за все, у створенні та впровадженні у освітній процес так званої *комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання* математичного програмування. Розробка такої комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання базується на таких положеннях:

- інформаційно–комунікаційні технології, які є одним із важливих засобів розвитку суспільства, повинні зайняти відповідне місце у процесі навчання математичного програмування;

- розширення напрямів застосування інформаційно–комунікаційних технологій навчання у ЗВО є одним з найбільш перспективних шляхів удосконалення методичної системи навчання математики, а отже і математичного програмування;

- застосування інформаційно–комунікаційних технологій у процесі навчання математичного програмування принципово впливає на зміст та методику навчання і дозволить, завдяки наочності та звільненню від рутинної роботи, посилити мотивацію навчання студентів;

- ефективність застосування інформаційно–комунікаційних та педагогічних технологій з метою підвищення якості математичної та інформатичної освіти визначається, головним чином, за відповідною методичною системою навчання;

- навчання математичного програмування з використанням інформаційно–комунікаційних технологій створить умови для збільшення частки самостійної роботи над навчальним матеріалом, можливість автоматизованого добору завдань для вивчення, закріплення, контролю й оцінювання рівнів здобутих знань.

Таким чином, актуальною є проблема розробки, наукового обґрунтування комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування у закладах вищої педагогічної освіти, використання якої дозволить активізувати навчально–пізнавальну діяльність студентів і

підвищити рівень їхньої математичної підготовки за рахунок широкого застосування інформаційно–комунікаційних та сучасних педагогічних технологій.

Актуальність окреслених вище проблем зумовили вибір теми дисертаційного дослідження: **«Комп’ютерно–орієнтована методична система навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування».**

**Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційне дослідження виконано відповідно до тематичного плану наукових досліджень Інституту інформатики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, а також тісно пов’язане з темою науково–дослідної роботи «Комп’ютерно–орієнтовані методичні системи навчання фізико–математичних та інформатичних дисциплін у педагогічних навчальних закладах» (номер державної реєстрації 0111U000526). Тема дисертації затверджена на засіданні Вченої ради Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова (протокол №6 від 30 січня 2014 року) та узгоджена на засіданні бюро Міжвідомчої ради при НАПН України з координації досліджень у галузі освіти, педагогіки і психології (протокол № 1 від 28 січня 2020 року).

**Об’єкт дослідження** – процес навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики у закладах вищої педагогічної освіти.

**Предмет дослідження** – комп’ютерно–орієнтована методична система навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування у закладах вищої педагогічної освіти.

**Мета дослідження** полягає в створенні і теоретичному обґрунтуванні комп’ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики та в експериментальній перевірці її ефективності.

**Гіпотеза** – впровадження ІКТ в процес навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики:



- сприяє поглибленню знань, вмінь та навичок студентів стосовно використання методів математики в практичній діяльності за рахунок доступу до ресурсів всесвітньої комп'ютерної мережі Internet та на основі сучасних інформаційних технологій навчання, а також інтересу до навчально–пізнавальної роботи;
- забезпечує можливість викладачам удосконалити систему контролю та коригування знань студентів на основі застосування ІКТ;
- забезпечує мотивацію навчання теоретичних основ математичного програмування.

Відповідно до мети і гіпотези дослідження були поставлені такі **завдання:**

1) проаналізувати психолого–педагогічну, наукову та науково–методичну літературу з теорії та методики навчання математичних та інформатичних дисциплін, зокрема математичного програмування;

2) проаналізувати та порівняти вітчизняну та зарубіжну практику використання інформаційно–комунікаційних технологій в процесі навчання математичного програмування у закладах вищої педагогічної освіти;

3) вивчити і проаналізувати сучасний стан і тенденції використання математичного програмування в процесі підготовки майбутніх учителів інформатики;

4) дослідити міжпредметні зв'язки математичного програмування з математичними дисциплінами;

5) уточнити та апробувати основні компоненти комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування;

6) визначити критерії оцінювання знань та вмінь студентів з математичного програмування та показники рівнів сформованості системи відповідної фахової обізнаності;

7) розробити дистанційний курс “Математичне програмування” для навчання майбутніх учителів інформатики;

8) провести експериментальну перевірку ефективності розроблених компонентів комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування, і здійснити впровадження розроблених навчально–методичних матеріалів.

Для розв'язування поставлених завдань застосовувались такі **методи дослідження**:

– *теоретичні методи* були задіяні з метою вивчення теоретичних психолого–педагогічних основ і визначення концептуальних засад дослідження курсу «Математичне програмування» для навчання майбутніх учителів інформатики в педагогічному університеті: аналіз нормативних документів, наукової, навчально–методичної, психолого–педагогічної літератури (1.1, 1.2, 1.3, 1.4 (тут і далі підрозділи дисертації)); аналіз, синтез навчальних програм підготовки учителя інформатики; аналіз монографій, дисертацій із проблеми дослідження (1.2, 1.4, 1.5, 2.1, 2.2.3); аналіз підручників, навчальних посібників (1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 2.1); узагальнення педагогічного досвіду навчання дисциплін інформатичного циклу у педагогічних університетах;

– *емпіричні методи*: спостереження, анкетування, бесіди з викладачами та студентами для визначення вмінь студентів ефективно і вмотивовано використовувати сучасні ІКТ для розв'язування задач;

– *експериментальні методи*: використані у констатувальному, пошуковому, формуальному етапах педагогічного експерименту з метою апробації окремих компонентів запропонованої комп'ютерно–орієнтованої методичної системи та експериментального впровадження в практику закладів вищої педагогічної освіти; опрацювання результатів педагогічного експерименту та їх аналіз.

**Наукова новизна** дослідження полягає у тому, що:

- **обґрунтовано** психолого-педагогічні основи формування математичної обізнаності майбутніх учителів інформатики та **конкретизовано** напрями практичного використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у процесі їх підготовки до професійної діяльності;

- **розкрито** теоретичні взаємозв'язки математичного програмування з математичними дисциплінами;
- **розроблено** основні компоненти (мету та зміст) комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування;
- **уточнено** методи та організаційні форми навчання математичного програмування, пов'язані з використанням інформаційно-комунікаційних технологій;
- **визначено** структуру системи знань, умінь, навичок, необхідних для кваліфікованого розв'язування задач з математичного програмування за допомогою сучасних ІКТ, критерії, показники та рівні їх сформованості;
- **уточнено** структуру та зміст курсу «Математичне програмування»;

**Практичне значення** дослідження полягає у тому, що:

- впроваджено в педагогічну практику створені окремі компоненти комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування;
- уточнено зміст навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики;
- розв'язано основні проблеми інформатизації процесу навчання математичного програмування шляхом створення і використання технологічних компонент комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування, зокрема інформаційно-комунікаційних технологій навчального призначення, в тому числі для дистанційної підтримки навчання та самостійної роботи студентів;
- розроблено навчальну програму з дисципліни «Математичне програмування»;
- розроблено навчально-методичні матеріалів щодо вивчення математичного програмування студентами педагогічних спеціальностей;
- розроблено дистанційний курс «Математичне програмування» в системі підтримки дистанційного навчання MOODLE.

**Особистий внесок здобувача** в теоретичному обґрунтуванні й розробці окремих компонентів методичної системи формування у майбутніх учителів інформатики знань, вмінь, навичок в процесі розв'язування задач математичного програмування із застосуванням комп'ютерних технологій; розробці навчального курсу "Математичне програмування" у середовищі системи підтримки дистанційного навчання; навчально–методичних матеріалів щодо вивчення математичного програмування студентами педагогічних спеціальностей денної форми навчання в педагогічному університеті.

Особистий внесок здобувача у працях, написаних у співавторстві, становить 85%.

**Обґрунтованість і вірогідність** результатів дослідження забезпечується його науковими і методологічними основами; ґрунтовним аналізом загальнонаукових, психолого–педагогічних, навчально–методичних робіт з тематики дослідження; використанням методів дослідження, відповідних меті, гіпотезі і завданням; системним аналізом теоретичного та емпіричного матеріалу; апробацією та експериментальною перевіркою основних положень дисертації; коректним кількісним і якісним опрацюванням емпіричних даних.

**Апробація і впровадження результатів дослідження.** Основні положення і результати дисертаційного дослідження доповідались автором на наукових семінарах та конференціях різного рівня:

➤ III Міжнародна науково–практична конференція „Наука, освіта, суспільство очима молодих” Психолого–педагогічний напрям. (м. Рівне 19–20 травня, 2010 р.).

➤ Науково–практична конференція, присвяченої 80–річчю фізико–математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені В. Винниченка. (м. Кіровоград, 26 листопада 2010 р.).

➤ V Міжнародна науково–практична конференція студентів та молодих науковців „Наука, освіта, суспільство очима молодих” Природничо–математичний, суспільно–гуманітарний та економічний напрями. (м. Рівне 18–19 квітня 2012 р.).

➤ Міжнародний науково–практичний семінар «Комп’ютерно–орієнтовані системи навчання природничо–математичних дисциплін» (м. Київ, 28 жовтня 2014 р.).

➤ Всеукраїнська науково–практична конференція «Інформаційні та моделюючі технології (ІМТ–2015). Сучасний стан та шляхи розвитку інформаційних технологій та технологій моделювання програмних та інформаційних систем» (м. Черкаси, 28–30 травня 2015 р.).

➤ I–а Міжнародна науково–практична конференція «Сучасні тенденції розвитку освіти і науки в інтердисциплінарному контексті» (Ченстохова – Ужгород–Дрогобич, 19–20 листопада 2015 р.).

➤ II–а Міжнародна науково–практична конференція «Сучасні тенденції розвитку освіти і науки в інтердисциплінарному контексті» (Ченстохова – Ужгород–Дрогобич, 24–25 березня 2016 р.).

➤ III–я Міжнародна науково–практична конференція «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці» (ІТОН–2016) м. Черкаси, 12–14 травня 2016 р.

➤ II Всеукраїнської наукової Інтернет–конференції «Сучасні інформаційні технології в освіті і науці» (м. Умань, 27–28 березня, 2019 року)

Основні положення та результати дослідження впроваджено у освітній процес Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка (довідка №650 від 04.03.2020 р.); Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка (довідка №251–н від 06.03.2020 р.); Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка (довідка №586 від 12.03.2020 р.); Криворізького державного педагогічного університету (КДПУ) (довідка №09/1–263/3 від 30.04.2020 р.); Південноукраїнського національного університету імені К.Д. Ушинського (довідка №861/25/3 від 06.07.2020 р.).

**Публікації.** Основні результати дослідження опубліковано у 22 науково–методичних працях. Серед них: 11 статей у фахових виданнях, 2 з яких статті у наукових виданнях, що індексуються в наукометричних базах даних [21, 93–

97,105–109], (у тому числі 2 праці є у співавторстві), 11 тез доповідей у матеріалах конференцій [98–104, 110–113].

***Структура й обсяг роботи.*** Дисертаційне дослідження складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел (238 найменувань), 9 додатків. У тексті міститься 12 таблиць, 84 рисунків. Загальний обсяг дисертації становить 298 сторінок, з них основного тексту – 203 сторінок.

# РОЗДІЛ І. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ

## 1.1. Становлення «математичного програмування» як наукового напрямку прикладної математики.

Для необізнаної людини поняття «Математичне програмування» асоціюється, насамперед, з програмуванням як процесом створення комп'ютерних програм за допомогою спеціальної мови. Однак переклад з англійської мови терміну «mathematical programming» означає «розробку на основі математичних розрахунків програми дій для досягнення обраної мети» [160, с. 7]. Разом з тим більшість виникаючих на практиці задач математичного програмування занадто громіздкі для ручних розрахунків, тому їх розв'язування за практично прийнятний час можливе лише за допомогою комп'ютера з використанням відповідним чином дібраних чи спеціально розроблених програм.

В різних наукових та виробничих галузях досить часто виникають задачі, математичні моделі яких однакові, і тому такі задачі розв'язуються за допомогою однакових методів, результати розв'язування мають схожі ознаки, але різне змістове тлумачення. Типову постановку задачі математичного програмування можна сформулювати так: існує кілька допустимих розв'язків поставленої задачі (таких розв'язків може бути безліч). Необхідно з усіх допустимих розв'язків обрати в певному розумінні найкращий, який задовольняє певні критерії. З цією метою використовуються математичні методи знаходження найкращого в заданому розумінні розв'язку задачі.

Пошук реального оптимального (лат. *optimus* – найкращий, досконалий) розв'язку є, як правило, складною задачею і відноситься до екстремальних задач, в яких необхідно знайти максимум чи мінімум певних функцій від аргументів, що задовольняють наперед задані обмеження. Обидва ці поняття – максимум (*maximum*) і мінімум (*minimum*) об'єднуються єдиним терміном

«екстремум» (лат. *extremum* – крайній). Якщо при цьому на аргументи функції накладаються певні обмеження – умови, які повинні задовольняти аргументи, тоді екстремум (екстремальне значення функції) називають умовним. Якщо ж на аргументи функції не накладаються ніякі обмеження, тоді екстремум називають безумовним. Задачі на відшукування максимуму чи мінімуму певних функцій називають екстремальними задачами.

Математичне програмування – це напрям прикладної математики, предметом якого є теорія та методи розв'язування екстремальних задач при заданих додаткових умовах у вигляді систем рівнянь і/або нерівностей. Екстремальні задачі ще називають оптимізаційними.

Задачі математичного програмування, як правило, виникають у тих випадках, коли задано дефіцитні ресурси (сировина, час і ін.) і їх слід розподілити так, щоб виробити необхідну кількість продукції і в той же час максимізувати чи мінімізувати деяку цільову функцію (прибуток, витрати). Великий інтерес до оптимізаційних задач пояснюється саме тим, що вони зустрічаються в економіці, у виробничій практиці, торгівлі, управлінні і т.д.

В суто математичному плані деякі оптимізаційні задачі були відомі ще в стародавній Греції, про які згадували в своїх роботах Арістотель, Евклід, Архімед, Герон. Однак, в сучасному математичному програмуванні передусім розглядаються властивості та методи аналізу математичних моделей економічних процесів. Тому початком розвитку математичного програмування як самостійного наукового напрямку слід вважати перші спроби відшукування оптимальних розв'язків реальних прикладних задач, насамперед економічних.

Справжнім початком математичного програмування вчені вважають 1939 р., адже саме тоді до радянського математика Л. В. Канторовича прийшли за консультацією представники лабораторії Фанерного тресту, яким потрібно було розв'язати задачу про найбільш вигідний розподіл матеріалу між верстатами. Ця задача зводилася до відшукування максимуму лінійної функції, заданої на многограннику. Максимум такої функції досягався у деякій вершині многогранника, однак вершин многогранника, що відповідали реальній



практичній задачі, було дуже багато, і тому простий перебір вершин був неприйнятним для практичних застосувань. Л. В. Канторович дослідив задачі такого типу та запропонував метод для їх розв'язування [15, с. 5–13], заклавши основи нового напрямку в теорії екстремальних задач – лінійне програмування.

Концепції Л. В. Канторовича після війни були перевідкриті на заході. Американський економіст Т. Ч. Купманс привернув увагу математиків до ряду задач, пов'язаних з військовою тематикою [231]. Він активно сприяв тому, щоб був організований математичний колектив для дослідження цих проблем. У підсумку було усвідомлено, що треба навчитися розв'язувати задачі на знаходження екстремумів лінійних функцій на множинах точок, що задаються лінійними нерівностями. За пропозицією Т. Ч. Купманса цей розділ математики одержав назву лінійного програмування.

В 1949 році була надрукована перша праця [225], де розглядалися питання лінійного програмування і наведені основні ідеї методу розв'язування задач лінійного програмування – симплексний метод Дж. Данціга, що вважається початком формування лінійного програмування як самостійного напрямку в математичному програмуванні. Пізніше Л. В. Канторович, продовжуючи досліджувати математичні методи розв'язування оптимізаційних задач, розробляє метод розв'язування задач лінійного програмування (одночасно з Данцігом, але, не знаючи його робіт) – симплексний метод.

Значний вклад у дослідження і розробку методів розв'язування задач лінійного програмування зробив відомий американський математик і фізик Джон фон Нейман, який встановив, що будь-яку матричну гру можна подати у вигляді двох двоїстих задач лінійного програмування.

Методи лінійного програмування знайшли широке використання на практиці. Зокрема за розробку математичних методів розв'язування оптимізаційних задач та їх впровадження в економіку Л. В. Канторовичу разом з Т. Ч. Купмансом у 1975 році було присуджено Нобелівську премію.

Початок досліджень задач нелінійного програмування припадає на 50-ті роки ХХ ст.. У цей час з'являються розробки нових алгоритмів, теоретичні

дослідження з різних напрямків математичного програмування. Зокрема в 1951 році з'являється праця американських вчених Г. Куна і А. Таккера [232], в якій наведено необхідні та достатні умови оптимальності розв'язків опуклих задач математичного програмування, в 1955 році з'являється ряд робіт, присвячених квадратичному програмуванню.

У п'ятдесятих роках сформувався новий напрям математичного програмування – динамічне програмування, значний вклад у розвиток якого вніс американський математик Р. Белман [14]. Також в цей час зусиллями радянських математиків Л. С. Понтрягіна, В. Г. Болтянського, Р. В. Гамкрелідзе та Є. Ф. Міщенко знайдено формалізацію цілого класу задач, що охоплювали на той час більшість актуальних проблем техніки. Пізніше була побудована теорія цього класу задач – теорія оптимального управління, за розробку якої в 1962 році Л. С. Понтрягіну, В. Г. Болтянському, Р. В. Гамкрелідзе та Є. Ф. Міщенко була присуджена Ленінська премія [171].

У шестидесях роках з'являються роботи Ю. М. Єрмольєва [64], Д. Б. Юдіна [217] з стохастичного програмування.

Аналізуючи посібники [87, 160], можна сказати, що до математичного програмування науковці відносять теорію ігор, початки якої заклали у 1944 році Джон фон Нейман і Оскар Моргенштерн в монографії «Теорія ігор і економічна поведінка», а в 1950 році Джон Форбс Неш захистив дисертаційне дослідження з теорії ігор.

Останнім часом математичне програмування розвивається у напрямі дослідження все більш спеціальних класів екстремальних задач, розробки чисельних методів їх розв'язування.

Значний внесок у розвиток математичного програмування зробили вчені: В. С. Немчинов, В. В. Новожилов, Н. П. Федоренко, С. С. Шаталін, В. М. Глушков, В. С. Міхалевич, С. І. Зуховицький, Ю. М. Єрмольєв, Б. М. Пшеничний, Н. З. Шор та ін.

На сучасному етапі математичне програмування включає в себе широке коло задач з відповідними методами розв'язування. Існують такі *типи задач*

математичного програмування (Рис. 1.1):

- задачі лінійного програмування (задачі на знаходження мінімуму (максимуму) лінійної цільової функції на множині розв'язків системи лінійних нерівностей і/або лінійних рівнянь);

- задачі параметричного програмування (оптимізаційні задачі з параметром в цільовій функції і(або) в функціях, за якими визначається множина допустимих розв'язків);

- задачі дробово–лінійного програмування (задачі на знаходження мінімуму (максимуму) дробово–лінійної цільової функції (відношення двох лінійних функцій) на множині розв'язків системи лінійних нерівностей і/або лінійних рівнянь);

- задачі нелінійного програмування (задачі на знаходження мінімуму чи максимуму цільової функції на множині розв'язків системи нерівностей або рівнянь, в яких цільова функція й (або) функції системи обмежень нерівностей і/або рівнянь є нелінійними функціями);

- задачі опуклого програмування (задачі на знаходження мінімуму опуклої чи максимуму вгнутої цільової функції на замкненій опуклій множині розв'язків системи рівнянь або нерівностей).

Слід зауважити, що задачі лінійного програмування також можна віднести до задач опуклого програмування, оскільки оптимальний розв'язок відшукується на опуклій множині точок, що визначається системою лінійних нерівностей та/або рівнянь.

- Задачі квадратичного програмування (задачі на знаходження мінімуму чи максимуму квадратичної цільової функції на множині розв'язків системи лінійних нерівностей або лінійних рівнянь);

- Задачі нечіткого математичного програмування (задачі на знаходження мінімуму чи максимуму цільової функції на множині розв'язків системи нерівностей або рівнянь, в яких цільова функція й (або) множина розв'язків системи нерівностей або рівнянь можуть набувати нечітких значень);



*Рис. 1.1. Типи задач математичного програмування*

- Задачі дискретного програмування (задачі на знаходження мінімуму чи максимуму цільової функції на множині розв'язків системи нерівностей і/або рівнянь, де змінні можуть набувати дискретних значень);
- задачі цілочисельного програмування (задачі на знаходження мінімуму чи максимуму цільової функції на множині розв'язків системи нерівностей або рівнянь, де змінні мають набувати цілих значень);
- задачі булевого програмування (задачі на знаходження мінімуму чи максимуму цільової функції на множині розв'язків системи нерівностей або рівнянь, де змінні можуть набувати двох значень: 0 або 1);
- задачі динамічного програмування (багатокрокові оптимізаційні задачі, які в процесі розв'язування змінюються так, що на кожному кроці відшукується розв'язок деякої часткової задачі, породженої початковою задачею);
- задачі стохастичного програмування (оптимізаційні задачі з випадковими аргументами в цільовій функції і/або в функціях, за якими визначається множина допустимих розв'язків);
- задачі теорії ігор (задачі на знаходження оптимальної стратегії, яка за

умови багатократного повторення гри забезпечує певному гравцеві максимально можливий середній виграш).

Аналізуючи основні етапи розв'язування екстремальних задач з використанням математичних методів і комп'ютерних технологій в роботі Жалдака М. І., Триуса Ю. В. [84, с. 20], нами було запропоновано основні етапи для знаходження оптимального розв'язку задач математичного програмування з використанням математичних методів та комп'ютерних технологій:

1. **Постановка задачі.** При постановці будь-якої задачі для початку її потрібно сформулювати в термінах певної предметної галузі, де задача виникла, в результаті чого повинно бути чітко визначено мету, яку потрібно досягти в результаті розв'язування задачі.

2. **Побудова математичної моделі** (системи математичних залежностей, за допомогою яких описують певні властивості, ознаки реальних об'єктів, процесів) на основі якісної постановки задачі – абстрактне відображення реального процесу у вигляді сукупності математичних співвідношень (рівнянь, нерівностей, логічних співвідношень, графіків тощо). В математичну модель включаються опис умов задачі (системи обмежень) та критерій ефективності розв'язку (цільова функція), за яким визначається, досягнуто чи ні поставлену мету в процесі розв'язування задачі.

3. **Визначення типу отриманої математичної моделі.** Після побудови математичної моделі потрібно визначити, до якого типу моделей вона відноситься, і обрати відповідно метод розв'язування задачі. В іншому випадку, коли задача не належить до жодного з типу задач математичного програмування, потрібно: дослідити властивості цільової функції (на неперервність і диференційовність); визначити умови існування розв'язків задачі при заданих обмеженнях; встановити необхідні і достатні умови глобального або локального екстремуму; розробити аналітичні або чисельні методи відшукування розв'язку задачі.

4. **Вибір програмного засобу для розв'язування задачі.** В умовах широкого використання інформаційних технологій для розв'язування задач

математичного програмування, як правило, використовують комп'ютер з відповідним програмним забезпеченням. Якщо потрібного програмного засобу ще немає, то потрібно розробити алгоритм за обраним методом і описати однією з мов програмування відповідну програму для розв'язування такої задачі.

**5. Проведення обчислень (комп'ютерний експеримент), одержання результатів, аналіз, інтерпретація.** Після вибору програмного засобу для проведення комп'ютерного експерименту потрібно провести обчислення вхідних даних. По закінченню комп'ютерного експерименту здійснити аналіз отриманих результатів, адже в процесі розв'язування задачі можуть бути одержані такі результати, які або не задовольняють умову задачі, або взагалі є некоректними. У такому випадку необхідно повернутися до умови задачі та перевірити правильність побудованої математичної моделі, обраного методу для розв'язування задачі; також можуть бути логічні помилки при алгоритмічній чи програмній реалізації методу. Після того, як будуть отримані коректні результати розв'язування задачі, необхідно сформулювати їх мовою відповідної предметної галузі, тобто інтерпретувати таким чином, щоб вони були зрозумілі людині, яка буде використовувати ці результати.

В процесі побудови математичної моделі для задач математичного програмування потрібно дотримуватися таких вимог:

- наочність побудови;
- видимість основних властивостей і відношень;
- доступність моделі для дослідження або відтворення;
- простота дослідження, відтворення;
- збереження даних, що пов'язані з оригіналом, та одержання нових даних на основі досліджень.

## **1.2. Психолого–педагогічні основи використання ІКТ як засобу підвищення мотивації у процесі навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики**

Курс «Математичне програмування» з використанням ІКТ у системі підготовки майбутніх учителів інформатики є складовою їх фундаментальної математичної підготовки і здійснюється з метою розвитку логічного і алгоритмічного мислення студента, опанування математичним апаратом, необхідним для вироблення умінь та навичок розв'язання теоретичних і практичних задач; закріплення уже вивчених розділів вищої математики (аналітична геометрія, лінійна й векторна алгебра, елементи математичного аналізу, дискретна математика, чисельні методи, теорії ймовірностей, математичної статистики та ін.); формування умінь самостійної навчально–пізнавальної діяльності з математики.

Одним із способів підвищення якості підготовки майбутніх учителів інформатики є розроблення науково–обґрунтованих методичних систем навчання математики, забезпечення інтенсифікації процесу навчання, активізації навчально–пізнавальної діяльності студентів, розкриття їхнього творчого потенціалу, збільшення ролі самостійної та індивідуальної роботи з використанням у освітньому процесі інноваційних педагогічних технологій. Розроблення і впровадження комп'ютерно–орієнтованих систем навчання математики сприятиме підвищенню рівня математичних знань, розвитку свідомого, вмотивованого ставлення учнів до навчання математики. На різних етапах розвитку комп'ютерно–орієнтованих систем навчання на передній план виступають різні психолого–педагогічні проблеми. Сьогодні значну увагу необхідно приділити проблемам створення сучасних ефективних систем навчання, в рамках яких дослідження традиційних психологічних проблем дозволяє уточнити ефективність певної системи навчання, зокрема особливості уваги і мислення учнів в умовах комп'ютерно–орієнтованого навчання.

Сьогодні проблемами математичної освіти у вищій школах займаються вчені різних країн. При цьому провідні методисти вказують на те, що рівень

математичної підготовки студентів і випускників вузів III–IV рівнів акредитації суттєво знижується. За результатами досліджень серед таких проблем можна виділити кілька основних:

- низький рівень базової підготовки учнів з математики;
- недостатній рівень навчально–пізнавальної активності учнів;
- низька мотивація учнів щодо навчання дисциплін математичного циклу;
- невміння і небажання учнів працювати самостійно;
- невміння учнів застосовувати знання для формалізації практичних задач та їх розв’язування.

Тому, одним із головних завдань системи підготовки майбутніх учителів інформатики, є підвищення якості математичної підготовки студентів з урахуванням сучасних напрямів розвитку і використання інформаційних технологій в професійній діяльності.

Поштовхом для інтенсивного дослідження проблем математичної освіти в Україні та їх вирішення на основі широкого використання інформаційно–комунікаційних технологій стали роботи М. І. Жалдака, його колег і учнів [71, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 83]. Під його керівництвом започатковано новий підхід щодо створення методичних систем навчання математики і частково фізики – комп’ютерно–орієнтованих методичних систем навчання, орієнтованих на гармонійне педагогічно доцільне і виправдане поєднання надбань традиційних методичних систем навчання і сучасних інформаційно–комунікаційних технологій.

Причини вказаних недоліків умовно можна поділити на дві групи: причини, на вирішення яких викладач самотужки вплинути не може (соціальні, політичні, фінансові), причини, вирішення яких залежить від професіоналізму викладача, його психолого–педагогічної і методичної підготовки, програмного і методичного забезпечення освітнього процесу. Дослідженню проблем, пов’язаних з аналізом процесу навчання з точки зору педагогіки і психології у вищій школі приділяли значну увагу А. В. Петровський [165]; вибору методів



навчання та їх ефективного використання в навчально-виховному процесі – Ю. К. Бабанський [12], І. Я. Лернер [143, 144], М. І. Махмутов [148], М. М. Скаткін [189]; впровадженням в процес навчання прогресивних педагогічних технологій – Є. С. Полат [170], В. П. Беспалько [16] та ін.; з дидактичними і психологічними аспектами використання ІКТ в освітньому процесі – Ю. І. Машбиць [149], Н. В. Морзе [155], О. І. Скафа [188], Ю. В. Триус [199], Вакалюк Т. А. [25] та ін.; сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями навчання математики – А. П. Єршов [67], В. М. Монахов [154], С. О. Раков [174], Ю. С. Рамський [175]; активізацією навчально-пізнавальної діяльності М. Я. Ігнатенко [91], Т. І. Шамова [210], Г. І. Щукіна [215], А. Ф. Есаулов [216], Р. А. Нізамов [162] та ін. в освітньому процесі; дослідженням навчально-пізнавальної діяльності при навчанні математики Я. І. Грудьонов [51, 55], М. Я. Ігнатенко [91], О. І. Скафа [184], Л. М. Фрідман [206], М. І. Шкіль [211]; вивчення особистості школяра і студента, їх психофізіологічних якостей (Б. Г. Ананьєв [10, 11], О. М. Леонт'єв [141, 142], С. Л. Рубінштейн [181], М. Л. Смульсон [192] та ін.)

Головними проблемами, які доводиться долати викладачам та студентам, є невміння самих же студентів самостійно опрацювати навчальний матеріал, низький рівень підготовки студентів з математики та інформатики, їхньої навчально-пізнавальної активності, слабка мотивація пізнавальної діяльності. Підсилення мотивації навчально-пізнавальної діяльності студентів у процесі навчання можливе завдяки особистій діяльності викладача, правильній постановці цілей навчання, створення сприятливих умов для зацікавленої роботи студентів, формування настанов на досягнення успіху.

Ефективність освітнього процесу у ЗВО залежить від багатьох факторів. Одним з них є його організація на основі єдиного психолого-педагогічного підходу, який у свою чергу спирається на низку локальних підходів, що розробляються з урахуванням сучасних тенденцій у розвитку вищої школи.

В сучасній педагогіці вищої школи відносини “викладач–студент” та “студент–викладач” розглядаються через такі основні підходи [31, с. 12]:

1. *Системний підхід* – це створення та функціонування педагогічної системи в навчально–виховному процесі, яка забезпечує високу ефективність підготовки спеціаліста, озброєного теоретичними сучасними та класичними знаннями, який володіє практичними вміннями, орієнтованого на своє подальше зростання, завдяки розвиненому перспективному мисленню, навичкам мислительної та трудової діяльності.

2. *Структурний підхід* – це формування цілісної ієрархії навчально–пізнавального та навчально–виховного процесу, що складає єдину структуру дій всіх підрозділів та служб закладу закладі вищої освіти, теоретично обґрунтовану педагогікою вищої школи, яка підпорядкована єдиній меті. Всі структури постають єдиним механізмом впливу на формування особистості студентів з урахуванням їх вікових та індивідуальних особливостей.

3. *Діяльнісний підхід* – з’ясування та встановлення на кожному етапі навчання провідних пріоритетів у діяльності студентів: навчальній, науково–пошуковій, виробничо–практичній, громадській, побутовій. Навчання через діяльність, як добре продуману та організовану сукупність дій, складається як основа системи та структури освітнього процесу у ЗВО.

Діяльнісний підхід спирається на загальнотеоретичну класифікацію загальних видів людської діяльності:

- трудової, навчальної як перетворюючої;
- пізнавальної, яка є основним шляхом підготовки людини до життєдіяльності;
- ціннісно–орієнтаційної діяльності, до якої можна віднести професійну, наприклад комерційну діяльність, а також діяльність творчу, естетичну;
- комунікативної як спілкування у професійних і суспільних цілях.

4. *Комплексний підхід* до навчання у ЗВО, насамперед, полягає у поєднанні змісту вищої освіти у певні комплекси: 1) загальноосвітні (гуманітарні, соціально–економічні дисципліни, які вивчаються, як правило, на 1–2 курсах, а також спецкурси – на 3–5 курсах); 2) профільні дисципліни (природничо–наукові, професійної і практичної підготовки (1–4 курси)); 3)

спеціальні дисципліни (3–5 курси), які комплексно поєднуються у залежності від профілю підготовки фахівців з навчальною та виробничою практикою, з усіма формами організації освітнього процесу.

5. *Творчий підхід* – орієнтація студентів на самостійну, творчу науково–пошукову діяльність у двох аспектах: обов’язковому (написання рефератів, виконання контрольних і розрахунково–графічних робіт, розробка навчальних проектів, написання курсових й кваліфікаційних робіт) та добровільному (підготовка презентацій, написання статей, доповіді на студентських конференціях, реалізація індивідуальних і групових науково–дослідних проектів та ін.). Основним напрямом творчого підходу постає розвиток мислительної діяльності, набуття вмінь висування нестандартних, проблемних думок та пропозицій. До нього відноситься оволодіння необхідними навичками бібліографічної культури, читання художньої та науково–популярної літератури, які підіймають свідомість студента, а також формування інформаційно–пошукових та дослідницьких умінь студентів на основі використання інформаційних ресурсів і пошукових засобів мережі Internet.

6. *Суб’єктно–суб’єктний підхід* характеризує систему відносин, за якою викладачі прагнуть забезпечувати навчально–пізнавальну діяльність студентів, дбаючи про їх формування як суб’єктів саморозвитку та самовиховання, із свідомим умотивованим ставленням до навчання [31, с. 13].

7. *Диференційований підхід* – вивчення індивідуальних особливостей студентів та, до певної міри, пристосування освітнього процесу в академічних групах до сильних, середніх та слабких їх мікрогруп. Це вимагає застосування диференційованих посібників, індивідуально–мікрогрупових завдань, залучення окремих студентів до виконання творчих завдань і видів робіт, що сприяло б їх прагненню до поглиблення знань, а у сильних студентів – розвивало б інтерес до оволодіння матеріалом, який не входить до обов’язкової навчальної програми дисциплін.

8. *Індивідуальний підхід* – відбір студентів для виконання різноманітних функцій навчально–пізнавальної діяльності (реалізації науково–дослідних проектів, рекомендації кращих студентів для участі в конкурсах, олімпіадах;

написання магістерських робіт; залишення на кафедрі як асистентів чи аспірантів; відбір для навчання за кордоном та ін.).

9. *Особистісно–орієнтований підхід* у вищій школі має такі сутнісні ознаки [23, с. 14]:

- суб’єкт–суб’єктне гуманне співробітництво всіх учасників навчально–виховного процесу у закладі вищої освіти;
- діагностично–стимуляційний спосіб організації навчального пізнання студентів;
- діяльнісно–комунікативна активність студентів;
- проекування викладачем (а пізніше й студентами) індивідуальних досягнень студентів в усіх видах діяльності, сенситивних їх розвитку;
- врахування у змісті, методиках, системі оцінювання широкого діапазону особистісних потреб і можливостей студентів у здобутті якісної освіти.

При цьому використання особистісно–орієнтованого підходу повинно забезпечити особистісно–смісловий розвиток студентів, підтримку індивідуальності й неповторності кожного з них.

10. *Компетентнісний підхід* – спрямованість освітнього процесу на формування та розвиток ключових (базових, основних), загально–галузевих і предметних компетентностей студентів. Результатом такого процесу буде формування загальної компетентності молодій людині, що є сукупністю ключових компетентностей, інтегрованою характеристикою особистості. Така характеристика має сформуватися в процесі навчання і містити знання, вміння, ставлення, досвід діяльності й поведінкові моделі особистості.

Аналізуючи досвід освітніх систем багатьох розвинених країн Європи та світу, серед яких Австрія, Велика Британія, Канада, Нова Зеландія, Німеччина, Франція та інші, бачимо, що одним зі шляхів оновлення змісту освіти й навчальних технологій, узгодження їх із сучасними потребами інформаційного суспільства, інтеграції до світового освітнього простору є орієнтація навчальних програм на компетентнісний підхід та створення ефективних механізмів його запровадження.

Навчання являє собою сферу суспільної діяльності з передачі старшим

поколінням молодшому накопиченого досвіду. Цей процес є цілеспрямованою послідовною зміною навчальних задач у процесі взаємодії викладача та студентів і поступовою заміною стану готовності студентів до певної діяльності у результаті засвоєння ними змісту поданого досвіду. Основна функція цього процесу полягає в тому, щоб за мінімальний термін якнайкраще передати молодшому поколінню той зміст досвіду, який необхідний для розвитку суспільства. При цьому соціальні цілі впливають на зміст навчання, його конкретне наповнення, на організаторів та виконавців навчальної діяльності.

Одним з основних у процесі навчання психологи та педагоги вважають засвоєння знань. Процес засвоєння знань, згідно положень Н. Ф. Талізінної [197] та П. Я. Гальперіна [34], здійснюється у шість етапів:

- 1) мотивація;
- 2) визначення схеми орієнтувальної основи дій;
- 3) виконання дії в матеріалізованій формі (тобто дій з об'єктами, представленими у вигляді знаків, схем, моделей);
- 4) виконання дії вголос;
- 5) виконання дії про себе;
- 6) виконання дій в розумовій формі (оперуючи образами та поняттями, без впливу зовнішніх знаків та форм).

Під мотивацією розуміють спрямованість активності особистості. Мотивація формується, змінюється, перебудовується в процесі діяльності. Розвиток і формування мотивації відбувається через відповідну організацію і зміст діяльності. Разом з тим функціональні можливості особистості можуть сприяти успіху чи невдачам в діяльності, що, в свою чергу, утворює новий рівень мотивації або змінює вже утворений у минулих видах діяльності.

Ієрархічна структура мотиваційної сфери визначає направленість діяльності особистості, яка має різний характер в залежності від того, які саме мотиви за своїм змістом і будовою стали домінуючими [147].

Р. С. Немов [161] визначив мотивацію як сукупність причин психологічного характеру, що пояснюють поведінку людини.

Згідно Л. І. Божович [23], мотив – це те, заради чого здійснюється діяльність. В якості мотиву можуть виступати предмети зовнішнього світу, уявлення, ідеї, почуття і переживання – все те, в чому знайшла своє втілення потреба. Поняття „мотив” є вужчим за поняття „мотивація”, яке характеризується складним механізмом співвідношення зовнішніх та внутрішніх факторів поведінки, який визначає виникнення, направлення, а також способи здійснення конкретних форм діяльності.

Під мотиваційною сферою, або мотивацією розуміють стрижень особистості, такі її властивості, як спрямованість, ціннісні орієнтації, установки, соціальні очікування, емоції, вольові якості та інші соціально–психологічні характеристики. Таким чином, незважаючи на різноманітність підходів, під мотивацією більшість авторів розуміють сукупність, систему психологічно різнорідних факторів, що детермінують поведінку і діяльність людини [121].

Мотивація навчання – це стимулювання студентів до навчально–пізнавальної діяльності, яка спрямована на досягнення конкретних цілей та розв’язування завдань. Основою мотивації учіння є різноманітні потреби та інтереси викладача та студентів, врахування та задоволення яких суттєво покращує не лише якісні показники у навчанні та розвитку, а й полегшує процес управління всіма компонентами навчально–пізнавальної діяльності. Розглянемо навчальну мотивацію. Навчальна мотивація визначається кількома факторами:

- освітньою системою, освітнім закладом, де відбувається навчання;
- організацією освітнього процесу;
- суб’єктивними особливостями студента (стать, інтелектуальний розвиток, самооцінка, відносини з іншими студентами тощо);
- суб’єктивними особливостями педагога і, перш за все, системою ставлення його до студента, до викладання;
- специфікою навчального предмету.

Мотивація навчання складається з потреби і досягнення певних цілей,

задоволення емоцій та інтересів, що постійно змінюються і взаємодіють одна з одною. Відповідно при аналізі мотивації навчальної діяльності необхідно не тільки визначити домінуючий мотив, але і врахувати всю структуру мотиваційної сфери людини. Розглядаючи мотиваційну сферу стосовно навчання, відзначають ієрархічність її будови: потреба в навчанні, значення навчання, мотив навчання, мета, емоції, відношення та інтерес [132].

Педагоги та психологи [127, 181, 190, 205] значну увагу приділяють інтересу до навчання. Інтерес характеризується поєднанням інтелектуальних, емоційних та вольових процесів. Інтерес у процесі навчання може бути стійким або короткочасним – нестійким. Інтерес також розрізняють за силою прояву: слабкий, підвищений та сильний. Інтереси студентів під час занять можуть змінюватися суттєвим чином, тому викладач, який проводить заняття, має відслідковувати причину зміни інтересу, намагатися сформувати сильний і стійкий інтерес до заняття, учбового матеріалу, який розглядається на цьому занятті. Інтерес, який проявляється студентом до тієї чи іншої навчальної дисципліни, у більшості випадків різний. Таке різне відношення можна пояснити різним суспільним значенням різних курсів, відношенням до них студентів, вмінням викладача зацікавити своїм предметом, якістю подання матеріалу тощо.

Викладачі вищих педагогічних навчальних закладів мають звертати увагу на сформованість пізнавального інтересу [32, 33, 44] до вивчення курсів математики та інформатики, оскільки математика та інформатика виступають як інструменти професійної діяльності (для учителів інформатики), і як навчальні дисципліни. Інтерес до навчання справляє великий вплив на психологічні процеси сприйняття, розуміння, уваги, пам'яті, мислення.

*Розглянемо деякі умови, що викликають інтерес студентів до навчання.*

1. Спосіб подання навчального матеріалу. Як правило, навчальний предмет постає перед студентом як набір окремих розділів чи тем. Кожен розділ викладач пояснює, часто подає готовий спосіб роботи з ним. Студенту нічого не залишається, як запам'ятати все це і діяти згідно показаного способу. При

такому поданні навчального матеріалу є велика небезпека втрати інтересу до нього. Навпаки, коли вивчення предмету відбувається через розкриття суті досліджуваного явища, то студент сам отримує окремі знання, навчальна діяльність набуває для нього творчого характеру, наслідком чого є підвищення інтересу до вивчення предмету. При цьому мотивувати позитивне ставлення до вивчення даного предмету може як його зміст, так і методи роботи з ним. В останньому випадку має місце мотивація процесом навчання. Наприклад, можна використовувати СКМ при вивченні деяких тем зі спецкурсу „Математичне програмування” (динамічне програмування, розв’язування задач за допомогою моделювання та інших).

2. Організація роботи над вивченням предмету малими групами.

3. Мета, поставлена викладачем, повинна стати метою студента.

4 На кожному етапі заняття потрібно використовувати проблемні ситуації, завдання. Якщо викладач робить це, то, як правило, мотивація студентів знаходиться на досить високому рівні. Слід зазначити, що за змістом вона є пізнавальною, тобто внутрішньою. Вивчення сутності жадібного алгоритму потрібно починати з практичної задачі (наприклад, задачі про сходження), формулюючи її так, щоб зацікавити студента.

**Приклад 1.1.**  $N$  студентів вирішили зійти на Говерлу. Кожен зі студентів може нести  $S[i]$  кг запасів і з’їдати протягом дня  $C[i]$  кг запасів. Яка максимальна кількість студентів дійде до вершини і повернеться назад, якщо студенти можуть ділитися запасами на привалі, а ті, у кого не вистачить запасів на сходження та зворотний шлях, повертаються назад. Швидкість руху однакова на будь-якому відрізку шляху, привал – три рази на добу.

5. Основу змісту навчання становлять базові (інваріантні) знання. Процес навчання побудований таким чином, що знання засвоюються через їх застосування. Особливої уваги заслуговують колективні форми роботи, важливе поєднання співробітництва викладача та студентів.

Все це разом і призводить до формування у студентів пізнавальної мотивації.



Набуття студентом необхідних знань дозволить йому зрозуміти матеріал, успішно виконати завдання, наслідком чого є задоволення від виконаної роботи. У студента з'являється бажання ще раз пережити успіх на цьому етапі роботи. Важливі для студента й нестандартні завдання або нестандартний підхід до їх розв'язування. Прикладом такого може бути завдання про знаходження найкоротшого шляху.

**Приклад 1.2.** Студент щоденно (крім вихідних) ходить до університету. Він визначив найкоротший шлях з дому в університет. Проте на цьому шляху він зустрічає друзів і з ними кілька хвилин спілкується. Таким чином, найкоротший шлях виявився не найшвидшим. Тому студент хоче визначити новий маршрут, на якому він би мав найбільшу ймовірність не зустріти своїх друзів. Схема мережі доріг, по якій студент може потрапити з дому до університету показана на рис. 1.2. На цій же схемі наведені ймовірності не зустріти друзів для кожного сегмента мережі доріг. Ймовірність не зустріти друзів дорівнює добутку ймовірностей на кожному сегменті вибраного шляху. Студенту необхідно розв'язати задачу вибору маршруту, який би максимізував ймовірність не зустріти друзів [122, с. 239].

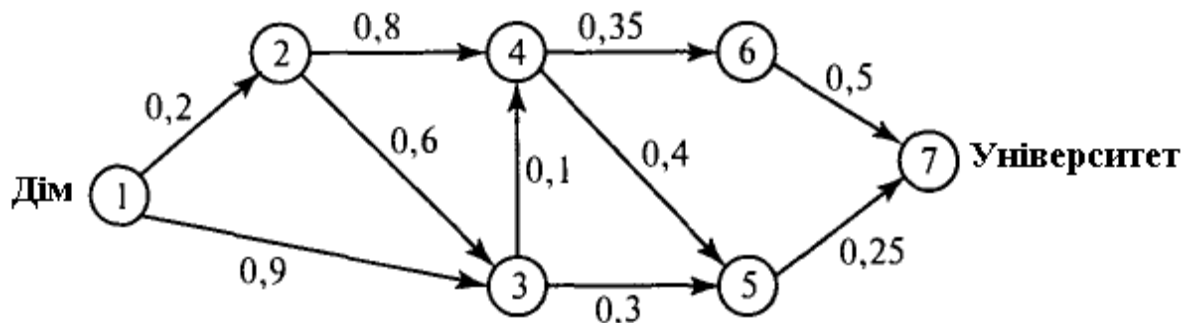


Рис. 1.2. Схема мережі доріг з дому до університету

Або можна розглянути задачу про розміщення  $n$  ферзів (задача належить до класу комбінаторних). Вона полягає у тому, щоб розмістити  $n$  ферзів на шаховій дошці розміром  $n \times n$  так, щоб жодні два не атакували один одного, тобто не знаходилися в тому самому рядку, стовпці або діагоналі. Класична шахівниця має розмір  $8 \times 8$ . Тому можна розглянути задачу про розміщення на ній 8 ферзів. Програмну реалізацію алгоритму розв'язування даної задачі

можна запропонувати виконати у деякій СКМ, наприклад, Maple.

На мотивацію під час навчання викладач може впливати наступними діями:

- демонструвати переваги використання здобутих знань та навичок;
- з'ясувати рівень підготовки студентів та адаптувати подання матеріалу залежно від рівня їхніх знань;
- давати аудиторії можливість підвищити самооцінку;
- подавати навчальний матеріал своєчасно;
- забезпечувати можливість висловлювання власних ідей та думок, коригувати зміст у відповідь на побажання аудиторії (якщо це не суперечить здоровому глузду);
- використовувати ІКТ.

Для того, аби заняття були цікавими для студентів, доцільно поєднувати традиційні педагогічні технології навчання (мозковий штурм, навчання у співпраці, метод проектів, тощо) та комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичного програмування, що в свою чергу сприяє підвищенню мотивації пізнавальної діяльності студентів, індивідуалізації та диференціації процесу навчання, ґрунтовному засвоєнню базових математичних понять за рахунок їх універсального використання в різних прикладних ситуаціях, формуванню в студентів навичок самооцінювання, усвідомленню власних сильних і слабких сторін, зацікавленому ставленню студентів до результатів їхньої пізнавальної діяльності.

Використання комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математичного програмування дає можливість об'єктивно і досить точно оцінювати рівень навчальних досягнень студентів за рахунок прозорої шкали оцінювання, створюється основа для диференціації та індивідуалізації процесу навчання, у викладача з'являється можливість мати систематичний зворотний зв'язок із кожним студентом.

Особливістю використання комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математичного програмування відповідно до принципів

диференціації навчання та комплексного використання ІКТ є можливість зосередження уваги на індивідуальних особливостях студентів, різних рівнях їх підготовки з математичних та інформатичних дисциплін. Можливість експериментувати, ставити досить складні й цікаві, пов'язані з реальною практикою, задачі, надавати індивідуальні рекомендації у поєднанні з використанням динамічних моделей сприяє індивідуалізації освітнього процесу, формуванню інтересу студентів до навчальної діяльності, пізнавальної самостійності.

Гриб'юк О. О. в своїй роботі [51] стверджує, що ефективність навчання математичних дисциплін з використанням комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання значною мірою залежить від психолого-педагогічної обґрунтованості програмних засобів навчального призначення.

В разі використання в освітньому процесі сучасних ІКТ принципово змінюються всі компоненти методичних систем навчання, не тільки засоби навчання, але і пов'язані з ними зміст, методи, організаційні форми навчання. Як приклад таких змін в побудові методичних систем навчання різних предметів можна навести комп'ютерні програми для підтримки навчання математичних дисциплін. Крім того, використовуються типи задач, спрямовані на рефлексію учнями своєї діяльності, на її саморегуляцію, адже такі задачі складно реалізувати навіть в умовах індивідуального навчання. Безумовно, з впровадженням ІКТ в освітній процес не вирішуються всі проблеми навчання і переоцінювати можливості такого впровадження не варто. В освітньому процесі комп'ютер може бути і об'єктом вивчення, і засобом навчання.

У першому випадку засвоєння знань, вмінь і навичок призводить до усвідомлення можливостей використання комп'ютера, зокрема під час розв'язування різноманітних задач. У другому випадку комп'ютер є засобом підвищення ефективності навчання. Вказані напрямки покладено в основу інформатизації навчання як соціального процесу, активізації пізнавальної діяльності студентів, інтенсифікації освітнього процесу, диференціації навчання у відповідності до нахилів і здібностей студентів, розкриття їх

творчого потенціалу.

Одним з найскладніших моментів аналізу ефективності використання комп'ютера і програм навчального призначення є визначення того, чи здійснюється діяльність студентів дійсно як учіння, чи не мігрує вона без постійного супроводу викладача до пізнавальної (або трудової), що не є поганим самим по собі, однак нівелює відповідну навчальну діяльність, у межах якої здійснюється учіння.

В основу технології створення комп'ютерно–орієнтованих методичних систем навчання покладено ідеї, взяті з:

- теорії психологічних основ управління навчально–пізнавальною діяльністю (неперервний контроль і реалізація зворотного зв'язку);
- психології (особистісно орієнтований підхід щодо організації процесу навчання, формування розумової діяльності засобами зовнішніх впливів, індивідуальні особливості студентів і т. д.);
- дидактики (основні принципи традиційної дидактики та принципи використання комп'ютерно–орієнтованих технологій навчання, управління пізнавальною діяльністю студента, підготовка і подання навчального матеріалу, сучасні можливості використання комп'ютерної техніки і засоби телекомунікаційного зв'язку в освітньому процесі);
- методики навчання (організації занять на основі пошуку раціонального поєднання індивідуальних, групових і колективних форм організації навчання; видозміни характеру спілкування між викладачами та студентами, використання особистісно орієнтованого підходу до навчання).

Загальні принципи, що використовуються для створення комп'ютерно–орієнтованих методичних систем навчання, повинні відповідати принципам традиційної дидактики та принципам комп'ютерно–орієнтованих технологій навчання.

У сучасній дидактиці основоположними є кілька принципів навчання:

- науковість навчання та соціальна обумовленість;
- практична спрямованість підготовки;

- цілеспрямованість, систематичність і послідовність у навчанні;
- доступність і високий рівень складності навчання;
- свідомість, активність, мотивованість учнів, що визначає позицію та ставлення учнів до участі в педагогічному процесі;
- ґрунтовне оволодіння основними складовими системи загальних професійних компетентностей;
- диференційований та індивідуальний підхід у навчанні;
- комплексність, єдність навчання і виховання.

Принципи, на яких базується розвиток комп'ютерно–орієнтованих методичних систем навчання, можна розподілити [51] за такими групами: психолого–педагогічні, дидактичні, технологічні і організаційно–комунікативні.

1. *Принцип зацікавленості в навчанні.* ІКТ навчання будуються на базі інструментів для підсилювання мислительної діяльності, використання яких надає можливості моделювання особливого інформаційного поля для розвитку зацікавленості і мотивації студента для досягнення навчальних і пізнавальних цілей, а значить, і зростання пізнавальних потреб.

2. *Принцип адаптивності щодо індивідуальних особливостей студентів,* що реалізовується не тільки на рахунок подання навчального матеріалу на різних рівнях складності, але й з врахуванням індивідуальних особливостей студентів, використання засобів виконання сукупності необхідних операцій і дій під час навчання матеріалу, що сприяє підвищенню ефективності засвоєння матеріалу.

3. *Принцип пошукової активності студента.* Реалізація цього принципу здійснюється шляхом застосування інформаційного і особистісно–діяльнісного підходів у процесі навчання з використанням комп'ютерно–орієнтованих методичних систем. Принцип спрямований на розв'язання головного завдання педагогіки – навчати вчитися, а також на реалізацію ціннісної орієнтації в становленні особистості студента.

4. *Принцип особистої відповідальності за власний рівень освіти.*

Сформована потреба самостійного набуття і застосування знань повинна стати життєвою необхідністю сучасної людини для неперервного підвищення професійного, культурного та освітнього рівня.

5. *Принцип самооцінювання і самоактуалізації.* Ключовими індивідуальними якостями студента повинні стати самоповага, цілеспрямованість, здатність до самоконтролю і самостійної пізнавальної діяльності.

6. *Принцип індивідуалізації навчання:* можливість забезпечити організацію управління пізнавальною діяльністю з врахуванням індивідуальних особливостей студента (швидкість і тип мислення, рівень його здібностей і початкової підготовки в даній предметній галузі, рівень тривожності і наполегливості у досягненні цілі тощо). Реалізація даного принципу і контролю в комп'ютерно-орієнтованому навчальному середовищі ґрунтується на відповідних технологічних принципах розробки різнорівневих комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання.

7. *Принцип об'єктивності оцінювання результатів навчальних досягнень* забезпечується завдяки: стандартизації програм навчання і контролю; індивідуальності і незалежності проходження навчання і процедури різностороннього контролю; виключення суб'єктивних факторів в процесі навчання і контролю (стомленість викладача, емоційність, обмеженість часу для спілкування); забезпечення можливості самоперевірки рівня засвоєння матеріалу у зручному для студента режимі (мережевий режим доступу до контролюючих систем та вимірювальних матеріалів); оперативності статистичного опрацювання, вірогідності і доступності результатів контролю.

8. *Принцип співробітництва і наставництва* в процесі організації навчання з використанням комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання. Труднощі педагогів можна звести до двох проблем: необхідність переходу від авторитарного управління освітнім процесом до спільної діяльності і співпраці зі студентами; необхідність переходу від репродуктивного підходу в навчанні до розвитку продуктивної творчої

мислительної діяльності студентів. Складним завданням в новій моделі навчання на базі сучасних інформаційно– комунікаційних технологій є зміна особистої установки педагога та студента на самоосвіту, саморозвиток, співробітництво.

9. *Принцип навчання протягом усього життя.* Використання сучасних ІКТ навчання сприяє принциповим змінам у відношенні студента до отримання освіти, необхідності неперервного підвищення свого культурно–освітнього рівня протягом усього життя.

На сьогоднішній день розроблено значну кількість досить зручних та ефективних математичних програмних засобів: Gran1, Gran–2D, Gran–3D, Maple, MS Excel, Графоаналізатор 1.3; систем комп'ютерної математики: Sage, Maxima, Mathematica, Matlab, MathCad, MuPad, Scilab, GeoGebra; веб–орієнтованими системами: WolframAlpha, SageMathCloud; онлайн–калькуляторів а також онлайн версії СКМ Mathematica, Matlab, Mathcad, Maple тощо для підтримки навчання курсу математики, зокрема математичного програмування, що відрізняються за функціональністю, інтерфейсом, тощо.

Необхідність використання ІКТ в освітньому процесі обумовлена тим, що робота з ними надає реальну можливість студентам набути вмінь розв'язувати практичні задачі з використанням комп'ютера за відомою схемою:

*постановка задачі → побудова математичної моделі → вибір програмного засобу розв'язування задачі → реалізація математичної моделі на комп'ютері → проведення розрахунків → аналіз одержаних результатів та їх інтерпретація .*

Як відомо, для досягнення ефективності навчання мають бути враховані як технічні, так і дидактичні вимоги до програмних засобів.

До загальнотехнічних характеристик програмних засобів належать:

- ✓ надійність – відсутність збоїв і відмов комп'ютера при будь–яких діях користувача (особливо помилкових діях користувача, який навчається);
- ✓ ергономічність – зручність і простота роботи з програмою;
- ✓ інтерфейс – організація управління роботою комп'ютера;

✓ гнучкість – передбаченість рівня підготовки користувача, який при навчанні постійно змінюється;

✓ простота модифікації та настроювання програми;

✓ сумісність – можливість перенесення програм з однієї платформи на іншу.

До спеціальних технічних характеристик належать:

✓ мінімальна конфігурація комп'ютера, що забезпечує роботу програмного продукту – тип процесора,

✓ обсяг оперативної пам'яті,

✓ обсяг пам'яті на жорсткому диску,

✓ графічний адаптер,

✓ тип монітора.

Використання подібних комп'ютерних програм дає можливість унаочнювати навчальний матеріал, різноманітні математичні поняття, розвивати образне мислення, просторову уяву, дозволяє «зануритися» в сутність поняття чи явища, яке досліджується, неформально розв'язувати задачу. Безперечно, використання комп'ютера під час навчання математичного програмування сприяє перетворенню репродуктивної навчальної діяльності в навчально–дослідницьку, творчу, пошукову, евристичну. Комп'ютер разом із відповідним програмним забезпеченням стає інструментом для розвитку творчих математичних, і не тільки, здібностей учнів.

Залучення студентів до творчої розумової діяльності, створення проблемних творчих ситуацій найкраще реалізовується завдяки впровадженню комп'ютерно–орієнтованих методичних систем навчання в навчально–пізнавально–дослідницьку діяльність студентів.

Застосування автоматизованих систем в навчанні доцільне тоді, коли це призводить до підвищення ефективності навчання хоча б за одним з критеріїв: підвищення мотиваційно–емоційної сторони навчання; підвищення якості навчання; скорочення витрат часу студента і викладача на навчання предмету (теми); зменшення фінансових витрат на навчання.



Дослідження підтверджують, що застосування програм навчального та навчально–контролюючого призначення допомагає звільнити 30–50% часу викладача на заняттях для творчої роботи зі студентами; застосування елементів автоматизованого навчання дозволяє за даними досліджень на 30–45% підвищити мотивацію навчання і коефіцієнт відтворення знань і вмінь [51].

### **1.3. Професійна культура майбутнього учителя інформатики**

Культура (від лат. *cultura* – виховання, освіта, розвиток) – це сукупність практичних, матеріальних і духовних надбань суспільства, які відображають досягнутий рівень розвитку суспільства і людини. У вужчому розумінні культура – це сфера духовного життя суспільства, що охоплює системи виховання, освіти, творчості, а також установи й організації, що забезпечують функціонування цих систем. Водночас під культурою розуміють рівень освіченості і вихованості людини, а також оволодіння певною галуззю діяльності [45, с. 182]. Враховуючи це, розумітимемо під професійною культурою учителя інформатики сукупність його практичних, матеріальних і духовних надбань, що визначають якість його професійної діяльності. Професійна культура цілком визначається рівнем освіченості і вихованості людини та рівнем володіння галуззю діяльності учителя інформатики.

Є. В. Бондаревська, І. Ф. Ісаєв, Є. М. Шиянов розглядають педагогічну культуру як сутнісну характеристику особистості педагога, яка характеризує його готовність до педагогічної діяльності через сформованість таких складових: педагогічної позиції і особистісних якостей, професійних знань і культури педагогічного мислення, професійних умінь і творчого характеру педагогічної діяльності, саморегулювання особистості й культури професійної поведінки педагога. З цієї точки зору педагогічна культура є "динамічною системою педагогічних цінностей, способів діяльності й професійної поведінки вчителя" [26, с. 29].

І. Ф. Ісаєв вважає, що професійно–педагогічна культура є інтегральною якістю особистості педагога–професіонала, умовою й передумовою ефективної педагогічної діяльності, узагальненим показником професійної компетентності

викладача, метою фахового самовдосконалення. Професійна–педагогічна культура розглядається як "міра і спосіб творчої самореалізації особистості учителя, викладача, студента в різноманітних видах педагогічної діяльності й спілкування, направлених на засвоєння, передавання і створення педагогічних цінностей і технологій" [92, с. 9].

Реформування системи освіти України вимагає оновлення змісту вищої педагогічної освіти. Розробка сучасних освітньо–кваліфікаційних характеристик відноситься до першочергових завдань цього реформування. При цьому слід врахувати сучасний рівень розвитку науки, техніки, виробництва, культури і освіти, а також потреби сучасної школи.

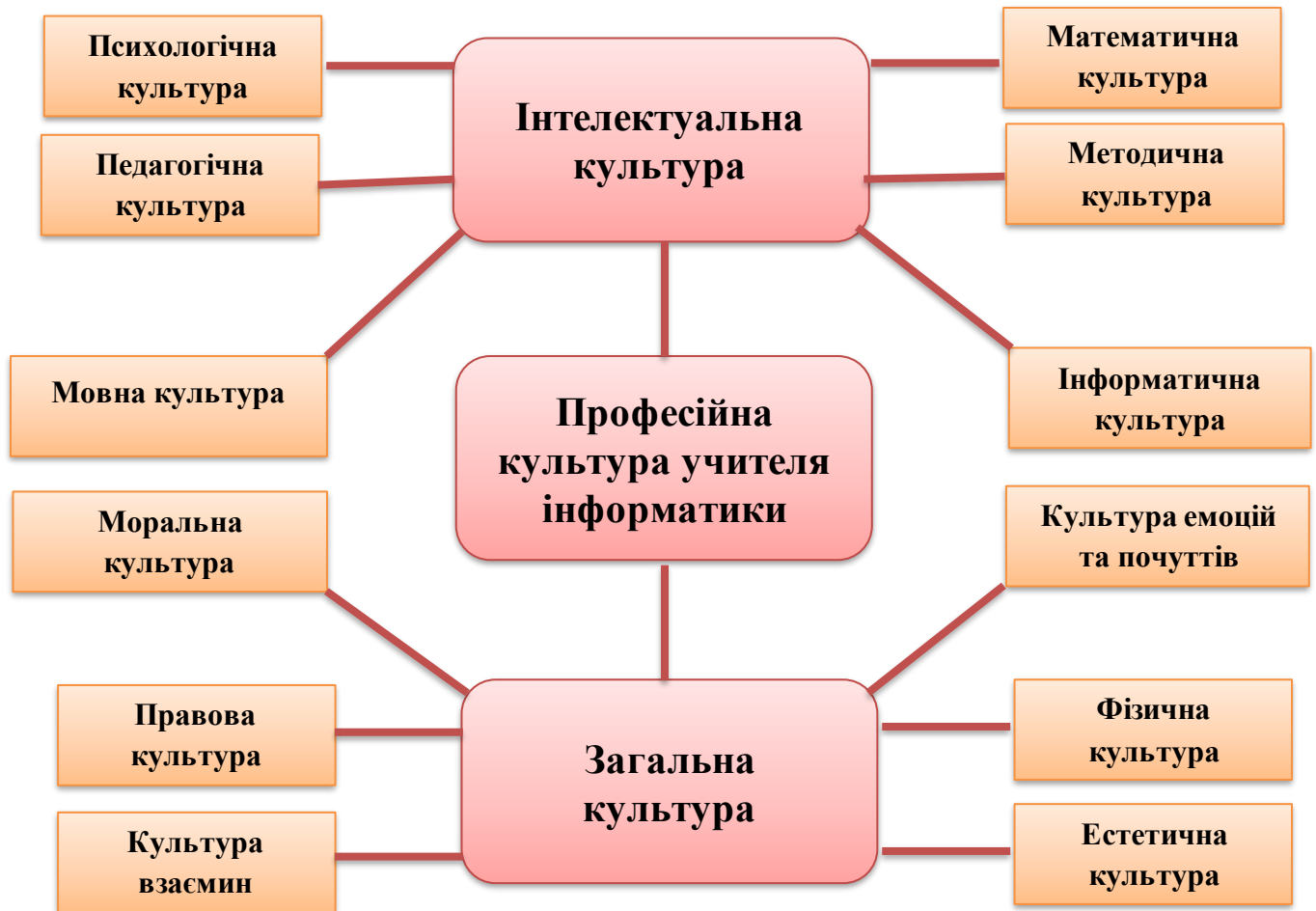
Загальною метою професійної підготовки учителя інформатики є формування його професійної культури, основні компоненти якої зображено на Рис. 1.3. Зрозуміло, що кожен компонент професійної культури фахівця (зокрема, і учителя інформатики), за винятком лише моральної культури, складається із загальної та спеціальної частин.

Учитель інформатики, як ніхто інший з учителів–предметників, працює в умовах які постійно змінюються і модифікуються, тому його професійна підготовка вимагає урізноманітнення та вдосконалення не лише форм, методів, підходів і педагогічних технологій, а й засобів навчання, що сприяють формуванню професійних знань, умінь, навичок майбутніх учителів інформатики.

На особливу увагу заслуговує процес підготовки учителя інформатики, оскільки, за наявного стану інформатизації освітнього процесу саме на нього лягає основне навантаження стосовно впровадження засобів ІКТ в навчальний процес школи, добору і розробки педагогічних програмних засобів та їх педагогічно виваженого використання у процесі навчання різних навчальних предметів, організації телекомунікаційних проєктів, створення умов для формування інформатичних компетентностей учнів [86].

Професійна культура проявляється в специфіці педагогічної діяльності та системі професійних якостей учителя. Загальнокультурна діяльність (яка є

джерелом загальної культури) передбачає здатність особистості успішно жити в інформаційному середовищі, цілеспрямовано й ефективно використовувати інформаційні та комунікаційні технології, використовувати наявні та створювати власні інформаційні ресурси професійного та непрофесійного призначення.



*Рис. 1.3. Компоненти професійної культури учителя інформатики*

Питанням професійної підготовки учителя інформатики займалися В. Ю. Биков [18], Є. І. Бідайбеков [19], Ю. В. Горошко [40], А. П. Єршов [67], М. І. Жалдак [81, 85], Е. І. Кузнецов [133], М. П. Лапчик [140], Ю. І. Машбиць [149–150], В. М. Монахов [152], Н. В. Морзе [157], І. О. Новік [163], С. А. Раков [174], Ю. С. Рамський [178], І. В. Роберт [179], З. С. Сайдаметова [182], С. О. Семеріков [184], Є. М. Смірнова–Трибульська [191], О. М. Спирін [194–195], Ю. В. Триус [200], С. М. Яшанов [220] та ін. В роботах авторів досліджується в основному прояв професійної культури учителя інформатики в процесі реалізації ним своєї професійно–педагогічної діяльності. Слід

зазначити, що професійна культура учителя в основному розглядається (тлумачиться) як набір певних знань, умінь і навичок; готовності до застосування інформаційних та комунікаційних технологій в освіті або компетентності учителя в цій галузі.

В зв'язку з швидкими темпами розвитку інформатики та засобів ІКТ, великого значення набуває здійснення учителем інформатики дослідницької діяльності у галузі інформатики як науки і навчального предмета (здійснення пошукової, наукової діяльності, вивчення досвіду учителів–новаторів тощо).

Перед системою освіти на сучасному етапі розбудови інформаційного суспільства (суспільства знань) постає грандіозне завдання, пов'язане з підготовкою людини до життя й діяльності в умовах інформаційного суспільства. Саме через систему освіти необхідно забезпечити одержання необхідних знань про нове інформаційне середовище, формувати готовність людини до творчого освоєння образу життя на інформаційній основі, формувати професійну культуру, складовою якої є інформаційний світогляд, який базується на розумінні визначальної ролі інформаційних процесів та інформаційних технологій у діяльності самої людини, житті суспільства, уявленнях про роль інформатики в становленні цивілізації в цілому і сучасної соціально–економічної діяльності, зокрема [177, с. 36]. Для розв'язання цього завдання потрібний учитель, який володіє цілісною професійною культурою і здатний підготувати підростаюче покоління до повноцінної плідної життєдіяльності в інформаційному суспільстві.

Таким чином, формування професійних культури учителя інформатики передбачає набуття ним компетентностей у галузі інформатики та суміжних з нею дисциплін, методики навчання та дидактики, психологічних і педагогічних основ здійснення навчально–виховного процесу, дослідницької діяльності та педагогічного спілкування, що визначає якість його професійної діяльності [86].

Аналіз професійних функцій учителів, зокрема учителів інформатики [191, с. 112], свідчить про те, що сьогодні особливо цінуються такі якості, як

комунікативність, відповідальність, рефлексія, працездатність, здібності до співпраці і кооперації, професійна самостійність, ініціативність, понаднормова професійна активність тощо.

#### **1.4. Міжпредметні зв'язки математичного програмування з іншими математичними та інформатичними дисциплінами.**

Останніми роками стало очевидним, що новий час, ускладнення системи економічних, соціальних і культурних відносин вимагають підготовки фахівців нового типу, з широкою, універсальною підготовкою і фундаментальними знаннями.

Зміст педагогічної освіти за галуззю знань 01 «Освіта/Педагогіка», спеціальність 014.09 Середня освіта (Інформатика) передбачає фундаментальну, психолого–педагогічну, методичну, інформаційно–технологічну, практичну і соціально–гуманітарну підготовку педагогічних і науково–педагогічних працівників.

Зміст фундаментальної підготовки передбачає вивчення теоретичних основ спеціальності згідно з вимогами до рівня теоретичної підготовки педагогічного працівника відповідного профілю і базується на новітніх досягненнях науки [1].

Важливою парадигмою сучасної вищої освіти стала її фундаменталізація. Фундаменталізація освіти визначає наступну тенденцію в навчанні – доцільність першочергового глибокого вивчення і всебічного практичного засвоєння найбільш значущих для майбутньої діяльності фахівця галузей знань та навчальних дисциплін.

Вперше концепція фундаментальної освіти була сформульована Вільгельмом фон Гумбольдтом: в ній зазначалося, що предметом такої освіти мають бути саме ті фундаментальні знання, які сьогодні відкриває наука; більш того, освіта має бути вбудована в наукові дослідження. Вища школа XIX сторіччя переважно слідувала моделі Гумбольдта, згідно якої університет (з латини – «сукупність») – це елітарний навчальний заклад, в якому навчання та наукові дослідження знаходяться в нерозривній єдності, і головний акцент

робиться на підготовку та виховання творчої особистості, здатної до саморозвитку.

Фундаментальна наукова основа освіти покликана допомогти представникам нових поколінь не тільки пристосовуватися до життя в умовах інформаційного суспільства, але й самим брати участь в позитивних змінах. Головну роль тут повинні відігравати спецкурси, які містять фундаментальні знання, що є базою для формування загальної і професійної культури, швидкої адаптації до нових професій, спеціальностей та спеціалізацій[126].

Інформатика, як і математика, використовується для опису та дослідження проблем інших наук. Вона надає свої загальні і/або власні методи дослідження іншим наукам, допомагає підсилювати міжпредметні зв'язки, досліджувати проблеми різних наук, фундаментує їх своїми ідеями, методами, технологіями і особливо результатами.

Під терміном фундаменталізація освіти розуміють істотне підвищення якості освіти і рівня освіти студентів за рахунок відповідної зміни змісту дисциплін, що вивчаються, і методології реалізації освітнього процесу.

Для досягнення мети фундаменталізації освіти є необхідним [128]:

– змістити акцент уваги викладачів і студентів з проблеми вивчення прагматичних знань на проблеми розвитку загальної культури людини на основі пізнання кращих досягнень людства, а також на формування наукових форм системного мислення;

– змінити зміст і методологію освітнього процесу так, щоб крім вивчення історії розвитку культури, суспільства і процесу формування сучасної науки, які, безумовно, необхідні для загального розвитку кожної людини, значна частина часу приділялася виробленню сучасних уявлень про цілісний зміст системи наук, перспективи їх подальшого розвитку.

З цією метою доцільно розробити і ввести в систему вищої освіти ряд нових навчальних дисциплін, які узагальнювали б останні досягнення фундаментальних наук, зокрема в галузі інформатики.

При цьому слід зазначити, що йдеться не про просте збільшення кількості дисциплін, що вивчаються, а про формування принципово нових фундаментальних навчальних курсів для системи освіти, орієнтованих на формування цілісних сучасних уявлень про наукову картину світу та здатність виходити на системний рівень його пізнання [129].

Виходячи з головної мети фундаментальної підготовки у вищій школі – *формування творчої особистості фахівця* – необхідно розробити освітній процес такої ефективності та якості, який забезпечував би поступову трансформацію пізнавальної діяльності у професійну. Одночасно відповідно змінювалися б усі структурні ланки при переході від одного типу діяльності до іншого [126].

Таким спецкурсом і є дисципліна „Математичне програмування”, що впроваджується в освітній процес НПУ ім. М. П. Драгоманова для майбутніх учителів інформатики освітнього рівня «Магістр». Системи комп’ютерної математики широко застосовуються в системі освіти західних країн. Їх освоєння дозволить говорити про інтеграцію нашої системи освіти у світову і про серйозне підвищення ролі фундаментальності освіти в галузі інформатики та математики.

Проаналізувавши навчальний план підготовки майбутнього учителя інформатики освітнього рівня «Бакалавр» за галуззю знань 01 «Освіта/Педагогіка», спеціальність 014.09 Середня освіта (Інформатика) НПУ ім. М. П. Драгоманова, зазначимо, що фундаментальними дисциплінами для вивчення спецкурсу «Математичне програмування» є: «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Дискретна математика», «Чисельні методи», «Проективна геометрія і методи зображення», «Математична логіка і теорія алгоритмів», «Програмування».

Конкретизуємо, якими основними знаннями, вміннями і навичками з вищевказаних дисциплін повинен оволодіти студент спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика) до вивчення курсу “Математичне програмування”:

- ✓ знати основні визначення, поняття та методи теорії ймовірностей та математичної статистики;
- ✓ знати методи наближеного розв'язування задач алгебри, геометрії, математичного аналізу;
- ✓ знати класичні методи знаходження екстремумів функції однієї і багатьох змінних;
- ✓ вміти використовувати готові програмні засоби (математичні пакети програм) для аналітичного, графічного, чисельного розв'язування прикладних задач;
- ✓ володіти знаннями про експеримент та його пізнавальні функції (евристичну, екстраполяційну, інтерпретуючу, наукового передбачення, підготовки матеріального експерименту);
- ✓ вміти аналізувати та узагальнювати результати експериментів і робити висновки;
- ✓ вміти виконати математичне і статистичне опрацювання результатів експериментального дослідження та оцінити достовірність його результатів;
- ✓ володіти аналітичним методом створення математичних моделей до відповідної задачі;
- ✓ вміти використовувати для створення математичних моделей аналогії;
- ✓ мати уявлення про нелінійні математичні моделі;
- ✓ складати рекурентні співвідношення за умовою задач;
- ✓ використовувати різні типи графів для моделювання об'єктів і розв'язування різноманітних прикладних задач;
- ✓ вміти обирати способи та форми подання алгоритму;
- ✓ вміти оперувати основними базовими структурами при складанні алгоритмів;
- ✓ вміти встановлювати порядок складання та правила запису алгоритмів і програм;
- ✓ вміти застосовувати різні форми опису алгоритмів і переходити від однієї форми опису до іншої;



- ✓ вміти використовувати прості й складні умови при побудові алгоритмів і програм;
- ✓ вміти описувати алгоритми розв'язування задач мовою програмування;
- ✓ вміти складати й реалізовувати алгоритми з різними типами даних;
- ✓ володіти сучасними технологіями програмування;
- ✓ вміти складати програми для розв'язування типових навчальних задач.

Знання, покладені в основу вивчення математичного програмування, повинні служити розвитку творчого потенціалу студента в найширшому розумінні цього слова: системне наукове мислення; конструктивне образне мислення; розвинена уява; просторове мислення; асоціативне мислення; хороша пам'ять; варіативність мислення.

Отже, володіння вищевказаними знаннями, вміннями і навичками при вивченні математичного програмування сприятиме формуванню у студентів наукового світогляду, теоретичного мислення, що є ознакою фундаментальності професійної освіти, критерієм ефективності освітнього процесу та системи розвивального навчання в педагогічному університеті.

### **1.5. Аналіз програмних засобів, що використовуються для навчання математичного програмування**

Основою педагогічної праці кожного учителя є професійне педагогічне спілкування – система прийомів, засобів, методів, що забезпечують реалізацію цілей та завдань виховання і навчання. Традиційне навчання відбувається завдяки безпосередньому спілкуванню студента з викладачем під час освітнього процесу. Для нього спілкування з педагогом, перш за все, має спрямовувальне й коригуюче значення; одночасно педагог виступає і як джерело знань, і як вихователь. Адже від успішності взаємодії викладача зі студентом буде залежати інтерес студента до предмета, успішність засвоєння знань. Також, через спілкування з викладачем студент отримує оцінку своїх знань і досягнень з кожного предмета.

Але реалії сучасної системи освіти показують, що в наш час науково-технічного прогресу й постійного збільшення інформаційного потоку

виховання технічно грамотної людини неможливе без використання персонального комп'ютера. Він стрімко проникає в усі сфери діяльності людини. І сьогодні вже неможливо уявити собі проведення складних наукових пошуків або проектування високоточного механізму без застосування обчислювальної техніки. Комп'ютер знаходить себе і в галузі освіти. Крім професійних дисциплін під час підготовки майбутнього учителя інформатики, використання комп'ютера активізується в процесі викладання студентам інших навчальних дисциплін.

Сьогодні велика увага приділяється створенню прикладного програмного забезпечення для різних навчальних предметів. Широке застосування програмних педагогічних засобів забезпечує підвищення якості знань, умінь та навичок студентів, врахування їх індивідуальних особливостей, сприяє також інтенсифікації навчання. На даний час з'явилася велика кількість програмних продуктів, що пропонуються для використання в освітньому процесі, але не всі вони відповідають вимогам цілей і завдань освіти. Отже, потрібно обрати такі педагогічні програмні засоби навчання, які будуть відповідати профілям навчальної дисципліни, що викладається, та педагогічно адаптовані до освітнього процесу.

Застосування в підготовці майбутніх учителів інформатики педагогічних програмних засобів дозволяє викладачам більш гнучко й ефективно реалізовувати зміст навчального матеріалу конкретної навчальної дисципліни, посилює диференціацію процесу.

На сьогодні існує значна кількість засобів загального, спеціального, навчального призначення, які можна використовувати у процесі навчання математичного програмування, серед них: GRAN, Maple, MathCAD, MatLAB, Mathematica, Maxima, Statistica і ін. Педагогічний потенціал застосування цих програмних засобів у навчанні математики висвітлено у роботах Вінниченка Є. Ф. [76, 77], Горошка Ю. В. [76, 77, 41], Грамбовської Л. В. [50], Жалдака М. І. [74–84], Крамаренко Т. Г. [130], Ракова С. А. [174], Триуса Ю. В. [84, 200, 201], Покришня Д. А. [41], Кобильника Т. П. [123, 124,

125], Єфименка В. В. [69], Гриб'юк О. О. [52, 53], Шавальнової О. В. [207], Вітюка О. В. [74] та ін.

Широкі можливості для ефективного здійснення розрахунків, проведення навчальних та наукових досліджень, а також моделювання процесів та явищ в різних предметних галузях відкриваються на основі використання математичних програмних засобів універсального типу – комп'ютерних математичних систем або систем комп'ютерної математики.

За тлумаченням В. П. Д'яконова системи комп'ютерної математики – це програмні засоби, за допомогою яких можна автоматизувати виконання як чисельних, так і аналітичних (символьних) обчислень і розрахунків [57].

Перші СКМ з'явилися на ринку програмних засобів у 60–х роках ХХ століття. Найбухливіший період їх розвитку припадає на 90–і роки ХХ століття. Сучасні СКМ оснащені зручним інтерфейсом та потужним графічним інструментарієм, в них реалізовано значну кількість стандартних і спеціальних математичних операцій, функцій та методів. Визначальними характеристиками сучасних СКМ є наявність власних мов програмування, засобів підготовки математичних текстів до друку, передбачення можливостей здійснювати імпортування даних для опрацювання з інших програмних продуктів, зокрема електронних таблиць, та експортування даних в них [199].

В роботах О. М. Гончарової [46], В. І. Клочка [119], Ю. В. Триуса [201], С. А. Ракова [174], С. А. Семерікова [185], О. В. Співаковського [193] та ін. розглянуто різні класифікації СКМ. Але до цього часу відсутня загальноприйнята класифікація та аналіз математично–орієнтованих програмних продуктів як середовища розробки програмного засобу навчального призначення, що орієнтовані на підтримку вивчення математичних дисциплін. До того ж необхідно враховувати динаміку розвитку СКМ, коли, з одного боку, зникають або втрачають актуальність одні системи, а з іншого – з'являються як нові версії відомих продуктів з принципово новими функціональними властивостями, так і нові проекти на основі існуючих та нових систем. Крім цього, збільшується накопичений педагогічний досвід

використання подібних систем. В результаті, класифікація та аналіз таких СКМ, що актуальні на даний момент, потребують постійного перегляду та осмислення. І рахунок тут іде навіть не на роки, іноді – на місяці.

Ю. В. Триус пропонує умовно виділити серед програмних засобів комп'ютерної математики такі основні класи [200]:

- 1) системи для чисельних розрахунків (програми–калькулятори);
- 2) табличні процесори (VisiCalc, SuperCalc, OmniCalc, Lotus 1–2–3, Quattro Pro, Microsoft Excel);
- 3) матричні системи (перші версії Matlab (від Matrix Laboratory);
- 4) системи для статистичних обрахунків (Statistica, SPSS, S–PLUS);
- 5) спеціалізовані програми і пакети (Advanced Grapher, Axum, Dynamic Solver, Electronics WorkBench, Grapher, Gran1, Gran–3D, MathPlot);
- 6) системи комп'ютерної алгебри (CAS – Computer Algebra System) (Derive, MuPad, Reduce, Macsyma);
- 7) системи комп'ютерної геометрії (CGS – Computer Geometry System) (Cabry, SketchPad, Next, DG, Gran–2D, WinGCLC);
- 8) системи комп'ютерної математики (CMS – Computer Mathematical System) або універсальні математичні системи (GAUSS, MathCad, Matlab, Maple, Mathematica).

В роботі [174] так само умовно пропонується класифікація програмових засобів, «що орієнтовані на розв'язування математичних задач» за іншими шістьма основними класами:

- 1) умонтовані засоби систем програмування (мови програмування загального призначення: Algol, PL/1, Basic, C, Pascal і т. д.);
- 2) спеціалізовані мови програмування, орієнтовані на розв'язування математичних задач: Fortran, Lisp, Норе, SmallTalk, Пролог;
- 3) вузькоспеціалізовані і спеціалізовані пакети MacMath, Eureka, SPSS, StatGraph та ін.;
- 4) пакети комп'ютерної алгебри (CAS) (Derive, Reduce, Macsyma, MuMath, MatLab, MathCAD та ін.);

5) пакети динамічної геометрії (DGS – Computer Geometry System) (Cabri, SketchPad, Sinderella, Next, Gran–2D, DG і інші);

б) комп'ютерні математичні системи (CMS – Computer Mathematical System), які об'єднують в собі компоненти усіх інших математичних систем, зокрема експертної системи, яка дає можливість не тільки в автоматичному режимі отримувати розв'язок задачі у вигляді кінцевої відповіді, а й отримувати роз'яснення покрокового процесу розв'язування.

Тип програмного засобу навчального призначення з точки зору його місця в освітньому процесі може бути визначений відповідно до поданої нижче класифікації, наведеної в роботі Біляй І. М. [20].

### **1. Демонстраційно–моделювальні програмні засоби.**

Характерними ознаками таких програмних засобів навчального призначення є їх використання на етапах пояснення нового матеріалу (фронтальна демонстрація моделі об'єкта вивчення). Можливі варіанти ППЗ, які відрізняються способом формування та видом моделі:

–*імітаційні моделі*, які використовуються замість динамічних плакатів;

–*імітаційні керовані моделі*, характерною особливістю яких є зовнішня схожість з об'єктом вивчення (фізичним явищем, природним об'єктом тощо), яка формується з використанням математичної моделі, суттєво відмінної від тієї, що використовується для наукового опису цього явища, тому математичний опис моделі є закритим для студента;

–*динамічні керовані моделі*, засновані на математичних описах явищ, максимально наближених до наукових моделей певної предметної галузі і тому відкритих (або частково відкритих, доступних) для студента.

Умовно до демонстраційно–моделюючих програмних засобів можна віднести також *записані на електронних цифрових носіях відеофрагменти*, які використовуються в процесі навчання історичних аспектів розвитку відповідної предметної галузі, демонстрації проведення експериментів тощо, *демонстраційні довідково–інформаційні системи, аудіозаписи* тощо.

До ППЗ цього типу та програмно–апаратних засобів, за допомогою яких

вони використовуються в освітньому процесі, застосовні вимоги, сформульовані для демонстраційного експерименту (вимоги науковості, доступності, наочності, збалансованості «закритої» та «відкритої» для учнів складових та ін.).

## **2. Педагогічні програмні засоби як складові діяльнісного предметно-орієнтованого середовища.**

До них належать *програмні засоби*, призначені для візуалізації об'єктів вивчення та виконання певних дій над ними. Такі навчальні середовища іноді називають «мікросвітами».

Суттєвою особливістю цього типу ППЗ є їх пристосованість до індивідуального використання учнями. Ці засоби застосовуються як на уроках, так і в позаурочній роботі учителя та учнів.

## **3. Педагогічні програмні засоби довідково-інформаційного призначення.**

Ці засоби використовуються для доповнення підручників та навчальних посібників. *За формою структурування і подання матеріалу* ці засоби можуть бути:

- *базами даних* (у т.ч. з текстовим і/або мультимедійним поданням навчального матеріалу) із реляційною, ієрархічною, мережевою моделлю організації даних;

- *гіпертекстовими або гіпермедійними системами*;

- *базами знань*, як складовими експертних систем навчального призначення;

- *електронними енциклопедіями*;

- *wiki-системами*.

*За способами зберігання* даних довідково-інформаційні системи можуть бути побудовані на основі моделей із зосередженим або розподіленим зберіганням даних.

#### **4. Педагогічні програмні засоби, призначені для визначення рівня навчальних досягнень.**

Дані програмні засоби використовуються для індивідуальної роботи студентів та можуть відрізнятися за способом формулювання і подання навчальних завдань, способом введення студентом команд і даних, способом організації і подання результатів тощо. Як правило, ці програмні засоби можуть використовуватись і для самоконтролю, у режимі тренування. ППЗ цього типу можуть класифікуватись у такий спосіб.

##### *1. За способом організації роботи у мережі:*

*–ППЗ для використання на окремому комп'ютері, з фіксацією результатів на його зовнішньому запам'ятовуючому пристрої та наступним аналізом результатів викладачем;*

*–мережеві засоби з виконанням на клієнтському (студентському) комп'ютері і фіксацією результатів на сервері (комп'ютері викладача);*

*–мережеві засоби з виконанням і фіксацією результатів на сервері.*

##### *2. За ступенем «гнучкості», можливістю редагування предметного наповнення і критеріїв оцінювання:*

*–відкриті програмні засоби, предметне наповнення яких може редагуватись і поповнюватись викладачем;*

*–закриті для користувача програмні засоби, предметне наповнення яких не може редагуватись і поповнюватись викладачем;*

##### *3. За структурою і повнотою охоплення навчального курсу:*

*–програмні засоби, які є автоматизованими навчальними курсами або так званими «електронними підручниками», в яких поєднується програмне забезпечення, призначене для подання, закріплення, перевірки рівня навчальних досягнень без втручання або з мінімальним втручанням викладача;*

*–програмні засоби, призначені для використання у межах однієї або кількох тем.*

##### *4. За способом введення команд і даних та можливою варіативністю формування відповіді:*

– програмні засоби для підтримки предметно–орієнтованого діяльнісного середовища або емулятора, за допомогою яких ведеться протоколювання дій користувача (наприклад, формуванням частотної діаграми помилок);

– програмні засоби з розділенням у часі поданням студентів навчальної задачі й введенням його реакції.

5. За можливими способами формулювання та подання студентів навчальних задач:

– графічне подання змісту навчальної задачі;

– вербальне (або текстове) подання змісту навчальної задачі;

– графічно–текстове подання змісту навчальної задачі.

6. За способом введення даних студентом:

– подання відповіді через введення тексту з клавіатури;

– обрання одного з кількох варіантів;

– встановлення відповідності між елементами двох множин;

– упорядкування множин (обрання послідовності дій);

– виконання наперед обумовлених дій з віртуальними органами управлінням об'єктом.

СКМ можна віднести до педагогічних програмних засобів, призначених для визначення рівня навчальних досягнень. Завдяки значній кількості команд та послуг СКМ для розв'язування великої кількості різноманітних математичних задач з геометричною інтерпретацією основних етапів розв'язування, програмні засоби можна використовувати у процесі навчання математики, зокрема і математичного програмування, в педагогічному ЗВО. А саме, для:

✓ візуалізації абстрактних математичних понять, наприклад можливість анімації графічних зображень;

✓ виконання громіздких рутинних обчислень з наперед заданою точністю;

✓ здійснення символічних перетворень для спрощення виразів;

✓ проведення комп'ютерних експериментів, дослідження математичних



моделей реальних практичних задач;

✓ створення електронних документів математичного змісту, до яких можуть бути включені текст, графічні ілюстрації, результати обчислень, гіперпосилання на інші документи та ресурси Інтернету тощо.

Можливість проведення комп'ютерних експериментів у середовищі СКМ дає змогу організувати навчання математичного програмування з використанням елементів проблемного навчання, дослідницьких підходів у навчанні.

Розглянемо на конкретних прикладах деякі програмні засоби та онлайн-сервіс для розв'язування задач математичного програмування.

### Приклад 1.3.

*Постановка задачі.* Потрібно завантажити літак вантажністю 30 т трьома типами речей, причому вага одиниці першого типу речей рівна 7 тонн, другого типу речей – 9 тонн, третього типу – 12 тонн. Вартість перевезення одиниці кожного типу речей рівна 3 тис. гр. од., 4 тис. гр. од., 5 тис. гр. од. відповідно. Очевидно, максимальна кількість речей кожного типу, яку можна помістити в літак відповідно дорівнює 4 одиниці, 3 одиниці, 2 одиниці. Яку кількість кожного типу речей потрібно завантажити, щоб вартість перевезення речей була максимальна [137, с. 160]?

Перед розв'язуванням даної задачі потрібно зі студентами пригадати розв'язування систем лінійних нерівностей.

*Математична модель.* Нехай  $x_1, x_2, x_3$  – кількість речей кожного типу відповідно.

Тоді цільова функція матиме вигляд:

$$Z(x_1, x_2, x_3) = 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \rightarrow \max.$$

Обмеження на змінні  $x_1, x_2, x_3$  матимуть вигляд:

$$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 12x_3 \leq 30, \\ x_1 \leq 4, \quad x_2 \leq 3, \quad x_3 \leq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3}, \\ x_i \in Z. \end{cases}$$

Дана задача є задачею цілочислового програмування (задача на знаходження оптимального значення цільової функції на множині розв'язків системи нерівностей, де змінні мають набувати цілих значень).

*Вибір програмного засобу.* Дану задачу можна розв'язати за допомогою програмного засобу MS Excel та його надбудови Solver (Пошук розв'язку).

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.* Спочатку визначимо місце в електронній таблиці для виразів обмежень та цільової функції.

До клітинки B8 запишемо формулу для підрахунку значень цільової функції:  $=B3*D3+B4*D4+B5*D5$  (рис. 1.4).

Вирази обмежень задачі записуються в клітинки B10:B13, куди вводяться вирази функцій, які відповідають виразам обмежень на змінні (рис. 1.4).

	A	B	C	D	E
1	Дані стосовно літака вантажністю - 30 т				
2	Тип речей	Кількість речей, штук	Вага, тонн	Вартість, тис. гр. од.	Максимальна кількість
3	1	0	7	3	4
4	2	0	9	4	3
5	3	0	12	5	2
6					
7					
8	Цільова функція	$=B3*D3+B4*D4+B5*D5$			
9					
10	Обмеження	$=C3*B3+C4*B4+C5*B5$	$\leq$	30	
11		$=B3$	$\leq$	4	
12		$=B4$	$\leq$	3	
13		$=B5$	$\leq$	2	

Рис. 1.4. Фрагмент умови представлений у MS Excel

В полі "Оптимізувати цільову функцію" вкажемо адресу клітинки, де міститимуться результати обчислення значень цільової функції. В розглянутому випадку це клітина B8.

В полі "До": вибираємо перемикач "Максимум". В полі "Змінюючи значення змінних в клітинках" вказуємо діапазон клітин  $B\$3:B\$5$  – їх вмісти можуть змінюватися в процесі пошуку розв'язку (рис. 1.5).

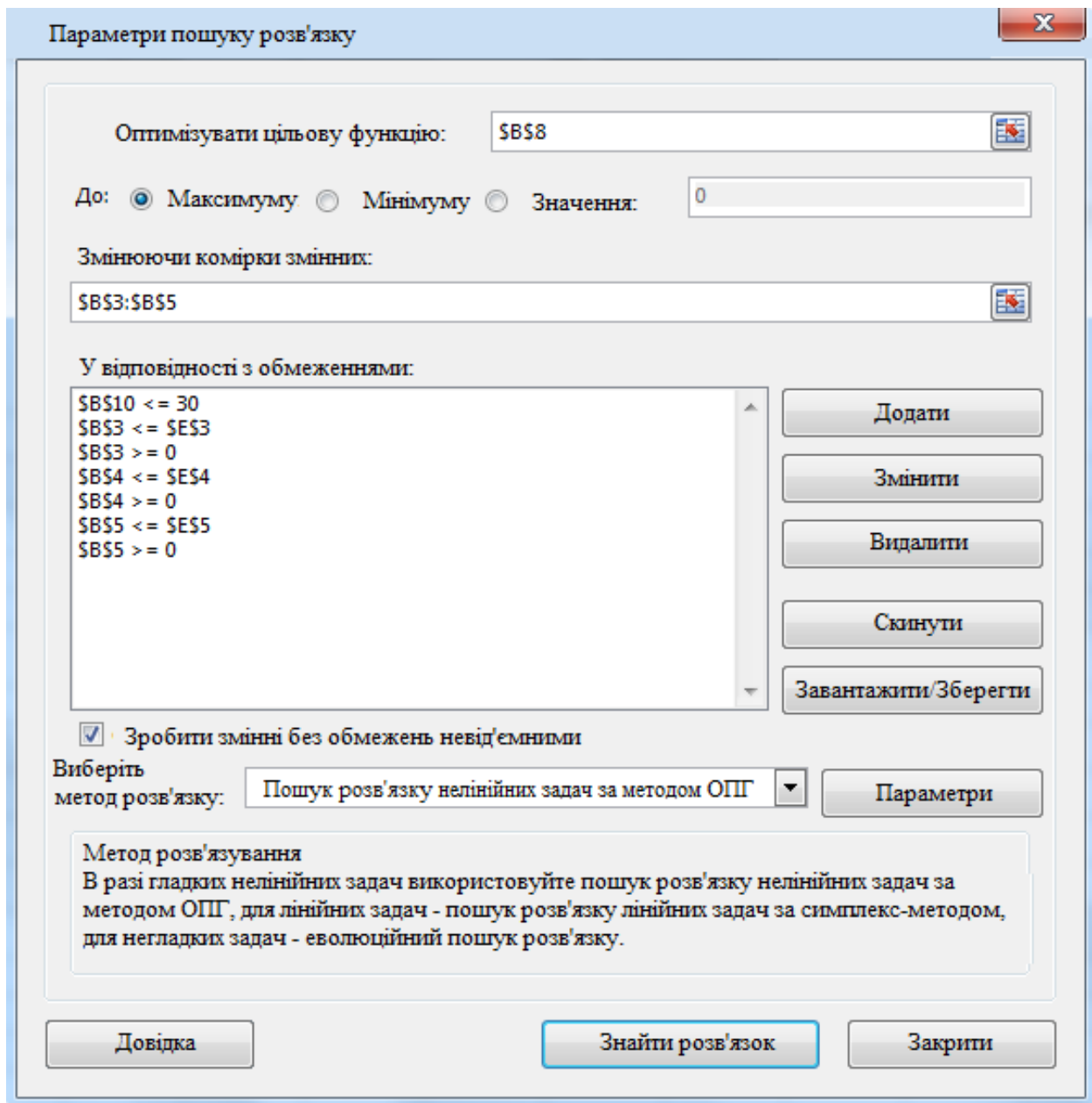


Рис. 1.5. Вікно «Параметри пошуку розв'язку»

Вводимо обмеження задачі в розділі "У відповідності з обмеженнями". Для цього необхідно натиснути кнопку "Додати", після чого відкривається допоміжне вікно "Додавання обмеження" (рис. 1.6).

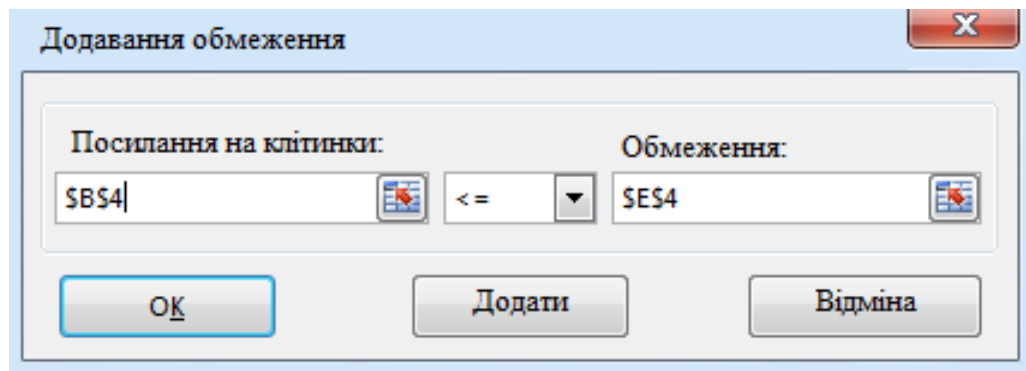


Рис.1.6. Вікно «Додавання обмеження»

Після натиснення кнопки "Знайти розв'язок" (див. рис. 1.5) з'являються результати обчислень.

	A	B	C	D	E
1	Дані стосовно літака вантажністю - 30 т				
2	Тип речей	Кількість речей, штук	Вага, тонн	Вартість, тис. гр. од.	Максимальна кількість
3	1	3	7	3	4
4	2	1	9	4	3
5	3	0	12	5	2
6					
7					
8	Цільова функція	13			
9					
10	Обмеження	30	<=	30	
11		3	<=	4	
12		1	<=	3	
13		0	<=	2	

Рис. 1.7. Отриманий результат представлений у MS Excel

Отже, щоб максимально завантажити літак з дотриманням вказаних вимог, потрібно взяти 3 одиниці речей 1-го типу і 1 одиницю речей 2-го типу. Загальна вартість перевезення в такому разі становитиме 13 тис. гр. од. (рис. 1.7).

Зауважимо, що в процесі розв'язування запропонованої задачі, студенти поглиблюють знання нерівностей, засвоюють новий спосіб розв'язування задач

на екстремум, причому даний спосіб простіший і позбавляє від рутинних обчислень.

#### Приклад 1.4.

*Постановка задачі.* Розглянемо задачу на знаходження найкоротших шляхів в дорожній мережі від першої вершини до всіх інших вершин – населених пунктів в деякому географічному районі. Мережа доріг в районі задана у вигляді схеми, яка складається з 8 вершин і 16 дуг. Довжина дороги (км) між двома сусідніми населеними пунктами рівна для кожної дуги значенню, яке вказано поряд із цією дугою на рис. 1.8.

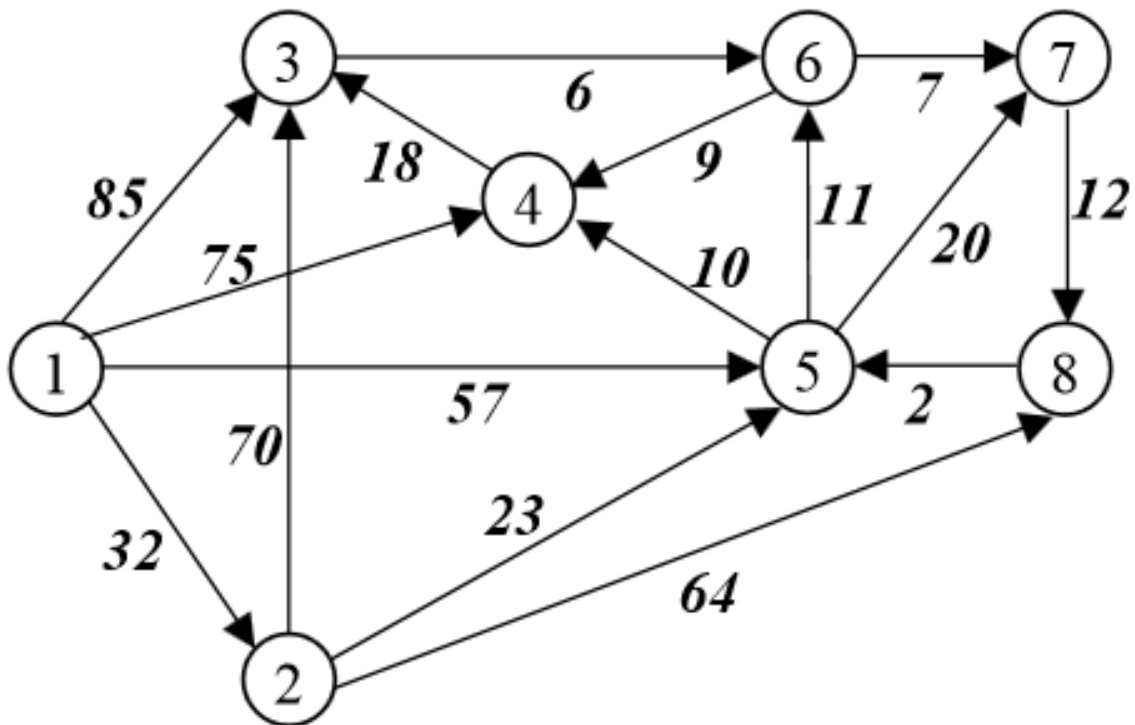


Рис. 1.8. Дорожня мережа населених пунктів в деякому географічному районі

Дана задача є задачею оптимізації на графах: задачею про найкоротший шлях. Її можна, зокрема розв'язувати методом динамічного програмування, але коли вказано джерело і сток. У постановці, коли потрібно знайти найкоротшу відстань від заданої вершини до всіх інших, її розв'язують за допомогою алгоритму Дейкстри, адже на кожному кроці потрібно відшукати оптимальний шлях.

Найефективніший алгоритм визначення довжини найкоротшого шляху між двома вершини запропонував 1959 р. датський математик Е. Дейкстра [228]. Цей алгоритм застосований лише тоді, коли вага кожного ребра (дуги) додатня. Опишемо детально цей алгоритм для орієнтованого графа.

Нехай  $G = (V, E)$  – зважений орієнтований граф,  $w(v_i, v_j)$  – вага дуги  $(v_i, v_j)$ . Обираємо вершину  $a$ , знаходимо довжину від  $a$  до кожної із суміжних з нею вершин. Вибираємо вершину, де довжина від обраної вершини до вершини  $a$  є найменшою; нехай це буде вершина  $v^*$ . Далі знаходимо довжини від вершини  $a$  до кожної вершини суміжної з  $v^*$  вздовж шляху, який проходить через вершину  $v^*$ . Якщо для де-якої із таких вершин ця довжина менша від поточної, то замінюємо нею поточну довжину. Знову вибираємо вершину, що розташовану ближче до  $a$  та не обрану раніше; повторюємо алгоритм [30].

Описаний процес алгоритму зручно виконувати за допомогою присвоювання вершинам міток. Є мітки двох типів: тимчасові та постійні. Вершини з постійними мітками групуються у множину  $M$ , яку називають множиною позначених вершин. Решта вершин має тимчасові мітки, і множину таких вершин позначимо як  $T$ ,  $T = V \setminus M$ . Позначатимемо мітку (тимчасову чи постійну) вершини  $v$  як  $l(v)$ . Значення постійної мітки  $l(v)$  дорівнює довжині найкоротшого шляху від вершини  $a$  до вершини  $v$ , тимчасової – довжині найкоротшого шляху, який проходить лише через вершини з постійними мітками [88].

Фіксованою початковою вершиною вважаємо вершину  $a$ ; довжину найкоротшого шляху шукаємо до вершини  $z$  (або до всіх вершин графа). Тепер формально опишемо алгоритм Дейкстри.

*Алгоритм Дейкстри.*

1. Присвоювання початкових значень. Виконати  $l(a) = 0$  та вважати цю мітку постійною. Виконати  $l(v) = \infty$  для всіх  $v \neq a$  й уважати ці мітки тимчасовими. Виконати  $x = a$ ,  $M = \{a\}$ .

2. Оновлення міток. Для кожної вершини  $v \in \Gamma(x) \setminus M$  замінити мітки:  $l(v) = \min\{l(v), l(x) + w(x, v)\}$ , тобто оновлювати тимчасові мітки вершин, у які з вершини  $x$  іде дуга.

3. Перетворення мітки в постійну. Серед усіх вершин із тимчасовими мітками знайти вершину з мінімальною міткою, тобто знайти вершину  $v^*$  з умови  $l(v^*) = \min\{l(v)\}$ ,  $v \in T$ , де  $T = V \setminus M$ .

4. Вважати мітку вершини  $v^*$  постійною й виконати  $M = M \cup \{v^*\}$ ;  $x = v^*$  (вершину  $v^*$  включено в множину  $M$ ).

5. а) Для пошуку шляху від  $a$  до  $z$ : якщо  $x = z$ , то  $l(z)$  – довжина найкоротшого шляху від  $a$  до  $z$ , зупинитись; якщо  $a \neq z$ , то перейти до кроку 2.

б) Для пошуку шляхів від  $a$  до всіх вершин: якщо всі вершини отримали постійні мітки (включені в множину  $M$ ), то ці мітки дорівнюють довжинам найкоротших шляхів, зупинитись; якщо деякі вершини мають тимчасові мітки, то перейти до кроку 2 [30].

*Вибір програмного засобу.* Даний приклад будемо розв'язувати за допомогою онлайн-сервісу для розв'язування задач оптимізації (<https://www.semestr.online/graph/graph.php>) Рис.1.9. Обраний ресурс виводить також протокол розв'язування задачі та геометричну інтерпретацію роботи алгоритму Дейкстри, що є досить зручним для аналізу кожного кроку відшукання оптимального шляху у гафі.

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.* Граф до задачі можна намалювати або задати у вигляді матриці. Для цього потрібно обрати послугу *Оперіції* → *Додати у вигляді матриці*, де потрібно вказати кількість вершин графа (Рис.1.10.) та відстані між вершинами (довжини ребер графа), причому початкова вершина мітиться постійною міткою (0), решта вершин мітяться тимчасовими мітками ( $\infty$ ) (Рис.1.10.).

Коли додані в матрицю всі довжини між вершинами графа, потрібно звернутися до послуги " *Зберегти*". В результаті отримуємо геометричну інтерпретацію графа з 8 вершинами за допомогою онлайн-сервісу (Рис.1.11).

Рис. 1.9. Онлайн-сервіс для створення графа

кількість вершин	8	Додати	з Excel
	1	2	3
1	$\infty$	32	85
2	$\infty$	$\infty$	70
3	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	18
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Рис. 1.10. Матриця відстаней між вершинами



Для вже сформованого графа обираємо пошук найкоротшого шляху між зазначеними вершинами (Рис.1.12.). Потім необхідно звернутися до послуги "Знайти розв'язок", після чого відкривається допоміжне вікно "Найкоротший шлях між вершинами", де вказуємо початкову та кінцеву вершину графа (Рис.1.13.).

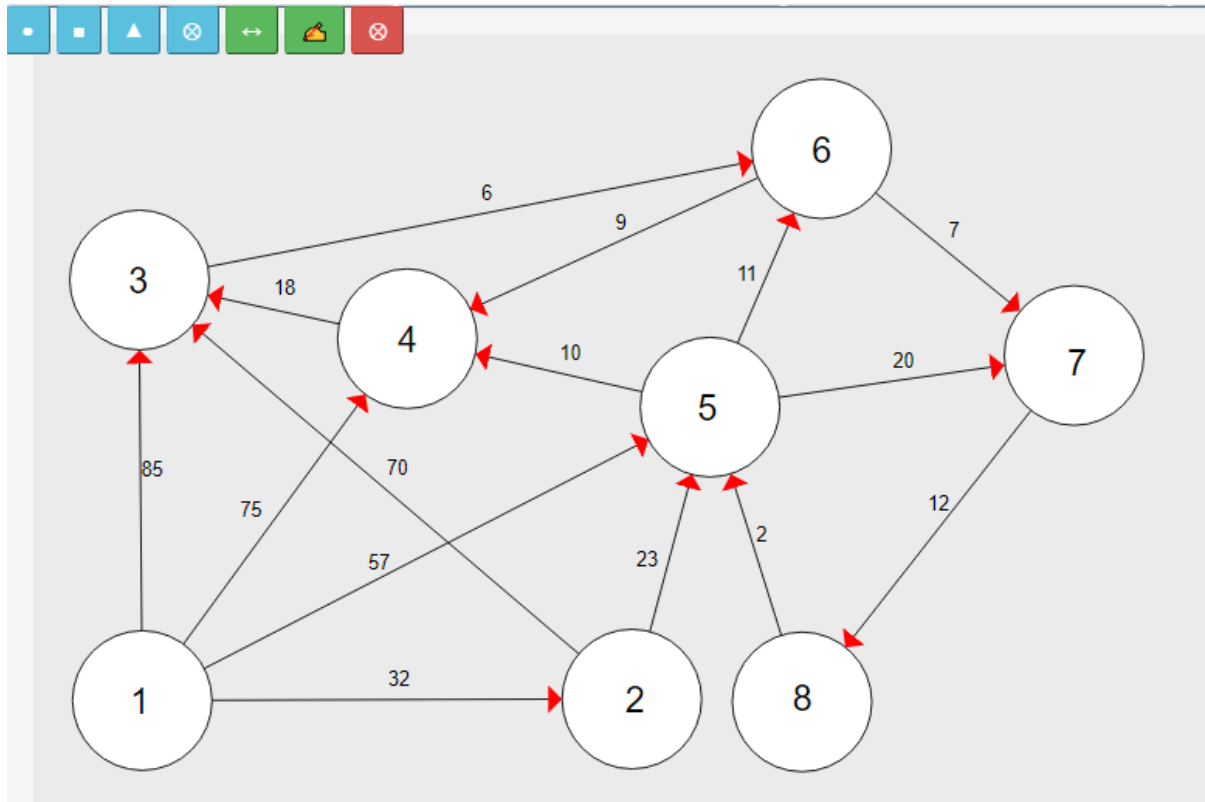
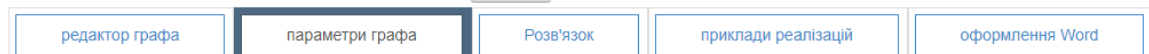


Рис.1.11. Графічна інтерпретація графа за допомогою онлайн-сервіса

#### створення графа

За допомогою даної програми можна онлайн намалювати будь-який граф (орієнтований, неорієнтований, з петлями), мережевий графік, дерево, граф станів або блок-схему. У вкладці Приклади графів можна ознайомитися з можливостями онлайн сервісу.

Граф можна намалювати або задати у вигляді матриці (меню **Операції**).



Для сформованого графа можна виконати наступне дії:

- знайти матрицю суміжності
- знайти матрицю інциденції
- знайти матрицю відстаней
- пошук найкоротшого шляху між зазначеними вершинами ▶

знайти розв'язок

Рис.1.12. Параметри графа

Найкоротший шлях між вершинами ✕

---

початок 1 ▼ кінець 8 ▼

---

далі
скасування

*Рис. 1.13. Уточнення вершин, для пошуку найкоротшого шляху*

*Протокол розв'язування задач, отриманий в результаті роботи онлайн-сервіса <https://www.semestr.online/graph/graph.php> :*

*Задача про найкоротший шлях між парою вершин. Алгоритм Дейкстри.*

1. Встановлюємо відстань  $D[i]$  від початкової вершини  $s$  до всіх інших в  $\infty$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8
D	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

2. Вважаємо  $D[1] = 0$ .

Розміщуємо всі вершини в чергу з пріоритетом  $Q$ .

4. Запускаємо цикл з  $n$  ітерацій (по числу вершин).

### ***Ітерація №0***

Обираємо з черги  $Q$  вершину  $v = 1$  з мінімальним пріоритетом – найближчу до  $s = 1$  вершину.

Відзначаємо вершину  $v$  як відвідану (поміщаємо  $v$  у безліч  $H$ ).

Можливо, що шлях з  $s = 1$  через вершину  $v = 1$  став коротшим, виконуємо перевірку: для кожної вершини  $u$  суміжній з вершиною  $v$  і не включеної в  $H$  перевіряємо і коригуємо відстань  $D[u]$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8
D	0	$0 + 32 = 32$	$0 + 85 = 85$	$0 + 75 = 75$	$0 + 57 = 57$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

**Ітерація №1**

Обираємо з черги Q вершину  $v = 2$  з мінімальним пріоритетом – найближчу до  $s = 1$  вершину.

Відзначаємо вершину  $v$  як відвідану (поміщаємо  $v$  у безліч H).

Коригуємо відстань  $D[u]$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8
D	0	32	85	75	$32 + 23 = 55$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

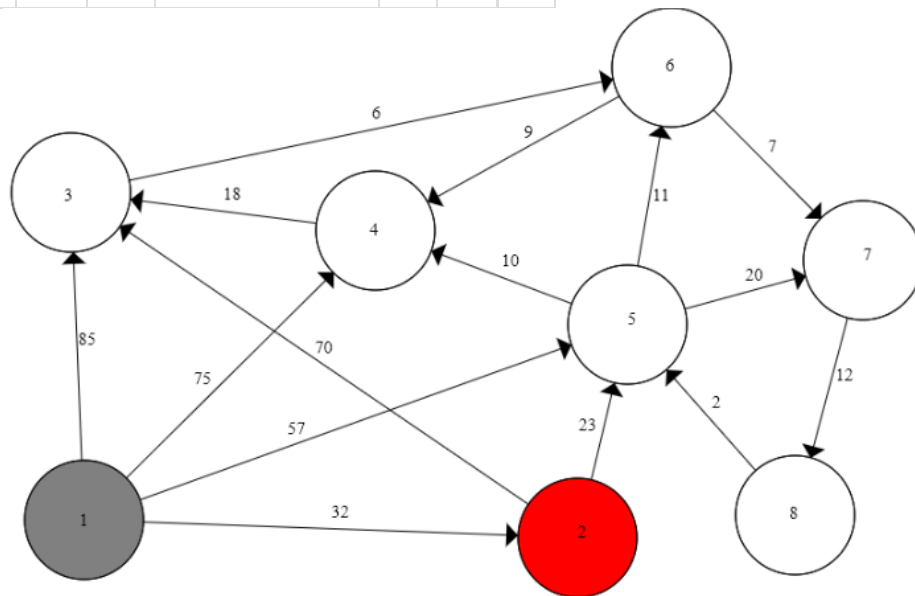


Рис. 1.14. Обрання вершини 2 з мінімальним пріоритетом

**Ітерація №2**

Обираємо з черги Q вершину  $v = 5$  з мінімальним пріоритетом – найближчу до  $s = 1$  вершину.

Відзначаємо вершину  $v$  як відвідану (поміщаємо  $v$  у безліч H).

Коригуємо відстань  $D[u]$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8
D	0	32	85	$55 + 10 = 65$	55	$55 + 11 = 66$	$55 + 20 = 75$	$\infty$

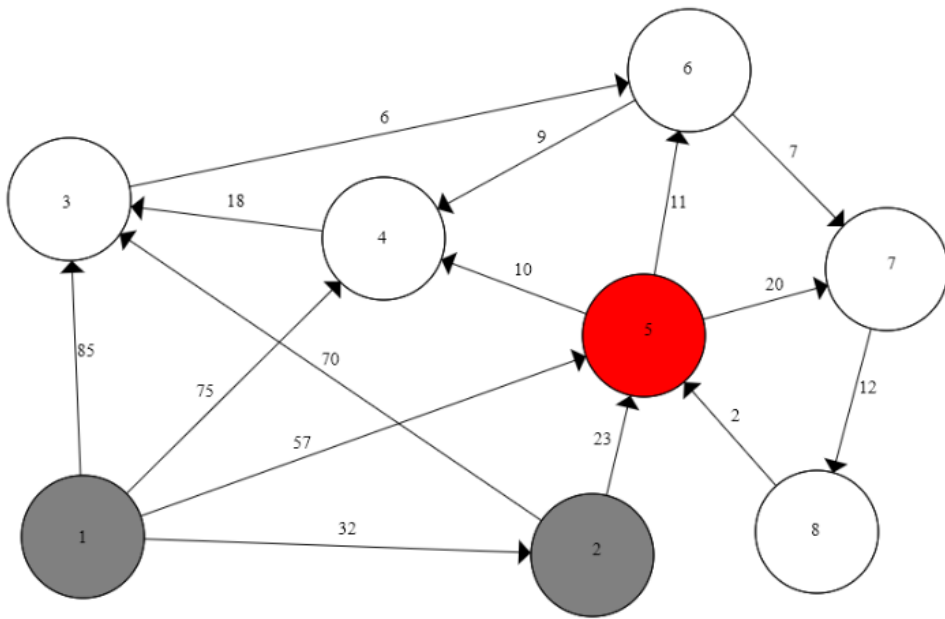


Рис. 1.15. Обрання вершини 5 з мінімальним пріоритетом

**Ітерація №3**

Обираємо з черги Q вершину  $v = 4$  з мінімальним пріоритетом – найближчу до  $s = 1$  вершину.

Відзначаємо вершину  $v$  як відвідану (поміщаємо  $v$  у безліч H).

Коригуємо відстань  $D[u]$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8
D	0	32	$65 + 18 = 83$	65	55	66	75	$\infty$

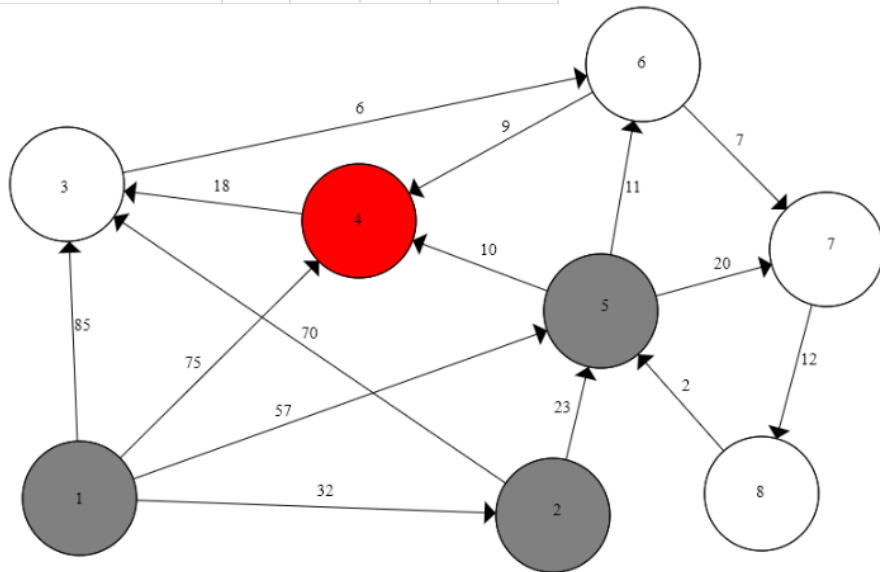


Рис. 1.16. Обрання вершини 4 з мінімальним пріоритетом

**Ітерація №4**

Обираємо з черги Q вершину  $v = 6$  з мінімальним пріоритетом – найближчу до  $s = 1$  вершину.

Відзначаємо вершину  $v$  як відвідану (поміщаємо  $v$  у безліч H).

Коригуємо відстань  $D[u]$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8
D	0	32	83	65	55	66	$66 + 7 = 73$	$\infty$

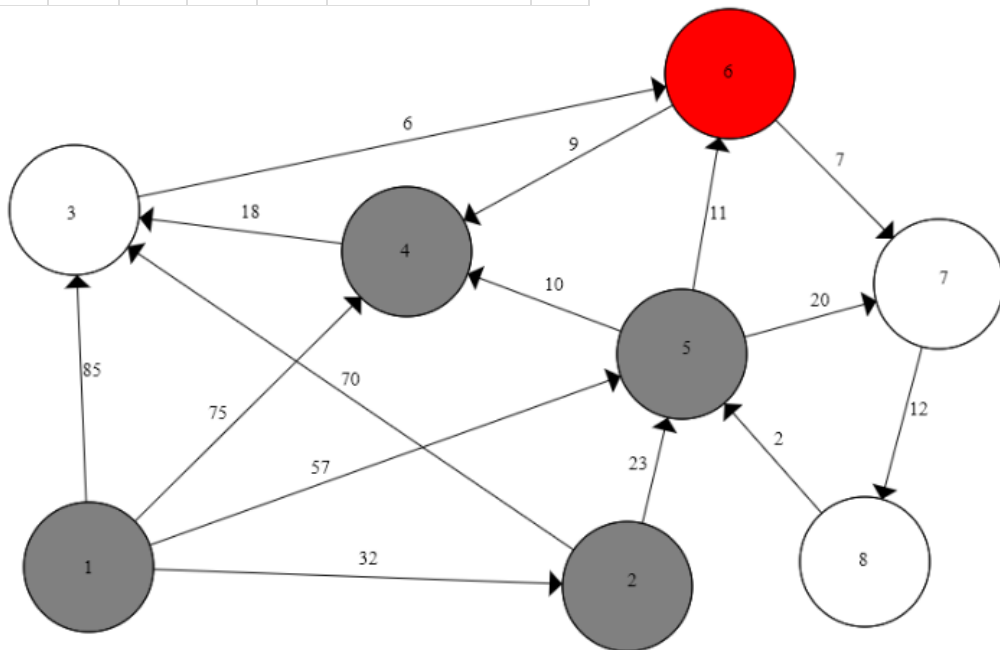


Рис. 1.17. Обрання вершини 6 з мінімальним пріоритетом

**Ітерація №5**

Обираємо з черги Q вершину  $v = 7$  з мінімальним пріоритетом – найближчу до  $s = 1$  вершину.

Відзначаємо вершину  $v$  як відвідану (поміщаємо  $v$  у безліч H).

Коригуємо відстань  $D[u]$ .

n	1	2	3	4	5	6	7	8
D	0	32	83	65	55	66	73	$73 + 12 = 85$

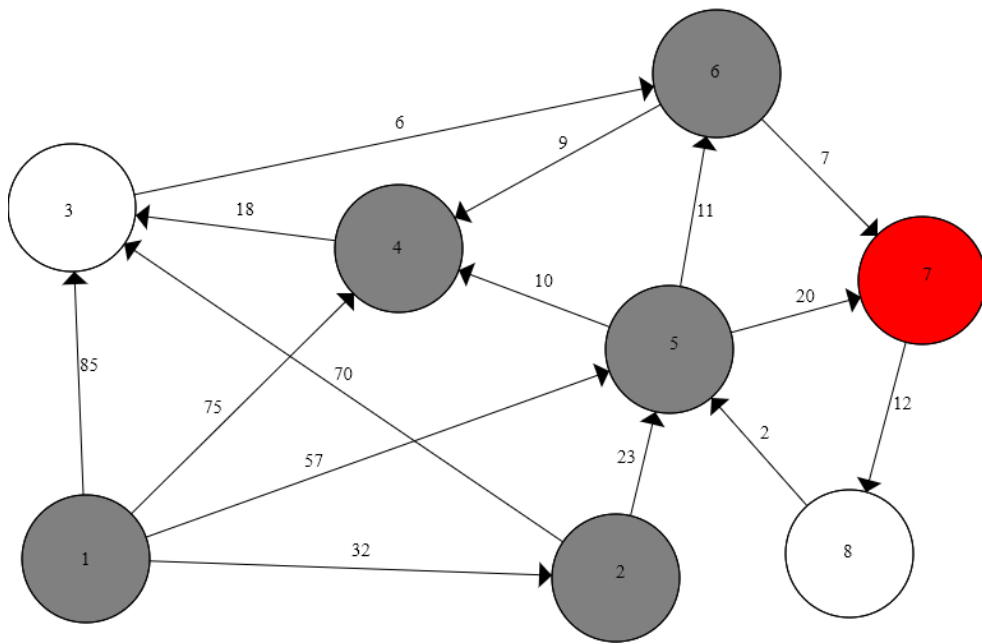


Рис. 1.18. Обрання вершини 7 з мінімальним пріоритетом

В результаті отримуємо шлях:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8$ . Довжина якого становить: 85 (Рис. 1.19.).

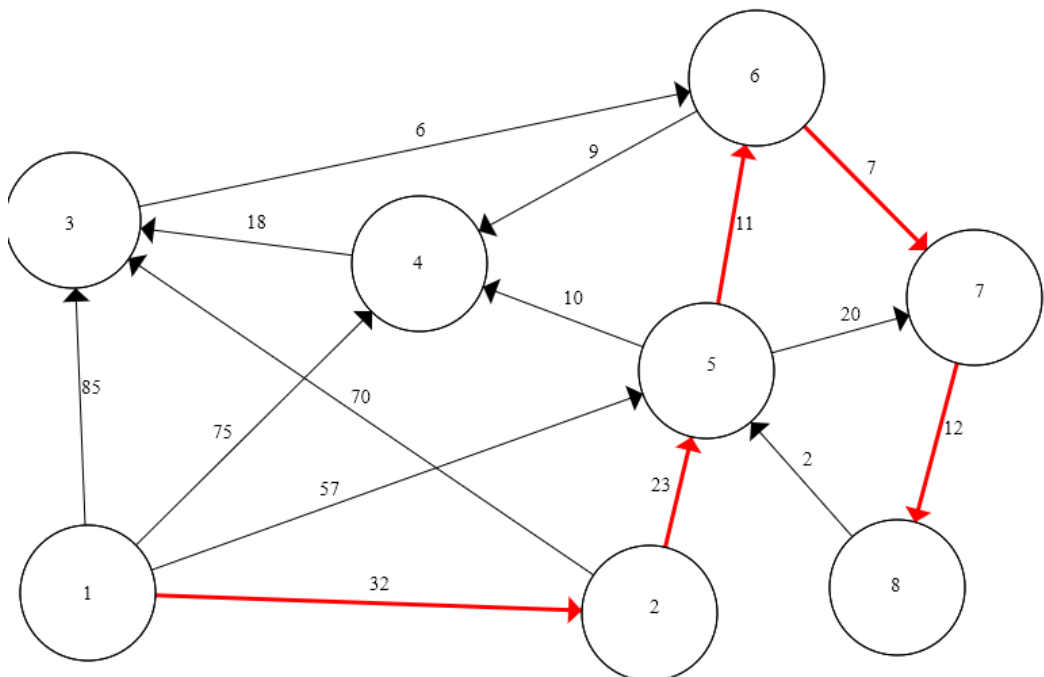


Рис. 1.19. Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 8

Аналогічно, визначимо найкоротший шлях від вершини 1 до інших вершин графа. Шлях:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$  (Рис. 1.20.). Довжина становить 73.

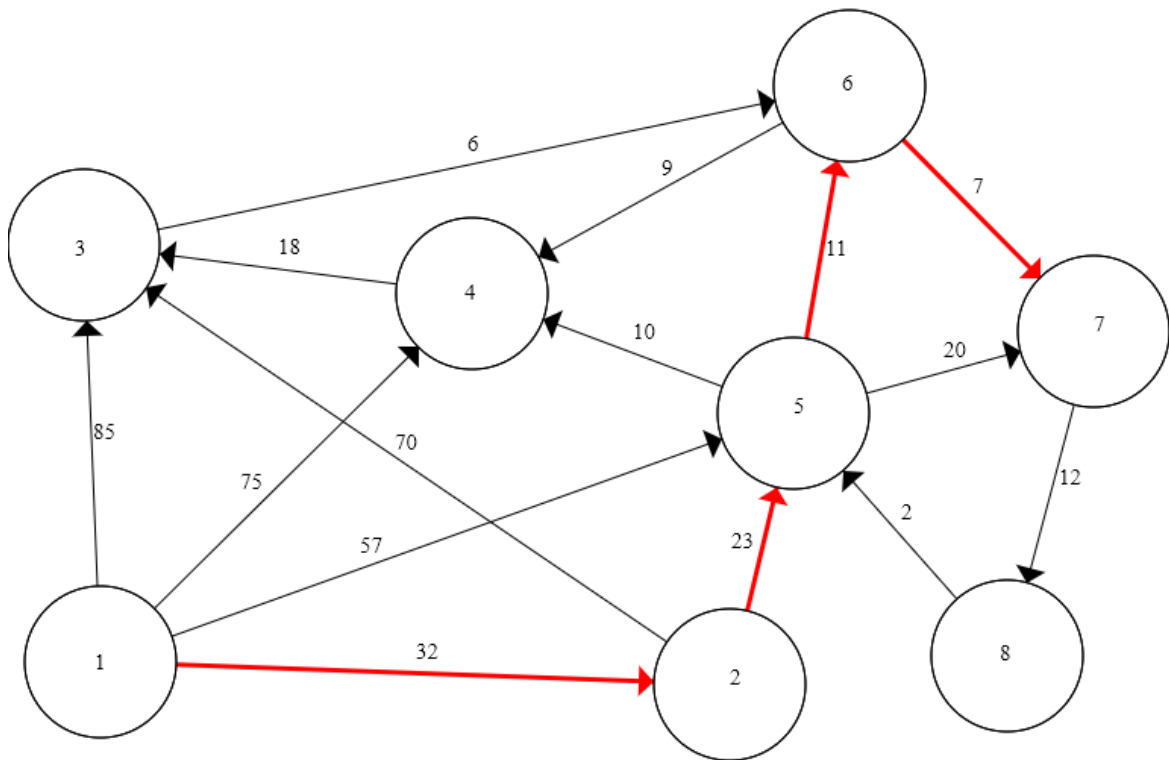


Рис. 1.20. Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 7

Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 6 становить 63.  
Шлях:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6$  (Рис. 1.21.).

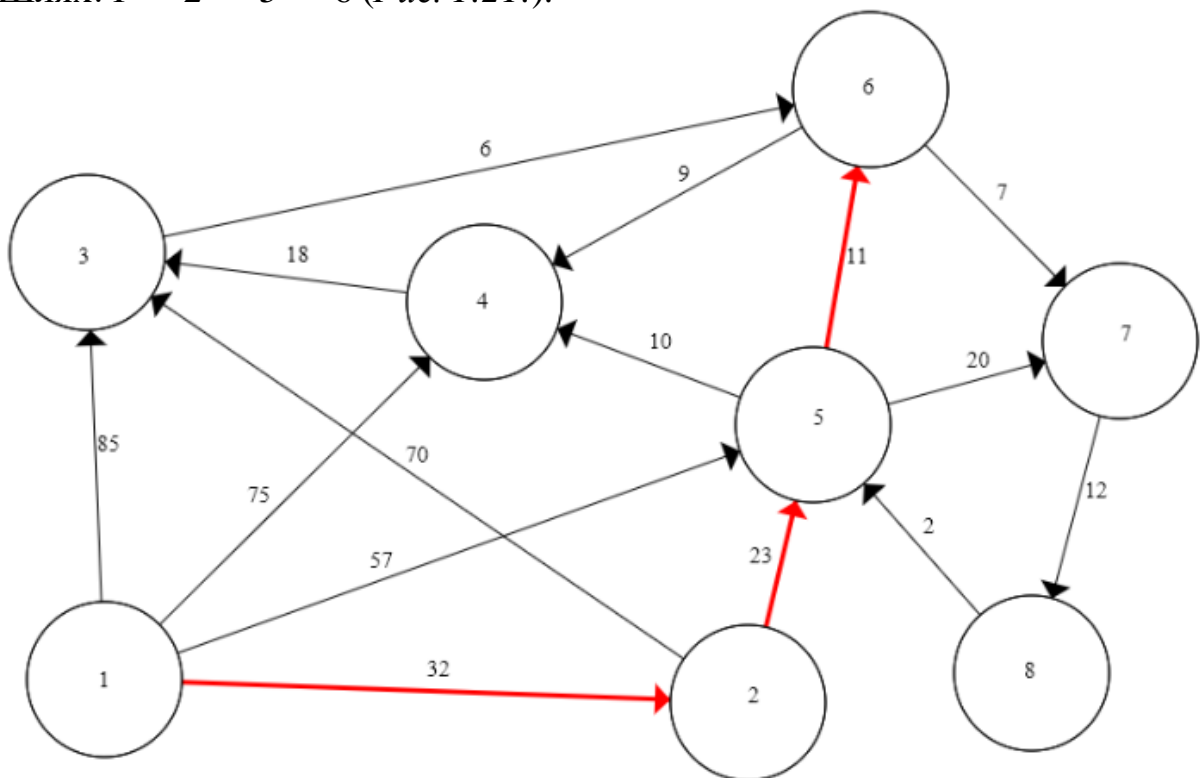


Рис. 1.21. Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 6

Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 5 становить 55.  
Шлях:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$ . (Рис. 1.22.).

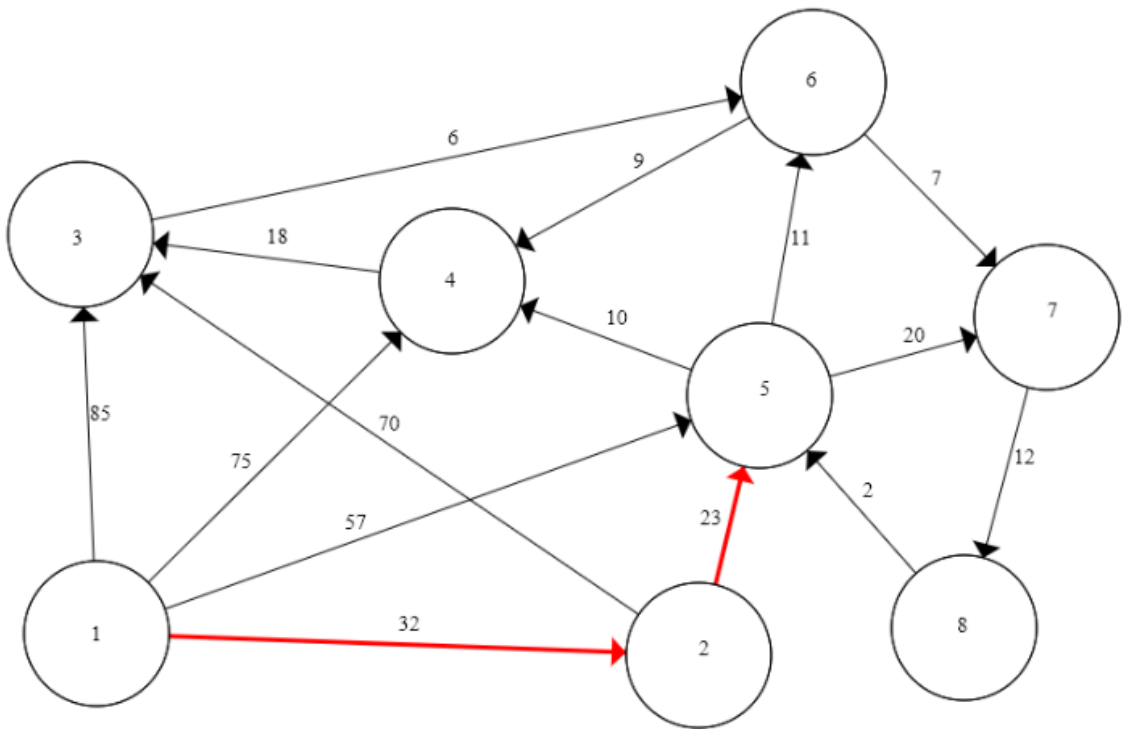


Рис. 1.22. Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 5

Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 4 становить 65.  
Шлях:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 4$ . (Рис. 1.23.).

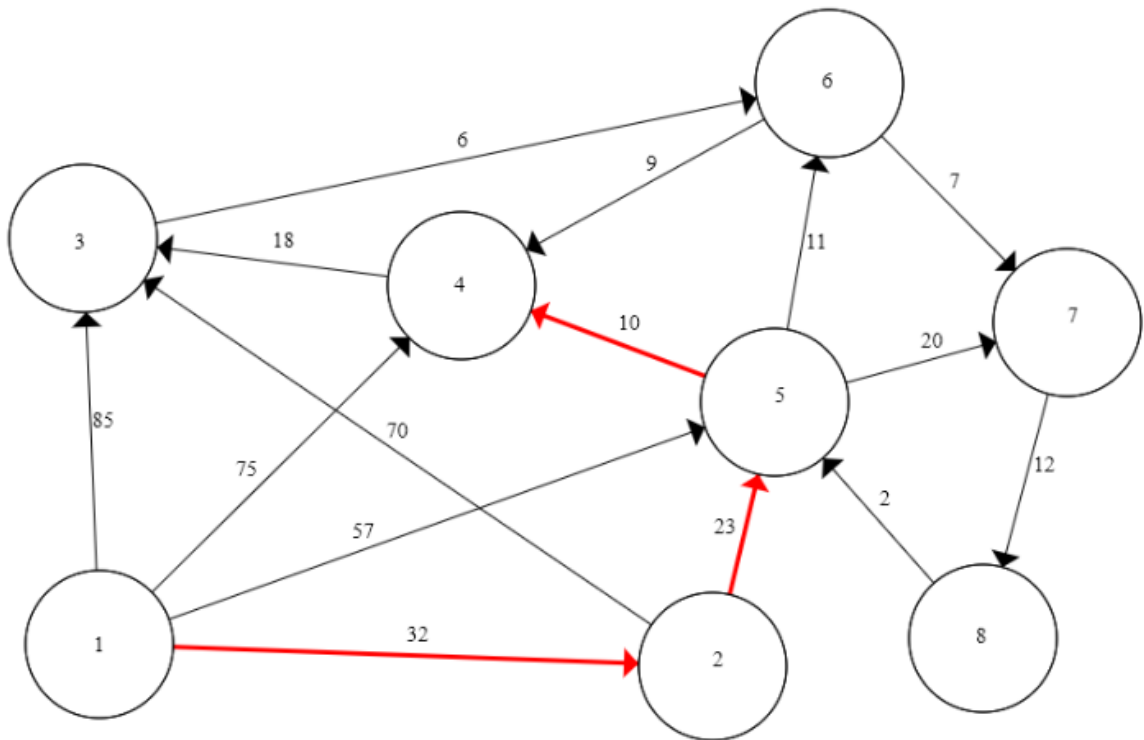


Рис. 1.23. Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 4  
Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 3 становить 83.

Шлях:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3$ . (Рис. 1.24.).



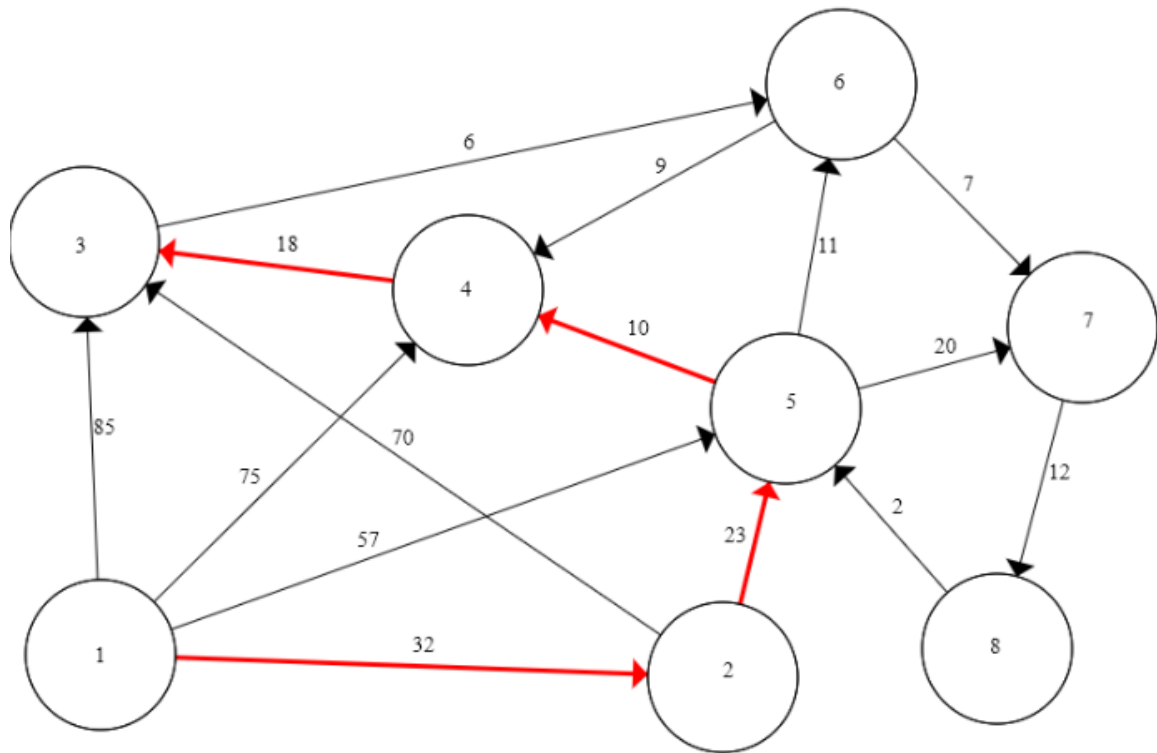


Рис. 1.24. Найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 3

Аналогічно, з попереднього рис. 1.24 бачимо, що найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 2 становить 32. Шлях:  $1 \rightarrow 2$ .

#### Розглянемо задачу про рюкзак.

Найпростішою задачею цілочислового (булевого) програмування, тобто задачею лише з одним обмеженням, є задача про рюкзак (ранець). Така задача має багато прикладів практичного застосування. Назва «задача про рюкзак (ранець)» пов'язана з інтерпретацією задачі вибору найкращого переліку предметів, що задовольняють певні умови гіпотетичної проблеми туриста щодо вибору в похід оптимальної кількості речей.

Турист може вибрати потрібні речі із списку з  $n$  предметів. Відома вага кожного  $j$ -го предмета  $m_j (j = \overline{1, n})$ . Визначена також цінність кожного виду предметів  $w_j$ . Максимальна вага всього вантажу в рюкзаку не може перевищувати зазначеного обсягу  $M$ . Необхідно визначити, які саме предмети турист має покласти в рюкзак, щоб загальна цінність спорядження була максимальною за умови виконання обмеження на вагу рюкзака [88].

Позначимо через  $x_j$  – кількість предметів  $j$ -го виду в рюкзаку. Ведемо двійкові змінні  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  такі, що  $x_j = 1$ , якщо предмет обраний для упаковки в рюкзак і  $x_j = 0$  – в протилежному випадку. Тоді задача про рюкзак зводиться до задачі булевого програмування. Тоді математична модель задачі матиме вигляд [160, с. 276]:

$$F(x) = \sum_{j=1}^n w_j x_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n m_j x_j \leq M;$$

$$x_j \in \{0, 1\}, (j = \overline{1, n}).$$

### Приклад 1.5.

*Постановка задачі.* Мандрівник, який збирається в похід, повинен визначити набір предметів, які він візьме з собою. Кожен з предметів характеризується вагою ( $m_j$ ) та ціною ( $w_j$ ), які наведені в Таблиці 1.1. Якщо мандрівник бере з собою  $j$ -й предмет, то  $x_j = 1$ , якщо ні, то  $x_j = 0$ . Кількість предметів, що можуть бути взяті, обмежуються місткістю рюкзака  $M = 50$  кг.

**Таблиця. 1.1.**

*Характеристика предметів, що можуть міститися в рюкзаку.*

Предмет ( $j$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ціна ( $w$ ) (у.о.)	20	40	10	30	35	25	60	20	30	45
Вага ( $m$ ) (кг)	6	10	3	4	8	15	5	10	3	9

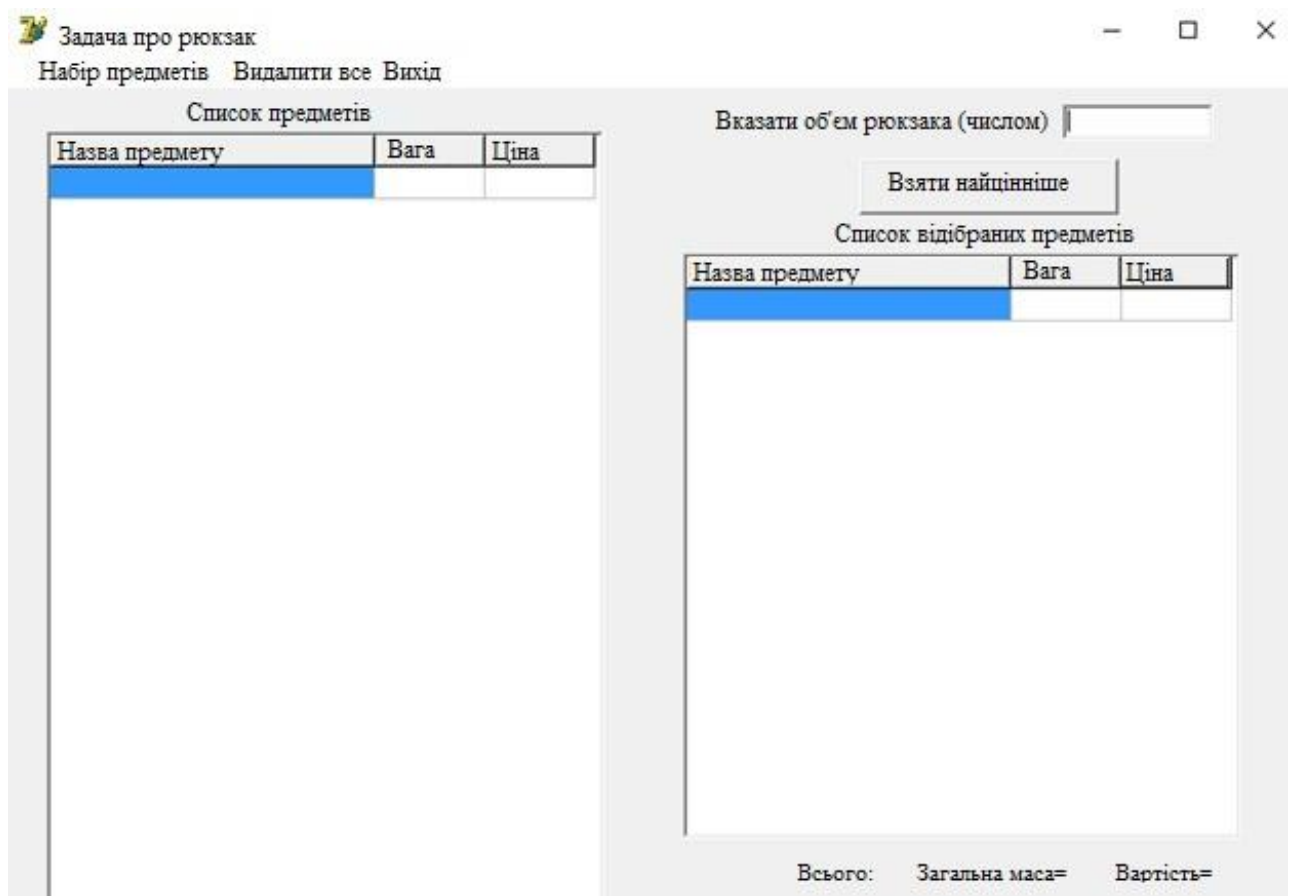
*Математична модель.* Маємо цільову функцію:

$$F(x) = \sum_{j=1}^{10} w_j x_j \rightarrow \max,$$

і обмеження на змінні  $\begin{cases} \sum_{j=1}^{10} m_j \cdot x_j \leq V \\ x_j \in \{0, 1\}, j = \overline{1, 10}. \end{cases}$

Дана задача є задачею булевого програмування (задача на знаходження максимуму цільової функції на множині розв'язків нерівностей, де змінні можуть набувати двох значень: 0 або 1).

*Вибір програмного засобу.* Дану задачу будемо розв'язувати за допомогою методу повного перебору, реалізованого за допомогою об'єктно-орієнтованого програмного середовища Delphi – програма «Задача про рюкзак» Рис. 1.25. (вдосконалений алгоритм розв'язування авторський).



*Рис. 1.25. Вікно програми «Задача про рюкзак»*

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.* В меню програми обираємо послугу «Набір предметів» → «Додати новий предмет» та додаємо всі 10 предметів, вказуючи ціну та вагу, звернутися до послуги «Додати» (Рис. 1.26.).

Додати новий предмет ×

Предмет

Вага предмета

Ціна предмета

Рис. 1.26. Вікно додовання нового предмета та його характеристик

Після цього задаємо об'єм рюкзака (див. Рис. 1.27.)

Вказати об'єм рюкзака (числом)

Рис. 1.27. Вікно для задання об'єму рюкзака

Звертаємось до послуги «Взяти найцінніше» і отримуємо результат Рис.

1.28.

Задача про рюкзак - □ ×

Набір предметів Видалити все Вихід

Список предметів

Назва предмету	Вага	Ціна
1	6	20
2	10	40
3	3	10
4	4	30
5	8	35
6	15	25
7	5	60
8	10	20
9	3	30
10	9	45

Вказати об'єм рюкзака (числом)

Список відібраних предметів

Назва предмету	Вага	Ціна
1	6	20
2	10	40
3	3	10
4	4	30
5	8	35
7	5	60
9	3	30
10	9	45

Всього: Загальна маса= 48 Вартість=270

Рис. 1.28. Результат розв'язування задачі

Отже, таким чином, за програмою автоматично визначено оптимальний набір предметів, які має взяти мандрівник, а також обчислено значення цільової функції. Мандрівник для максимізації цінності вмісту рюкзака має взяти всі

можливі предмети, окрім шостого та восьмого, при цьому загальна вага рюкзака дорівнює 48 кг., а його максимальна вартість 270 у.о.

Реалізувати дану задачу можна також за допомогою мови програмування високого рівня - C++.

```
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
struct Item {
    int value, weight;
    Item(int value, int weight) : value(value), weight(weight) {}
};
bool cmp(struct Item a, struct Item b) {
    double r1 = (double) a.value / a.weight;
    double r2 = (double) b.value / b.weight;
    return r1 > r2;
}
double fractional_knapsack(int W, struct Item arr[], int n)
{
    sort(arr, arr + n, cmp);
    int cur_weight = 0; double tot_value = 0.0;
    for (int i = 0; i < n; ++i)
    {
        if (cur_weight + arr[i].weight <= W)
        {
            cur_weight += arr[i].weight;
            tot_value += arr[i].value;
            cout << "Товар " << " Ціна: " << arr[i].value << " Вага: " << arr[i].weight << endl;
            cout << endl;
        }
    }
    cout << "максимальна вартість: " << tot_value << endl;
    return tot_value;
}
int main()
{
    int W = 50; // об'єм рюкзака
    Item arr[ ] = {{20, 6}, {40, 10}, {10, 3}, {30, 4}, {35, 8}, {25, 15}, {60, 5}, {20, 10}, {30,
3},{45, 9}}; // {ціна, вага}
    int n = sizeof(arr) / sizeof(arr[0]);
    cout << "Задача про рюкзак" << endl;
    cout << endl;
    fractional_knapsack(W, arr, n);
    cout << endl;
}
```

```

    return 0;
}

```

В результаті виконання програми отримуємо, що максимальна вартість вмісту рюкзака становить 270 у.о., що вміщує всі можливі предмети, окрім шостого та восьмого.

### Приклад 1.6.

*Постановка задачі.* Для виготовлення будівельного матеріалу необхідно не більше 10 кг речовини А і не більше 12 кг речовини В. Речовину А можна отримати з двох мінералів: 1 кг першого мінералу містить 0,1 кг. речовини, іншого – 0,4 кг. речовини. Речовину В отримують також з двох мінералів: 1 кг першого мінералу містить 0,3 кг, другого - 0,2 кг речовини В. Загальні витрати мінералів повинні складати 20 кг, причому витрати першого мінералу - не менше 2 кг. Вартість першого мінералу 30 грн., другого - 25 грн.

Завдання: визначити витрати вихідних мінералів з мінімальною вартістю виготовлення будівельних матеріалів.

*Математична модель.*

Нехай  $x_1$  - вага першого мінерала в речовині (кг),  $x_2$  - вага другого мінерала в речовині (кг).

*Цільва функція матиме вигляд*

$$f(x_1, x_2) = 30x_1 + 25x_2 \rightarrow \min$$

*За обмежень*

$$\begin{cases} 0,1x_1 + 0,4x_2 \leq 10, \\ 0,3x_1 + 0,2x_2 \leq 12, \\ x_1 + x_2 = 20, \\ x_1 \geq 2. \end{cases}$$

Дана зада є задачею лінійного програмування (задачі на знаходження мінімуму (максимуму) лінійної цільової функції на множині розв'язків системи лінійних нерівностей і/або лінійних рівнянь.

*Вибір програмного засобу.* Дану задачу можна розв'язати за допомогою СКМ Matlab.

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.*

Дану задачу потбіно розв'язувати за допомогою функції *linprog*, що призначена для розв'язування задачі лінійного програмування виду

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j = \langle c, x \rangle \rightarrow \min ,$$

$$A \cdot x \leq b ,$$

$$A_{eq} \cdot x = b_{eq} ,$$

$$lb \leq x \leq ub ,$$

де  $c, x, b, b_{eq}, lb, ub$  – вектор-стовпчики,  $A, A_{eq}$  – прямокутні матриці, і

має такий синтаксис:

$$x = \text{linprog}(c,A,b,A_{eq},b_{eq});$$

$$x = \text{linprog}(c,A,b,A_{eq},b_{eq},lb,ub);$$

$$x = \text{linprog}(c,A,b,A_{eq},b_{eq},lb,ub,x0);$$

$$x = \text{linprog}(c,A,b,A_{eq},b_{eq},lb,ub,x0,options);$$

$$[x,fval] = \text{linprog}(...);$$

$$[x,fval,exitflag] = \text{linprog}(...);$$

$$[x,fval,exitflag,output] = \text{linprog}(...);$$

$$[x,fval,exitflag,output,lambda] = \text{linprog}(...).$$

Зауважимо, що якщо в умові задачі деякі вхідні дані відсутні, то замість відповідних величин треба ставити [] [200].

Запишемо умову задачі для розв'язування СКМ MATLAB (Рис. 1.29).

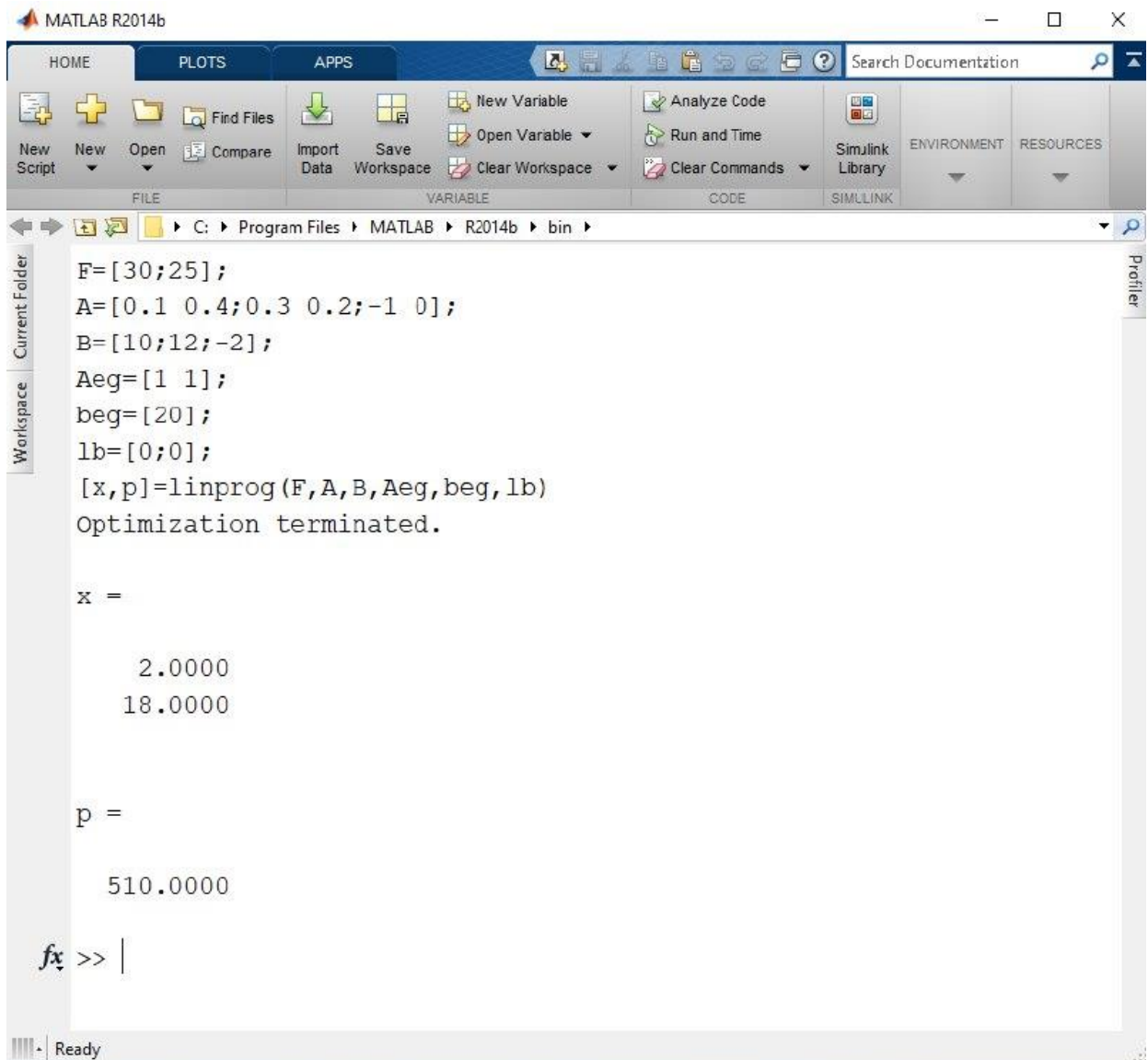
$$A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \text{матриця коефіцієнтів обмеження лівих частин},$$

$$B = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 20 \\ 2 \end{bmatrix} - \text{вектор правих частин обмежень}.$$

$$lb = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \text{вектор обмежень},$$

$F = 30x_1 + 25x_2$  – цільова функція.

Для розв’язування задачі використаємо функцію *linprog*



```

MATLAB R2014b
HOME PLOTS APPS
New Script New Open Find Files Compare Import Data Save Workspace New Variable Open Variable Clear Workspace Analyze Code Run and Time Clear Commands Simulink Library ENVIRONMENT RESOURCES
C:\Program Files\MATLAB\R2014b\bin
Current Folder
Workspace
Profiler
F=[30;25];
A=[0.1 0.4;0.3 0.2;-1 0];
B=[10;12;-2];
Aeg=[1 1];
beg=[20];
lb=[0;0];
[x,p]=linprog(F,A,B,Aeg,beg,lb)
Optimization terminated.

x =

    2.0000
   18.0000

p =

   510.0000

fx >> |
Ready

```

Рис. 1.29. Розв’язування задачі лінійного програмування СКМ Matlab

В результаті отримали значення цільової функції  $f(x_1, x_2) = 510$ , при  $x_1 = 2, x_2 = 18$ . Отже, взявши 2 кг. першого мінерала та 18 кг. другого мінерала в речовинах будівельних матеріалів, витрати становитимуть 510 грн.

Також використання комп’ютерних технологій під час навчання математичного програмування створює умови для інтелектуального розвитку студентів, розкриття їхнього творчого потенціалу, покращення професійної підготовки щодо обраної профільної орієнтації навчання, підвищення рівня інформатично–комп’ютерної обізнаності, формування в них ключових, а також



галузевих і предметних компетентностей, зокрема математичних та інформатичних.

### **ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ**

Аналіз різних джерел показує, що стрімкий розвиток науково–технічного прогресу привів до виявлення та небезпечного загострення багатьох проблем і протиріч у сфері освіти й, зокрема, у математичній та інформатичній освіті. Наслідком чого є поглиблення розриву між математичною підготовкою випускників ЗВО і об'єктивними потребами науки, економіки і техніки. Досягти необхідного професійного рівня можна тільки на основі комплексного підходу, цілеспрямованих і поетапних дій, науково–обґрунтованих методів управління навчально–пізнавальною діяльністю студентів.

На основі аналізу наукових та методичних праць з'ясовано, що використання ІКТ у всіх сферах життя викликає необхідність та створює передумови для здійснення кардинального оновлення як змістово–цільових, так і технологічних сторін навчання математичних дисциплін, зокрема математичного програмування майбутніх учителів інформатики. Проте залишається недостатньо розробленими як концептуальні положення та теоретичні засади, так і методика використання сучасних ПЗНП для здійснення вказаного оновлення. Тому для організації ефективної підготовки майбутніх учителів інформатики до роботи в умовах інформатизації освітнього процесу необхідно в курсі математичного програмування модернізувати зміст і засоби навчання, форми організації освітнього процесу, методи та дидактичні принципи, спрямовані на удосконалення методичних систем навчання, зокрема за рахунок фундаменталізації змісту навчання, інформатизації освітнього процесу на основі принципів педагогічно виваженого та методично вмотивованого і доцільного використання сучасних інформаційно–комунікаційних технологій в освітньому процесі.

Використання різних типів програмних засобів навчального призначення надасть можливість за рахунок відповідного функціонального наповнення технологій навчання інтенсифікувати процес навчання математичного

програмування у закладах вищої педагогічної освіти.

Детальний аналіз програмних засобів навчального призначення надав можливість з'ясувати потенційні можливості їх використання у освітньому процесі, а також показав, що основні тенденції сучасного етапу подальшого розвитку СКМ полягають в інтелектуалізації та автоматизації процесу розв'язування складних задач.

**Зміст першого розділу дисертаційного дослідження висвітлено у таких публікаціях автора:**

1. Іващенко А.А. Комп'ютеризоване математичне програмування. *Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах*: наук.–метод. журнал. 2014. № 3. С. 60–67.

2. Іващенко А.А. Розв'язування задач математичного програмування за допомогою інформаційно–комунікаційних технологій. *Комп'ютерно–орієнтовані системи навчання природничо–математичних дисциплін*: матеріали Міжнародного науково–практичного семінару (м. Київ, 28.10.2014 р.). Київ: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2014. С. 88–90.

3. Іщук А.А. Комп'ютеризоване розв'язування задач оптимізації. *Сучасні тенденції розвитку освіти і науки в інтердисциплінарному контексті*: матеріали I–ї Міжнародної науково–практичної конференції (Ченстохова – Ужгород – Дрогобич, 19–20 листопада 2015 р.). Ченстохова – Ужгород– Дрогобич: Посвіт, 2015. С. 202–205.

4. Іщук А.А. Використання комп'ютера в процесі навчання розв'язування деяких задач оптимізації. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно–орієнтовані системи навчання*, 2016. Вип. 18 (25). С. 127–139.

## РОЗДІЛ 2. КОМПОНЕНТИ КОМП'ЮТЕРНО–ОРІЄНТОВНОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ

### 2.1. Структура навчання дисципліни «Математичне програмування» в умовах інформатизації освіти для майбутніх учителів інформатики

У підготовці майбутнього учителя інформатики особливу роль відіграють такі галузі як математика, математичне моделювання, економіка, комп'ютерні та інформаційні технології. Так, у серпні 1988 р. в Будапешті академік А. П. Єршов у своїй доповіді «Комп'ютеризація школи і математична освіта» на 6–му Міжнародному конгресі з математичної освіти визначив основні напрями впливу (рис. 2.1.) інформатики та інформаційних технологій на математичну освіту [68], цим самим показав тісний зв'язок між наведеними галузями (математикою та інформатикою).

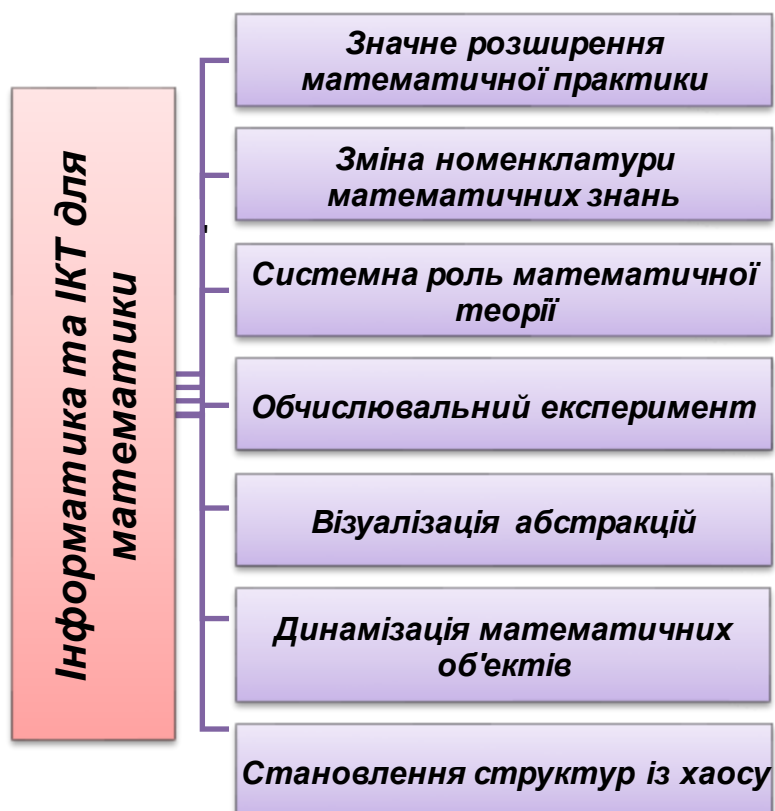


Рис. 2.1. Основні напрями впливу інформатики та інформаційних технологій на математичну освіту

Розкриємо зміст напрямків впливу інформатики та інформаційних технологій на математичну освіту за А. П. Єршовим [68].

**1. Значне розширення математичної практики.** Застосування комп'ютерів, побудова інформаційних моделей різноманітних процесів і явищ значно розширили межі та сфери застосування математичної практики. Багато інструментів і методів математичної роботи стають досить загальним надбанням. Побудова знакових систем, схематизація конкретних об'єктів шляхом виділення їх властивостей, атрибутів і відношень, побудова моделей, дидукція, редукція та рекурсивне мислення, виділення і підтримка різних рівнів абстракції, прогнозування поведінки, аналіз законів і правил, нарешті, конструювання великої кількості алгоритмів та їх оцінка – все це стає засобами сучасної інтелектуальної діяльності, основою математичної та інформаційної культури. Отже, комп'ютеризація є ще й засобом і виявленням експансії математичних знань.

**2. Зміна номенклатури математичних знань.** За допомогою комп'ютера імітують або відтворюють поведінку людини. Через побудову інформаційних моделей та їх програмування в змістову частину математики входять абстракції людської діяльності, відтворюються властивості штучних і живих (біологічних і соціотехнічних) систем. Все це значно підсилює роль і місце дискретної математики. З'являються розділи дискретного аналізу, які певною мірою паралельні класичному математичному аналізу. На перший план виходить вивчення зв'язку між дискретним і неперервним. Виникають нові прийоми математичної роботи, наприклад, автоматизоване доведення теорем. З'являються і вимагають філософського осмислення такі неортодоксальні математичні доведення, як роз'язання проблеми чотирьох фарб.

**3. Системна роль математичної теорії.** Поняття теорії народилось в надрах математики. З іншого боку, в інформатиці є важливе поняття обстановки. *Обстановка* – це втілена в комп'ютер замкнена модель світу, в якій доведеться діяти виконавцю, поведінка якого програмується. Оскільки всі кінцеві результати дій виконавця мають бути передбаченими, необхідно на практиці володіти повним знанням обстановки і разом з тим усвідомлювати межі цих знань в реальному світі. Створення таких знань складає сутність

системного аналізу, а побудова теорії обстановки стає його підсумком. *Системний аналіз* – новий масовий вид людської практики, в якій роль математичних методів надзвичайно велика.

**4. Обчислювальний експеримент з математичною моделлю.** Його значення в інженерній практиці і його практична сутність як нового методу пізнавальної діяльності в освітньому процесі загальновідома. Але слід підкреслити, що останнім часом обчислювальний експеримент стає джерелом і чисто математичних відкриттів.

**5. Візуалізація абстракцій.** Візуальне сприйняття людини є одним з основних джерел та інструментів, які дозволяють робити відкриття. Пошук того як зробити думку наочною, завжди був складною справою для вчених і педагогів. Можливість синтезувати зображення за допомогою комп'ютера допомагає проникливості людини. Інтелектуальна комп'ютерна графіка – це образи, породжені абстрактним знанням, що оживляються за допомогою комп'ютера завдяки зусиллям вченого і програміста.

Разом з тим, як на науковому, так і на освітньому рівні треба дотримуватись певної пропорції між абстрактним математичним об'єктом і його візуальною моделлю. Наскільки важливим є яскравий видимий образ для активізації молодого розуму – добре відомо кожному учителю, вихователю, психологу.

**6. Динамізація математичних об'єктів.** Математика – наука про інваріанти. Однак, пізнати природу інваріанта можливо, тільки усвідомивши діалектику постійності та зміни параметрів цього інваріанту. Побачити в логічній константі прояви реального життя, описані законом, означає зрозуміти закон і навчитися його застосовувати. Використовувати комп'ютер із його засобами візуалізації і обчислень дає можливість спостерігачеві здобути із статичного математичного співвідношення найрізноманітніші траєкторії розвитку динамічного процесу як у часі, так і в просторі, збагачуючи тим самим його досвід, інтуїцію, здатність до прогнозування. Все це наближає освітній процес до експериментальної та дослідницької роботи.

**7. Становлення структур із хаосу.** Серед математичних експериментів і їх візуалізації за допомогою комп'ютера, особливої уваги заслуговують експерименти, спостереження за становленням регулярних структур із початкового хаосу. У їх найпростішому прояві – це різноманітні конструкції, що виникають при ітеративному використанні деяких нелінійних операторів до випадкових початкових даних або попутних параметрів. Сьогодні освітній потенціал цієї галузі математичних явищ використовується недостатньо. Тут формується зовсім новий і виключно потужний канал для поширення математичного пізнання на широкий клас природних явищ: рух материків, формування берегової лінії, гірські ландшафти, малюнок полярного снігу, формоутворення у рослин, колір тварин, розвиток конфліктів і виникнення криз. Матеріал, який поставляє теорія фракталів, синергетика і нелінійна математика, дозволяє зробити важливий для освіти висновок про принципову важливість обчислювального експерименту як інструмента пізнання. Джерелом усього нового в природі є нелінійність, тому для одержання нових знань необхідний нелінійний синергетичний процес або в мозку людини, або в пам'яті комп'ютера.

Отже, можна сказати, що комп'ютеризація математики збагачує математику як науку і розширює її застосування у різних сферах людської діяльності. Тому в сучасному суспільстві вища математична освіта повинна бути поруч з інформатикою, і при цьому адекватно реагувати на зміни при вивченні та дослідженні явищ.

Значний внесок у дослідження проблематики математичної освіти в Україні та шляхи їх вирішення на основі широкого використання інформаційно–комунікаційних технологій зробили: М. І. Жалдак, О. В. Вітюк, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко, Н. М. Кузьміна, С. Ю. Берлінська, Г. О. Михалін, Ю. В. Триус [40, 71, 74, 75, 76, 78, 79, 83, 84, 199, 200]. Під керівництвом М. І. Жалдака започатковано новий підхід щодо створення методичних систем навчання – *комп'ютерно–орієнтованих методичних систем навчання*, орієнтованих на гармонійне педагогічно доцільне і

виправдане поєднання традиційних методичних систем навчання і сучасних ІКТ.

Враховуючи теоретичні засади дослідження, а також педагогічні умови, була розроблена методична система формування у майбутніх учителів інформатики знань, умінь, навичок з комп'ютерно-орієнтованого навчання математичного програмування.

Розглянемо тлумачення основних поняття методичної системи.

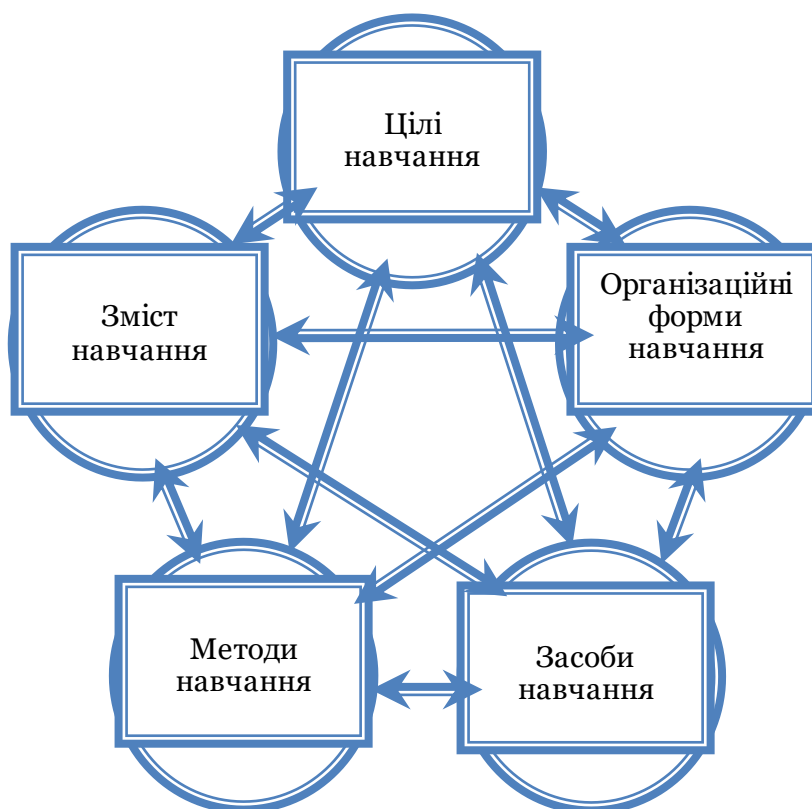
Системою називається будь-яка сукупність елементів довільної природи, між якими існують певні внутрішні зв'язки. Системний підхід вважається одним із провідних методологічних принципів дослідження в кожній галузі знань. Кожна система має свою структуру, частини цієї структури розглядаються як підсистеми.

Поняття «*методична система навчання*» запропонував А. М. Пишкало, при дослідженні методики навчання геометрії в середній школі [166]. Методична система навчання являє собою сукупність п'яти компонентів: цілей навчання, його змісту, методів, засобів, організаційних форм навчання. На Рис. 2.2. відображено всі можливі безпосередні зв'язки між компонентами методичної системи.

*Цілі навчання* – це уявний кінцевий результат, якого учитель очікує від спрямованої взаємозв'язаної власної педагогічної діяльності та пізнавальної діяльності учнів.

Н. В. Морзе [156, ст.22–25] виокремлює три групи цілей навчання:

1. *Загальноосвітні цілі* пов'язані з опануванням студентами комплексом знань, умінь і навичок, необхідних для повсякденного життя та майбутньої професійної діяльності, для вивчення на сучасному рівні предметів природничо-математичних та гуманітарних циклів, для продовження вивчення інформатики в будь-якій із форм неперервної освіти, а також формування практичних навичок використання комп'ютера як засобу професійної діяльності педагога.



*Рис. 2.2. Методична система навчання за А.М. Пишкало*

2. *Розвиваючі цілі* в основному зводяться до формування уміння будувати логічні твердження про властивості даних і запити до пошукових систем; мислити індуктивно і дедуктивно під час аналізу результатів опрацювання даних за допомогою комп'ютерів; формалізувати свої наміри аж до запису деякою алгоритмічною мовою; а також бачення об'єктів і явищ у цілісності, взаємозв'язках; уміння будувати кілька взаємодоповнюючих точок зору на один і той самий об'єкт; уміння комбінувати різні засоби під час побудови моделей.

3. *Виховні цілі* пов'язані з формуванням у студентів світогляду, моралі, уміння приймати виважені рішення, нести відповідальність за результат їх здійснення, ознайомлення та опанування на відповідному рівні надбаннями світової та національної культури, розвиток творчих здібностей, виховання всебічно та гармонійно розвиненої особистості майбутнього учителя. Усі ці складові формуються, зокрема, за допомогою ефективного та безпечного для себе й інших використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.



*Зміст навчання* – це структура, зміст і обсяг навчальної програми, засвоєння якої забезпечує особі можливість здобуття вищої освіти і певної кваліфікації [1].

Метод у перекладі з грецької означає шлях, спосіб. *Методом навчання* називають систему послідовних взаємозв'язаних дій викладача і студента, які забезпечують засвоєння змісту освіти і спрямовані на досягання ними освітніх цілей [156, с. 73].

Зауважимо, що кожний метод навчання вимагає активності не тільки викладача, але й студентів. Один і той самий метод може застосовуватися для різних навчальних цілей. Природно, що в різних випадках існують відповідні особливості реалізації такого методу. Правильне застосування методів навчання унеможливорює механічне чи догматичне засвоєння студентами навчального матеріалу, забезпечує ефективність пізнавальної діяльності студентів, можливість застосовувати знання на практиці [54, с. 36].

В освітньому процесі методи навчання поділяються на:

- наукові методи навчання, що включають в себе спостереження і дослід, порівняння, аналіз і синтез, а також методи наукового дослідження: індуктивний, дедуктивний та ін.);
- навчальні методи, тобто методи, які були спеціально створені з метою здійснення ефективного вивчення навчального предмета.

Оскільки загальних методів навчання багато і мають вони значну кількість ознак, то їх можна класифікувати за кількома напрямками:

1. За характером взаємної діяльності викладача та студентів – система загальнодидактичних методів навчання І. Я. Лернера та М. М. Скаткіна [189]: репродуктивний метод, пояснювально–ілюстративний метод, метод проблемного подання навчального матеріалу, частково–пошуковий або евристичний метод, дослідницький метод.

2. За основними компонентами діяльності викладача – система методів Ю. К. Бабанського [12], що містить три великі групи методів навчання:

а) методи організації й здійснення навчальної діяльності (словесні, наочні, практичні, репродуктивні й проблемні, індуктивні й дедуктивні,

самостійної роботи та роботи під керівництвом викладача);

б) методи стимулювання й мотивації навчання (методи формування інтересу: пізнавальні ігри, аналіз життєвих ситуацій, створення ситуацій успіху; методи формування обов'язковості й відповідальності в навчанні: роз'яснення суспільної й особистісної значимості навчання, пред'явлення педагогічних вимог);

в) методи контролю й самоконтролю (усний, письмовий контроль, лабораторні й практичні роботи, машинний і безмашинний контроль, фронтальний і диференційований, поточний і підсумковий).

*Засоби навчання* – матеріальні та ідеальні об'єкти, що використовуються в освітньому процесі як носії відомостей та інструменти діяльності викладача й студентів, та застосовуються ними як окремо, так і спільно. До них належать: природне і соціальне оточення, обладнання, підручники, книги, наукові видання, довідники, енциклопедії, комп'ютери з відповідним програмним забезпеченням, комп'ютерні мережі з відповідним інформаційним забезпеченням та інформаційними ресурсами, електронні посібники та підручники, електронні словники, електронні бібліотеки і т. д. [156, с. 116].

Використання засобів навчання сприяє:

- ✓ підвищенню мотивації навчально–пізнавальної діяльності;
- ✓ посиленню інтересу до навчальних предметів та способів здобування знань;
- ✓ індивідуалізації та диференціації навчання;
- ✓ створенню позитивної соціально–психологічної атмосфери;
- ✓ активнішому залученню студентів до інтенсивної, творчої навчальної роботи, самостійного здобування знань;
- ✓ підвищенню ефективності самостійної роботи студентів;
- ✓ розширенню способів подання навчальних матеріалів та поліпшення їх унаочнення;
- ✓ скороченню терміну вивчення кожного розділу навчального курсу за рахунок інтенсифікації освітнього процесу та активізації навчально–

пізнавальної діяльності, фундаменталізації змісту навчання та підвищенню соціальної значущості його результатів [184].

*Форми навчання* – цілеспрямована, чітко організована, змістовно насичена й методично забезпечена система пізнавального та виховного спілкування, взаємодії, співпраці викладачів та студентів [185, с. 159].

В. Г. Крисько розділяє форми навчання на освітньо–планові (урок, лекція, семінар, домашня робота, іспит та ін.), позапланові (лабораторні заняття, практичні заняття, консультації, конференції, гуртки, екскурсії, заняття за поглибленими та допоміжними програмами) і допоміжні (групові та індивідуальні заняття, репетиторство) [132].

У статті 50 Закону України „Про вищу освіту” зазначається, що освітнього процес у вищих навчальних закладах здійснюється за такими формами: *навчальні заняття; самостійна робота; практична підготовка; контрольні заходи* [1].

Основною організаційною формою процесу навчання у закладі вищої освіти є *лекція*. Призначення лекції полягає в тому, щоб не тільки знайомити студентів з основами наук, розкривати сутність педагогічної праці, але й формувати в них установку на використання усіх видів навчальної праці для становлення професійного бачення і закріплення творчого стилю діяльності, розвитку своєрідності особистості майбутнього учителя [93]. Від ефективності лекції залежить результативність інших форм навчання.

Важливо, щоб сучасні науково–методичні технології в академічній лекції органічно поєднувались із традиційними технологіями. Рівень використання комп’ютерних та інших технічних засобів навчання має бути педагогічно виваженим і достатнім для того, щоб у максимальній мірі сприяти досягненню поставленої у лекції навчально–педагогічної мети. Однак лекція не повинна бути перенасичена різними технічними засобами.

В умовах постійних удосконалень інформаційно–комунікаційних технологій неможливо при підготовці майбутнього учителя передбачити всі завдання, з якими йому доведеться мати справу у майбутній професійній

діяльності і в повсякденній роботі. У цих умовах підготовка майбутнього учителя інформатики повинна будуватись на формуванні вмінь самовдосконалення та самостійного відшукування правильних шляхів розв'язування різноманітних проблем.

Відповідно однією із форм організації навчання у вищому педагогічному навчальному закладі, орієнтованою на індивідуальну навчальну діяльність, є самостійна робота.

За Українським педагогічним словником [45, с. 296] „самоосвіта – освіта, яка набувається у процесі самостійної роботи без проходження систематичного курсу навчання в стаціонарному навчальному закладі. Самоосвіта є невід'ємною частиною систематичного навчання в стаціонарних закладах, сприяючи поглибленню, розширенню і більш міцному засвоєнню знань”.

Наведемо важливі положення самоосвіти учителів, взявши за основу розуміння цього питання П. І. Підкасистим і ін. в [167, с. 276–277]:

- ціленаправлене формування у майбутнього учителя готовності до самоосвіти – одна з основних задач системи освіти;
- виховання, навчання, розвиток і професійна підготовка майбутніх учителів повинна здійснюватися на основі тісного зв'язку навчання і самоосвітньої діяльності, науково–дослідної роботи, самостійної роботи під час педагогічної практики;
- всі зусилля педагогічного процесу повинні бути направлені на підняття рівня готовності майбутнього учителя до самоосвіти;
- в результаті управління самоосвітою майбутніх учителів (особливо учителів інформатики) повинна формуватися постійна потреба вдосконалення своєї професійної компетентності педагога, як фахівця, бажання і необхідність користуватися в своїй діяльності досягненнями сучасної науки, використання нових освітніх технологій і методик, нових інформаційних засобів навчання, зокрема дистанційного навчання, усіх тих необхідних умов, за допомогою яких майбутній учитель зможе розв'язувати поставлені перед ним суспільством завдання, формувати всебічно розвинену особистість;

– постійне перетворення цілісного педагогічного процесу в самоосвітній, перетворення, яке відбувається на основі підвищення рівня готовності до самоосвіти майбутнього учителя – головне направлення діяльності, яке має за мету удосконалення процесу управління самоосвітою майбутніх учителів в системі додаткового навчання.

У процесі навчання інформаційно–комунікаційних технологій студенти під керівництвом викладача виконують завдання у формі лабораторних робіт, оскільки передбачає проведення занять в комп'ютерному класі, цим самим поглиблюють знання, здобутих на лекціях, вдосконалюють навички розв'язування різноманітних завдань. Жодна із форм навчальної роботи не вимагає від студентів такого вияву ініціативи, самостійності прийнятих рішень, як лабораторна робота.

Лабораторні роботи проводяться з урахуванням професійної орієнтації майбутнього учителя інформатики для оволодіння навичками ефективного використання інформаційно–комунікаційних технологій в майбутній професійній діяльності.

До складу методичної системи Н. В. Морзе [157] пропонує долучити і очікувані результати навчання.

Результат навчання, в першу чергу, є одним з основних показників ефективності роботи всієї системи освіти. *Результат навчання* – сукупність знань, умінь, навичок, набутих студентом після завершення навчання за певною програмою.

Опрацювавши навчальні плани для підготовки майбутнього учителя інформатики за галуззю знань 01 «Освіта/Педагогіка», спеціальність 014.09 Середня освіта (Інформатика) НПУ ім. М. П. Драгоманова, у варіативній частині пропонуємо вивчення курсу «Математичне програмування». Загальні відомості про дисципліну наведено в таблиці (див. Табл. 2.1.).

В процесі навчання дисципліни «Математичне програмування» студенти повинні ознайомитися з програмою дисципліни, її структурою, методами і формами навчання, способами і видами контролю та оцінювання знань.

Таблиця. 2.1.

## Опис дисципліни «Математичне програмування».

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – 3	Галузь знань 01 «Освіта/Педагогіка»	Варіативна
Змістових модулів – 2	Напрямок підготовки 014.09 Середня освіта (Інформатика)	
Загальна кількість годин – 90		
Індивідуальне науково-дослідне завдання: застосування інформаційних технологій в процесі навчання дисципліни	Освітньо-кваліфікаційний рівень: «Магістр»	<b>Рік підготовки:</b>
		5-й
		<b>Семестр</b>
		2-й
		<b>Лекції</b>
		14 год.
		<b>Лабораторні</b>
		14 год
		<b>Самостійна робота</b>
62 год		
<b>Вид контролю</b>		
залік		

Тематичний план дисципліни «Математичне програмування» складається з 2 змістових модулів, в кожному з яких поєднується відносно окремий самостійний блок дисципліни, в якому логічно поєднуються кілька навчальних елементів дисципліни за змістом і взаємозв'язками (Додаток А). Освітній процес здійснюється за такими формами: лекційні, лабораторні заняття, самостійна робота студентів, модульний контроль. Призначенням самостійної роботи студентів є проникнення в сутність розглядуваних процесів і явищ, більш поглиблене навчання дисципліни: закріплення, поглиблення і розширення здобутих знань.

## **2.2. Розробка та уточнення компонент комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання дисципліни «Математичне програмування»**

Швидкі темпи розвитку інформаційних технологій в сучасному світі, вдосконалення комп'ютерної техніки, збільшення потоку даних та необхідності його опрацювання спонукають переглянути підходи в галузі викладання як інформатики, так і математики в цілому. Досить стрімка еволюція інформатики як дисципліни вплинула не тільки на зміст інших предметів, а й на педагогічні методи та технології, що знайшло втілення в документах ЮНЕСКО: „педагогічні технології – це системний підхід створення, застосування та визначення всього процесу викладання та засвоєння знань з урахуванням технічних і людських ресурсів, їх взаємодії, що мають на меті оптимізацію освіти”[57].

В одній із своїх статей М. І. Жалдак наголошує, що „в основу інформатизації освітнього процесу слід покласти створення та широке впровадження в повсякденну педагогічну практику нових комп'ютерно–орієнтованих методичних систем навчання на принципах ... гармонійного поєднання традиційних і комп'ютерно–орієнтованих технологій навчання, не заперечування і відкидання здобутків педагогічної науки минулого, а, навпаки, їх удосконалення і посилення ...” [71].

Розглянемо основні компоненти комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання курсу «Математичне програмування», яка складається з традиційних компонентів (цілі навчання → зміст навчання → методи навчання → засоби навчання → організаційні форми навчання → результати навчання) і компонентів інформаційно–комунікаційних технологій.

### **2.2.1. Мета, завдання і очікувані результати навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики**

Математичне програмування – це напрям прикладної математики, в процесі навчання якої студенти вивчають теорію та методи розв'язування

екстремальних задач при заданих додаткових умовах у вигляді систем рівнянь і/або нерівностей.

Загальна мета навчання конкретизується у процесі навчання за кожною темою, на кожній лекції, лабораторному занятті, у процесі виконання лабораторних робіт та самостійної роботи студентів.

**Метою** навчання дисципліни майбутніх учителів інформатики є формування математичних та інформатичних знань стосовно розв'язування оптимізаційних задач за методами математичного програмування, а також підготовка майбутніх учителів до навчання основ математичного програмування в середніх навчальних закладах.

У закладах середньої освіти основи математичного програмування можна вивчати на гуртках, курсах за вибором з інформатики, при написанні дослідницьких робіт по МАН. Також учні знайомляться з основами математичного програмування в процесі профільного вивчення інформатики [172] у 10 та 11 класах в розрізі тем «Аналіз та візуалізація даних» (Таблиця 2.2.) та «Алгоритми» (Таблиця 2.3.).

**Таблиця 2.2.**

**Фрагмент програми профільного вивчення інформатики для 10 класу.**

Очікувані результати навчання	Зміст навчального матеріалу
<b>Тема «Аналіз і візуалізація даних»</b>	
<p><b>Знаннєва складова</b> Пояснює поняття вибірки та ряду даних. Знає зміст та способи обчислення основних статистичних характеристик вибірки, проведення простих фінансових розрахунків. Аргументовано обирає методи та засоби візуалізації даних.</p> <p><b>Діяльнісна складова</b> Розуміє, використовує та створює математичні моделі об'єктів та</p>	<p>Електронні таблиці. Комп'ютерне моделювання об'єктів і процесів. Розв'язання рівнянь та оптимізаційних задач з різних предметних галузей засобами ІТ. Матричні операції. Розв'язання систем лінійних рівнянь. Основи статистичного аналізу даних. Ряди даних. Обчислення основних статистичних характеристик вибірки. Кореляційний аналіз даних. Табличний процесор як засіб для фінансових розрахунків.</p>



<p>процесів для розв’язування задач із різних предметних галузей. Планує та проводить навчальні дослідження й комп’ютерні експерименти з різних предметних галузей. Уміє розв’язувати рівняння, системи рівнянь, оптимізаційні задачі засобами ІТ. Використовує табличний процесор для виконання простих фінансових розрахунків. Графічно подає ряди даних, тренди у вибірці даних. Застосовує різноманітні засоби інфографіки для подання даних. <b>Ціннісна складова</b> Усвідомлює значення рядів даних у розв’язанні життєвих і наукових задач.</p>	<p>Електронна таблиця як засіб подання відомостей про однотипні об’єкти. Операції з однотобличною базою даних. Візуалізація рядів і трендів даних. Вибір типу діаграми. Інфографіка.</p>
---	--

Таблиця 2.3.

**Фрагмент програми профільного вивчення інформатики для 11 класу.**

Очікувані результати навчання	Зміст навчального матеріалу
<b>Тема «Алгоритми»</b>	
<p><b>Знаннєва складова</b> Знає методи проектування алгоритмів. Знає і розуміє базові алгоритми. Пояснює структуру алгоритму та реалізує його засобами мови програмування. <b>Діяльнісна складова</b> Реалізує базові алгоритми засобами мови програмування. Планує процес розв’язування задачі з використанням програмування. Створює та налагоджує програми за розробленими алгоритмами. Розв’язує задачі з використанням базових алгоритмів. Обґрунтовує вибір алгоритму для розв’язування задачі.</p>	<p>Методи проектування алгоритмів. Методи представлення алгоритмів. Кодування алгоритмів. Поняття складності алгоритмів. Основні поняття теорії чисел: – системи числення – робота з великими числами – факторизація чисел Алгоритми сортування. Квадратичні алгоритми сортування. Сортування вставками, сортування підрахунком, сортування злиттям Алгоритми пошуку. Бінарний пошук, тернарний пошук, пошук з поверненням. Обробка рядків. Основні поняття теорії графів. Способи представлення графів. Пошук у ширину та глибину;</p>

<p><b>Ціннісна складова</b> Оцінює складність алгоритмів. Обґрунтовує доцільність вибору певного алгоритму. Оцінює практичне значення та ефективність програм, створених за базовими алгоритмами. Розпізнає задачі, для розв'язання яких доцільно використовувати базові алгоритми.</p>	<p>визначення найкоротшого шляху в графі, алгоритм Дейкстри, алгоритм Флойда–Уоршелла. Динамічне програмування. Жадібні алгоритми. Базові поняття обчислювальної геометрії. Векторний добуток; напрямок повороту; визначення площі многокутника; побудова опуклої оболонки.</p>
---	---

**Основними завданнями дисципліни**, що мають бути виконані в процесі навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування, є:

- теоретична і практична підготовка майбутніх учителів інформатики з питань побудови математичних моделей реальних оптимізаційних задач;
- застосування основних методів розв'язування задач стосовно оптимального розподілу обмежених ресурсів, вибору оптимального варіанту з множини альтернативних та ін.,
- забезпечення опанування майбутніми учителями інформатики методикою навчання математичного програмування своїх майбутніх учнів, розуміння ідей використання математичних методів як в процесі реалізації навчання, так і під час його дослідження з метою удосконалення та коригування;
- виховання у майбутніх учителів творчого підходу до розв'язування проблем навчання математики, зокрема з використанням засобів сучасних інформаційно–комунікаційних технологій, сформувати знання, вміння і навички, необхідні для самостійного аналізу освітнього процесу, дослідження різноманітних методичних проблем і психолого–педагогічних ситуацій, розвинути здатність і відчуття необхідності постійної самоосвіти і самовдосконалення, наукового пошуку шляхів удосконалення процесу навчання, формування загальної і математичної культури учнів, активізації їх пізнавальної діяльності, творчої активності, надання навчальній діяльності дослідницького характеру, самостійного пошуку нових знань;

- формування у студентів достатніх знань, необхідних для практичного проведення навчально–виховної роботи під час навчання різних розділів шкільних курсів математики і інформатики.

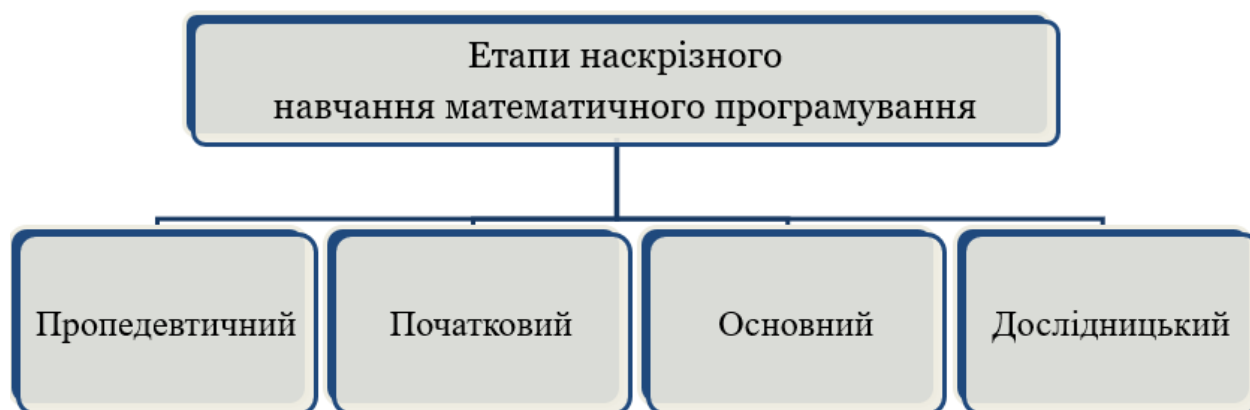
Одними із головних завдань, що розв'язуються в процесі навчання математичного програмування з використання сучасних ІКТ - є формування інформатичної компетентності майбутніх учителів інформатики, їх відповідна фахова підготовка (поєднання теоретичного і практичного аспектів змісту дисципліни). Адже практичний аспект пов'язаний з набуттям студентами навичок роботи з готовим проблемно–орієнтованим програмним забезпеченням, а також з можливістю написання ними програм для розв'язування задач прикладного змісту однією з мов програмування високого рівня. Тому під час організації практичної та самостійної робіт для виконання допоміжних розрахунків, побудови ілюстрацій, зображень та рисунків, доцільно застосовувати різноманітні СКМ і ППЗ, зокрема і такі програмні засоби, як MS Excel, Mathcad, GRAN, Sage, Maxima, Mathematica, Matlab, MathCad, MuPad, Scilab, GeoGebra та ін.

Ці завдання мають враховувати сучасні потреби інформатизації суспільства, що вимагають високого рівня науково–теоретичної підготовки, практичної направленості та значущості у розгляді питань інформатичних дисциплін педагогічних університетів вцілому.

Вивчення курсу «Математичного програмування» майбутніми учителями інформатики повинно бути наскрізним для досягнення головної мети комп'ютерно–орієнтованої методичної системи. Пропонується організувати таке навчання за чотирма етапами (Рис. 2.3): пропедевтичний, початковий, основний, дослідницький.

Пропедевтику слід проводити в загальному курсі інформатики (пропедевтичний етап комп'ютерно–орієнтованого навчання математичного програмування). Зокрема елементи математичного програмування доцільно ввести при вивченні електронних таблиць, баз даних, професійних математичних пакетів, основ програмування. Глибше і детальніше розпочинати

навчання математичного програмування потрібно з вивчення студентами його основ, що відображено у таких дисциплінах «Алгебра та геометрія», «Математичний аналіз», «Дискретна математика», «Чисельні методи», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Математична логіка і теорія алгоритмів» (початковий етап навчання математичного програмування). Далі після опанування майбутніми учителями інформатики базових інформатичних та математичних курсів, набуття студентами навичок практичного розв'язування математичних, економічних, фізичних, а також прикладних задач з використанням програмних засобів доцільно ввести на п'ятому році підготовки майбутнього учителя інформатики курс «Математичне програмування» (основний етап навчання математичного програмування).



*Рис. 2.3. Етапи наскрізного навчання математичного програмування.*

Одним із провідних напрямів удосконалення сучасної вищої освіти є впровадження в освітній процес навчальних досліджень, що сприяє залученню студентів до дослідницького підходу в навчанні та підвищенню рівня їхньої активності. Під час розв'язування задач математичного програмування у майбутніх учителів інформатики формуються навчальні дослідницькі вміння. Дослідницька навчальна діяльність, організована викладачем із використанням різних засобів навчання, спрямована на виконання навчальних дослідницьких завдань, що вимагають пошуку пояснення і доказу закономірних зв'язків і відношень, що експериментально спостерігаються, або фактів, явищ, процесів, задач, що теоретично аналізуються; в якій домінує самостійне застосування прийомів наукових методів пізнання і внаслідок якої майбутні учителі

інформатики активно опановують знання, розвивають свої дослідницькі вміння й навички, формують пізнавальні мотиви й організаційні якості.

Узагальнимо рівні сформованості навчальних досягнень майбутніх учителів інформатики виявлені під час навчання курсу «Математичне програмування»:

*Низький рівень:*

- ❖ студенти під керівництвом викладача проводять аналіз дослідницької задачі, аналіз даних;

- ❖ студенти із сформульованої викладачем проблеми виявляють основні теоретичні факти, проєктують її розв'язування;

- ❖ студенти використовують розумові операції: аналіз, синтез, порівняння.

*Достатній рівень:*

- ❖ студенти самостійно аналізують дослідницьку задачу, її умову, вимогу;

- ❖ студенти на основі сформульованої проблеми роблять спробу висунути різні припущення, щодо її вирішення;

- ❖ студенти з допомогою викладача будують математичну модель задачі, розв'язують її за допомогою комп'ютера, перевіряють та аналізують результати;

- ❖ студенти проводять аналогії, роблять узагальнення.

*Середній рівень:*

- ❖ студенти самостійно аналізують дослідницьку задачу;

- ❖ студенти систематизують методи розв'язування, відомі раніше, для вибору оптимального методу розв'язування задачі.

- ❖ студенти частково самостійно проводять розв'язування дослідницької задачі;

- ❖ студенти самостійно здійснюють аналіз розв'язку, перевірку отриманих результатів.

*Високий рівень:*

- ❖ студенти самостійно здійснюють теоретичний аналіз дослідницької

задачі,

- ❖ студенти самостійно формулюють проблему, висувають гіпотези щодо її вирішення;

- ❖ студенти будують математичну моделю дослідницької задачі;

- ❖ студенти виконують перевірку й аналіз отриманих результатів;

- ❖ студенти всі розумові операції використовуються раціонально.

Формувати вміння розв'язувати задачі комп'ютерно–орієнтованого математичного програмування доцільно не тільки під час аудиторної роботи. Навчати розв'язувати задачі математичного програмування за допомогою комп'ютера можна також і під час роботи відповідних наукових гуртків, написання курсових робіт з інформатики та методики навчання інформатики (дослідницький етап навчання комп'ютерно–орієнтованого навчання математичного програмування).

За підсумками наскрізного навчання курсу «Математичне програмування» можна сформулювати перелік основних знань та вмінь, яких студенти повинні набувати.

Отже, *студенти повинні знати:*

- основні поняття (математичне програмування, екстремальна задача, функція мети, обмеження, оптимальний розв'язок, екстремум функції, математична модель, транспортна задача, жадібний алгоритм, гра, ціна гри, мінімакс, максимін, змішана стратегія, сідлова точка);

- класифікацію задач математичного програмування;

- класифікацію методів розв'язування задач математичного програмування;

- найважливіші принципи та теореми для розв'язування задач математичного програмування;

- програмні засоби та онлайн ресурси, які можна використовувати у процесі розв'язування задач математичного програмування;

- основні компоненти методичної системи навчання математичного програмування;

- науково–педагогічну літературу: журнали, підручники, посібники тощо.

***Студенти повинні вміти:***

- будувати математичну модель задачі;
- обирати відповідний метод розв'язування задачі та застосувати його;
- досліджувати властивості цільової функції (на неперервність і диференційовність);
- визначити умови існування розв'язків задачі за заданих обмежень;
- встановлювати необхідні та достатні умови глобального або локального екстремуму;
- застосувати методи відшукування розв'язку задачі;
- застосовувати для розв'язування задач математичного програмування відповідні методи та програмні засоби або онлайн ресурси;
- осмислити і конкретизувати проблему та визначити можливості її математичної ідеалізації;
- розв'язувати різнотипні задачі математичного програмування;
- інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати результати отриманих результатів;
- працювати з науково–методичною літературою;
- займатися самоосвітою у професійній діяльності.

У наступних пунктах цього розділу буде конкретизовано зміст комп'ютерно–орієнтованого навчання математичного програмування, розкрито сутність решти компонентів комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування: форм, методів та засобів навчання.

### **2.2.2. Зміст навчального матеріалу дисципліни «Математичне програмування»**

При вивченні дисципліни «Математичне програмування» майбутні учителі інформатики повинні ознайомитися з програмою дисципліни, її структурою, методами і формами навчання, способами і видами контролю та оцінювання знань.

Дисципліна «Математичне програмування» складається з вступу та двох змістових модулів, кожен з яких поєднує в собі відносно окремий самостійний блок дисципліни, який логічно пов'язує кілька навчальних елементів дисципліни за змістом і взаємозв'язками. Освітній процес здійснюється в таких формах: лекційні, лабораторні заняття, самостійна робота студента, модульний контроль. Завданням самостійної роботи студентів є отримання додаткових знань для більш поглибленого вивчення математичного програмування з використання сучасних інформаційно–комунікаційних технологій.

### **Перелік змістових модулів та їх зміст.**

У вступі до вивчення дисципліни «Математичне програмування» розкривається поняття математичне програмування та історія його становлення як наукового напрямку прикладної математики; вивчаються поняття: екстремальна задача, математична модель; функція мети, обмеження, оптимальний розв'язок, екстремум функції, студенти вчаться класифікувати задачі математичного програмування: задачі лінійного програмування, задачі дробово–лінійного програмування, задачі нелінійного програмування, задачі опуклого програмування, задачі квадратичного програмування, задачі динамічного програмування, задачі стохастичного програмування, задачі дискретного (цілочисельного) програмування, задачі теорії ігор.

Студенти знайомляться з основними етапами знаходження оптимального розв'язку задачі математичного програмування та вчаться використовувати його на практиці при розв'язуванні задачі: постановка задачі, побудова математичної моделі, класифікація отриманої математичної моделі і вибір методу для її розв'язування, вибір програмного засобу, проведення обчислень (комп'ютерний експеримент), одержання результатів, аналіз та інтерпретація.

Студенти вчаться працювати з різноманітними програмними засобами та онлайн ресурсами: Gran 1, Gran–2D, Gran–3D, Maple, MS Excel, Графоаналізатор 1.3; Sage, Maxima, Mathematica, Matlab, MathCad, MuPad, Scilab, GeoGebra; WolframAlpha, Maple та ін., за допомогою яких можна досить швидко розв'язувати задачі математичного програмування.



*Перший змістовий модуль «Лінійне програмування»* поділений на декілька тем:

➤ *задачі лінійного програмування* - вивчають загальну задачу лінійного програмування; графічний метод розв'язування задач лінійного програмування; поняття допустимі розв'язки задачі; поняття транспортної задачі; поняття плану транспортної задачі; математичну постановку транспортної задачі; умови існування розв'язку транспортної задачі. Вчать розрізняти збалансовану (закриту) транспортну задачу та незбалансовану (відкриту) транспортну задачу; знаходити розв'язки задачі лінійного програмування на основі її геометричної інтерпретації; розв'язувати прикладні задачі лінійного програмування.

➤ *Задачі цілочисельного програмування* - вивчаються поняття цілочисельного програмування; основні методи розв'язування задач цілочисельного програмування: метод Гоморі, метод гілок і меж, алгоритм Дейкстри, наближений метод - жадібний алгоритм, алгоритми Прима та Крускала.

Під час вивчення даної теми студенти вчать застосувати на практиці точні та наближені методи розв'язування задач дискретного програмування за допомогою спеціально дібраних онлайн ресурсів або програмних засобів.

➤ *Елементи теорії ігор* - вивчаються поняття гра, партія, стратегія, гравець, вигреш, оптимальна стратегія, матрична гра, платіжна матриця, ціна гри, принцип мінімаксу, сідлова точка, змішані стратегії. Студенти вчать класифікувати задачі теорії ігор за: кількістю учасників, тривалістю гри, характером взаємодії між гравцями, властивістю функцій вигрешу; розв'язувати задачі матричних ігор (двох осіб з нульовою сумою), а також ігри типу  $m \times n$  за допомогою комп'ютера; зводити матричну гру до задач лінійного програмування.

*Другий змістовий модуль «Нелінійне програмування»* поділений на такі теми:

➤ *Задачі нелінійного програмування* - вивчають загальну постановку

задачі нелінійного програмування; методи розв'язування задач нелінійного програмування на базі використання множників Лагранжа. Студенти вчаться розрізняти задачі опуклого та квадратичного програмування; використовують необхідні та достатні умови існування екстремуму (Теорема Куна—Таккера) при розв'язуванні задач нелінійного програмування.

➤ *Задачі динамічного програмування* - вивчається сутність динамічного програмування; поняття покрокове управління; поняття багатокрокового процесу прийняття рішень; поняття принципу оптимальності Беллмана. Студенти вчаться розв'язувати задачі про вибір траєкторії руху літака; задачі оптимального використання капітальних вкладень; задачі з двома змінними управління; задачі з багатьма обмеженнями та змінними за допомогою комп'ютера. Студенти вміють застосовувати до розв'язування задач динамічного програмування принцип оптимальності Беллмана.

➤ *Задачі стохастичного програмування* - вивчається поняття стохастичного програмування; поняття одноетапних задач стохастичного програмування, поняття двоетапних (багатоетапних) задач стохастичного програмування; розглядається загальна постановка багатоетапних задач стохастичного програмування. Студенти вчаться класифікувати задачі стохастичного програмування; розв'язувати задачі стохастичного програмування відповідно двома методами (прямі та непрямі) за допомогою комп'ютера.

Матеріал курсу «Математичне програмування» поділено відповідно на 2 змістовних модулів. Зміст кожного модуля розкривається в послідовному поєднанні лекції, лабораторних робіт, самостійних робіт.

На лабораторних заняттях студенти розв'язують типові задачі математичного програмування за допомогою різних програмних засобів, що сприяє виробленню тих навичок, які необхідні майбутньому учителю інформатики. До курсу “Математичне програмування” нами дібрано та розроблено навчально-методичні матеріали, які знайомлять студентів з поняттям математичного програмування та класифікацією задач

математичного програмування, методами розв'язування різнотипних задач математичного програмування, використанням прикладних програмних засобів для розв'язування задач математичного програмування. Навчально-методичні матеріали мають таку структуру: короткі теоретичні відомості, приклади розв'язування задач з поясненнями, завдання для лабораторної роботи та контрольні запитання.

При оцінюванні виконаної лабораторної роботи студента враховується оригінальність і самостійність виконання; правильність побудови математичної моделі та обрання відповідного методу розв'язування задачі; вибір програмного засобу для розв'язування задачі; вміння обґрунтувати та інтерпретувати отримані результати задачі.

При виконанні лабораторних робіт з курсу “Математичне програмування” у студентів розширюється уявлення про можливості використання певного програмного засобу для розв'язування задачі математичного програмування. Вибираючи програмне середовище для реалізації математичної моделі деякої задачі на комп'ютері, потрібно враховувати багато факторів і, в першу чергу, тип конкретної задачі, що розв'язується.

Так, наприклад, виконуючи лабораторні роботи даного курсу, студенти мають змогу працювати з різноманітними програмними засобами.

Розглянемо застосування декількох програмних засобів для розв'язування задачі математичного програмування.

### **Приклад 2.1.**

*Постановка задачі.* Невелика пекарня працює 5 днів на тиждень і виробляє житній та пшеничний хліб. На виробництво 100 одиниць житнього хліба потрібно витратити 1 люд./год. робочого часу і 30 кг житнього борошна 1-го сорту, а на виробництво пшеничного хліба потрібно витратити 1 люд./год. робочого часу і 20 кг пшеничного борошна вищого сорту. Прибуток від продажу одного виробу першого типу складає 2 гр.од., а від продажу виробу другого типу – 3 гр.од.

За якого щоденного випуску кожного з виробів прибуток буде максимальним, якщо у пекарні працюють 2 робітники кожен 8 годин щодня і щотижня на склад поступає до 1.5 т житнього та 1 т пшеничного борошна?

Для розв'язування даної задачі потрібно студентам повторити системи лінійних нерівностей та особливості їх розв'язування, а також побудову графіків системи рівнянь для графічної візуалізації розв'язків даної задачі.

*Математична модель.* Нехай

- ❖  $x_1$  – щоденний випуск житнього хліба (шт.)
- ❖  $x_2$  – щоденний випуск пшеничного хліба (шт.)

Тоді цільова функція набуватиме вигляду:

$$G(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$$

а обмеження на ресурси набувають вигляду:

$$\begin{cases} 0.01x_1 + 0.01x_2 \leq 16 & \text{– щоденні часові обмеження,} \\ 5 \cdot 0.3x_1 \leq 1500 & \text{– обмеження на тижневі витрати житнього борошна,} \\ 5 \cdot 0.2x_2 \leq 1000 & \text{– обмеження на тижневі витрати пшеничного борошна,} \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2 & \text{– обмеження на кількість вироблених одиниць хліба,} \\ x_i \in \mathbb{Z}. & \end{cases}$$

Оскільки в розглянутому прикладі цільова функція і обмеження на змінні залежать лінійно від двох аргументів  $x_1, x_2$ , то дана задача є задачею лінійного програмування.

*Вибір програмного засобу.* Задачу про пекарню можна розв'язувати графічно за допомогою, наприклад, програмного засобу навчального призначення Gran1, в якому використання послуг дає можливість за графічними методами знаходити наближені розв'язки деяких задач на відшукування найбільших чи найменших значень функцій однієї чи двох змінних на множинах, визначених через деякі системи нерівностей (чи якимось іншим чином). В такому разі досліджувані функції, а також функції, через які визначається множина допустимих точок, можуть бути лійними чи нелійними, опуклими чи неопуклими.

Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація. Скориставшись неявним заданням залежностей між змінними  $x$  і  $y$  (замінивши позначення  $x_1$  на  $x$  та  $x_2$  на  $y$ ), введемо обмеження на змінні:

$$\begin{cases} 0.01x_1 + 0.01x_2 - 16 = 0 \\ 5 \cdot 0.3x - 1500 = 0 \\ 5 \cdot 0.2y - 1000 = 0 \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad (2.1.)$$

та цільову функцію  $G(x, y) = 2 \cdot x + 3 \cdot y - p1 = 0$ , де  $p1$  – змінний параметр. (Рис. 2.4.).

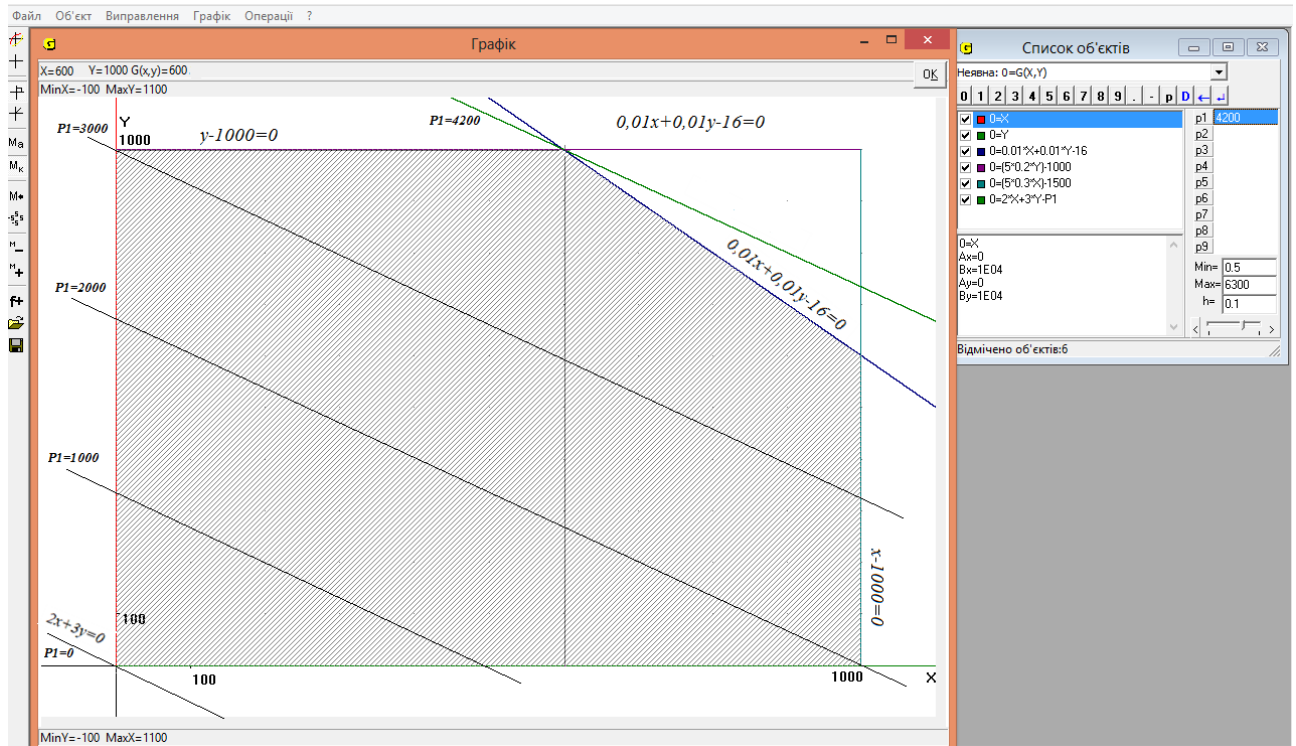


Рис. 2.4. Розв'язування прикладу 2.1. за допомогою ППЗ Gran 1

Звернувшись потім до послуги “Операції/Нерівності/Системи нерівностей  $G(x, y) < (>) 0$ ”, та обравши знак нерівності  $<$ , розв'яжемо графічно систему нерівностей (\*), надавши спочатку параметру  $p1$  значення нуль. Змінюючи далі параметр  $p1$ , будемо переміщувати пряму лінію, що описується рівнянням  $2 \cdot x + 3 \cdot y - p1 = 0$ , в напрямі вектора  $(2,3)$  (градієнта цільової функції  $G(x, y) = 2 \cdot x + 3 \cdot y$  до тих пір, поки спільними точками такої прямої і множини допустимих точок  $(x, y)$ , яка визначається за нерівностями

(2.1.), будуть лише точки, що лежать на межі вказаної множини. Через значення параметра  $p_1$  в такому разі буде визначене оптимальне (найбільше можливе) значення цільової функції  $G(x, y)$ , межові точки множини допустимих точок будуть оптимальними точками, тобто  $p_1 = 4200, x=600, y=1000$ . (Рис. 2.4.).

Для розв'язування даної задачі можна застосувати інший програмний засіб – табличний процесор MS Excel (послуга "Пошуку розв'язку").

В результаті отримаємо такі результати: максимально можливий прибуток пекарні за день – 4200 гр.од., в разі випікання 600 шт. житнього та 1000 шт. пшеничного хліба.

### Приклад 2.2.

*Постановка задачі.* Серед точок з цілочисельними координатами, що лежать в множині розв'язків нерівності  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$ , знайти точку, в якій функція  $G(x, y) = |x + y|$  набуває найбільшого цілочисельного значення [77, с. 180].

Для того, щоб розв'язати дану задачу, порібно зі студентами пригадати рівняння кола, особливості його графічної візуалізації, для порівняння побудови кола за допомогою програмного засобу Gran1; розв'язування нерівностей; побудову функції з модулем.

*Математична модель.* Цільова функція набуває вигляду:

$$G(x, y) = |x + y| \rightarrow \max,$$

$$\text{за обмежень } \begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \\ x, y \in Z. \end{cases}$$

Дана задача є задачею цілочисельного програмування, так як за умовою задачі, змінні набувають лише цілих значень.

*Вибір програмного засобу.* Дану задачу можна також розв'язувати графічно за допомогою, програмного засобу навчального призначення Gran1.

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.*

$$\text{Побудуємо графік залежності } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - 1 = 0.$$

Звернувшись до послуги “Операції / Нерівності / Система нерівностей  $G(x, y) < (>)0$ ”, легко бачити, що будь-яка точка всередині отриманого еліпса буде окремим розв’язком даної нерівності (рис. 2.5).

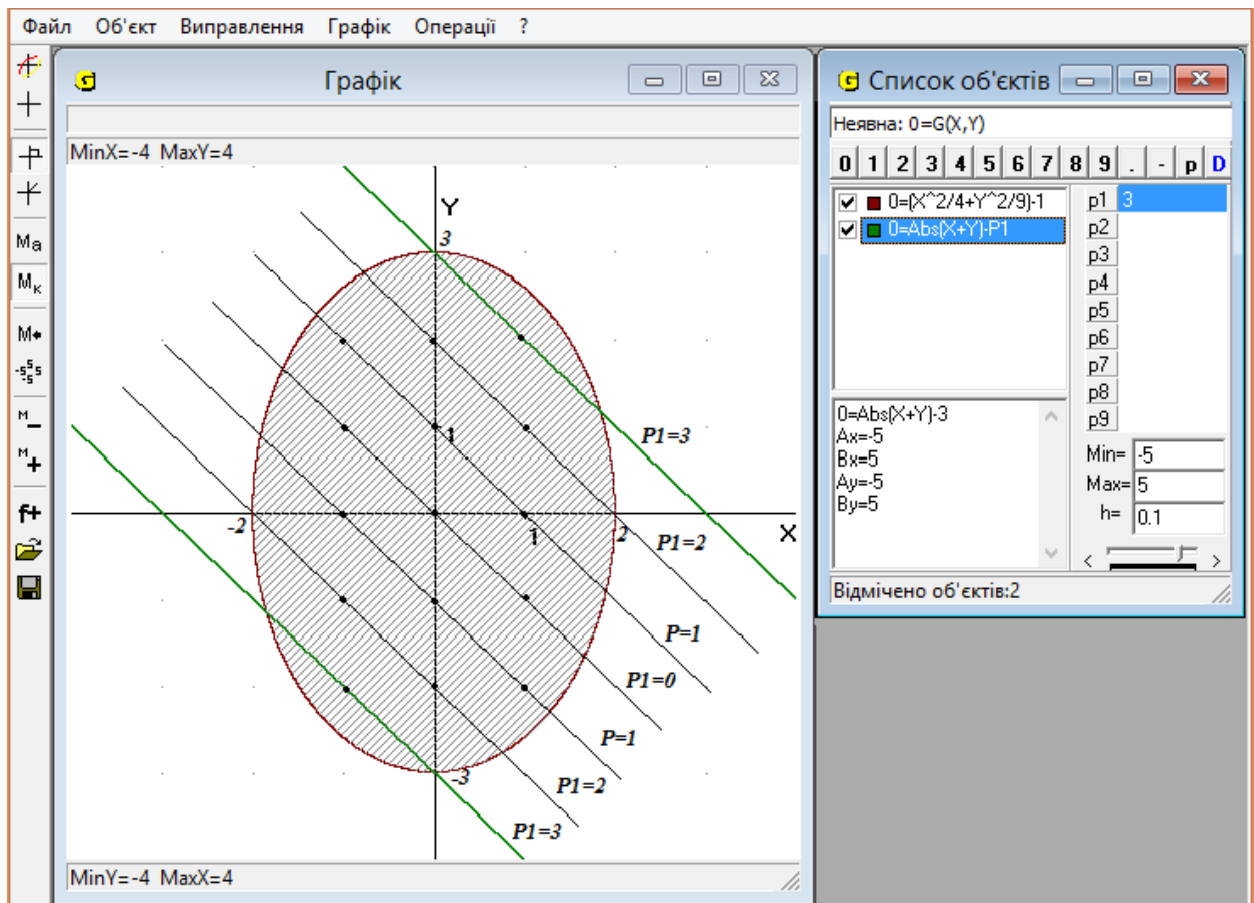


Рис. 2.5. Розв’язування приклада 2.2. за допомогою ППЗ Gran1

Побудуємо далі цільову функцію  $G(x, y) = |x + y| - P1 = 0$  зі змінним параметром  $p1$ . Змінюючи даний параметр  $p1$ , переміщуємо лінії рівня, що описуються через рівняння  $|x + y| - P1 = 0$ , в напрямі векторів  $(1, 1)$  і  $(-1, -1)$ . В результаті отримаємо – max (найбільше значення) функції, рівне 3, досягається в точках  $(1, 2)$  та  $(-1, -2)$ , що лежать в множині розв’язків нерівності  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$ .

Одержати дану відповідь можна також, встановивши курсор на вираз  $G(x, y) = |x + y|$  у вікні “Список об’єктів” і звернувшись до послуги “Операції/Значення виразу  $G(x, y)$ ”. Переміщуючи координатний курсор

всередині області розв'язків, можна відслідковувати значення виразу  $|x + y|$ , що обчислюються, у вікні “Графік”.

Покажемо, що дану задачу можна також розв'язати за допомогою ПЗ MathCAD, що являє собою потужну, надійну, універсально інтегровану СКМ, призначена для розв'язування великої кількості математичних задач, зокрема, задач оптимізації з графічною візуалізацією (за потреби), а також виконання інженерно–технічних розрахунків.



Для початку вкажемо функції у середовищі ПЗ MathCAD, наведені в умові задачі. Щоб отримати графіки відповідних функцій обираємо із спеціальної графічної області (Рис.2.6.) кнопку  – побудова графіка 3D функції  $f(x, y) = |x + y|$  у вигляді поверхні та  – побудова ліній рівня функцій:  $f_1(x, y) = x + y$ ,  $g(x, y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$  та  $f_2(x, y) = -x - y$ ,  $g(x, y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$  (Рис.2.7.).



Рис. 2.6. Графічна область ПЗ MathCAD

Для того, щоб отримати максимальне значення  $f_1(x, y) = x + y$  за обмежень  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$  обираємо функцію *Maximize* (Рис.2.7.).

В результаті отримаємо найбільше значення функції = 3.606. Так як задача цілочисельна, то потрібно звернутися до функції *trunc(x)*, яка повертає цілу частину  $x$ , тобто в даному випадку отримаємо найбільше значення функції = 3. Аналогічно знайдемо максимальне значення для  $f_2(x, y) = -x - y$  за обмежень  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$ , обравши функції *Maximize* та *trunc(x)*. В цьому випадку також отримаємо, що найбільше значення функції = 3.

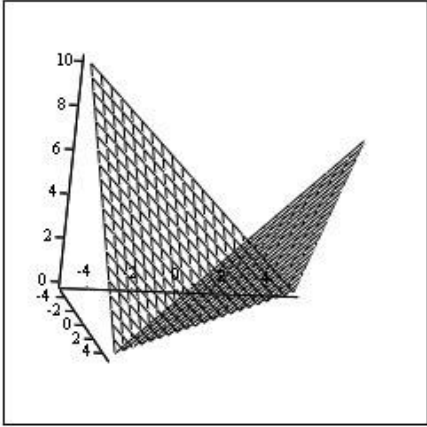
Як бачимо, використовуючи різні програмні засоби (Gran1, Mathcad) для знаходження оптимального розв'язку, ми отримуємо однаковий результат розв'язування задачі. Вибір програмного середовища в процесі дослідження задач залишається за викладачем.



Mathcad - [2,2]

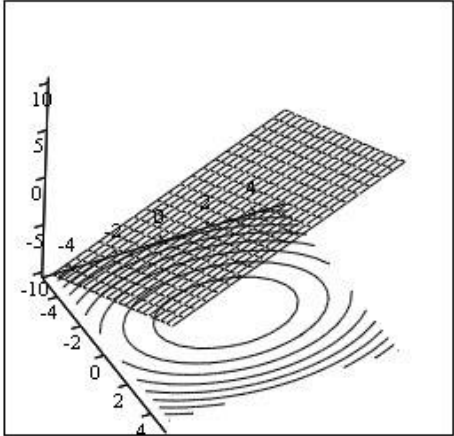
Файл Правка Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Окно  
Справка

$f(x,y) := |x+y|$        $f2(x,y) := -x-y$   
 $f1(x,y) := x+y$        $g(x,y) := \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$



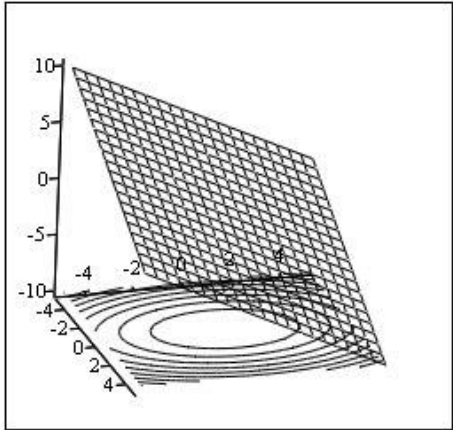
f

$x := 0$      $y := 0$   
 Given  
 $\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}\right) \leq 1$   
 $x1\_max := \text{Maximize}(f1, x, y)$   
 $x1\_max = \begin{pmatrix} 1.112 \\ 2.494 \end{pmatrix}$   
 $f1(x1\_max_0, x1\_max_1) = 3.606$   
 $\text{trunc}(3.606) = 3$



g.f1

$x := 0$      $y := 0$   
 Given  
 $\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}\right) \leq 1$   
 $x2\_max := \text{Maximize}(f2, x, y)$   
 $x2\_max = \begin{pmatrix} -1.112 \\ -2.494 \end{pmatrix}$   
 $f2(x2\_max_0, x2\_max_1) = 3.606$   
 $\text{trunc}(3.606) = 3$



g.f2

Нажмите F1, чтобы открыть справку.      АВТО    NL

Рис. 2.7. Розв'язування прикладу 2.2. за допомогою ППЗ MathCAD

### Приклад 2.3.

*Постановка задачі.* Знайти мінімальне значення функції:

$$Z = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2,$$

за обмежень:

$$\begin{cases} x_1 x_2 \leq 5, \\ x_1 + x_2 \geq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Дана задача є задачею нелінійного програмування, так як цільова функція є нелінійною.

*Вибір програмного засобу.* Для розв'язування даної задачі скористаємося програмним засобом GRAN1.

Скориставшись неявним заданням залежностей між змінними  $x$  і  $y$  (тобто,  $x_1=x$ ,  $x_2=y$ ), потрібно побудувати за допомогою програми GRAN1 графік функції  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 - p1$ .

Геометрично лінія рівня цільової функції являє собою коло з центром у точці  $M(3; 3)$ , квадрат радіуса якого  $R^2 = Z$  (замінивши позначення  $Z$  на  $p1$ , де  $p1$  – змінний параметр) (Рис. 2.8.).

Це означає, що значення цільової функції буде збільшуватися (зменшуватися) зі збільшенням (зменшенням) радіуса кола.

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.*

Звернувшись до послуги програми GRAN1 “Операції / Нерівності / Система нерівностей  $G(x, y) < (>) 0$ ”, та обравши знак нерівності  $>$ , розв'яжемо графічно систему нерівностей

$$\begin{cases} 5 - xy \geq 0, \\ x + y - 11 \geq 0, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases} \quad (\text{див. Рис. 2.9}).$$

Функція  $Z$  має два локальних мінімуми: в точці  $B(0,48; 10,53)$  і в точці  $C(10,53; 0,48)$ . Множина допустимих розв'язків складається з двох окремих необмежених частин.

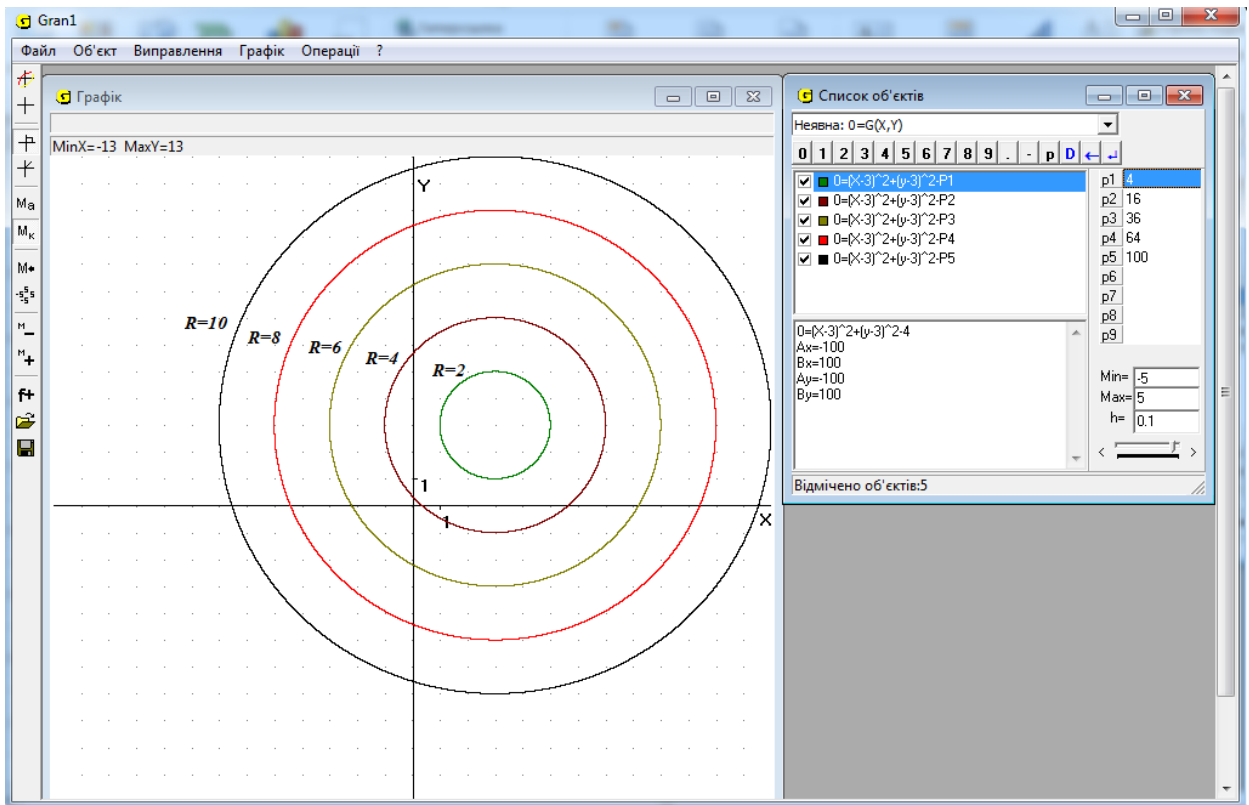


Рис.2.8. Подання умови прикладу 2.3. за допомогою ППЗ Gran1

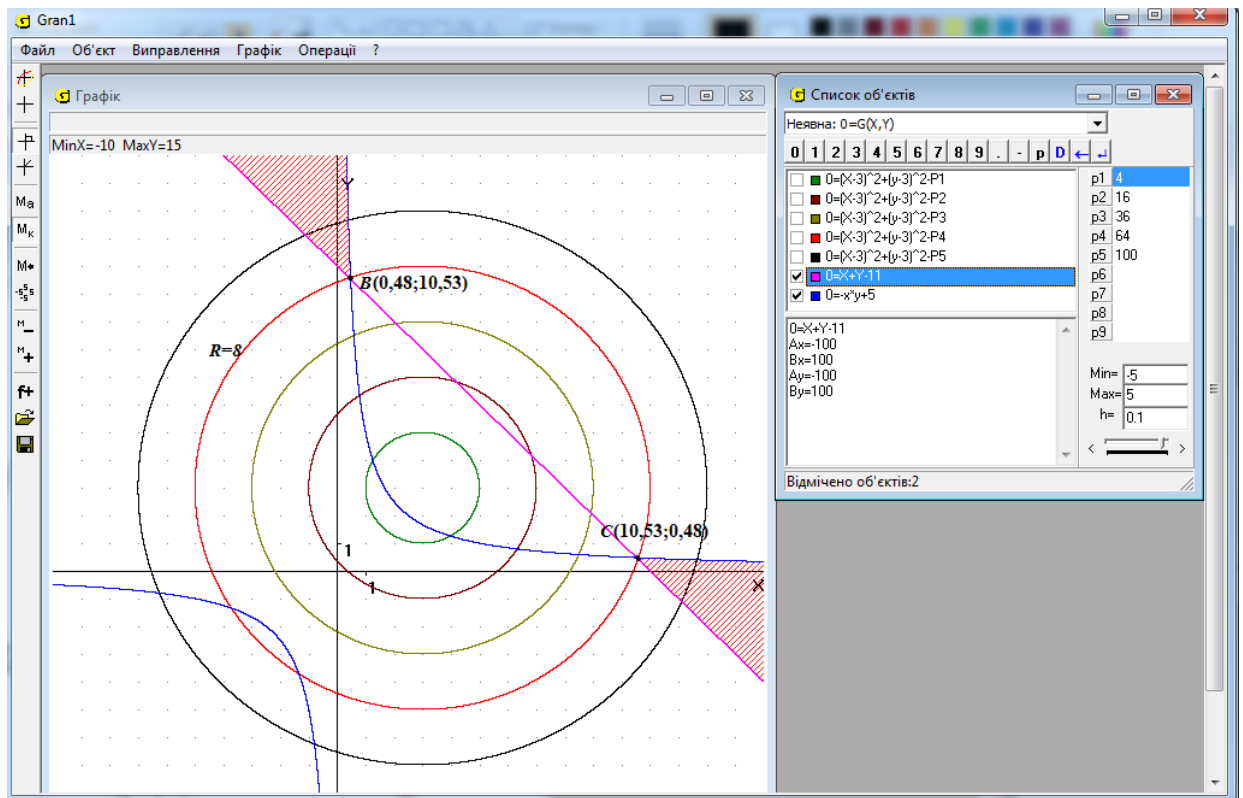


Рис. 2.9. Розв'язування прикладу 2.3. за допомогою ППЗ Gran1

Обчисливши значення цільової функції в цих точках:

$$Z(B) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 = 6,3504 + 56,7009 = 63,0513.$$

$$Z(C) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 = 56,7009 + 6,3504 = 63,0513.$$

отримали, що дана задача містить дві альтернативні точки мінімуму, так як значення функції однакове і рівне в точці В і точці С.

Розв'язування даної задачі ПЗ MathCAD зображено на (Рис.2.10.).

Mathcad - [2.3]

Файл Правка Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Окно  
Справка

Normal Arial 10 B I U

$f(x1, x2) := (x1 - 3)^2 + (x2 - 3)^2$   
 $x1 := 5$   
 $x2 := 1$   
 Given  
 $x1 \cdot x2 \leq 5$   
 $x1 + x2 \geq 11$   
 $x1 \geq 0$   
 $x2 \geq 0$   
 $\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} := \text{Minimize}(f, x1, x2) = \begin{pmatrix} 10.525 \\ 0.475 \end{pmatrix}$   
 $f(x1, x2) = 63$

$f(x1, x2) := (x1 - 3)^2 + (x2 - 3)^2$   
 $x1 := 0$   
 $x2 := 1$   
 Given  
 $x1 \cdot x2 \leq 5$   
 $x1 + x2 \geq 11$   
 $x1 \geq 0$   
 $x2 \geq 0$   
 $\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} := \text{Minimize}(f, x1, x2) = \begin{pmatrix} 0.475 \\ 10.525 \end{pmatrix}$   
 $f(x1, x2) = 63$

Нажмите F1, чтобы открыть справку. АВТО

Рис. 2.10. Розв'язування приклада 2.3. за допомогою ПЗ MathCAD

### Приклад 2.4.

*Постановка задачі.* Знайти максимум і мінімум функції  $F = x_1 + x_2$  за умов

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ -4x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

*Математична модель.* Побудуємо графічно многокутник допустимих розв'язків (рис. 2.11.).

Як видно з рис. 2.11, многокутником допустимих розв'язків є трикутник  $ABC$ . В точках цього трикутника задовільняються умови невід'ємності аргументів і нерівності системи обмежень задачі. Отже, задача буде розв'язана, якщо серед точок трикутника  $ABC$  знайти такі, в яких функція  $F(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  набуває максимального і мінімального значень. Для знаходження цієї точки побудуємо пряму  $x_1 + x_2 = 4$  і вектор  $\vec{C} = (1; 1)$ .

Переміщуючи дану пряму паралельно самій собі у напрямі вектора  $\vec{C}$ , бачимо, що її останньою спільною точкою з многокутником розв'язків задачі є точка  $C$ . Отже, в цій точці функція  $F$  набуватиме максимального значення. Оскільки  $C$  – точка перетину прямих (I) і (II), то на її координатах задовільняються рівняння цих прямих:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 16, \\ x_1 + 3x_2 = 9. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, отримаємо  $x_1^* = 6, x_2^* = 1$ . Таким чином, максимального значення  $F_{max}$  функція  $F(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  набуває в точці  $x_1^* = 6, x_2^* = 1$ .

Для знаходження мінімального значення цільової функції задачі переміщуємо пряму  $x_1 + x_2 = 4$  в напрямі, протилежному напрямі вектора  $\vec{C} = (1; 1)$ . Для визначення координат точки  $A$  розв'язуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 9, \\ x_1 = 0, \end{cases}$$

звідки  $x_1^* = 0, x_2^* = 3$ . Підставляючи знайдені значення змінних у цільову функцію, отримаємо  $F_{min}$ .

*Вибір програмного засобу.* Розв'яжемо дану задачу за допомогою програмного засобу навчального призначення Gran1.

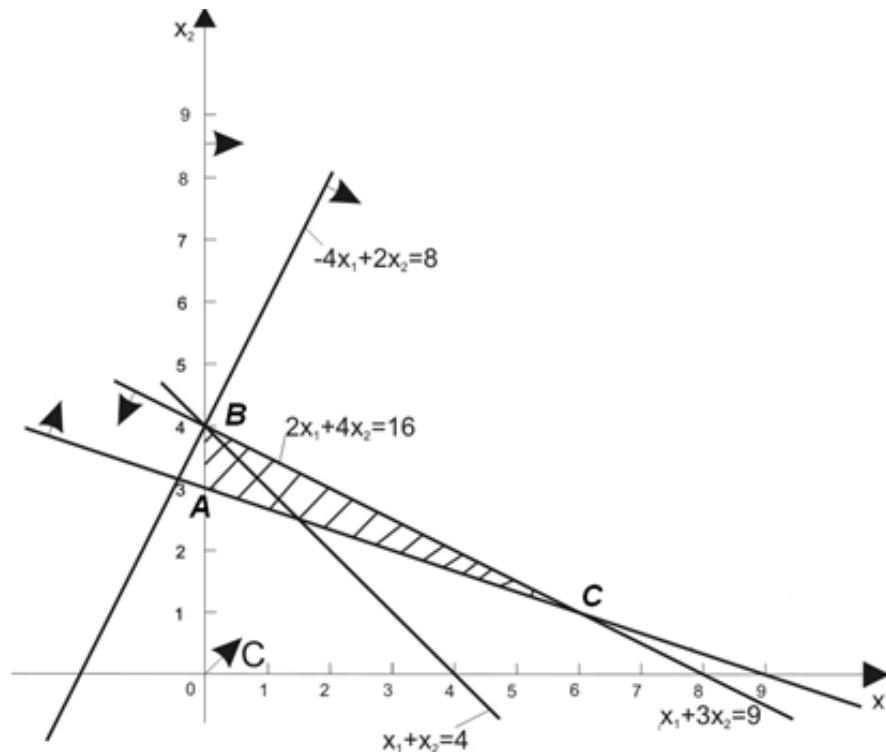


Рис.2.11. Многокутник допустимих розв'язків системи обмежень

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.* Для початку потрібно скористатися неявним заданням залежностей між змінними  $x$  та  $y$  (замінивши позначення  $x_1$  на  $x$  та  $x_2$  на  $y$ ). Цільова функція набудатиме вигляду  $G(x,y) = x + y - p1$ , де  $p1$  – змінний параметр. Обмеження на змінні набудатимуть вигляду:

$$\begin{cases} 2x + 4y - 16 = 0, \\ -4x + 2y - 8 = 0, \\ -x - 3y + 9 = 0, \\ x = 0, \\ y = 0. \end{cases}$$

Звернувшись до послуги “Операції/Нерівності/Системи нерівностей  $G(x,y) < (>) 0$ ”, та обравши знак нерівності  $<$ , розв'яжемо графічно систему нерівностей, надавши спочатку параметру  $p1$  значення один.

Змінюючи далі параметр  $p1$ , цільова функція буде переміщуватися в напрямі вектора  $\vec{C} = (1;1)$  (градієнта цільової функції).

В результаті отримаємо, що цільова функція набуває максимальне значення  $G(x, y)_{max}$  в точці  $(6;1)$ , а мінімальне значення  $G(x, y)_{min}$  в точці  $(0;3)$  (Рис. 2.12).

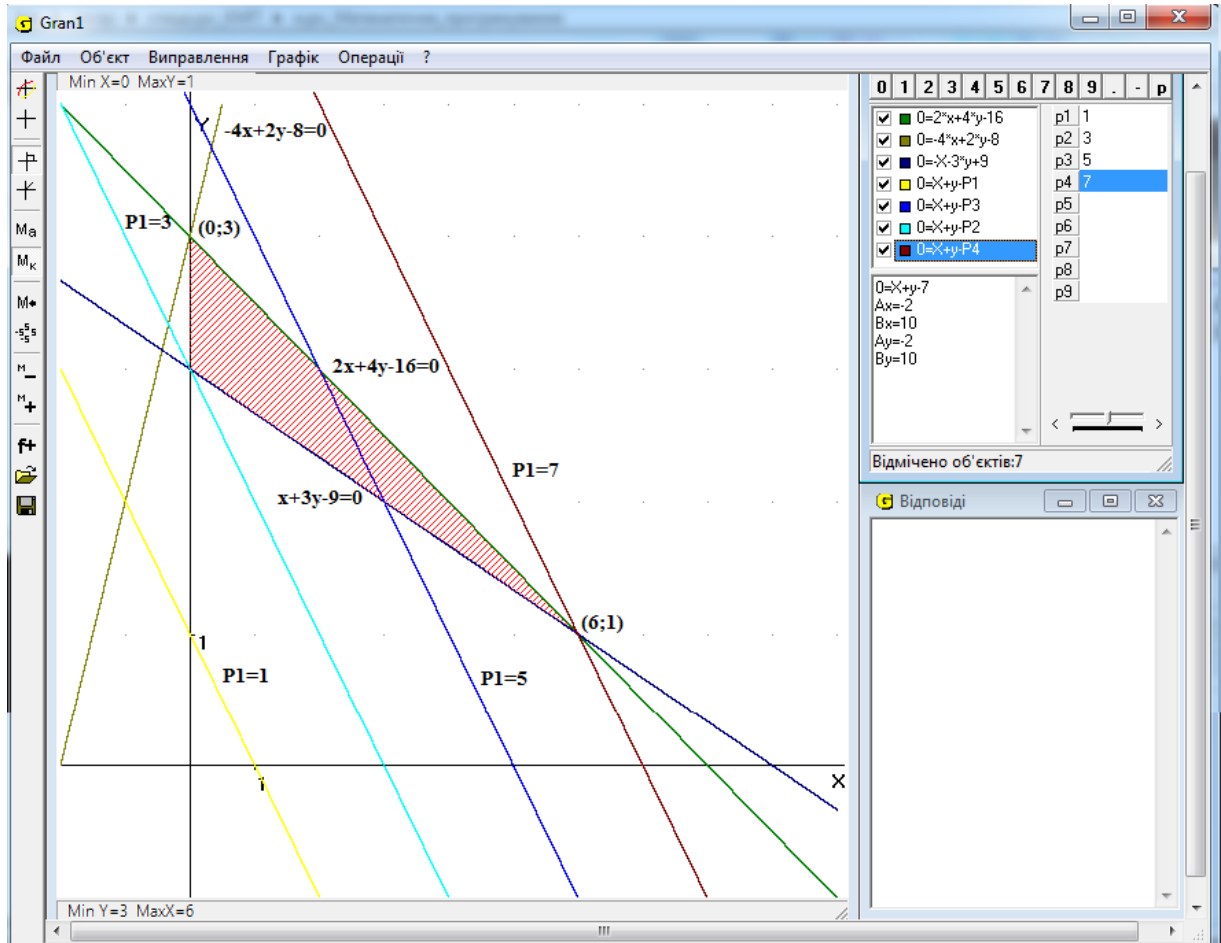


Рис. 2.12. Розв'язування прикладу 2.4. за допомогою ППЗ Gran1

Використовуючи GRAN при розв'язуванні задач математичного програмування, зручно відображати результати у графічному вигляді. Адже, даний програмний засіб дає можливість студентам зробити розв'язування задач математичного програмування настільки ж доступним, як просте розглядання графічних зображень. Застосування відповідних програмних засобів робить доступним, зрозумілим, легким і зручним розв'язування великої кількості задач математичного програмування.

### Приклад 2.5.

*Постановка задачі.* Щомісячний дохід споживача у 1000 гр.од. витрачається на купівлю чотирьох товарів: м'ясо, молоко, хліб та картопля. Припустимо, що м'ясо коштує 40 гр.од. за кг., картопля – 5 гр.од. за кг., молоко – 4 гр.од. за л. і хліб – 2 гр.од. за шт. Але для підтримання здоров'я на нормальному рівні споживач має вживати не менше 8 кг. м'яса на місяць, хоча б 15 л. молока, не більше 15 хлібин і картоплю, за потреби.

Припустимо, що коефіцієнти корисності кожного продукту для споживача становлять: 4 – для 1 кг м'яса, 2,5 – для 1 л молока, 1 – для 1 хлібини, 1 – для 1 кг картоплі. Необхідно визначити за якого споживчого кошика максимізуватиметься корисність відповідного набору продуктів? [203, с. 64].

*Математична модель.* Нехай

- ❖  $x_1$  – кількість м'яса у споживчому кошику (у кг.);
- ❖  $x_2$  – кількість молока у споживчому кошику (у л.);
- ❖  $x_3$  – кількість хліба у споживчому кошику (у шт.);
- ❖  $x_4$  – кількість картоплі у споживчому кошику (у кг.).

Цільова функція:

$$G(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4 \cdot x_1 + 2.5 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + x_4 \rightarrow \max.$$

Обмеження:

$$\begin{cases} 40 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 \leq 1000, \\ x_1 \geq 8, \\ x_2 \geq 15, \\ x_3 \leq 15, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4}, \end{cases}$$

Дана зада є задачею лінійного програмування, в якій потрібно при виборі кожного продукту для споживчого кошика враховувати корисність всіх інших продуктів.

*Вибір програмного засобу.* Використаємо послугу "Пошук розв'язку" у MS Excel для пошуку оптимального розв'язку задачі.



*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.* Для цього спочатку формуємо макет таблиці (відповідні рядки та стовпчики). Колонка 2 стосовно всіх продуктів спочатку заповнюється числом 0. Колонки 3 і 4 – значеннями з умови задачі. Колонка 5 заповнюється формулами добутку елементів колонки 2 та колонки 3 ( $B3 \times C3$ ) стосовно кожного рядка окремо. Колонка 6 заповнюється формулами добутку елементів колонки 2 та колонки 4 ( $B3 \times D3$ ) стосовно кожного рядка окремо.

Результуючий показник – сума чисел в колонці 5 та в колонці 6 (Рис. 2.13).

	A	B	C	D	E	F
		Кількість	Вартість за 1 один.	Корисність від споживання 1 товару	Загальна вартість	Сукупна корисність
1						
2	1	2	3	4	5	6
3	М'ясо	0	40	4	=B3*C3	=B3*D3
4	Молоко	0	4	2,5	=B3*C4	=B3*D4
5	Хліб	0	2	2	=B3*C5	=B3*D5
6	Картопля	0	5	1	=B3*C6	=B3*D6
7	Сума				=СУММ(E3:E6)	=СУММ(F3:F6)
8						
9	Цільова функція	$4 \cdot x_1 + 2.5 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + x_4 \rightarrow \max$				0
10						
11	Обмеження	$40 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4$		$\leq$	1000	
12		$x_1$		$\geq$	8	
13		$x_2$		$\geq$	15	
14		$x_3$		$\leq$	15	
15		$x_i \geq 0, i = \overline{1,4},$		$\geq$	0	

Рис. 2.13. Фрагмент умови представлений у MS Excel

Після того, як таблицю сформовано і формули задано, звертаємося до послуги «Сервіс → Пошук розв'язку».

Для комірки з сукупною корисністю визначаємо параметри оптимізації (пошуку максимального значення) та вводимо всі обмеження в комірки, вміст яких буде змінюватися (Рис. 2.14.).

Розв'язок задачі максимізації корисності наведено на рис. 2.15.

Параметри пошуку розв'язку

Оптимізувати цільову функцію:

До:  Максимуму  Мінімуму  Значення:

Змінюючи комірки змінних:

У відповідності з обмеженнями:

Зробити змінні без обмежень невід'ємними

Виберіть метод розв'язку: Пошук розв'язку лінійних задач за симплекс-методом

Метод розв'язування  
 В разі гладких нелінійних задач використовуйте пошук розв'язку нелінійних задач за методом ОПГ, для лінійних задач - пошук розв'язку лінійних задач за симплекс-методом, для негладких задач - еволюційний пошук розв'язку.

Довідка      Знайти розв'язок      Закрити

Рис. 2.14. Вікно «Параметри пошуку розв'язку»

	A	B	C	D	E	F
		Кількість	Вартість за 1 один.	Корисність від споживання 1 товару	Загальна вартість	Сукупна корисність
1						
2	1	2	3	4	5	6
3	М'ясо	8	40	4	320	32
4	Молоко	162,5	4	2,5	32	20
5	Хліб	15	2	2	16	16
6	Картопля	0	5	1	40	8
7		Сума			408	76
8						
9		Цільова функція	$4 \cdot x_1 + 2.5 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + x_4 \rightarrow \max$			468,25
10						
11		Обмеження	$40 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4$	$\leq$	1000	
12	$x_1$		$\geq$	8		
13	$x_2$		$\geq$	15		
14	$x_3$		$\leq$	15		
15	$x_i \geq 0, i = 1,4,$		$\geq$	0		

Рис. 2.15. Отриманий результат представлений у MS Excel

Максимальну корисність за умов виконання всіх обмежень споживач отримуватиме, коли в його місячному споживчому кошику буде 8 кг. м'яса, 162.5 л. молока, 15 хлібин. Від споживання картоплі слід відмовитись.

Реалізувати дану задачу можна за допомогою ПЗ MathCAD (рис. 2.16).

Mathcad - [2.5]

Файл Правка Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Окно

Справка

100%

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) := 4 \cdot x_1 + 2.5 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + x_4$

$x_1 := 0 \quad x_2 := 0 \quad x_3 := 0 \quad x_4 := 0$

Given

$40 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 \leq 1000$

$x_1 \geq 8$

$x_2 \geq 15$

$x_3 \leq 15$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0$

$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} := \text{Maximize}(f, x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{pmatrix} 8 \\ 162.5 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix}$

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 468.25$

Рис. 2.16. Розв'язування прикладу 2.5. за допомогою ПЗ MathCAD

Вказавши цільову функцію та обмеження, наведені в умові задачі, звертаємося до функції *Maximize* (повертає максимальне значення цільової функції). В результаті отримуємо такі ж самі результати, що і в процесі розв'язування за допомогою *MS Excel*.

### Приклад 2.6.

*Постановка задачі.* Розглянемо задачу стосовно знаходження найкоротшого шляху між заданими пунктами в дорожній мережі, через яку з'єднуються 8 населених пунктів в деякому географічному районі. Мережа доріг задана у вигляді схеми (зв'язного графа), що складається з 8 вершин і 15 дуг. Довжина дороги (км) між двома сусідніми населеними пунктами рівна значенню, яке вказано поряд із відповідною дугою на графі (Рис.2.17.).

Потрібно знайти найкоротший шлях від початкового пункту 1, якому відповідає вершина  $v_1$ , до кінцевого пункту 8, якому відповідає вершина  $v_8$ .

*Математична модель.* Змінними математичної моделі даної задачі про найкоротший шлях є 15 змінних:

$x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{24}, x_{25}, x_{34}, x_{36}, x_{45}, x_{46}, x_{47}, x_{57}, x_{58}, x_{67}, x_{68}, x_{78}$ , де  $x_{ij}$

– ознака включення в шуканий шлях ділянки шляху від населеного пункту  $v_i$

до населеного пункту  $v_j, i \in \overline{1, 8}, j \in \overline{1, 8}$ .

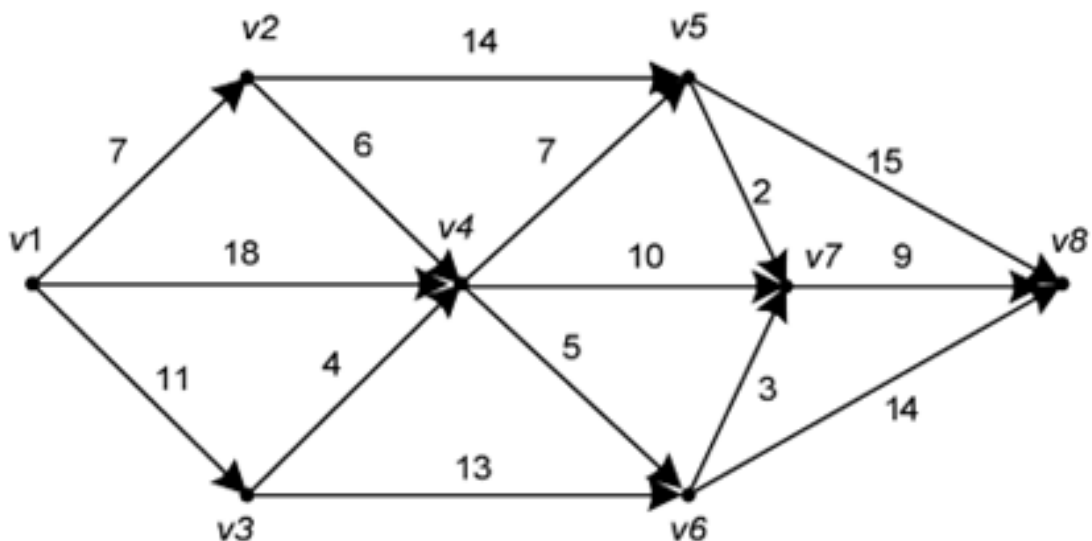


Рис.2.17. Зв'язний граф

Кожна із змінних  $x_{ij}$  набуває значення 1, якщо дуга  $v_i v_j$  включається в обраний шлях, і значення 0 – в протилежному випадку (якщо дуги, наприклад  $v_1 v_5$  і т.п. не існує, тоді природно, що  $x_{1,5}$  буде дорівнювати нулеві (за матрицею зв'язності). Якщо  $x_{ij} = 0$  через те, що не існує ребра  $v_i v_j$ , то в цільову функцію така змінна  $x_{ij}$  не входить. В розглядуваному разі цільова функція набуває вигляду:

$$Z(x_{ij}) = 7x_{12} + 11x_{13} + 18x_{14} + 6x_{24} + 14x_{25} + 4x_{34} + 13x_{36} + \\ + 7x_{45} + 5x_{46} + 10x_{47} + 2x_{57} + 15x_{58} + 3x_{67} + 12x_{68} + 9x_{78}.$$

Складемо та опишемо обмеження на значення шуканих змінних.

З населеним пунктом  $v_1$  межують три населені пункти  $v_2, v_3, v_4$ . Тому, лише одна із ланок дороги ( $v_1 v_2, v_1 v_3, v_1 v_4$ ) буде включена до найкоротшого шляху дорожньої мережі. Отже, одна із змінних  $x_{12}, x_{13}, x_{14}$  набуває значення 1, інші дві набувають значень 0. Звідси, слідує рівняння  $x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$ . Аналогічно, лише одна із ланок дороги ( $v_5 v_8, v_6 v_8, v_7 v_8$ ) включатиметься до найкоротшого шляху. Тому  $x_{58} + x_{68} + x_{78} = 1$ .

Якщо припустити, що ланка (ребро)  $v_1 v_2$  включатиметься до найкоротшого шляху, тобто  $x_{12} = 1$ , оскільки з населеним пунктом  $v_2$  межують  $v_4, v_5$ , то лише одна із доріг  $v_2 v_4, v_2 v_5$  включатиметься до найкоротшого шляху від  $v_1$  до  $v_8$  вздовж дорожньої мережі. Звідси – одна із змінних  $x_{24}, x_{25}$  набуває значення 1, інша – 0. Тому,  $x_{12} - (x_{24} + x_{25}) = 0$ . Так само, якщо дуга  $v_1 v_3$  включатиметься до найкоротшого шляху, тобто  $x_{13} = 1$ , тоді  $v_3$  межує з  $v_4, v_6$ . Отже, лише одна із ланок дороги  $v_3 v_4, v_3 v_6$  буде включена до найкоротшого шляху в дорожній мережі. Тому  $x_{13} - (x_{34} + x_{36}) = 0$ .

У населений пункт  $v_4$  є можливість потрапити з трьох населених пунктів  $v_1, v_2, v_3$ . Звідси – одна із ланок дороги  $v_1 v_4, v_2 v_4, v_3 v_4$  буде входить до найкоротшого шляху в дорожній мережі (одна із змінних  $x_{14}, x_{24}, x_{34}$  набуває значення 1, інші – 0). Щоб виїхати з даного населеного пункту  $v_4$ , існує також

три шляхи:  $v_4 v_5$ ,  $v_4 v_6$ ,  $v_4 v_7$ , один з яких буде входити до найкоротшого шляху від  $v_1$  до  $v_8$  вздовж дорожньої мережі (одна із змінних  $x_{45}$ ,  $x_{46}$ ,  $x_{47}$  набуває значення 1, інші – 0). Тому  $x_{14} + x_{24} + x_{34} - (x_{45} + x_{46} + x_{47}) = 0$ .

У населений пункт  $v_5$  є можливість потрапити з двох населених пунктів  $v_2$ ,  $v_4$ . Звідси – одна із ланок дороги  $v_2 v_5$ ,  $v_4 v_5$  буде входити до найкоротшого шляху від  $v_1$  до  $v_8$  в дорожній мережі (одна із змінних  $x_{25}$ ,  $x_{45}$  набуває значення 1, інша – 0). Щоб виїхати з даного населеного пункту  $v_5$ , існує також два шляхи:  $v_5 v_7$ ,  $v_5 v_8$ , один з яких буде входити до найкоротшого шляху від  $v_1$  до  $v_8$  в дорожній мережі (одна із змінних  $x_{57}$ ,  $x_{58}$  набуває значення 1, інша – 0). Тому  $x_{25} + x_{45} - (x_{57} + x_{58}) = 0$ .

У населений пункт  $v_6$  є можливість потрапити з двох населених пунктів  $v_2$ ,  $v_4$ . Звідси – одна із ланок дороги  $v_3 v_6$ ,  $v_4 v_6$  буде входити до найкоротшого шляху від  $v_1$  до  $v_8$  в дорожній мережі (одна із змінних набуває значення 1, інша – 0). Щоб виїхати з даного населеного пункту  $v_6$ , існує також два шляхи:  $v_6 v_7$ ,  $v_6 v_8$ , один з яких буде входити до найкоротшого шляху від  $v_1$  до  $v_8$  в дорожній мережі (одна із змінних  $x_{67}$ ,  $x_{68}$  набуває значення 1, інша – 0). Тому  $x_{36} + x_{46} - (x_{67} + x_{68}) = 0$ .

У населений пункт  $v_7$  є можливість потрапити з трьох населених пунктів  $v_4$ ,  $v_5$ ,  $v_6$ . Звідси слідує, що одна із ланок дороги  $v_4 v_7$ ,  $v_5 v_7$ ,  $v_6 v_7$  буде входити до найкоротшого шляху від  $v_1$  до  $v_8$  в дорожній мережі (одна із змінних  $x_{47}$ ,  $x_{57}$ ,  $x_{67}$  набуває значення 1, інші – 0). Виїхати з даного населеного пункту  $v_7$  можливо лише одним шляхом –  $v_7 v_8$ , тому він буде входити до найкоротшого шляху від  $v_1$  до  $v_8$  в дорожній мережі (змінна  $x_{78}$  набуває значення 1). Звідси слідує:  $x_{47} + x_{57} + x_{67} - x_{78} = 0$ .

Таким чином, обмеження на змінні в даній задачі набувають вигляду:

$$\begin{cases} x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1; \\ x_{58} + x_{68} + x_{78} = 1; \\ x_{12} - (x_{24} + x_{25}) = 0; \\ x_{13} - (x_{34} + x_{36}) = 0; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} - (x_{45} + x_{46} + x_{47}) = 0; \\ x_{25} + x_{45} - (x_{57} + x_{58}) = 0; \\ x_{36} + x_{46} - (x_{67} + x_{68}) = 0; \\ x_{47} + x_{57} + x_{67} - x_{78} = 0; \\ x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{24}, x_{25}, x_{34}, x_{36}, x_{45}, \\ x_{46}, x_{47}, x_{57}, x_{58}, x_{67}, x_{68}, x_{78} \in \{0,1\}. \end{cases}$$

*Вибір програмного засобу. Задачу розв'язуватимемо за допомогою програмного засобу MS Excel.*

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.*

1. В клітинки A2:A16 введемо індекси початкових вершин, а в клітинки B2:B16 – індекси кінцевих вершин всіх можливих дуг дорожньої мережі.

2. В клітинки C2:C16 введемо значення коефіцієнтів цільової функції.

3. В клітинку F2 введемо вираз цільової функції:  
 $=\text{СУМДОБУТК}(C2:C16;D2:D16)$  – сума добутків довжин дуг та значень змінних  $x_{ij}$ .

4. В клітинки E2:E9 вводимо обмеження:

$$=\text{СУМ}(D2:D4)$$

$$=D2-\text{СУМ}(D5:D6)$$

$$=D3-\text{СУМ}(D7:D8)$$

$$=\text{СУМ}(D4:D5;D7)-\text{СУМ}(D9:D11)$$

$$=\text{СУМ}(D6;D9)-\text{СУМ}(D12:D13)$$

$$=\text{СУМ}(D8;D10)-\text{СУМ}(D14:D15)$$

$$=\text{СУМ}(D11:D12;D14)-D16$$

$$=\text{СУМ}(D13;D15:D16)$$

де, наприклад,  $\text{СУМ}(D2:D4)$  – сума чисел, вказаних в діапазоні клітинок від D2 до D4;  $\text{СУМ}(D4:D5;D7)$  – сума всіх чисел, вказаних в діапазоні клітинок від D4 до D5 та в клітинці D7.

Загальний вигляд робочого аркуша MS Excel з вхідними даними зображено на рис. 2.18.

	A	B	C	D	E	F
1	$V_i$	$V_j$	$C_{ij}$	Змінні	Обмеження	Цільова функція
2	1	2	7		=СУМ(D2:D4)	=СУМДОБУТК(C2:C16;D2:D16)
3	1	3	11		=D2-СУМ(D5:D6)	
4	1	4	18		=D3-СУМ(D7:D8)	
5	2	4	6		=СУМ(D4:D5;D7)-СУМ(D9:D11)	
6	2	5	14		=СУМ(D6;D9)-СУМ(D12:D13)	
7	3	4	4		=СУМ(D8;D10)-СУМ(D14:D15)	
8	3	6	13		=СУМ(D11;D12;D14)-D16	
9	4	5	7		=СУМ(D13;D15:D16)	
10	4	6	5			
11	4	7	10			
12	5	7	2			
13	5	8	13			
14	6	7	5			
15	6	8	12			
16	7	8	9			

Рис. 2.18. Фрагмент умови представлений у MS Excel

Далі потрібно звернутися до послуг *Сервіс/ Пошук розв'язку*, після чого з'явиться допоміжне вікно, в якому необхідно вказати наступне:

1. У полі *"Оптимізувати значення цільової функції"* вказати адресу клітинки, де міститимуться результати обчислення значень цільової функції – \$F\$2;

2. У полі *"До"*: вибираємо перемикач *"Мінімум"*;

3. У полі *"Змінюючи значення змінних в клітинках"* вказуємо діапазон клітин \$D\$2:\$D\$16 – не виключено, що їх вмісти будуть змінюватися в процесі пошуку розв'язку (рис. 2.19);

4. Вводимо обмеження на значення змінних в розділі *"У відповідності з обмеженнями"*. Для цього необхідно звернутися до послуги *"Додати"*, після чого відкривається допоміжне вікно *"Додавання обмеження"* (рис. 2.20).

Після звернення до послуги *"Знайти розв'язок"* (рис. 2.19) з'являються результати обчислень.



Параметри пошуку розв'язку

Оптимізувати цільову функцію: SF\$2

До:  Максимуму  Мінімуму  Значення: 0

Змінюючи комірки змінних: \$D\$2:\$D\$16

У відповідності з обмеженнями:

\$D\$2:\$D\$16 = бінарне  
 \$E\$9 = 1  
 \$E\$2 = 1  
 \$E\$3:\$E\$8 = 0

Зробити змінні без обмежень невід'ємними

Виберіть метод розв'язку: Пошук розв'язку нелінійних задач за методом ОПП

Метод розв'язування  
 В разі гладких нелінійних задач використовуйте пошук розв'язку нелінійних задач за методом ОПП, для лінійних задач - пошук розв'язку лінійних задач за симплекс-методом, для негладких задач - еволюційний пошук розв'язку.

Довідка      Знайти розв'язок      Закрити

Додати      Змінити      Видалити      Скинути      Завантажити/Зберегти

Рис.2.19. Вікно «Параметри пошуку розв'язку»

Додавання обмеження

Посилання на клітинки: \$D\$2:\$D\$16

Обмеження: = бінарне

ОК      Додати      Відміна

Рис. 2.20. Вікно «Додавання обмеження»

Результатом розв'язування задачі про найкоротший шлях є оптимальні значення змінних:  $x_{12} = 1, x_{24} = 1, x_{46} = 1, x_{67} = 1, x_{78} = 1$ , значення решти змінних дорівнюють 0. Оптимальне значення цільової функції –  $\min Z(x_{ij}) = 30$ . (рис. 2.21.).

	A	B	C	D	E	F
1	$V_i$	$V_j$	$C_{ij}$	Змінні	Обмеження	Цільова функція
2	1	2	7	1	1	30
3	1	3	11	0	0	
4	1	4	18	0	0	
5	2	4	6	1	0	
6	2	5	14	0	0	
7	3	4	4	0	0	
8	3	6	13	0	0	
9	4	5	7	0	1	
10	4	6	5	1		
11	4	7	10	0		
12	5	7	2	0		
13	5	8	15	0		
14	6	7	5	0		
15	6	8	14	1		
16	7	8	9	0		

Рис. 2.21. Отриманий результат представлений у MS Excel

Проаналізувавши знайдені розв'язки даної задачі, можна стверджувати, що найкоротший шлях від вершини 1 до вершини 8 складається з наступних дуг:  $v_1v_2$ ,  $v_2v_4$ ,  $v_4v_6$ ,  $v_6v_7$ ,  $v_7v_8$ .

Тим самим знайдений найкоротший шлях із початкового населеного пункту  $v_1$  до кінцевого  $v_8$ , за яким визначаються послідовні переходи між сусідніми населеними пунктами: від  $v_1$  до  $v_2$ , від  $v_2$  до  $v_4$ , від  $v_4$  до  $v_6$ , від  $v_6$  до  $v_7$ , від  $v_7$  до  $v_8$  (рис. 2.22.). В такому разі загальна довжина шляху буде мінімальна і дорівнюватиме 30 км.

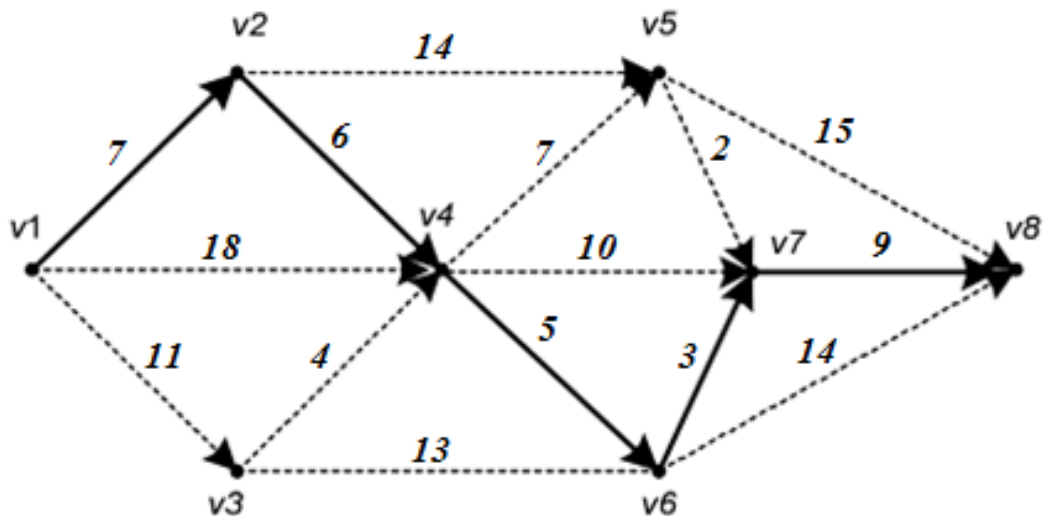


Рис. 2.22. Найкоротший шлях між заданими пунктами

### Приклад 2.7.

*Постановка задачі.* Нехай потрібно виготовити кормову суміш для тварин найменшої вартості з наявних продуктів, якщо відомі характеристики кожного з наявних продуктів за речовинами та норми, які повинні задовільнятися стосовно суміш.

Припустимо, що відсоткова частка першої речовини в кожному з  $n$  продуктів дорівнює  $b_i$ ,  $i \in \overline{1, n}$ . Відсоткова частка першої речовини у кінцевій суміші має бути не меншою ніж  $B$ . Вміст другої речовин в розглянутих компонентах становить  $X_i$ ,  $i \in \overline{1, n}$ , причому всі  $X_i$  – це випадкові величини з нормальними розподілами ймовірностей на множинах  $\Omega_i$  їх значень з параметрами відповідно  $\mu_i$  та  $\sigma_i^2$ . Вміст вітамінів у кормі для тварин має бути не менше  $T\%$  за ймовірності події  $p$ . Ціни розглянутих компонентів –  $r_i$ ,  $i \in \overline{1, n}$ , відповідно. Потрібно мінімізувати вартість суміші.

*Математична модель.* Для цього розглянемо функцію  $z$  (цільову функцію) від аргументів  $a_i$ ,  $i \in \overline{1, n}$ , – відсоткових кількостей речовин у суміші.

$$z(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n r_i \cdot a_i \rightarrow \min,$$

за обмежень

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n b_i \cdot a_i > B, \\ P_z\left(\sum_{i=1}^n X_i a_i \geq T\right) \geq p, \\ \sum_{i=1}^n a_i = 1, \\ a_i > 0, \quad i \in \overline{1, n}. \end{array} \right.$$

Для прикладу розглянемо таку задачу, коли  $n = 2$ . Нехай  $B = 2.9$ ,  $T = 21$ ,  $p = 0.8$ .

№	$b_i$	$\mu_i$	$\sigma_i^2$	$r_i$
1	2.60	15.0	0.2809	24.55
2	5.60	40.0	20.250	26.75

Враховуючи обмеження  $a_1 + a_2 = 1$  звідки  $a_2 = 1 - a_1$ , перейдемо до розгляду функцій однієї змінної, замінивши  $a_2$  на  $1 - a_1$ . Таким чином систему обмежень буде зведено до системи лінійних нерівностей з однією змінною.

Потрібно мінімізувати значення функції  $r_1 a_1 + r_2 (1 - a_1) = (r_2 - r_1) a_1 + r_2 \rightarrow \min$  або  $r_1 a_1 + r_2 a_2 \rightarrow \min$ , де  $a_1 \in [0; 1]$ . Таким чином, можна розглядати одну змінну  $a_1$  з обмеженням  $0 \leq a_1 \leq 1$ .

Підставивши в отриманий вираз цільової функції числові значення  $r_1$  і  $r_2$ , отримаємо задачу мінімізації функції  $z(a_1) = 26.75 - 2.2a_1 \rightarrow \min!$ . Очевидно мінімум функції  $z(a_1)$  досягається за максимально можливого значення  $a_1$  з врахуванням заданих обмежень, тобто отримуємо вираз

$$a_1 \rightarrow \max, a_1 \in [0; 1].$$

Розглянемо систему обмежень, враховуючи заміну змінних, за якої  $b_1 a_1 + b_2 a_2 > B$  відповідно набуде вигляду  $5.6 - 3a_1 > 2.9$ . Розв'язавши цю нерівність, отримаємо друге обмеження

$$a_1 < 0.9.$$

Оскільки розподіли на множинах значень незалежних випадкових величин  $X_i$  нормальні, то можна скористатись фактом, що сукупний розподіл ймовірностей на множині значень пари  $(X_1; X_2)$  випадкових величин  $X_1$  і  $X_2$ , тобто на множині  $\Omega_{X_1} \times \Omega_{X_2}$  є також нормальний, причому для незалежних випадкових величин  $X_1$  та  $X_2$  якщо  $Z = a_1 X_1 + a_2 X_2$ , то  $M[Z] = a_1 M[X_1] + a_2 M[X_2]$ ,

$$\sqrt{D[Z]} = \sqrt{a_1^2 D^2[X_1] + a_2^2 D^2[X_2]},$$

Таким чином, математичне сподівання та дисперсію випадкової величини  $a_1 X_1 + a_2 X_2$  можна записати як функцію від однієї змінної  $a_1$  –

$$\begin{aligned} M[a_i] &= a_1 \cdot \mu_1 + (1 - a_1) \cdot \mu_2 = \\ &= a_1 \cdot \mu_1 + \mu_2 - a_1 \cdot \mu_2 = a_1 \cdot (\mu_1 - \mu_2) + \mu_2, \end{aligned}$$

$$\sqrt{D[a_i]} = \sqrt{\sigma_1^2 \cdot a_1^2 + \sigma_2^2 \cdot (1 - a_1)^2}.$$

В розглядуваному прикладі:  $M[a_i] = 40 - 25a_1$ ,

$$\sqrt{D[a_i]} = \sqrt{20.5309a_1^2 - 40.50a_1 + 20.25}. \quad \text{Одновимірний}$$

нормальний розподіл ймовірностей на числовій осі можна задати через

щільність розподілу  $f(t; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ . Ймовірність потрапити в інтервал

$P((-\infty; t_0])$  можна обчислити за формулою  $P((-\infty; t_0)) = \int_{-\infty}^{t_0} f(t; \mu; \sigma) dt$ .

Для прикладу розглянемо значення  $t_0 = 21$ .

Набір значень даного інтеграла для значень  $t$  називають функцією помилок, або функцією Лапласа (інтеграл ймовірності). Як відомо, функція Лапласа

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_0} e^{-\frac{t_0^2}{2}} dt, \quad \Phi(-t) = -\Phi(t) \text{ – непарна функція,}$$

$$\Phi(-\infty) = -\frac{1}{2}, \quad \Phi(+\infty) = \frac{1}{2}.$$

$$F(t) = P((-\infty; t_0)) = \frac{1}{2} + \Phi(t)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_0} e^{-\frac{t_0^2}{2}} dt = \int_{-\infty}^{t_0} f(t; \mu; \sigma) dt, \quad F(-\infty) = 0, \quad F(+\infty) = 1.$$

Функція Лапласа не може бути подана через елементарні функції, але розклавши підінтегральний вираз у ряд Тейлора та почленно проінтегрувавши, можна отримати подання функції у вигляді ряду:

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!(2n+1)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} - \frac{x^7}{42} + \frac{x^9}{216} - \dots \right).$$

Оскільки  $1 = P((-\infty; \infty)) = P((-\infty; t_0)) + P([t_0; \infty))$ , то  $P([t_0; \infty)) = 1 - P((-\infty; t_0))$ .

$1 - F(t_0) = P((t_0; +\infty))$  – додаткова функція нормального розподілу ймовірності, де  $F(t_0) = P((-\infty; t_0))$ .

Оскільки для даної задачі  $t$  фіксоване,  $t = 21$ , а значення  $\mu(a_1)$  та  $\sigma(a_1)$  залежать від змінної  $a_1$ , то можна побудувати додаткову функцію  $p(a_1) = 1 - F(a_1) \geq 0$ , як  $p(a_1) = 1 - F\left(\frac{T - \mu(a_1)}{\sqrt{2}\sigma(a_1)}\right) \geq 0, a_1 \in [0; 1]$ .

Значення даної функції – ймовірність того, що вміст другої речовини буде не менше  $T$ . Графік функції  $p(a_1)$  зображено на Рис. 2.23.

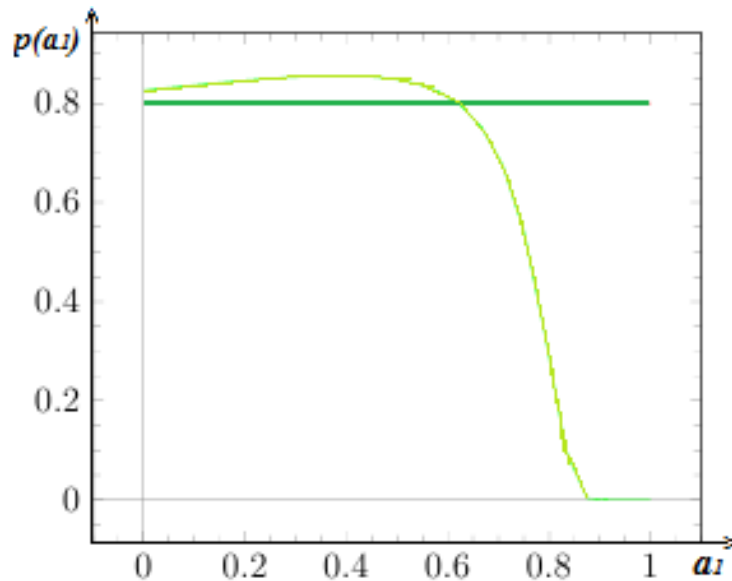


Рис. 2.23. Графік функції  $p(a_1)$

Розв'язавши рівняння  $p(a_1) \geq 0$ , знайдемо  $a_1 = 0.62$ .

Таким чином, цільова функція  $Z(a_i) = 26.75 - 2.2a_1$  в точці  $a_1 = 0.62$  набуває  $Z(0.62) = 26.75 - 2.2 \cdot 0.62 = 25.386$ .

Отже мінімум функції досягається, коли  $a_1 = 0.62, a_2 = 0.38$ , тобто для того, щоб витрати на виготовлення суміші були мінімальні і задані обмеження не порушувалися, потрібно взяти 62% першого продукту і 38% – другого.

Дана задача з випадковими аргументами за якими визначається множина допустимих розв'язків, а отже є задачею стохастичного програмування.

*Вибір програмного засобу.* Скориставшись таблицею Excel, внонисомо до електронних розглядувані дані, скористаємося, вказавши відповідні формули та обмеження, послугою «Пошук розв'язку». Отримаємо таку саму відповідь (див Рис. 2.24.).

*Комп'ютерний експеримет, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.* Розв'язавши рівняння  $p(a_1) \geq 0$ , знайдемо  $a_1 = 0.62$ .

Таким чином, цільова функція  $Z(a_i) = 26.75 - 2.2a_1$  в точці  $a_1 = 0.62$  набуває  $Z(0.62) = 26.75 - 2.2 \cdot 0.62 = 25.386$ .

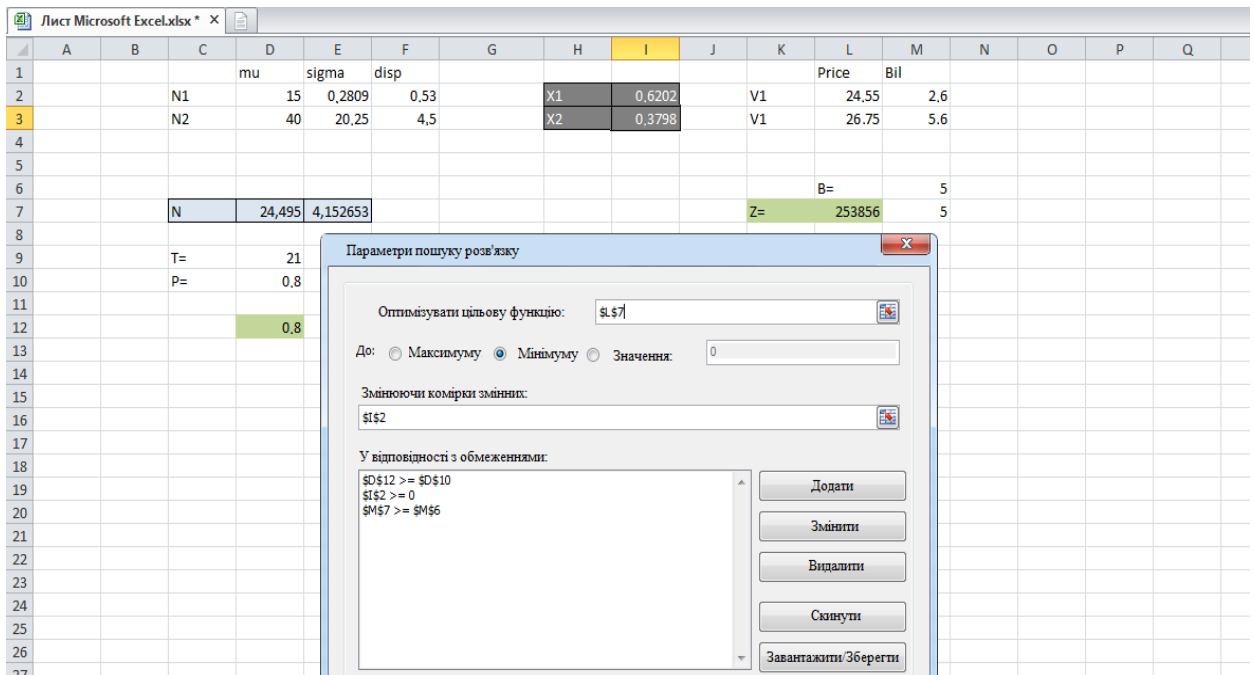


Рис. 2.24. Отриманий результат представлений у MS Excel

Отже мінімум функції досягається, коли  $a_1=0.62, a_2=0.38$ , тобто для того, щоб витрати на виготовлення суміші були мінімальні і задані обмеження не порушувалися, потрібно взяти 62% першого продукту і 38% – другого.

В таблиці 2.4. наведено приклад формул для необхідних обчислень.

Таблиця 2.4.

**Приклад формул для обчислень.**

Клітинка	Формула
I3	$1 - I2$
M7	$I2 * M2 + I3 * M3$
D7	$D2 * I2 + D3 * I3$
E7	$(F2 * I2 + F3 * I3) * (F2 * I2 + F3 * I3)$
L7	$I2 * L2 + I3 * L3$

**Приклад 2.8.**

*Постановка задачі.* Фірма розробила шість бізнес-планів  $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$  для їх здійснення у наступному році. Залежно від зовнішніх умов (погодних умов, стану ринку тощо) виокремлено п'ять ситуацій  $(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5)$ . Для кожного варіанта  $X_i$ ,  $(i \in \overline{1,6})$ , бізнес-плану та зовнішньої ситуації  $Y_j$ ,  $(j \in \overline{1,5})$  обчислені прибутки, які наведені у таблиці 2.5.

Необхідно вибрати найкращий варіант бізнес-плану або оптимальну комбінацію розроблених планів [38, с.69].

**Таблиця 2.5.**

**Оптимальна комбінація розроблених планів фірмою.**

Варіант бізнес- плану	Зовнішня ситуація				
	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
	прибутки, тис. од.				
$X_1$	1.0	1.5	2.0	2.7	3.2
$X_2$	1.2	1.4	2.5	2.9	3.1
$X_3$	1.3	1.6	2.4	2.8	2.1
$X_4$	2.1	2.4	3.0	2.7	1.8
$X_5$	2.4	2.9	3.4	1.9	1.5
$X_6$	2.6	2.7	3.1	2.3	2.0

*Математична модель.* Розглянемо гру, елементами платіжної матриці якої є відповідні елементи наведеної таблиці. Легко переконатися, що домінуючих стратегій у цій грі немає.

Далі визначаємо:

$$\alpha = \max \{ \min(1.0; 1.5; 2; 2.7; 3.2); \min(1.2; 1.4; 2.5; 2.9; 3.1); \min(1.3; 1.6; 2.4; 2.8; 2.1); \min(2.1; 2.4; 3; 2.7; 1.8); \min(2.4; 2.9; 3.4; 1.9; 1.5); \min(2.6; 2.7; 3.1; 2.3; 2) \} = \max \{ 1.0; 1.2; 1.3; 1.8; 1.5; 2 \} = 2,$$

а також

$$\beta = \min \{ \max(1.0; 1.2; 1.3; 2.1; 2.4; 2.6); \max(1.5; 1.4; 1.6; 2.4; 2.9; 2.7); \max(2; 2.5; 2.4; 3; 3.4; 3.1); \max(2.7; 2.9; 2.8; 2.7; 1.9; 2.3); \max(3.2; 3.1; 2.1; 1.8; 1.5; 2) \} = \min \{ 2.6; 2.9; 3.4; 2.9; 3.2 \} = 2.6.$$

Отже,  $\alpha \neq \beta$ , тобто немає сідлової точки, а це означає, що необхідно шукати змішані стратегії, для чого потрібно розв'язати відповідну задачу лінійного програмування:

$$Z = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 \rightarrow \min$$

за умов:



$$\begin{cases} t_1 + 1.2t_2 + 1.3t_3 + 2.1t_4 + 2.4t_5 + 2.6t_6 \geq 1; \\ 1.5t_1 + 1.4t_2 + 1.6t_3 + 2.4t_4 + 2.9t_5 + 2.7t_6 \geq 1; \\ 2t_1 + 2.5t_2 + 2.4t_3 + 3t_4 + 3.4t_5 + 3.1t_6 \geq 1; \\ 2.7t_1 + 2.9t_2 + 2.8t_3 + 2.7t_4 + 1.9t_5 + 2.3t_6 \geq 1; \\ 3.2t_1 + 3.1t_2 + 2.1t_3 + 1.8t_4 + 1.5t_5 + 2t_6 \geq 1; \\ t_i \geq 0, \quad (i \in \overline{1,6}). \end{cases}$$

Дана задача є задачею теорії ігор на знаходження найкращого варіанту бізнес–плану із шести запропонованих фірмою.

*Вибір програмного засобу.* Розв’яжемо дану задачу за допомогою ПЗ Excel та *Mathcad*.

*Комп’ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.* Для цього потрібно вказати цільову функцію та обмеження. Зарезервуємо клітини G4:G9 для значень змінних  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$ . У клітину K2 вводимо вираз цільової функції у вигляді  $=G4+G5+G6+G7+G8+G9$ , а у клітини K4:K8 ліві частини обмежень у вигляді (рис. 2.25.)

$$\begin{aligned} &=G4*B4+G5*B5+G6*B6+G7*B7+G8*B8+G9*B9 \\ &=G4*C4+G5*C5+G6*C6+G7*C7+G8*C8+G9*C9 \\ &=G4*D4+G5*D5+G6*D6+G7*D7+G8*D8+G9*D9 \\ &=G4*E4+G5*E5+G6*E6+G7*E7+G8*E8+G9*E9 \\ &=G4*F4+G5*F5+G6*F6+G7*F7+G8*F8+G9*F9. \end{aligned}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1	Варіант	Зовнішня ситуація					Оптимальні							
2	бізнес-	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>5</sub>	бізнес-			Цільова функція	=G4+G5+G6+G7+G8+G9			
3	плану	прибутки, тис. грн.					плани							
4	X <sub>1</sub>	1.0	1.5	2	2.7	3.2				Обмеження	=G4*B4+G5*B5+G6*B6+G7*B7+G8*B8+G9*B9	>=	1	
5	X <sub>2</sub>	1.2	1.4	2.5	2.9	3.1					=G4*C4+G5*C5+G6*C6+G7*C7+G8*C8+G9*C9	>=	1	
6	X <sub>3</sub>	1.3	1.6	2.4	2.8	2.1					=G4*D4+G5*D5+G6*D6+G7*D7+G8*D8+G9*D9	>=	1	
7	X <sub>4</sub>	2.1	2.4	3.0	2.7	1.8					=G4*E4+G5*E5+G6*E6+G7*E7+G8*E8+G9*E9	>=	1	
8	X <sub>5</sub>	2.4	2.9	3.4	1.9	1.5					=G4*F4+G5*F5+G6*F6+G7*F7+G8*F8+G9*F9	>=	1	
9	X <sub>6</sub>	2.6	2.7	3.1	2.3	2.0								

Рис. 2.25. Фрагмент умови представлений у MS Excel.

Встановлюємо курсор у клітину K2. Обираємо послугу Сервіс. Відкриваємо допоміжне вікно “Пошук розв’язку” і задаємо сценарій (рис. 2.26.). Після цього потрібно звернутися до послуги “Знайти розв’язок” і отримати результати (рис. 2.27.).

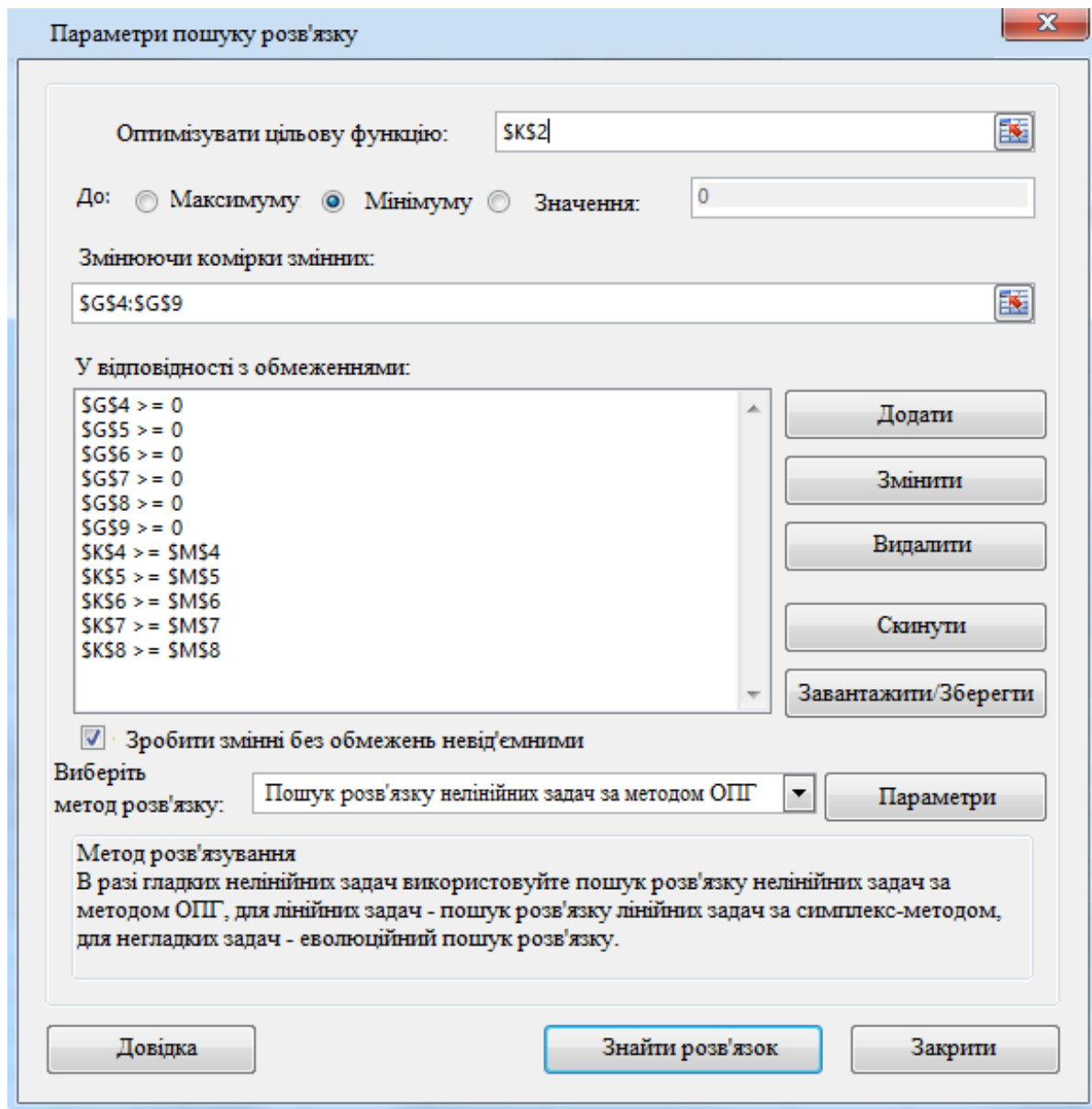


Рис. 2.26. Вікно «Параметри пошуку розв'язку»

У клітину *H4* (рис. 2.28.) запишемо формулу  $=G4/ \$K\$2$  і скопіюємо її у клітину *H5:H9*.

Одержимо у клітинах *H4:H9* оптимальні значення частот. Щоб знайти ціну гри, треба у клітину *J10* ввести формулу  $=1/K2$ . Одержимо результати у вигляді таблиці, поданої на рис. 2.29.

Отже,  $t_1=0$ ,  $t_2=0,11$ ;  $t_3=0$ ,  $t_4=0$ ,  $t_5=0$ ,  $t_6=0,34$ , оптимальне значення цільової функції  $Z(t) = 0,44$ , оптимальні значення частот, відповідно:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0,24$ ,  $x_3 = 0$ ,  $x_4 = 0$ ,  $x_5 = 0$ ,  $x_6 = 0,76$ . Ціна гри  $v = 2,26$ .

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1	Зовнішня ситуація					Оптимальні бізнес- плани							
2	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>5</sub>					Цільова функція	0.44		
3	прибутки, тис. од.												
4	1.0	1.5	2	2.7	3.2		0			Обмеження	1.00	>=	1
5	1.2	1.4	2.5	2.9	3.1		0.11				1.05	>=	1
6	1.3	1.6	2.4	2.8	2.1		0				1.31	>=	1
7	2.1	2.4	3.0	2.7	1.8		0				1.08	>=	1
8	2.4	2.9	3.4	1.9	1.5		0				1.00	>=	1
9	2.6	2.7	3.1	2.3	2.0		0.34						

Рис. 2.27. Отриманий результат представлений у MS Excel

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1	Зовнішня ситуація					Оптимальні бізнес- плани	Оптимальні						
2	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>5</sub>			значення		Цільова функція	0.44		
3	прибутки, тис. од.							частот					
4	1.0	1.5	2	2.7	3.2		0	=G4/K2		Обмеження	1.00	>=	1
5	1.2	1.4	2.5	2.9	3.1		0.11				1.05	>=	1
6	1.3	1.6	2.4	2.8	2.1		0				1.31	>=	1
7	2.1	2.4	3.0	2.7	1.8		0				1.08	>=	1
8	2.4	2.9	3.4	1.9	1.5		0				1.00	>=	1
9	2.6	2.7	3.1	2.3	2.0		0.34						

Рис. 2.28. Фрагмент умови представлений у MS Excel

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1	Зовнішня ситуація					Оптимальні бізнес- плани	Оптимальні						
2	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>5</sub>			значення		Цільова функція	0.44		
3	прибутки, тис. од.							частот					
4	1.0	1.5	2	2.7	3.2		0	0		Обмеження	1.00	>=	1
5	1.2	1.4	2.5	2.9	3.1		0.11	0.24			1.05	>=	1
6	1.3	1.6	2.4	2.8	2.1		0	0			1.31	>=	1
7	2.1	2.4	3.0	2.7	1.8		0	0			1.08	>=	1
8	2.4	2.9	3.4	1.9	1.5		0	0			1.00	>=	1
9	2.6	2.7	3.1	2.3	2.0		0.34	0.76					
10									Ціна гри	2.26			

Рис. 2.29. Отриманий результат представлений у MS Excel

Знайдемо також розв'язок за допомогою програми Mathcad Рис. 2.30, де

$$t := \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{pmatrix} \text{ – вектори аргументів цільової функції,}$$

$$C := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ – коефіцієнти цільової функції,}$$

$Z(t) := C \cdot t$  – цільова функція,

$$D := \begin{pmatrix} 1 & 1.2 & 1.3 & 2.1 & 2.4 & 2.6 \\ 1.5 & 1.4 & 1.6 & 2.4 & 2.9 & 2.7 \\ 2 & 2.5 & 2.4 & 3 & 3.4 & 3.1 \\ 2.7 & 2.9 & 2.8 & 2.7 & 1.9 & 2.3 \\ 3.2 & 3.1 & 2.1 & 1.8 & 1.5 & 2 \end{pmatrix} \text{ – матриця коефіцієнтів}$$

обмежень лівих частин,

$$B := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ – вектор правих частин обмежень.}$$

З Рис. 2.30. Бачимо, що  $t_{min} = (0 \ 0.106 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.336)$  – оптимальні бізнес – плани,

$x_{min} = (0 \ 0.24 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.76)$  – оптимальні значення частот,

$Z(t_{min}) = 0.442$  – оптимальне значення цільової функції,

$v := \frac{1}{Z(t_{min})}$ ,  $v = 2.26$  – ціна гри.

Для знаходження оптимального значення цільової функцію можна використовувати різноманітні сучасні найпоширеніші програмні засоби, при цьому шуканий розв'язок задачі не змінюється.

Mathcad - [2.8]

Файл Правка Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Окно  
Справка

100%

$C := (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$

$D := \begin{pmatrix} 1 & 1.2 & 1.3 & 2.1 & 2.4 & 2.6 \\ 1.5 & 1.4 & 1.6 & 2.4 & 2.9 & 2.7 \\ 2 & 2.5 & 2.4 & 3 & 3.4 & 3.1 \\ 2.7 & 2.9 & 2.8 & 2.7 & 1.9 & 2.3 \\ 3.2 & 3.1 & 2.1 & 1.8 & 1.5 & 2 \end{pmatrix}$

$B := (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$

$Z(t) := C \cdot t$

$t_0 := 0$

Given

$D \cdot t \geq B^T$

$t \geq 0$

$t_{min} := \text{Minimize}(Z, t)$

$t_{min} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.106 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.336 \end{pmatrix}$

$Z(t_{min}) = 0.442$

$v := \frac{1}{Z(t_{min})} = 2.264$

$X_{min} := t_{min} \cdot v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.24 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.76 \end{pmatrix}$

Нажмите F1, чтобы открыть справку. АВТО

Рис. 2.30. Розв'язування приклада 2.8. за допомогою ППЗ MathCAD

**Приклад 2.9.** *Задача розрахунку траєкторії літака* [28, с. 124].

*Постановка задачі.* Літак у точці  $S_0$  має швидкість  $V_0$  та висоту  $H_0$ . Йому необхідно піднятися на висоту  $H_k$  і набути швидкість  $V_k$ . Потрібно мінімізувати витрати палива, якщо відомі витрати палива на збільшення швидкості від  $V_1$  до  $V_2$  на висоті  $H = const$ , та відомі витрати палива на збільшення висоти від  $H_1$  до  $H_2$  на швидкості  $v = const$  (рис.2.31).

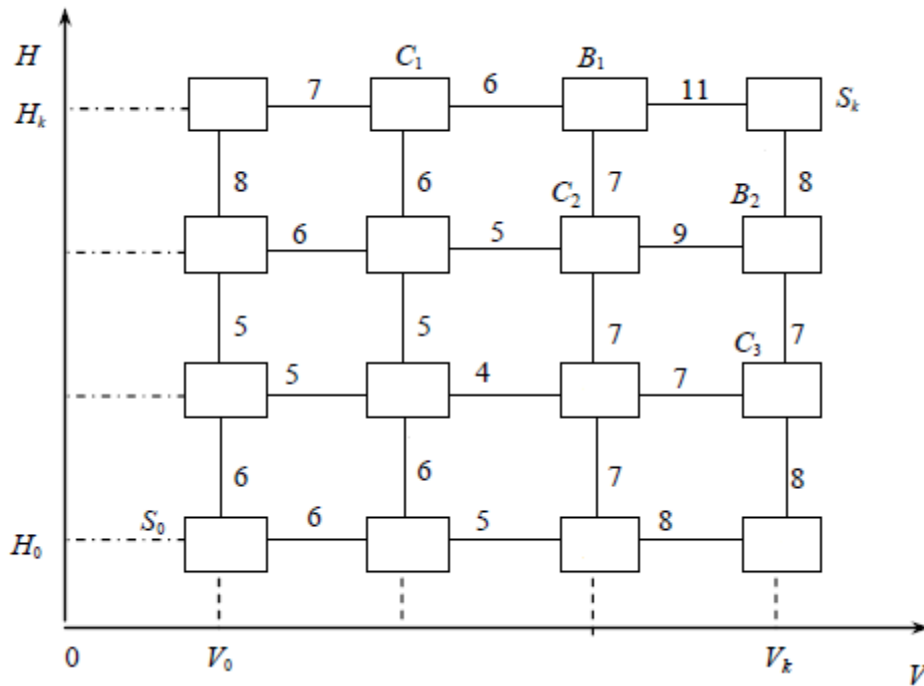


Рис. 2.31. Схема до умови задачі про розрахунок траєкторії літака

*Математична модель.* Всі прямокутники спочатку порожні. Між прямокутниками вказані значення витрат палива на збільшення висоти (вертикальні лінії) та на збільшення швидкості (горизонтальні лінії). Початкова точка позначена як  $S_0$ , а кінцева – як  $S_k$ . Розрахунки починаються з кінцевої точки  $S_k$  і зміщуються у напрямку до початкової точки  $S_0$ .

Алгоритм розв'язування задачі:

1. У кінцевому прямокутнику записати витрати палива "0".
2. У прямокутниках  $B_1$  та  $B_2$  записати витрати палива відповідно "1 1" та "8", що витрачаються для досягнення кінцевої точки  $S_k$ . Можлива оптимальна траєкторія позначається «жирними» стрілками.

3. У точки  $B_1, B_2$  можна потрапити з точок  $C_1, C_2, C_3$ . Із прямокутника  $C_2$  на кінцеву точку можна перейти шляхом через точку  $B_1$  (з витратами палива  $7 + 11 = 18$ ) або через точку  $B_2$  (з витратами палива  $9 + 8 = 17$ ). У прямокутнику  $C_2$  записуємо найменші витрати палива “17”. Аналогічно знаходимо витрати палива, якщо літак рухатиметься з  $C_1$  через точку  $B_1$  (найменші витрати палива становитимуть “17”) і з  $C_3$  через точку  $B_2$  (найменші витрати палива становитимуть “15”). Показуємо лише однією стрілкою можливу оптимальну траєкторію руху літака через точки  $C_3$  та  $B_2$ . Стрілка на точку  $B_1$  не ставиться, бо на цьому шляху витрати палива більші.

У такий спосіб вказуються витрати палива у всіх інших прямокутниках, і отримується ряд можливих траєкторій, позначених стрілками. Оптимальна кількість палива отримується у стартовому прямокутнику  $S_0$  – цифра “37”.

4. Оптимальний шлях отримується переміщенням з початкової точки  $S_0$  відміченими шляхами у кінцеву точку  $S_k$  (оптимальний шлях показаний яскравішими стрілками).

Таким чином отримано найменшу кількість витраченого палива та оптимальний шлях. Дані розрахунків показано на рис. 2.32.

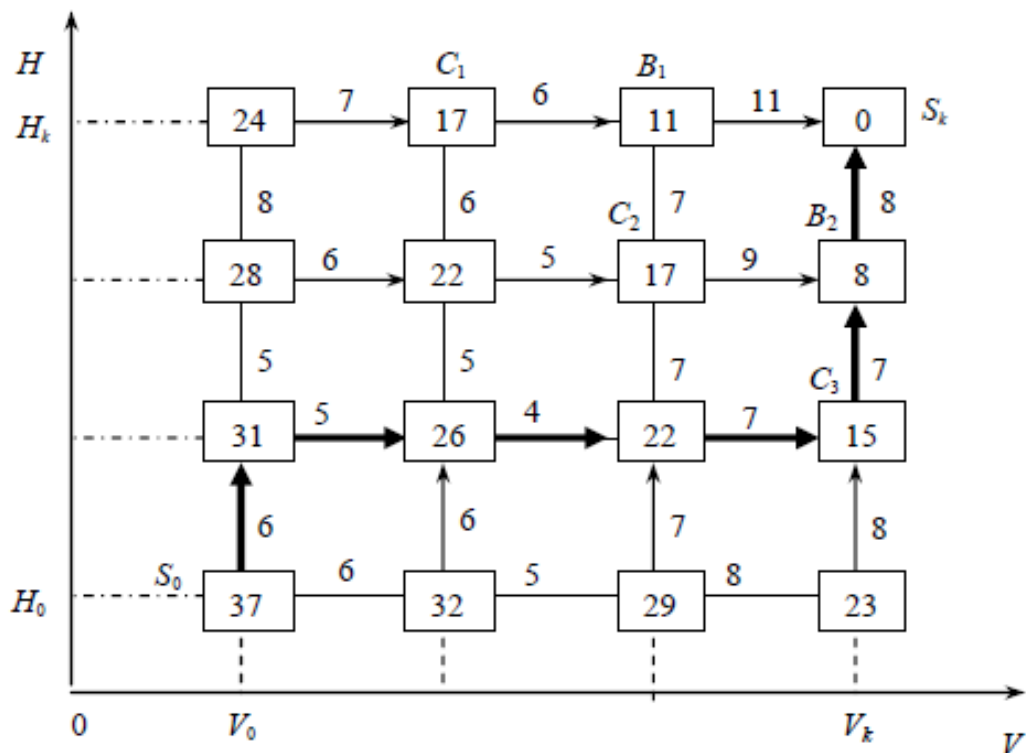


Рис. 2.32. Розрахунок траєкторії літака

У даній задачі визначені всі умови переміщення для початкової та кінцевої точки. Тому процес отримання оптимальної траєкторії можна було б почати з початку – з точки  $S_0$ , позначаючи у прямокутниках мінімальні витрати палива за такого переміщення. Кінцевий результат (кількість витраченого палива та оптимальна траєкторія) в даному разі не змінюється.

Наведений розрахунок корисний тим, що аналізуючи його, можна наочно побачити всі виконані варіанти розрахунків, у тому числі і зайві.

Дана задача є задачею динамічного програмування, адже потрібно знайти оптимальний шлях траєкторії літака, щоб витратити якомога менше палива.

*Вибір програмного засобу.* Дану задачу можна розв'язати за допомогою програмного засобу Графоаналізатор 1.3, як задачу оптимізації на графах, зокрема як задачу пошуку найкращого шляху на зваженому графі алгоритмом Дейкстри.

Графоаналізатор – візуальне середовище для роботи з графами. Використання Графоаналізатора не тільки надає можливість створювати і аналізувати графи, але візуально відображати результати виконання дій за відповідними алгоритмами. В програмному засобі реалізовано велику кількість алгоритмів для аналізу графів. Графоаналізатор є безкоштовним і вільнопоширюваним програмним засобом, який можна завантажити з офіційного сайту програми <http://grafoanalizator.unick-soft.ru>.

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.* Щоб створити граф, потрібно запустити програму на виконання. В результаті з'являється форма «Створення графа» (рис. 2.33.), де слід обрати «Навантажений граф» (граф, у якого кожній дузі приписана її вага – деяке дійсне число). Далі слід обрати числову нумерацію вершин графа.

Після «натискання» кнопки «Створити», з'являється нова головна форма програми (рис. 2.34), в якій за допомогою головного меню програми в робочому полі створюємо 16 вершин, з'єднаних між собою дугами, і вказуємо вагу кожної дуги. Даний граф можна створити на екрані графічно, або через матрицю



зв'язності (рис. 2.35). Після створення графа потрібно обрати алгоритм, за допомогою якого буде розв'язуватися задача (рис. 2.36).

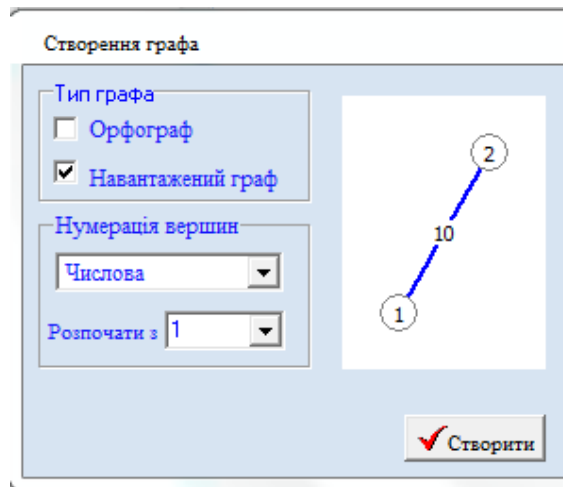


Рис.2.33. Вікно «Створення графів»

В розглядуваному випадку обрано алгоритм Дейкстри, де потрібно було вказати початкову вершину графа (звідки літак має стартувати) і кінцеву вершину графа (якої точки літак має досягти).

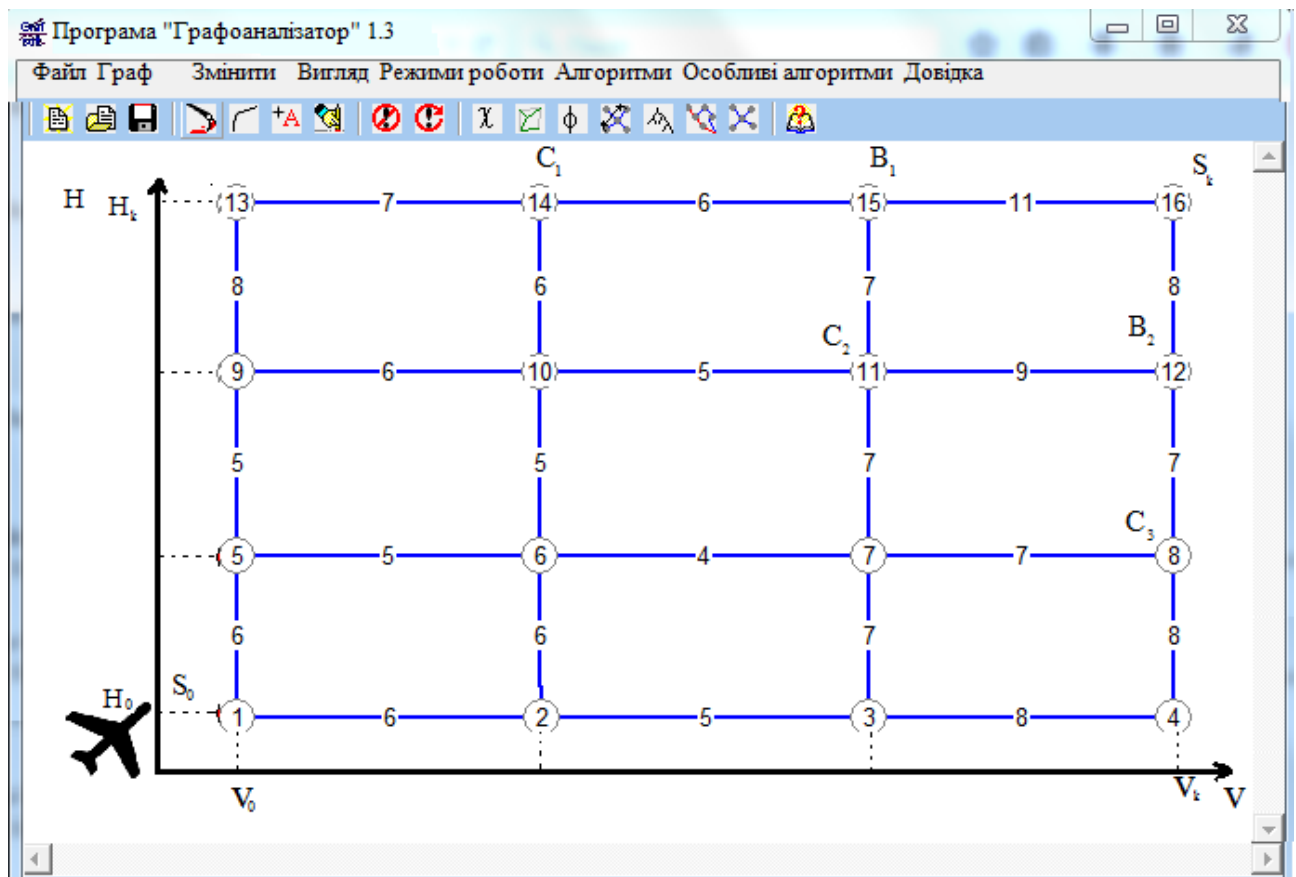


Рис. 2.34. Представлення умови задачі про розрахунок траєкторії літака в ПЗ Графоаналізатор

**Матриця суміжності**

Матриця суміжності:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1		6	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	6		5	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	5		8	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	8		0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0
5	6	0	0	0		5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	6	0	0	5		4	0	0	5	0	0	0	0	0	0
7	0	0	7	0	0	4		7	0	0	7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	8	0	0	7		0	0	0	7	0	0	0	0
9	0	0	0	0	5	0	0	0		6	0	0	8	0	0	0
10	0	0	0	0	0	5	0	0	6		5	0	0	6	0	0
11	0	0	0	0	0	0	7	0	0	5		9	0	0	7	0
12	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	9		0	0	0	8
13	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0		7	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	7		6	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	6		11
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	11	

Рис. 2.35. Матриця суміжності

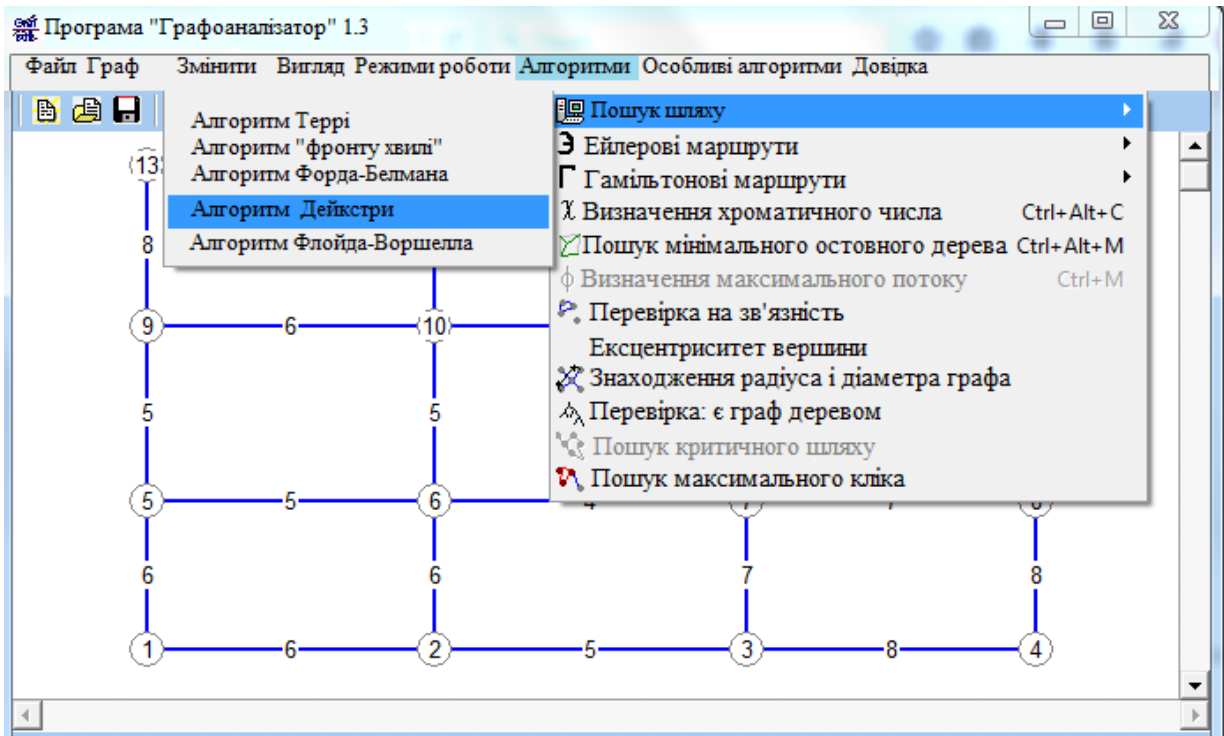


Рис. 2.36. Вибір алгоритму розрахунку траєкторії літака

В результаті з'являється нова форма з графічно поданим розв'язком та результатами роботи за алгоритмом (рис. 2.37.), де видно, що для того, щоб літак з точки  $S_0$  дістався до точки  $S_k$  за оптимальною траєкторією, потрібно 37 одиниць палива.

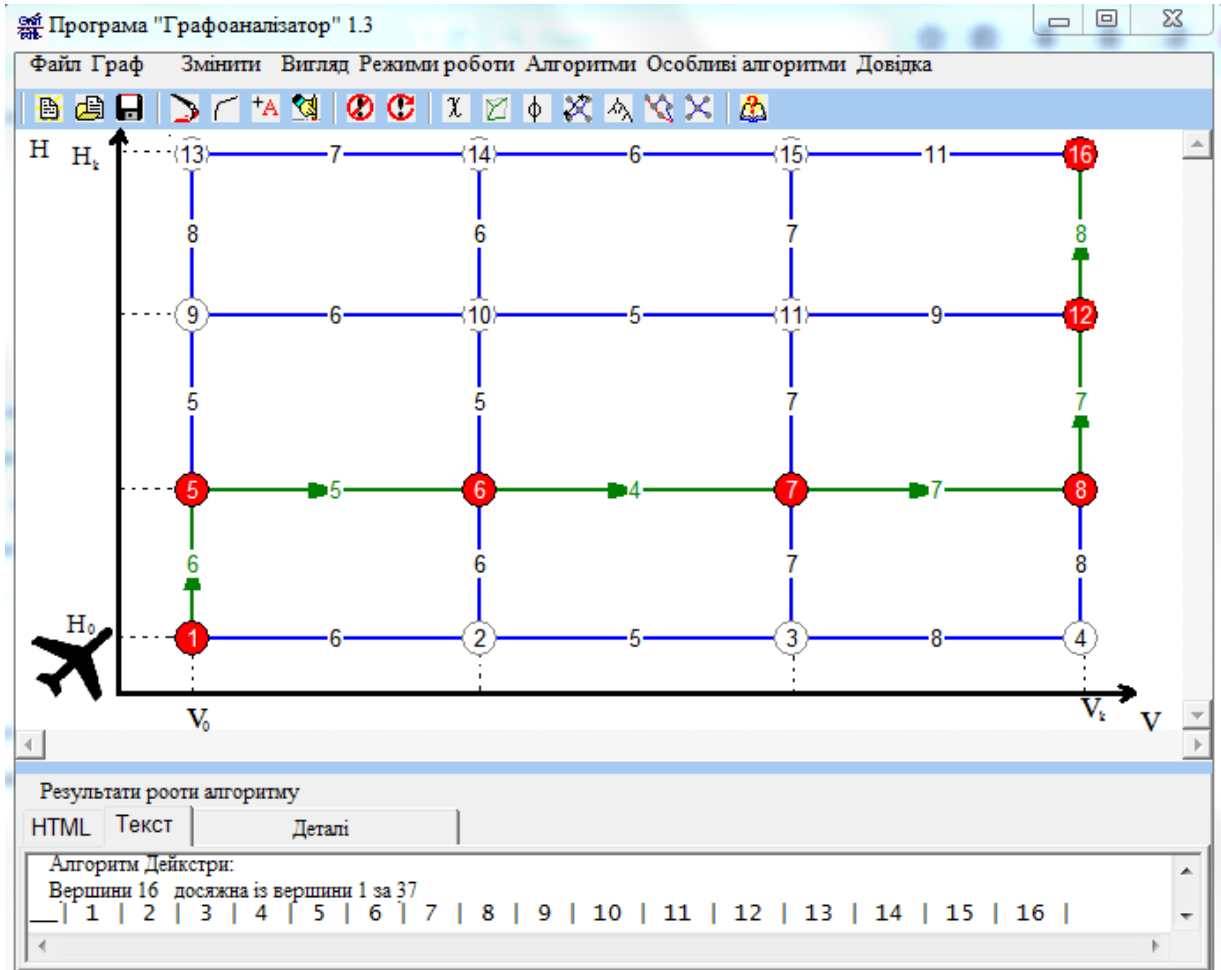


Рис. 2.37. Результат пошуку траєкторії літака

### Приклад 2.10.

*Постановка задачі.* Розглянемо деякий неорієнтований граф, заданий через матрицю суміжності (Таблиця 2.6.), і спробуємо знайти відповідне дерево мінімальної вартості за алгоритмом Прима. Для цього потрібно виконати програму для реалізації даного алгоритму.

Дана задача є задачею цілочисельного програмування. Розробимо програму для виконання «Алгоритм Прима» за допомогою об'єктно-орієнтованого програмного середовища Delphi. Блок-схема алгоритму Прима наведено в додатку Ж.

Для початку в меню програми обираємо послугу «Додати вершину» і в полі «Граф» розташовуємо вершини графа та в полі «Матриця суміжності» вводимо дані (Рис. 2.38.).

Таблиця 2.6.

**Матриця суміжності.**

–	1	2	3	4	5	6
1	–	6	4	8	7	14
2	6	–	7	11	7	10
3	4	7	–	4	3	10
4	8	11	4	–	5	11
5	7	7	3	5	–	7
6	14	10	10	11	7	–

Потім потрібно обрати послугу «Знайти дерево мінімальної вартості». В результаті отримаємо граф – Рис.2.39., в якого всі вершини включені до дерева мінімальної вартості.

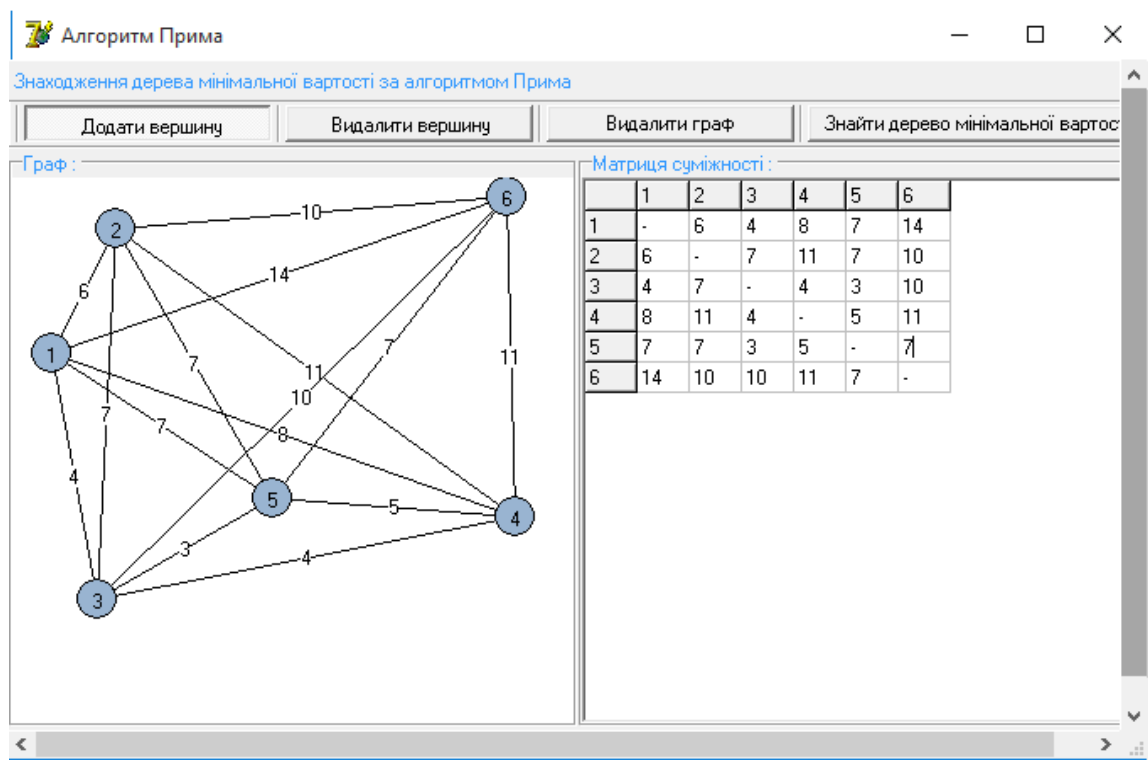


Рис. 2.38. Неорієнтований граф, матриця суміжності

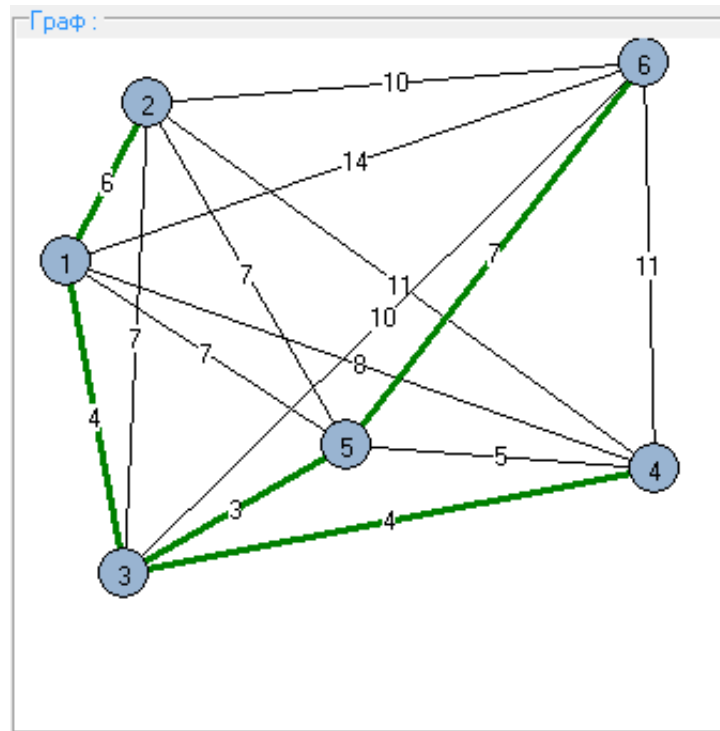


Рис.2.39. Дерево мінімальної вартості за алгоритмом Прима

Алгоритм Крускала, як і алгоритм Прима, призначений для пошуку дерева мінімальної вартості на неорієнтованому графові. Основна відмінність між даними алгоритмами полягає в тому, що пошук дерева мінімальної довжини за алгоритмом Крускала починається з  $n$  дерев, кожне з яких складається з однієї вершини, і на кожному кроці виконується операція об'єднання двох дерев, використовуючи для цього ребро найкоротшої довжини. Процес продовжується доти, поки не буде отримане єдине дерево, в яке входять всі  $n$  вершин вхідного графа, і в якому немає циклів.

Створюючи програмну реалізацію задачі, наприклад, засобами Delphi, студенти самостійно розробляють інтерфейс програми, встановлюють, які саме значення будуть вводиться користувачем, а також змінюватись; відповідно в якій формі буде виведено на екран результат (в табличній чи графічній).

Створення програм для реалізації різних задач дозволяє поряд також застосувати набуті та поглибити знання з програмування. Створену програму майбутні учителі інформатики можуть використовувати в подальшій своїй професійній діяльності.

### Приклад 2.11.

*Постановка задачі.* Розглянемо деякий неорієнтований граф, заданий через матрицю суміжності (таблиця 2.6.), і спробуємо знайти для нього дерево мінімальної вартості за допомогою програми «Алгоритм Крускала», реалізованої за допомогою об'єктно–орієнтованого програмного середовища Delphi, а також побудувати дерево мінімальної вартості за відповідним алгоритмом. Блок–схема алгоритму Крускала наведено в додатку 3.

Для початку, так само як і в програмі «Алгоритм Прима», в меню програми обираємо «Додати вершину» і в полі «Граф» розташовуємо вершини графа та в полі «Матриця суміжності» вводимо дані (Рис. 2.40.).

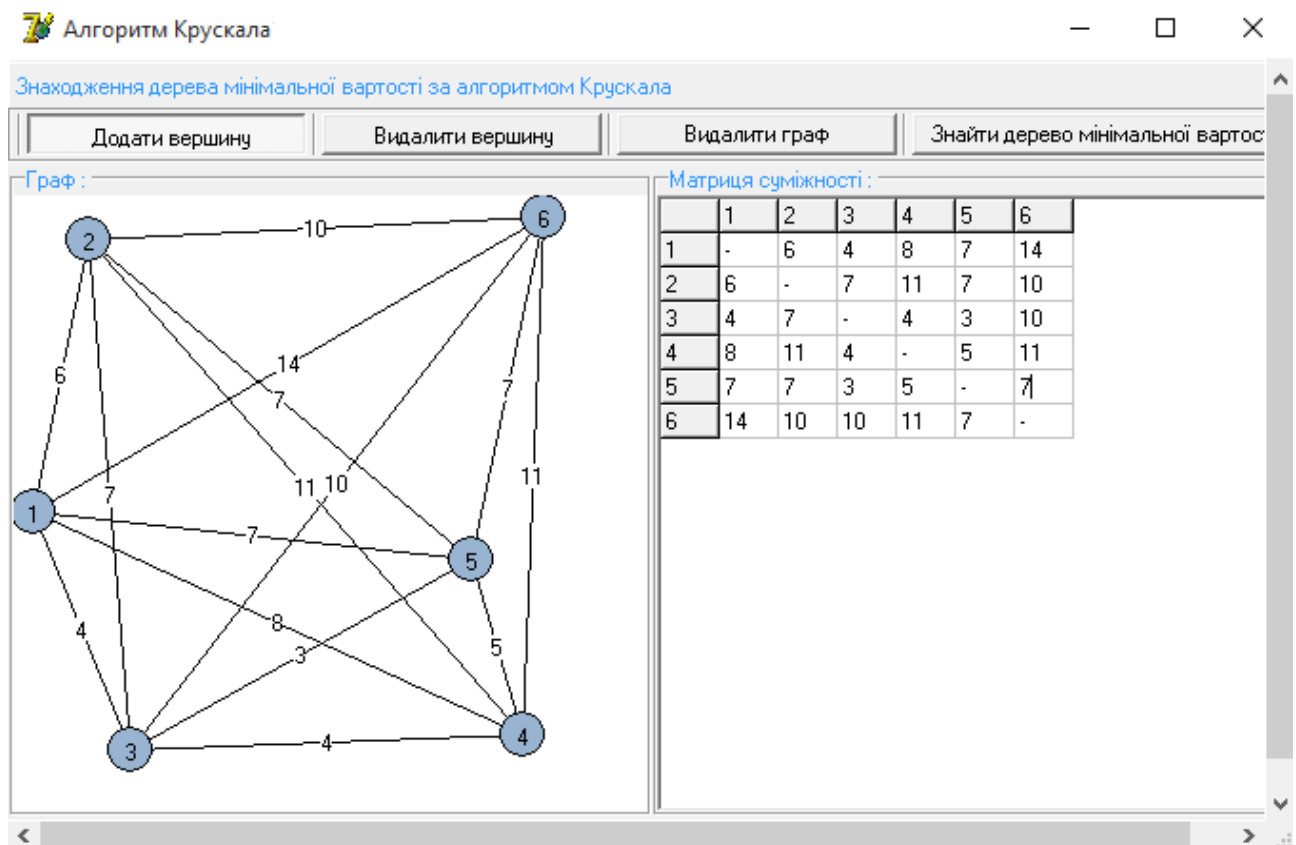


Рис. 2.40. Неорієнтований граф, матриця суміжності

В меню програми обираємо послугу «Знайти дерево мінімальної вартості». В результаті отримаємо граф – Рис. 2.41., в якого всі вершини включені до дерева мінімальної вартості.

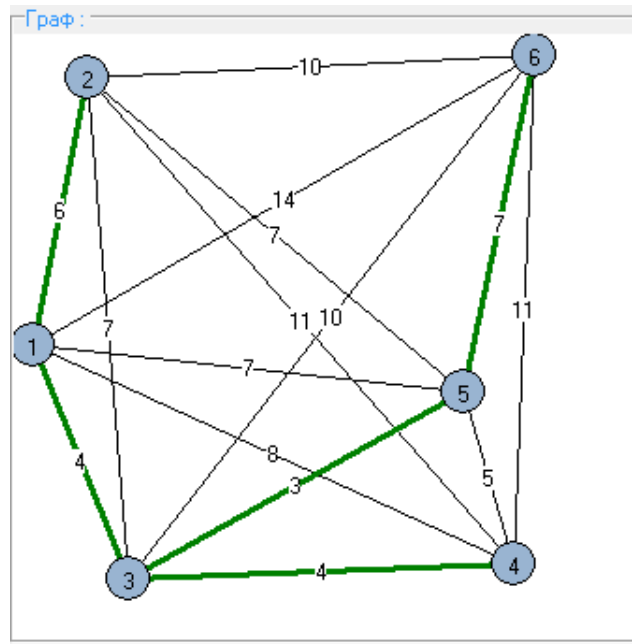


Рис. 2.41. Дерево мінімальної вартості за алгоритмом Крускала

Отже, виконуючи задачу різними алгоритмами Прима та Крускала, приходять до одного і того самого оптимального розв'язку задачі.

### Приклад 2.12.

*Постановка задачі, математична модель.* Розв'язати задачу нелінійного програмування:

$$f = 4x_1 + x_1^2 + 8x_2 + x_2^2 \rightarrow \min,$$

за обмежень:

$$x_1 + x_2 = 180.$$

*Вибір програмного засобу.* «Дану задачу можна розв'язати як класичну задачу на умовний екстремум для функції 2-х змінних методом множників Лагранжа, використовуючи систему MathCad». (Рис. 2.42.).

Спочатку потрібно оголосити цільову функцію та функцію Лагранжа:

$$f(x_1, x_2) := 4 \cdot x_1 + x_1^2 + 8 \cdot x_2 + x_2^2$$

$$L(x_1, x_2, \lambda) := f(x_1, x_2) + \lambda \cdot (180 - x_1 - x_2)$$

Далі потрібно знайти стаціонарні точки:

➤ Описати і знайти усі частинні похідні першого порядку функції  $L$ :

$$dL_{x_1}(x_1, x_2, \lambda) := \frac{d}{dx_1} L(x_1, x_2, \lambda) \rightarrow dL_{x_1}(x_1, x_2, \lambda) \rightarrow 4 + 2 \cdot x_1 - \lambda,$$

$$dLx_2(x_1, x_2, \lambda) := \frac{d}{dx_2} L(x_1, x_2, \lambda) \longrightarrow dLx_2(x_1, x_2, \lambda) \rightarrow 8 + 2 \cdot x_2 - \lambda,$$

$$dL\lambda(x_1, x_2, \lambda) := \frac{d}{d\lambda} L(x_1, x_2, \lambda) \longrightarrow dL\lambda(x_1, x_2, \lambda) \rightarrow 180 - x_1 - x_2$$

➤ Прирівняти до нуля усі частинні похідні першого порядку функції Лагранжа та отримати систему, яку потрібно розв'язати за допомогою блоку *Given*. В такому разі, цільова функція має одну стаціонарну точку  $B(91, 89)$ .

Далі для кожної стаціонарної точки потрібно перевірити наявність у цільовій функції мінімуму або максимуму. Для цього слід:

- описати всі похідні другого порядку цільової функції:

$$d_{11}(x_1, x_2) := \frac{d^2}{dx_1^2} f(x_1, x_2), \quad d_{11}(x_1, x_2) \rightarrow 2$$

$$d_{12}(x_1, x_2) := \frac{d}{dx_2} \frac{d}{dx_1} f(x_1, x_2), \quad d_{12}(x_1, x_2) \rightarrow 0$$

$$d_{21}(x_1, x_2) := \frac{d}{dx_1} \frac{d}{dx_2} f(x_1, x_2), \quad d_{21}(x_1, x_2) \rightarrow 0$$

$$d_{22}(x_1, x_2) := \frac{d^2}{dx_2^2} f(x_1, x_2), \quad d_{22}(x_1, x_2) \rightarrow 2$$

➤ обчислити значення всіх похідних другого порядку цільової функції в кожній стаціонарній точці:

$$a_{11} := d_{11}(91, 89) = (2)$$

$$a_{12} := d_{12}(91, 89) = (1, 241 \cdot 10^{-14})$$

$$a_{21} := d_{21}(91, 89) = (2, 095 \cdot 10^{-14})$$

$$a_{22} := d_{22}(91, 89) = (2)$$

- обчислити значення членів послідовності:

$$\Delta_1 := a_{11} \quad \Delta_2 := \left| \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \right|$$

$$\Delta_1 = 2 \quad \Delta_2 = 4$$

В результаті обчислення (Рис. 2.42) отримані числа  $\Delta_1, \Delta_2$  - додатні, а цільова функція у точці  $(91, 89)$  має мінімум, який дорівнює:

$$f(91, 89) = 17280.$$



Mathcad - [#]

Файл Правка Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Окно

Справка

Normal Arial 10 B I U

$f(x_1, x_2) := 4 \cdot x_1 + x_1^2 + 8 \cdot x_2 + x_2^2$   
 $L(x_1, x_2, \lambda) := f(x_1, x_2) + \lambda \cdot (180 - x_1 - x_2)$   
 $dLx_1(x_1, x_2, \lambda) := \frac{d}{dx_1} L(x_1, x_2, \lambda) \quad dLx_1(x_1, x_2, \lambda) \rightarrow 2 \cdot x_1 - \lambda + 4$   
 $dLx_2(x_1, x_2, \lambda) := \frac{d}{dx_2} L(x_1, x_2, \lambda) \quad dLx_2(x_1, x_2, \lambda) \rightarrow 2 \cdot x_2 - \lambda + 8$   
 $dL\lambda(x_1, x_2, \lambda) := \frac{d}{d\lambda} L(x_1, x_2, \lambda) \quad dL\lambda(x_1, x_2, \lambda) \rightarrow 180 - x_2 - x_1$   
 $x_1 := 0 \quad x_2 := 0 \quad \lambda := 0$   
 Given  
 $dLx_1(x_1, x_2, \lambda) = 0$   
 $dLx_2(x_1, x_2, \lambda) = 0$   
 $dL\lambda(x_1, x_2, \lambda) = 0$   
 $R := \text{Find}(x_1, x_2, \lambda) \quad R^T = (91 \ 89 \ 186)$   
 $d_{11}(x_1, x_2) := \frac{d^2}{dx_1^2} f(x_1, x_2) \quad d_{11}(x_1, x_2) \rightarrow 2$   
 $d_{12}(x_1, x_2) := \frac{d}{dx_2} \left( \frac{d}{dx_1} f(x_1, x_2) \right) \quad d_{12}(x_1, x_2) \rightarrow 0$   
 $d_{21}(x_1, x_2) := \frac{d}{dx_1} \left( \frac{d}{dx_2} f(x_1, x_2) \right) \quad d_{21}(x_1, x_2) \rightarrow 0$   
 $d_{22}(x_1, x_2) := \frac{d^2}{dx_2^2} f(x_1, x_2) \quad d_{22}(x_1, x_2) \rightarrow 2$   
 $a_{11} := d_{11}(91, 89) = 2 \quad a_{21} := d_{21}(91, 89) = 2.095 \times 10^{-14}$   
 $a_{12} := d_{12}(91, 89) = 1.241 \times 10^{-14} \quad a_{22} := d_{22}(91, 89) = 2$   
 $\Delta_1 := a_{11} \quad \Delta_2 := \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$   
 $\Delta_1 = 2 \quad \Delta_2 = 4$   
 $f(91, 89) = 1.728 \times 10^4$

Нажмите F1, чтобы открыть справку. АВТО

Рис. 2.42. Розв'язування прикладу 2.11 за допомогою ППЗ MathCAD

Отже, функція  $f(x_1, x_2) = 4x_1 + x_1^2 + 8x_2 + x_2^2$  при умові  $x_1 + x_2 = 180$  має мінімум 17280, який досягається при  $x_1 = 91, x_2 = 89$ .

### Приклад 2.13.

*Постановка задачі.* Знайти мінімум функції

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - 2x_1 - 6x_2 \text{ при умові}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

*Математична модель.*

$$(x) = \frac{1}{2} \left\langle \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right\rangle + \left\langle \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right\rangle \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Дана задача є задачею квадратичного програмування (задачі на знаходження мінімуму або максимуму квадратичної цільової, на множині розв'язків системи лінійних нерівностей або лінійних рівнянь).

*Вибір програмного засобу.* Дану задачу можна розв'язати за допомогою СКМ Matlab.

*Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.*

Дану задачу будемо розв'язувати за допомогою функції *quadprog*, що призначена для розв'язування задачі квадратичного програмування виду

$$f(x) = \frac{1}{2} \langle Hx, x \rangle + \langle c, x \rangle \rightarrow \min,$$

$$A \cdot x \leq b,$$

$$Aeq \cdot x = beq,$$

$$lb \leq x \leq ub,$$

де  $H$  – симетрична невід'ємно визначена квадратна матриця,  $A, Aeq$  –

прямокутні матриці,  $c$ ,  $b$ ,  $beq$ ,  $lb$ ,  $ub$ ,  $x$  – вектор-стовпчики, і має такий синтаксис:

$$x = \text{quadprog}(H,c,A,b);$$

$$x = \text{quadprog}(H,c,A,b,Aeq,beq);$$

$$x = \text{quadprog}(H,c,A,b,Aeq,beq,lb,ub);$$

$$x = \text{quadprog}(H,c,A,b,Aeq,beq,lb,ub,x0);$$

$$x = \text{quadprog}(H,c,A,b,Aeq,beq,lb,ub,x0,options);$$

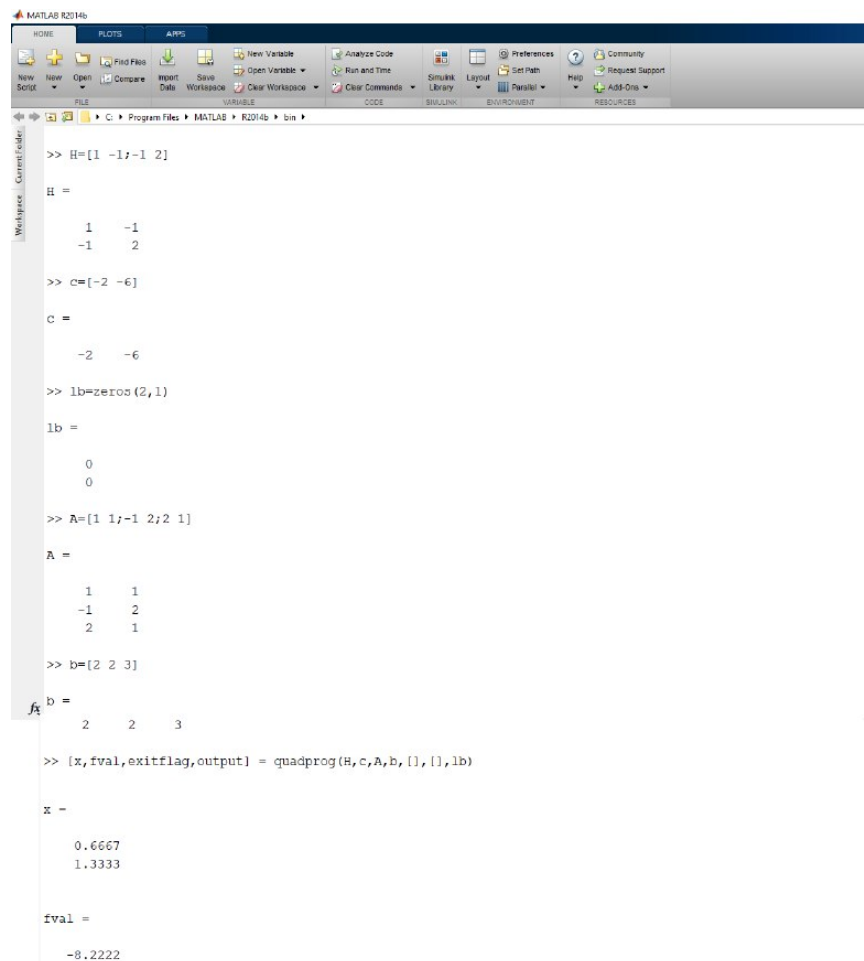
$$x = \text{quadprog}(H,c,A,b,Aeq,beq,lb,ub,x0,options,p1,p2,...);$$

$$[x,fval] = \text{quadprog}(...);$$

$$[x,fval,exitflag] = \text{quadprog}(...);$$

$$[x,fval,exitflag,output] = \text{quadprog}(...).$$

Запишемо умову задачі для розв'язування у СКМ Matlab, використовуючи функцію `zeros`, для формування масиву нулів та функцію `quadprog` для мінімізації квадратичної функції (Рис. 2.43).



```

MATLAB R2014b
HOME PLOTS APPS
New Script Open Find Files Import Data Save Workspace Clear Workspace Analyze Code Run and Time Simulink Library Layout Set Path Preferences Community Request Support Add-Ons
FILE VARIABLE CODE SIMULINK ENVIRONMENT RESOURCES
C:\Program Files\MATLAB\R2014b\bin
>> H=[1 -1;-1 2]
H =
     1     -1
    -1     2
>> c=[-2 -6]
c =
    -2    -6
>> lb=zeros(2,1)
lb =
     0
     0
>> A=[1 1;-1 2;2 1]
A =
     1     1
    -1     2
     2     1
>> b=[2 2 3]
b =
     2     2     3
>> [x,fval,exitflag,output] = quadprog(H,c,A,b,[],[],lb)
x =
     0.6667
     1.3333
fval =
    -8.2222

```

Рис. 2.43. Розв'язування задачі квадратичного програмування СКМ Matlab

В результаті отримаємо, що дана функція досягає свого мінімуму  $f(x_1, x_2) \approx -8.2$ , при  $x_1 = 0,7, x_2 = 1,3$ .

Отже, важливим аспектом при побудові курсу «Математичне програмування» є: якісно дібрані задачі, від яких буде залежати правильність побудови математичної моделі у вигляді сукупності математичних співвідношень (рівнянь, нерівностей, логічних співвідношень, графіків, а також добір сучасних програмних засобів в умовах широкого використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, за допомогою яких будуть розв'язуватися дані задачі.

При навчанні курсу «Математичне програмування» доцільно використовувати комп'ютерно-орієнтований навчально-методичний комплекс, до якого входять:

- Навчальні посібники: з математичного програмування (з елементами інформаційних технологій); теорії і методів оптимізації; дослідження операцій; дискретної оптимізації; динамічного програмування; оптимального управління дискретними системами; теорії ігор; стохастичного програмування (Додаток А);

- Навчально-методичні матеріали з курсу «Математичне програмування»;

- Завдання для самоконтролю;

- Завдання для лабораторних робіт;

- Спеціалізований програмний засіб Gran;

- Табличний процесор MS Excel;

- Математичний пакет MathCad;

- Математичний пакет Matlab;

- Спеціалізований програмний засіб Графоаналізатор 1.3.;

- Спеціалізовані програмні засоби «Алгоритм Прима»; «Алгоритм Крускала» та інші;

- Посилання на Internet-ресурси з математичного програмування.

Вказаний комплекс дисципліни «Математичне програмування»

доступний всім студентам в системі MOODLE, які вивчають дану дисципліну.

### **2.2.3. Організаційні методи та форми навчання дисципліни «Математичне програмування»**

При організації навчання математичного програмування постає питання вибору відповідних належних форм та шляхів організації такої роботи, які б лаконічно і збалансовано поєднували аудиторну роботу викладача та студента з самостійною роботою студента, враховуючи індивідуальні особливості розвитку особистості, рівень знань і вмінь студентів, мотивацію до навчання інформатики.

Основними формами організації комп'ютерно-орієнтованого навчання математичного програмування є лекція, консультація, лабораторна та самостійна робота, залік.

Основним джерелом навчальних відомостей є лекції, що виконують функцію орієнтувальної основи для подальшого засвоєння студентами навчального матеріалу. Крім того, нами зібрано в електронному вигляді наукову, навчальну і методичну літературу з математичного програмування [37, 57, 87, 118, 160, 171], теорії і методів оптимізації [29, 84, 115, 145]; дослідження операцій [28, 34, 37, 137]; дискретної оптимізації [4, 185]; динамічного програмування [14, 15, 24, 57, 204]; оптимального управління дискретними системами [20, 117]; теорії ігор [27, 28, 56, 169]; стохастичного програмування [64, 65, 78, 83, 217, 218, 219], використання програмних засобів MS Excel, GRAN, MathCAD, Matlab [46, 48, 62, 63, 74, 75, 83, 87, 116, 138, 158] тощо, якими при підготовці до лабораторних робіт, захисту теоретичного матеріалу можуть користуватись студенти через локальну мережу. Перелік цієї літератури міститься в навчальній програмі курсу “Математичне програмування”.

Лекція (лат. lectio – читання) – це основна форма проведення навчальних занять, призначених для подання теоретичного матеріалу [136].

Лекція є основною формою організації навчального процесу у закладі вищої освіти. У процесі подання теоретичного матеріалу викладач послідовно і

систематично, лаконічно, розповідає і пояснює навчальний матеріал. Завдяки лекції викладач розкриває основні положення теми, при цьому забезпечується високий науковий рівень подання навчального матеріалу, обґрунтовує зв'язки між фактами і загальними теоретичними висновками. Під час лекційних занять також подаються рекомендації щодо основних висновків до тем лабораторних занять.

Завдяки лекції реалізовується спільна емоційна, творча співпраця між викладачем та студентом; активізується мисленнєва діяльність студентів. Під час лекції студенти мають можливість за короткий час отримати значно більший обсяг наукового сучасного матеріалу повідомлень.

Лекція з дисципліни «Математичне програмування» не повинна обмежуватися усним поданням нового теоретичного матеріалу. В процесі лекційного заняття потрібно використовувати засоби наочності і методи ілюстрації та демонстрації. Всі лекційні заняття проводяться з використанням мультимедійної підтримки. Від професійної майстерності викладача залежить максимальне використання можливостей лекційної форми навчання.

Лекційні заняття продовжуються лабораторними заняттями та поглиблюється самостійною роботою студентів.

На лабораторних заняттях майбутні учителі інформатики поєднують набуті теоретичні знання з практичними вміннями і навичками в процесі навчально-дослідницької діяльності. Студентам пропонуються під час вивчення кожної теми з дисципліни „Математичне програмування” завдання практичного змісту, а також питання для самоконтролю (див. додаток Б). У процесі проведення лабораторних робіт основним способом взаємодії викладача і студентів є розв'язування задач з використанням сучасних ПЗНП, СКМ або онлайн-сервісів, а також можлива розробка власних ПЗ для розв'язування задач математичного програмування. Також при виконанні лабораторних робіт студенти можуть звертатися до за консультацією викладача.

В розрізі кожної теми дисципліни «Математичне програмування»

пропонуємо студентам теми для самостійного опрацювання (Додаток А). Результати власних досліджень майбутні учителі інформатики можуть доповідати на заняттях, отримуючи, відповідно, за це додаткові бали.

Залік – це форма підсумкового контролю, що полягає в оцінюванні рівня володіння студентами навчального матеріалу дисципліни за результатами виконання усіх видів навчальних завдань, що виносяться на поточний контроль, тобто – за результатами поточної успішності [172].

Поточна успішність з дисциплін оцінюється від 0 до 100 балів включно. Залік вважається «зараховано», якщо студент протягом семестру набере більше 60 рейтингових балів (Додаток А).

Якщо за результатами поточного контролю студент набрав менше 60 балів, він повинен додатково підготуватися і підвищити свою підсумкову оцінку з дисципліни з обов'язковим урахуванням його результатів протягом семестру.

Якщо студент за результатами підсумкової атестації набрав від 0 до 34 балів, то він повинен пройти повторне вивчення навчальної дисципліни відповідно до порядку, визначеного в університеті, і лише після цього перекладати підсумковий контроль на загальних підставах [172].

У процесі проведення лекцій, консультацій, бесід тощо основна увага повинна приділятися науково-теоретичному обґрунтуванню необхідних положень, аналізу та узгодженню різних точок зору, аналізу наукової, навчальної та методичної літератури, сучасних педагогічних програмних засобів, які застосовують для розв'язування задач математичного програмування тощо. Важливим є правильне визначення викладачем і студентами шляхів подолання труднощів, які виникають в процесі розв'язування практичних задач математичного програмування.

Врахувавши, що курс “Математичне програмування” є практичного спрямування, потрібно відмітити, що важливу роль при навчанні даного курсу відіграють також методи набуття, закріплення, перевірки, використання одержаних знань, творчої діяльності.

При вивченні дисципліни «Математичне програмування» доцільно використовувати такі методи взаємодії викладача і студентів, що спрямовані на досягнення мети: пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, частково-пошуковий, дослідницький, метод проєктів, кейс-метод.

- Пояснювально-ілюстративний метод використовується під час проведення лекційних занять з використанням сенсорної дошки, для демонстрації роботи з різними ПЗ, СКМ, онлайн-сервісами та мультимедійних презентацій. Унаочнення навчального матеріалу покращує сприйняття та засвоєння студентами.

Залежно від методів подання навчального матеріалу на лекційних заняттях поділяються на монологічні, інформаційно-проблемні, проблемні, лекції-бесіди тощо [136].

- Репродуктивний метод використовується в процесі відтворення на лабораторних заняттях вивченого на основі розглянутого матеріалу на лекційних заняттях.

- Частково-пошуковий метод використовується на лабораторних заняттях під час побудовою математичної моделі задачі, визначення її типу та розв'язування задач математичного програмування, а також реалізації за допомогою ПЗ, СКМ, онлайн-ресурсів.

- Дослідницький метод використовується на лабораторних заняттях, що передбачають творче застосування знань, оволодіння методами наукового пізнання, формування досвіду самостійного пошуку виконання завдання.

Етапи виконання дослідницького завдання:

1. вивчити факти, з'ясувати суть постановки проблеми;
2. сформулювати гіпотези щодо розв'язування даної проблеми;
3. побудувати план дослідження;
4. реалізувати план;
5. проаналізувати, систематизувати отримані результати, сформулювати висновки.



- Метод проектів використовується, щоб навчити студентів самостійно мислити, знаходити проблеми й вирішувати їх, залучаючи для цього набуті знання з різних дисциплін, що вивчалися, сформувати у студентів здатність прогнозувати результати й можливі наслідки різних варіантів розв'язування поставлених проблем, уміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між об'єктами дослідження. Метод проектів завжди передбачає вирішення певної конкретної проблеми, що вимагає використання різноманітних методів і засобів навчання, а також – інтегрування знань й умінь із різних сфер науки, техніки, технології, творчих галузей. При цьому студентам в якості проектів пропонується створювати навчально-інструментальні програмні продукти, які забезпечують знайомство з необхідним теоретичним матеріалом, автоматичне та напівавтоматичне розв'язування різних класів математичних задач, а також контроль знань та умінь з відповідних розділів дисциплін [156, с. 78].

Використання методу проектів сприяє: розумовому розвитку студента; глибокому засвоєнню базових знань, за рахунок їх універсального використання в різних ситуаціях, передбачених роботою над проектом; розвитку творчого потенціалу студентів.

- Кейс-метод використовується для розв'язування конкретних задач - ситуацій (кейсів). Даний метод ефективний для вдосконалення навичок щодо розв'язування реальних проблем, що виникають у сфері майбутньої професійної діяльності студента і потребують прийняття оптимальних, найкращих рішень, що в свою чергу, сприяють розвитку критичного мислення.

Під час впровадження кейс-методу в освітній процес дисципліни «Математичне програмування», викладач має мотивувати зацікавлення студентів у предметі, який вони вивчають, для чого має створити таке середовище в аудиторії та поза нею, яке заохочує студентів ділитися власними ідеями, знаннями і досвідом та брати участь в аналітичному процесі. Обов'язком студента є привнесення в навчальний процес своєї активної уваги і при цьому бути переконаним у тому, що він несе особисту відповідальність за своє навчання. Отже, мета і викладача, і студента –

створити в аудиторії таке середовище, в якому студенти можуть розвинути чи хоча б застосувати ті навички пізнання і поведінки, які будуть їм потрібні для вирішення проблем, що чекають їх на робочому місці після закінчення ЗВО [200].

Кейс-метод не є універсальним. Ефективність методу в тому, що він достатньо легко може бути поєднаний з іншими методами навчання. Його слід використовувати не замість, а в сукупності з класичними навчальними методиками, тобто кейс-метод дозволить доповнити арсенал методичних прийомів.

Кейси дещо схожі із задачами або вправами, проте вони мають і низку принципових особливостей: допомагають студентам набути практичних навичок, допомагають вирішувати складні неструктуровані проблеми. Кейс-метод доречно також застосовувати у дослідницькій діяльності студентів.

Для навчання математичного програмування слід застосовувати також і методи самоуправління навчальною діяльністю (самостійна робота з підручниками та навчальні посібниками, з комп'ютером тощо) та методи навчального пізнання (усвідомлення прослуханого, спостереження, експеримент). Після самостійного опрацювання підручників, навчальних посібників, присвячених проблемам математичного програмування, студенти поглиблюють свої знання і можуть самостійно якісно розв'язувати задачі математичного програмування.

Доцільно використовувати методи контролю і самоконтролю при підготовці до занять, а також захисті лабораторних робіт.

#### **2.2.4. Засоби навчання дисципліни «Математичне програмування»**

Навчальна діяльність студентів у закладах вищої освіти контролюється викладачами та реалізується через взаємозв'язок викладача та студента у вигляді бесіди, дискусії, консультації тощо. Суттєвий вплив на форми навчання майбутніх учителів інформатики мають засоби навчання, серед яких особливої уваги заслуговують новітні засоби навчання, на основі використання комп'ютерної техніки. Інформаційно-комунікаційні технології є одним з

найважливіших засобів процесу підготовки майбутніх учителів інформатики, водночас їх роль і вплив на формування навичок і умінь навчальної діяльності є на сьогодні недостатньо дослідженими. Стрімкий розвиток інформаційно-комунікаційних технологій зумовив необхідність і можливість змін не лише у змісті, а й у методах, формах і прийомах навчання.

При вивченні дисципліни «Математичне програмування» з поміж багатьох засобів навчання доцільно використовувати:

- інформаційні засоби навчання (підручники і посібники, науково-популярна, довідкова література з математичного програмування: лінійного програмування, нелінійного програмування, динамічного програмування, дискретного програмування, стохастичного програмування, теорії ігор (в електронному вигляді));

- дидактичні засоби навчання (конспекти лекцій, презентації, теоретичні відомості та завдання до лабораторних робіт у друкованому та електронному поданні, тощо);

- технічні засоби навчання (сенсорна дошка, мультимедійний проектор).

До інформатичних засобів навчання можна також віднести комп'ютерні програмні середовища, які використовуються студентами для розв'язування задач математичного програмування: GRAN, MathCAD, MATLAB, Графоаналізатор 1.3 тощо, електронну таблицю Microsoft Excel, і навчально-методичні матеріали доступні для студентів та викладачів в модульному об'єктно-орієнтованому динамічному навчальному середовищі <https://moodle.fi.npu.edu.ua/> в авторському курсі «Математичне програмування» – дистанційна підтримка курсу (рис.2.44).

Для підтримки освітнього процесу при вивченні курсу «Математичне програмування» використовується система управління навчальними матеріалами MOODLE. За рахунок використання даної системи студенти мають доступ до навчальних матеріалів 24 години на добу та 7 днів на тиждень, тобто в будь-який час.

У першому розділі головної сторінки курсу подані загальні характеристики курсу: мета і зміст навчання, програма курсу, перелік друкованих та інших інформаційних ресурсів з курсу, перелік програмного забезпечення, класифікація, задач математичного програмування, накопичення балів протягом семестру.

The screenshot shows the user interface for a course titled "Математичне програмування" (Mathematical Programming) on the NPU Faculty of Informatics website. The top navigation bar includes the university name, a search bar, and social media icons. Below the navigation bar, there is a breadcrumb trail: "Мої курси > Різне > Математичне програмування".

The main content area is divided into two sections:

- Керування (Management):** A sidebar menu with options such as "Керування курсом", "Редагувати параметри", "Редагувати", "Користувачі", "Фільтри", "Звіти", "Налаштування журналу оцінок", "Результати", "Відзнаки", "Резервна копія", "Відновлення", "Імпорт", "Очистити", "Банк питань", "Репозиторії", "Файли курсу", and "Смітник".
- Курс "Математичне програмування":** The main content area features a header image of a keyboard with "Mathematical" and "Programming" keys. Below the image is a descriptive paragraph: "Метою та завданням навчальної дисципліни є набуття фундаментальних теоретичних знань і практичних навичок з питань правильної постановки та розв'язування оптимізаційних задач методами математичного програмування за допомогою сучасних інформаційно-комунікаційних технологій." Below this are links for "Новини" (News) and "Чат" (Chat). A section titled "Загальні відомості про курс" (General information about the course) contains a list of items: "Програма курсу МП", "Перелік друкованих та інших інформаційних ресурсів", "ПЗ, СКМ, онлайн-ресурси", "Класифікація задач МП", and "Накопичення балів протягом семестру".

Рис. 2.44. Загальні характеристики курсу «Математичне програмування»

Перед вивченням курсу пропонуємо пройти вхідне тестування для визначення рівня знань з фахових дисциплін, які передують вивченню математичного програмування (Рис. 2.45.).

Курс поділено на 2 змістовні модулі, що включають в себе декілька тем. До кожної теми подається теоретичний матеріал з прикладами виконання

завдань, лабораторні роботи, запитання для самоконтролю. По закінченню вивчення кожного змістовного модуля пропонується студентам пройти модульний контроль для визначення рівня сформованості навчальних досягнень (Рис. 2.45, Рис. 2.46).

**Вхідне тестування**

 **Контроль залишкових знань**

**Вступ до математичного програмування**

Історія розвитку математичного програмування. Класифікація задач математичного програмування.  
Етапи розв'язування задач математичного програмування.

 **Теоретичний матеріал до ЛЕКЦІЇ 1**
  
 **Запитання для самоконтролю**

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ №1. Лінійне програмування**

**Тема № 1. Задачі лінійного програмування**

 **Теоретичний матеріал до ЛЕКЦІЇ 2**
  
 **Лабораторна робота №1**
  
 **Запитання для самоконтролю**
  

**Тема №2. Задачі цілочисельного програмування**

 **Теоретичний матеріал до ЛЕКЦІЇ 3**
  
 **Лабораторна робота №2**
  
 **Запитання для самоконтролю**
  

**Тема №3. Елементи теорії ігор.**

 **Теоретичний матеріал до ЛЕКЦІЇ 4**
  
 **Лабораторна робота №3**
  
 **Запитання для самоконтролю**

**Модульний контроль №1**

 **Тестування Модуль 1**

Рис. 2.45. Дистанційна підтримка курсу “Математичне програмування”

Процес набуття студентами знань, вмінь та навичок розв'язування задач математичного програмування в рамках відповідної дисципліни буде успішним, раціональним і сприятиме досягненню поставленої мети навчання, за умови послідовного засвоєння нового матеріалу, як під час лекційних занять, там і самостійної роботи, виконання вчасно лабораторних робіт, а також правильного поєднання форм, методів та засобів навчання.

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ №2. Нелінійне програмування**


**Тема №4. Задачі нелінійного програмування.**

-  **Теоретичний матеріал до ЛЕКЦІЇ 5**
-  **Лабораторна робота №4**
-  **Запитання для самоконтролю**

**Тема №5. Задачі динамічного програмування.**

-  **Теоретичний матеріал до ЛЕКЦІЇ 6**
-  **Лабораторна робота №5**
-  **Запитання для самоконтролю**

**Тема №6. Стохастичне програмування.**

-  **Теоретичний матеріал до ЛЕКЦІЇ 7**
-  **Лабораторна робота №6**
-  **Запитання для самоконтролю**

**Модульний контроль №2**

-  **Тестування Модуль 2**

*Рис. 2.46. Дистанційна підтримка курсу “Математичне програмування”*

Наприклад, на лабораторних заняттях і при організації самостійної роботи для виконання допоміжних обчислень і розрахунків, побудови графіків функцій та їх аналізу, а також для безпосереднього розв'язування задач математичного програмування, широко застосовуються програмні продукти

MathCad, Matlab, Gran, Microsoft Excel. Як показала практика, ці програмні засоби зручні в користуванні, досить надійні у роботі і на даний час найбільш придатні для використання у закладах вищої освіти при вивченні математичних дисциплін.

Навчання комп'ютерно–орієнтованого математичного програмування з використанням ІКТ сприяє формуванню у студентів навичок застосування комп'ютера як засобу підвищення ефективності навчальної діяльності, розвитку їх пізнавальної і дослідницької активності та творчих здібностей, розширенню кругозору, поглибленню знань з математичних та інформатичних дисциплін, зокрема студенти набувають вмінь практичного застосування різноманітних програмних засобів, зокрема прикладних програм, систем комп'ютерної математики, онлайн–сервісів для розв'язування практичних задач; надає можливість студентам набутти певного досвіду щодо застосування ІКТ у педагогічній діяльності.

## **ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ**

У процесі дослідження та створенні комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування виокремлено ряд концептуальних положень.

1. Впровадження в освітній процес комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування сприятиме формуванню у майбутніх учителів інформатики розвитку пізнавальної та дослідницької активності і творчих здібностей, розширенню кругозору, поглибленню знань з математичних та інформатичних дисциплін, підвищенню рівня їхньої фахової підготовки.

2. Для набуття відповідного якісного рівня фахової підготовки майбутніми учителями інформатики навчання комп'ютерно–орієнтованого математичного програмування має бути наскрізним. Тому у роботі пропонується організувати навчання з математичного програмування за чотирма етапами: пропедевтичний, початковий, основний, дослідницький.

3. Визначено навчально–методичне та програмне забезпечення, методи, форми і засоби комп’ютерно–орієнтованого навчання математичного програмування майбутніми учителями інформатики.

4. Одним з ефективних засобів дистанційної підтримки навчальної діяльності з математичного програмування студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів є використання дистанційного курсу, де розміщено комплекс відповідних навчально–методичних матеріалів, рекомендацій, публікацій і корисних посилань.

5. Комп’ютеризація даного курсу сприяє зміні цілей і удосконаленню змісту і засобів навчання, уточненню організаційних форм та методів навчання математичного програмування.

6. Застосування інформаційно–комунікаційних технологій під час вивчення математичного програмування принципово впливає на зміст та методiku навчання і дозволить, завдяки наочності та звільненню від рутинної роботи, посилити мотивацію навчання студентів.

7. Ефективне використання ПЗНП важливе для майбутніх учителів не тільки як засіб інтенсифікації їх підготовки, але й як важливий фактор створення позитивної мотивації до використання комп’ютерних засобів у їх майбутній професійній діяльності.

Метою та завданням навчальної дисципліни є набуття фундаментальних теоретичних знань і практичних навичок з питань правильної постановки та розв’язування оптимізаційних задач методами математичного програмування за допомогою сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.

Під час вивчення курсу “ Математичне програмування ” у студентів розширюється уявлення про можливості використання певного програмного засобу для створення і розв’язування різноманітних задач математичне програмування.



**Зміст другого розділу дисертаційного дослідження висвітлено у таких публікаціях автора:**

1. Біляй Ю. П. Іщук А.А. Деякі методи розв'язування задач стохастичного програмування. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія №2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання.* 2017. №19(26). С.207-214.

2. Іващенко А.А. Розв'язування задач з параметрами за допомогою комп'ютера. *Комп'ютер у школі та сім'ї.* 2015. №2. С. 25-30.

3. Іващенко А.А. Комп'ютеризоване розв'язування задач теорії ігор. *Інформаційні та моделюючі технології (ІМТ-2015). Сучасний стан та шляхи розвитку інформаційних технологій та технологій моделювання програмних та інформаційних систем:* матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Черкаси, 28-30 травня 2015 р.). Черкаси: ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2015. 21-22 с.

4. Іващенко А.А. Твердохліб І.А. Основні етапи розвитку та використання комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання. *Наука, освіта, суспільство очима молодих. Частина 1. Психолого-педагогічний напрям:* матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції (м. Рівне 19-20 травня, 2010 року). Рівне: РВВ РДГУ, 2010. С.58-60.

5. Іщук А.А. Основні поняття та комп'ютеризоване розв'язування задач теорії ігор. *Електроніка та інформаційні технології.* Збірник наукових праць Львівського національного університету імені Івана Франка. ISSN Online: 2224-087X, 2015. №5. С. 137-150. URL: [http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis\\_nbuv/cgiirbis\\_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE\\_FILE\\_DOWNLOAD=1&Image\\_file\\_name=PDF/Telt\\_2015\\_5\\_17.pdf](http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/Telt_2015_5_17.pdf) (дата звернення: 27.11.2020).

6. Іщук А.А. Комп'ютеризоване розв'язування задач дискретного програмування за допомогою жадібних алгоритмів. *Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах:* наук.-метод. журнал. 2015. № 5-6. С. 30-37.

7. Іщук А.А. Розв'язування деяких задач оптимізації за допомогою комп'ютера. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки: зб. наук. праць.* Черкаси: Вид-во ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2016. Вип. 11. С. 76-83.

8. Іщук А.А. Розв'язування багатокритеріальних задач оптимізації за допомогою комп'ютера. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання,* 2019. Вип. 21 (28). С. 55-63.

### **РОЗДІЛ 3. РЕАЛІЗАЦІЯ КОМП'ЮТЕРНО–ОРІЄНТОВАНОЇ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ТА ПЕРЕВІРКА ЕФЕКТИВНОСТІ ЇЇ ВИКОРИСТАННЯ**

#### **3.1. Проведення та організація педагогічного експерименту**

Метою педагогічного експерименту протягом 2013 – 2020 років була перевірка гіпотези дослідження, розробка, апробація та оцінювання ефективності розробленої комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики.

У процесі педагогічного експерименту розв'язувались такі завдання:

- дослідження наскрізного процесу навчання курсу "Математичне програмування" студентів спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика) у закладах вищої педагогічної освіти;
- визначення рівня професійної підготовки з математичного програмування майбутніх учителів інформатики, можливостей і ефективності використання комп'ютерних засобів для розв'язування задач та необхідності методичної підготовки у даній галузі;
- розробка необхідного навчально–методичного забезпечення (тексти лекцій, методичні рекомендації до лабораторних робіт, навчальну програму курсу, завдання до лабораторних робіт, контролю сформованості знань, умінь, навичок з математичного програмування);
- впровадження розробленого змісту навчального матеріалу в практику педагогічних університетів, дослідження ефективності його використання;
- перевірка ефективності розроблених компонент комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання розв'язування задач математичного програмування майбутніх учителів інформатики.

У ході педагогічного експерименту було проведено анкетування, опитування, бесіди з викладачами і студентами ЗВО, фахівцями в галузі навчання математичного програмування, використання ІКТ у навчанні.

На основі отриманих результатів було визначено основні теми курсу математичного програмування та розподіл змісту навчального матеріалу за модулями.

Педагогічний експеримент проводився у три етапи:

- констатувальний етап (2013–2015 рр.);
- пошуковий етап (2015–2017 рр.);
- формувальний етап (2015–2020 рр.).

Дослідження мало спіралеподібний характер: на кожному етапі дослідження розроблялися, уточнювалися та перевірялися положення, покладені в основу етапу, визначалися задачі етапу; розроблені теоретичні положення реалізовувались у ході педагогічного експерименту, на основі аналізу результатів якого знову уточнювалися теоретичні положення і т.д. Критерієм, що визначав завершення процесу дослідження, стало досягнення його мети та повна реалізація завдань дослідження.

Методи планування розміру вибірки ґрунтуються на припущенні, що до закінчення спостереження буде можливо підтвердити або спростувати наявність передбачуваних відмінностей між досліджуваними групами. Можливість виявлення статистично значущих відмінностей залежить від розміру вибірки і величини істинної відмінності порівнюваних показників.

Щоб визначити обсяг вибірки при проведенні описового дослідження однієї групи, скористаємося такою формулою [235]:

$$n = \frac{t^2 \cdot P \cdot Q}{\Delta^2} \quad (3.1)$$

де  $t^2$  – критичне значення критерію Ст'юдента при відповідному рівні значущості (для педагогічних досліджень вважають рівень значущості 0,05);

$P$  – частка випадків, в яких зустрічається досліджувана ознака;

$Q$  – частка випадків, в яких не зустрічається досліджувана ознака ( $Q = 1 - P$ );

$\Delta$  – гранично допустима похибка (для педагогічних досліджень 5%).

Наведена формула розрахунку обсягу вибірки ґрунтується на припущенні, що усі правила формування вибірки були дотримані і єдиною помилкою вибірки є помилка, зумовлена її обсягом. Обсяг вибірки визначає точність отриманих результатів, але не їх репрезентативність, яка гарантується використанням коректних імовірнісних процедур формування вибірки.

Для нашого дослідження визначимо необхідний мінімальний обсяг вибірки.

$$n = \frac{1.96^2 \cdot 85 \cdot 15}{5^2} = 195.6 \approx 196$$

Отже, для нашого дослідження визначено мінімальний обсяг вибірки констатувального етапу педагогічного експерименту, що забезпечить вірогідність оцінок параметрів генеральної сукупності.

### **Констатувальний етап (2013–2015 рр.).**

На даному етапі педагогічного експерименту проводилось дослідження сучасного стану вивчення та використання комп'ютерно-орієнтованого навчання математичного програмування в навчальному процесі:

❖ аналіз наукових досліджень, навчальної літератури та публікацій, результати якого відображені у п. 1.1, 1.4, 1.5;

❖ психолого–педагогічне спостереження за начальним процесом;

❖ індивідуальні бесіди зі студентами та викладачами;

❖ метод анкетування.

Основним методом дослідження є педагогічний експеримент та спостереження. З метою уточнення та реалізації завдань дослідження в якості допоміжних нами використовувалося опитування. Існує дві форми проведення опитування:

- інтерв'ю (усне опитування);
- анкетування (письмове опитування).

[152].

Проаналізувавши переваги на недоліки як інтерв'ю так і анкетування, ми дійшли висновку розмежувати їх використання таким чином: інтерв'ю

використати для опитування викладачів, а для отримання зворотнього зв'язку зі студентами – анкетування. Основними передумовами цього є визначення переваг та недоліків кожного з них (Табл.3.1.).

**Таблиця 3.1.**

***Переваги та недоліки інтерв'ю та анкетування***

	<i>Переваги</i>	<i>Недоліки</i>
<b>Інтерв'ю</b>	Можливість індивідуалізації питань, їх варіювання, додаткові уточнення, оперативна діагностика достовірності та повноти відповідей.	Можливість навіювання респондентам позиції дослідника, неможливість охоплення опитуванням широкого кола осіб
<b>Анкетування</b>	Можливість охоплення великої кількості респондентів, виявити масові явища, на основі аналізу яких встановлюються факти	Стандартний характер, відсутність контакту дослідника з респондентами, що не завжди забезпечує вичерпні і відверті відповіді.

В нашому дослідженні анкетування забезпечило отримання даних, які нададуть можливість адекватно і обґрунтовано описати потреби у вивченні програмних та апаратних засобів.

Анкетування здійснювалося з використанням сервісу Google Диск за допомогою інструменту Google Форм (Рис. 3.1, Рис. 3.2). Анкетування було анонімним, що дозволяє говорити про об'єктивність та відвертість отриманих відповідей.

Анкетування проводилось з метою встановлення ступеня обізнаності студентів з можливостями використання інформаційно–комунікаційних технологій для розв'язування задач математичного програмування.

У процесі дослідження було опитано 198 студентів і 53 викладачі інформатичних та математичних дисциплін деяких ЗВО центрального та південного регіонів України (форма і зміст анкет наведено у додатках В, Г).

## Анкета для студентів інформатичних спеціальностей

Шановні студенти!

Просимо Вас взяти участь в опитуванні.

Анкетування проводиться з метою встановлення ступеня обізнаності студентів з можливостями використання інформаційно-комунікаційних технологій для розв'язування задач математичного програмування.

\*Обов'язкове поле

**Зазначте, будь ласка, відомості про себе: Курс, група \***

Ваша відповідь \_\_\_\_\_

**У чому, на Вашу думку, полягає мета вищої інформатичної освіти? (упорядкуйте, від 1 (найменш значуща) до 7 (найвагоміша)). \***

	1	2	3	4	5	6	7
Підготовка до майбутньої професії	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Формування наукового світогляду	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Формування наукового підходу до розв'язування різних прикладних задач за допомогою комп'ютера	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Формування загальнолюдської культури	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Формування інформаційної культури	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Інтелектуальний розвиток особистості	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Підготовка до життя у суспільстві	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Рис. 3.1. Анкетування студентів з використанням Google Forms

## Анкета для викладачів математичних та інформатичних дисциплін

Шановні колеги!

Просимо Вас взяти участь в опитуванні. Результати анкетування будуть проаналізовані та використані в узагальненому вигляді.

Анкетування проводиться з метою встановлення ступеня обізнаності студентів з можливостями використання інформаційно-комунікаційних технологій для розв'язування задач математичного програмування.

\*Обов'язкове поле

**Зазначте, будь ласка, Ваш науковий ступінь \***

Ваша відповідь \_\_\_\_\_

**Педагогічний стаж роботи \***

Ваша відповідь \_\_\_\_\_

**Чи потрібно під час навчання дисциплін математичного циклу використовувати сучасні ІКТ? \***

- Так
- Ні

**Які відомі програмні засоби (онлайн-сервіси) Ви використовуєте в своїй професійній діяльності для розв'язування задач? \***

Ваша відповідь \_\_\_\_\_

**Чи створюєте Ви самостійно програмні засоби, за допомогою мови програмування, для навчання студентів розв'язувати задачі?**

- часто
- інколи
- вмю, але не створюю
- не вмю

Рис. 3.2. Анкетування викладачів з використанням Google Forms



Проаналізуємо результати опитування викладачів.

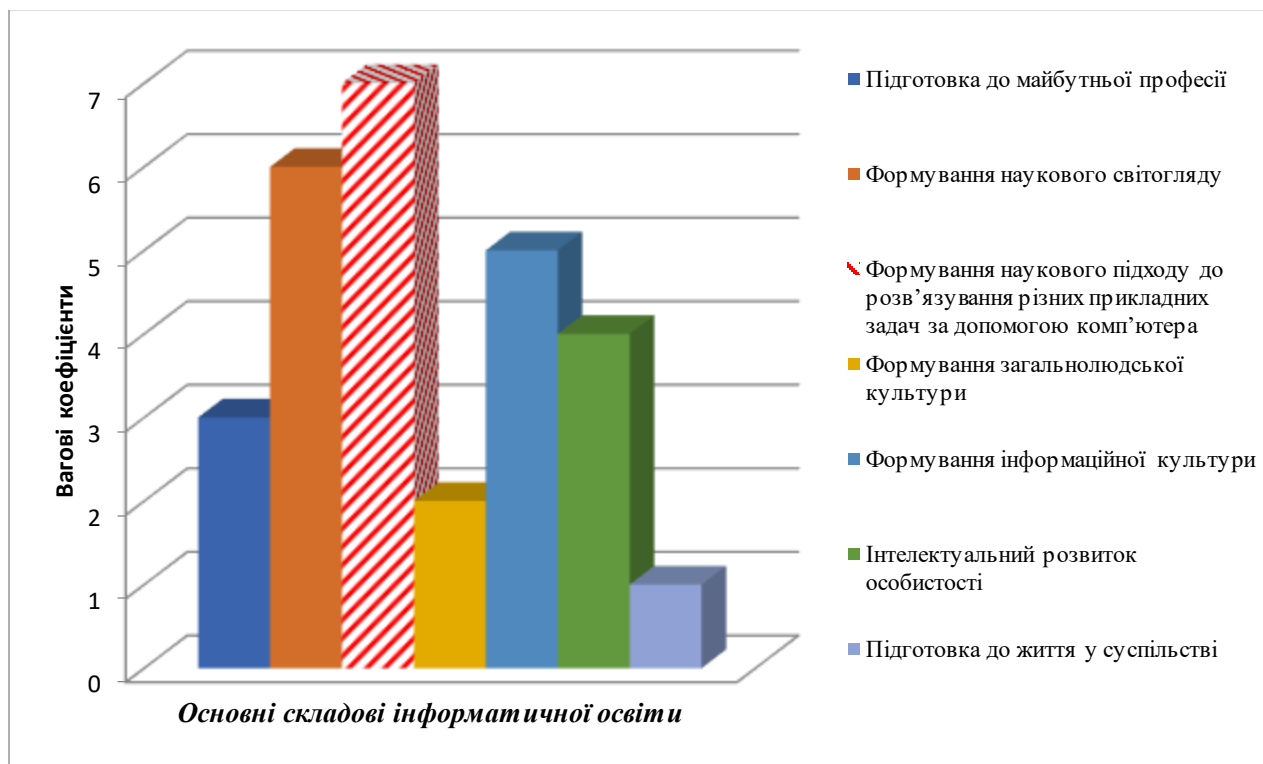
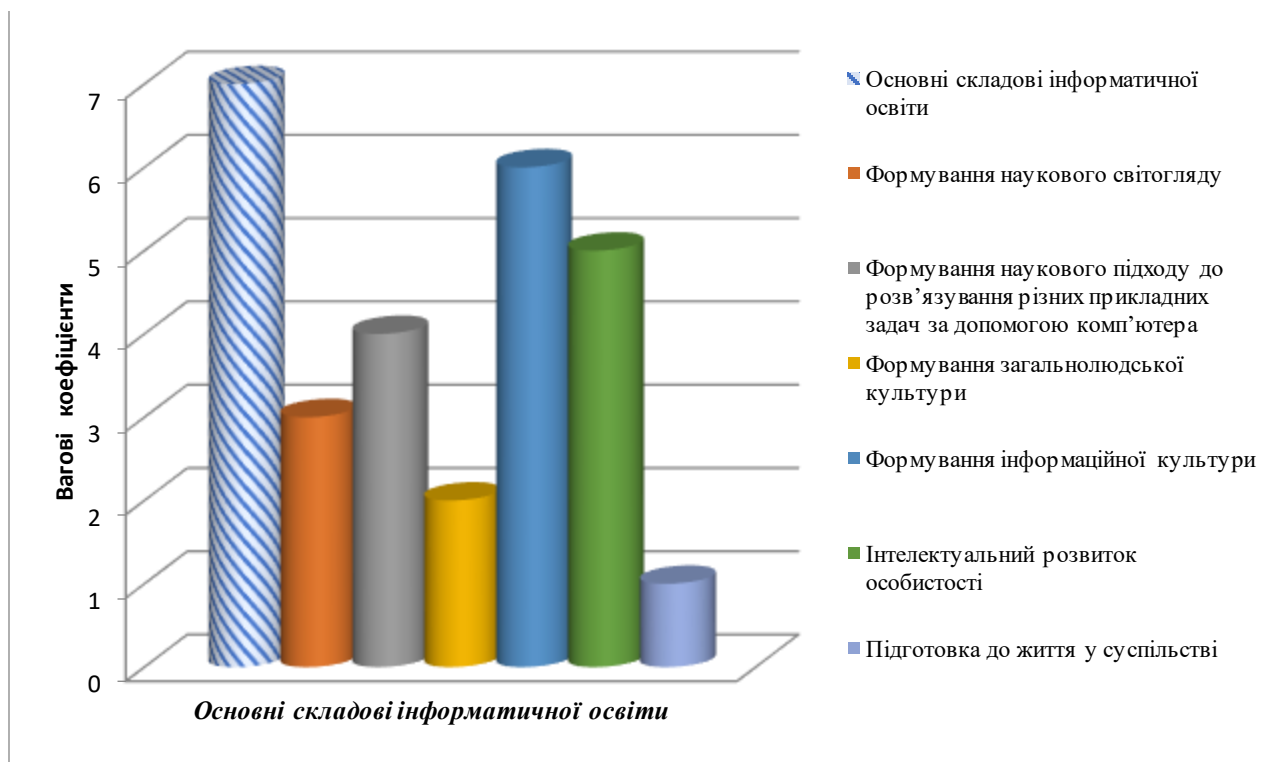


Рис. 3.3. Мета вищої інформатичної освіти (опитування викладачів)

На питання «У чому, на Вашу думку, полягає мета вищої інформатичної освіти?» викладачам було запропоновано розставити за вагомістю (від 1 до 7, де 1 – найменш значуща, 7 – найважливіша) ролі вищої інформативної освіти (рис. 3.3). Так викладачі найважливішу роль відвели формуванню наукового підходу до розв'язування різних прикладних задач за допомогою комп'ютера, друге місце – формуванню наукового світогляду, третє – формуванню інформаційної культури, четверте – інтелектуальному розвитку особистості, п'яте – підготовці до майбутньої професії, шосте – формуванню загальнолюдської культури, сьоме – підготовці до життя в суспільстві. У процесі проведення інтерв'ю (одночасно їх проведенням анкетування) викладачі мали змогу уточнити роль вищої інформатичної освіти, а саме її змістову, наукову складову, а також у всебічний інтелектуальний розвиток особистості.

Аналізуючи відповіді студентів, бачимо, що в пріоритеті у них є підготовка до майбутньої професії (рис.3.4).

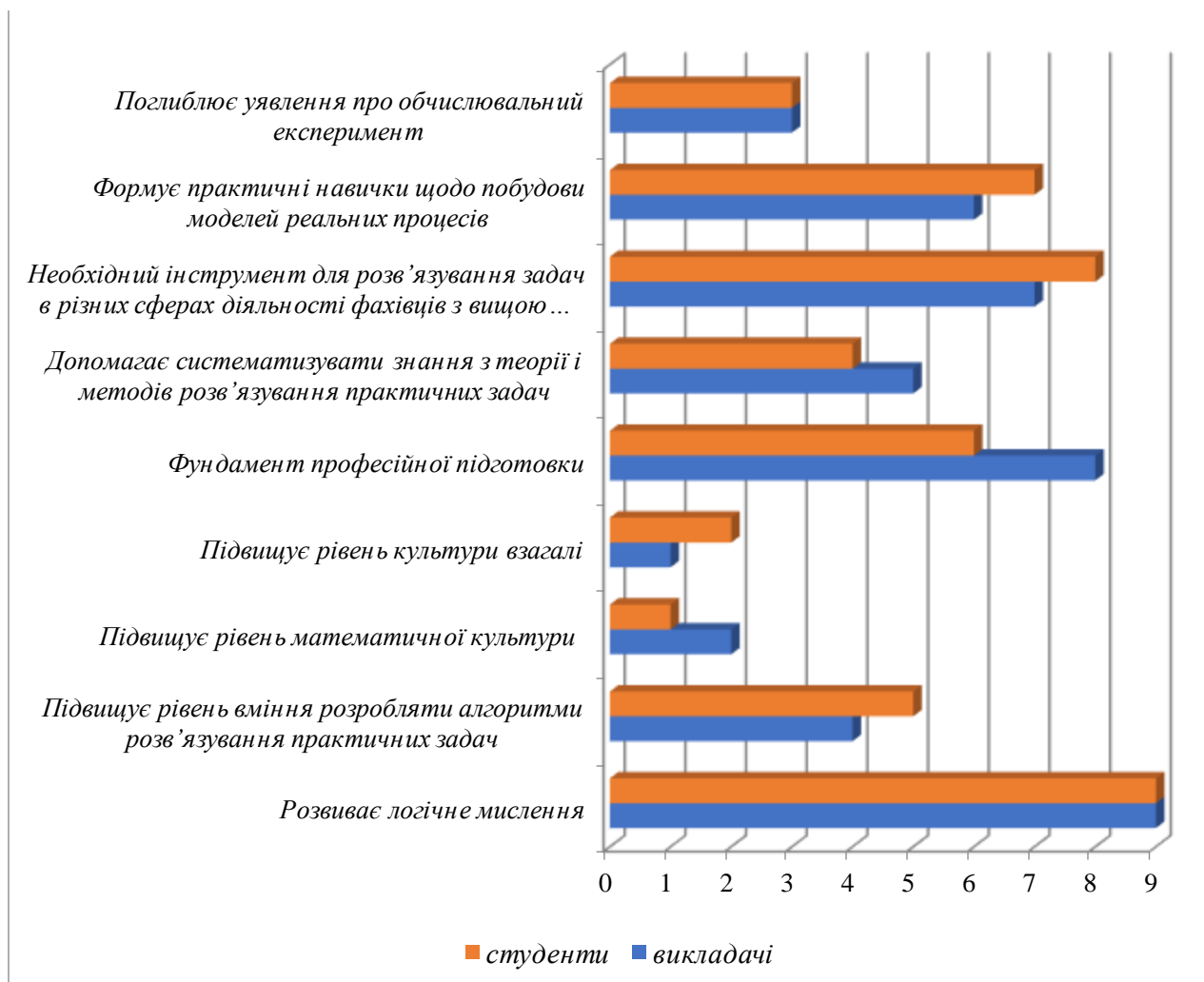


*Рис. 3.4. Мета вищої інформатичної освіти (опитування студентів)*

Таке бачення є закономірним, адже вони обрали професію, яка безпосередньо пов'язана з інформативною освітою. На друге та третє місце вони відносять формування інформаційної культури та інтелектуальний розвиток особистості», що в свою чергу формує науковий світогляд та науковий підхід до розв'язування різних прикладних задач за допомогою комп'ютера.

Кожен, будучи учнем, а згодом і студентом, ставив собі хоча б один раз запитання: «Якою є роль математики в інформативній освіті?» Це запитання було нами виокремлене, адже основою запропонованого нами спецкурсу є саме математика. Це питання ми поставили як студентам, та і викладачам.

Аналізуючи відповіді, подані на рис. 3.5, можна сказати що і студенти, і викладачі вважають, що математика в першу чергу розвиває логічне мислення тих, хто її вивчає і є необхідною для розв'язування задач в різних сферах діяльності фахівців з вищою освітою. Викладачі зауважили, що математика поглиблює уявлення про обчислювальний експеримент. Решта думок дещо різняться, але в цілому студенти та викладачі мають схожі погляди з приводу цього питання.



*Рис. 3.5. Роль математики в інформатичній освіті*

Для визначення рівня володіння навичками використання програмних засобів у процесі розв'язування задач з математики, зокрема математичного програмування, було запропоновано питання щодо використання програмних засобів в процесі вивчення дисциплін математичного циклу. З'ясувалося, що викладачі не завжди використовують ПЗ при навчанні дисциплін математичного циклу (що зазначили і студенти), що зумовлено браком часу, відведеним навчальною програмою на опанування відповідної теми. Але для вивчення деяких тем та перевірки правильності виконання завдання використовують MS Excel, Maple, Matlab, Mathcad, Gran.

Лише 7% викладачів створювали ПЗ для навчання студентів розв'язувати задачі, в свою чергу 15% студентів створювали програмні засоби для розв'язування задач за допомогою мови програмування.

Проведене дослідження дає підстави зробити висновки про невиправдану обмеженість використання програмних засобів навчання, а також створенні майбутніми учителями інформатики, засобами математичного програмування, ПЗ для розв'язування складних математичних і прикладних задач.

Викладачі прокоментували доцільність введення курсу «Математичне програмування» для майбутніх учителів інформатики. Аналізуючи надані відповіді, можна зробити загальний висновок, що даний курс буде доречний для магістрів, так як він вимагає знань більшості дисциплін математичного циклу, що вивчаються протягом 4 років.

Але деякі педагоги зазначили, що варто впроваджувати елементи математичного програмування у процес вивчення математичних дисциплін на бакалаврському рівні. Тому наше дослідження проводилось, серед студентів освітнього ступеня бакалавр (фрагментарно під час вивчення деяких тем курсу Математичного аналізу, Вищої математики, Теорії ймовірностей та ін..) та для студентів освітнього ступеня магістр шляхом вивчення курсу за вибором «Математичне програмування».

На 5 курсі навчання майбутнім учителям інформатики доречно буде розв'язувати задачі математичного програмування, при цьому використовуючи різноманітні програмні засоби, онлайн-сервіси, виконувати власні розробки різними мовами програмування, при цьому порівнювати розв'язки, знайдені за допомогою різних ПЗ, аналізувати, інтерпретувати отримані результати, оцінювати оптимальність розроблених програмних.

Вирішення проблеми професійної підготовки майбутніх учителів інформатики у галузі математичного програмування до діяльності в умовах стрімкого розвитку інформаційного суспільства неможливе без створення відповідних умов у педагогічному закладі вищої освіти, зокрема інформатизації й комп'ютеризації освітнього процесу, високого рівня інформаційної культури викладачів, володіння ними сучасними педагогічними технологіями, які спрямовані на формування творчого мислення студентів, їх самоосвіту, саморозвиток.

Таким чином, перший етап експерименту підтвердив актуальність нашого дослідження і необхідність розробки та впровадження в освітній процес педагогічних університетів комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування.

### **Пошуковий етап (2015–2017 рр.).**

На даному етапі педагогічного експерименту вивчалася та аналізувалася інформатична, математична, психолого–педагогічна, наукова та навчально–методична література, педагогічний досвід викладачів, можливості використання різних програмних засобів для розв'язування задач математичного програмування з метою створення сучасного навчально–методичного забезпечення та ефективної комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування.

В результаті аналізу літератури зроблено висновок про те, що для розв'язання питань формування професійної й інформаційної культури майбутніх учителів інформатики на належному рівні необхідно створити і впровадити в освітній процес закладу вищої освіти комп'ютерно–орієнтовану методичну систему навчання математичного програмування, що ґрунтуються на оновленій концепції вищої математичної та інформатичної освіти, яка формується на засадах фундаментальності, професійної спрямованості, науковості, доступності, широкому використанні інформаційно–комунікаційних технологій.

В процесі дослідження на даному етапі були сформульовані та уточнені гіпотеза, програма дослідження і перевірки висунутої гіпотези, мета, предмет, об'єкт і завдання дослідження. Здійснено добір навчального матеріалу, вивчення якого сприяє реалізації концепції професійно–педагогічного напрямку навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування, визначено зміст основних компонентів методичної системи навчання математичного програмування, сформовано та вдосконалено ефективні методи, організаційні форми та засоби навчання математичного програмування.

На основі наукових досліджень у галузі математичного програмування

було створено дистанційну підтримку даного курсу.

### **Формувальний етап (2015–2020 рр.).**

Метою формувального етапу педагогічного експерименту була перевірка на практиці ефективності розробленої методичної системи навчання математичного програмування для майбутніх учителів інформатики. Для цього розв'язувались наступні завдання:

- випробувати в освітньому процесі педагогічного університету окремі компоненти методичної системи навчання математичного програмування за допомогою сучасних інформаційних технологій;
- визначити працездатність й ефективність запропонованої комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування;
- перевірити доцільність та ефективність дібраних педагогічних програмних засобів їх використання як засобів комп'ютерної підтримки освітнього процесу курсу «Математичного програмування»;
- порівняти показники ефективності навчання студентів: до впровадження в освітній процес комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування та після її впровадження.

### **3.2. Аналіз результатів навчального експерименту**

В апробації комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування, навчально–методичних матеріалів, створених у межах дисертаційного дослідження, і дібраних програмних продуктів, брали участь викладачі і студенти закладів вищої освіти, а саме:

- ✓ Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка;
- ✓ Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка;

✓ Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка;

✓ Криворізького державного педагогічного університету (КДПУ);

✓ Південноукраїнського національного університету імені К.Д. Ушинського.

Протягом експерименту на різних його етапах було охоплено понад 192 студентів математичних та інформатичних спеціальностей.

Викладачі навчальних закладів, які брали участь в експериментальному дослідженні, використовували у процесі навчання курсів математично–інформатичного спрямування запропоновані нами навчально–методичні розробки з відповідним програмним забезпеченням, оцінювали їх ефективність і надавали різні рекомендації, які в свою чергу, сприяли удосконаленню відповідних компонентів методичної системи навчання математичного програмування.

Формою контролю по завершенню вивчення курсу «Математичне програмування» є залік. Під час заліку визначається рівень сформованих знань, умінь і навичок, набутих протягом опанування даного курсу, для розв’язування задач математичного програмування та для здійснення майбутньої професійної діяльності.

Робота з викладачами та студентами, які брали участь у дослідженні дала нам можливість узагальнити рівні сформованості навчальних досягнень у навчальній дослідницькій діяльності майбутніх учителів інформатики виявлені під час навчання елементів курсу та курсу «Математичне програмування» в цілому (Табл. 3.2).

**Таблиця 3.2.**

***Рівні сформованості навчальних досягнень  
у питаннях математичного програмування***

<b>Рівень</b>	<b>Зміст підготовки</b>
<i>Низький</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ студенти під керівництвом викладача проводять аналіз дослідницької задачі, аналіз даних;</li> <li>✓ студенти із сформульованої викладачем проблеми виявляють основні теоретичні факти, проєктують її розв’язування;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ студенти використовують розумові операції: аналіз, синтез, порівняння.</li> </ul>
<i>Достатній</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ студенти самостійно аналізують дослідницьку задачу, її умову, вимогу;</li> <li>✓ студенти на основі сформульованої проблеми роблять спробу висунути різні припущення, щодо її вирішення;</li> <li>✓ студенти з допомогою викладача будують математичну модель задачі, розв'язують її за допомогою комп'ютера, перевіряють та аналізують результати;</li> <li>✓ студенти проводять аналогії, роблять узагальнення.</li> </ul>
<i>Середній</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ студенти самостійно аналізують дослідницьку задачу;</li> <li>✓ студенти систематизують методи розв'язування, відомі раніше, для вибору оптимального методу розв'язування задачі.</li> <li>✓ студенти частково самостійно проводять розв'язування дослідницької задачі;</li> <li>✓ студенти самостійно здійснюють аналіз розв'язку, перевірку отриманих результатів.</li> </ul>
<i>Високий</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ студенти самостійно здійснюють теоретичний аналіз дослідницької задачі,</li> <li>✓ студенти самостійно формулюють проблему, висувають гіпотези щодо її вирішення;</li> <li>✓ студенти будують математичну моделю дослідницької задачі;</li> <li>✓ студенти виконують перевірку й аналіз отриманих результатів;</li> <li>✓ студенти всі розумові операції використовуються раціонально.</li> </ul>

Оцінювання заліку проводиться за рейтинговою системою ECTS.

– **90–100 балів (оцінка – «відмінно», «А»)**. Студент чітко і вільно володіє термінологією, надає логічні, обґрунтовані відповіді на теоретичні питання, вміє визначати головне у вивченому матеріалі курсу, грамотно, ефективно виконує лабораторні завдання. Роботи виконує охайно, без змістовних помилок. Допускає, невелику неточність у кожному завданні, що в свою чергу, не впливає на виконання завдання в цілому;

– **70–89 балів (оцінка – «добре», «В», «С»)**. Студент чітко і вільно володіє термінологією, грамотно, ефективно виконує лабораторні завдання. Роботу виконує охайно, але можливі декілька помилок, що суттєво не впливає на результати виконання завдання в цілому;



– **60–69 балів (оцінка – «задовільно», «D», «E»)**. Студент не завжди чітко володіє термінологією, допускає змішування понять, не зовсім правильно виконує лабораторні завдання. Допускається три і більше несуттєвих помилок;

– **1–59 балів (оцінка – «незадовільно», «F», «FX»)**. Студент виконує завдання не в повному обсязі. Допускає грубі помилки в роботі, не володіє спеціальною термінологією. Відповіді оцінюються як такі, що оформлені неграмотно, недбало, з помилками.

Під час проведення педагогічного експерименту, використовували лонгітюдний метод, запропонований Ананьєвим Б.Г. [11], що є тривалим і систематичним вивченням одного і того ж об'єкта (групи студентів). Даний метод передбачає спостереження за процесом навчання студентів, опираючись на завчасно складену програму, дібрану систему комплексних завдань і дозволяє виявити зміни у студентів під час засвоєння знань, розв'язуванні задач, логічного та критичного мислення, а також робити прогнози його подальшого розвитку.

На початок експерименту були залучені студенти різних спеціальностей. Відомості про це наведено в таблиці 3.3.

**Таблиця 3.3**

**Контингент залучених до експериментального дослідження студентів**

<b>ЗВО</b>	<b>Спеціальності / кваліфікації</b>
<i>Південноукраїнський державний педагогічний університет імені К.Д. Ушинського</i>	Середня освіта (Математика)
<i>Глухівський національний педагогічний університет ім. Олександра Довженка</i>	«Вчитель технологій та інформатики», «Вчитель фізики та інформатики»
<i>Криворізький державний педагогічний університет</i>	Студенти фізико–математичного та природничого факультетів
<i>Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка</i>	Середня освіта (Математика), Середня освіта (Фізика), Середня освіта (Інформатика)
<i>Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка</i>	Середня освіта (Математика), Освітня програма: Середня освіта (Математика, Інформатика, Економіка)

Студентам–учасникам експерименту було запропоновано пройти вхідне тестування для визначення рівня знань з фахових дисциплін, які передують вивченню математичного програмування (Додаток Д). Всього в експерименті взяло участь 192 респонденти.

Тест було розроблено з дотриманням усіх вимог, сформульованих Кухар Л.О. в роботі [186]. Опишемо основні етапи конструювання тесту, які були нами реалізовані.

**1 етап.** На першому етапі було визначено мету тестування (визначення рівня знань з фахових дисциплін, які передують вивченню математичного програмування);

**2 етап.** Розроблено план тесту згідно міжпредметних зв'язків

**Таблиця 3.4.**

**План тесту для вхідного контролю**

	Розподіл завдань за когнітивним рівнем					
	Знання	Уміння	Застосування	Аналіз	Синтез	Всього
«Математичний аналіз»	1	1		1		3
«Алгебра та геометрія»	1		1		1	3
«Теорія ймовірностей та математична статистика»	1	1	1			3
«Дискретна математика»	1	1	1			3
«Чисельні методи»	1		1		1	3
«Проективна геометрія і методи зображення»	1		1	1		3
«Математична логіка і теорія алгоритмів»	1	1		1		3
«Програмування»		1	1		1	3
<b>Всього</b>	7	5	6	3	3	24

**3 етап.** Розроблено тестові завдання різних когнітивних рівнів, що дали змогу визначити залишкові знання студентів з фахових дисциплін, які передують вивченню дисципліни «Математичне програмування» (п.1.4).

Наведемо приклади деяких тестових завдань.

### «Математичний аналіз»

Вкажіть вірне твердження:

$$\text{Функція } y = \begin{cases} x^2, & \text{при } x \geq 0, \\ x - 1, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

- A. неперервна при будь-яких значеннях  $x$  ;
- B. має усувний розрив в точці  $x = 0$ ;
- C. має розрив першого роду в точці  $x = 0$ ;
- D. має розрив другого роду в точці  $x = 0$ .

### «Алгебра та геометрія»

Вкажіть матрицю, обернену до матриці  $A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$

A.  $A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

B.  $A^{-1} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$

C.  $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$

D. оберненої матриці не існує.

### «Теорія ймовірностей та математична статистика»

Підприємство в середньому випускає 20% продукції вищого сорту і 70% продукції першого сорту. Знайти ймовірність  $P$  того, що випадково взятий виріб цього підприємства буде вищого або першого сорту. У відповідь записати число **30 P**.

Відповідь \_\_\_\_\_

### «Математична логіка і теорія алгоритмів»

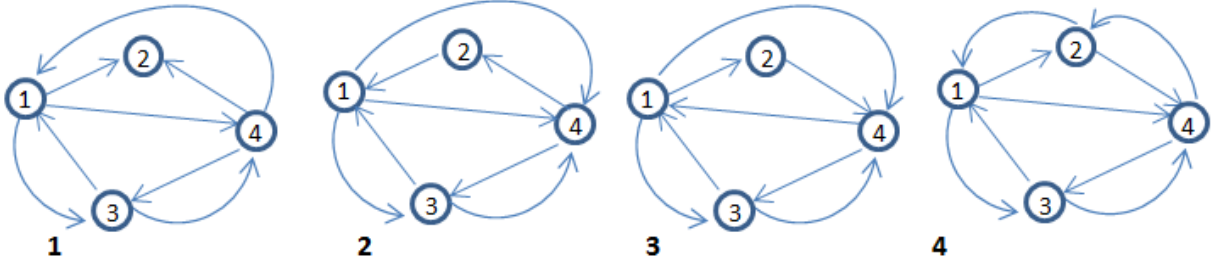
У складному висловлюванні «Іванов старший Петрова або вони однолітки» прості висловлювання з'єднані операцією

- A. імплікації
- B. еквівалентності
- C. кон'юнкції
- D. диз'юнкції

«Дискретна математика»

Вкажіть, який з графів відповідає наведеній матриці суміжності

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

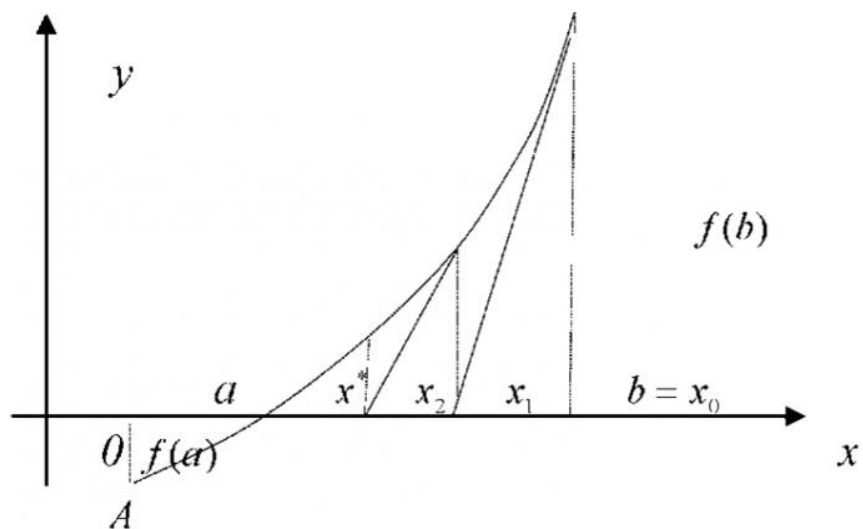


- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

«Чисельні методи»

Вкажіть, що за метод представлено графічно на зображенні

- A. поділу навпіл
- B. дотичних
- C. хорд
- D. комбінований метод



**«Проективна геометрія і методи зображення»**

Вкажіть, де знаходяться носії твірних проєктивних рядів I–го порядку?

- A. знаходяться всередині кривої II–го порядку;
- B. є невласними;
- C. є лініями симетрії до кривої II–го порядку;
- D. належать до прямих пучка II–го порядку.

**«Програмування»**

Вкажіть, що буде результатом виконання програми?

```
#include <stdio.h>
int main ()
{
    int i=0;
    while (++i < 5)
    {
        printf("%d, i%2);
    }
    Return 0;
}
```

- A. 01248
- B. 10101
- C. 12345
- D. 01010
- E. 1010

**4 етап. Проведення тестування.**

Щоб результати тестування були достовірними, надійними та валідними необхідно максимально стандартизувати умови його проведення та аналізу результатів. Стандартизація умов тестування зможна забезпечити, дотримуючись таких умов:

- ✓ *Стандартизація процесу вимірювання.* (дотримання однакових умов експерименту, результати вимірювання можна порівнювати між собою (співставляти));
- ✓ *Об'єктивність опрацювання результатів* (фіксація, накопичення, аналіз та збереження);
- ✓ *Об'єктивність в інтерпретації результатів* (однакова інтерпретація одних і тих же результатів різними дослідниками) [186].

#### **5 етап.** Оцінювання та аналіз результатів тестування.

На цьому етапі необхідно виконати такі завдання:

- 1) Формування таблиці, яка містить показники якості тестових завдань;
- 2) Шкалювання результатів тестування;
- 3) Формулювання висновків.

Аналізувати результати тестування можна з використанням класичної теорії (Classical Test Theory) або сучасної теорії тестів (Item Response Theory).

В якості програмних засобів, які дають змогу опрацювати результати тестування за класичною теорією тестів можна використати MS Excel. Перевагою класичної теорії тестів є доступність і простота обчислень, наочність в інтерпретації результатів.

В межах класичної теорії визначають вид розподілу результатів тестування, нормальність розподілу різними методами (асиметрія, Шапіро-Вілка, критерій  $\chi^2$ , обчислюють складність, дискримінативність, обчислюють показники надійності, валідності [186].

Для аналізу результатів тестування засобами сучасної теорії тестів необхідні спеціальні програмні засоби, наприклад, TiaPlus [237], WinSteps [234].

Аналіз використання теорії IRT описане нами в роботах «Використання теорії тестування–IRT в адаптивному тестуванні» [102] та «Деякі аспекти комп'ютерно–адаптивного тестування з інформатики» [101].

Тестування ми проводили з використанням системи дистанційного навчання MOODLE рис.3.6. Тест було введено до дистанційного курсу,

розробленого в рамках проведення дисертаційного дослідження.

Ішук Анастасія Анатоліївна
НПУ. Факультет інформатики

Головна Інформаційна панель Події My Courses Цей курс
Сховати блоки Standard view

Мої курси > Різне > Курси що наповнюються (Архів) > Математичне програмування > Вхідне тестування > Контроль залишкових знань

**Перехід по тесту**

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24				

Завершити спробу...

**Питання 1**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 3.00  
[Відмітити питання](#)

Вкажіть вірне твердження: функція

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{при } x \geq 0, \\ x - 1, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

- a. неперервна при будь-яких значеннях x
- b. має розрив першого роду в точці x=0
- c. має усунувний розрив в точці x=0
- d. має розрив другого роду в точці x=0

**Питання 2**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 3.00  
[Відмітити питання](#)

Вкажіть обернену матрицю до матриці  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

- a.  $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$
- b. обернена матриця не існує
- c.  $A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$
- d.  $A^{-1} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$

**Питання 3**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 6.00  
[Відмітити питання](#)

Дане підприємство в середньому випускає 20% продукції вищого сорту і 70% продукції першого сорту. Знайти ймовірність P того, що випадково взятий виріб цього підприємства буде вищого або першого сорту. У відповідь записати число 30 P.

Відповідь:

**Питання 4**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 3.00  
[Відмітити питання](#)

У складному висловлюванні «Іванов старший Петрова або вони однолітки» прості висловлювання з'єднані операцією

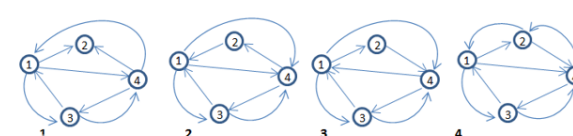
- a. імплікації
- b. кон'юнкції
- c. диз'юнкції
- d. еквівалентності

**Питання 5**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 3.00  
[Відмітити питання](#)

Вкажіть, який з графів відповідає наведеній матриці суміжності

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



- a. 3
- b. 2
- c. 1
- d. 4

Рис. 3.6. Фрагмент вхідного тестування з курсу «Математичне програмування» в системі moodle

В системі Moodle є доступний модуль Статистика, в якому після проведення тестового контролю можна переглянути не лише результати тестування та показники якості тесту, а й статистичні показники якості тестового завдання. Таким чином після проведення тестування можна удосконалювати завдання, вибракувати неякісні [138].

За результатами вхідного контролю ми зробили такий висновок, що студенти, які вступали до магістратури одразу після навчання в бакалавраті, так і студенти, які здобувають 2 вищу освіту, або вступили після перерви в навчання мають однакові залишкові знання з фахових дисциплін, тобто відмінності не значні, що дозволяє нам проводити експериментальне дослідження серед цих студентів.

Тому після аналізу результатів вхідного контролю студентам була запропонована комп'ютерно-орієнтована методична система навчання математичного програмування.

Під час вивчення курсу «Математичного програмування» студенти сумлінно працювали над виконанням завдань, чим показували зацікавленість до системи запропонованих матеріалів.

Для оцінювання навчальних досягнень студентів нами були розроблені критерії (п. 2.2.1) для визначення рівня знань, умінь щодо розв'язування задач математичного програмування за допомогою сучасних інформаційних технологій.

За допомогою тестового контролю, що проводився по завершенню вивчення кожного змістового модуля Рис.3.7, Рис.3.8. (Додаток Е, Є), оцінювання виконання лабораторних робіт та опитувань в межах проведення бесід та діалогів зі студентами, було визначено рівні сформованості їх навчальних досягнень математичного програмування (рис. 3.9).

Оцінювання рівня сформованості досягнень студентів з математичного програмування відбувалося в результаті проведення тестового контролю.



Було визначено рівні навчальних досягнень студентів до впровадження в освітній процес комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування та після її впровадження (Табл. 3.5).

The screenshot shows a Moodle test interface for the course 'Математичне програмування'. The top navigation bar includes the user's name 'Іщук Анастасія Анатоліївна', the course name 'НПУ. Факультет інформатики', and social media icons. The breadcrumb trail is: 'Мої курси > Різнє > Математичне програмування > Модульний контроль №1 > Тестування Модуль 1'. On the left, a 'Перехід по тесту' (Jump to test) panel shows a grid of question numbers 1-16, with 11-14 highlighted. The main content area contains five questions:

**Питання 11**  
Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 5,00  
Відмітити питання

Які математичні методи застосовують для аналізу та оцінки правил поведінки учасників конфліктної ситуації?

- a. лінійне програмування
- b. теорія ігор
- c. булеве програмування
- d. динамічне програмування

**Питання 12**  
Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 5,00  
Відмітити питання

Вкажіть правильну послідовність етапів розв'язування задач математичного програмування з використанням математичних методів та комп'ютерних технологій:

Аналіз.	Вибрати... ▾
Постановка задачі.	Вибрати... ▾
Одержання результатів.	Вибрати... ▾
Вибір програмного засобу для розв'язування задачі.	Вибрати... ▾
Інтерпретація.	Вибрати... ▾
Визначення типу отриманої математичної моделі.	Вибрати... ▾
Побудова математичної моделі.	Вибрати... ▾
Проведення обчислень.	Вибрати... ▾

**Питання 13**  
Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 5,00  
Відмітити питання

Встановіть відповідність:

Для розв'язання транспортної задачі застосовують метод	Вибрати... ▾
Для розв'язання задачі цілочислового програмування застосовують метод	Вибрати... ▾
Для розв'язання задач лінійного програмування застосовують метод	Вибрати... ▾

**Питання 14**  
Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 15,00  
Відмітити питання

Знайти розв'язок гри, заданої платіжною матрицею

$$H = \begin{matrix} x_1 & \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix} \\ x_2 & \end{matrix}$$

Відповідь:

**Питання 15**  
Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 5,00  
Відмітити питання

Ігри можна класифікувати за такими ознаками:

- a. за видом функції виграшу
- b. за кількістю ходів
- c. за кількістю стратегій
- d. за взаємовідносинами між учасниками
- e. за кількістю учасників
- f. за кількістю відомих даних
- g. за характером виграшу

Рис. 3.7. Фрагмент тесту модульного контролю №1 курсу «Математичне програмування» в системі moodle

Іщук Анастасія Анатоліївна

НПУ. Факультет інформатики

🔍 📘 📧 📷 🌐

🏠 Головна
📄 Інформаційна панель
📅 Події
📚 My Courses
👤 Цей курс
📑 Сховати блоки
🖥 Standard view

📄 > Мої курси > Різне > Математичне програмування > Модульний контроль №2 > Тестування Модуль 2

**Перехід по тесту**

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10				

Завершити спробу...

**Питання 6**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 10,00  
📄 Відмітити питання

**Вкажіть методи для розв'язування задач стохастичного програмування:**

- a. стохастичний метод можливих напрямів
- b. метод скорочення нев'язок
- c. метод стохастичних квазіградієнтів
- d. стохастичний метод штрафів
- e. метод потенціалів
- f. метод стохастичної апроксимації
- g. метод мінімального елемента
- h. Метод північно-західного кута

**Питання 7**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 5,00  
📄 Відмітити питання

**Багатокрокова оптимізаційна задача, яка в процесі розв'язування змінюється так, що на кожному кроці відшукється розв'язок деякої часткової задачі, породженої початковою задачею, називається**

- a. задача стохастичного програмування
- b. задача динамічного програмування
- c. задача квадратичного програмування
- d. задача вгнутого програмування

**Питання 8**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 5,00  
📄 Відмітити питання

**Принцип оптимальності Белмана покладено в основу розв'язання:**

- a. транспортних задач
- b. задач динамічного програмування
- c. задач квадратичного програмування
- d. задач лінійного програмування

**Питання 9**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 5,00  
📄 Відмітити питання

**Математична модель**

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} x_k x_j \rightarrow \max;$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

**є моделлю:**

- a. задачі динамічного програмування
- b. задачі нелінійного програмування
- c. задачі дискретного програмування
- d. задачі стохастичною програмування

**Питання 10**

Відповіді ще не було  
Макс. оцінка до 20,00  
📄 Відмітити питання

**Знайти розв'язок задачі нелінійного програмування**

$$f(x_1, x_2) = 5x_1^2 + 8x_1^2 - 10x_1 - 25x_2 \rightarrow \min,$$

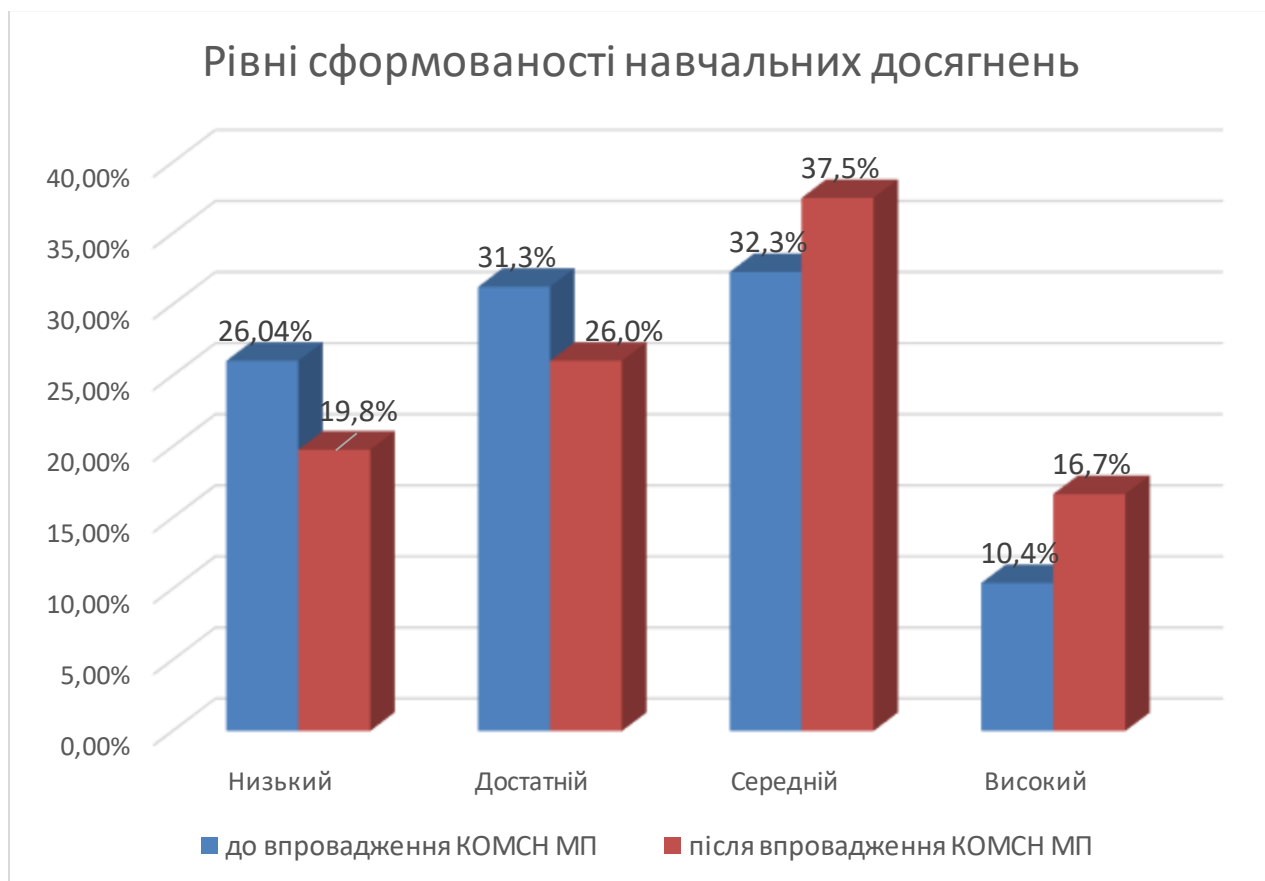
при обмеженнях

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \leq 13 \\ g_2(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2 \leq -1, \\ x = (x_1, x_2) \in R^2 \end{cases}$$

Результат округліть до десятих.

Відповідь:

Рис. 3.8. Фрагмент тесту модульного контролю №2 курсу «Математичне програмування» в системі moodle



*Рис. 3.9. Рівні сформованості навчальних досягнень студентів*

**Таблиця 3.5.**

***Рівні сформованості навчальних досягнень студентів на початку та в кінці експерименту***

Групи	Рівні				К-ть студентів
	I рівень (низький)	II рівень (достатній)	III рівень (середній)	IV рівень (високий)	
до впровадження КОМСН МП	50	60	62	20	192
після впровадження КОМСН МП	38	50	72	32	192

Педагогічний експеримент здійснювався відповідно до розробленого в ході дослідження змісту навчання, з використанням правильно дібраних засобів навчання.

Перевірка достовірності отриманих результатів експерименту та перевірка нульової і альтернативної гіпотез здійснювались за допомогою критерію Пірсона ( $\chi^2$ ) [36].

Сформулюємо нульову ( $H_0$ ) та альтернативну ( $H_1$ ) гіпотези.

*Нульова гіпотеза  $H_0$* : ймовірності того, що студент до впровадження КОМСН математичного програмування та після впровадження КОМСН математичного програмування ( $n_1=96$ ,  $n_2=96$ ) потрапить в кожну з категорій рівнів (низький, достатній, середній, високий) рівні, тобто

$$H_0: p_{1i} = p_{2i},$$

і можливий вищий рівень навчальних досягнень у групі студентів після впровадження КОМСН математичного програмування можна пояснити випадковими чинниками.

*Альтернативна гіпотеза  $H_1$* :  $p_{1i} \neq p_{2i}$  хоча б для однієї з категорій рівнів (низький, достатній, середній, високий), тоді вищий рівень навчальних досягнень в групі студентів після впровадження КОМСН математичного програмування пояснюється результатом впровадження запропонованої методики.

Використавши критерій  $\chi^2$  для числа категорій рівнів сформованості навчальних досягнень знайдемо  $T_{\text{до\_впровад\_експ}}$  та  $T_{\text{після\_впровад\_експ}}$ .

Згідно таблиці [49, С. 130] для числа ступенів вільності  $v=C-1=3$  і рівня значущості 5 % ( $\alpha = 0,05$ ), критичне значення величини  $T_{\text{кр}} = 7,815$ .

Знайшовши значення критеріїв  $T_{\text{до\_впровад\_експ}}=0,66$  та  $T_{\text{після\_впровад\_експ}}=17,458$ , приходимо до висновку, що вибірки до впровадження і після впровадження КОМСН математичного програмування мають статистично значущі відмінності, оскільки  $T_{\text{після\_форм\_експ}} = 17,458 > 7,815 = T_{\text{кр}}$ .

Отже, нульову гіпотезу відхилено і прийнято альтернативну – вищий рівень навчальних досягнень в групі студентів після впровадження КОМСН

математичного програмування є результатом впровадження запропонованої методики навчання.

Експеримент повністю підтвердив гіпотезу та дозволив сформулювати висновки:

- ✓ методично обґрунтоване навчання КОМСН математичного програмування майбутніх учителів інформатики в умовах інформатизації освіти сприяє оволодінню студентами навичками роботи з сучасними інформаційно–комунікаційними технологіями;
- ✓ підвищує рівень знань, мотивацію до навчання; сприяє логічному та критичному мисленню, підвищенню успішності студентів у вивченні дисципліни, інтенсифікації навчально–пізнавальної діяльності студентів;
- ✓ надає їй дослідницького, творчого характеру, стимулює бажання використовувати інформаційні технології навчання у майбутній професійній діяльності;
- ✓ позбавляє студентів від рутинних обчислень, що у свою чергу дає можливість швидко, якісно, ефективно розв’язувати набагато більше задач математичного програмування;
- ✓ підвищує рівень професійної культури, дає змогу покращити професійну підготовку студентів, сформувати навички до індивідуальної, самостійної діяльності, самоосвіти, самопізнання, самовдосконалення і навчання впродовж всього життя.

Рівень засвоєння знань з курсу „Математичне програмування” свідчить про те, що в майбутньому, при використанні сучасних ІКТ в процесі вивчення математичних дисциплін викладачам не потрібно буде виділяти час на подання відомостей щодо певного ПЗНП, що економить час і дає можливість розв’язувати задачі кількома способами, вивчати глибше їх суть, розробляти нестандартні алгоритми розв’язання.

Основною метою педагогічної освіти наразі є підготовка кваліфікованого учителя відповідного рівня і профілю, конкурентоздатного на ринку праці,

компетентного, відповідального, здатного до ефективної роботи за фахом на рівні світових стандартів, готового до постійного професійного зростання, соціальної та професійної мобільності. Відповідно ключовою метою підготовки майбутнього учителя інформатики стає формування навичок безперервної самоосвіти в умовах швидкозмінних технологій, здатності до самоактуалізації, до реалізації свого творчого потенціалу в процесі навчання та розвитку учнів, їхніх пізнавальних і творчих здібностей.

### **ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ**

1. Рівень обізнаності студентів з методами розв'язування задач математичного програмування та можливостями використання програмних засобів навчання, а також створенні ПЗ для розв'язування складних математичних і прикладних задач є недостатнім, що не відповідає повною мірою сучасним вимогам професійної підготовки майбутнього учителя інформатики.

2. Для впровадження в процес підготовки майбутніх учителів інформатики комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання дисципліни «Математичне програмування» було успішно розв'язано ряд завдань: визначено зміст основних компонентів комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування, формувалися та вдосконалювалися ефективні методи, прийоми, організаційні форми та засоби навчання математичного програмування з використанням сучасних ІКТ. Методом експертних оцінок було встановлено перелік використання програмних засобів на різних етапах розв'язування задач математичного програмування.

3. Проведений аналіз результатів навчального експерименту в групах до впровадження КОМСН МП та після впровадження КОМСН МП дає підстави для висновків про правильність сформульованої на початку дослідження гіпотези та ефективність розробленої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування з використанням сучасних ІКТ.

4. Одержані експериментальним шляхом висновки нашого педагогічного експерименту, підтвердили доцільність й ефективність розробленої комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування майбутніх учителів інформатики.

**Зміст третього розділу дисертаційного дослідження висвітлено у таких публікаціях автора:**

1. Іващенко А. А. Комп'ютерне адаптивне тестування та умови його реалізації. *Вісник. Тестування і моніторинг в освіті*. 2013. №3–4. С. 19–21.
2. Іващенко А. А. Войтович І. С. Використання адаптивного тестування в навчальному процесі вищого навчального закладу. *Наукові записки Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка. Серія: Проблеми методики фізико–математичної і технологічної освіти*. Кропивницький: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. 2014. Вип. 6(2). С. 3–8. (Авторський внесок: окремі складові змісту, приклади).
3. Іващенко А. А. Використання теорії тестування –IRT в адаптивному тестуванні. *Освіта та наука у вимірах ХХІ століття: матеріали студентської звітної–наукової конференції* (м. Київ, 19–20 квітня 2011 року). Київ: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2011. С. 39–43.

## ВИСНОВКИ

Відповідно до мети та сформульованої гіпотези в процесі дослідження отримано такі основні результати:

- вивчено, проаналізовано та узагальнено психолого–педагогічну, наукову та науково–методичну літературу з математичного програмування;
- вивчено і проаналізовано сучасний стан і тенденції використання математичного програмування в процесі підготовки майбутніх учителів інформатики;
- обґрунтовано необхідність створення методичної системи формування вмінь розв'язування задач математичного програмування у майбутніх учителів інформатики в процесі навчання математичних та інформатичних дисциплін;
- розроблено і впроваджено в освітній процес підготовки майбутніх учителів інформатики основні компоненти комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування та доведено їх ефективність;
- досліджено міжпредметні зв'язки математичного програмування з математичними дисциплінами, що вивчаються у ЗВО;
- проведено експериментальну перевірку ефективності розроблених компонентів комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання майбутніх учителів інформатики математичного програмування;
- розроблено навчально–методичне забезпечення з курсу “Математичне програмування” для дистанційної підтримки навчальної діяльності з математичного програмування студентів інформатичних спеціальностей педагогічних університетів, де розміщено комплекс навчально–методичних матеріалів, рекомендацій, публікацій, корисних посилань, тестів для контролю набутих, умінь, навичок.

Отримані результати дослідження дають підстави зробити такі висновки:

1. Пропонований підхід до навчання математичного програмування (наскрізне навчання) дає можливість забезпечити фундаменталізацію



теоретичної підготовки майбутніх учителів інформатики, а також поглиблення і розширення теоретичної бази знань майбутніх учителів інформатики, їх придатність до практичних застосувань.

2. Застосування пропонованої комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування сприяє розвитку у майбутніх учителів інформатики пізнавальної і дослідницької активності, творчих здібностей, загальнокультурних і професійних умінь, навичок; розширенню кругозору, поглибленню знань з математичних та інформатичних дисциплін; надає можливість набути певного досвіду для студентів щодо застосування інформатичних засобів у педагогічній діяльності.

3. Комп'ютерно–орієнтованої методичної системи навчання математичного програмування повинна будуватись опираючись на усі компоненти і особливості освітнього процесу, бути орієнтованою на професійно спрямоване навчання студентів, становлення і розвиток системи майбутніх учителів інформатики загальнокультурних і професійних умінь, навичок.

4. Використання сучасних інформаційно–комунікаційних технологій при навчанні майбутніх учителів інформатики забезпечує розвиток їхніх здібностей, сприяє формуванню практичних вмінь, поглибленню знань і вмінь з інформатичних та математичних дисциплін, удосконаленню навичок роботи в інформаційних освітніх середовищах.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Про вищу освіту: Закон України від 1.07.2014 № 1556–VII. URL: <http://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1556-18> (дата звернення: 16.02.2020).
2. Концептуальні засади розвитку педагогічної освіти України та її інтеграції в європейський освітній простір: Наказ МОН від 31.12.2004 р. № 998 URL: <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v0998290-04> (дата звернення: 23.04.2020)..
3. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року [Електронний ресурс]. – Офіційний веб–портал Верховної Ради України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/344/2013> (дата звернення: 23.04.2020).
4. Абдуллина О. А. Общепедагогическая подготовка учителя в системе высшего педагогического образования. М.: Просвещение, 1990. 141 с.
5. Аванесов В. С. Композиция тестовых заданий. М.: Центр тестирования, 2002. 240 с.
6. Аванесов В. С. Композиция тестовых заданий: Кн. для преподавателей вузов, техникумов и училищ, учителей шк., гимназий и лицеев, для студентов и аспирантов пед. Вузов. Педагогические измерения. 2004. №1. 128 с.
7. Адольф В. А. Профессиональная компетентность современного учителя: монография. Красноярск: КрГУ, 1998. 286 с.
8. Алексеев О. Г. Комплексное применение методов дискретной оптимизации. Москва: Наука, 1987. 248 с.
9. Амелькин В. В. Задачи с параметрами. Справочное пособие по математике. 3–е изд. доработ. Мн.: ООО «Асар», 2004. 464 с.
10. Ананьев Б. Г. Личность, субъект деятельности, индивидуальность. Москва: Директ–Медиа, 2008. 134 с.
11. Ананьев Б. Г. О методах современной психологии: психодиагностические методы (в комплексном лонгитюдном исследовании студентов). Ленинград.: ЛГУ, 1976. С. 13–35.
12. Андрущенко В. П. Роздуми про освіту: Статті, нариси, інтерв'ю. К.: Знання України, 2005. – 804 с.

13. Бабанский Ю. К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе. Москва: Просвещение, 1985. 208 с.
14. Беллман Р. Динамическое программирование. Москва: Изд-во Иностранная литература, 1960. 400 с.
15. Беллман Р. Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. Под редакцией А. А. Первозванского. Москва: Наука. Главная редакция Физико–математической литературы, 1965. 460 с.
16. Беспалов П. В. Компьютерная компетентность в контексте личностно ориентированного обучения. Педагогика. № 4. 2003. С. 41 – 45.
17. Беспалько В. П. Образование и обучение с участием компьютеров (педагогика третьего тысячелетия). Издательство Московского психолого–социального института; Воронеж: МОДЭК, 2002. 352 с.
18. Биков В. Ю., Руденко В. Д. Системи управління інформаційними базами даних в освіті. – К.: ІЗМН, 1996. – 288 с.
19. Бидайбеков Е. Ы., Григорьев С. Г., Гриншкун В. В. Создание и использование образовательных электронных изданий и ресурсов. Учебно–методическое пособие. Алматы: Билим. 2006. 136 с.
20. Біляй І. М. Комп'ютерно–орієнтована методична система навчання майбутніх вчителів математики окремих розділів математичних основ інформатики (стохастики): дис... д–ра пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика) / НПУ імені М. П. Драгоманова. Київ, 2016. 237 с.
21. Біляй Ю. П., Іщук А. А. Деякі методи розв'язування задач стохастичного програмування. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія №2: Комп'ютерно–орієнтовані системи навчання.* 2017. №19 (26). С. 207–214.
22. Болтянский В. Г. Оптимальное управление дискретными системами. Москва: Наука, 1973. 448 с.
23. Божович Л. И. Проблемы формирования личности Москва: Издательство „Институт практической психологии”, 1997. 352 с.

24. Вакалюк Т. А., Медведев М. Г., Жуковский С. С. Динамическое программирование (сборник задач с рекомендациями по их решению) Житомир: Издательство ФООП "О.О.Євенок", 2017. 152 с.

25. Вакалюк Т. А., Когут У. П. Методика навчання інформатики. Навчальний посібник для студентів освітнього ступеня «Магістр» спеціальності 014 Середня освіта (Інформатика). Дрогобич–Житомир: вид-во ФООП "О.О.Євенок", 2018. 186 с.

26. Введение в педагогическую культуру: учебн. пособие / под общ. ред. Е. В. Бондаревской. Ростов н/Д. Изд-во Рост. ун-та, 1995. 172 с.

27. Вентцель Е. С. Элементы теории игр. Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 67 с.

28. Вентцель Е. С. Введение в исследование операций. Москва: Советское радио, 1964. 390 с.

29. Габасов Р. Ф., Кириллова Ф. М., Альсевич В. В., Калинин А. И., Крахотко В. В., Павленок Н. С. Методы оптимизации. Минск: Четыре четверти, 2011. 474 с.

30. Гавриленко О. В. Дискретна Математика. Лекція 6–7. URL: [https://evgavrilenko.ucoz.ru/DS/LEKCIYA\\_6-7.pdf](https://evgavrilenko.ucoz.ru/DS/LEKCIYA_6-7.pdf) (дата зверення 05.08.2020).

31. Галузинський В. М., Євтух М. Б. Основи педагогіки та психології вищої школи в Україні: навчальний посібник. Київ: ІНТЕЛ, 1995. 168 с.

32. Гальперин П. Я. Введение в психологию. Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1976. 150 с.

33. Гальперин П. Я. Психолого-педагогические проблемы профессионального обучения. Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1979. 208 с.

34. Гальперин П. Я. Основные результаты исследования по проблеме „Формирование умственных действий и понятий”. Москва: Педагогика, 1965. 240 с.

35. Гершунский Б. С. Компьютеризация в сфере образования: проблемы и перспективы. М.: Педагогика, 1987. 264 с.

36. Гласс Дж., Стэнли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии: пер. с англ., общ. ред. Ю. П. Адлера. Москва: Прогресс, 1976. 495 с.

37. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. М.: ВШ, 1999. 479 с.
38. Гончаренко Я. В. Математичне програмування. К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2010. 184 с.
39. Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами. Киев: РИА «Текст»; МП «ОКО», 1992. 290 с.
40. Горошко Ю. В. Система інформаційного моделювання у підготовці майбутніх учителів математики та інформатики: Дис... док. пед. наук: 13.00.02./ Горошко Юрій Васильович К., 2013. 470 с.
41. Горошко Ю. В., Покришень Д. А. Система знань Wolfram Alpha. Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : збірник наукових праць. К. : Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2012. Вип. 13 (20). С. 96–101.
42. Грабарь М. И., Краснянская К. А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях: Непараметрические методы. М.: Просвещение, 1977. 136 с.
43. Григорьева К. В. Бескоалиционные игры в нормальной форме: учеб. Пособие. СПб.: СПбГАСУ, 2007. Ч.1. 78 с.
44. Головань М. С. Розвиток пізнавальної активності учнів в процесі навчання алгебри і початку аналізу на основі НІТ: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика) / Український державний педагогічний університет ім. М.П. Драгоманова. Київ, 1997. 177 с.
45. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник. Київ: Либідь, 1997. 376 с.
46. Гончарова О. М. Шляхи і принципи системного введення комп'ютерних математичних систем у навчальний процес вищого навчального закладу. Зб. наук. статей Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова «Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання». Вип. 11. К.: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. С. 3–6.
47. Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Використання комп'ютерних програм для створення динамічних моделей при вивченні математики.

*Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. 2006. №4. С. 56–62.*

48. Горошко Ю. В. Вінниченко Є. Ф. Розв'язування задач із параметрами за допомогою програми GRAN1. *Математика в школі. 2006. №4. С. 25–28.*

49. Грабарь М. И., Краснянская К. А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях: Непараметрические методы. Москва: Просвещение, 1977. 136 с.

50. Грамбовська Л. В., Яковчук О. М. Комп'ютерні динамічні моделі як засіб дидактичного забезпечення процесу навчання геометрії в сучасній школі. *Комп'ютер у школі та сім'ї : науково-метод. журн. 2010. N 7. С. 14–17.*

51. Гриб'юк О. О. Психолого-педагогічні вимоги до комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики в контексті підвищення якості освіти. *Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди». Тематичний випуск «Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору». Київ: Гнозис, 2013. №4 (46). С. 110–123.*

52. Гриб'юк О. О., Юнчик В. Л. Використання систем комп'ютерної математики у контексті моделі змішаного навчання. *Математика. Інформаційні технології. Освіта: СНУ імені Лесі Українки. Луцьк – Світязь, 2015. С. 52–71.*

53. Гриб'юк О. О., Юнчик В. Л. Система динамічної математики GeoGebra як засіб активізації дослідницької діяльності учнів. *Інформаційнокомунікаційні технології в сучасній освіті: досвід, проблеми, перспективи: зб. наук. пр. К.–Л., 2015. Вип.4. Ч.1. С. 163–167.*

54. Григорук П. М. Методика навчання інформатики: конспект лекцій. Хмельницький: ХНУ, 2005. 103 с.

55. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики: кн. для учителя. Москва: Просвещение, 1990. 223 с.

56. Даниловцева Е. Р., Фарафонов В. Г., Дьякова Г. Н. Теория игр. Основные понятия: текст лекций. СПб.: СПбГУАП, 2003. 36 с.

57. Декларация организации объединенных наций по вопросам образования, науки и культуры от 09 октября 1998 г. № б/н "Всемирная

декларация о высшем образовании для XXI века: подходы и практические меры. URL: <http://docs.cntd.ru/document/901839539> (дата звернения: 16.04.2020).

58. Дистанционное обучение: учеб. пособие под ред. Е.С. Полат. Москва: Гуманит. изд. Центр ВЛАДОС, 1998. 192 с.

59. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики: Учеб. пособие для втузов. М.: Физматгиз, 1960. 659 с.

60. Долинер Л. И. Компьютерные тесты успеваемости как средство оптимизации учебного процесса. Вестник Моск. университета. 2004. №1.

61. Дьяконов В. П. Компьютерная математика. Соросовский образовательный журнал. 2001. Том 7. № 11. С. 116–121.

62. Дьяконов В. П. Mathcad 2000: учебный курс. СПб.: Питер, 2001. 592 с.

63. Дьяконов В. П. MATLAB. Полный самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.

64. Ермольев Ю. М. Методы стохастического программирования. Москва: Наука, 1976. 240 с.

65. Ермольев Ю. М. Об одной общей задаче стохастического программирования. Журнал «Кибернетика». 1971. № 3. С. 47–50.

66. Ершов А. П. Школьная информатика в СССР: От грамотности к культуре. Информатика и компьютерная грамотность. М.: Наука, 1988. С. 6–23.

67. Ершов А. П. Компьютеризация школы и математическое образование. Информатика и образование. 1992. № 5–6. С. 3–12.

68. Ершов А. П. Компьютеризация школы и математическое образование. *Математика в школе*. 1989. №1. С. 14–31.

69. Єфименко В. В. Методика навчання комп'ютерної математики майбутніх учителів інформатики : автореферат дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02; наук. кер. М. І. Жалдак; М–во освіти і науки України, НПУ ім. М.П. Драгоманова. Київ, 2015. 22 с.

70. Ефимов В. И. , Есяян А. Р., Лапицкая Л. П. Информатика: учебное пособие для пед. спец. высш. учеб. Заведений. М.: Просвещение, 1991. 288 с.: ил. Библиогр.: с. 287.

71. Ефремова Н. Ф. Современные тестовые технологии в образовании :

учеб. пособ. М.: Логос, 2003.

72. Ефремова Н. Ф. Тестовый контроль в образовании: учебн. пособ. М.: Логос, 2007.

73. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно–орієнтованих систем навчання математики. *Комп'ютерно–орієнтовані системи навчання*: Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. Вип. 7. С. 3–16.

74. Жалдак М. І., Вітюк О. В. Комп'ютер на уроках геометрії. Посібник для вчителів. Київ: РНЦ “Дініт”, 2003. 168 с.

75. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики. Посібник для вчителів. Київ: Техніка, 1997. 304 с.

76. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Математика з комп'ютером. К.: РНЦ “Дініт”, 2004. 168 с.

77. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Математика з комп'ютером. Посібник для вчителів. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. 278 с.

78. Жалдак М. І., Кузьміна Н. М., Берлінська С. Ю. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційних технологій. Київ: Вища школа, 1996. 352 с.

79. Жалдак М. І., Кузьміна Н. М., Михалін Г. О. Теорія ймовірностей і математична статистика. Підручник для студентів фізико–математичних спеціальностей педагогічних університетів. Полтава : «Довкілля–К». 2009 р. 500 с.

80. Жалдак М. І., Морзе Н. В. Методика ознайомлення учнів з поняттям інформації. «Комп'ютер у школі та сім'ї». 2001. №1. С. 14–18.

81. Жалдак М. І. Про деякі методичні аспекти навчання інформатики в школі і педагогічному університеті. Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно–орієнтовані системи навчання: Зб. наук. Праць. К.: НПУ імені М. П. Драгоманова. №2 (9), 2005. С. 3–14.

82. Жалдак М. І. Проблеми інформатизації навчального процесу в середніх і вищих навчальних закладах. Комп'ютер в школі та сім'ї. № 3, 2013. С. 8–15.



83. Жалдак М. І., Михалін Г. О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою. Видання 3-тє, доповнене. Київ: Видавничий дім „Шкільний світ”, 2003. 120 с.

84. Жалдак М. І., Триус Ю. В. Основи теорії і методів оптимізації: навчальний посібник. Черкаси: Брама–Україна, 2005. 608 с.

85. Жалдак М. І., Хомік О. А. Формування інформаційної культури вчителя. International Charity Foundation for History and Development of Computer Science and Technique ICF CST. URL:: [www.icfcst.kiev.ua/SYMPOSIUM/Proceedings/Galdak.doc](http://www.icfcst.kiev.ua/SYMPOSIUM/Proceedings/Galdak.doc) (дата звернення: 12.02.2019).

86. Жалдак М. І., Рамський Ю. С., Рафальська М. В. Модель системи соціально-професійних компетентностей вчителя. Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: 36. наукових праць. Редрада. К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2009. № 7 (14). С. 3-18.

87. Жильцов О. Б., Кулян В. Р., Юнькова О. О. Математичне програмування (з елементами інформаційних технологій): навчально-методичний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Київ: МАУП, 2006. 184 с.

88. Задачі цілочисельного програмування та спеціальні методи знаходження їх оптимальних розв'язків. URL: [https://knowledge.allbest.ru/programming/3c0b65635b3ad68b5d43b88521206d36\\_0.html](https://knowledge.allbest.ru/programming/3c0b65635b3ad68b5d43b88521206d36_0.html) (дата звернення: 12.04.2020).

89. Зважені графи й алгоритми пошуку найкоротших шляхів. URL: <https://infopedia.su/9x44dc.html> (дата звернення: 23.06.2020).

90. Зуховицкий С. И. и др. Линейное и выпуклое программирование. М.: Наука, 1967. 460 с.

91. Ігнатенко М. Я. Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика). УДПУ ім. М.П. Драгоманова. Київ, 1997. 299 с.

92. Исаев И. Ф. Теоретические основы формирования профессионально–педагогической культуры преподавателя высшей школы: автореф. дис. ... д–ра. пед. наук. М., 1993. 33 с.

93. Іващенко А. А. Позакласна робота з інформатики у школі. *Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно–орієнтовані системи навчання*. 2012. № 13 (20). С.204–209.

94. Іващенко А. А. Комп'ютеризоване математичне програмування. *Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах: наук.–метод. журнал*. 2014. № 3. С. 60–67.

95. Іващенко А. А. Комп'ютерне адаптивне тестування та умови його реалізації. *Вісник. Тестування і моніторинг в освіті*. 2013. №3–4. С. 19–21.

96. Іващенко А. А., Войтович І. С. Використання адаптивного тестування в навчальному процесі вищого навчального закладу. *Наукові записки Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка. Серія: Проблеми методики фізико–математичної і технологічної освіти*. Кропивницький: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. 2014. Вип. 6(2). С. 3–8.

97. Іващенко А. А. Розв'язування задач з параметрами за допомогою комп'ютера. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2015. № 2. С. 25–30.

98. Іващенко А. А. Розв'язування задач математичного програмування за допомогою інформаційно–комунікаційних технологій. *Комп'ютерно–орієнтовані системи навчання природничо–математичних дисциплін: матеріали Міжнародного науково–практичного семінару (м. Київ, 28.10.2014 р.)*. Київ: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2014. С. 88–90.

99. Іващенко А. А. Комп'ютеризоване розв'язування задач теорії ігор. *Інформаційні та моделюючі технології (ІМТ–2015). Сучасний стан та шляхи розвитку інформаційних технологій та технологій моделювання програмних та інформаційних систем: матеріали Всеукраїнської науково–практичної конференції (м. Черкаси, 28–30 травня 2015 р.)*. Черкаси: ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2015. 21–22 с.

100. Іващенко А. А., Твердохліб І. А. Основні етапи розвитку та використання комп'ютерно–орієнтованих засобів навчання. *Наука, освіта,*

*суспільство очима молодих. Частина 1. Психолого–педагогічний напрям:* матеріали III Міжнародної науково–практичної конференції (м. Рівне 19–20 травня, 2010 року). Рівне: РВВ РДГУ, 2010. С.58–60.

101. Іващенко А. А., Сергієнко В. П. Деякі аспекти комп'ютерно–адаптивного тестування з інформатики. *Матеріали науково–практичної конференції, присвяченої 80–річчю фізико–математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені В. Винниченка* (м. Кіровоград, 26 листопада 2010 року). Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2010. С. 45–49.

102. Іващенко А. А. Використання теорії тестування–IRT в адаптивному тестуванні. *Освіта та наука у вимірах XXI століття:* матеріали студентської звітної–наукової конференції (м. Київ, 19–20 квітня 2011 року). Київ: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2011. С. 39–43.

103. Іващенко А. А., Твердохліб І. А. Розв'язування логічних задач мовою логічного програмування Пролог. *Наука, освіта, суспільство очима молодих Частина 2. Природничо–математичний, суспільно–гуманітарний та економічний напрями:* матеріали міжнародної науково–практичної конференції студентів та молодих науковців (м. Рівне 18–19 квітня 2012 року). Рівне: РВВ РДГУ, 2012. С. 57–60.

104. Іващенко А.А. Алгоритмізація як один із найбільш перспективних шляхів удосконалення навчального процесу. *Основи педагогіки вищої школи для аспірантів:* збірник праць за матеріалами семінару. Київ: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2014. С. 112–118.

105. Ішук А. А. Основні поняття та комп'ютеризоване розв'язування задач теорії ігор. *Електроніка та інформаційні технології.* Збірник наукових праць Львівського національного університету імені Івана Франка. ISSN Online: 2224–087X, 2015. №5. С. 137–150. URL: [http://www.irbis-nbu.gov.ua/cgi-bin/irbis\\_nbu/cgiiirbis\\_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE\\_FILE\\_DOWNLOAD=1&Image\\_file\\_name=PDF/Telt\\_2015\\_5\\_17.pdf](http://www.irbis-nbu.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbu/cgiiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/Telt_2015_5_17.pdf) (дата звернення: 27.11.2020).

106. Іщук А. А. Комп'ютеризоване розв'язування задач дискретного програмування за допомогою жадібних алгоритмів. *Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах: наук.–метод. журнал.* 2015. № 5–6. С. 30–37.

107. Іщук А. А. Використання комп'ютера в процесі навчання розв'язування деяких задач оптимізації. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно–орієнтовані системи навчання,* 2016. Вип. 18 (25). С. 127–139.

108. Іщук А. А. Розв'язування деяких задач оптимізації за допомогою комп'ютера. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки: зб. наук. праць.* Черкаси: Вид–во ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2016. Вип. 11. С. 76–83.

109. Іщук А. А. Розв'язування багатокритеріальних задач оптимізації за допомогою комп'ютера. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно–орієнтовані системи навчання,* 2019. Вип. 21 (28). С. 55–63.

110. Іщук А. А. Комп'ютеризоване розв'язування задач оптимізації. *Сучасні тенденції розвитку освіти і науки в інтердисциплінарному контексті: матеріали I–ї Міжнародної науково–практичної конференції (Ченстохова – Ужгород – Дрогобич, 19–20 листопада 2015 р.).* Ченстохова – Ужгород – Дрогобич: Посвіт, 2015. С. 202–205.

111. Іщук А. А. Використання комп'ютера в процесі розв'язування задач математичного програмування за допомогою жадібних алгоритмів. *Сучасні тенденції розвитку освіти і науки в інтердисциплінарному контексті: матеріали II–ї Міжнародної науково–практичної конференції (Ченстохова – Ужгород – Дрогобич, 24–25 березня 2016 р.).* Ченстохова – Ужгород – Дрогобич: Посвіт, 2016. С. 85–87.

112. Іщук А. А. Використання ІКТ при розв'язуванні задач з параметрами. *Інформаційні технології в освіті, науці і техніці: матеріали III–я Міжнародної науково–практичної конференції (ІТОН–2016, м. Черкаси, 12–14 травня 2016 р.).* Черкаси: ЧДТУ, 2016. С. 173–175.

113. Іщук А. А. Розв'язування багатокритеріальних задач оптимізації за допомогою інформаційно–комунікаційних технологій. *Сучасні інформаційні технології в освіті і науці*: матеріали II Всеукраїнської наукової Інтернет–конференції (м. Умань, 27–28 березня 2019 року). Умань: Візаві, 2019. С. 63–68.
114. Казарцева О. М. Культура речевого общения: теория и практика общения: учеб. пособие. 4–е изд. Москва: Флинта, 2003. 496 с.
115. Канторович Л. В. Математические методы в организации и планировании производства. Ленинград: Изд–во ЛГУ, 1939. 68 с.
116. Кирьянов Д. В. Самоучитель Mathcad 11. СПб.: БХВ Петербург, 2003. 560 с.
117. Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. Москва: Наука, 1969. 368 с.
118. Костевич Л. С. Математическое программирование: информ. технологии оптимальных решений: учеб. пособиею. Мн.: Новое знание, 2003. 424 с.
119. Клайн П. Справочное руководство по конструированию тестов. К., 1994. 283 с.
120. Клочко В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Клочко Віталій Іванович. Вінниця, 1998. 396 с.
121. Князян М. Формування пізнавальної мотивації дослідницької діяльності студентів. Педагогіка і психологія професійної освіти. Львів, 2003. №1. С. 173–181.
122. Кобильник Т. П. Активізація пізнавальної діяльності в процесі навчання дисципліни «Основи штучного інтелекту». *Педагогічна освіта: теорія і практика: Збірник наукових праць*. Вип. 25 (2–2018). Ч. 1. Кам'янець–Подільський, 2018. С. 236–241.
123. Кобильник Т. П. Програмування в середовищі Maple для розв'язування задач аналітичної геометрії. Дидактика математики : проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 26. Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. С. 160–164.

124. Кобильник Т. П. Методична система навчання математичної інформатики у педагогічному університеті: автореферат дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Т. П. Кобильник; наук. керівник М. І. Жалдак; Нац пед. ун–т ім. М. П. Драгоманова. Київ, 2009. 19 с.

125. Кобильник Т. П. Системи комп'ютерної математики: Maple, Mathematica, Maxima. Дрогобич: Редакційно–видавничий відділ ДДПУ імені Івана Франка, 2008. 316 с.

126. Кобильник Т. П. Фундаментальність інформативної освіти. Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць. Редрада. К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. №5 (12). С. 78-81

127. Коваленко В. Г., Тесленко І. Ф. Пробний підхід до навчання математики. Київ: Радянська школа, 1985. 86 с.

128. Колин К. К. Фундаментальные основы информатики: социальная информатика. Москва: Изд–во „Академический проект”, 2000. 352 с.

129. Колин К. К. Формирование современного естественнонаучного мировоззрения. Синергетика: человек, общество. Москва: РАГС, 2000. С. 16–25.

130. Краевский В. В., Хуторской А. В. Основы обучения. Дидактика и методика: учеб пособие для студ. высш. учеб. Заведений. М.: Издательский центр "Академия", 2007. 352 с.

131. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп'ютером: посіб. для вчителів і студ. Кривий Ріг : Видавничий дім., 2008. 272 с.

132. Крысько В. Г. Психология и педагогика: Схемы и комментарии. Москва: Владос–Пресс, 2001. 368 с.

133. Кузнецов Э. И. Общеобразовательные и профессионально–прикладные аспекты изучения информатики и вычислительной техники в пед. институте: Автореф. дис... докт. пед. наук. М., 1990. 38 с.

134. Кузьмина Н. В. Основы вузовской педагогики. Ленинград: Изд–во Ленинградского университета, 1972. 312 с.

135. Кузьмина Н. В. Методы системного педагогического исследования: учебное пособие. Ленинград: ЛГУ, 1980. 172 с.

136. Кузьмінський А. І. Педагогіка вищої школи : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закладів. К.: Знання–Прес, 2005. 485 с.
137. Кутковецький В. Я. Дослідження операцій: Навчальний посібник. Миколаїв: Вид–во МДГУ ім. П. Могили, 2003. 260 с.
138. Кухар Л. О., Сергієнко В. П., Галицький О. В., Микитенко П. В. Використання вбудованої системи аналізу тестових завдань в LCMS. Інформаційні технології і засоби навчання. 2014. № 3. С. 196-208. – URL: <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/979#.U7KUvPmJduA> (дата звернення: 03.07.2020).
139. Лазарєв Ю. Ф. Л17 Довідник з MATLAB. Електронний навчальний посібник з курсового і дипломного проектування. К.: НТУУ "КПІ", 2013. 132 с.
140. Лапчик М. П., Семакин И. Г., Хеннер Е. К. Теория и методика обучения информатике: учебник. М.: Академия, 2008. 592 с.
141. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность: учеб пособие для студентов вузов по специальности «Психология». Москва: Смысл, 2004. 345 с.
142. Леонтьев А. Н. Лекции по общей психологии. Москва: Смысл, 2001. 527 с.
143. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения. Москва: Педагогика, 1981. 186 с.
144. Лернер И. Я. Качества знаний учащихся. Какими они должны быть? Москва: Знание, 1978. 48 с.
145. Лесин В. В., Лисовец Ю. П. Основы методов оптимизации. Москва: МАИ, 1998. 344 с.
146. Майзе Х., Эйджин Н., Тролл Р. Исследование операций: в 2 т. / пер. с англ. под ред. Дж. Моудера, С. Элмагаби. Москва: Мир, Т.1. 1981. 712. с.
147. Маркова А. К., Матис Т. А., Орлов А. Б. Формирование мотивации учения. Москва: Просвещение, 1990. 192 с.
148. Махмутов М. И. Современный урок. Москва: Педагогика, 1985. 184 с.
149. Машбиць Ю.І., Смульсон М. Л. Актуальні психолого–педагогічні проблеми дистанційного навчання. Актуальні проблеми психології

(психологічна теорія і технологія навчання). К.: Міленіум, 2005. Т.8. Вип. 1. С. 6–23.

150. Машбиць Ю. І. Нові інформаційні технології навчання. Педагогічна газета. 2004. № 11. С. 3.

151. Машбиць Е. И. Психологические основы управления учебной деятельностью. Киев: Высшая школа, 1987. 223 с.

152. Методика проведення лабораторних занять з курсу "Застосування інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі з математики". URL: [https://otherreferats.allbest.ru/pedagogics/00107713\\_0.html](https://otherreferats.allbest.ru/pedagogics/00107713_0.html) (дата звернення: 03.05.2020).

153. Методология и методы психолого–педагогического исследования: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. 2–е изд., стер. М.: Издательский центр «Академия», 2005. 208 с.

154. Монахов В. М. Психология – реформе школы информационная технология обучения с точки зрения методических задач реформы школы. Вопросы психологи. 1988, №2. С. 27–36.

155. Морзе Н. В. Основи інформаційно–комунікаційних технологій. Київ: Видавнича група ВНУ, 2008. 352 с.

156. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики. Частина 1. Загальна методика інформатики. Київ: Навчальна книга, 2003. 254 с.

157. Морзе Н. В. Система методичної підготовки майбутніх вчителів інформатики в педагогічних університетах: дис. ... докт. пед. наук: 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики; НПУ імені М. П. Драгоманова. Київ, 2003. 605 с.

158. Мороз О. Г., Падалка О. С., Юрченко В. І. Педагогіка і психологія вищої школи. Навчальний посібник. К.: Видавництво НПУ імені М.П. Драгоманова, 2003. 267 с.

159. Мур Дж., Уэдерфорд Л. Р. Экономическое моделирование в Microsoft Excel: пер. с англ. 6–е изд. Москва: Издательский дом “Вильямс”, 2004. 1024 с.



160. Наконечний С. І., Савіна С. С. Математичне програмування: навч. посібник. Київ: КНЕУ, 2003. 452 с.
161. Немов Р. С. Психологія: учебник для студ. высших пед. учеб. заведений: в 3 кн. 4-изд. Москва: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2000. 632 с.
162. Низамов Р. А. Активизация учебной деятельности учащихся. Казань: Татар. кн. изд-во, 1989. 62 с.
163. Новик И. А. Современные тенденции в проведении исследований по теории и методике обучения естественным наукам (математике, физике, информатике): уч. изд. пособие 2-е изд. доп. Мн.: БГПУ, 2005г. 52 с.
164. Переверзев В. Ю. Технология разработки тестовых заданий: справочное руководство. М.: Е-Медиа, 2005. 265 с.
165. Петровский В. А. Личность в психологии: парадигма субъективности. Ростов-н/Д.: Феникс, 1996. 512 с.
166. Пышкало А. М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе: авторский доклад по монографии «Методика обучения геометрии в начальных классах», предст. на соиск. уч. степ. докт. пед. наук акад. пед. наук СССР. Москва, 1975. 60 с.
167. Підласий І., Трипольська С. Формування професійного потенціалу як мета підготовки вчителя. Рідна школа 1998. №1. С. 3 –8.
168. Пидкасистый П. И., Фридман Л. М, Гарунов Н. Г. Психолого-дидактический справочник преподавателя высшей школы. Москва: Педагогическое общество России, 1999. 354 с.
169. Писарук Н. Н. Введение в теорию игр. Минск: БГУ, 2014. 239 с.
170. Полат Е. С., Бухаркина М. Ю. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования: учебное пособие для вузов. Москва: Академия, 2007. 368 с.
171. Понтрягин Л. С., Гамкрелидзе Р. В., Болтянский В. Г., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. 4-е изд. Москва: Наука, 1983. 392 с.
172. Порядок організації і проведення контролю та оцінювання знань студентів Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова.

Затверджено рішенням ВР НПУ імені М.П. Драгоманова (№ 3 від 03.11.2011 року).

URL: [https://fpgoe.npu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/01/%D0%9F%D0%BE%D1%80%D1%8F%D0%B4%D0%BE%D0%BA\\_%D0%BE%D1%80%D0%B3%D0%B0%D0%BD%D1%96%D0%B7%D0%B0%D1%86%D1%96%D1%97\\_%D1%96\\_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8F\\_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BB%D1%8E\\_%D1%82%D0%B0\\_%D0%BE%D1%86%D1%96%D0%BD%D1%8E%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F\\_%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D1%8C.pdf](https://fpgoe.npu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/01/%D0%9F%D0%BE%D1%80%D1%8F%D0%B4%D0%BE%D0%BA_%D0%BE%D1%80%D0%B3%D0%B0%D0%BD%D1%96%D0%B7%D0%B0%D1%86%D1%96%D1%97_%D1%96_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8F_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BB%D1%8E_%D1%82%D0%B0_%D0%BE%D1%86%D1%96%D0%BD%D1%8E%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F_%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D1%8C.pdf)  
(дата звернення: 03.09.2020).

173. Програма профільного вивчення інформатики розрахована на викладання у 10–11 класах. Загальна кількість годин 350 (175 на рік 5 годин на тиждень) URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/01/10-11-profilniy-riven.docx> (дата звернення: 02.09.2020).

174. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій: Дис... д-ра пед. наук: 13.00.02– теорія і методика навчання (інформатика); Національний педагогічний університет ім. М.П. Драгоманова. Київ, 2005. 382 с.

175. Раков С. А. Сучасний учитель інформатики: кваліфікація і вимоги. Комп'ютер у школі та сім'ї. 2005. № 3. с. 35-38.

176. Рамський Ю. С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві. *Математика в школі.* – 2007, № 7. С. 36–40.

177. Рамський Ю. С. Формування інформаційної культури майбутнього вчителя математики – одна з найважливіших цілей його професійної підготовки. *Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання.* 2009. № 7 (14). С. 35–40.

178. Рамський Ю. С. Методична система формування інформаційної культури майбутніх вчителів математики: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Рамський Юрій Савіянович. К., 2013. 560 с.

179. Роберт И. В., Панюкова С. В., Кузнецов А. А., Кравцова А. Ю. Информационные и коммуникационные технологии в образовании: учебно–методическое пособие. М.: Дрофа, 2008. 312 с.

180. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. Москва: Учпедгиз, 1946. 704 с.

181. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. СПб.: Питер Ком, 1998. 420 с.

182. Руденко В. М. Математична статистика. К.: Центр учбової літератури, 2012. 304 с.

183. Сейдаметова З. С. Методическая система уровневой подготовки будущих инженеров–программистов по специальности «Информатика»: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / З. С. Сейдаметова; НПУ им. М. П. Драгоманова. К., 2007. 559 с.

184. Семеріков С. О. Теоретико–методичні основи фундаменталізації навчання інформатичних дисциплін у вищих навчальних закладах: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика). НПУ імені М. П. Драгоманова. Київ, 2009. 369 с.

185. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі: монографія / Науковий редактор академік АПН України, д. пед. н., проф. М. І. Жалдак. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2009. 340 с.

186. Сергієнко В. П., Кухар Л. О. Методичні рекомендації зі складання тестових завдань. К., НПУ, 2011. 41 с.

187. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. Киев: Наукова Думка, 1988. 472 с.

188. Скафа О. І., Тутова О. В. Комп'ютерно–орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики: навч.–метод. посібник. Донецьк: Вебер, 2009. 320 с.

189. Скаткин М. Н. Дидактика средней школы. Некоторые проблемы современной дидактики. Москва: Просвещение, 1975. 304 с.
190. Слепкань З. И. Психолого–педагогические основы обучения математике: Методическое пособие. Киев: Рад. шк., 1983. 192с.
191. Смирнова–Трибульская Е. Н. Основы формирования информатических компетентностей в области дистанционного обучения. Монографія. Херсон: Айлант, 2007. 704 с
192. Смульсон М. Л. Психологія розвитку інтелекту. Київ: Нора–друк, 2003. 298 с.
193. Співаковський О. В. Теоретико–методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Співаковський Олександр Володимирович. К., 2003. 534 с.
194. Спірін О. М. Теоретичні та методичні засади професійної підготовки майбутніх учителів інформатики за кредитно–модульною системою: Монографія/ За наук. ред. акад. М. І. Жалдака. Житомир: Вид–во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. 300 с.
195. Спірін О. М. Теоретичні та методичні основи кредитно–модульної системи навчання майбутніх учителів інформатики: автореф. дис. на здоб. наук. ступеня д–ра пед. наук: 13.00.04 «Теорія і методика професійної освіти»; АПН України, Ін–т пед. освіти і освіти дорослих. К., 2009. 40 с.
196. Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации: Учебное пособие. 2 изд. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 368 с.
197. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний. Москва: Изд–во МГУ, 1975. 344 с.
198. Талызина Н. Ф. Теоретические основы контроля в учебном процессе. М.: Знание, 1983. 96 с.
199. Триус Ю. В. Комп'ютерно–орієнтовані методичні системи навчання: Монографія. Черкаси: Брама–Україна, 2005. 400 с.
200. Триус Ю. В. Комп'ютерно–орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах: дис... д–ра пед. наук:

13.00.02 – теорія та методика навчання (інформатика) / НПУ імені М.П. Драгоманова. Київ, 2005. 649 с.

201. Триус Ю. В. Використання систем комп'ютерної математики при вивченні і розв'язуванні задач оптимізації. Проблеми сучасного підручника. К.: Педагогічна думка, 2004. Вип. 5. Ч. II. С. 191–200.

202. Триус Ю. В., Герасименко І. В., Франчук В. М. Система електронного навчання ВНЗ на базі MOODLE: Методичний посібник. Черкаси. 2012. 220 с.

203. Трунов О. М., Волкова С. О. Приклади розв'язку практичних та ситуаційних задач курсу «Дослідження операцій» для студентів та магістрів спеціальності «фінанси». Миколаївський державний гуманітарний університет ім. П. Могили. Миколаїв, 2008. 114 с.

204. Тюття В. І., Шевченко В. І., Стрюк В. К. Динамічне та нелінійне програмування. Методичні вказівки до проведення практичних та самостійних занять з курсу “Дослідження операцій” для студентів факультету кібернетики. Київ: Електронне видання. Електронна бібліотека факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2003. URL: <http://cyb.univ.kiev.ua/library/books/tiuptia-31.pdf> (дата звернення: 27.11.2020).

205. Фіцула М. М. Педагогіка. Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти. Тернопіль: “Навчальна книга – Богдан”, 1997. 192 с.

206. Фридман Л. М. Наглядность и моделирование в обучении. Москва: Знание, 1984. 80 с.

207. Чельшкова М. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов: учебное пособие. М.: Логос, 2002. 432 с.

208. Чельшкова М. Б. Применение математических моделей для разработки педагогических тестов: учебное пособие. М.: Издательский центр, 1995. 48 с.

209. Шавальова О. В. Використання персонального комп'ютера в процесі навчання математики у вищих медичних навчальних закладах I–II

рівнів акредитації. Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання, (4 (11), 2006. С. 99–103.

210. Шамова Т. И. Активизация учения школьников. Москва: Педагогика, 1982. 208 с.

211. Шкіль М. І. Математичний аналіз: підручник для студ. педагогічних навчальних закладів: у 2-х ч. 2-ге вид., перероб. і допов. Київ: Вища школа, Ч. 1. 1994. 423 с.; Ч. 2. 1995. 509 с.

212. Шор Н. З. «Метод отсечения с растяжением пространства для решения задач выпуклого программирования». Кибернетика. 1977. № 1. С. 94–95.

213. Шор Н. З., Соломон Д. И. «Декомпозиционные методы в дробно-линейном программировании». Кишинів: Штиинца, 1989. 204 с.

214. Шор Н. З. «Методы минимизации негладких функций и матричные задачи оптимизации». Сборник избранных трудов академика Н. З. Шора. Кишиневу: ЭВРИКА, 2009. 240 с.

215. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе: учеб. пособие. Москва: Просвещение, 1979. 160 с.

216. Эсаулов А. Ф. Психология решения задач. Москва: Высшая школа, 1972. 214 с.

217. Юдин Д. Б. Задачи и методы стохастического программирования. Москва: Сов. Радио, 1979. 392 с.

218. Юдин Д. Б. Выбор решений в сложных ситуациях: журнал «Известия Академии наук СССР» сер. Техническая кибернетика, 1970. № 2. С. 9–24.

219. Юдин Д. Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. Москва: Сов. радио, 1974. 400 с.

220. Яшанов С. М. Теоретико-методичні засади системи інформатичної підготовки майбутніх учителів трудового навчання: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.04/ Сергій Микитович Яшанов. К., 2010. 456 с.

221. Яшанов С. М. Сучасні проблеми інформатизації вищої освіти України. Вісник: Збірник наукових статей НПУ імені М.П. Драгоманова: Матеріали звітної-наукової конференції викладачів: До 170-річного ювілею.

Київ: НПУ, 2006. Вип. 8. С. 106-108.

222. Bellman R. On a routing problem / R. Bellman. Quarterly of Applied Mathematics, 1958. P. 87–90.

223. Bloom B. S., Hasting J. T., Madaus G. F. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. New-York: McGraw-Hill, 1971. 923 p.

224. Crocker L. Introduction to Classical and Modern Test Theory. New-York: Harcourt Brace Jovanovich, 1986.

225. Dantzig George B. "Programming of Interdependent Activities: II Mathematical Model." *Econometrica* 17, no. 3/4, 1949. p. 200–211.

226. Dantzig George B. "On the Significance of Solving Linear Programming Problems with Some Integer Variables." *Econometrica*, vol. 28, no. 1, 1960, p. 30-44.

227. Dantzig George B. "On the Shortest Route Through a Network." *Management Science*, vol. 6, no. 2, 1960, pp. 187–190.

228. Dijkstra E. W. A note on two problems in connexion with graphs. *Numer. Math.* 1. 1959. P. 269–271.

229. Gill P. E., Murray W., Wright M.H. *Practical Optimization*, Academic Press, London, UK, 1981.

230. Hambleton R. K. *Application of Item Response Theory*. Vancouver: Educ.Res. Inst. B.C., 1983.

231. Koopmans T. C. *Tanker Freight Rates and Tankship Building: An Analysis of Cyclical Fluctuations*. ("Netherlands Economic Institute," No. 27.) Haarlem: De Erven F. Bohn N. V., 1939.

232. Kuhn H. W., Tucker A. W. *Nonlinear Programming: Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Berkeley and Los Angeles, University of California Press, 1951. p. 481–492.

233. Kukhar L. Statistical exponents of the quality of the test results. *Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов*. 2014. № 3. С. 164 – 170. URL: <http://jurnal.org/articles/2014/ped14.html> (last accessed: 24.06.2020).

234. Linacre M. *Rasch Analysis and Rasch Measurement software*. URL: <https://www.winsteps.com/index.htm> (last accessed: 24.06.2020).

235. Narkevich A. N., Vinogradov K. A. Methods for determining the minimum required sample size in medical research. *Social'nye aspekty zdorov'a naselenia. Social aspects of population health* [serial online] 2019; 65(6):10. URL: <http://vestnik.mednet.ru/content/view/1123/30/lang,ru/> (last accessed: 11.04.2020).

236. Nelder J.A., Mead R. A Simplex Method for Function Minimization, *Computer J.*, Vol.7, pp. 308–313, 1965.

237. TiaPlus. User manual. URL: <https://tiaplus.cito.nl/> (last accessed: 11.04.2020).

238. Rasch G. *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. Copenhagen: Danish Institute of Educational Research, 1960.



**ДОДАТКИ****Додаток А**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені  
М.П. ДРАГОМАНОВА

**ПРОГРАМА**  
варіативної навчальної дисципліни  
**МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ**

освітнього рівня бакалавр  
галузі знань 01 «Освіта / Педагогіка»  
спеціальності 014.09 «Середня освіта (інформатика)»

Програма розглянута і затверджена на засіданні кафедри  
теоретичних основ інформатики факультету інформатики НПУ  
імені М.П. Драгоманова "31" серпня 2016 р.

Протокол №1 від 31 серпня 2016 р.

Завідувач кафедри



Жалдак М.І.

Київ – 2016

## I. Пояснювальна записка

Програма вибіркової навчальної дисципліни “Математичне програмування” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки фахівців освітнього рівня магістр, галузі знань 01 «Освіта/Педагогіка», спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика).

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є математичні методи розв’язування оптимізаційних задач та реалізація їх за допомогою сучасних ІКТ.

**Міждисциплінарні зв’язки.** Одним із важливих компонентів програми є міждисциплінарне узгодження. Курс “Математичне програмування” розрахований на студентів, які опанували дисципліни: «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Дискретна математика», «Математична логіка і теорія алгоритмів», «Проективна геометрія і методи зображень», «Чисельні методи», «Програмування».

**Метою** навчання дисципліни майбутніх учителів інформатики є формування математичних та інформатичних знань, умінь, навичок стосовно розв’язування оптимізаційних задач методами математичного програмування, а також підготовка майбутніх учителів інформатики до навчання основ математичного програмування.

**Основними завданнями**, що мають бути виконані в процесі навчання дисципліни, є:

- теоретична і практична підготовка майбутніх учителів інформатики з питань побудови математичних моделей відповідних задач;
- застосування основних методів розв’язування задач стосовно оптимального розподілу обмежених ресурсів, вибору оптимального варіанту з множини альтернативних та ін...;
- забезпечення опанування майбутніми учителями інформатики методикою навчання математичного програмування своїх майбутніх учнів, розуміння ідей використання математичних методів як в процесі реалізації

освітнього процесу, так і під час його дослідження з метою удосконалення та коригування;

- виховання у майбутніх учителів творчого підходу до розв'язування проблем навчання математики, зокрема з використанням засобів сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, сформувати знання, вміння і навички, необхідні для самостійного аналізу освітнього процесу, дослідження різноманітних методичних проблем і психолого–педагогічних ситуацій, розвинути здатність і відчуття необхідності постійної самоосвіти і самовдосконалення, наукового пошуку шляхів удосконалення процесу навчання, формування загальної і математичної культури учнів, активізації їх пізнавальної діяльності, творчої активності, надання навчальній діяльності дослідницького характеру, самостійного пошуку нових знань.

- формування у студентів достатніх знань, необхідних для практичного проведення навчально-виховної роботи під час навчання різних розділів шкільних курсів математики і інформатики.

Одним з головних завдань організації навчання дисципліни є поєднання теоретичного і практичного аспектів її змісту. Практичний аспект пов'язаний з набуттям студентами навичок роботи з готовим проблемно-орієнтованим програмним забезпеченням, а також з можливістю написання ними програм для розв'язування задач прикладного змісту однією з мов програмування високого рівня. Тому під час організації самостійної та лабораторної робіт для виконання допоміжних обчислень і розрахунків, а також для побудови ілюстрацій, зображень та рисунків, доцільно широко застосовувати різноманітні СКМ і ППЗ, зокрема і такі програмні продукти, як MS Excel, Mathcad, GRAN та ін.

**Основні результати навчання і компетентності** згідно з вимогами освітньо-професійної програми:

№ з/п	Результати навчання	Компетентності
1	<b>Знати:</b> основні поняття (математичне програмування, екстремальна задача, функція мети, обмеження,	Предметна компетентність.

<p>оптимальний розв'язок, екстремум функції, математична модель, транспортна задача, жадібний алгоритм, гра, ціна гри, мінімакс, максимін, змішана стратегія, сідлова точка); класифікацію задач математичного програмування; класифікацію методів розв'язування задач математичного програмування; найважливіші принципи та теореми для розв'язування задач математичного програмування; програмні засоби та онлайн ресурси, які можна використовувати у процесі розв'язування задач математичного програмування</p> <p><b>Вміти:</b> будувати математичну модель задачі; обирати відповідний метод розв'язування задачі та застосувати його; досліджувати властивості цільової функції (на неперервність і диференційовність); визначити умови існування розв'язків задачі за заданих обмежень; встановлювати необхідні та достатні умови глобального або локального екстремуму; застосувати методи відшукування розв'язку задачі; застосовувати для розв'язування задач математичного програмування відповідні методи та програмні засоби або онлайн ресурси; осмислити і конкретизувати проблему та визначити можливості її математичної ідеалізації; розв'язувати різнотипні задачі математичного програмування; інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати результати отриманих результатів.</p>	<p>Інформаційна компетентність.</p> <p>Продуктивна компетентність.</p>
--	--

## II. Примірний тематичний план

Дисципліна “Математичне програмування” за навчальним планом підготовки магістра належить до варіативної частини циклу професійної та практичної підготовки. На вивчення курсу “Математичне програмування”, який вивчається на 5 курсі в 2 семестрі, відводиться 3 кредити ЄКТС (90 годин). Самостійна робота полягає у підготовці до аудиторних занять, виконанні завдань, що пропонуються на лабораторних заняттях, підготовці до виступу на заняттях, підготовці до модульного контролю.

<i>Назва дисципліни</i>	<i>Вид контролю</i>	<i>ECTS</i>	<i>Всього</i>	<i>Самостійна робота</i>	<i>Аудиторні</i>	<i>Лекції</i>	<i>Лабораторні заняття</i>
Математичне програмування	залік	3	90	62	28	14	14

### *Структура навчальної дисципліни*

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	денна форма					
	усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7
Вступ до математичного програмування	8	2	-	-	-	6
<b>Модуль 1</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Лінійне програмування.</b>						
Тема 1. Задачі лінійного програмування	14	2	-	2	-	10
Тема 2. Задачі цілочисельного програмування	12	2	-	2	-	8
Тема 3. Елементи теорії ігор	12	2	-	2	-	8
Модульний контроль №1	1	-	-	1	-	-
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>47</b>	<b>8</b>	<b>-</b>	<b>7</b>	<b>-</b>	<b>32</b>
<b>Змістовий модуль 2. Нелінійне програмування.</b>						
Тема 4. Нелінійне програмування	14	2	-	2	-	10
Тема 2. Динамічне програмування	16	2	-	2	-	10
Тема 3. Стохастичне програмування	14	2	-	2	-	10
Модульний контроль №2	1	-	-	1	-	-
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>43</b>	<b>6</b>	<b>-</b>	<b>7</b>	<b>-</b>	<b>30</b>
<b>Всього годин</b>	<b>90</b>	<b>14</b>	<b>-</b>	<b>14</b>	<b>-</b>	<b>62</b>

### Тематика самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Становлення математичного програмування як наукового напрямку прикладної математики. Вчені, які займалися питаннями математичного програмування.	2
2	Сучасні ІКТ для розв'язування задач математичного програмування.	4
3	Геометричний метод розв'язування задач лінійного програмування з двома змінними; ілюстрація можливих випадків, які трапляються при розв'язуванні задач.	6
4	Симплексний метод розв'язування ЗЛП. Ідея методу, геометрична інтерпретація.	4
5	Наближені методи розв'язування задач дискретного програмування.	8
6	Зведення матричної гри до задачі лінійного програмування.	4
7	Зведення антагоністичної матричної гри двох осіб до задачі лінійного програмування.	4
8	Методи одновимірної оптимізації для розв'язування задач нелінійного програмування.	6
9	Багатовимірна задача оптимізації без обмежень, її основні властивості	4
10	Принцип оптимальності Белмана.	5
11	Приклади оптимізаційних задач динамічного програмування	5
12	Методи розв'язування задач стохастичного програмування	10
Всього		62

## ПЗ та СКМ для розв'язування задач з математичного програмування

Тема	MS Excel	GRAN	MathCAD	Matlab	Графоаналізатор
Лінійне програмування	✓	✓	✓	✓	
Цілочисельне програмування	✓	✓	✓	✓	✓
Елементи теорії ігор	✓		✓	✓	
Нелінійне програмування	✓	✓	✓	✓	
Динамічне програмування	✓	✓	✓	✓	✓
Стохастичне програмування	✓	✓	✓	✓	

У процесі навчання за кожною темою очікувані загальні результати конкретизуються і уточнюються на кожній лекції, під час виконання лабораторної роботи, у процесі самостійної роботи студентів.

### III. Зміст навчальної дисципліни за модулями і темами

#### Вступ

Предмет курсу математичного програмування. Становлення математичного програмування як науки. Класифікація задач математичного програмування. Постановка задачі математичного програмування. Етапи розв'язування задач математичного програмування. Математичні моделі екстремальних задач.

#### Змістовий модуль 1. Лінійне програмування

**Тема 1.** Задачі лінійного програмування. Загальна задача лінійного програмування. Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування. Приклади задач лінійного програмування економічного змісту. Двоїста задача лінійного програмування.

Математична постановка транспортної задачі. Умови існування розв'язку транспортної задачі. Види транспортних задач. Приклад побудови економічної та математичної постановки задачі. Методи розв'язування задач

лінійного програмування: метод потенціалів, симплек-метод, двоїстий симплекс-метод.

**Тема 2.** Задачі цілочисельного (дискретного) програмування. Поняття цілочисельного програмування. Методи розв'язування задач цілочисельного лінійного програмування. Метод Гоморі. Метод гілок і меж. Алгоритм Дейкстри. Жадібний алгоритм.

Приклади економічних та технологічних задач, що зводяться до задач дискретного програмування.

**Тема 3.** Елементи теорії ігор. Основні поняття теорії ігор. Класифікація задач теорії ігор. Матричні ігри двох осіб. Платіжна матриця. Гра в чистих стратегіях. Нижня і верхня ціна гри. Принцип мінімаксу. Сідлова точка. Змішані стратегії.

Зведення задачі гри двох осіб з нульовою сумою до двоїстих задач лінійного програмування. Приклади розв'язування задач теорії ігор.

### **Змістовий модуль 2. Нелінійне програмування.**

**Тема 4.** Задачі нелінійного програмування (задача опуклого програмування, задача квадратичного програмування). Постановка задачі нелінійного програмування. Класичний метод розв'язування задач нелінійного програмування на базі використання множників Лагранжа та їх економічна інтерпретація.

Опукле програмування. Необхідні та достатні умови існування сідлової точки. Теорема Куна—Таккера.

Задача квадратичного програмування та основні методи її розв'язування.

Економічні та математичні моделі окремих задач квадратичного програмування.

**Тема 5.** Задачі динамічного програмування. Економічна сутність, деякі основні типи задач та моделі динамічного програмування. Принцип оптимальності Беллмана. Багатокроковий процес прийняття рішень.

Приклад розв'язування задачі динамічного програмування стосовно оптимальної траєкторії руху літака.



**Тема 5.** Задачі стохастичного програмування. Загальна математична постановка задачі стохастичного програмування. Класифікація задач стохастичного програмування.

Основні методи (прямі та непрямі) розв'язування задач стохастичного програмування. Методи стохастичних квазіградієнтів. Методи імітаційного моделювання щодо розв'язування задач СП.

Сутність одноетапних задач стохастичного програмування. Сутність двохетапних (багатоетапних) задач стохастичного програмування.

Загальна постановка багатоетапних задач стохастичного програмування.

#### **IV. Засоби діагностики успішності навчання**

##### *форми і методи поточного і підсумкового контролю*

Видом контролю навчальних досягнень студентів під час вивчення курсу є залік. За результатами активної роботи під час лекцій, на лабораторних заняттях, опрацювання тем для самостійної роботи, підготовки та виступу з доповіддю на заняттях, модульних тестів, студенти накопичують певну кількість балів, відповідно до якої відбувається оцінювання їх навчальних досягнень.

Побудова програми за блочно-модульною схемою спрямована на максимальну індивідуалізацію процесу навчання. Структура програми дібрана так, щоб надати студентам можливість навчатись в індивідуальному темпі та орієнтуватись на певні рівні вимог щодо засвоєння навчального матеріалу.

Контроль знань студентів здійснюється за модульно-рейтинговою системою. Навчальна діяльність студентів протягом семестру оцінюються за 100-бальною системою. Робота в семестрі поділяється на змістові модулі.

##### ***Засоби діагностики успішності навчання:***

- ✓ теоретичні запитання, лабораторні роботи;
- ✓ комплекс тестових завдань для модульного контролю рівня навчальних досягнень студентів;
- ✓ самостійна робота студентів.

*Накопичення балів протягом семестру відбувається так*

<b>№ з/п</b>	<b>Вид діяльності</b>	<b>Кількість балів за дидактичну одиницю</b>	<b>Кількість відвіданих занять</b>	<b>Загальна кількість балів</b>
1	Відвідування та активність під час лекцій	2	7	14
2	Виконання лабораторних робіт	10	6	60
6	Виступ з повідомленням на занятті (Самостійна робота)	1	6	6
7	Виконання модульного тесту	10	2	20
8	Залік	-	-	-
<b>Загальна кількість балів</b>				<b>100</b>

#### **V. Форма підсумкового контролю успішності навчання**

Залік є формою підсумкового контролю результатів навчання студентів і має на меті перевірку системності засвоєння програмного матеріалу, цілісності бачення навчального курсу, рівня осмислення знань та набуття вмінь, їх комплексного застосування у практичній діяльності, діагностування ефективності самостійної навчальної роботи студентів.

#### **Рейтинговий регламент Інституту. Шкала відповідності**

<b>За шкалою ECTS</b>	<b>За шкалою університету</b>	<b>Визначення</b>	<b>Оцінка за національною шкалою</b>	
			<b>Екзамен</b>	<b>Залік</b>
A	90 – 100	Відмінно	5 (відмінно)	Зараховано
B	80 – 89	Дуже добре	4 (добре)	
C	70 – 79	Добре		
D	65 – 69	Задовільно	3 (задовільно)	
E	60 – 64	Достатньо		

FX	35 – 59	Незадовільно з можливістю повторного складання	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34	Незадовільно з обов'язковим повторним курсом		

## VI. Інформаційні джерела для вивчення курсу

### Основні:

1. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для студ. экон. специальностей вузов. М.: Высш. шк., 1986. 317 с.

1. Алексеев О. Г. Комплексное применение методов дискретной оптимизации. М.: Наука, 1987. 248 с.

2. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: Изд-во Иностранная литература, 1960. 400 с.

3. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования / Под редакцией А. А. Первозванского. М.: Наука. Главная редакция Физико-математической литературы, 1965. 460 с.

4. Болтянский В. Г. Оптимальное управление дискретными системами. М.: Наука, 1973. 448 с.

5. Вентцель Е. С. Элементы теории игр. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 67 с.

6. Вентцель Е. С. Введение в исследование операций. М., Советское радио, 1964. 390 с.

7. Григорьева К. В. Бескоалиционные игры в нормальной форме: учеб. пособие. СПб.: СПбГАСУ, 2007. Ч.1. 78 с.

8. Динамічне та нелінійне програмування. Методичні вказівки до проведення практичних та самостійних занять з курсу “Дослідження операцій” для студентів факультету кібернетики. Упорядн. В. І. Тюптя, В. І. Шевченко, В. К. Стрюк. К.: Електронне видання. Ел. бібліотека факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2003. 30 с.  
URL: <http://cyb.univ.kiev.ua/library/books/tiuptia-31.pdf>

9. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Математика з комп'ютером: Посібник для вчителів. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2008. 278 с.
10. Жалдак М. І., Триус Ю. В. Основи теорії і методів оптимізації: навчальний посібник. Черкаси: Брама-Україна, 2005. 608 с.
11. Жильцов О. Б., Кулян В. Р., Юнькова О. О. Математичне програмування (з елементами інформаційних технологій): Навч. посіб. для студ. вищ. нав. закл. К.: МАУП, 2006. 184 с.
12. Кутковецький В. Я. Дослідження операцій: Навчальний посібник. Миколаїв: Вид-во МДГУ ім. П. Могили, 2003. 260 с.
13. Мур Дж., Уэдерфорд Л. Р. Экономическое моделирование в Microsoft Excel: пер. с англ. [6-е изд.]. М.: Издательский дом "Вильямс", 2004. 1024 с.
14. Даниловцева Е. Р., Фарафонов В. Г., Дьякова Г. Н. Теория игр. Основные понятия: текст лекций. СПб.: СПбГУАП, 2003. 36 с.
15. Ермольев Ю. М. Методы стохастического программирования. Москва: Наука, 1976. 240 с.
16. Ермольев Ю. М. Об одной общей задаче стохастического программирования. Журнал «Кибернетика». 1971. № 3. С. 47–50.
17. Канторович Л. В. Математические методы в организации и планировании производства. Л.: Изд-во ЛГУ, 1939. 68 с.
18. Костевич Л. С. Математическое программирование: Технологии оптимальных решений: Учеб. пособие. Мн.: Новое знание, 2003. 424 с.
19. Майзе Х., Эйджин Н., Тролл Р. Исследование операций: в 2 т. пер. с англ. под ред. Дж. Моудера, С. Элмагаби. М.: Мир, Т.1. 1981. 712. с.
20. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. 4-е изд. М.: Наука, 1983. 392 с.
21. Юдин Д. Б. Задачи и методы стохастического программирования. М.: Советское радио, 1979. 392 с.
22. Юдин Д. Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. М.: «Сов. радио», 1974. – 400 с.
23. Дистанційний курс «Математичне програмування». Режим доступу: <https://moodle.fi.npu.edu.ua/course/view.php?id=524>

### **Додаткові:**

1. Амелькин В. В., Рябцевич В. Л. Задачи с параметрами: Справочное пособие по математике. 3-е изд. доработ. Мн.: ООО «Асар», 2004. 464 с.

2. Габасов Р.Ф., Кириллова Ф. М., Альсевич В. В., Калинин А. И., Крахотко В.В., Павленок Н. С. Методы оптимизации. Минск: Четыре четверти, 2011. 474 с.
3. Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами. К.: РИА «Текст»; МП «ОКО», 1992. 290 с.
4. Дяконов В. Mathcad 2000: учебный курс. СПб.: Питер, 2001. 592 с.
5. Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. М.: Наука, 1969. 368 с.
6. Лесин В. В., Лисовец Ю. П. Основы методов оптимизации. М.: МАИ, 1998. 344 с.
7. Наконечний С. І., Савіна С. С. Математичне програмування: Навч. посіб. К.: КНЕУ, 2003. 452 с.
8. Писарук Н. Н. Введение в теорию игр. Минск: БГУ, 2014. 239 с.
9. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. Киев: Наукова Думка, 1988. 472 с.
10. Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации. Учебное пособие. 2 изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 368 с.
11. Юдин Д. Б. Выбор решений в сложных ситуациях. Журнал «Известия Академии наук СССР» сер. Техническая кибернетика. 1970. № 2. С.9-24.

## ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1.

#### «ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ»

**Задача 1.** Розрахувати прибуток їдальні за наявності запасів ресурсів і випуску двох страв, якщо задано такі початкові дані:

Таблиця 1

Ресурси	Запаси	Норми витрат	
		Рагу	Котлети
М'ясо	35 кг	0,4 кг	0,15 кг
Картопля	42 кг	0,2 кг	0,3 кг
Крупа	28 кг	0,25 кг	0,2 кг
Гроші	21 гр. од.	0,176	0,202
Трудові ресурси	7 чол.	0,06	0,043
Кількість страв		$X_1$	$X_2$
Прибуток		4,65	4,05

**Задача 2.** У сільськогосподарської фірми «Меридіан» є три склади (I,II,III), на яких зберігається 1,2 т; 1,8 т; 2,2 т томатів відповідно. Дане підприємство отримало замовлення від трьох фірм на постачання томатів: 1. «Соки і нектари» – 1,4 т; 2. «Дари природи» – 2,1 т; 3. «Сандора» – 1,7 т. Вартість перевезення 1т. томатів із кожного пункту постачання у відповідний пункт використання наведена в *Таблиці 2*. Необхідно визначити план перевезення з мінімальною вартістю.

Таблиця 2

Постачальник	Тарифи перевезення		
	«Соки і нектари»	«Дари природи»	«Сандора»
I	120	105	190
II	90	160	80
III	120	90	95

**Задача 3.** Цех підприємства «Ніколь» виробляє заготовки жіночого взуття трьох видів. Необхідно отримати максимальний виторг від виробництва заготовок. Дані для складання математичної моделі наведено в *Таблиці 3*.

Матеріал	Ресурс	Норма витрат, Дм <sup>2</sup> /пару		
		Модель 1	Модель 2	Модель 3
Шкіра	35 000 Дм <sup>2</sup>	22 Дм <sup>2</sup> /пару	25 Дм <sup>2</sup> /пару	27 Дм <sup>2</sup> /пару
Синтетика	27 000 Дм <sup>2</sup>	14 Дм <sup>2</sup> /пару	18 Дм <sup>2</sup> /пару	21 Дм <sup>2</sup> /пару
Бязь	17 000 Дм <sup>2</sup>	8 Дм <sup>2</sup> /пару	10 Дм <sup>2</sup> /пару	11 Дм <sup>2</sup> /пару
Вартість, гр. од.		53	55	58

**Задача 4.** Визначити екстремальні значення лінійної функції  $Z = -3x_1 + x_2$  за обмежень

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1 - x_2 \leq 1, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4, \\ \alpha x_1 + \beta x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

у таких випадках: а)  $\alpha = \beta = 2$ ; б)  $\alpha = -9$ ;  $\beta = 3$ ; в)  $\alpha = 6$ ;  $\beta = 0$ .

### ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Записати загальну математичну модель задачі лінійного програмування.
2. Як звести задачу лінійного програмування до канонічної форми?
3. Які є форми запису задач лінійного програмування?
4. Дати геометричну інтерпретацію задачі лінійного програмування.
5. Який розв'язок задачі лінійного програмування називається допустимим?
6. Дати економічну і математичну постановку транспортної задачі.
7. Чим відрізняється транспортна задача від загальної задачі лінійного програмування?
8. Сформулювати необхідну і достатню умову існування розв'язку транспортної задачі.
9. Чим відрізняється відкрита транспортна задача від закритої?
10. Як перетворити відкриту транспортну задачу на закриту?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2.

### «ЗАДАЧІ ЦІЛОЧИСЕЛЬНОГО ПРОГРАМУВАННЯ»

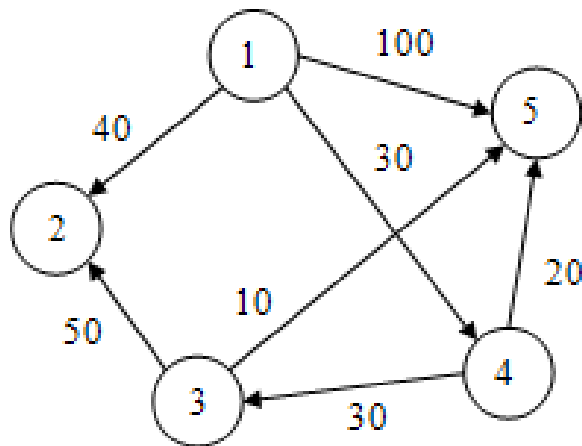
**Задача 1.** Розв'язати задачу за двома методами: за методом Гоморі та за методом гілок і меж.

Сільськогосподарське підприємство планує відкрити сушильний цех на виробничій площі 190 м<sup>2</sup>, маючи для цього 100 тис. грн. од. і можливість придбати устаткування двох типів: А і В. Техніко–економічні дані стосовно одиниці кожного виду устаткування подано в табл. 4:

Таблиця 4.

Показник	Устаткування		Ресурс
	А	В	
Вартість, тис. грн	25	10	100
Необхідна виробнича площа, м <sup>2</sup>	40	20	190
Потужність, тис. гр. од./рік	350	150	–

**Задача 2.** Розглянемо деякий орієнтований граф, за якого потрібно знайти найкоротші маршрути від вершини 1 до всіх інших вершин. Для розв'язування задач такого типу доцільно використовувати алгоритм Дейкстри.



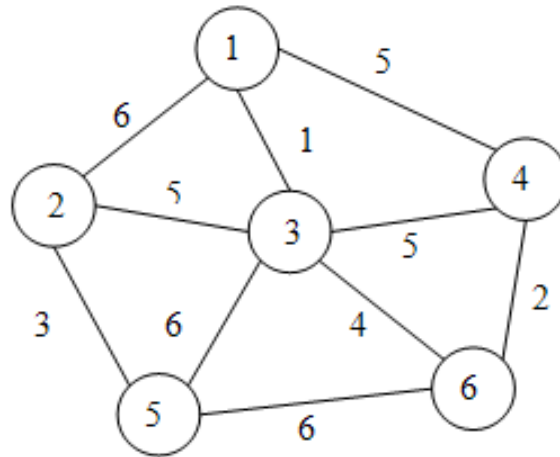
**Задача 3.** Розв'язати задачу цілочисельного програмування:

$$F(x) = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min,$$

$$\text{за обмежень} \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 6x_1 + 7x_2 \leq 8, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_j \geq 0, x_j - \text{ціле число}, j = 1, 2. \end{cases}$$

**Задача 4.** Дано неорієнтований граф виду:





стосовно якого потрібно знайти дерево мінімальної вартості за алгоритмами Крускала або Прима.

### ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

11. Яка задача математичного програмування називається цілочисельною?

12. Навести приклади задач цілочисельного програмування.

13. Перелічити найбільш відомі методи розв'язування задач цілочисельного програмування.

14. Пояснити зміст поняття «відтинання».

15. В чому полягає сутність методу Гоморі.

16. В чому полягає сутність методу гілок і меж.

17. В чому полягає сутність методу Дейкстри.

18. В чому полягає сутність методу жадібних алгоритмів.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3.

#### «ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ІГОР.»

**Задача 1.** Дана матриця гри. Знайти нижню і верхню ціну гри і мінімаксні стратегії сторін:

$$а). A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 & 10 \\ 4 & 7 & 5 & 6 \\ 8 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$б). A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 4 & 9 \\ 8 & 9 & 7 & 10 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 3 & 11 \end{pmatrix}$$

**Задача 2.** Спростити гру:

$$\text{а). } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{б). } A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -4 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

**Задача 3.** Підприємство може випускати три види продукції (А,Б,В), одержуючи прибуток, що залежить від попиту. Попит може бути в одному з чотирьох станів (I,II,III,IV). Задана матриця прибутку:

	I	II	III	IV
A	K	3	6	2
Б	4	5	6	5
В	1	7	4	K

Визначити оптимальні пропорції випуску продукції. Розв'язати приклад за допомогою програм *Excel* і *Mathcad*, зведенням матричної гри до задачі лінійного програмування.

**Задача 4.** Гра гравців А і В задана через такою платіжну матрицю:

$$\begin{array}{c} \text{Гравець В} \\ \text{Гравець А} \end{array} \begin{pmatrix} 6 & 3 & 8 & 5 & 9 \\ 6 & 5 & 7 & 6 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 4 & 3 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Необхідно визначити ціну гри та оптимальні стратегії гравців А і В.

**Задача 5.** Розв'язати матричну гру з платіжною матрицею:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

### ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що називається конфліктною ситуацією?
2. Що таке гра?
3. Що таке хід гри?
4. Навести означення платіжної матриці.
5. Сформулювати принцип мінімаксу.

6. Навести означення максимінної та мінімаксної стратегій.
7. Яка гра називається скінченною, парною?
8. Які властивості задовільняються стосовно оптимальних стратегій гравців?
9. Сформулювати основну теорему теорії ігор.
10. Як здійснюється зведення гри до задачі лінійного програмування?

#### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4.

##### «ЗАДАЧІ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ»

**Задача 1.** Попит на продукцію, що виготовляється на двох видах обладнання, становить 120 одиниць. Собівартість, тис. гр. од., виробництва одиниці продукції на обладнанні кожної групи залежить від обсягу такого виробництва – відповідно  $x_1$  і  $x_2$  – та подається у вигляді для першої групи:  $3x_1 + 4x_1^2$ ; для другої групи:  $5x_2^2$ .

Знайти оптимальний план виробництва продукції на обладнанні кожної групи, за якого за умови задоволення попиту будуть найменшими витрати, пов'язані із собівартістю продукції.

**Задача 2.** За методом Лагранжа знайти точку умовного екстремуму.

$$1. Z = 2x_1^2 + x_2^2,$$

$$2x_1 + 3x_2 = 5.$$

$$2. Z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2,$$

$$2x_1 - x_2 = 5.$$

$$3. Z = x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 5x_2,$$

$$x_1 + 3x_2 = 6.$$

$$4. Z = 4x_1 + 2x_1^2 + x_2 + 2x_2^2,$$

$$3x_1 + 4x_2 = 12.$$

$$5. Z = 3x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_1 + 1,$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 4.$$

$$6. Z = x_1^2 - x_2^2,$$

$$x_1 - x_2 = 4.$$

$$7. Z = 2x_1 + 3x_2^2 + x_3^2,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8.$$

$$8. Z = 3x_1^2 + 5x_2 + 12x_3^2,$$

$$3x_1 + 8x_2 + 4x_3 = 18.$$

$$9. Z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2,$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 30.$$

$$10. Z = x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2,$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 16.$$

$$11. Z = x_1^2 + 2x_2^2 + x_3,$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6; \\ x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$12. Z = 2x_1x_2 + x_1x_3 - x_2x_3,$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 1; \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 4. \end{cases}$$

**Задача 3.** На виробництво трьох видів продукції А, В і С витрачають матеріальні, трудові та фінансові ресурси. Опис норм витрат на одиницю продукції, сумарний запас, а також розмір прибутку від реалізації одиниці продукції, що залежить від обсягу виробництва (в умовних одиницях), наведено в таблиці 5:

Таблиця 5

Ресурси	Продукція			Запас ресурсів
	А	В	С	
Матеріальні	4	5	7	100
Трудові	3	6	8	120
Фінансові	2	1	4	75
Прибуток	$4x_1^2$	$x_2^2 + 2x_2$	$3x_3^2 + 6$	
Обсяг виробництва	$x_1$	$x_2$	$x_3$	

Попит на продукцію видів А, В і С відомий і становить 12, 10 і 8 од. Визначити оптимальний план виробництва продукції кожного виду, якщо ресурси потрібно використати повністю. Знайти оцінки ресурсів і подати економічний аналіз оптимального плану.

### ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Записати загальну задачу нелінійного програмування.
2. В чому полягають труднощі розв'язування задач нелінійного програмування?
3. З якою метою використовують функцію Лагранжа.
4. В чому полягає метод Лагранжа?
5. Яка функція називається опуклою догори (донизу)?
6. Сформулювати необхідні та достатні умови існування сідлової точки для деякої диференційовної функції.

7. Як формулюється теорема Куна—Таккера.
8. В чому полягає задача квадратичного програмування?
9. В чому полягає задача опуклого програмування?

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5.

#### «ЗАДАЧІ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ»

**Задача 1.** Фірма планує нарощування виробничих потужностей на трьох підприємствах, для чого виділяються кошти обсягом 18 млн грн. од. Для кожного підприємства розроблено інвестиційні проекти, в яких враховано обсяги загальних витрат (інвестицій) та прибутків, що пов'язані з реалізацією кожного проекту.

Таблиця 6.

Інвестиційний проект	Підприємство 1		Підприємство 2		Підприємство 3	
	інвестиції, млн грн. од.	прибуток, млн грн. од.	інвестиції, млн грн. од.	прибуток, млн грн. од.	інвестиції, млн грн. од.	прибуток, млн грн. од.
1	0	0	0	0	0	0
2	2	6	6	12	7	9
3	4	8	7	14	8	10
4	5	11	9	18	10	14

**Задача 2.** Знайти оптимальний розподіл 6 млрд грн. од. між трьома підприємствами галузі. Прибуток, який можна одержати від капіталовкладень певного розміру в кожне з підприємств, показано таблиці 7:

Таблиця 7

Розмір капіталовкладень, млн грн. од.	Прибуток по підприємствах, млн грн. од.		
	I	II	III
1	0,27	0,34	0,21
2	0,31	0,44	0,35
3	0,42	0,57	0,46
4	0,65	0,69	0,68
5	0,74	0,87	0,74
6	0,93	0,95	0,85

**Задача 3.** Розрахувати траєкторію літака за наведеними нижче даними.

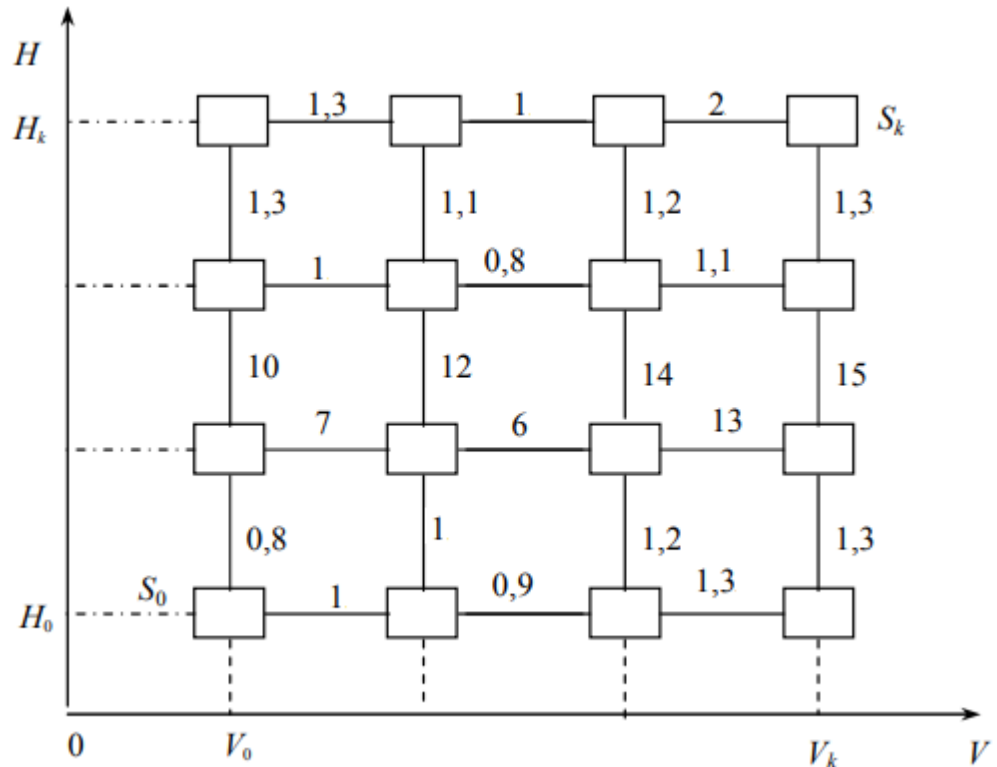


Рис. 1. Дані стосовно витрат палива літаком.

**Задача 4.** Розв'язати задачу оптимального розподілу капіталовкладень між чотирма підприємствами, якщо загальний розмір інвестицій становить 12 млн грн. од. Вихідні дані вміщено в таблиці 8:

Таблиця 8

Проект	Підприємство							
	1		2		3		4	
	Інвестиції, млн грн. од.	Прибуток, млн грн. од.	Інвестиції, млн грн. од.	Прибуток, млн грн. од.	Інвестиції, млн грн. од.	Прибуток, млн грн. од.	Інвестиції, млн грн. од.	Прибуток, млн грн. од.
1	1	5	2	4	3	8	2	5
2	3	6	3	7	4	11	3	6
3	4	8	4	9	5	12	6	9

## ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Сформулювати задачу динамічного програмування.
2. Назвати методи розв'язування задач динамічного програмування.
3. Навести приклади економічних задач, що належать до класу задач динамічного програмування.
4. Сформулювати принцип оптимальності Р. Белмана.
5. Чи забезпечується за принципом оптимальності незалежність наступних розв'язків від знайдених раніше?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6.

### «ЗАДАЧІ СТОХАСТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ»

**Задача 1.** Для виробництва двох видів виробів ( $j = 1, 2$ ) можна використати обладнання двох типів ( $i = 1, 2$ ). Затрати часу  $a_{ij}$  використання обладнання для виготовлення продукції є випадковими величинами. Собівартість одного виробу  $b_{ij}$  ( $i = 1, 2; j = 1, 2$ ) буде також випадковою величиною. Нехай ймовірності на множинах значень випадкових величин  $a_{ij}$  та  $b_{ij}$  відомі:  $a_{ij}$  розподілені за нормальним законом з математичними сподіваннями  $\bar{a}_{ij}$  та середніми квадратичними відхиленнями  $\sigma_{ij}$ , а ймовірності на множині значень випадкової величини  $b_{ij}$  розподілені рівномірно на інтервалі  $(b_{ij}, \gamma_{ij})$ .

Нехай  $N_1$  та  $N_2$  – плани випуску першого та другого виробів (що зумовлюється контрактом), наприклад,  $N_1 = 100$  шт.,  $N_2 = 200$  шт.

Таблиця 9.

Група обладнання, (i)	Питомі затрати часу, год/шт.				Питома собівартість виробу, ум. од.				Фонд часу i-го обладнання, год
	j=1		j=2		j=1		j=2		
	$a_{i1}$	$\sigma_{i1}$	$a_{i2}$	$\sigma_{i2}$	$\delta_{i1}$	$\gamma_{i1}$	$\delta_{i2}$	$\gamma_{i2}$	
1	0,2	0,2	0,3	0,3	2	4	1	2	50
2	0,1	0,2	0,1	0,2	3	6	2	8	65



Визначити оптимальний план використання обладнання, за якого мінімізуються сподівані виробничі затрати на випуск виробів, якщо ризик (ймовірність) перевищення фонду часу  $T$  на виконання контрактів становить не більше як  $0,10$ , а ризик невиконання контракту не більший за  $0,05$ .

Побудувати математичну модель задачі та відшукати розв'язки задачі за даними, наведеними у табл. 10.

**Задача 2.** Фірма має у своєму розпорядженні певні ресурси сировини, робочої сили та обладнання, які необхідні для виробництва виробів чотирьох видів. Нехай питомі витрати ресурсів є випадковими величинами  $\xi_i$ , рівномірними розподілами ймовірностей на інтервалах  $[a_j, b_j]$ , а прибуток на одиницю виробу  $i$  становить  $C_i$  одиниць. Відповідні дані наведено в таблицях 10–11:

Таблиця 10.

Ресурси	Норма затрат ресурсів на вибір				Обсяг ресурсів
	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	
Сировина, кг	2–4	3–6	1–2	2–5	60
Робоча сила, нормо–год	15–25	10–15	15–20	30–50	400
Обладнання, верстато–год	6–12	10–18	6–10	12–20	128

Таблиця 11.

Вид виробу	1	2	3	4
Прибуток, млн грн.	30	25	56	43

Визначити оптимальний асортимент випуску виробів, за якого забезпечується:

- 1) максимум сподіваного прибутку, за якого ризик реалізованості плану не більший від  $0,20$ ;
- 2) максимум сподіваного прибутку, за якого ризик реалізованості плану не більший від  $0,10$ ;
- 3) максимум сподіваного прибутку, за якого ризик реалізованості плану не більший від  $0,05$ ;
- 4) максимум гарантованого прибутку (ризик  $\gamma = 0$ ).

**Задача 3.** Підприємство випускає два види продукції ( $k = 1, 2$ ), щоб у  $j$ -му ( $j = 1, 2$ ) півріччі задовольнити попит  $\xi_k$ , котрий є випадковою величиною, з показниковим розподілом ймовірностей на множині її значень із середнім значенням  $\frac{1}{\lambda_{jk}}$ . Продукти можна виготовляти на трьох машинах ( $i = 1, 2, 3$ ) з питомими витратами часу  $t_{ik}$ , котрі також є випадковими величинами з рівномірними розподілами на множинах їх значень в інтервалах  $[t_{ik}, \bar{t}_{ik}]$ .

Відомі середні питомі витрати на зберігання одиниці продукції  $S_k$ , питомі штрафи за дефіцит  $\tau_k$ , а також сумарний резерв часу  $T_{ij}$ , стосовно  $i$ -ої машини в  $j$ -му півріччі. Відповідні дані наведено в таблицях 12–13:

Таблиця 12.

Машина $i$	Середні витрати часу, год				Резерв часу у півріччі $j$ , год	
	$t_{i1}$	$\bar{t}_{i1}$	$t_{i2}$	$\bar{t}_{i2}$	I	II
1	1,0	3,0	0,5	1,5	70	90
2	1,5	2,0	2,0	4,0	100	60
3	2,0	6,0	1,0	3,0	120	100

Таблиця 13.

Продукт $k$	Середній попит у $j$ - му півріччі		$S_k$	$\tau_k$
	I	II		
1	20	30	3	40
2	30	40	6	30

Визначити оптимальну виробничу програму, за якою мінімізується сума очікуваних витрат на зберігання та штрафи в разі дефіциту за обидва півріччя:

- 1) за мінімального ризику щодо повного задоволення попиту;
- 2) якщо ризик дефіциту не може перевищити 0,20;
- 3) якщо на складі можна зберігати не більш як 50 одиниць продукції, а ризик дефіциту не може перевищити 0,10;

4) зберігати товар немає змоги, але необхідно мінімізувати ризик незадоволеного попиту;

5) зберігати товар немає змоги, а попит слід задовольнити гарантовано.

### **ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ**

- 1. В чому полягає сутність задач стохастичного програмування..*
- 2. Яка стохастична задача називається одноетапною?*
- 3. Яка стохастична задача називається двоетапною?*
- 4. Які найбільш поширені методи розв'язування стохастичних задач.*

## АНКЕТА

для студентів інформатичних спеціальностей

**Зазначте, будь ласка, відомості про себе:**

Курс \_\_\_\_\_.

Група \_\_\_\_\_.

1. У чому, на Вашу думку, полягає мета вищої інформатичної освіти?  
(упорядкуйте, від 1 (найменш значуща) до 7 (найвагоміша)).

Мета	Номер за вагомістю
Підготовка до майбутньої професії	
Формування наукового світогляду	
Формування наукового підходу до розв'язування різних прикладних задач за допомогою комп'ютера	
Формування загальнолюдської культури	
Формування інформаційної культури	
Інтелектуальний розвиток особистості	
Підготовка до життя у суспільстві	

2. Які математичні дисципліни Ви вивчали або вивчаєте? Оцініть такі характеристики навчального матеріалу, як складність, цікавість, корисність цих математичних дисциплін з теоретичної та практичної точки зору (0 – ні, 1 – не дуже, 2 – так)

Дисципліна	Властивості навчального матеріалу			
	Складність	Цікавість	Корисність	
			Теоретична	Практична
Математичний аналіз				
Алгебра та геометрія				
Теорія ймовірностей та математична статистика				
Дискретна математика				
Чисельні методи				
Проективна геометрія і методи зображення				
Математична логіка і теорія алгоритмів				

3. Якою є роль математики в інформатичній освіті? (упорядкуйте від 1 (найменш значуща) до 7 (найвагоміша)).

<b>Відповідь</b>	<b>Номер за вагомістю</b>
Розвиває логічне мислення	
Підвищує рівень вміння розробляти алгоритми розв'язування практичних задач	
Підвищує рівень математичної культури	
Підвищує рівень культури взагалі	
Це є фундамент професійної підготовки	
Допомагає систематизувати знання з теорії і методів розв'язування практичних задач	
Це необхідний інструмент для розв'язування задач в різних сферах діяльності фахівців з вищою освітою	
Формує практичні навички щодо побудови моделей р	
Поглиблює уявлення про обчислювальний експеримент	

4. Чи є, на Ваш погляд, місце ІКТ в процесі вивчення математичних дисциплін? Обґрунтуйте.

Чи використовуєте Ви програмні засоби (онлайн–сервіси) в процесі розв'язування математичних задач у своїй навчальній діяльності? (оберіть варіант відповіді)

**Так**

**Ні**

5. Які відомі програмні засоби (онлайн–сервіси) Ви використовуєте в своїй навчальній діяльності для розв'язування задач?

Чи створюєте Ви самостійно програмні засоби для розв'язування задач за допомогою мови програмування?

**Так**

**Ні**

***ДЯКУЄМО ЗА УЧАСТЬ В ОПИТУВАННІ!***

## АНКЕТА

(для викладачів математичних та інформатичних дисциплін)

**Зазначте, будь ласка, відомості про себе:**

Науковий ступінь \_\_\_\_\_.

Педагогічний стаж роботи \_\_\_\_\_.

1. У чому, на Вашу думку, полягає мета вищої інформатичної освіти?  
(упорядкуйте, починаючи з найвагомішої)

Мета	Номер за вагомістю
Підготовка до майбутньої професії	
Формування наукового світогляду	
Формування наукового підходу до розв'язування різних прикладних задач за допомогою комп'ютера	
Формування загальнолюдської культури	
Формування інформаційної культури	
Інтелектуальний розвиток особистості	
Підготовка до життя у суспільстві	

2. Що Ви відповідаєте студентам на питання: "Навіщо мені потрібна математика?" (упорядкуйте варіанти відповідей за вагою або напишіть власні)

Відповідь	Номер за вагомістю
Розвиває логічне мислення	
Підвищує рівень вміння розробляти алгоритми розв'язування практичних задач	
Підвищує рівень математичної культури	
Підвищує рівень культури взагалі	
Це є фундамент професійної підготовки	
Допомагає систематизувати знання з теорії і методів розв'язування практичних задач	
Це необхідний інструмент для розв'язування задач в різних сферах діяльності фахівців з вищою освітою	
Формує практичні навички щодо побудови моделей	
Поглиблює уявлення про обчислювальний експеримент	

3. Чи потрібно під час навчання дисциплін математичного циклу використовувати сучасні ІКТ? (підкресліть)

**Так****Ні**

4. Які відомі програмні засоби (онлайн–сервіси) Ви використовуєте в своїй професійній діяльності для розв’язування задач?

---

---

5. Чи створюєте Ви самостійно програмні засоби, за допомогою мови програмування, для навчання студентів розв’язувати задачі?

а) часто;                      б) інколи;      в) вмію, але не створюю;      г) не вмію.

---

---

6. Чи вважаєте Ви, що «Математичне програмування» є цікавим і пізнавальним курсом для майбутніх учителів інформатики з використання ІКТ? Відповідь обґрунтуйте.

---

---

***ДЯКУЄМО ЗА УЧАСТЬ В АНКЕТУВАННІ!***

## Тест вхідного контролю

## 1. Вкажіть вірне твердження: Функція

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{при } x \geq 0, \\ x - 1, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

- А. неперервна при будь-яких значеннях  $x$  ;
- В. має усувний розрив в точці  $x = 0$ ;
- С. має розрив першого роду в точці  $x = 0$ ;
- Д. має розрив другого роду в точці  $x = 0$ .

2. Обчисліть:  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx$ 

- А. -1
- В. 2
- С. 0
- Д. 1

3. Знайти границю  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}$ 

Відповідь \_\_\_\_\_.

4. Вкажіть обернену матрицю до матриці  $A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ 

- А.  $A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$
- В.  $A^{-1} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$
- С.  $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$

Д. обернена матриця не існує.

## 5. Знайдіть суму коренів рівняння:

$$\sqrt{x^2 - 3x + 5} + x^2 = 3x + 7.$$

Відповідь \_\_\_\_\_.

6. Обчислити скалярний добуток векторів  $\vec{a}\{2; -1; 4\}$ ;  $\vec{b}\{0; 2; -3\}$ ;

Відповідь \_\_\_\_\_.



7. Дане підприємство в середньому випускає 20% продукції вищого сорту і 70% продукції першого сорту. Знайти ймовірність  $P$  того, що випадково взятий виріб цього підприємства буде вищого або першого сорту. У відповідь записати число  $30P$ .

Відповідь: \_\_\_\_\_.

8. Якщо ймовірність настання події  $A$  в кожному випробуванні дорівнює 0,002, то для знаходження ймовірності того, що подія  $A$  настане 3 рази в 1000 випробуваннях, потрібно скористатися...

- A. формулою Бернуллі;
- B. формулою Пуассона;
- C. локальною теоремою Муавра-Лапласа;
- D. інтегральною теоремою Муавра-Лапласа;
- E. формулою Байеса.

9. Встановіть відповідність.

Нехай  $A, B, C$  - три довільних події. Потрібно знайти вираз для подій, що складаються з  $A, B, C$ :

1. відбулося тільки $A$ ;	A. $A\bar{B}\bar{C}$
2. відбулося $A$ і $B$ , але $C$ не відбулося;	B. $AB\bar{C}$
3. всі три події відбулися;	C. $ABC$
4. відбулося дві і тільки два події;	D. $AB\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C$
5. відбулася одна і тільки одна подія.	E. $A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$

10. У складному висловлюванні «Іванов старший Петрова або вони однолітки» прості висловлювання з'єднані операцією

- A. імплікації;
- B. Еквівалентності;
- C. кон'юнкції;
- D. диз'юнкції.

**11. Бульова алгебра побудова з використанням:**

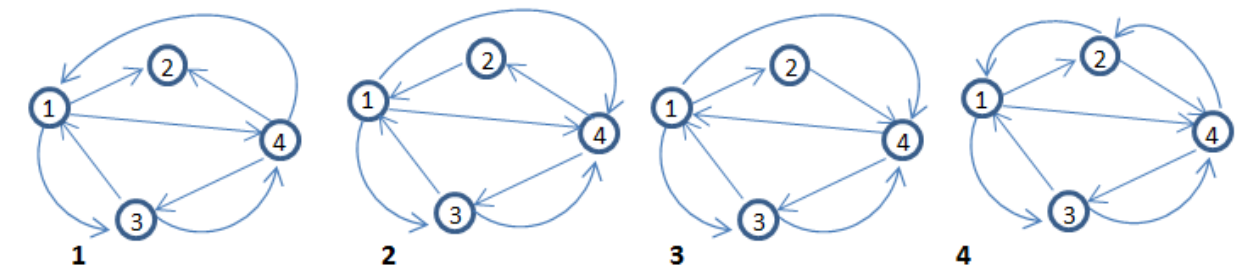
- A. сталої 1, диз'юнкції, кон'юнкції;
- B. диз'юнкції, кон'юнкції, заперечення;
- C. імплікації, заперечення, сталої 0;
- D. диз'юнкції, кон'юнкції, заперечення.

**12. Яке з поданих нижче тверджень буде правильним? \***

- A.  $(x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y) = x \wedge y$
- B.  $(x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y) = x \vee y$
- C.  $(x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y) = x \vee y$
- D.  $(x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y) = x \wedge y$

**13. Вкажіть, який з графів відповідає наведеній матриці суміжності**

$$A(G) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$



- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**14. Для яких скінчених графів не можна побудувати матрицю інцидентності?**

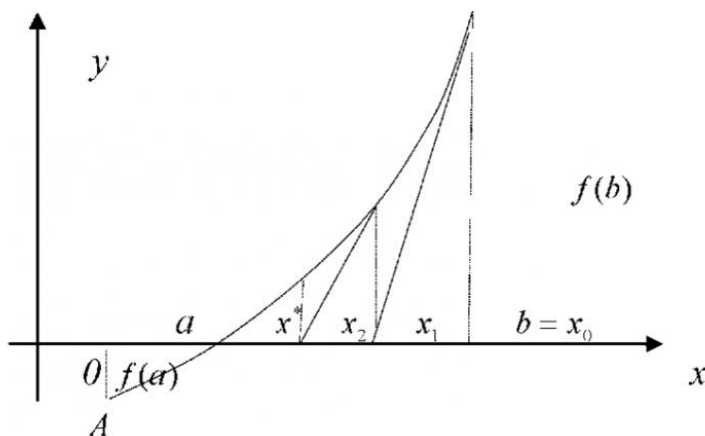
- A. для орієнтованих псевдографів;
- B. для неорієнтованих псевдографів;
- C. для орієнтованих мультиграфів;
- D. для неорієнтованих мультиграфів.

### 15. Теорема Форда-Фалкерсона:

- A. найбільша величина потоку в транспортній мережі дорівнює найменшій пропускній здатності розрізу;
- B. найменша величина потоку в транспортній мережі дорівнює найменшій пропускній здатності розрізу;
- C. поняття – найбільша величина потоку в транспортній мережі та найбільша пропускна здатність розрізу є непорівнянні;
- D. найбільша величина потоку в транспортній мережі дорівнює найбільшій пропускній здатності розрізу.

### 16. Вкажіть, що за метод представлено графічно на зображенні

- A. поділу навпіл
- B. дотичних
- C. хорд
- D. комбінований метод



### 17. Виберіть основні методи локалізації коренів.

- A. аналітичний метод
- B. графічний метод
- C. метод половинного ділення
- D. метод ітерацій
- E. метод трапецій
- F. метод найменших квадратів
- G. метод хорд
- H. метод дотичних

**18. Виберіть методи, які зводять вирішення завдання до виконання кінцевого числа арифметичних дій над числами, а результати - у вигляді числових значень.**

- A. графічні методи
- B. аналітичні методи
- C. чисельні методи
- D. Канонічні методи

**19. Вкажіть, де знаходяться носії твірних проективних рядів I-го порядку?**

- A. знаходяться всередині кривої II-го порядку;
- B. є невласними;
- C. є лініями симетрії до кривої II-го порядку;
- D. належать до прямих пучка II-го порядку.

**20. Для геометричної інтерпретації гіперболічної інволюції ...:**

- A. пряма має проходити через кінець відрізка радикальної осі;
- B. пряма повинна перетинати відрізок радикальної осі;
- C. пряма повинна бути паралельною до радикальної осі;
- D. пряма не повинна перетинати відрізок радикальної осі.

**21. Дано чотири точки прямої  $A, B, C, D$ . Вони знаходяться на однакових відстанях одна від одної. Обчислити значення складного відношення  $(AC, BD)$ :**

- A.  $\frac{7}{3}$ ;
- B.  $\frac{3}{4}$ ;
- C.  $\frac{4}{3}$ ;
- D.  $-\frac{1}{3}$ .

**22. Вкажіть, що буде результатом виконання програми?**

```
#include <stdio.h>
int main ()
{
    int i=0;
    while (++i < 5)
    {
        printf("%d, i%2);
    }
    Return 0;
}
```

- A. 01248
- B. 10101
- C. 12345
- D. 01010
- E. 1010

**23. У результаті виконання фрагмента програми**

*for i :=1 to 10 do begin*

*if a [ i ]>0 then a [ i ]:= a [ i ]/2*

*else a [ i ]:= i ;*

*end ;*

**відбудеться наступне:**

- A. позитивні значення елементів масиву збільшаться вдвічі, а негативні заміняться значеннями індексу;\
- B. позитивні значення елементів масиву зменшаться вдвічі, а негативні заміняться значеннями індексу;
- C. негативні значення елементів масиву збільшаться вдвічі, а позитивні заміняться значеннями індексу;

D. негативні значення елементів масиву зменшаться вдвічі, а позитивні заміняться значеннями індексу.

**24. Вкажіть, яке значення буде виведено (C++)?**

```
1 #include
2
3 int main(int argc, char** argv)
4 {
5     int x = 0;
6     int y = 0;
7
8     if (x++ && y++)
9     {
10        y += 2;
11    }
12
13    std::cout << x + y << std::endl;
14
15    return 0;
16}
```

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**Тест для проведення модульного контролю змістового модуля 1**

**1. Вкажіть допустиму множину розв'язків задачі математичного програмуванняДодат:**

- A. набір значень керованих змінних, що задовольняють обмеження задачі;
- B. набір змінних, що задовольняють обмеження задачі та відповідають екстремуму цільової функції;
- C. обмежена множина некерованих параметрів задачі;
- D. обмежена множина керованих параметрів задачі.

**2. Вкажіть вірне закінчення речення: «Задачі лінійного програмування мають місце тоді, коли цільова функція та функції обмеження...»:**

- A. лінійні щодо некерованих параметрів;
- B. лінійні щодо керованих параметрів;
- C. є сумою функцій, що залежать від різних аргументів;
- D. є добутком функцій, що залежать від різних аргументів.

**3. Вкажіть, за яких умов транспортна задача завжди має розв'язання:**

- A.  $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$
- B.  $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$
- C.  $\sum_{i=1}^m a_i \leq \sum_{j=1}^n b_j$
- D.  $\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$

**4. Вкажіть, який метод використовують для розв'язання задачі цілочисельного програмування за методом Гоморі:**

- A. метод відсікання;
- B. наближений метод;
- C. графічний метод;
- D. метод мінімального елемента.

**5. Вкажіть модель транспортної задачі:**

$$A. Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \geq 0$$

$$B. Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq b_j \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \geq 0$$

$$C. Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq b_j \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \geq 0$$

$$D. Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

**6. Задача оптимального вибору асортименту продукції є задачею:**

- A. лінійного програмування;
- B. дискретного програмування;
- C. динамічного програмування;



D. квадратичного програмування.

**7. Вкажіть умову відкритої транспортної задачі:**

- A. не має жодного розв'язку;
- B. має безліч розв'язків;
- C. зводиться до закритої транспортної задачі;
- D. має декілька можливих розв'язків.

**8. Вкажіть умову збалансованості транспортної задачі:**

- A.  $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$
- B.  $\sum_{i=1}^m a_i \leq \sum_{j=1}^n b_j$
- C.  $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$
- D.  $\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$

**9. До задач дискретного програмування належить задача:**

- A. оптимального вибору асортименту;
- B. про призначення кандидатів на вакантні посади;
- C. про оптимальний вибір транспортних засобів;
- D. задача керування запасами

**10. Гра двох осіб з нульовою сумою – це:**

- A. гра, де виграш однієї сторони більший, ніж програш іншої, а сума програшу обох сторін не дорівнює нулю;
- B. гра, де виграш однієї сторони менший, ніж програш іншої, а сума вигравів обох сторін не дорівнює нулю;
- C. гра, де виграш однієї сторони дорівнює програшу іншої, а сума вигравів обох сторін дорівнює нулю;
- D. гра, де виграш однієї сторони дорівнює виграшу іншої, а сума програшів обох сторін не дорівнює нулю.

**11. Які математичні методи застосовують для аналізу та оцінки правил поведінки учасників конфліктної ситуації?**

- A. лінійне програмування;
- B. динамічне програмування;
- C. булеве програмування;

D. теорія ігор.

**12. Вкажіть правильну послідовність етапів розв'язування задач математичного програмування з використанням математичних методів та комп'ютерних технологій:**

- A. Постановка задачі.
- B. Побудова математичної моделі
- C. Визначення типу отриманої математичної моделі.
- D. Вибір програмного засобу для розв'язування задачі.
- E. Проведення обчислень.
- F. Одержання результатів.
- G. Аналіз.
- H. Інтерпретація.

**13. Встановіть відповідність:**

1. Для розв'язання транспортної задачі застосовують метод	A. Метод потенціалів
2. Для розв'язання задач лінійного програмування застосовують метод	B. Симплекс-метод
3. Для розв'язання задачі цілочислового програмування застосовують метод	C. Гілок і меж

**14. Знайти розв'язок гри, заданої платіжною матрицею**

$$H = \begin{matrix} x_1 & \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \\ x_2 & \begin{pmatrix} -3 & 5 & -1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

**15. Ігри можна класифікувати за такими ознаками:**

- A. за кількістю учасників
- B. за кількістю стратегій
- C. за видом функції виграшу
- D. за кількістю ходів
- E. за характером виграшу

Г. за взаємовідносинами між учасниками

Г. за кількістю відомих даних

**16. Розрахувати прибуток їдальні при наявності запасів ресурсів і випуску двох страв, якщо маємо такі початкові дані:**

Ресурс	Запас	Норми витрат	
		Гарнір	Котлети
М'ясо	35 кг	0,4 кг	0,15 кг
Картопля	42 кг	0,2 кг	0,3 кг
Крупа	28 кг	0,25 кг	0,2 кг
Гроші	21 грн.	0,176	0,202
Трудові ресурси	7 чол.	0,06	0,043
Кількість страв		$X_1$	$X_2$
Прибуток		4,65	4,05

Який максимальний прибуток ми одержимо?

Відповідь: \_\_\_\_\_

**КАРТА ТЕСТУ модульного контролю змістового модуля 1**

<b>№ завдання</b>	<b>Формат завдання</b>	<b>Ключ тесту</b>	<b>Складність</b>
1	Вибір 1 відповіді	A	Легке
2	Вибір 1 відповіді	B	Легке
3	Вибір 1 відповіді	A	Легке
4	Вибір 1 відповіді	A	Легке
5	Вибір 1 відповіді	D	Легке
6	Вибір 1 відповіді	A	Достатнє
7	Вибір 1 відповіді	D	Достатнє
8	Вибір 1 відповіді	C	Достатнє
9	Вибір 1 відповіді	B	Достатнє
10	Вибір 1 відповіді	C	Оптимальне
11	Вибір 1 відповіді	D	Оптимальне
12	Послідовність	ABCDEFGH	Оптимальне
13	Відповідність	ABC	Оптимальне
14	Коротка відповідь	$\frac{1}{3}$	Складне
15	Множинний вибір	ACDF	Складне
16	Коротка відповідь	499,65	Складне

*Час на виконання тесту – 45 хв.*

**Тест для проведення модульного контролю змістового модуля 2****1. Задачі динамічного програмування мають місце тоді, коли:**

- А. значення цільової функції і функцій-обмежень змінюються в часі;
- В. математична модель описує динаміку розвитку виробництва;
- С. цільовою функцією є сума чи добуток функцій, що залежать від різних аргументів;
- Д. значення цільової функції і функцій-обмежень не змінюються.

**2. Задачі стохастичного програмування виникають тоді, коли:**

- А. вектор керованих змінних містить стохастичну складову
- В. вектор некерованих змінних випадковий
- С. цільова функція містить стохастичну складову
- Д. обмеження містять стохастичну складову

**3. Багатокрокова оптимізаційна задача, яка в процесі розв'язування змінюється так, що на кожному кроці відшукується розв'язок деякої часткової задачі, породженої початковою задачею, називається**

- А. задача динамічного програмування
- В. задача стохастичного програмування
- С. задача квадратичного програмування
- Д. задача вгнутого програмування

**4. Вкажіть, які задачі належать до задач динамічного програмування:**

- А. задача календарного планування;
- В. задача оптимізації капітальних вкладень;
- С. задача керування запасами;
- Д. задача комівояжера.

**5. Принцип оптимальності Белмана покладено в основу розв'язання:**

- А. задач лінійного програмування;
- В. транспортних задач;
- С. задач динамічного програмування;
- Д. задач квадратичного програмування.

**6. Вкажіть методи для розв'язування задач стохастичного програмування:**

- A. метод стохастичної апроксимації
- B. метод стохастичних квазіградієнтів
- C. метод скорочення нев'язок
- D. стохастичний метод можливих напрямів
- E. стохастичний метод штрафів
- F. метод мінімального елемента
- G. метод північно-західного кута
- H. метод потенціалів

**7. Математична модель**

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} x_k x_j \rightarrow \max; \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

є моделлю:

- A. задачі дискретного програмування;
- B. задачі нелінійного програмування;
- C. задачі динамічного програмування;
- D. задачі стохастичною програмування.

**8. Встановити відповідність між умовою задачі нелінійного програмування та екстремальним значенням функції.**

$1. F(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - 16x_1 - 20x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 40, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$	<p>A. <math>F_{\min}(x_1, x_2) =</math>  <math>-\frac{431}{4} = -107,75</math></p>
$2. F(x_1, x_2) = \frac{3}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 - x_1x_2 - 12x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$	<p>B. <math>F_{\min}(x_1, x_2) =</math>  <math>-24,068</math></p>
$3. F(x_1, x_2) = 9(x_1 - 9)^2 + 9(x_2 - 9)^2 \rightarrow \min$	<p>C. <math>F_{\min}(x_1, x_2) = 648</math></p>

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$	
<p>4. <math>F(x_1, x_2) = (x_1 - 5)^2 + 9(x_2 - 1)^2 \rightarrow \min</math></p> $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -4, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq -6, \\ x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$	$D. F_{\min}(x_1, x_2) = \frac{593}{9} = 65,89$

**9. Знайти розв'язок задачі нелінійного програмування**

$$f(x_1, x_2) = 5x_1^2 + 8x_1^2 - 10x_1 - 25x_2 \rightarrow \min,$$

при обмеженнях

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \leq 13 \\ g_2(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2 \leq -1, \\ x = (x_1, x_2) \in R^2 \end{cases}$$

Результат округліть до десятих.

Відповідь: \_\_\_\_\_

**10. Фірма планує нарощувати виробничі потужності на чотирьох підприємствах, маючи для цього 4 млн грн. Для кожного підприємства розроблено інвестиційні проекти, які відображають прогнозовані загальні витрати  $C$  (обсяги капіталовкладень) та доходи  $D$ , пов'язані з реалізацією кожного проекту. Ці показники подано в таблиці:**

Проект	Підприємство							
	1		2		3		4	
	$C_1$	$D_1$	$C_2$	$D_2$	$C_3$	$D_3$	$C_4$	$D_4$
<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>2</b>	1	3	1	4	2	4	1	2
<b>3</b>	2	5	2	6	3	9	2	8
<b>4</b>	3	7	3	8	4	12	3	5

Перший проект не передбачає розширення виробництва, а тому має нульові витрати і доходи. Необхідно розробити план інвестування виділених коштів у зазначені підприємства так, щоб одержати максимальний прибуток. У відповідь вказати максимальний прибуток.

Відповідь: \_\_\_\_\_

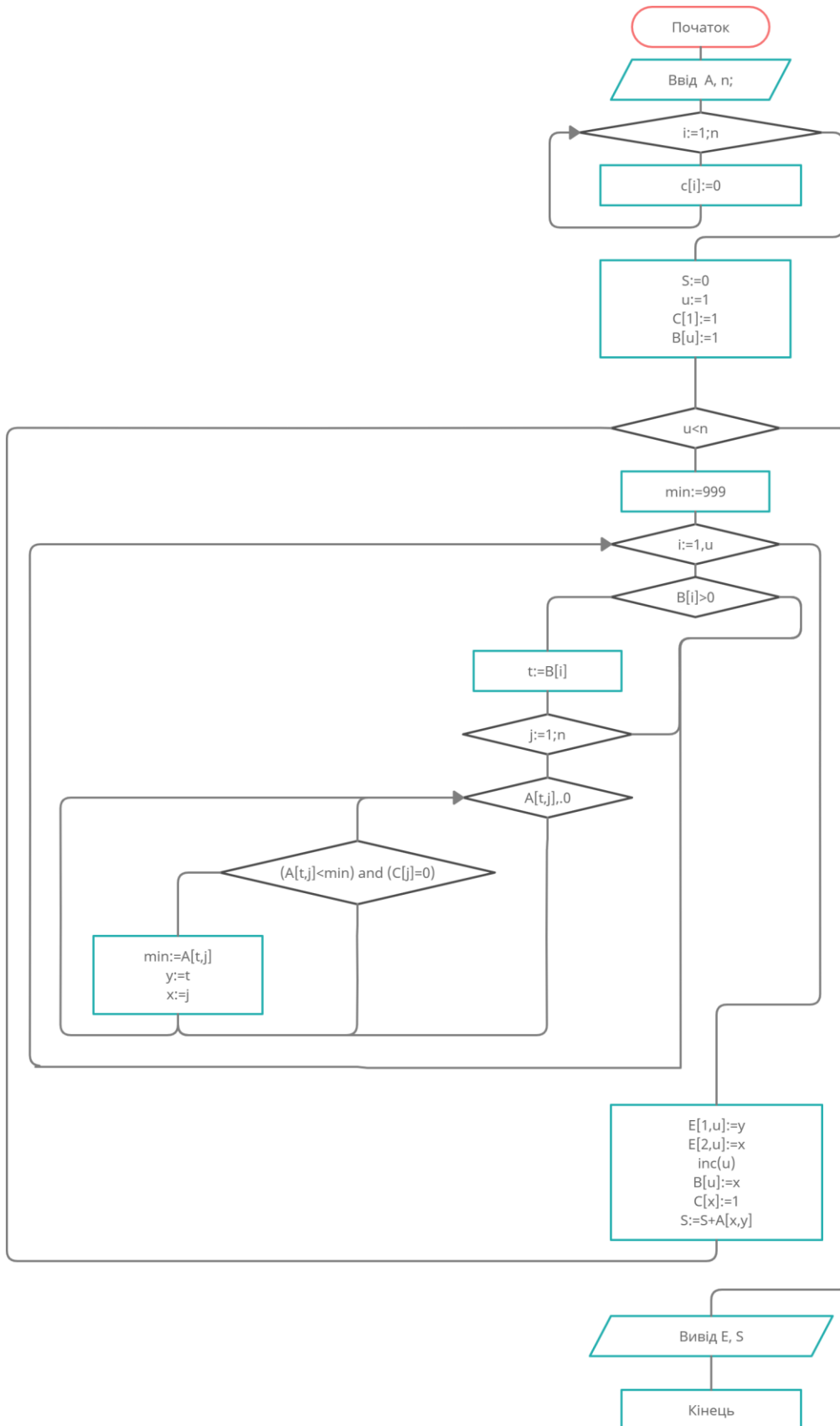
**КАРТА ТЕСТУ модульного контролю змістового модуля 2**

<b>№ завдання</b>	<b>Формат завдання</b>	<b>Ключ тесту</b>	<b>Складність</b>
1	Вибір 1 відповіді	С	Просте
2	Вибір 1 відповіді	В	Просте
3	Вибір 1 відповіді	А	Просте
4	Множинний вибір	ВС	Достатнє
5	Вибір 1 відповіді	С	Достатнє
6	Множинний вибір	ABCDE	Оптимальне
7	Вибір 1 відповіді	В	Оптимальне
8	Відповідність	ABCD	Оптимальне
9	Коротка відповідь	-22,3	Складне
10	Коротка відповідь	15 млн.	Складне

*Час на виконання тесту – 45 хв.*



## Блок–схема алгоритму Прима



## Блок-схема алгоритму Крускала

