Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки
Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова. — 2006, № 7.— С. 19–25.

УДК 678.5

Визначення розподілу напруженості магнітного поля в робочій зоні магнітних пристроїв

Н. М. Зазимко, П. М. Малежик, Т. Г. Січкар
(Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова)

Анотація. Пропонується метод теоретичного розрахунку індукції магнітного поля в тілах заданої геометрії. Отримані співвідношення, що дають можливість знаходження значення векторів магнітної індкуції в кожній точці зразка. Результати розрахунку добре узгоджуються із значеннями індукції, що вимірювалися на поверхні зразка.

Abstract. The method of calculation of induction of magnetic field is suggesting for solids of present geometry. The getting correlation, which give a possibility of finding the meaning of vectors of magnetic induction in every point of model. The results of calculation is good co-ordinate with the meaning of induction which was measured on the surface of model.

1. Вступ

Результати теоретичних і експериментальних досліджень показують, що в процесі формування термопластів (полікапролактам, поліетилен, атактичний полістирол) та полімеризації реактопластов (епоксидні компаунди) наявність постійного магнітного поля (ПМП) призводить до утворення впорядкованих надмолекулярних структур і зміни кінцевих фізико-механічних характеристик полімерів [1-3].

Для реалізації магнітної технології в промислових умовах використовуються пристрої, активним елементом яких є постійні феритові магніти або електромагніти циліндричної форми, що конструктивно вмонтовані у звичайне технологічне обладнання. Одним з основних факторів, які визначають дію магнітного поля на впорядкування надмолекулярних структур є величина напруженості магнітного поля. Слід відзначити, що режими магнітної обробки безпосередньо впливають на величину ефекту зміцнення [4], отже, повинні підтримуватися в досить жорстких допусках. При здійсненні магнітної обробки помилка у визначенні величини напруженості не повинна бути більшою 10ряду причин технічного характеру безпосереднє вимірювання напруженості поля в робочому полі магнітних пристроїв не забезпечує таку точність. В наслідок цього, актуальною є задача аналітичного визначення параметрів постійного магнітного поля (ПМП) в робочій зоні магнітних пристроїв [5].

2. Постановка задачі

Метою даної статті є отримання із застосуванням математичних методів розподілу напруженості магнітного поля в проміжку між полюсами циліндричних електромагнітів. Точні аналітичні залежності зв'язку між розподілом поля і магнітною характеристикою джерел (N і S) вдається отримати досить рідко [5]. В загальному випадку застосування рівнянь електромагнітного поля для розрахунку розподілу полів призводить до занадто громіздких розрахункових моделей, які не завжди можна реалізувати.

3. Фізична і математична моделі розрахунку

Визначення параметрів поля в деякій точці робочої зони пристрою зводиться до визначення розподілу напруженості в зоні А (рис. 1.)

Рис. 1.

Таким чином, напруженість магнітного поля H із основного рівняння електромагнітного поля, подамо у наступному вигляді [6].

$$H(x,y,z) = -grad(x,y,z) \tag{1}$$

де скалярна функція $\Phi(x,y,z)$ при умові, що $gradu' = 0$ повинна задовольняти рівнянню Лапласа:

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} - \frac{d^2\Phi}{dy^2} + \frac{d^{2\Phi}}{dx^2} = 0 \tag{2}$$

де скалярна функція $\Phi(x,y,z)$ при умові, що $gradu = 0$ повинна задовольняти рівнянню Лапласа.

В розглянутій магнітній незамкнутій магнітопроводом системі аналітичне визначення функції $\Phi(x,y,z)$ неможливе. Вигляд функції для її апроксимації знаходять із експериментального визначення розподілу поля в проміжку полюсів N і S, а також виходячи з умови (1) і (2). Характерні графіки залежності радіальної Hz і аксіальної Hx складових напруженості ПМП подано на рис.2.

Залежність $H_x(x)$ та $H_r(x)$;

Рис. 2. Залежності $H_x(r)$ і $H_r(x)$.

Апроксимуючими функціями візьмемо функції виду $y = exp((-bt)^2)$ для $H_x(x, r)$ і $y = at^6 exp(-dt)$ для $H_y(x, r)$ відповідно можна записати:

$$H_x = H_{max} e^{-(ax)^2-(br)^2} \tag{3}$$

$$H_x = kH_{max}cx^{\alpha}e^{-\beta c}\gamma$$

де H_{max} — максимальне значення напруженості ПМП, що дорівнює $H_x(0,0)$;

$$k = \frac{(H_x)_{max}}{(H_y)_{max}} = \frac{H_{max}}{(H_y)_{max}}$$

c — коефіцієнт, що приводить вираз $c(x^{\alpha}e^{-\beta c})x = x_{max}(r^{\gamma}e^{-\delta r})r = r_{max}$ до одиниці; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — коефіцієнти, які визначаються експериментально.

Слід сказати, що функція (3) описує розподіл поля в області, обмеженій координатою x_0 — центр симетрії системи, в іншій частині зони А (рис. 1) розподіл поля визначається з умови симетрії поля. Розглянемо розподіл поля в просторі ізольованого магнітного диску. Із даних експериментально маємо

$$a = \frac{\sqrt{2}}{h};\quad b = \frac{\sqrt{2}}{D};\quad a = \gamma = 1;\quad \beta = \frac{2}{h};\quad \delta = \frac{2}{D};\quad k = 0,5;$$

$$c = \left(\frac{x_{max}r_{max}}{e^2}\right)^{-1} = \frac{e^2}{x_{max}r_{max}},$$

де h і D відповідно товщина та діаметр диска (рис.1). Уведемо безрозмірні координати $\overline{x} = \frac{2x}{h}; \overline{r} = \frac{2r}{D}$. Тоді $H_x = H_{max}e^{\frac{-x^2}{2}}e^{\frac{-r^2}{2}}, H_r = kH_{max}\frac{e^2}{x_{max}r_{max}}x_{max}\overline{x}r_{max}\overline{r}e^{-\overline{x}}e^{-\overline{r}}$ або

$$H_r = kH_{max}\overline{x}\overline{r}e^{1-\overline{x}}e^{1-\overline{r}}. \tag{4}$$

Отримані співвідношення (4) дозволяють визначить аксіальну і радіальну компоненти вектора $\overline{H}$, а значить і його величину. Для даного випадку коефіцієнти β і δ відрізняються з точністю до постійного множника a. Слід відмітити, що похибка формул (4) складається з похибок апроксимації і вимірювального приладу. Похибки апроксимації визначається різницею між величиною напруженості в конкретних координатах і відповідною величиною, визначеною експериментально. Похибка приладу (ИМИ-3 $\delta H = \left(3 + \frac{100}{x}\right)$ у відстотках. На рис. 3. побудовані похибки апроксимації суцільною лінією, а похибки вимірювання — штриховою.

Рис 3.1. Залежність похибки $\delta(x)$.

Рис. 3.2. Похибки апроксимації і вимірювання.

Як зазначалось раніше, визначення наведеної зовнішнім ПМП на поверхні і всередині феромагнітних зразків індукції магнітного поля, пов'язане зі значними технічними труднощами. Тому, пропонований теоретичний метод розрахунку надає реальну можливість оцінити індукцію в феромагнетику. Якщо феромагнітний зразок заданої геометрії знаходиться в однорідному магнітному полі, яке не викликає насичення, то для розв'язку задачі можна застосувати метод вторинних джерел (зв'язаних струмів) [6]. В такому випадку будемо вважати: - зовнішнє поле з напруженістю $\overline{H_{max}}$ є осесиметричне; зразок має осьову симетрію; магнітна проникність μ стала по об'єму зразка. При використанні вказаного методу, кусково-неоднорідне середовище замінюємо однорідним (з однорідністю μ_0. Крім того, на границі розділу середовищ введемо векторні джерела (струмовий шар). В прийнятих припущеннях хід ліній вектора поверхневих струмів δ відомий, а величину сили струму знайдемо за допомогою скалярних інтегральних рівнянь, складених відносно осьової різниці скалярних магнітних потенціалів [7]. Відповідно до цього інтегральне рівняння Фредгольма другого роду має вигляд

$$\delta_z - \sum_{i=1}^{n} \lambda_\xi \int_{z_{1i}}^{z_{2i}} (K_i(z,l)\delta, (l)dl) = f_0(z) \qquad (5)$$

де m — число частин розбиття осесиметричного зразка; $\lambda_i = \frac{\mu_i - 1}{\mu_i} \cong 1$ — характеристичне число інтегрального рівняння; z, l — координати відповідних точок спостереження і витоку;

$f_0(z) = \lambda H_{max}(z)$ (при $\lambda = \lambda_i$ на i-тій ділянці).

Інтегральне рівняння (5) будемо розв'язувати наближеним методом колокації із застосуванням кусково-лінійної апроксимації $\delta(z)$.

Визначимо коефіцієнти лінійної алгебраїчної системи рівнянь на i-тій ділянці

$$K_i = \int_{z_1}^{z_{i+1}} K(z,l)dl = 0,5\left[\frac{z - z_i}{[R^2 + (z - z_i)^2]^{0,5}} - \frac{z - z_i}{[R^2 + (z - z_{i+1})^2]^{0,5}}\right] \qquad (6)$$

де z_i і z_{i+1} — початок і кінець i-тої ділянки;

$z = \frac{z_i + z_{i+1}}{2}$ — точка колокації; R — радіус осесиметричного зразка.

Таким чином, для кожної точки колокації визначимо масив $\{K_i\}$. Далі визначимо функцію $\delta(z)$ використовуючи розв'язок системи алгебраїчних рівнянь виду

$$\delta_y - \sum_{i=1}^{m} \frac{\delta_i}{2} K_i = f_0(z_y) = H_{max} \tag{7}$$

де γ — індекс точки колокації; $\delta_y = \frac{\delta_i + \delta_{i+1}}{2} = \delta_i$.

Використаємо співвідношення [6]

$$\frac{B_z}{B_0} = \frac{K}{2\pi\sqrt{B}} \left[K_{(K^2} - \frac{(1 - a^2 - b^2}{a^2 + (1-b)^2 E_{(K^2)}} \right] = \frac{\delta_i}{\delta_1} \tag{8}$$

де $H\rho_m$ — шукана напруженість в точці на відстані ρ_m від осі Z (рис. 4.);

$K = \frac{4b}{a^2 + (1+b)^2}$; $a = \frac{z}{R}$; $z = \frac{z_i}{2}$; $b = \frac{\rho}{\delta_1}$; $K_{(K^2)}$ і $E_{(K^2)}$ — еліптичні інтеграли 1-го і 2-го роду.

Рис. 4.

Інші позначення наведено на рис. 4. Зразок циліндричної конфігурації умовно розбивали на $I = 10$ ділянок. Вісь симетрії Z зразка збігається з напрямком вектора $\overline{H}$ зовнішнього ПМП. Наведений розв'язок задачі був реалізований за допомогою пакета MathCad, зокрема, програми виконання операцій метода колокацій з використанням кусково-лінійної апроксимації.

4. Висновки

Експериментальне дослідження індукції магнітного поля наведеної зовнішнім ПМП показало, що при наближені до поверхні феромагнітного зразка похибки вимірювання зростають і перевищують 20 відсотків.

Пропонований теоретичний метод розрахунку дозволяє оцінити індукцію наведену в зразку заданої геометрії. Отже, за допомогою отриманих співвідношень (5) - (8) можна знайти $H\rho_m$ в кожній точці зразка. Результати розрахунку добре узгоджуються з значеннями $H\rho_m$, що вимірювалися на поверхні зразка.

Враховуючи результати даного дослідження і попередніх робіт [1-4] наступне дослідження в цьому напрямку слід присвятити вивченню впливу однорідного та неоднорідного магнітного поля на адгезійну міцність полімерних композитів.

Література

[1] *Молчанов Ю.М., Кисис Э.Р., Родин Ю.П.* Структурные изменения полимерных материалов в магнитном поле // Механика полимеров. — 1973, № 4. — С.737-761.

[2] *Акутин М.С. и др.* Прочность сшитых полимеров при отверждении в магнитном поле // Пластические массы. — 1974, № 2. — С.49.

[3] *Зазимко Н.М., Шут М.І.* Стуктурні особливості тверднення епоксидного полімеру в постійному магнітному полі // Наукові записки НПУ імені М.П.Драгоманова. Снрія 1. Фізико-математичні науки. — Київ: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2003. — № 4. — С. 3-8.

[4] *Шут М.І., Зазимко Н.М., Січкар Т.Г.* Фізико-механічні властивості епоксидних полімерів, затверджених в постійному магнітному полі // 2-га Міжнародна науково-технічна конференція "Композиційні матеріали", 5-6 липня 2001 року: Зб. праць — К.:НТУУ "КПІ", 2001 — С.131.

[5] *Бухгольц Г.* Расчет электрических и магнитных полей. — М.: ИЛ, 1961. — 423 с.

[6] *Тозони О.В.* Метод вторичных источников в электротехнике. — М.: "Энергия". — 1975. — 296с.

[7] *Фролов Б.В.* Исследования магнитного поля кругового контура с помощью скалярного магнитного потенциала // Известия вузов. Электротехника. — 1966, № 9. — С. 919-926.