

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА**

Горбачук В.О.,

Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова

У статті на основі аналізу існуючих підходів до опису та моделювання інвестиційних процесів запропоновано виклад основного теоретичного матеріалу, а також зразок розв'язання прикладної задачі з теми «Математичне моделювання інвестиційної діяльності підприємства» для студентів економічних та економіко-математичних спеціальностей.

В статье на основании анализа существующих подходов к описанию и моделированию инвестиционных процессов предложено изложение основного теоретического материала, а также образец решения прикладной задачи по теме «Математическое моделирование инвестиционной деятельности предприятия» для студентов экономических и экономико-математических специальностей.

The article is based on an analysis of existing approaches to describing and modeling investment processes. We propose here the presentation of the basic theory and the sample of solution of applied problem for the topic "Mathematical modeling of investment companies" for students of economic and mathematical economics specialities.

Постановка проблеми. З економічної точки зору, розвиток кожного підприємства, галузі чи усієї держави загалом, пов'язаний з інвестиційними процесами. Інвестиції позитивно впливають на оновлення виробництва, створення розвинутої ринкової інфраструктури, від якої в свою чергу залежить ефективне функціонування ринкової економіки.

Одним з найефективніших інструментів дослідження, аналізу та прогнозування будь-якої економічної системи (явища, процесу) є математичні моделі та методи. Тому проблема розробки змістовних і адекватних математичних моделей інвестиційної діяльності підприємств є надзвичайно актуальною і непростюю.

З іншого боку, підготовка висококваліфікованого фахівця в галузі економіки або управління неможлива без формування необхідних знань, вмінь та навичок з побудови та застосування математичних та економіко-математичних моделей, зокрема, моделей інвестиційної діяльності підприємств. Тому проблеми методики навчання студентів економічних та управлінських спеціальностей теорії та практиці інвестиційних розрахунків; формування в них основних понять, що описують інвестиційні процеси, вмінь та навичок дослідження проблем формування портфелю інвестицій та календарного плану інвестування, а також навчання методам та прийомам оцінки ефективності інвестиційних проектів, є актуальними.

Аналіз актуальних досліджень. Враховуючи те, що правильне та своєчасне прийняття інвестиційних рішень здійснює значний вплив на функціонування будь-якої національної економіки, потрібно сказати, що до вивчення даної проблеми долучилось багато відомих зарубіжних та вітчизняних вчених в галузях: фінансів, інвестицій та

прийняття управлінських рішень, зокрема Д.Тобін, Г.Марковіц, У.Шарп, Е.Хелферт, С.Шмідт, І.О.Бланк, А.А.Пересада, М.О.Павловська, Л.П.Радецька, Л.В.Овод, Є.О.Зенченко, О.Д.Будник, та інші; математики та економіко-математичного моделювання, зокрема М.О.Перестюк [15], Ю.А.Мішура [21], В.В.Вітлінський [4] та багато інших. Теоретичні та прикладні аспекти проблеми побудови та дослідження математичних моделей інвестиційної діяльності підприємств досить добре досліджені. Але проблемам методики викладання даної теми студентам економічних та управлінських спеціальностей в науковій та методичній літературі належна увага не приділена. В різних монографіях і підручниках існують різні підходи навіть до визначення основних понять інвестиційного процесу, що приводить до неповноти або невизначеності математичних моделей, які розглядаються при вивченні даної теми.

Мета статті. В даній статті, на основі аналізу існуючих підходів до опису та моделювання інвестиційних процесів, запропоновано виклад основного теоретичного матеріалу, а також зразок розв'язання прикладної задачі з теми «Математичне моделювання інвестиційної діяльності підприємства» для студентів економічних та економіко-математичних спеціальностей.

Виклад основного матеріалу. З метою ефективного функціонування підприємства здійснюють інвестиційну діяльність. Остання являє собою сукупність практичних дій щодо реалізації інвестицій.

Законом України "Про інвестиційну діяльність" [1] інвестиції визначено як всі види майнових та інтелектуальних цінностей, що вкладаються в об'єкти підприємницької та інших видів діяльності, в результаті чого створюється прибуток (дохід) або досягається соціальний ефект.

Такими цінностями можуть бути:

- кошти, цільові банківські вклади, паї, акції та інші цінні папери;
- рухоме та нерухоме майно (будинки, споруди, устаткування та інші матеріальні цінності);
- майнові права, що випливають з авторського права, досвід та інші інтелектуальні цінності;
- сукупність технічних, комерційних та інших знань, оформлених у вигляді технічної документації, навичок та виробничого досвіду, необхідних для організації того чи іншого виду виробництва, але незапатентованих ("ноу-хау");
- права користування землею, водою, ресурсами, будинками, спорудами, обладнанням, а також інші майнові права;
- інші цінності.

Окремі положення законодавчого визначення, з нашої думки, неповно і навіть неточно трактують поняття "інвестиції".

По-перше, інтелектуальні цінності, які вкладаються і використовуються підприємством у вигляді нематеріальних ресурсів, також входять до складу майнових його цінностей (або майна у вигляді його активів), тому у протиставленні цих термінів немає сенсу. У світовій економічній теорії з цих питань вкладення всіх форм майнових цінностей у процесі інвестицій розглядається як "вкладення капіталу". Це зауваження повною мірою

може бути віднесене і до іншого визначення терміна “інвестиція”, наведеного в Законі України “Про внесення змін до Закону України “Про оподаткування прибутку підприємств””, згідно з яким це господарська операція, що передбачає придбання основних фондів, нематеріальних активів, корпоративних прав та цінних паперів в обмін на кошти або майно. У цьому разі грошові кошти також входять до складу капіталу як і інше майно, що вкладається підприємством.

По-друге, метою інвестицій є не тільки створення прибутку або досягнення соціального ефекту, а й інші форми забезпечення розвитку і підвищення ринкової вартості підприємства, що знаходить своє відображення у зростанні суми вкладеного капіталу. Цю мету інвестування підкреслюють як головну найбільш відомі зарубіжні економісти. Так, у монографії “Інвестиції” У. Шарп [19] разом з іншими американськими вченими визначає: “У найбільш широкому розумінні термін “інвестувати” означає розстатися з грошима сьогодні з тим, щоб отримати більшу суму їх у майбутньому”. Аналогічне визначення цього терміна подається в монографії “Основи інвестування”, підготовленій американськими економістами Л. Гітманом та М. Джонком [6]: “...інвестиція — це спосіб розміщення капіталу, який має забезпечити збереження або зростання суми капіталу”. Ця мета інвестицій підкреслюється й у визначеннях українських економістів у працях з цього питання — в монографіях І. Бланка “Інвестиційний менеджмент” [3], А.Мертенса “Інвестиції” [11] та інших.

По-третє, потребує певного уточнення і об’єкт інвестиційної діяльності, визначений у законодавстві з цього питання. Якщо метою інвестицій має бути зростання суми вкладеного капіталу, то цей інвестований капітал має вкладатися лише в об’єкти підприємницької діяльності, бо вкладання капіталу в об’єкти соціальні, благодійну діяльність, спонсорство тощо до такого зростання не призведе. У такому разі більш прийнятним терміном для вкладання коштів буде “фінансування”, а не “інвестування”.

Поняття “інвестиції” пропонується викласти у такій редакції: інвестиції — це вкладення капіталу в об’єкти підприємницької діяльності з метою забезпечення його зростання в майбутньому періоді.

Відповідно до міжнародних стандартів поняття “інвестиційної діяльності” згідно з П(С)БО 4 “Звіт про фінансові результати” визначається більш широко. Інвестиційна діяльність – це діяльність, що пов’язана з придбанням і реалізацією необоротних активів, а також із здійсненням фінансових інвестицій, які не є складовою частиною еквівалентів грошових коштів.

Відповідно до П(С)БО 4 інвестиційна діяльність включає в себе і реалізацію необоротних активів, тобто це визначення відрізняється від розуміння поняття, що склалось раніше. Відповідно до такого трактування інвестиційної діяльності до її напрямів, згідно з вказаним стандартом, крім придбання основних засобів, нематеріальних активів, акцій, облігацій, цілісних майнових комплексів тощо, відносять надходження грошових коштів у вигляді відсотків за аванси грошовими коштами та позики, надані іншим суб’єктом господарювання, а також грошові надходження у формі дивідендів, від повернення позик, від ф’ючерсних і форвардних контрактів, опціонів, а також виплати коштів за такими контрактами (за винятком тих контрактів, які укладаються для основної діяльності підприємства). Такі грошові надходження не мають прямого, а лише певне опосередковане

відношення до інвестиційної діяльності як такої. Тому в подальшому викладі матеріалу по даній темі інвестиційна діяльність розглядатиметься в усталеному розумінні цього поняття, тобто з орієнтацією на економічну ефективність цієї діяльності.

Певного уточнення потребує понятійний апарат, пов'язаний із формами інвестицій. У Законі України «Про інвестиційну діяльність» ці форми не визначено зовсім; у законодавчій базі уперше їх розглянуто в Законі України «Про внесення змін до Закону України «Про оподаткування прибутку підприємств»». Згідно з цим законом, «...інвестиції поділяються на капітальні, фінансові та реінвестиції».

Основною ознакою, за якою інвестиції поділяються на окремі форми, є об'єкт вкладення капіталу. За цією ознакою, згідно зі світовою економічною теорією, інвестиції поділяються на реальні та фінансові. Тому передусім слід відзначити помилковість віднесення до форм інвестицій реінвестиції, які характеризують не об'єкт вкладення капіталу, а процес використання доходу, отриманого від інвестиційних операцій (у процесі реінвестицій, згідно з цим же законом, інвестиційний дохід може бути використано на здійснення як капітальних, так і фінансових інвестицій).

Некоректним є також поділ у нашому законодавстві фінансових інвестицій на прямі та портфельні, бо його проведено за різними класифікаційними ознаками. Так, у світовій економічній теорії за ознакою самостійності здійснення інвестицій вони поділяються на прямі (коли вкладення капіталу здійснює безпосередньо інвестор) і непрямі (коли вкладення капіталу здійснюється інвестором за допомогою та участю фінансових посередників). За ознакою мети інвестування фінансові інвестиції поділяються на стратегічні (коли інвестор вкладає капітал у контрольний пакет акцій з метою здійснення стратегічного управління компанією) та портфельні (коли інвестор має на меті лише приріст суми вкладеного капіталу або отримання поточного доходу). Таким чином, можна констатувати, що в українській законодавчій термінології ці класифікаційні ознаки при визначенні форм інвестицій використані еkleктично.

Головна мета інвестиційної діяльності – підвищення вартості підприємства. Досягнення головної мети інвестиційної діяльності забезпечується розробкою та реалізацією інвестиційної стратегії підприємства.

Ефективність розробленої інвестиційної стратегії підприємство має оцінити за такими критеріями:

- погодженість інвестиційної стратегії із загальною стратегією економічного розвитку підприємства;
- внутрішня збалансованість інвестиційної стратегії;
- погодженість інвестиційної стратегії із зовнішнім середовищем;
- реалізація інвестиційної стратегії з врахуванням наявного ресурсного потенціалу;
- прийнятність рівня ризику, пов'язаного з інвестиційною стратегією;
- результативність інвестиційної стратегії.

У економічній літературі інвестиційний проект розглядається, з одного боку, як діяльність, що передбачає здійснення комплексу заходів для досягнення визначеної мети, а з

іншого — є системою організаційно-правових та розрахунково-фінансових документів, необхідних для здійснення визначених заходів, які містять їх опис.

Таким чином, можна дати визначення інвестиційного проекту як комплексу документів, які містять систему взаємопов'язаних у часі й просторі та узгоджених з ресурсами організаційних заходів і дій, спрямованих на розвиток економіки підприємства. Інвестиційний проект характеризує зміст та умови реалізації відповідних заходів для досягнення поставлених цілей (розвиток техніко-технологічної бази виробництва чи діяльності, організація виготовлення нової продукції, здійснення нових методів і форм організації діяльності тощо) при встановлених ресурсних обмеженнях. Отже, проект — це інвестиційна акція, яка передбачає вкладення ресурсів з метою досягнення певного запланованого результату і становить сукупність взаємопов'язаних заходів, які спрямовуються на досягнення завдань при встановленому обмеженому бюджеті протягом певного періоду. Інвестиційне проектування є складовою інвестиційної діяльності, це форма планування та реалізації інвестицій.

У сучасній практиці індустріально розвинених країн уся багатоманітність проектів класифікується за різними типами та ознаками:

Залежно від вартості та масштабу проекти поділяються на дрібні, середні та великі. Вартість дрібних проектів звичайно становить менше 300 тис. дол. США. До середніх проектів відносять міжрегіональні та регіональні проекти, окремі проекти, розроблювані на рівні корпорацій; їх вартість — від 300 тис. дол. до 2 млн. дол. Великі проекти (вартістю більше 2 млн. дол.) мають стратегічний характер, будучи принципово новими об'єктами інвестування.

За тривалістю реалізації проекти поділяють на короткотермінові (до одного року), середньотермінові (1-2 роки) та довготермінові (3-5 років).

За видами проекти класифікують:

- проекти із затвердженими фондами фінансування, що перебувають на тій або іншій стадії реалізації, але ще незакінчені;
- проекти з незатвердженими та несхваленими фондами фінансуванням, які, у свою чергу, поділяються: на ті, рішення про доцільність інвестування в які приймається безпосередньо керівництвом корпорації; ті, що залежать від споживача (фінансування розпочинається тільки в тому випадку, коли корпорація на тендері виграє контракт на поставку продукції).

За сумісністю реалізації інвестиційні проекти поділяються на:

- незалежні від реалізації інших проектів підприємства;
- такі, що залежать від реалізації інших проектів підприємства;
- проекти інших інвестиційних проектів.

Залежно від класу проекту виділяють мегапроекти, що виключають реалізацію, мультипроекти та монопроекти.

Мегапроекти — це цільові міжнародні, національні, міжгалузеві та галузеві програми розвитку, що містять велику кількість взаємопов'язаних проектів, об'єднаних загальною метою, які характеризуються виділеними на їх реалізацію ресурсами та обмеженим часом виконання. Такі програми розробляються, підтримуються та

координуються на відповідних рівнях управління: державному, республіканському, обласному, муніципальному.

Мультипроекти — це проекти, спрямовані на забезпечення та реалізацію визначеної стратегії розвитку підприємств (забезпечення високої прибутковості власного капіталу, фінансової стійкості, загальної ефективності господарської діяльності підприємства).

Монопроекти — це окремі інвестиційні, інноваційні проекти, що потребують створення єдиної проектної команди. Такі проекти залежно від змісту та мети їх реалізації поділяються на технічні, організаційні, економічні, соціальні, змішані і мають відповідні обмеження у фінансових та інших ресурсах, часі, критерії щодо якості продукції.

Залежно від схеми фінансування, що передбачається, виокремлюють:

- інвестиційні проекти, що фінансуються за рахунок внутрішніх джерел підприємства;
- проекти, що фінансуються за рахунок акціонування;
- проекти, що фінансуються за рахунок позикових джерел;
- інвестиційні проекти зі змішаними формами фінансування [3].

Усі види реальних інвестиційних проектів проходять три основні стадії: передінвестиційну, інвестиційну, постінвестиційну. Для прийняття рішень щодо інвестування того чи іншого проекту необхідною передумовою є оцінка його економічної ефективності на основі наступних показників:

1. *Чиста теперішня вартість проекту* характеризує грошову масу від реалізації проекту:

$$NPV = \sum_{t=1}^n CF_t \cdot \frac{1}{(1+r)^t} - \sum_{t=0}^n Inv_t \cdot \frac{1}{(1+r)^t},$$

де CF_t — чистий грошовий потік за період t , гр. од.;

r — норма дисконтування, яка враховує зміну вартості грошей в часі, частка від одиниці;

n — термін реалізації проекту, роки;

Inv_t — інвестиції за період t , гр. од.

Доцільно приймати рішення про інвестування проектів за умови, коли $NPV \geq 0$.

2. *Індекс прибутковості* характеризує ефективність експлуатації кожної інвестованої грошової одиниці в проект:

$$PI = \sum_{t=1}^n CF_t \cdot \frac{1}{(1+r)^t} : \sum_{t=0}^n Inv_t \cdot \frac{1}{(1+r)^t},$$

Проект є ефективним при $PI \geq 1$.

3. *Дисконтований період окупності проекту* знаходимо за таким рівнянням:

$$0 = \sum_{t=1}^{DPP} CF_t \cdot \frac{1}{(1+r)^t} : \sum_{t=0}^n Inv_t \cdot \frac{1}{(1+r)^t},$$

де DPP — дисконтований термін окупності проекту, роки.

Проект вважається ефективним, якщо $DPP < n$.

Внутрішня норма прибутковості — це значення норми дисконту, при якому чиста теперішня вартість проекту дорівнює 0.

$$0 = \sum_{t=1}^n CF_t \cdot \frac{1}{(1+r)^t} - \sum_{t=0}^n Inv_t \cdot \frac{1}{(1+IRR)^t},$$

або

$$IRR = r_1 + \frac{NPV_{r_1}}{NPV_{r_1} - NPV_{r_2}} \cdot (r_1 - r_2),$$

де r_1 — індекс ставки дисконтування, за якою NPV більше 0;

r_2 — індекс ставки дисконтування, за якою NPV менше 0.

Доцільно інвестувати проекти при $IRR > r$.

4. *Модифікована внутрішня норма прибутковості* — це ставка доходу, за якою кінцева вартість чистих грошових потоків проекту дорівнює поточній вартості інвестиційних витрат.

$$MIRR = \sqrt[n]{\frac{\sum_{t=1}^n CF_t (1+r)^{n-1}}{\sum_{t=0}^n \frac{Inv_t}{(1+r)^t}}} - 1.$$

5. *Коефіцієнт ефективності інвестицій*.

$$ARR = \frac{\sum_{t=1}^n OP_t \cdot (1-TR)}{0,5 \cdot (Inv_0 + L)},$$

де L — ліквідаційна вартість, гр. од., OP_t — операційний прибуток, гр. од.

У сучасних умовах підприємства, компанії одночасно реалізують декілька інвестиційних проектів шляхом формування портфелів інвестиційних проектів. Підбір потенційних інвестиційних проектів здійснюється на основі розробленої інвестиційної стратегії компанії з урахуванням показників ефективності проектів. Створюється рейтинг проектів і визначається основний критерій ефективності, на основі якого інвестор приймає рішення про вкладання коштів.

При підборі інвестиційних проектів і створенні портфелів враховуються інвестиційні можливості компанії. Створення інвестиційних портфелів відбувається в умовах обмеженості фінансових ресурсів, що потребує оптимізації. Метою оптимізації є створення портфеля, що забезпечує необхідний рівень доходності, максимізація приросту капіталу від різних проектів, не перевищуючи встановлений обсяг інвестиційних ресурсів. За такої оптимізації основним критерієм ефективності обирають індекс прибутковості інвестицій PI .

Наступним кроком є ранжирування інвестиційних проектів за мірою зменшення значення індексу прибутковості. Інвестиційний портфель компанії формується з проектів, що мають найвищий рейтинг. Загальна потреба в інвестиційних Ресурсах обраних проектів не повинна перевищувати визначеного обсягу інвестицій. При цьому необхідно взяти до уваги,

що деякі інвестиційні проекти можуть бути поділеними, тобто реалізовані не повністю, а частково.

При неможливості поділу окремих проектів потенційний інвестиційний портфель розглядається з точки зору сумарного значення NPV ($NPV \rightarrow \max$). Даний варіант формування портфеля та оптимізації є характерним при одночасному вкладанні всіх наявних інвестиційних ресурсів.

У практичній діяльності підприємств інвестиційні проекти реалізуються неодноразово, розподіляються в часі. У такому випадку визначають вірогідні втрати чистої сучасної вартості проекту:

$$I_{NPV} = \frac{NPV_{intime} - NPV_{outtime}}{Inv},$$

де NPV_{intime} — чиста сучасна вартість проекту без відкладання його в часі, гр.од.;

$NPV_{outtime}$ — чиста сучасна вартість проекту за умови відкладання його в часі, гр.

од.;

Inv — обсяг відстрочених інвестицій, гр. од.

Рішення про формування портфеля приймаються в умовах певної невизначеності. У цих випадках рекомендовано використовувати метод лінійного програмування для прийняття рішень. Спочатку визначається інвестиційна ціль, яка виражається у вигляді цільової функції і має лінійну залежність від обмежувальних рівнянь.

Більшість фахівців з питань інвестиційного менеджменту рекомендують використовувати наступну модель лінійного програмування:

$$\sum_{i=1}^n K_i \cdot w_i = \min(\max), \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n Inv_i^0 \cdot w_i \leq Inv_r^0; \\ \sum_{i=1}^n Inv_i^1 \cdot w_i \leq Inv_r^1; \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n Inv_i^m \cdot w_i \leq Inv_r^m; \\ 0 \leq w_i \leq 1, \end{array} \right.$$

де K_i — цільовий критерій;

w_i — частка необхідного обсягу інвестицій за i -м проектом;

INV_i^j — інвестиційні витрати i -го проекту в j -ому періоді;

INV_R^j — існуючі засоби фінансування інвестицій j -ому періоді.

Завданнями інвестиційної діяльності є формування портфеля та календарного плану. Такий план у кожен період часу повинен бути збалансованим щодо необхідних та наявних ресурсів. Це дозволить здійснювати неперервну реалізацію кожного з обраних інвестиційних проектів.

Оптимізаційна спрямованість забезпечуватиме визначення такого з допустимих планів, який характеризується найкращими економічними показниками. Методика

планування повинна враховувати ризик щодо очікуваних показників реалізації кожного з проектів.

Показники окремого інвестиційного проекту в детермінованому випадку поділяються на:

1) некеровані параметри:

T — тривалість виконання (життєвого циклу) інвестиційного проекту;

τ — номер окремого часового проміжку з життєвого циклу ($\tau = 1, 2, \dots, T$);

I_τ — інвестиційні ресурси для виконання проекту в τ -му часовому проміжку;

V_τ — вартісна оцінка поточних (не інвестиційних) витрат в τ -му час проміжку;

R_τ — вартісна оцінка поточних результатів, пов'язаних з функціонуванням проекту;

NPV — чистий, зведений до початку життєвого циклу, дохід за проектом,

$$NPV = \sum_{\tau=1}^T \frac{R_\tau - V_\tau - I_\tau}{(1+e)^\tau},$$

де e — нормативний коефіцієнт економічної ефективності інвестицій (ставка дисконту);

2) керовані параметри:

X_t — логічна змінна, яка відбиває факт вибору проекту та початку його реалізації в t -му часовому проміжку планового періоду:

$$X_t = \begin{cases} 1, & \text{якщо } j\text{-й проект буде розпочато в } t\text{-му періоді;} \\ 0, & \text{в іншому випадку;} \end{cases}$$

NPV_0 — чистий, зведений до початку планового періоду, дохід за проектом:

$$NPV_0 = NPV \cdot \sum_{t=1}^{T_0-T+1} \frac{x_t}{(1+e)^{t-1}},$$

де T_0 — тривалість горизонту планування ($T_0 > T$);

T — номер окремого проміжку часу з планового горизонту ($t = 1, 2, \dots, T$).

Загальний зведений чистий дохід за усіма обраними проектами має бути якнайбільшим.

Математична модель інвестиційного портфеля та календарного плану його виконання в детермінованому випадку має вигляд:

$$NPV_\Sigma = \sum_{i=1}^n NPV_i \cdot \sum_{t=1}^{T_0-T_i+1} \frac{x_{it}}{(1+e)^{t-1}} \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sum_{\tau=1}^{\min\{t, T_i\}} I_{i\tau} x_{i,t+1-\tau} \leq K, t = \overline{1, T_0}; \\ \sum_{t=1}^{T_0-T_i+1} x_{it} \leq 1; x_{it} \in [0; 1], t = \overline{1, T_0 - T_i + 1}, i = \overline{1, n}. \end{cases}$$

Модель називається моделлю цілочисельного лінійного програмування з логічними змінними. Її розв'язування здійснюється з використанням відповідних програмних засобів.

Метод лінійного програмування застосовується при одиничності інвестиційної мети, коли йдеться про досягнення декількох цілей, використовують метод комплексних

оцінок дистанцій. Для цього необхідно визначити цільові критерії (індекс прибутковості, чиста сучасна вартість проекту, середньоквадратичне відхилення, коефіцієнт варіації і т.д.). Далі порівнюються розрахункові значення з рекомендованими. Розбіжності (дистанції) між розрахунковими та рекомендованими значеннями критеріїв (еталонними) визначаються за формулою:

$$D_{ij} = \left(\frac{K_{ij}}{K_{ij}^0} \right)^2,$$

де K_{ij} — прогнозне значення критерію;

K_{ij}^0 — рекомендоване значення критерію умовного проекту.

Дистанція до рекомендованого значення критерію для окремого проекту (комплексна оцінка j -го проекту):

$$O_j = \sqrt{\sum_{i=1}^n D_{ij} \cdot a_i},$$

де a_i — коефіцієнт порівняльної значимості показника.

Попередні розрахунки надають змогу проранжувати проекти і виявити найменш віддалені від рекомендованого, які є найпривабливішими при формуванні портфеля [2].

Розглянемо **приклад розв'язання типової задачі**, яка може бути запропонована студентам після вивчення теоретичного матеріалу. Зауважимо, що ми передбачаємо вивчення даної теми в курсах «Економіко-математичне моделювання» або «Математичні методи і моделі», які є складовою циклу природничо-математичної та професійно-орієнтованої підготовки магістрів спеціальності «Математика» (спеціалізації «Фінансова математика» або «Економіка та інформатика» відповідно). Це означає, що студенти, яким буде запропонована дана задача вже знайомі з методами математичного, зокрема лінійного та цілочисельного, програмування, вміють будувати відповідні математичні моделі та розв'язувати і досліджувати їх, використовуючи сучасні інформаційні технології.

Приклад. Розглядається 7 потенційних проектів, інформація про які наведена у таблиці.

Таблиця. Економічні показники потенційних інвестиційних проектів, тис. грн.

Номер проекту	Тривалість, років	Чистий дохід, зведений до початку виконання проекту	Щорічні інвестиційні витрати протягом життєвого циклу						
			1	2	3	4	5	6	7
1	4	371,259	45	60	65	95	40	-	-
2	3	422,35	95	40	90	70	-	-	-
3	4	559,637	40	110	40	65	65	-	-
4	3	336,963	50	90	100	40	-	-	-
5	4	457,029	55	75	55	90	105	-	-
6	4	498,875	75	80	70	60	65	-	-
7	4	601,281	60	90	85	50	55	-	-

Горизонт планування — 12 років. Щорічний ліміт інвестицій — 320 тис. грн. кожні перші три роки та 400 тис. грн. у кожен з наступних років. Ставка дисконту (нормативний коефіцієнт ефективності інвестицій) — 0,3.

Завдання: розробити портфель інвестицій та календарний план.

Розв'язання. Складемо математичну модель задачі.

1. Цільова функція:

$$\begin{aligned}
 NPV = & 371,259 \sum_{t=2}^{12-4+1} \frac{x_{1t}}{(1+0,3)^{t-1}} + 422,35 \sum_{t=2}^{12-3+1} \frac{x_{2t}}{(1+0,3)^{t-1}} + \\
 & + 559,637 \sum_{t=2}^{12-4+1} \frac{x_{3t}}{(1+0,3)^{t-1}} + 336,963 \sum_{t=2}^{12-3+1} \frac{x_{4t}}{(1+0,3)^{t-1}} + \\
 & + 457,029 \sum_{t=2}^{12-4+1} \frac{x_{5t}}{(1+0,3)^{t-1}} + 498,875 \sum_{t=2}^{12-4+1} \frac{x_{6t}}{(1+0,3)^{t-1}} + \\
 & + \sum_{t=2}^{12-4+1} \frac{x_{7t}}{(1+0,3)^{t-1}} \rightarrow \max.
 \end{aligned}$$

2. Обмеження за інвестиційними витратами:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & 45x_{11} + 95x_{21} + 40x_{31} + 50x_{41} + 55x_{51} + 75x_{61} + 60x_{71} \leq 320, \\
 & 45x_{12} + 60x_{11} + 95x_{22} + 40x_{21} + 40x_{32} + 110x_{31} + 50x_{42} + 90x_{41} + 55x_{52} + 75x_{51} + \\
 & \quad + 75x_{62} + 80x_{61} + 60x_{72} + 90x_{71} \leq 320, \\
 & 45x_{13} + 60x_{12} + 65x_{11} + 95x_{23} + 40x_{22} + 90x_{21} + 40x_{33} + 110x_{32} + 40x_{31} + 50x_{43} + \\
 & \quad + 90x_{42} + 100x_{41} + 55x_{53} + 75x_{52} + 55x_{51} + 75x_{63} + 80x_{62} + 70x_{61} + 60x_{73} + \\
 & \quad + 90x_{72} + 85x_{71} \leq 320, \\
 & 45x_{14} + 60x_{13} + 65x_{12} + 95x_{11} + 95x_{24} + 40x_{23} + 90x_{22} + 70x_{21} + 40x_{34} + 110x_{33} + \\
 & \quad + 40x_{32} + 65x_{31} + 50x_{44} + 90x_{43} + 100x_{42} + 40x_{41} + 55x_{54} + 75x_{53} + 55x_{52} + \\
 & \quad + 90x_{51} + 75x_{64} + 80x_{63} + 70x_{62} + 60x_{61} + 60x_{74} + 90x_{73} + 85x_{72} + 50x_{71} \leq 320, \\
 & \dots
 \end{aligned} \right.$$

3. Обмеження за логічною змінною з урахуванням тривалості проектів:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} \leq 1, \\
 & x_{1,10} = x_{1,11} = x_{1,12} = 0, \\
 & x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{2,10} \leq 1, \\
 & x_{2,11} = x_{2,12} = 0, \\
 & x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} \leq 1, \\
 & x_{3,10} = x_{3,11} = x_{3,12} = 0, \\
 & x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} + x_{49} + x_{4,10} \leq 1, \\
 & x_{4,11} = x_{4,12} = 0, \\
 & x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} + x_{58} + x_{59} \leq 1, \\
 & x_{5,10} = x_{5,11} = x_{5,12} = 0, \\
 & x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} + x_{67} + x_{68} + x_{69} \leq 1, \\
 & x_{6,10} = x_{6,11} = x_{6,12} = 0, \\
 & x_{71} + x_{72} + x_{73} + x_{74} + x_{75} + x_{76} + x_{77} + x_{78} + x_{79} \leq 1, \\
 & x_{7,10} = x_{7,11} = x_{7,12} = 0,
 \end{aligned} \right.$$

$$x_{it} \in [0;1], \quad t = 1,2,\dots,12 - T_i + 1, \quad i = \overline{1,7}$$

Розв'язання задачі проводиться за допомогою підпрограми «Пошук рішень» табличного процесора MS Excel (див. рис. 1).

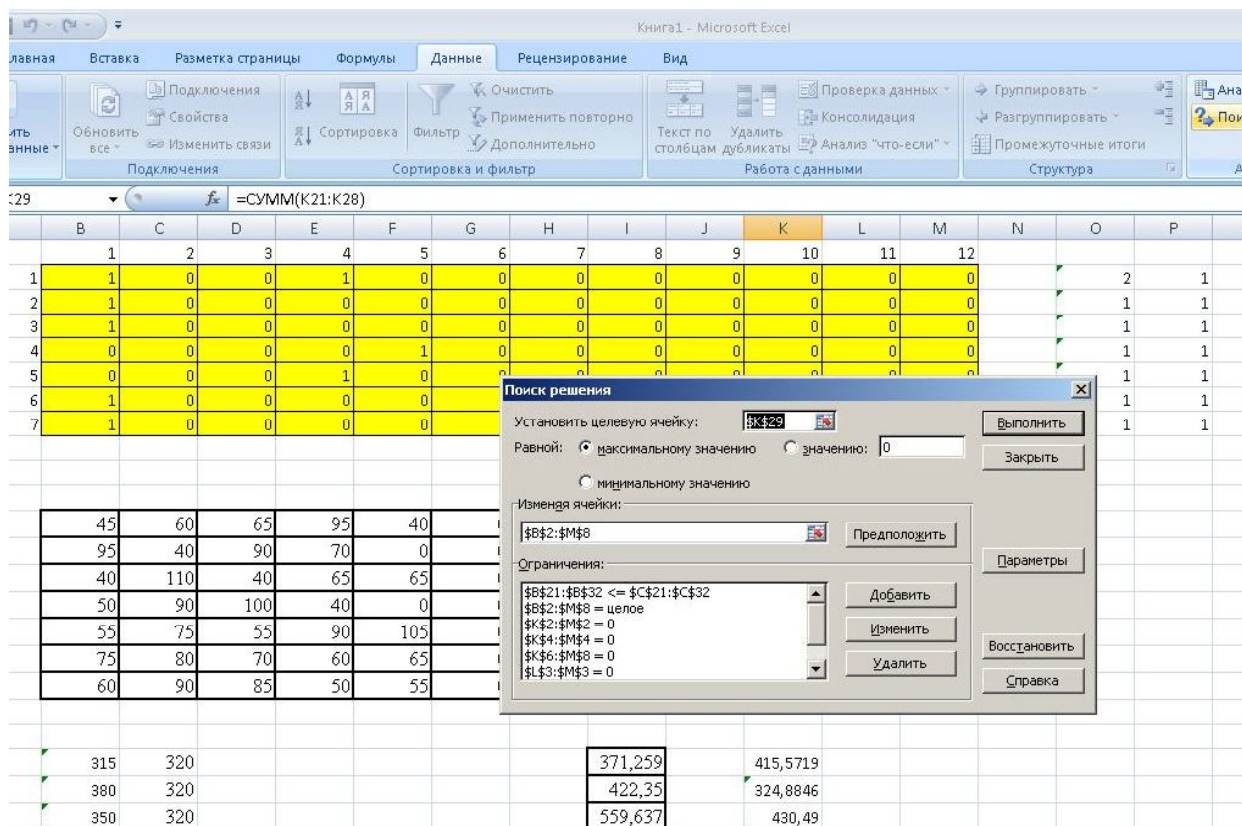


Рис. 1.

Отримуємо наступні результати:

- у перший рік потрібно розпочати інвестування в проекти 1, 2, 3, 6 і 7, при цьому інвестиційні витрати становитимуть 315 тис. грн.; на четвертому році потрібно розпочати інвестування в 1 і 5 проекти; а на п'ятому році – в 4 проект;
- сумарне значення NPV при такому плані інвестування становитиме 2267,99 тис.грн.;

Список використаної літератури

1. Закон України "Про інвестиційну діяльність". ВВР України. - 1991. - № 47.
2. Закон України "Про цінні папери і фондову біржу". ВВР України. - 1991. - № 38.
3. Бланк И. А. Инвестиционный менеджмент. - К.; 1995.
4. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч. посібник. К.: КНЕУ, 2003. – 408 с.
5. Волков И. М., Грачева М. В. Проектный анализ: Учеб. для вузов. - М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998.
6. Гитман Л.Дж., Джонк М.Д. Основы инвестирования. Учебник - М.: Дело, 1997. — 1008 с.
7. Грачева М. В. Анализ проектных рисков: Учеб. пособие для вузов. - М.: ЗАО "Финстатинформ", 1999.

8. Гридчина М. В. Финансовый менеджмент: курс лекций. - К.: МАУП, 1999.
9. Калина А. В., Корнеев В. В., Кощеев А. А. Рынок ценных бумаг (теория и практика): Учеб. пособие. - К.: МАУП, 1999.
10. Крушвиц Л. Инвестиционные расчеты. - СПб: Питер, 2001; Финансы и статистика, 1997.
11. Мертенс А. Инвестиции. Курс лекций по современной финансовой теории.- К.: [Киевское инвестиционное агентство](#), 1997.
12. Омельченко А. В. Інвестиційне право: Навч. посіб. - К.: Атіка, 1999.
13. Пересада А. А. Інвестиційний процес в Україні. - К.: Лібра, 1998.
14. Погасій С.О., Познякова О.В., Краснокутська Ю.В. Інвестиційний менеджмент (в прикладах і завданнях): навч. посібник /: Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. – Х.: ХНАМГ, 2009. – 337 с.
15. Пономаренко О.І., Перестюк М.О, Бурим В.М. Сучасний економічний аналіз: Навч. посіб. для студ. екон. та мат. спец. вищих навч. закл.: У 2 ч. Ч. 2. Макроекономіка /. — К.: Вищ. шк., 2004. — 206 с.
16. Савчук В. П., Прилипко С. И., Величко Е. Г. Анализ и разработка инвестиционных проектов: Учеб. пособие. - К.: Абсо-лют-В, Эльга, 1999.
17. Скітер І.С., Ткаленко Н.В., Трунова О.В. Математичні методи прийняття управлінських рішень. – Чернігів: ЧДІЕУ, 2011.- 248 с.
18. Федоренко В. Г., Гойко А. Ф. Инвестознавство. - К.: МАУП, 2000.
19. Шарп У., Александер Г., Бейли Д. Инвестиции / Пер. с англ. - М. : ИНФРА-М, 1997.
20. Черваньов Д.М. Менеджмент інвестиційної діяльності підприємств. - К.: Знання, 2003. – 622 с.
21. Y. Mishura, G. Shevchenko Mathematics of finances. - 352 pages. - Kyiv University press, - 2009.
22. O. Borisenko, Y. Mishura, V. Radchenko, G. M. Shevchenko The collection of problems in financial mathematics. - 250 pages. - Kyiv University press, - 2007.