ПРО РЕАЛІЗАЦІЮ ПРИНЦИПУ НАСТУПНОСТІ У СИСТЕМІ НЕПЕРЕРВНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

Колесник Т.В.,
кандидат фізико-математичних наук, професор,
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

Стаття присвячена методиці реалізації принципу наступності у системі неперервної математичної освіти.

Статья посвящена методике реализации принципа преемственности в системе непрерывного математического образования.

The article is devoted to the methods of the continuity principle realization in the system of continuous mathematical education.

Концептуальною основою сучасної освіти має стати формування творчої особистості, виховання її активної пізнавальної позиції, спрямованість освіти на найповнішу реалізацію здібностей, потреб, інтелектуального, духовного і творчого потенціалу молодої людини, вироблення стійких механізмів самонавчання, самовиховання і саморозвитку.

Саме тому неперервну освіту розглядають як стратегію освітніх реформ, оскільки вона є необхідною умовою всебічного розвитку особистості, збагачення її творчого потенціалу, зростання компетенції, вдосконалення раніше здобутих знань, умінь і навичок. Ідею неперервної освіти висловив ще Я. Каменський – “все життя – школа”. Однак до останнього часу ця думка мала статус просвітницького ідеалу і декларувалася як абстрактна необхідність всебічного розвитку людини шляхом систематичного оновлення знань, поглядів і культури. Найважливішою особливістю неперервної освіти є її системний, цілісний характер. Між окремими ланками освіти, які забезпечують поступальність набуття особистістю знань і вмінь, повинна існувати чітка наступність цілей, змісту, засобів, методів і форм навчання. Тому особливо актуальною є проблема забезпечення принципу наступності не тільки на кожному етапі навчання, а і в кожній конкретній його підсистемі. Мова йде насамперед про “стикування” окремих ланок освіти і перетворення їх в органічну взаємопов’язану систему змінюючих одна одну фаз і стадій розвитку. Наступність між середньою та вищою школою передбачає готовність випускників школи до навчання у вузі, здатність до систематичної розумової праці, що визначається рівнем інтелектуального розвитку, володінням методами самоосвіти. Наступність разом з іншими дидактичними принципами має забезпечувати тісний зв’язок окремих компонентів, змісту, форм, методів і засобів навчання на різних його етапах і ступенях. Цей зв’язок призначений для розв’язання задач гармонічного розвитку особистості, оволодіння нею системою знань, перетворенню знань у переконання, організацію навчально-виховного процесу у відповідності з віковими та індивідуальними особливостями тих, хто навчається. Наступність передбачає осмислення навчального матеріалу на більш високому рівні, оновлення наявних знань, розкриття нових зв’язків.

Визначення змісту навчання у математичній освіті є однією з важливих проблем системи неперервної освіти. Мова йде про науково обґрунтований відбір із всього комплексу математичних знань понять, тверджень, прийомів та методів міркувань, систематизація яких на основі психолого-педагогічних, дидактичних і логічних вимог дозволила б реалізувати сучасні цілі неперервної освіти.

У системі неперервної математичної освіти принцип наступності передбачає:

- організацію навчального процесу, який забезпечує реалізацію таких дидактичних принципів, як науковість, систематичність, послідовність, доступність;
- встановлення зв'язку між новими та попередніми знаннями як елементами цілісної системи;
- встановлення зв'язку між знаннями у різних темах курсу математики та між змістом різних навчальних дисциплін;
- здійснення послідовного зв'язку шкільного та вузівського ступенів навчання математики шляхом узгодження програм і підручників, аналізу та вивчення особливостей педагогічних процесів та методичних систем у школі і вузі, проведення повторювально-узагальнюючих занять у вузівських курсах вищої математики;
- формування логіко-системного мислення у послідовному оволодінні знаннями;
- забезпечення послідовного переходу від шкільної педагогічної системи навчання до вузівської та адаптації учнів до умов вищої освіти.

Кожна наука і кожний навчальний предмет оперує певними, властивими їм поняттями. Специфіка математичних понять полягає у тому, що вони відображають у нашій свідомості просторові форми і кількісні відношення, абстрагуючись від реального світу. Кожне поняття має свій обсяг і зміст. Обсяг поняття – це множина об'єктів, які ним охоплюються, а зміст поняття – це суттєві спільні властивості, притаманні усім об'єктам, що належать до цього поняття.

У курсі математики розглядають поняття первісні (не означувані), означувані і поняття, які вводяться описово на прикладах. Засвоєння математичних понять відбувається у процесі аналітико-синтетичної діяльності особистості, спрямованої на виділення суттєвих загальних властивостей певного поняття і усвідомлення несуттєвих властивостей, а також застосування нового поняття до розв'язування задач. У структуру пізнавальної діяльності учнів і студентів через засвоєння математичних понять входять як загальні (аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення тощо), так і специфічні розумові дії (підведення під поняття, виведення наслідків). При абстрактно-дедуктивному методі формування нового поняття викладач формулює означення сам, наводить приклади об'єктів, що охоплюються цим поняттям, виділяє суттєві спільні властивості і зазначає несуттєві властивості.

Труднощі засвоєння математичних понять учнями та студентами полягають передусім у невмінні виділяти суттєві та несуттєві властивості об'єктів, що належать до цього поняття. Педагогічний досвід показує, що формалізовані або точні словесні означення понять є недоступними для учня та студента, якщо він не засвоїв їх спочатку на інтуїтивному рівні. Це стосується усіх етапів математичної освіти. Чим абстрактніше поняття, чим складніша логічна структура його означення, тим нагальніша потреба у попередньому введенні цього поняття спочатку на інтуїтивному рівні, з поясненням його властивостей на конкретних прикладах з використанням наочних образів і ілюстрацій. Необхідно звертати увагу на логічну структуру означення, насамперед чітко виділяти його суттєві властивості та характер їх зв'язку (кон'юнкція, диз'юнкція або обидві одночасно).

Важливе місце у математичній освіті посідають доведення теорем, які допомагають засвоїти логічну структуру курсу, встановити зв'язок між окремими його поняттями. Логічні доведення виховують необхідні для використання математичного апарату навички, допомагають оволодіти математичними методами. Особливо корисними є "відкриття" теорем, коли спочатку доводиться сам факт, який потім формулюється у вигляді теореми. Такий підхід виховує якості дослідника, відкриває таємницю створення математичних теорій.

Слід звертати увагу на те, що доведення теорем вимагає не тільки розуміння окремих знаків, формул і знакових конструкцій, але і взаємозв'язку частин і цілого в цьому процесі. Логіка відіграє вирішальну роль при аналізі готового доведення, в розчленуванні його на окремі елементи і групи таких елементів. Синтез же частин в єдине ціле досягається за допомогою інтуїції. При проведенні математичних міркувань слід мати чітке уявлення про кінцеву мету, про використані при цьому прийоми і методи. Відкриття нового в математиці являє собою більш складніший процес, ніж розуміння наявного знання. В цьому процесі беруть участь не тільки різні види інтуїції, які тісно переплітаються між собою, а і різноманітні евристичні методи. Навчаючи учнів і студентів на перших кроках відкривати те, що вже відомо, ми вчимо їх відкриттям.

Важливим засобом усвідомлення та засвоєння теоретичного матеріалу з математики є задачі. Виявлення функції кожної задачі дозволяє намітити попередню методику її включення в навчальний процес. За своїми дидактичними функціями задачі поділяють на тренувальні (для вироблення стійких умінь і навичок), пізнавальні (для здобуття нових знань), розвиваючі (для розвитку творчого мислення). Найбільш поширеними в курсі математики є тренувальні та пізнавальні вправи, які поряд із виробленням свідомих і стійких навичок у застосуванні математичних знань і методів передбачають якісне засвоєння математичної теорії. Розв'язування тренувальних вправ засноване здебільшого на використанні алгоритмів або менш формалізованих алгоритмічних приписів, які будуються відповідно до означень математичних понять, доведених тверджень та формул для обчислення тих чи інших величин. Зауважимо, що алгоритм конкретної задачі складає лише виконавську частину методу її розв'язання, оскільки йому передують дії, спрямовані на аналіз та пошук розв'язку. Методична система тренувальних задач з використанням алгоритмів виховує і відповідний алгоритмічний тип мислення. На цьому етапі важливо виділяти узагальнені методи розв'язування основних задач, завертати увагу на те загальне, що об'єднує всі частинні прийоми розв'язання задач даного класу. Мова йде про формування узагальнених прийомів навчальної діяльності в процесі вивчення математики, що передбачає ряд етапів, на кожному з яких необхідно досягти на тому чи іншому рівні певних властивостей навчальної діяльності. Тренувальні задачі, як правило, слугують підготовчими вправами для розв'язання більш складніших пізнавальних і розвиваючих задач. Серед них особливо корисні задачі, які дозволяють організовувати творчий пошук розв'язання, навчають евристичним методам дослідження. Слід передбачити задачі, які допускають різні способи розв'язування та комплексне використання теоретичного матеріалу. Важливе значення у підвищенні рівня самостійності мислення, здатності виходити за межі повідомленої математичної інформації мають так звані творчі або пошукові завдання, виконання яких не обмежується часом. Сутність цих завдань тісно пов'язана з основним навчальним матеріалом. При цьому можлива ціла серія задач, об'єднаних однією математичною ідеєю або проблемою, що дозволить всебічно вивчити її.

Важливе місце слід віднести прикладним задачам. Прикладні задачі у процесі навчання математики виконують певні дидактичні функції, основними з яких є навчаюча (формування системи математичних знань, умінь і навичок на різних етапах засвоєння); виховна (формування наукового світогляду, пізнавального інтересу і самостійності, моральних якостей особистості); розвиваюча (розвиток логічного мислення, оволодіння ефективними прийомами розумової діяльності). Розв'язання будь-якої задачі прикладного змісту пов'язане з побудовою та дослідженням відповідної математичної моделі. Під математичною моделлю розуміють систему математичних співвідношень, які описують розглядуваний процес чи явище за допомогою математичних об'єктів. Застосування математики до розв'язання прикладної задачі здійснюється за допомогою тріадної схеми: побудова математичної моделі – її дослідження (розв'язання математичної задачі) – змістовний аналіз результату. Розгляд прикладних задач при вивченні різних розділів курсу математики сприятиме формуванню вмінь і навичок математичного моделювання реальних процесів і явищ та вихованню правильного погляду на природу математичної науки та її зв'язок з реальною дійсністю.

Педагогічна наука і практика накопичила чималий досвід організації різних форм навчальної діяльності по розвитку усної та письмової математичної мови у системі неперервної освіти: читання та запис математичних виразів; виконання завдань переходу від словесного запису до символічного і навпаки; виконання завдань по переходу від однієї математичної моделі до іншої; робота з математичним словником, підручником та науковою літературою; усні та письмові повідомлення з історії виникнення та розвитку математичних понять, термінів, символів тощо. Розвиток математичної мови відбувається на всіх ступенях неперервної освіти. Збагачення власне математичної мови мовою логіки значно розширює можливості вираження і переробки математичної інформації засобами символічної мови. Ця переробка зводиться до перетворення мовних конструкцій за правилами, що встановлені в цій мові і допускають досить просте змістовне тлумачення.

Зміст математичної освіти у вищих навчальних закладах призначений дати глибоке теоретичне обґрунтування фундаментальним поняттям шкільного курсу математики, систематизувати, поглибити ті знання, які завершують основні змістові лінії цього курсу. Цикл математичних дисциплін та їх програми залежать від типу навчального закладу. Найбільш повну математичну освіту забезпечують університети на базі фундаментальних математичних дисциплін, які складають основу сучасної математики.

Послідовний зв'язок між шкільним та вузівським ступенями навчання математики можна здійснити за допомогою створення єдиної програми неперервної математичної освіти за модульним принципом, за яким до базисної програми (інваріантна частина) додаються модулі (варіативна компонента) відповідно до різних типів середніх і вищих навчальних закладів. Такий підхід дозволить забезпечити наступність змісту навчання, що передбачає певну послідовність у виборі та викладанні матеріалу, єдиність означень, формулювань теорем, символіки, позначень, узгодженості методологічних питань математичної науки на різних ступенях навчання. Крім того, така програма дасть можливість пов’язати в один комплекс всі питання математичної освіти, необхідні при вивченні інших курсів навчальних планів школи і вузу. Наступність змісту навчання математики в межах створеної програми можна реалізувати використанням доцільного поєднання розгляду програмних питань з ранньою пропедевтикою матеріалу наступної ступені навчання шляхом неформалізованих пояснень, прикладів, геометричних ілюстрацій тощо, на основі чого створюється можливість у подальшому користуватись аналогією, індукцією, припущеннями. Це одночасно стає стимулом для поповнення знань, що з необхідністю веде до саморозвитку інтелекту особистості.

Програмою загальноосвітньої школи передбачено вивчення таких основних понять математичного аналізу як число, множина, функція, границя, неперервність, похідна та інтеграл [1]. Ці самі поняття розглядаються і у вузівських курсах вищої математики. Тому актуальним є питання наступності введення основних понять математичного аналізу у системі неперервної освіти “школа – вищий навчальний заклад”.

Шкільна математика не ставить своєю задачею вивчення строгої теорії множин та теорії дійсного числа, а лише використовує основні теоретико-множинні принципи для послідовної побудови всього курсу на єдиній основі. Теорія множин та теорія дійсного числа створюють міцну базу для того, щоб чітко та переконливо пояснити суть найважливішої властивості природи, що вивчається математикою, – кількісних відношень, а через них і просторових форм. До числа первісних теоретико-множинних понять, які вивчаються в школі, відноситься і поняття відповідності між елементами двох множин. Поняття відповідності дозволяє досить просто ввести одне з основних понять математики – поняття функції як особливий вид відповідності. Наявна теоретико-множинна основа надалі спрощує для учнів задачу вивчення властивостей функцій.

В умовах диференціації навчання можливий різний ступінь повноти вивчення початків аналізу у школі. Особливо це стосується традиційно складних для сприйняття понять, якими є границя та неперервність функції. Головні труднощі у розумінні цих понять пов’язані з тим, що перехід від скінченного до нескінченного, від дискретного до неперервного потребує високого рівня абстрактно-логічного мислення. Ці труднощі виникали і в науці в процесі довгого історичного шляху формування і уточнення математичних понять.

На наш погляд, при введенні основних понять математичного аналізу в шкільному курсі математики точному формулюванню відповідних означень повинно передувати змістовне тлумачення поняття, тобто створення уявлення про поняття на наочно – інтуїтивному рівні [2], [3]. Перехід від наочно – інтуїтивного уявлення до формального строгого означення – це другий етап у формуванні стійкого розуміння цього поняття. Поняття границі та неперервності в шкільному курсі математики носять службовий характер і використовуються при введенні поняття похідної та інтеграла. Тому оцінка рівня засвоєння цих понять повинна проводитися в основному не по вмінню відтворити точне означення границі або неперервності функції, а на рівні "розпізнавання", тобто вміння в конкретних випадках відповісти на запитання, чи має функція границю в точці, чи неперервна вона тощо.

Мотиваційні складові повноцінної навчальної діяльності учнів на уроках математики суттєво залежать не тільки від збагачення наявних знань новими поняттями, а і можливостями їх застосування у практичному житті або при вивченні інших шкільних дисциплін. Тому вивчення понять похідної та інтеграла слід почати із вступної бесіди, зупинившись коротко на історії їх виникнення. Поняття похідної функції має формуватися на основі задач. Класичними є задачі про миттєву швидкість та про дотичну до кривої, які до того ж допомагають з'ясувати геометричний та механічний зміст похідної, однак це можуть бути й інші задачі, наприклад, про миттєву величину струму, про теплоємність тіла, про лінійну густину, про знаходження концентрації розчину в певний момент часу, тобто ті, в яких треба знайти швидкість зміни деякої функції.

Мотивацією введення поняття первісної можуть бути такі задачі прикладного характеру: знаходження кривої за відомим кутовим коефіцієнтом дотичної в кожній її точці; знаходження закону руху тіла за відомою швидкістю та інші. Введення поняття визначеного інтеграла базується на задачі про площу криволінійної трапеції.

Слід зазначити, що наявність початків математичного аналізу значно збагачує ідейний зміст шкільного курсу математики, суттєво розширює межі його застосування, що однаково корисно як для дисциплін, які використовують математику, так і для самої математики.

Основні поняття математичного аналізу, перше уявлення про які одержано в шкільному курсі математики, знаходять систематизацію, подальший розвиток і поглиблення у вузівському курсі математичного аналізу [4], [5]. Відомо, що первісне розуміння математичних понять не є настільки глибоким, щоб з'явилась можливість узагальнення і класифікації. У систематичному математичному курсі така можливість є, що приводить до осмислення, поглиблення та закріплення знань, виділення загальних ідей, систематизації знань шляхом розкриття нових зв'язків і поглиблення вже відомого.

Зауважимо, що строга теорія множин і теорія дійсного числа та теоретико-множинне означення функції відносяться до формальних основ математичного аналізу і мають вивчатися студентами математичних спеціальностей для розуміння та осмислення логічної структури базисних понять і принципів класичного аналізу.

У подальшому у вузівському систематичному курсі основні поняття математичного аналізу, які розглядалися для функцій однієї змінної, узагальнюються на випадок функцій багатьох змінних і функцій комплексної змінної. Введення до розгляду метричних просторів дозволяє із загальних позицій поглянути на основні поняття математичного аналізу і поширити їх на об'єкти більш загальної природи.

При вивченні вузівського курсу математичного аналізу природно підвищується рівень строгості, абстрактності і повноти викладу навчального матеріалу, збільшується питома вага формально-логічних доведень математичних тверджень та евристичних міркувань.

У сучасних шкільних та вузівських підручниках з математики здебільшого переважають тексти пояснювально-ілюстративного характеру, в яких подається інформація для сприйняття та відтворення учнями і студентами. З розвитком мультимедійних технологій відкриваються принципово нові можливості для управління та інтенсифікації навчально-пізнавальної діяльності учнів і студентів. Сучасна комп'ютерна техніка, позитивний вплив мультимедійних засобів через звуки, високоякісну графіку, можливості рухомого зображення дозволяють спостерігати динаміку того чи іншого процесу або явища. Розгляд прикладних задач у різних розділах математичних курсів, складання відповідних математичних моделей, проведення комп'ютерного моделювання, в якому засобами динамічної графіки і мультиплікації імітується схема модельованого явища для різного набору параметрів або різних умов його протікання, стане важливим кроком до проведення самостійних наукових досліджень студентів.

Правильне визначення змісту навчання математики на основі принципу наступності, що забезпечить оптимальні можливості для досягнення цілей математичної освіти, є, безумовно, однією з головних проблем перебудови методичної системи навчання на сучасному етапі розвитку середньої та вищої школи.

Список використаної літератури

1. http://www.mon.gov.ua
2. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу. Підруч. для 10 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти. – К.: Освіта, 2004. –318 с.
3. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу. Підруч. для 11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти. – К.: Освіта, 2003. –311 с.
4. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика. Кн. 1. – К.: Либідь, 2010. – 592 с.
5. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика. Кн. 2. – К.: Либідь, 2010. – 496 с.