КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

КУЗЕННИЙ Микола Феодосійович

ГРУПИ З УМОВАМИ ТРАНЗИТИВНОСТІ НОРМАЛЬНОСТІ ДЛЯ НЕАБЕЛЕВИХ ПІДГРУП

01.01.06 — алгебра і теорія чисел

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ — 1995

Дисертацією є рукопис

Робота виконана

на кафедрі вищої математики
Українського державного педагогічного університету
імені М.П.Драгоманова

Офіційні опоненти:

Казарін Лев Сергійович, доктор фізико-математичних наук,

Курдаченко Леонід Андрійович, доктор фізико-математичних наук,

Сисак Ярослав Прокопович, доктор фізико-математичних наук

Провідна організація:

Ужгородський державний університет, м. Ужгород

Захист відбудеться "____" __________ 1995 року о ____ годині

на засіданні спеціалізованої ради Д 01.01.01
при **Київському університеті імені Тараса Шевченка**
за адресою:
252127, Київ-127, проспект Глушкова, 6,
механіко-математичний факультет, аудиторія 42.

З дисертацією можна ознайомитись

в науковій бібліотеці університету (*вул. Володимирська, 62*).

Автореферат розісланий "____" __________ 1995 року

Вчений секретар
спеціалізованої ради **С.А. Овсієнко**

Загальна характеристика роботи

Актуальність дослідження

Вивчення груп, в яких деякі підгрупи або системи підгруп задовольняють деяку умову (обмеження), було одним з перших напрямків в теорії груп. Більш того, ці дослідження сприяли виникненню абстрактної теорії груп. На це вказують роботи О. Гольдера, Р. Дедекінда, Г. Міллера, Х. Морено, О. Шмідта, які стали класикою теорії груп. В усіх цих роботах у групі G розглядалась деяка система підгруп Σ, підгрупи якої задовольняють умову V. Цей підхід стає одним з основних в теорії груп і залишається таким до нашого часу. Велику роль у становленні та розвитку цього напрямку відіграли роботи О.Ю. Шмідта, Р. Бера, О.Г. Куроша, С.М. Чернікова, Б. Неймана, Ф. Холла. Багато відомих алгебраїстів працювали у цій ділянці і залишили в ній свої яскраві результати. Можна назвати тут Г. Баумслага, З.І. Боревича, Х. Віландта, В. Гашюца, В.М. Глушкова, Ю.М. Горчакова, Д.І. Зайцева, О.Г. Куроша, М.І. Каргаполова, О. Кегеля, А.І. Мальцева, Ю.І. Мерзлякова, Б.І. Плоткіна, В.Н. Ремесленнікова, А.І. Старостіна, С. Стоунхевара, Д. Робінсона, Б. Хартлі, Г. Хайнекена, В.С. Чаріна, С.А. Чуніхіна, Л.О. Шеметкова, В.П. Шункова. На різних етапах публікувалось багато оглядових статтей, серед яких велику роль мали статті О.Г. Куроша, С.М. Чернікова, Б.І. Плоткіна, Д. Робінсона, монографії М. Холла, В. Скотта, В. Хупперта, О.Г. Куроша, М.І. Каргаполова, Ю.І. Мерзлякова, Д. Робінсона, С.М. Чернікова.

Список обмежень, що накладаються на підгрупи, які розглядались у перших роботах цього напрямку (обмеженість порядків, нормальність, абелевість, нільпотентність, майже центральність) був у подальшому значно розширений. Почали розглядатись також різні важливі системи підгруп Σ групи G, виникли нові підходи, пов'язані з іншими розділами теорії груп. Одержані результати застосовуються у багатьох розділах теорії груп. У свою чергу, ця ділянка не є ізольованою, тут знаходять застосування лінійні методи, методи теорії кілець та модулів, алгебр Лі тощо. Розвиток цього напрямку продовжується зараз інтенсивно багатьма алгебраїстами різних країн, серед яких Б. Амберг, О.Д. Артемович, Д. Бейдлеман, П.П. Баришовець, Ф. де Джіованні, Л.С. Казарін, Л.А. Курдаченко, Д. Леннокс, Ф.М. Ліман, О.О. Махньов, М. Ньюмен, Я.П. Сисак, М. Томкінсон, С. Франціозі, М.С. Черніков. До цього напрямку теоретико-групових досліджень належать і результати дисертації.

Мета і об'єкти дослідження

Нехай G-група, Σ — деяка множина її підгруп, V — деяка властивість, групу G назвемо $V(\Sigma)$-групою, якщо кожна підгрупа системи Σ має властивість V. Властивість V може бути як зовнішньою відносно G, тобто визначатись якимось класом груп (наприклад, абелевість (A), нільпотентність (N), розв'язність (S) тощо), так і внутрішньою відносно G (наприклад, нормальність (H), субнормальність, майже нормальність, доповнюваність). У свою чергу система підгруп може визначатися деякою властивістю, тобто

$$\Sigma = \{H : \ H - \text{підгрупа, яка має властивість } \tau\}.$$

У цьому випадку замість терміну $V(\Sigma)$-група будемо користуватись терміном $V(\tau)$-група.

Однією з перших властивостей, які накладались на систему усіх підгруп, була нормальність (H). Скінченні групи такого роду були вивчені Р. Дедекіндом, а нескінченний випадок був розглянутий Р. Бером. Пізніше ці групи було названо дедекіндовими. Дальші дослідження пов'язані з класами груп, які містять дедекіндові групи. При цьому система Σ звужується, або властивість нормальності (H) змінюється на якесь її узагальнення, або одночасно змінюється як Σ, так і властивість V. Звуження Σ до системи всіх абелевих (A) і навіть до всіх циклічних (C) підгруп G не приводить до розширення класу дедекіндових груп.

Першим суттєвим узагальненням дедекіндових груп були скінченні групи, які мають один або два класи спряжених ненормальних підгруп. Ці групи вивчались О.Ю. Шмідтом при обмеженій скінченності.

Інші узагальнення дедекіндових груп (метагамільтонові групи — групи, в яких кожна неабелева підгрупа нормальна, тобто $H(\bar{A})$-групи у наших позначеннях) були введені Г.М. Ромалісом. Різні характеристики та властивості, а також опис деяких конкретних класів груп отримали Г.М. Ромаліс, М.Ф. Сесекін, В.Т. Нагребецький, С.М. Черніков, О.О. Махньов. Повний опис локально ступінчатих метагамільтонових груп дається в десяти теоремах другої глави дисертації. Зазначимо, що умови, які вказані О.О. Махньовим, не завжди є достатніми, як він стверджує. Це також показано у другій главі дисертації.

С.М. Черніков розглядав групи, в яких нормальними є: всі нескінченні підгрупи (INH-групи, або по-нашому $H(I)$-групи); всі нескінченні абелеві підгрупи (IH-групи, або по-нашому $H(IA)$-групи); всі нескінченні неабелеві підгрупи ($\overline{IH}$-групи, або по-нашому $H(I\bar{A})$-групи). Опис метагамільтонових груп та опис INH-груп (§1.3) дає можливість завершити опис нескінченних локально ступінчатих $H(I\bar{A})$-груп (глава III).

С.М. Черніков та Д. Кеппіт розглядали інший метод звуження системи Σ. У групі G існує така підгрупа S (сепаруюча підгрупа), що кожна підгрупа з множини Σ, яка не міститься в S, має властивість V. Такі групи будемо називати $V(S\Sigma)$-групами; у випадку, коли Σ — це всі підгрупи G, просто $V(S)$-групами. $H(S)$-групи почали вивчати Д. Кеппіт, А.Ф. Баранник, але опису цих груп не отримали, цьому опису присвячений §1.4 дисертації.

Значні розширення класу дедекіндових груп виникають при переході від умови нормальності до деяких її узагальнень, як наприклад, до квазінормальності, субнормальності, нормалізаторної умови, пронормальності та ін. Таке розширення виникає при різних умовах транзитивності нормальності (H). Скажемо, що група G задовольняє умову транзитивності (ослабленої транзитивності) властивості V, якщо для кожних $A, B, C \in \Sigma$, де $A \leq B \leq C$ ($A \leq B \leq G$) з того, що A — V-підгрупа B, а B — V-підгрупа C (B — V-підгрупа G) випливає, що A — V-підгрупа C (A — V-підгрупа G). Тут будемо використовувати термін $TV(\Sigma)$-група ($tV(\Sigma)$-група). Це поняття виникло у роботі Е. Беста та О. Таусскі і вивчалось багатьма авторами, серед яких В. Гашюц, Б. Хупперт, Т. Пенг, М.І. Каргаполов, І.М. Абрамовський, Ф. де Джіованні, С. Франсіозі, Д. Робінсон. Зберігаючи традиції попередників, замість позначень $TH(\Sigma)$ ($tH(\Sigma)$) будемо писати коротше $T(\Sigma)$ ($t(\Sigma)$). Далі $STV(\Sigma)$-група ($StV(\Sigma)$-група) — це розв'язна $TV(\Sigma)$-група ($tV(\Sigma)$-група). Знову, якщо Σ — множина усіх підгруп, то буква Σ опускається.

Основні результати дисертації пов'язані з вивченням груп, у яких Σ — система всіх неабелевих ($\bar{A}$) підгруп, або її підсистема, а V — умова нормальності (H) чи транзитивності нормальності (T, t) для підгруп з Σ. Точніше, основні об'єкти — це класи:

$T(I\bar{A})$-груп — груп з умовою транзитивності нормальності для нескінченних неабелевих підгруп;

$T(\bar{A})$-груп — груп з умовою транзитивності нормальності для всіх неабелевих підгруп;

$H(I\bar{A})$-груп — груп, в яких кожна нескінченна неабелева підгрупа є нормальною;

$H(\bar{A})$-груп — груп, в яких кожна неабелева підгрупа є нормальною.

Доцільність цілісного вивчення цих класів випливає з того, що вони дуже тісно пов'язані між собою. Так, наприклад, кожна $H(\bar{A})$-група є одночасно як $T(\bar{A})$-групою, так і $H(I\bar{A})$-групою, а кожна з двох останніх є $T(I\bar{A})$-групою.

При вивченні цих класів груп виникають природно деякі обмеження. Всі класи цих груп містять в собі групи, приклади яких побудовані О.Ю. Ольшанським та його учнями. Це показує, що їх вивчення без усяких обмежень є дуже важкою задачею. Досить широкими обмеженнями залишились тут локальна ступінчатість, локальна розв'язність.

Методи і методика дослідження

В першій главі дисертації уточнюються відомі та встановлюються нові результати, за допомогою яких в главі II здійснюється конструктивний опис метагамільтонових груп. Центральним моментом цього опису є накопичення інформації про властивості метагамільтонових груп та розчленування класу всіх метагамільтонових груп на ненільпотентні і нільпотентні, а останні — на підкласи у відповідності з будовою їх комутанту. Суттєву роль грає тут насиченість груп та їх фактор-груп дедекіндовими та іншими досить простими групами. У свою чергу класи $T(\bar{A})$-, $H(I\bar{A})$- груп розчленовуються в залежності від їх насиченості та насиченості фактор-груп вже описаними метагамільтоновими групами.

Останнім кроком є класифікація $T(I\bar{A})$-груп, які не належать до класів $H(I\bar{A})$- та $T(\bar{A})$-груп.

Наукова новизна дослідження

Всі основні результати дисертації є новими завершеними науковими дослідженнями. Зокрема одержано:

- конструктивний опис нескінченних локально ступінчатих $H(I\bar{A})$-груп;
- класифікацію локально розв'язних $T(\bar{A})$- та $T(I\bar{A})$-груп з розбиттям всього класу груп на підкласи груп, доступних для подальшого конструктивного опису, **теорема 4.3.1** дає приклад конструктивного опису одного з таких виділених класів.

Деякі неосновні результьати дисертації мають самостійне значення. Серед них виділимо:

- конструктивний опис всіх (**теорема 1.2.1**) та примарних (теорема 1.2.2) метациклічних груп;
- конструктивний опис $H(S)$- (теорема 1.4.2) та деяких $H(\bar{N})$-груп (теорема 1.4.3);
- теорему 1.3.1, що дає повний конструктивний опис розширень квазіциклічної групи за допомогою дедекіндової групп.

Зауважимо, що деякі основні теореми дисертації сформульовані як необхідні умови, хоча можна довести і їх достатність. В дисертації це не здійснюється тільки з тієї причини, що це доведення значно збільшило б її об'єм. В зв'язку з цим в зауваженнях після відповідних теорем вказується і достатність їх тверджень. Всі нові результати мають строге доведення.

Теоретичне та практичне значення дослідження

Описані в дисертації класи груп значно розширюють конкретну базу теорії груп. Результати цього опису є значним вкладом в цю теорію. Важливе як теоретичне, так і практичне значення має розроблена в дисертації методика досліджень широких узагальнень дедекіндових та метагамільтонових груп. Результати дисертації можуть використовуватись в різноманітних теоретико-групових дослідженнях. Вони використовувались в роботах І.Я. Субботіна, М.М. Семка, Л. Томанека, С.С. Левіщенка, Д.Я. Требенка та інших авторів.

У зв'язку з отриманими результатами виникає цілий ряд задач різної складності, які можуть бути використані як теми студентських курсових та дипломних робіт і кандидатських дисертацій.

Глави І та ІІ дисертації можуть бути використані як основа спецкурсів та спецсемінарів для студентів математичних спеціальностей.

Апробація роботи

Основні результати дисертації опубліковані в 26 роботах, доповідались на міжнародних алгебраїчних конференціях, симпозіумах з теорії груп, на наукових семінарах Інституту математики НАН України, Гомельського відділення Інституту математики АН Білорусі, Гомельського, Київського, Кошицького (Словакія), Московського університетів, Українського державного педагогічного університету.

Основні результати дисертації, опубліковані у співавторстві, належать автору дисертації. Йому належать формулювання та доведення цих результатів. В дисертації їх формулювання і доведення значно змінені і уточнені. Співавтори здійснювали інформаційне, технічне і матеріальне забезпечення публікацій та їх коректуру. В процесі оформлення робіт вони вносили уточнення формулювань та доведень цих результатів. Жоден з основних результатів дисертації не використаний співавторами ні в одній із їх самостійних робіт. Співавторами згаданих результатів є Семко М.М., Субботін І.Я., Левіщенко С.С. Вони цілком поділяють наведену тут думку про належність основних результатів дисертації, опублікованих в роботах у співавторстві з ними.

Об'єм та структура роботи

Дисертація складається зі вступу та чотирьох глав, містить 231 сторінку, у списку літератури 212 назв, серед яких 59 публікацій автора, що стосуються теми дисертації. В першій главі 4 параграфи, в другій — 7, в третій — 4, в четвертій — 3.

Загальна характеристика роботи

У вступі обгрунтована актуальність дослідження, визначена мета і перелічені об'єкти дослідження і висвітлені методи і методика дослідження; показана наукова новизна; обгрунтовано теоретичне і практичне значення дослідження; подана інформація про анотацію та про об'єм і структуру роботи і викладено зміст дисертації.

У главі I "Попередні результати" логічно послідовно наводяться відомі та встановлюються нові означення і результати, необхідні для подальших досліджень.

В §1.1 "Відомі та деякі нові означення і твердження" наведені в основному відомі означення і відомі твердження, з ними пов'язані. Серед нових можна вказати означення 1.1.6 — майже прямого добутку з об'єднаною підгрупою.

Група G називається *майже прямим добутком* підгруп G_i із об'єднаною підгрупою C, $i \in I$, $|I| > 0$, C — власна підгрупа із G_i, коли $C \triangleleft G$ і G/C - прямий добуток неодиничних груп G_i/C.

Теорема 1.1.1, пов'язана з цим означенням, дає оцінку експоненти та порядку групи з центральним комутантом. **В теоремі 1.1.2** встановлюється один критерій дедекіндовості групи. Опис деяких центральних розширень за допомогою дедекіндових груп подано в **теоремі 1.1.3.**

§1.2 "Метациклічні групи" присвячений опису довільних та конструктивному опису примарних метациклічних груп (**теореми 1.2.1 та 1.2.2** відповідно). **В теоремі 1.2.1** виписано 12 типів груп, якими вичерпуються всі метациклічні групи; **в теоремі 1.2.2** дається повний конструктивний опис всіх примарних метациклічних груп з виділенням і дослідженням 9 типів груп такого роду. Тут вказано породжуючі елементи і визначальні співвідношення, розклад в добутки, як правило напівпрямі, підгруп, вказані будови підгрупи Фраттіні, центру, комутанту, нижнього шару, доповнюваність певних підгруп даної групи.

В §1.3 "Деякі розширення квазіциклічних груп" конструктивно описано всі розширення квазіциклічних груп за допомогою скінченних дедекіндових груп з виділенням 7 неізоморфних типів груп такого роду (теорема 1.3.1). У цьому ж параграфі даються строгі означення різноманітних класів $H(\tau)$- та $T(\tau)$-груп, які згадувались у вступі (означення 1.3.1 та 1.3.2 відповідно). Доведено дві леми загального характеру для $H(\tau)$- та $T(\tau)$-груп.

§1.4 "Опис $H(S)$- та деяких $H(\bar{N})$-груп". Ці групи вивчали Д. Кепіт, А.Ф. Бараннік і встановили скінченність і цикліічність їх комутанту, не наводячи будови самих груп. Конструктивний опис $H(S)$-груп дає;

Теорема 1.4.2. Всі $H(S)$-групи вичерпуються дедекіндовими групами і групами типу $G = R \times D$, де D — холловська періодична дедекіндова підгрупа із G, R — силовська r-підгрупа із G виду $R = C \cdot B$, $C \lhd G$, C — локально циклічна r-група, що містить таку підгрупу $\langle a \rangle$ що $|a| = r^{\alpha}$, $G' = \langle a^{r^k} \rangle = \langle a \rangle \cap B \subset Z(G)$, $0 < \alpha - k \leq k < \alpha$, $r^k > 2$, r — просте число, $S = (\langle a^{r^m} \rangle \cdot B) \times D$, $0 < m \leq k$, підгрупа B розкладається в майже прямий добуток нормальних в G підгруп $G' \times \langle b_i \rangle$ з об'єднаною підгрупою G', $|b_i| = r^{\beta_i}$, $0 < \beta_i < k - m + 1$, $i \in I$, $|I| > 0$, при $r^{k-m+1} = 2$ $B' = 1$.

Зауважимо, що ця теорема є вузловим результатом для досліджень глав **III та IV**. За її допомогою в **теоремі 1.4.3** дається конструктивний опис деяких $H(\bar{N})$-груп. Нагадаємо, що група G називається *$H(\bar{N})$-групою*, якщо в ній нормальні всі ненільпотентні підгрупи. Властивості скінченних ненільпотентних $H(\bar{N})$-груп вивчав В.Т. Нагребецький.

У главі II “Метагамільтонові групи” вивчаються групи з нормальними неабелевими підгрупами ($H(\bar{A})$-групи). Нагадаємо, що ці групи введені Г.М. Ромалісом. Їх властивості вивчали Г.М. Ромаліс, М.Ф. Сесекін, С.М. Черніков. Найбільш суттєвим в цьому напрямку є результат С.М. Чернікова, що стверджує: локально ступінчата метагамільтонова група має скінченний примарний комутант. В.Т. Нагребецький описав скінченні ненільпотентні метагамільтонові групи, а О.О.Махньов — скінченні метагамільтонові p-групи з нецентральним комутантом.

Детальний виклад суттєвих результатів згаданих авторів наводиться в **§2.1 “Деякі допоміжні результати”**. В цьому параграфі уточнюються результати О.О. Махньова та виписується будова примарних метациклічних $H(\bar{A})$-груп, якої у О.О. Махньова немає.

§2.2 “Ненільпотентні групи” дає повний опис ненільпотентних метагамільтонових груп (**теорема 2.2.1**) і класифікацію нільпотентних груп за будовою їх комутанту (**теорема 2.2.2**). В **теоремі 2.2.3** дається опис підкласу метагамільтонових груп, у яких комутант будь-якої неабелевої підгрупи співпадає з комутантом всієї групи.

Теорема 2.2.1. Ненільпотентні метагамільтонові групи вичерпуються групами типів:

1) $G = P \leftthreetimes C$ де P — скінченна елементарна абелева p-група, p — просте число, $|P| > 1$, $C = S \cdot \langle a \rangle$, $S \cap \langle a \rangle = \langle a^s \rangle$, $s > 1$, $(s, p) = 1$, $G' = P$, для кожного $k \in Z$ a^k індукує на P тотожний або незвідний автоморфізм, $S = C_C(P)$;

2) $G = P \leftthreetimes C$, де P — силовська неабелева p-підгрупа із G, $|P| = p^3$, $\exp P = p$, p — просте число, $p > 3$, $G' = P$, $C = S \cdot \langle a \rangle$, $S \cap \langle a \rangle = \langle a^s \rangle$.

$s > 1$, $S = C_C(P)$, C — періодична група, для будь-якого $k \in Z$ суміжний клас $\Phi(P) \cdot a^k$ індукує на $P/\Phi(P)$ тотожний або незвідний автоморфізм;

3) $G = P\lambda C$, де P — група кватерніонів, що є силовською 2-підгрупою із G, $G' = P$, $C = S \cdot \langle a \rangle$, $S = C_C(P)$, $S \cap \langle a \rangle = \langle a^3 \rangle$, $|a| = 3^\alpha$ C — періодична група, $P\lambda\langle a \rangle$ — група Шмідта;

4) G — група, у якої будь-які два непереставні елементи породжують підгрупу, що містить нормальну в G нескінченну підгрупу Міллера–Морено, G/M — дедекіндова група.

Теорема 2.2.2. Комутант G' групи G тоді і тільки тоді належить будь-якій неабелевій підгрупі із G, коли G — метагамільтонова група, а її комутант G' — скінченна група порядку p^n , p — просте число, або нескінченна група Міллера–Морено. Комутант G' метагамільтонової групи G задовольняє тільки одну з наступних умов:

1) G' — центральна підгрупа із G' порядку 1 або p;

2) G' — циклічна група порядку p^δ, $\delta > 1$, $\Phi(G') \subsetneq Z(G)$, G — нільпотентна група;

3) G' — скінченна абелева p-група типу (p^δ, p), $\delta > 1$, $\Phi(G') \subseteq Z(G)$, G' — нільпотентна група;

4) G' — елементарна абелева група порядку p^2 , G — нільпотентна група, при $p = 2$ $G' \subsetneq Z(G)$;

5) G' — елементарна абелева група порядку p^3 , G — нільпотентна група, при $p = 2$ $G' \subseteq Z(G)$;

6) G' — елементарна абелева група порядку p^n , $n > 0$, G — ненільпотентна група;

7) G' — неабелева силовська підгрупа із G порядку p^3 експоненти p, $p > 3$, G — періодична ненільпотентна група;

8) G' — група кватерніонів, що є силовською 2-підгрупою із G, G — періодична ненільпотентна група;

9) G' містить нескінченну підгрупу Міллера–Морено індексу 1 або 2, G — нерозв'язна група.

Зауважимо, що вивчені В.Т. Нагребецьким групи співпадають із скінченними групами типів 1)–3) **теореми 2.2.1.** У відповідності з будовою комутанту кожна з нільпотентних груп задовольняє одну з умов 1)–5) **теореми 2.2.2.** Класи нільпотентних груп, визначені кожною з цих умов, вивчаються в подальшому в **§§2.3–2.6.**

§2.3 “Групи з циклічним комутантом” присвячений конструктивному опису метагамільтонових груп з циклічним комутантом. Попередньо наводиться твердження 2.3.1, що випливає з результатів О.О. Махньова: скінченні метагамільтонові p-групи з циклічним нецентральним комутантом вичерпуються метациклічними p-групами, у яких $\Phi(G') = Z(G) \cap G'$. **В теоремі 2.3.1** дається повний конструктивний опис всіх метациклічних метагамільтонових груп з виділенням 10 типів таких груп. **В наслідку 2.3.1** вказані конструктивні описи метациклічних метагамільтонових груп: нільпотентних, ненільпотентних, з центральним комутантом, з нецентральним комутантом, скінченних, нескінченних та інших.

В теоремі 2.3.2 дається конструктивний опис всіх метагамільтонових груп з циклічним комутантом.

Теорема 2.3.2. Метагамільтонові групи з циклічним комутантом вичерпуються групами з комутантом порядку 1 або p, p — просте число, і групами виду $G = (A \lambda B) \cdot C$, де $A = \langle a \rangle \cdot \langle b \rangle$, $|a| = p^{\alpha}$, $[\langle a \rangle, \langle b \rangle] = \langle a^{p^k} \rangle$, $0 < k < \alpha$, $|b| \in \{p^{\beta}, \infty\}$, $\beta > 0$, B — скінченна абелева p-група, $C \subset Z(G)$, $C \cap (A \lambda B) = \langle z \rangle$, $z = b^{p^{\beta}}$, $C/\langle z \rangle$ — періодична група, та ізоморфні групі одного із 6 типів теореми.

Наприклад:

3) $A = \langle a \rangle \lambda \langle b \rangle$, $0 < \alpha - k - 1 \leq k$, $\alpha - k \leq \beta$, $p^k > 2$, експонента силовської підгрупи із $C/\langle z \rangle$ не перевищує $p^{2k-\alpha+1}$, $|B| = 1$;

6) $p = 2$, $\alpha = 3$, $\beta > 1$, $a^4 = b^{2^{\beta-1}}$, $b^{-1}ab = a^{-1}$, C не містить інволюцій, $|B| = 1$.

§2.4. "Групи з нециклічним і неелементарним комутантом". В ньому описуються нільпотентні метагамільтонові групи, у яких G' — абелева p-група типу (p^{δ}, p), $\delta > 1$. В твердженні 2.4.1 наводиться опис О.О. Махньова скінченних метагамільтонових p-груп з нецентральним комутантом вказаного типу. **Теорема 2.4.1** дає конструктивний опис довільних як скінченних, так і нескінченних метагамільтонових p-груп з нецентральним комутантом типу (p^{δ}, p), в якому виділено 2 типи груп такого роду, і який суттєво уточнює будову груп із **твердження 2.4.1.**

В лемі 2.4.2 доводиться, що нільпотентні неперіодичні метагамільтонові групи мають скінченний комутант або типу (p^{δ}), або (p, p), тобто групи розглядуваного параграфу періодичні.

Теорема 2.4.2 дає конструктивний опис груп, названих в заголовку, формулюючи його як необхідну умову, хоча справедливе і обернене твердження.

Теорема 2.4.2. Нільпотентні метагамільтонові групи з нециклічним і неелементарним комутантом мають вид $G = (A \lambda \langle x \rangle) \times C$ де $A = \langle a \rangle \cdot \langle b \rangle$, $|a| = p^{\alpha}$, $|b| = p^{\beta}$, $|x| = p^{\gamma}$, $[\langle a \rangle, \langle b \rangle] = \langle a^{p^k} \rangle$, $0 < \alpha - k - 1 \leq k < \alpha - 1$, $p^k > 2$.

$\alpha - k \leq \beta$, $\gamma > 0$, C — періодична група, і є групами одного з 4 типів.

Наприклад:

1) $A = \langle a \rangle \lambda \langle b \rangle$, $\alpha - k < \beta \leq k+1$, $\gamma < \beta + k - \alpha + 2$, $[a, x] = b^{p^{\beta-1}}$, $[b, x] = 1$, $\alpha - k \leq k$, експонента силовської p-підгрупи із C не перевищує $p^{\beta+k-\alpha}$.

В §2.5 **“Нільпотентні групи з елементарним абелевим комутантом порядку p^2”** конструктивно описуються всі названі метагамільтонові групи. В **твердженні 2.5.1** наводиться опис О.О. Махньова скінченних метагамільтонових p-груп з нецентральним комутантом типу (p, p).

Теорема 2.5.1 дає конструктивний опис довільних нільпотентних p-груп з нецентральним комутантом типу (p, p), в якому виділено 5 типів груп такого роду, і суттєво уточнює опис будови груп із **твердження 2.5.1**.

В **лемах 2.5.1–2.5.8** розглядаються окремі випадки досліджуваних p-груп. Неперіодичні групи із заголовка параграфу описані в **лемі 2.5.9**.

Теорема 2.5.2 стверджує, що нільпотентна метагамільтонова група G з абелевим комутантом типу (p, p), p — просте число, має вид $G = F \cdot C$, $C \subset Z(G)$, $F \cap C = \langle z \rangle$, $C / \langle z \rangle$ — періодична група, $F = \langle y \rangle \cdot A \cdot \langle x \rangle$, $A = \langle a, b, c, \rangle$, $|a| = p^\alpha$, $|b| = p^\beta$, $|c| = p^\delta$, $|y| \in \{1, 4\}$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\delta \in \{0, 1\}$, $z = x^{p^\gamma}$, $\gamma > 0$, $|x| \in \{p^\gamma, \infty\}$, $[b, x] = c \in Z(G)$, експонента силовської p-підгрупи із $C / \langle z \rangle$ не перевищує $p^{\beta-1}$, і F — група одного із 12 типів.

Наприклад:

2) $A = \langle a \rangle \lambda \langle b \rangle$, $F = A \lambda \langle x \rangle$, $\gamma = 1$, $\alpha > 1$, $[a, b] = a^{p^{\alpha-1}}$,
$|C| = 1$, $|x| = p^\gamma$, $p > 2$, $|y| = 1$, $[a, x] = b^{p^{\beta-1}}$;

11) $A = \langle a \rangle \times \langle b \rangle$, $p = 2$, $\alpha = \beta = \gamma = 2$, $|y| = 1$, $[a, x] = a^2$, $[b, x] = x^2 = a^2 b^2$, $|x| = 4$.

В §2.6 **“Нільпотентні групи з абелевим комутантом типу (p, p, p)”** конструктивно описуються всі названі метагамільтонові групи. В **твердженні 2.6.1** наводиться опис О.О. Махньова скінченних метагамільтонових p-груп з нецентральним абелевим комутантом типу (p, p, p). В **теоремі 2.6.1** конструктивно описані довільні метагамільтонові p-групи з нецентральним абелевим комутантом типу (p, p, p), в якій виділено 2 типи груп такого роду. В 2 лемах параграфу прояснюється будова досліджуваних груп з центральним комутантом.

Теорема 2.6.2. Нільпотентна метагамільтонова група з абелевим комутантом типу (p, p, p) має вид $G = F \times C$, де $F = \langle a \rangle \cdot ((\langle c \rangle \times \langle b \rangle) \lambda \langle x \rangle)$, $|a| = p^\alpha$, $|b| = p^\beta$, $|x| = p^\gamma$, $|c| = p^\delta$, $\alpha \geq \beta \geq \gamma > 0$, $\delta \in \{0, 1\}$, $\alpha > 1$, $\beta > 1$,

$[a,b] = x^{p^{\gamma-1}}$, $[b,x] = c \in Z(G)$, C — періодична абелева група, експонента силовської p-підгрупи якої не перевищує p^{γ}, і F — група одного з 7 типів.

Наприклад:

2) $\alpha = \beta = 2$, $\gamma = \delta = 1$, p — просте число, більше 3, $[a,x] = b^{fp}$, $0 < f < p$, $c = a^{sp}b^{tp}$, $0 < s < p$, $0 \leq t < p$, $t^2 + 4fs$ — неквадратичний лишок за модулем p;

4) $\alpha - 1 = \beta = \gamma > 1$, $c = a^{sp^{\alpha-1}}$, $0 < s < p$, $[a,x] = b^{fp^{\beta-1}}x^{kp^{\gamma-1}}$, $0 < f < p$, $0 \leq k < p$, при $p = 2$ $s = f = k = 1$, при $p > 2$ $k^2 + 4f$ — неквадратичний лишок за модулем p.

Параграф 2.7 називається “Загальна теорема і наслідки”. В ньому в **теоремі 2.7.1** з використанням теорем попередніх параграфів наводиться опис всіх метагамільтонових груп. З використанням цього опису в **теоремі 2.7.2** конструктивно описані всі метагамільтонові $H(S)$-групи, що є нільпотентними групами. В цій теоремі крім дедекіндових виділяються ще три типи періодичних груп такого роду. Цей опис є важливим інструментом для досліджень подальших глав. Можна вважати, що **теорема 2.7.1** завершує опис розв'язних метагамільтонових груп.

В главі III “Локально ступінчаті групи з нормальними нескінченними неабелевими підгрупами” вивчаються всі нескінченні групи такого роду. За результатами С.М. Чернікова всі такі групи розв'язні, а неметагамільтонові групи такого роду навіть черніковські $\overline{TH}$-групи. Оскільки метагамільтонові групи описані в главі II, то в цій главі описуються тільки розв'язні черніковські $\overline{TH}$-групи.

В §3.1 “Попередні результати” наводиться основний результат С.М. Чернікова і одержуються деякі наслідки, що використовуються в подальшому.

Теорема 3.1.1 встановлює один критерій неметагамільтоновості розширення квазіциклічної групи за допомогою скінченної дедекіндової групи.

§3.2. “Неметагамільтонові локально нільпотентні $\overline{TH}$-групи” присвячений опису вказаних груп. Його **леми 3.2.1** та **3.2.2** описують групи з центральною та нецентральною повною частиною відповідно. В **теоремі 3.2.1** виписано 8 типів примарних неметагамільтонових $\overline{TH}$-груп.

Теорема 3.2.2. *Локально нільпотентні неметагамільтонові $\overline{TH}$-групи є групами виду $G = P \times C$, де P — силовська p-підгрупа із G, що містить повну частину R, p — просте число, C — скінченна дедекіндова група, G — група одного з 8 типів.*

Наприклад:

4) $C' = 1$, $P = (R\lambda\langle a\rangle)\lambda B$, $R \triangleleft G$, R — квазіциклічна 2-група, $|a| = 2^\alpha$, $G' = R \times \langle a^{2^k}\rangle$, $C_G(R) = R \times (\langle a^2\rangle\lambda B)$, $\alpha > k > 1$, $k \geq \alpha - k$, B — скінченна абелева група виду $B = \langle b\rangle \cdot Z$, $|b| = 2^\beta$, $k \geq \beta \geq \alpha - k$, $\exp Z \leq 2^{2k-\alpha+1}$, $[\langle a\rangle, Z] \subset R$, $[a,b] = ca^{2^k}$, $c \in R$;

8) $P = (R \cdot \langle a\rangle) \cdot B$, R — прямий добуток $p-1$ квазіциклічної p-підгрупи, $p > 2$ — просте число, $|a| > p^\alpha$, $R \cap \langle a\rangle = \langle a^{p^\alpha}\rangle$, $G' = R$, $C_G(R) = R \times B$, $C_G(R) \cap \langle a\rangle = \langle a^{p^m}\rangle$, $\alpha \geq m > 0$, $\langle a^{p^{m-1}}\rangle$ індукує на R групу нескінченно незвідних автоморфізмів порядку p, B — скінченна абелева p-група, $[\langle a\rangle, B] \subset R$.

Автоморфізм φ групи G називається *нескінченно незвідним*, якщо в G немає власних нескінченних підгруп, допустимих відносно φ.

§3.3 “Неметагамільтонові не локально нільпотентні $\overline{IH}$-групи” присвячений вивченню вказаних груп. **Леми 3.3.1 та 3.3.2** описують такі групи з центральною та нецентральною повною частиною відповідно. Єдина теорема цього параграфу стверджує:

Теорема 3.3.1. Неметагамільтонові не локально нільпотентні черніковські $\overline{IH}$-групи мають вид $G = F \times A$, де $F = R \cdot D$, $R \cap D \subset \Phi(D)$, $R \triangleleft G$, R розкладається в прямий добуток l квазіциклічних p-груп, p — просте число, $l > 0$, $|D \times A| < \infty$, $A' = 1$, $D = S \cdot \langle a\rangle$, $C_D(R) = S \triangleleft G$, $S \cap \langle a\rangle = \langle a^s\rangle$, для будь-якого цілого k a^k індукує на R тотожний або нескінченно незвідний автоморфізм, $\pi(D) \cap \pi(A) = \emptyset$ і є групами одного із 6 типів.

Наприклад:

1) $F = R\lambda D$, $l = 1$, $p > 2$, D — дедекіндова група, $s > 1$, $p \equiv 1 \pmod{s}$, $p \notin \pi(D)$;

6) $R \subset Z(G)$, $l = 1$, $S = D$ — скінченна ненільпотентна метагамільтонова група, силовська p-підгрупа P якої є неабелевою і має порядок p^3, $D' = P$, $R \cap D = R \cap P \subset \Phi(P)$.

§3.4. “Нескінченні локально ступінчаті групи з нормальними нескінченними неабелевими підгрупами”. В цьому параграфі описані всі локально ступінчаті $H(I\bar{A})$-групи. Ці групи розв'язні і включають нескінченні метагамільтонові групи. Їх опис з урахуванням теорем попередніх параграфів дається в теоремі 3.4.1.

Теорема 3.4.1. Нескінченна локально ступінчата група G з нормальними нескінченними неабелевими підгрупами є розв'язною групою виду $G = F \times A$, де $F = R \cdot D$, R — нормальна в G підгрупа, що розкладається в прямий добуток l квазіциклічних p-груп, $l \geq 0$, p — просте число,

$D = S \cdot \langle a \rangle$, $C_D(R) = S \triangleleft G$, $\langle a \rangle \cap S = \langle a^e \rangle$, для довільного числа k a^k індукує на R тотожний або нескінченно незвідний автоморфізм, $R \cap D = V \subset \Phi(D)$, $|\langle a \rangle \times A| < \infty$, A — дедекіндова група, $\pi(D) \cap \pi(A) = \emptyset$, і G — група одного із 13 типів.

Наприклад:

1) $R = \langle a \rangle = A = 1$, $G = F = S = D$ — нескінченна метагамільтонова група з комутантом порядку p^n, $n > 0$ (**теорема 2.7.1**);

2) R — квазіциклічна група, G/R — скінченна дедекіндова група, G' містить підгрупи порядку pq, q — просте число з множини $\{2, p\}$ (**теорема 1.2.3**);

3) $F = D \times R$, $l = 1$, $A = 1$, $S = D$ — скінченна метагамільтонова група з комутантом порядку p^n, $n > 1$, (**теорема 2.7.1**), при ненільпотентності D $n = 3$, $G'' = D'' \neq 1$, D' — силовська p-підгрупа із D (D — група типу 2) або 3) **теореми 2.2.1**);

13) $F = R \lambda D$, $l = 1$, D — силовська q-підгрупа із G, q — просте число, $|S| = q^m$, $m > 0$, $p \equiv 1 \pmod{q^m}$, $|a| = q^\alpha$, $D' = \langle a^{q^{\alpha-1}} \rangle$, $\alpha > m$, $S = \langle a^{q^m} \rangle \cdot B$, B — майже прямий добуток підгруп $D' \times \langle b_i \rangle$ з об'єднаною підгрупою $D' = B' = \langle a^{q^{\alpha-1}} \rangle \subset Z(G)$, $|b_i| = q^{\beta_i}$, $\alpha - m \geq \beta_i > 0$,

$q^{\alpha - m} > 2$, $i \in I$, $|I| > 1$, $A' = 1$, $G' = R \times \langle a^{q^{\alpha-1}} \rangle$.

В **теоремі 3.4.2** встановлюється, що комутант локально ступінчатої $H(\bar{A})$-групи є скінченною примарною групою порядку p^n, $n > 0$, p — просте число, при $G'' \neq 1$ G' — силовська p-підгрупа із ненільпотентної групи G ізоморфна групі кватерніонів чи групі порядку p^3 експоненти p, $p > 3$.

Нескінченна локально ступінчата $H(I\bar{A})$-група G має періодичний нільпотентний черніковський не більше, ніж біпримарний, комутант G'.

Можна вважати, що **теорема 3.4.1** завершує конструктивний опис локально ступінчатих нескінченних $H(I\bar{A})$-груп.

Глава IV. “Локально розв'язні групи з умовами транзитивності нормальності для неабелевих підгруп” присвячена класифікації названих груп, які виявились розв'язними. В ній за будовою комутанту чи локально нільпотентного корадикалу виділяються класи $ST(\bar{A})$-груп та нескінченних $ST(I\bar{A})$-груп, доступні для подальшого конструктивного опису.

Приклад такого опису дає **§4.3**, в якому описані періодичні $T(\bar{A})$-групи з абелевим локально нільпотентним корадикалом.

§4.1 “Деякі загальні результати”. В цьому параграфі нагадуються означення $T(\bar{A})$-, $t(\bar{A})$-, $T(I\bar{A})$-, $t(I\bar{A})$-груп і наводяться відомі результати інших авторів, що стосуються цих груп.

В лемі 4.1.1 встановлено властивості означених в цьому параграфі груп.

В теоремі 4.1.1 та в наслідку 4.1.1 встановлено, що локально розв'язні $T(\bar{A})$- , $St(\bar{A})$- та нескінченні $T(I\bar{A})$-, $St(I\bar{A})$-групи розв'язні, їх третій комутант має порядок p^δ, $\delta \in \{0,1\}$, а при $\delta = 1$ другий комутант цих груп є періодичною нільпотентною групою. Подальші результати стосуються тільки класів $T(\bar{A})$- та нескінченних $T(I\bar{A})$-груп.

В теоремі 4.1.2 встановлено, що локально нільпотентні $T(\bar{A})$-групи вичерпуються нільпотентними метагамільтоновими групами, а значить мають обмежений клас нільпотентності і скінченний примарний абелевий комутант.

Теорема 4.1.3 встановлює існування першого A та другого B локально нільпотентного корадикалу $ST(\bar{A})$-групи і стверджує, що B — підгрупа скінченної примарної групи Міллера–Морено.

В теоремі 4.1.4 встановлюється, що нескінченні неметагамільтонові локально нільпотентні $T(I\bar{A})$-групи вичерпуються черніковськими неметагамільтоновими $\overline{IH}$-групами (теорема 3.2.2.)

В останній теоремі 4.1.5 цього параграфу встановлюється існування першого A та другого B локально нільпотентних корадикалів нескінченної $T(I\bar{A})$-групи G та їх властивості.

§4.2 "Класифікація $ST(\bar{A})$- та нескінченних $ST(I\bar{A})$-груп" присвячений класифікації локально розв'язних $T(\bar{A})$- та нескінченних $T(I\bar{A})$-груп.

В лемах 4.2.1–4.2.3 встановлюється, що названі групи розв'язні, мають періодичний комутант G'' , їх третій комутант має порядок 1 або p, а в неперіодичних $T(\bar{A})$-групах $G'' = 1$.

В лемі 4.2.4 доведено, що нескінченні локально розв'язні $T(I\bar{A})$- але не $T(\bar{A})$-групи є черніковськими групами.

Класифікація розглядуваних груп дається в теоремах 4.2.1–4.2.3.

Теорема 4.2.1. Локально розв'язні $T(\bar{A})$-групи вичерпуються групами класів:

1) G — розв'язна метагамільтонова група;

2) G — неметагамільтонова $T(\bar{A})$-група з періодичним абелевим комутантом;

3) G — періодична неметагамільтонова $T(\bar{A})$-група з абелевим другим комутантом G'';

4) G — періодична $T(\bar{A})$-група, у якої G'' — скінченна p-група Міллера-Морено, що є силовською p-підгрупою із G', p — просте число.

Теорема 4.2.2. Локально розв'язні не локально нільпотентні $T(\bar{A})$-групи вичерпуються групами класів:

1) G — $T(\bar{A})$-група з неодиничним абелевим локально нільпотентним корадикалом;

2) G — періодична $T(\bar{A})$-група з нільпотентним неабелевим локально нільпотентним корадикалом A, G/A — дедекіндова група;

3) G — періодична $T(\bar{A})$-група з неодиничним абелевим другим локально нільпотентним корадикалом B;

4) G — періодична $T(\bar{A})$-група, другий локально нільпотентний корадикал якої є скінченною p-групою Міллера–Морено, що співпадає з силовською p-підгрупою із G'.

Теорема 4.2.3. Нескінченні локально розв'язні $T(I\bar{A})$-групи розв'язні, мають періодичний комутант і вичерпуються групами типів:

1) G — $ST(\bar{A})$-нескінченна група (**теореми 4.2.1, 4.2.2**);

2) G — нескінченна неметагамільтонова локально нільпотентна черніковська $H(I\bar{A})$-група (**теорема 3.2.2**);

3) G — нескінченна не локально нільпотентна неметагамільтонова черніковська $ST(I\bar{A})$- але не $T(\bar{A})$-група, у якої $|G'''| = p^{\delta}$, $\delta \in \{0, 1\}$, при $\delta = 1$ $G'' = M \cdot C$, де M — скінченна p-група Міллера–Морено, C — локально циклічна q-група, p, q — не обов'язково різні прості числа, $M' \cdot C \subset Z(G')$.

§4.3. "Будова періодичних $T(\bar{A})$-груп з абелевим локально нільпотентним корадикалом". В цьому параграфі в **лемах 4.3.1–4.3.4** встановлюються властивості названих груп. Опис цих груп дається в **теоремі 4.3.1.**

Теорема 4.3.1. Періодичні $T(\bar{A})$-групи з абелевим локально нільпотентним корадикалом мають вид $G = F \times Y$, де $F = H\lambda D$, H — абелева група, що не містить q-підгруп із G ні для одного простого $q \in \pi(G)$, H, D, Y — періодичні групи, $\pi(D) \cap \pi(Y) = \emptyset$, $Y' = 1$, D містить абелеву холловську в G підгрупу V, що співпадає з локально нільпотентним корадикалом групи D, $V \times H = A \triangleleft G$, $[A, D] = A$, $[H, (g)] = H$, $C_H(g) = 1$, $C_D(A) = S \triangleleft G$, де $g \in D \backslash S$ — довільний примарний елемент, підгрупа $C_A(g)$ — квазіцентральна підгрупа із G без інволюцій, і є групами одного з 8 типів.

Наприклад:

1) G — нільпотентна метагамільтонова група (**теорема 2.7.1**), $A = 1$, $S = D$;

2) $D = V\lambda((b) \times X)$, $|b| = q^3$, $p > 0$, q — просте число, $q > 2$, $H\lambda(b)$ — нормальна в G силовська q-підгрупа, що є скінченною групою Міллера–Морено; $[V, (b)] = 1$, $A\lambda X$ — T-група з локально нільпотентним корадика

лом A, $C_X(H) = C_X(A)$ — абелева група;

8) $F = D$, $S \subset D$ — ST-група (**твердження 4.1.1**).

За С. Діксоном підгрупа A групи G називається *квазіцентральною в G*, якщо довільна підгрупа із A нормальна в G.

Як бачимо, типи 2)–7) **теореми 4.3.1** значно розширюють клас груп, що є об'єднанням $ST(\bar{A})$- і розв'язних метагамільтонових груп. Інші класи введених в цій главі груп і виділені в §4.2 ще не описані і є задачами наступних досліджень.

Основні положення дисертації опубліковані у наступних роботах

1. Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н. Строение разрешимых ненильпотентных метагамильтоновых групп // Мат. заметки. — 1983. — 34, N 2. — с. 179–188.

2. Семко Н.Н., Кузенный Н.Ф. Строение метациклических метагамильтоновых групп. — К.:Киев. пед. ин-т, 1983. — 22 С.

3. Семко Н.Н., Кузенный Н.Ф. О строении бесконечных нильпотентных периодических метагамильтоновых групп // Строение групп и их подгрупповая характеризация. — К.: Ин-т математики АН УССР, 1984. — с. 101–111.

4. Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н. Строение разрешимых метагамильтоновых групп // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1985. — N 2. — с. 6–9.

5. Горецкий В.Э., Кузенный Н.Ф. О некоторых центральных расширениях посредством группы кватернионов // Укр. мат. журн. — 1986. — 38, N 2. — с. 220–222.

6. Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н. О строении непериодических метагамильтоновых групп // Изв. вузов. Математика. — 1986. — N 11. — с. 32–40.

7. Кузенный Н.Ф., Субботин И.Я. Группы, в которых все подгруппы пронормальны // Укр. мат. журн. — 1987. — 39, N 3. — с. 325- 329.

8. Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н. Строение периодических метабелевых метагамильтоновых групп с неэлементарным коммутантом // Укр. мат. журн. — 1987. — 39, N 2. — с. 180–185.

9. Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н. Строение периодических метабелевых метагамильтоновых групп с элементарным коммутантом ранга два // Укр. мат. журн. — 1988. — 40, N 6. — с. 743–750.

10. Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С., Семко Н.Н. О группах с инвариантными бесконечными неабелевыми подгруппами // Укр. мат. журн. — 1988. — 40, N 3. — с. 314–322.

11. Субботин И.Я., Кузенный Н.Ф. О группах с условием транзитивности// Исследования групп с ограничением для подгрупп. — К.: Ин-т математики АН УССР, 1988.. — с. 73–80.

12. Кузенный Н.Ф., Субботин И.Я. Новые характеризации локально нильпотентных $\overline{IH}$-групп // Укр. мат. журн. — 1988. — 40, N 3. — с. 322–326.

13. Семко Н.Н., Кузенный Н.Ф. Строение метациклических метагамильтоновых групп // Современный анализ и его приложения — К.: Наук. думка, 1989. — с. 173–183.

14. Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С., Семко Н.Н. Группы с инвариантными бесконечными неабелевыми подгруппами // Методы исследований алгебраических и топологических структур. — К.: Киев. пед. ин-т, 1989. — с. 37–45.

15. Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н. О строении периодических неабелевых метагамильтоновых групп с элементарным коммутантом ранга три // Укр. мат. журн. — 1989. — 41, N 2. — с. 170–176.

16. Кузенный Н.Ф., Субботин И.Я. Локально разрешимые группы с условием транзитивности для бесконечных неабелевых нормальных делителей // Методы исследований алгебраических и топологических структур. — К.: Киев. пед. ин-т, 1989. — с. 45–52.

17. Кузенный Н.Ф., Семко Н.Н. О метагамильтоновых группах с элементарным коммутантом ранга два // Укр. мат. журн. — 1990. — 42, N 2. — с. 168–175.

18. Kuzennyj N.F., Subbotin I.J., Tomanek A. O nektorych rozshireniach kvazicyklickych grup // Prirodne vedy. Matematika. Zbornik pedagogickej fakulty v presove univerzity P.J.Safarika. — Kosice, 1990 — Proc. XXIV, Zvazok 1. — s. 99–125.

19. Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. К вопросу о расщепляемости групп // Комплексный анализ, алгебра и топология. — К.: Ин-т математики АН УССР, 1990. — с. 62-68.

20. Семко Н.Н., Кузенный Н.Ф. Строение нильпотентных непериодических метагамильтоновых групп. — К., 1984. — 25 с. – Деп. в ВИНИТИ, N3208.

21. Семко Н.Н., Кузенный Н.Ф. Строение периодических метабелевых метагамильтоновых групп с неэлементарным коммутантом. — К. 1984. — 16 с. — Деп. в ВИНИТИ, N 6016.

22. Кузенный Н.Ф., Субботин И.Я. О полуабелевых группах. - К: Киев. политехн. ин-т, 1987. — 34 с. — Деп. в УкрНИИНТИ 09.02.87, N 671 — Ук-87.

23. Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С. О расщепляемости групп. — К.: Киев. пед. ин-т, 1990. — 19 с. — Деп. в УкрНИИНТИ 06.06.90, N 936 — Ук — 90.

24. Кузенный Н.Ф., Субботин И.Я. О группах с условием транзитивности для неабелевых делителей // XI Всесоюз. симпоз. по теории групп: Тез. докл. — Свердловск: УрО АН СССР, 1989. — с. 67–68.

25. Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С., Субботин И.Я. Локально разрешимые $T(\bar{A})$-группы // Международная конференция по алгебре (Барнаул, 20–25 авг. 1992 г.): Тез. докл. — Новосибирск: Университетское, 1992. — с. 55.

26. Кузенный Н.Ф., Левищенко С.С., Субботин И.Я. Некоторые результаты описания периодических $T(\bar{A})$-групп с абелевым локально нильпотентным корадикалом // III международная конф. по алгебре памяти М.И. Каргаполова (Красноярск, 23–28 авг. 1993 г.): Тез. докл. — Красноярск: Ин-т математики СО АН СССР , 1993. — с. 189-190.

Кузенный Н.Ф.

Группы с условием транзитивности нормальности для неабелевых подгрупп. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 — алгебра и теория чисел, Украинский государственный педагогический университет им. М.П. Драгоманова, Киев, 1995.

В работе описаны все метагамильтоновые группы, то есть группы, у которых нормальны все неабелевые подгруппы, бесконечные локально ступенчатые группы, у которых нормальны все бесконечные неабелевые подгруппы. Классифицированы локально разрешимые группы, у которых свойство нормальности для неабелевых и бесконечных неабелевых подгрупп есть транзитивным. Дается описание всех метациклических групп. Особенно подробно описаны метациклические p-группы и группы, у которых нормальны все подгруппы, которые не принадлежат некоторой собственной подгруппе всей группы.

Kuzennyj N.F.

Groups with the condition of transitivity of normality for nonabelian subgroups. Dissertation for the Doctor Degree of Physical and Mathematical sciences in speciality 01.01.06 — algebra and number theory, Ukrainian State Pedagogical University named after M.P. Dragomanov, Kiev, 1995.

In the Dissertation there are described metahamiltonian groups, i.e. groups whose all nonabelian subgroups are normal, and infinite local graduated groups whose all infinite nonabelian subgroups are normal. There are classified locally solvable groups whose property of normality for nonabelian and infinite nonabelian subgroups are transitive. The description of metacyclic groups is given. Metacyclic p-groups and groups whose subgroups not belonging to certain own subgroup of the whole group are normal are described thoroughly.

Ключові слова: *метациклічні групи, метагамільтонові групи, транзитивність нормальності, $H(\bar{A})$-групи, $H(I\bar{A})$-групи, $T(\bar{A})$-групи, $T(I\bar{A})$-групи.*

Підп. до друку 21.04.95. Формат 60х84/I6. Папір друк. Офс. друк.
Ум. друк. арк. I,39. Ум. фарбо-відб. I,39. Обл.-вид.арк. 0,8.
Тираж I00 пр. Зам. I78. Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики НАН України
25260I Київ 4, МСП, вул. Терещенківська, 3