МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

имени А.М.ГОРЬКОГО

На правах рукописи

А.П.ВОЙЦЕХОВСКИЙ

СИСТЕМА ИЗУЧЕНИЯ УЗЛОВЫХ ВОПРОСОВ ПРОПЕДЕВТИЧЕСКОГО КУРСА АНАЛИЗА В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

/по специальности №732-методика преподавания математики/

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени кандидата
педагогических наук

Киев-1968

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени А.М.ГОРЬКОГО

На правах рукописи

А.П.ВОЙЦЕХОВСКИЙ

СИСТЕМА ИЗУЧЕНИЯ УЗЛОВЫХ ВОПРОСОВ ПРОПЕДЕВТИЧЕСКОГО КУРСА АНАЛИЗА В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

/по специальности №732-методика преподавания математики/

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени кандидата
педагогических наук

Киев-1968

Работа выполнена на кафедре математики Винницкого государственного педагогического института им.Н.Островского.

Научный руководитель- профессор Н.А.ЧАЙКОВСКИЙ.

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук,
профессор В.Я.СКОРОБОГАТЬКО

Кандидат педагогических наук,доцент З.И.СЛЕПКАНЬ

Высшее учебное заведение,дающее отзыв о диссертации- Ивано-Франковский государственный педагогический институт, кафедра математики.

Автореферат разослан 1969г.

Защита диссертации состоится 196 г. на заседании Ученого Совета Киевского государственного педагогического института им.А.М.Горького/Киев-30,Бульвар Шевченко 22,24/.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь совета

Повышение качества преподавания математики является одной из наиболее важных задач советской школы.Эта задача приобретает особое значение в свете последнего постановления Центрального Комитета КПСС и Совета Министров СССР "О мерах дальнейшего улучшения работы средней общеобразовательной школы" /ноябрь 1966г./,обязывающего повысить уровень учебной и воспитательной работы общеобразовательной школы,привести их в соответствие с возросшими требованиями жизни.

Известно,что повышение качества преподавания математики в школе в значительной степени должно осуществляться при помощи недавно введенных в программу начальных сведений из математического анализа.Однако,как показал опыт,преподавание начал анализа в рамках действующей программы и при помощи существующих пособий еще не обеспечивает надлежащего понимания учащимися основных идей и методов анализа,поэтому актуальными вопросами современной методики являются вопросы дальнейшего усовершенствования методики преподавания этого важного раздела.

Вопросам,которые связаны с преподаванием элементов математического анализа в средней школе,посвящено уже несколько диссертаций.Подробно освещены вопросы истории введения элементов высшей математики в курс средней школы и дан обзор учебно-методической литературы по этим вопросам.Обоснована необходимость введения элементов математического анализа в курс современной средней школы.Сделаны первые попытки разработки методических приемов преподавания начал анализа в школе.В частности, обстоятельно разработаны некоторые вопросы о функции,вопросы методики преподавания пределов/для переменной с непрерывным изменением/,методика введения производной,методика доказательства некоторых теорем о производных,методика геометрической трактовки применений производной к исследованию функций,методика введения интеграла как предела интегральных сумм и некоторые частные вопросы.

Однако немало еще важных вопросов методики преподавания начал анализа,касающихся,главным образом,усовершенствования содержания и разработки наиболее целесообразной системы изложения,остаются нерешенными,тем более в свете новой программы

/1968г/,явно ориентирующей на разработку именно этих методических проблем.Еще слабо разработана методика использования приобретенных учащимися знаний по анализу при изучении смежных дисциплин и во внеклассной работе.Не разработана методика использования простейших понятий и обозначений математической логики и теории множеств при изложении начал анализа,предусмотренных новой программой.

Данная диссертация посвящена разработке системы изучения узловых вопросов пропедевтического курса математического анализа в общеобразовательной школе.

В ней делается попытка разрешить такие задачи:

1.Уточнить объем и усовершенствовать содержание пропедевтического курса математического анализа для современной советской общеобразовательной средней школы.

2.Разработать целесообразную систему изучения его узловых вопросов:функции,предела,производной и интеграла.

3.Предложить систему упражнений,необходимую для основательного усвоения учащимися основных идей и методов анализа.

4.На основе экспериментальной проверки дать научно обоснованные рекомендации к изложению наиболее важных его вопросов.

В основу работы положено изучение литературы по методике преподавания математического анализа в школе и вузе,изучение опыта преподавания элементов анализа в школах,а также многолетний опыт автора в преподавании математического анализа в высшей и средней школе.

Диссертация состоит из введения и пяти глав.

Во введении дано обоснование необходимости изучения данной темы,изложены задачи и методика исследования.

В первой главе сделан обзор и анализ отечественной и некоторой зарубежной учебно-методической литературы по математическому анализу.Этот анализ показал,что содержание пропедевтического курса анализа для современной общеобразовательной школы и методика изложения его узловых вопросов еще надлежащим образом не разработаны.

Тот факт,что действующая программа вернулась к изучению пределов на базе последовательности,мы считаем положительным, ибо в IX классе геометрические и алгебраические приложения пределов требуют именно такого подхода.Кроме того,понятие предела последовательности допускает уже на этом этапе обучения строгое аналитическое оформление,в то время как этого нельзя сказать о понятии предела переменной с непрерывным изменением.

Но,как показал опыт,непосредственное изучение предела последовательности учениками IX класса вызывает у них большие трудности и мало эффективно.

Опыт отечественной средней школы/М.Г.Попруженко,К.Ф.Лебединцев,А.П.Киселев и др./ и высшей школы/М.П.Кравчук,Е.Я.Ремез,А.Я.Хинчин,Г.М.Фихтенгольц,И.Е.Шиманский и др./ показывает,что понятие бесконечно малой позволяет легче сделать первые шаги лицам,начинающим изучать математический анализ,и поэтому это понятие наиболее целесообразно положить в основу школьного учения о пределах.

Проф.Д.Д.Мордухай-Болтовской считал изучение бесконечно малых в школе абсолютно необходимым,если мы хотим,чтобы в элементарную математику вошли не формальные операции,а идеи высшей математики.

Мы также считаем,что пренебрегать понятием бесконечно малой не целесообразно,так как это понятие ценно в историческом аспекте,облегчает усвоение самого понятия предела последовательности,заметно упрощает доказательства основных теорем о пределах и технику отыскания пределов,наконец,такие важные понятия анализа как непрерывность,производная,дифференциал,интеграл также связаны с понятием бесконечно малой и в школе не стоит оставлять это совершенно без внимания.

Известно,что изучение уже производной требует ознакомления учащихся с понятием предела функции непрерывного аргумента,которое с методической точки зрения представляет собой одно из наиболее трудных для усвоения математических понятий.

Цель изучения темы "Предел функции"-рассмотреть такое определение предела,которое кратчайшим и сравнительно доступным для учащихся путем позволило бы распространить на пределы функций все предложения,доказанные ранее для пределов последовательностей,и этим подготовить необходимую почву для введения производной.

Как известно,понятие предела функции можно определить по Коши и по Гейне.Какое из этих определений наиболее целесообразно приспособить к школьному преподаванию еще окончательно не решено.Мы склонны думать,что для этой цели более подходит второе из этих определений.

Опыт отечественной школы и школ ряда зарубежных стран свидетельствует о целесообразности изучения в школе,с чувством меры,понятия непрерывности функции,которое,не будучи труднее понятия предела функции,содействует более глубокому пониманию самого предела и заметно облегчает доказательства многих теорем, делая их наиболее естественными, краткими и общими. На это неоднократно указывал в своих методических статьях академик А.Н.Колмогоров.

Опыт русской дореволюционной школы и современный опыт школ некоторых зарубежных стран/в частности, Румынской Социалистической Республики и Франции/ подтверждают целесообразность того, чтобы в основу применений производной положить теорему Лагранжа, общеобразовательное и практическое значение которой чрезвычайно велико. В некоторой степени подобную мысль высказывали и некоторые наши современные математики и методисты, как например, профессора Я.С.Дубнов и Д.А.Райков.

Мы склонны думать, что задача методистов должна состоять не в стремлении обойти теорему Лагранжа, а в поисках приемлемой методики ее изложения.

Опыт отечественной школы показал, что при первоначальном ознакомлении учащихся с интегралом целесообразно ограничиться освещением его только с одной точки зрения. Но, по нашему мнению, проф. Д.А.Райков правильно считает, что рассматривать в школе определенный интеграл как предел интегральных сумм педагогически нецелесообразно, так как при таком подходе, во-первых, используется более сложное понятие предела, чем то, которым пользовались до этого, а, во-вторых, такой подход фактически необходим только для доказательства интегрируемости того или другого класса функций, что, естественно, выходит за рамки школьной программы. Поэтому мы также склонны думать, что в школе достаточно ограничиться рассмотрением интеграла через первообразную. Именно такая точка зрения отражена в новой программе.

Во второй главе мы пытаемся усовершенствовать систему изучения первооснов анализа в соответствии с данным этапом развития советской общеобразовательной средней школы.

В первом параграфе мы несколько углубляем и приводим в систему пройденный материал о функциях и этим самым готовим базу для исследования функций с помощью производной. Учитывая важность графических навыков при изучении начал анализа, рассматриваем применение простейших преобразований графиков известных функций к построению графиков функций.

Во втором параграфе мы разрабатываем систему изучения пределов в IX классе по следующей методической схеме: бесконечно малая последовательность-предел последовательности-основные теоремы о пределах последовательностей.

Такой подход к изучению пределов в школе мы предпочитаем по следующим соображениям.

Бесконечно малая последовательность является простейшим типом сходящейся последовательности и поэтому учащиеся усваивают это понятие легче, нежели непосредственно понятие предела последовательности. Кроме того, новая школьная программа явно указывает на необходимость рассмотрения этого понятия в школе.

При формировании понятия бесконечно малой существенную роль у нас играет простейшая бесконечно малая $\frac{1}{n}$, призванная служить в сознании учащихся определенным эталоном этого понятия. Рассматривая более сложные бесконечно малые, как например $\frac{1}{2n}$, $\frac{1}{n^2}$, $\frac{1}{5n+2}$, мы простым сравнением их/в общем случае их модулей/ с эталоном убеждаем учеников в том, что и эти последовательности бесконечно малы. Наконец, рассмотрение основных свойств бесконечно малых и их связи с бесконечно большими позволит учащимся свободно обращаться со всеми необходимыми для школьного преподавания бесконечно малыми.

Понятие предела последовательности определяется при помощи бесконечно малой последовательности. Такое определение привлекает своей простотой и имеет ряд преимуществ. Во-первых, оперировать с равенствами легче, чем с неравенствами, да еще с абсолютными величинами/это важно, в частности, при доказательстве основных теорем о пределах, которые издавна входят в программу средней школы/. Во-вторых, свободное владение необходимыми бесконечно малыми позволяет избежать нелегкой на данном этапе отвлекающей работы по данному положительному числу ε отыскивать соответствующий номер N. В-третьих, такое определение понятия предела последовательности превращает его в эффективный рабочий инструмент для учащихся при решении ряда важных вопросов геометрии и алгебры.

Как показал опыт, такой подход к изучению пределов обеспечивает более основательное понимание учащимися учения о пределах последовательностей в целом и этим самым они будут лучше подготовлены к восприятию в дальнейшем более сложного понятия предела функции.

Так как действующая программа по математике не предусматривает изучения теоремы о существовании предела у монотонной ограниченной последовательности, то мы показываем, как в доступной для учащихся форме целесообразно излагать важные геометрические вопросы о длине окружности и площади круга при помощи леммы Гурьева.

Учитывая интересы учеников математических классов, мы, пользуясь десятичной записью действительного числа и понятием бесконечно малой, в доступной форме рассматриваем доказательство теоремы о существовании предела у монотонной ограниченной последовательности, которую обычно используют для доказательства существования длины окружности и площади круга. Отметим, что в этом не будет нужды, если воспользоваться понятием иррационального числа по Е.Я.Ремезу. Методика такого изложения подробно разработана проф.И.Е.Шиманским.

В третьем параграфе мы делаем попытку разработать систему изучения предела функции на основании предела последовательности:

A называют пределом функции $f(x)$ при $x \to a$, если для любой последовательности значений аргумента $x_n \to a$ и $x_n \neq a$ соответствующая последовательность значений функции $f(x_n) \to A$.

Это определение мы предпочитаем по следующим соображениям:

а/оно корректно в научном отношении;

б/сравнительно легче как для запоминания, так и для усвоения/так как не требует введения нового понятия окрестности точки, установления связи между окрестностью и неравенствами, свободного владения неравенствами с модулями/;

в/сравнительно легче для восприятия и с точки зрения анализа мышления учащегося, так как строится на основании закрепления и дальнейшего развития теории пределов для последовательностей, которая уже изучалась учениками;

г/легко иллюстрируется графически/ученики наглядно представляют выделенные последовательности значений аргумента и соответствующие последовательности значений функции, а поэтому нетрудно воспринимается сам факт стремления функции к пределу;

д/объединяет в себе как случаи, когда a и A -числа, так и случаи, когда a и A есть одним из символов $+\infty, -\infty, \infty$;

е/более подходит в школьном преподавании не только для доказательства отсутствия предела, а и для фактического вычисления предела/так как для этой цели подключает всю теорию пределов для последовательностей/;

ж/позволяет корректно, кратчайшим и сравнительно доходчивым для учащихся путем распространить изученные ранее предложения о пределах последовательностей на пределы функций и этим самым подготовить фундамент для введения производной.

Правда, в этом определении трудным для понимания местом является идея "любой последовательности $x_n \to a$", но и в определении предела функции через $\varepsilon - \delta$ фактически фигурирует одна произвольная окрестность, а другая "найдется некоторая", что с логической стороны является более сложным.

Проведенный нами сравнительный метод экспериментального исследования также подтвердил наше мнение.

Предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу устанавливается с использованием геометрического принципа: хорда короче дуги, а дуга короче объемлющей ломаной. Это подводит учащихся к пониманию геометрического смысла результата: отношение длины хорды к длине дуги стремится к единице при стягивании дуги в точку. Само доказательство упрощается и за счет того, что предел $\lim\limits_{x \to 0} \cos x = 1$ устанавливается с использованием неравенства $1 - |\sin x| < \cos x$, равносильного геометрическому утверждению: сторона треугольника больше разности двух других его сторон. Наконец, использование теоремы о пределе промежуточной функции избавляет нас от формальных длинных рассуждений, делая доказательство кратким и доходчивым.

Хотя современная программа не предусматривает ознакомления с понятием асимптоты кривой, мы все же считаем целесообразным, с чувством меры, познакомить учащихся с понятием горизонтальной и вертикальной асимптоты. Эти понятия при корректном изложении обойти нельзя/ведь упомянутые асимптоты имеют графики функций x^{-n}, a^x, $\log_a x$, $tg x$, $ctg x$, $arctg x$, $arcctg x$/. Рассмотрение их проиллюстрирует еще одно существенное применение предела к изучению поведения функции вблизи тех точек, где она неопределена, и при достаточно больших по модулю значениях аргумента. Наконец, доступность этих понятий, как показывает наш эксперимент, не вызывает сомнений.

Понятие непрерывности функции рассматривается как через бесконечно малые приращения, так и в предельной форме. Для более осмысленного понимания этого важного понятия мы частично касаемся его противоположности, т.е. разрыва непрерывности, и простейшим путем показываем, что при известном ограничении рациональные операции над непрерывными функциями приводят снова к непрерывным функциям.

Наконец, пытаемся доходчиво рассмотреть понятие сложной функции и выяснить ее непрерывность, касаемся понятия элементарной функции и обращаем внимание на то, что каждая элементарная функция непрерывна в своей области определения.

В третьей главе делается попытка усовершенствовать методику изучения учения о производной и доступным для учащихся путем обосновать применения производной. В этом же разделе рассматривается ряд вопросов для внеклассной работы по математике, которые заметно обогащают ее содержание.

В первом параграфе сначала рассматривается ряд понятий из смежных наук, точный смысл которых раскрывается при помощи производной. Это помогает учащимся основательнее понять само понятие производной и представить его широкое практическое применение.

Чтобы помочь учащимся до конца понять суть задачи о касательной и упростить решение многих задач на касательную, имеющихся в школьном учебнике, в доступной форме выводится уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке x_0 по значению производной в этой точке $f'(x_0)$.

Так как к этому времени ученики еще не знакомы с принципом математической индукции, то для обоснования формулы производной от степенной функции/с натуральным показателем/ используется формула суммы членов геометрической прогрессии.

Далее пытаемся в доходчивой для учащихся форме рассмотреть правило дифференцирования сложной функции и иллюстрировать его важность не только с точки зрения знакомства с общим методом дифференцирования функций, но из точки зрения упрощения выводов ряда формул.

Во втором параграфе мы, чтобы свести к минимуму число недоказываемых предложений, лежащих в основе применений производной, в доступной для учащихся форме рассматриваем теорему Лагранжа.

Содержание этой теоремы доступно для учащихся, так как она допускает простое геометрическое и механическое истолкование. Общеобразовательное и практическое значение этой теоремы чрезвычайно велико, ибо она наиболее полно раскрывает мощность средств дифференциального исчисления при решении разнообразных математических задач и позволяет избежать ряда искусственных громоздких доказательств.

Суть предлагаемого доказательства теоремы Лагранжа состоит в следующем. Рассматривается простейшая вспомогательная функция

$$F(x)=f(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a),$$

очевидно, имеющая экстремум во внутренней точке отрезка $[a, b]$ /существование наибольшего и наименьшего значений у непрерывной на отрезке функции ранее постулируется/, и к ней применяется необходимый признак существования экстремума.

Далее теорема Лагранжа используется для нахождения интервалов постоянства, возрастания и убывания функции, направления выпуклости кривой, доказательства теоремы о производной сложной функции, оценки точности приближенных вычислений, доказательства неравенств и существования нулей производной.

Исследование функции на экстремум проводится с помощью первой и второй производной.

Рассматривается вопрос об использовании производной в приближенных вычислениях. При этом из определения производной получаем приближенное равенство $f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$ и рассматриваем наиболее употребительные его частные случаи.

В третьем параграфе выводятся формулы для объемов и поверхностей геометрических тел, устанавливается закон движения по заданному закону скорости, находится закон скорости по заданному закону ускорения и на конкретном прямолинейном движении отыскивается закон движения по заданному закону ускорения. Рассмотрение этих вопросов на нужном уровне стало возможным благодаря изучению непрерывности функции и теоремы Лагранжа.

Ценность учебных материалов этого параграфа состоит в том, что ими может воспользоваться учитель уже теперь, когда в школе еще не изучают сведений об интеграле.

Четвертый параграф посвящен вопросам внеклассной работы. Сначала мы рассматриваем применение производной к вычислению конечных сумм одинаковых степеней натуральных чисел, образующих арифметическую прогрессию.

Идея метода, предложенного нами для вычисления сумм вида

$$a^2 + (a+d)^2 + \ldots + [a+(n-1)d]^2, \qquad (1)$$

состоит в следующем. Рассматривается функция

$$F_n(x) = e^{ax} + e^{(a+d)x} + \ldots + e^{[a+(n-1)d]x}.$$

Отсюда

$$e^{(a+nd)x} - e^{ax} = F_n(x)\,(e^{dx} - 1).$$

Дифференцируя это тождество k раз и полагая $x=0$, получаем

$$(a+nd)^k-a^k=\sum_{r=0}^{k-1} C_k^r F_n^{(r)}(0)d^{k-r}, \qquad (2)$$

где $F_n^{(r)}(0)$ равно сумме (1).

Конечно, существуют другие способы/и в том числе элементарные/ установления рекуррентных формул типа (2). Однако этот метод, как нам кажется, представляет для школы несомненный интерес.

Наряду с интуитивным подходом к числу e, рассматриваем кратчайшее, доступное и строгое обоснование существования этого числа. С этой целью рассматривается последовательность

$$x_n=\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n+1}.$$

Учитывая, что

$$\frac{x_{n-1}}{x_n}=\left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n\frac{n}{n+1}>\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n\frac{n}{n+1},\quad n>1$$

и неравенство

$$\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n>1+\frac{1}{n}\ ^{*)},$$

заключаем, что

$$\frac{x_{n-1}}{x_n}>1,$$

т.е. последовательность $\{x_n\}$ убывает. Ее ограниченность снизу очевидна.

Корректно вычисляются первые и вторые производные для логарифмической и показательной функций, тангенса, котангенса, обратных тригонометрических функций и общей степенной функции /что важно для исследования на монотонность этих функций и установления выпуклости их графиков/.

Ряд важных неравенств, позволяющих с наперед заданной точностью вычислять значения синуса, косинуса и любых радикалов, доказываются совершенно элементарно использованием монотонности разностей функции и соответствующих многочленов, пред-

---

*) Неравенство $(1+d)^n>1+nd,\ d>0,\ n>1$ непосредственно следует из формулы суммы геометрической прогрессии $\frac{q^n-1}{q-1}=1+q+q^2+\ldots+q^{n-1}$ при $q>1$, если в правой части q заменить на 1.

ставляющих на самом деле отрезки ряда Тейлора этих функций.

Рассматриваем простейшие дифференциальные уравнения/в том числе уравнения, предусмотренные новой программой/:

$$y'=ax,\quad yy'=ax,\quad y'=ay,\quad y'x=ay,\quad y''+k^2y=0.$$

Решение их проводится лишь на основании полученных знаний о производной. Это позволит познакомить учащихся с интересными и важными приложениями анализа к геометрии, физике и технике.

Наконец, рассматриваются некоторые простые, но важные алгебраические применения анализа/доказательство существования действительного корня некоторых типов уравнений и приближенное вычисление его, выделение кратных корней алгебраического уравнения и установление числа действительных корней любого уравнения/.

Все это убедит учащихся в том, что они располагают весьма эффективным общим методом решения разнообразных математических задач.

В четвертой главе мы ограничиваемся рассмотрением понятия интеграла как приращения первообразной на отрезке интегрирования и только с этой единственной точки зрения разрабатываем методику преподавания его важнейших приложений.

В первом параграфе на конкретном примере параболического сегмента мы знакомим учащихся с различными подходами к задаче о площади криволинейной трапеции. Рассматриваем понятие первообразной функции и неопределенного интеграла, некоторые простейшие формулы и свойства интегралов, интуитивно доказываем существование первообразной для непрерывной функции. Вводим вышеупомянутое определение интеграла и рассматриваем простейшие его свойства.

Во втором параграфе мы рассматриваем вычисление площадей плоских фигур, объемов геометрических тел, работы переменной силы, давления жидкости и массы стержня. При этом применения интеграла базируются на том, что площадь криволинейной трапеции, которая рассматривается как функция абсциссы крайней ординаты, есть первообразная этой ординаты. Объем тела-первообразная площади его поперечного сечения. Работа-первообразная силы, которая ее выполняет. Давление жидкости-первообразная произведения ширины вертикальной пластины на глубину ее погружения. Масса стержня-первообразная его плотности.

В пятой главе рассматривается организация и постановка эксперимента, а также выводы, к которым пришел автор в результате эксперимента.

В первом параграфе выясняется цель и задача эксперимента, его содержание, методика проведения и результаты.

Во втором параграфе описывается личный опыт программированной проверки знаний учащихся по школьным темам анализа.

В третьем параграфе анализируются типичные ошибки и затруднения, которые естественно возникают при изучении начал анализа в общеобразовательной школе.

Опыт преподавания начал анализа в школе изучался нами в течение последних тринадцати лет.

По составленному автором плану в 1956-57 уч.году был проведен предварительный эксперимент в школе №25 г.Винницы. Автор лично проводил внеклассную работу по математике с целью обучения учащихся элементам дифференциального исчисления.

Следующий эксперимент проводился в 1959-60 уч.году, как автором, так и по его поручению многими учителями школ г. Винницы и области, с целью апробации написанного автором пособия по преподаванию элементов математического анализа.

Основной эксперимент проводился в 1965-66 учебном году, когда впервые начала анализа изучались во всех общеобразовательных школах нашей страны. Автор проводил уроки в X-XI классах Винницкой школы №8, а учителя математики этой школы систематически посещали эти уроки и затем обсуждали на заседаниях предметной комиссии.

Параллельно с автором, по его плану и под его руководством, аналогичные уроки проводили учителя той же школы и других школ.

В течение 1965-66 уч.года автор руководил постоянно действующим семинаром учителей математики школ г.Винницы, который был организован областным Институтом усовершенствования квалификации учителей. На этом семинаре, в частности, обсуждались различные методические пути изложения наиболее важных вопросов анализа, которые затем апробировались учителями в своих школах и результаты этих апробаций обсуждались на очередном заседании семинара. Это позволяло отобрать наиболее совершенные методические схемы и побуждало нас к дальнейшей их разработке.

Мы стремились не столько обучить дифференцированию и интегрированию функций, сколько показать математический анализ в обучении, чтобы такие предметы как геометрия, алгебра, физика получили от него весомую пользу. Такой подход побуждает учащихся лучше прочувствовать необходимость мобилизации своих усилий на усвоение его основных идей и методов.

В процессе проведения эксперимента одни методические положения пришлось уточнить, другие совсем отбросить.

В целом результаты эксперимента показали, что изучение узловых вопросов анализа по разработанной автором системе и методике оправдывает себя и что такое изучение может быть успешно реализовано в общеобразовательной школе.

Автор пришел также к выводу, что некоторое расширение программы начал анализа за счет установления связи между отдельными ее вопросами не ведет к перегрузке программы, а лишь приводит ее в надлежащий порядок и делает более содержательными ее разделы. Важно, что эту расширенную программу можно изучать уже в рамках отведенного действующей программой времени, если геометрические приложения производной изучать за счет часов, предусмотренных на изучение в геометрии объемов, часть предложений рассматривать в виде задач, а часть-за счет сокращения времени, отведенного для проверки знаний учащихся/что вполне осуществимо с помощью программированной проверки знаний/.

Хотя объем, содержание, структура, глубина и методика изложения школьного пропедевтического курса анализа были предметом исследования автора еще задолго до появления новой программы по математике для общеобразовательной школы, однако разработанная в диссертации система изучения узловых вопросов анализа в основном соответствует духу этой программы и, как нам кажется, содержит ряд конструктивных рекомендаций как относительно фактической реализации новой программы, так и ее дальнейшего усовершенствования.

По нашему мнению, предлагаемая методика изложения ряда вопросов будет полезной и для математических классов, школ физико-математического направления и для проведения факультативных занятий, узаконенных последним постановлением Партии и Правительства о дальнейшем развитии общеобразовательной школы.

Автор надеется, что выполненная им работа окажет определенную помощь учителям математики в борьбе за прочные, осмысленные и действенные знания учащихся и этим самым поможет в осуществлении задач, поставленных перед школой историческими решениями XXIII съезда КПСС.

Материалы диссертации обсуждались на семинаре руководителей школьных методических объединений районов Винницкой области, на августовских и январских конференциях учителей/1965-

-1968/,на отчетных научных сессиях кафедр Винницкого пединститута,на заседаниях математических кафедр этого же института, на Республиканской конференции по вопросам программированного обучения в школах и педагогических учебных заведениях/24-27 мая 1967г.,г.Одесса/,на Республиканском научно-методическом семинаре/29 мая 1968г.,г.Киев/.

Список опубликованных работ,имеющих отношение к содержанию диссертации

1.Елементи математичного аналізу в загальноосвітній школі,Наукові записки Вінницького педінституту,т.15,1958,1-188.

2.Вступ до математичного аналізу/збірник задач і вправ з розв"язуваннями/,Вінницький педінститут,1960,1-56.

3.Математичний аналіз і теорія функцій,Методичний посібник для підготовки до державних екзаменів студентів-заочників фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів, "Радянська школа",К.,1965,1-88.

4.Посібник з математичного аналізу для педвузів,ж. "Радянська школа",К.,1967,№3,107-108/совм.с Б.Н.Белым,И.Я.Винером и П.Н.Глушковым/.

5.До методики викладання вузлових питань аналізу в загальноосвітній школі,Республіканський науково-методичний збірник "Методика викладання математики",4,"Радянська школа", К.,1968,109-118.

6.Вступ до математичного аналізу,Посібник для студентів-заочників фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів,"Радянська школа",К.,1968,1-92.

7.Об использовании дифференцирования к нахождению некоторых конечных сумм,ж."Математика в школе",М.,1968,№2,84-87 /совм.с И.Я.Винером/.

Находятся в печати:

1.До методики викладання границь в IX класі,Республіканський науково-методичний збірник "Методика викладання математики",5,"Радянська школа",К.,1969.

2.Математичний аналіз,ч.І,Контрольні роботи та методичні вказівки до їх виконання для студентів-заочників І і ІІ курсів фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів,"Радянська школа",К.,1969.

3.Математичний аналіз,ч.ІІІ,Контрольні роботи та методичні вказівки до їх виконання для студентів-заочників ІІІ-ІУ курсів фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів,"Радянська школа",К.,1969/совм.с П.Н.Глушковым/.

БЮ 01002 28.12.68 1усл.п.л. Зак.266 т.150

Ротапринт Винницкого пединститута