

Методика організації дослідження геометричної ситуації за допомогою ППЗ GRAN 2D

Особливістю розвитку суспільства на сучасному етапі є активне проникнення інформаційно-комунікаційних технологій у всі сфери людської діяльності, у тому числі і в сферу освіти. Так, у національній доктрині розвитку освіти підкреслюється, що «пріоритетом розвитку освіти є впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, що забезпечують подальше вдосконалення навчально-виховного процесу, доступність та ефективність освіти, підготовку молодого покоління до життєдіяльності в інформаційному суспільстві» [1, 39]. Такі тенденції потребують переосмислення та оновлення традиційних методик навчання предметів неінформатичного циклу. Сучасна методика навчання математики зокрема геометрії, також повинна забезпечувати особистісну орієнтацію, сприяти розвитку таких особистісних якостей дитини, як здатність аналізувати вже відомі і генерувати нові ідеї, опрацьовувати і використовувати різні джерела знань, творчо підходити до вирішення різноманітних проблем, виносити власні судження і приймати складні оцінювальні рішення, адаптуватися до швидкоплинних змін. Це потребує пошуків нових підходів до організації і управління навчальною діяльністю учнів, залучення їх до дослідницької діяльності щодо вивчення різноманітних моделей реальних об'єктів. Отже, сьогодні існує потреба у розробці і впровадженні в освітню, у тому числі і шкільну, практику ефективних особистісно орієнтованих методик навчання математики, геометрії зокрема, в яких би ефективно, педагогічно доцільно і виважено використовувалися сучасні інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ).

Впровадження ІКТ у шкільну практику потребує створення спеціального програмного забезпечення, серед якого особливе місце посідають математичні пакети GRAN та DG, розроблені в Україні (розробники – група вчених під керівництвом професора М.І.Жалдака та група вчених під керівництвом професора С.А.Ракова). Використання цих педагогічних програмних засобів забезпечує ефективне створення та дослідження математичних моделей об'єктів вивчення, причому не тільки навчального призначення. При цьому, використання дослідницького підходу, наприклад, при вивченні систематичного курсу геометрії, надає процесу навчання особистісно орієнтованого спрямування і створює умови для формування в учнів навичок самостійної творчої навчальної діяльності.

Треба відзначити, що в Україні ведуться інтенсивні пошуки технологій навчання математики з комп'ютерною підтримкою, орієнтованих на розвиток особистості дитини, серед яких зупинимося на тих, які стосуються методики навчання геометрії. Це праці М.І.Жалдака [2], С.А.Ракова [3], Ю.В.Горошка [4], Т.Г.Крамаренко [5], А.О.Костюченко [6], С.Є.Яценко [7], М.Б.Ковальчук [8] та інших. У даних роботах розглядаються як окремі аспекти застосування пакетів динамічної геометрії GRAN 2D та DG у методиці навчання планіметрії, так і концептуальні положення, на яких може базуватися особистісно орієнтована методика навчання геометрії з комп'ютерним супроводом, теоретично обґрунтовуються і експериментально підтверджуються доцільність і ефективність організації дослідницької діяльності учнів та проведення ними комп'ютерних експериментів у динамічному середовищі ППЗ GRAN 2D, DG, розглядаються окремі елементи методики проведення уроків математики (зокрема геометрії) з комп'ютерною підтримкою, а також інші питання.

Водночас методика навчання геометрії з використанням пакетів динамічної геометрії ще не досить глибоко розроблена і усталена. Так в роботі [9] піднімаються окремі питання організації і проведення навчальних досліджень геометричної ситуації, описаної у певній традиційно сформульованій задачі із курсу планіметрії, із застосуванням ППЗ GRAN 2D або DG. Проте дане питання ще потребує подальшого свого дослідження.

У даній статті описаний авторський погляд на методику організації і проведення навчального дослідження за допомогою ППЗ GRAN 2D геометричної ситуації, заданої у традиційно сформульованій планіметричній задачі.

Як відомо, основним структурним компонентом навчальної діяльності є навчальна задача. «Навчальна задача, з постановки якої починає розгортатися навчальна діяльність, спрямована на аналіз школярем умови походження теоретичних понять та на оволодіння відповідними узагальненими способами дій» [10, 249]. З іншого боку, шкільні задачі за своєю природою не відрізняються від тих, з якими може стикатися дитина у повсякденному житті. Проаналізувати ситуацію, уявити її собі, працювати з цим уявленням, щоб з'ясувати її, почати з початку у випадку потреби – це фундаментальний психологічний процес самого життя, а не школи. Тому ці уміння дуже важливі не тільки для процесу учіння, але й для адаптації дитини у навколишньому середовищі.

Якщо звернутися до геометрії, то кожна геометрична задача містить у собі опис певної геометричної ситуації (певних об'єктів, їх комбінацій, властивостей тощо), яку необхідно вміти розпізнавати і задіювати у подальшому її аналізові. Традиційно у школі геометричні задачі подаються у вигляді вербально сформульованого тексту, за яким учень повинен створити в уяві образ геометричної ситуації, описаної в задачі. Проте це дуже непросте справа. Особливі труднощі така діяльність викликає у школярів на початку вивчення систематичного курсу геометрії (сьомий клас). Загальновідомо також, що курс геометрії 7–9 має напіваксіоматичну побудову і його вивчення потребує активного залучення понятійних і логічних форм мислення. Тому у процесі навчання

традиційно приділяється більше уваги розвитку теоретичного мислення підлітків, що теж викликає значні труднощі в учнів сьомого класу.

Використання у навчальному процесі, наприклад, ППЗ GRAN 2D, допомагає досліджувати конструктивно-технічні властивості геометричної ситуації, описаної в задачі, на цій підставі створювати одиничні і узагальнені образи геометричних об'єктів та активно оперувати цими образами. Діяльність, яку можна організувати за допомогою засобів динамічної геометрії, спирається не тільки на понятійну, а й на образну складову мислення школярів. Такий підхід до організації навчання є більш гуманним (у порівнянні з традиційним), бо у підлітковому віці, як відомо, більш розвиненими є образні компоненти мислення, а понятійні тільки починають закладатися.

Покажемо, яким чином можна організувати навчальну діяльність учнів, спрямовану на дослідження властивостей геометричної ситуації, описаної у традиційно сформульованій задачі, та виділимо вміння, на розвиток яких спрямована дана діяльність. Для прикладу візьмемо задачу з теми «Трикутник». Вивчення цієї вкрай важливої для розуміння геометрії теми починається на початку сьомого класу, коли учні ще не мають достатнього обсягу знань і вмінь розв'язувати геометричні задачі. Традиційне формулювання умови має вигляд:

Завдання 1. *Зовні квадрата $EDCF$ взято точки G та H так, що трикутники DGC та CHF правильні. Довести: трикутник EGH правильний [11, 5].*

Дане завдання досвідчений вчитель візьме на етапі систематизації і узагальнення знань з теми «Трикутник», бо у задачі розглянуто комбінацію квадрата і правильних трикутників, а отже, будуть повторені властивості цих фігур. Головною ідеєю доведення є використання ознак рівності трикутників, а отже буде повторено важливий метод доведення.

Зазвичай процес розв'язування подібної задачі зосереджується на пошуку способів її розв'язування. Наведену задачу можна віднести до середнього рівня складності, бо в ній розглядається комбінація кількох фігур – квадрата та двох правильних трикутників. Тому малюнок буде відігравати роль графічної опори, аналіз якої може навести на правильний хід міркувань. Перш ніж побудувати таку модель, вчитель разом з учнями працює над текстом завдання, виділяючи умову і вимогу. Доцільні такі запитання: *Які фігури задані в задачі? Яке взаємне розташування цих фігур? Які властивості ці фігури мають? Що треба довести?* і т. п. У результаті обговорення такого роду питань, появиться графічна опора – модель до задачі 1, наприклад, як показано на рис. 1, а-б. Якщо тепер з'єднати точки E , G , H відрізками, то отримається шуканий трикутник EGH (рис. 1, в).

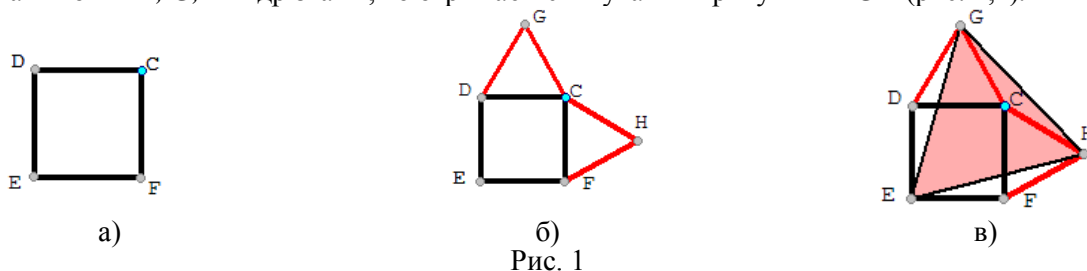


Рис. 1

Щоб довести, що трикутник EGH правильний, вчитель пропонує знайти на рис. 1, в рівні трикутники. Учні можуть припустити, що це трикутники EDG , GCH , EHF . Для доведення висунутої гіпотези учні пригадують ознаки рівності трикутників. Доцільно розглянути дві пари трикутників EDG і GCH , EDG і EHF та довести їх рівність.

I. $\triangle EDG$ та $\triangle GCH$:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \ ED = DC = CF = EF \text{ (як сторони квадрата);} \\ \quad DC = DG = GC \text{ (як сторони правильного трикутника);} \\ \quad CF = CH = FH \text{ (як сторони правильного трикутника);} \end{array} \right\} \Rightarrow ED = CH = DG = CG;$$

$$2) \ \angle EDG = \angle EDC + \angle CDG = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ;$$

$$3) \ \angle GCH = 360^\circ - (\angle GCD + \angle DCF + \angle FCH) = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 60^\circ) = 150^\circ;$$

$$\left. \begin{array}{l} 4) \ \angle EDG = 150^\circ; \\ \quad \angle GCH = 150^\circ; \end{array} \right\} \Rightarrow \angle EDG = \angle GCH;$$

$$\left. \begin{array}{l} 5) \ ED = CH; \\ \quad DG = GC; \\ \quad \angle EDG = \angle GCH; \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle EDG = \triangle GCH.$$

II. $\triangle EDG$ та $\triangle EHF$:

$$6) \ DE = EF \text{ (за першим);}$$

$$7) \ \angle EFH = \angle EFG + \angle CFH = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ;$$

$$\left. \begin{array}{l} 8) \angle EDG = 150^{\circ}; \\ \angle EFH = 150^{\circ}; \\ DE = EF; \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta EDG = \Delta EHF;$$

$$\left. \begin{array}{l} 9) \Delta EDG = \Delta GCH; \\ \Delta EDG = \Delta EHF; \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta EDG = \Delta GCH = \Delta EHF \Rightarrow EG = GH = EF \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta EGH - \text{правильний.}$$

Як можна побачити на даному прикладі, традиційне розв'язування геометричних задач спрямоване переважно на оперування поняттями (у розглядуваному випадку це оперування поняттями квадрата та правильного трикутника) і побудову логічних міркувань (виведення ознаки рівності пар трикутників ΔEDG і ΔGCH та ΔEDG і ΔEHF за двома сторонами і кутом між ними). При цьому недостатньо уваги приділяється роботі (навіть колективній, а що там вже казати про організацію вчителем власної навчальної діяльності учнів!) на *дослідження геометричної ситуації*, описаної в умові задачі. Бо розглянуто тільки окремі питання (приклади яких наводилися раніше), що стосуються умови задачі. Працюючи над такими питаннями разом з вчителем, кожен учень окремо повинен створити у власній уяві образи геометричних об'єктів, що розглядаються, та зв'язати їх з власним суб'єктивним досвідом. Проте зовсім незрозуміло, які саме образи геометричних об'єктів створюють школярі в своїй уяві, чи пов'язані ці образи із властивостями, які притаманні цим об'єктам і т. ін.

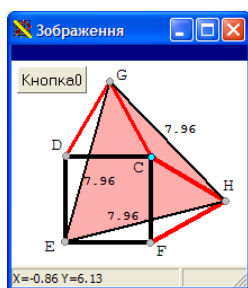
Підкреслимо також, що однією з актуальних проблем навчання геометрії є саме невміння учнів працювати з умовою задачі. Більшість вчителів констатують, що зазвичай учні, особливо на початку вивчення систематичного курсу геометрії, сприймають завдання як суцільний, а іноді і розмитий для розуміння текст. Це означає, що учні не «бачать» за словами геометричну ситуацію, а відтак, не вміють відокремлювати умову від вимоги, головне від другорядного, знаходити «приховані» властивості об'єктів, описаних в завданні тощо. Тобто в учнів несформовані вміння як охоплювати геометричну ситуацію, описану в конкретній задачі, в цілому, так і диференціювати, структурувати її. З точки зору психології це означає, що дитина не вміє створювати в своїй уяві образи, адекватні об'єкту вивчення та у подальшому оперувати ними. Це є одним із факторів, який негативно впливає на весь процес розуміння підлітками геометричних залежностей і закономірностей, створює додаткові проблеми при побудові учнями самих дедуктивних міркувань та гальмує процес вивчення ними абстрактних геометричних понять. Те, що незрозуміле, стає для дитини нецікавим, а отже, знижується мотивація учіння, а відтак і інтерес до вивчення геометрії.

Тому одним з перших кроків на шляху до розуміння сутності задачі та її подальшого успішного розв'язування, є вміння створювати в уяві правильні образи геометричної ситуації, описаної в завданні, на що і спрямоване застосування у навчальному процесі ППЗ GRAN 2D. Організуючи власну діяльність учнів, спрямовану на дослідження властивостей динамічної моделі, яка відповідає, наприклад, умові задачі 1, змінюючи деякі параметри цієї моделі, учні з'ясовують, які саме конструктивно-технічні особливості притаманні описаній у задачі геометричній ситуації, а які ні. При цьому задіюється образне мислення і його складова – просторове мислення дитини. Під терміном «просторове мислення», за І.С.Якиманською, розуміємо достатньо складний процес, куди включені не тільки *логічні операції*, а й багато *перцептивних дій*, а саме: *розпізнавання об'єктів, створення на цій основі адекватних образів і оперування ними у процесі розв'язування задач* [10, 21].

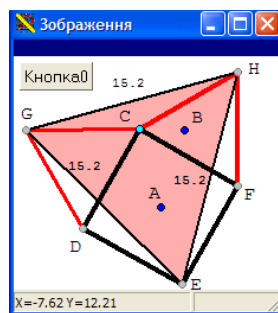
Наведемо тепер приклад того, як можна організувати власну діяльність учнів, спрямовану на дослідження геометричної ситуації, описаної у задачі 1. При цьому буде задіяна як образна, так і понятійна складова підліткового мислення. Для цього переформулюємо умову задачі, створивши таку особистісно орієнтовану педагогічну ситуацію, звернуту до учня.

Завдання 2. *Зовні квадрата $EBCF$ взято точки G та H так, що трикутники DGC і CHF правильні. За допомогою ППЗ GRAN 2D з'ясувати, якого виду буде трикутник EGH , отримане твердження довести (рис. 3).*

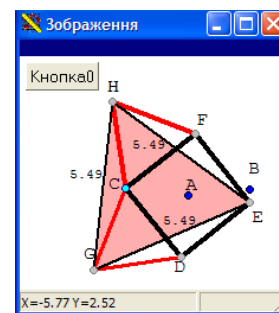
Для дослідження поставленої проблеми вчитель пропонує учням розглянути динамічну модель, яка для економії навчального часу заздалегідь побудована ним у середовищі ППЗ GRAN 2D (рис. 3). Щоб з'ясувати вид трикутника EGH на зазначеній моделі, учні можуть за допомогою інструментів ППЗ виміряти довжини сторін трикутника EGH , приміром, як показано на рис. 3,а, та *зробити попереднє припущення, що трикутник EGH – правильний (1)*.



а)



б)



в)

Рис. 3

Щоб дослідити, чи не зміняться властивості трикутника EGH , якщо змінювати лінійні розміри або розташування самої моделі (рис. 3,б-в), учні за допомогою рухомих точок A і B динамічної моделі починають змінювати розташування та лінійні розміри квадрата $EDCF$. При цьому кожного разу школярі можуть побачити, що трикутник EGH залишається *правильним*.

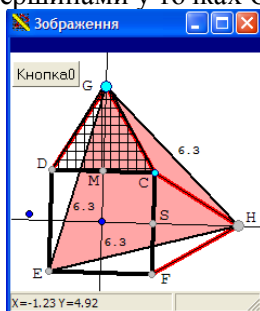
У результаті проведених власних досліджень учні можуть самостійно сформулювати остаточну гіпотезу: якщо зовні квадрата $EDCF$ взято точки G та H так, що трикутники DGC і CHF правильні, то отриманий у результаті побудов трикутник EGH буде правильним (1).

Перш ніж надати можливість школярам довести гіпотезу, що виникла, корисно запропонувати ще поміркувати над такою проблемою. У завданні 2 описана не просто умова геометричної задачі, а ціла геометрична ситуація: задіяна комбінація квадрата і двох правильних трикутників. Доцільно поставити низку цікавих запитань. Чи буде трикутник EGH правильним, якщо: 1) на сторонах квадрата побудувати не правильні трикутники, а рівнобедрені? 2) вершини G і H правильних трикутників DGC і CHF взяти всередині, а не зовні площини квадрата $EDCF$? 3) правильні трикутники DGC і CHF побудувати на сторонах прямокутника, а не на сторонах квадрата? Перед з'ясуванням поставлених питань, без опори на малюнки або моделі до задачі корисно запропонувати учням висунути *оцінювальні судження* щодо кожної поставленої проблеми.

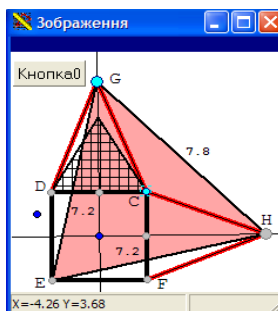
Далі вчитель пропонує учням розглянути наступну особистісно орієнтовану педагогічну ситуацію та дослідити її за допомогою динамічної моделі (мал. 4).

Завдання 3. За допомогою ППЗ GRAN 2D з'ясувати, чи буде трикутник EGH правильним, якщо за тих самих умов, як у завданні 2, на сторонах квадрата зовні його побудувати не правильні трикутники, а рівнобедрені із основою відповідно DC та CF (мал. 4)?

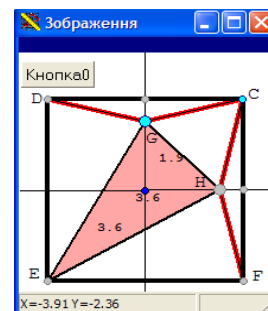
Вчитель заздалегідь підготовлює таку динамічну модель (рис. 4,а), у якій за допомогою інструментів ППЗ на сторонах квадрата $EDCF$ побудовані рівнобедрені «рухомі» трикутники DGC і CHF з вершинами у точках G і H .



а)



б)



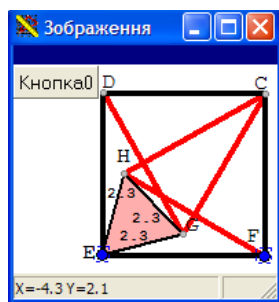
в)

Рис. 4

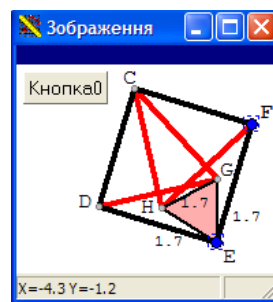
Корисно запропонувати учням розпочати дане дослідження з випадку, коли трикутники DGC і CHF є правильними (рис. 4,а). Для більшого унаочнення правильний трикутник DGC виділено штриховкою «у клітинку». Учні починають власноруч змінювати положення вершини G (рис. 4,б) і можуть самостійно висунути гіпотезу, що шуканий трикутник EGH буде *рівнобедреним*. Переміщення точки G дозволяє учням дослідити модель до задачі і у випадку, коли трикутники DGC і CHF побудовані не тільки зовні квадрата, а й у його середині (рис. 4,в). Учні можуть побачити, що шуканий трикутник EGH теж буде *рівнобедреним*.

Отже, учні можуть зробити припущення, що *вид трикутників DGC і CHF , побудованих на сторонах квадрата $EDCF$, впливає на конструктивно-технічні властивості геометричної ситуації, описаної у завданні 2*. Корисно також запропонувати учням порівняти попередні оцінки, висунуті ними ще до проведення комп'ютерного експерименту, з отриманими результатами.

Щоб дослідити наступне питання: Чи буде трикутник EGH правильним, якщо вершини G і H правильних трикутників DGC і CHF взято у внутрішній області, а не зовні квадрата $EDCF$, учні починають працювати з наступною моделлю (рис. 5).



а)

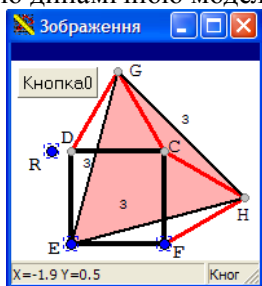


б)

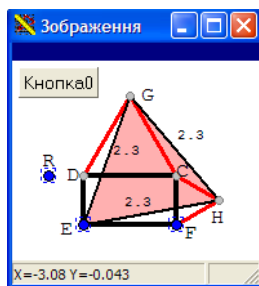
Рис. 5

Змінюючи положення квадрата $EDCF$ та його лінійні розміри (рис. 5,а-б), вимірявши за допомогою інструментів ППЗ GRAN 2D довжини сторін трикутника EGH , учні можуть побачити, що трикутник EGH залишається **правильним**, отже, вони самостійно можуть висунути гіпотезу, що **правильні трикутники DGC і CHF можна побудувати як зовні квадрата, так і всередині, при цьому конструктивно-технічні особливості геометричної ситуації, описаної у завданні 2, не змінюються**. І знов, корисно запропонувати школярам порівняти одержані у ході комп'ютерного експерименту результати з власними попередніми оцінками.

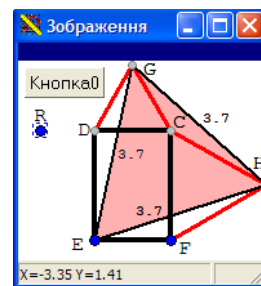
Для дослідження наступного питання: *Чи буде трикутник EGH правильним, якщо правильні трикутники DGC і CHF побудувати на сторонах прямокутника?* учні починають працювати з наступною динамічною моделлю (рис. 6).



а)



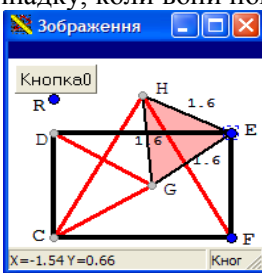
б)



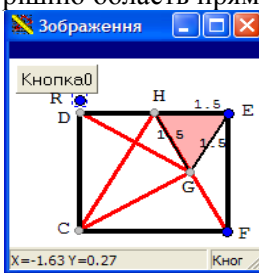
в)

Рис. 6

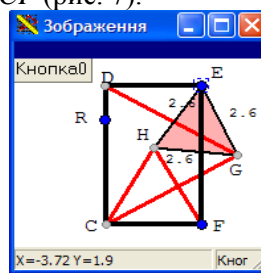
Модель (див. рис. 6) побудована вчителем заздалегідь так, що у ній за допомогою рухомих точок R, E, F можна змінюватися від чотирикутника $EDCF$ від квадрата до прямокутника, при цьому трикутники DGC і CGF залишаються правильними. Працюючи у динамічному середовищі ППЗ GRAN 2D, та власноруч змінюючи вид чотирикутника $EDCF$, наприклад, як показано на рис. 6,а – це квадрат, на рис. 6,б-в – це вже прямокутники, учні можуть пересвідчитися, що трикутник EGH залишається **правильним**. Дана динамічна модель дозволяє учням досліджувати вид трикутника EGH не тільки тоді, коли трикутники DGC і CGF побудовані зовні рухомого прямокутника $EDCF$ (рис. 6), але й у випадку, коли вони попадають у внутрішню область прямокутника $EDCF$ (рис. 7).



а)



б)

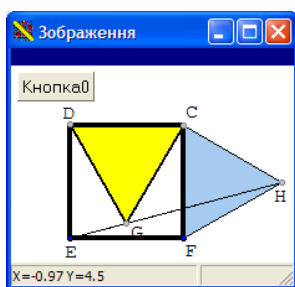


в)

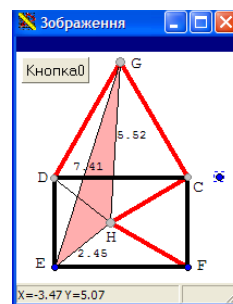
Рис. 7

Працюючи у динамічному середовищі ППЗ, учні можуть власноруч переконатися, що, коли правильні трикутники DGC і CGF побудовано на сторонах прямокутника $EDCF$ так, що вони попадають у внутрішню область зазначеного прямокутника, то трикутник EGH залишається **правильним**. Отже, **правильні трикутники можуть бути побудовані як зовні, так і у внутрішній області прямокутника, і це не впливає на конструктивно-технічні властивості геометричної ситуації, описаної у завданні 2**. Знову корисно запропонувати учням порівняти отриманий результат з власними попередніми оцінками.

Для більшої повноти розгляду конструктивно-технічних властивостей геометричної ситуації, описаної у завданні 2, доцільно розглянути ще й такі випадки: *правильні трикутники побудовані на сторонах квадрата та один з них, наприклад, трикутник CHF , побудований зовні квадрата $EDCF$, а інший трикутник DGC – у внутрішній області квадрата $EDCF$ (рис. 8,а); аналогічну ситуацію можна розглянути для випадку, коли правильні трикутники побудовані на сторонах прямокутника (рис. 8,б).*



а)



б)

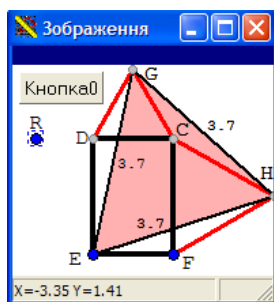
Рис. 8

Проводячи власноруч експеримент, учні можуть пересвідчитися, що у випадку, зображеному на рис. 8,а, трикутник EGF вироджується у відрізок, а у випадку, зображеному на рис. 8,б – трикутник EGF стає довільним. Тобто, якщо вершини правильних трикутників, побудованих на суміжних сторонах квадрата (прямокутника) розташовані так, що одна з них знаходиться зовні, а інша всередині квадрата, то таке розташування правильних трикутників впливає на конструктивно-технічні властивості ситуації, описаної у завданні 2.

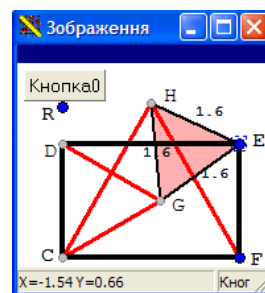
Отже, у результаті проведеного дослідження остаточно школярі можуть самостійно висунути нову узагальнену гіпотезу, яка відповідає конструктивно-технічним особливостям геометричної ситуації, описаної у задачах 1 та 2.

Завдання 4. На сторонах прямокутника $EDCF$ побудовано правильні трикутники DGC і CHF так, що обидві вершини G і H лежать або зовні, або всередині прямокутника. За допомогою ППЗ $GRAN 2D$ з'ясувати, якого виду буде трикутник EGH . Отримане твердження довести.

Дослідження і обґрунтування розв'язування узагальненої задачі корисно побудувати, порівнюючи спільне і відмінне для випадків, коли обидва правильні трикутники побудовані або зовні прямокутника $EDCF$ (рис. 9,а) або у внутрішній області прямокутника (рис. 8,б). Дані міркування будуть відрізнятися тільки доведенням рівності кутів між відповідними сторонами рівних трикутників.



а)



б)

Рис. 9

Отже при використанні педагогічних програмних засобів динамічної геометрії учень, перш ніж розгорнути логічні міркування, має можливість власноруч провести ретельний аналіз геометричної ситуації. Тобто попрацювати у динамічному середовищі з образами просторових об'єктів, заданих в умові задачі 1 (наприклад, квадрата, правильного трикутника тощо), може видозмінити їх (наприклад, квадрат на прямокутник, правильний трикутник на рівнобедрений тощо) і таке інше. Відштовхуючись від одиничних образів об'єктів розгляду (наприклад, квадрата і прямокутника, правильного і рівнобедреного трикутника), проникаючи в їх сутність (наприклад, спільні і відмінні властивості названих пар фігур), учень поступово переходить до змістового узагальнення (наприклад, якщо в умові задачі 1 замінити квадрат на прямокутник, то геометрична ситуація, описана в даній задачі, не зміниться, доведення в обох випадках буде базуватися на ознаках рівності трикутників).

Такий хід міркувань з психологічної точки зору вже є ознакою теоретичного мислення. Але, на відміну від традиційного навчання, процес становлення гіпотетико-дедуктивного мислення при такому підході відбувається природним і водночас зрозумілим для дітей підліткового віку шляхом (від конкретного мислення образами до понять і логічних міркувань). Це все разом сприяє також і процесу розуміння учнями основної школи навчального матеріалу. Бо, як відмічають психологи, саме фізичне або розумове переструктурування ситуації, встановлення зв'язку між об'єктами і явищами, а також з власним суб'єктивним досвідом і набутими знаннями складають сутність такого важливого для навчання психологічного феномену, як розуміння навчального матеріалу. А в основі будь-якого розуміння – специфічної функції мислення – лежить активне втручання в будь-яку, у тому числі і в навчальну, ситуацію [13, 71]. Саме таке активне втручання і забезпечує запропонована нами комп'ютерно-орієнтована методика навчання геометрії.

ЛІТЕРАТУРА

1. Національна доктрина розвитку освіти // Центр Розумкова. Національна безпека і оборона. – № 4, 2002. С.37-41.

2. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках геометрії: [посіб. для вчителів] / М.І.Жалдак, О.В.Вітюк. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2000. – 168 с.
3. Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу в навчанні з використанням інформаційних технологій: дис. ... д-ра. пед. наук: 13.00.02 / Раков Сергій Анатолійович. – К., 2005. – 381 с.
4. Горошко Ю.В. Методика вивчення ППЗ GRAN 2D на уроках інформатики та його застосування в планіметрії / Л.В.Грамбовська, Ю.В.Горошко // Комп'ютер в школі та сім'ї. – 2008. – № 3. – С. 14-22.
5. Крамаренко Т.Г. Уроки математики з комп'ютером: [посіб. для вчителів і студ.] / Т.Г.Крамаренко; за ред. М.І.Жалдака. – Кривий Ріг: Видавничий дім. – 2008. – 272 с.
6. Костюченко А.О., Вінниченко Є.Ф. // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова: зб. наук. праць. – К., 2007. – Вип. 5 (12). – (Серія 2. «Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання»). – С. 114-119.
7. Яценко С.Є. Дослідницька діяльність при вивченні планіметрії як потужне джерело розвитку самобутності і самоцінності учнів / Л.В. Грамбовська, С.Є.Яценко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжн. зб. наук. робіт. – Донецьк, 2007. – Вип. 28. – С. 169-177.
8. Ковальчук М.Б. Комп'ютерно-орієнтована методика узагальнення і систематизації знань та вмінь в процесі навчання учнів геометрії: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ковальчук Майя Борисівна. – К., 2005. – 223 с.
9. Грамбовська Л.В. Особистісно орієнтоване навчання геометрії в основній школі: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Грамбовська Лариса Володимирівна. – К., 2009. – 314 с.
10. Давыдов В.В. Психологические возможности младших школьников в усвоении математики / В.В.Давыдов. – М.: Просвещение, 1969. – 288 с.
11. Воробець Б.Д. 300 задач з планіметрії / Б.Д.Воробець. – Львів: Каменяр, 2000. – 52 с.
12. Якиманская И.С. Психолого-педагогические основы математического образования: [учеб. пособ. для студ. пед. вузов] / И.С.Якиманская. – М.: Академия, 2004. – 320 с.
13. Реан А.А. Психология и педагогика / А.А.Реан, Н.В.Бордовская, С.И.Розум; под общей ред. А.А.Реана. – СПб.: Питер, 2003. – 432 с. – (Серия: «Учебное пособие»).