

### **Планування та організація занять з методики навчання математики з використанням ІКТ під час вивчення теми «Геометричні перетворення та координати і вектори у просторі»**

Основні положення національної доктрина розвитку освіти в Україні передбачають зміцнення методичної та навчально-матеріальної бази, зокрема комп'ютеризацію вищих навчальних закладів, впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, що забезпечить підвищення ефективності та якості підготовки кваліфікованих фахівців.

Використання комп'ютерних технологій дає змогу створювати принципово нові комп'ютерно-орієнтовані методики навчання і по-новому будувати процес навчання.

Планування, організація, підготовка та проведення заняття з методики навчання математики з використанням інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) має ряд особливостей.

Серед основних цілей використання ІКТ на заняттях з методики навчання математики доцільно назвати такі.

1. Підсилення мотивації вивчення студентами дисципліни, зокрема і за рахунок таких можливостей: створення мультимедійних ілюстрацій доцільних прикладів з різних розділів шкільного курсу математики та методики навчання математики; розгляду (вивчення, аналіз, порівняння) великої кількості науково-методичних публікацій та ін.

2. Активізація навчального процесу як на етапі підготовки, так і під час лекційних, практичних і семінарських занять.

3. Збагачення студентів способами отримання, зберігання, обробки, узагальнення, систематизації та використання відомостей з методики навчання математики (за рахунок використання інтегрованих пакетів користувачів, графічних редакторів тощо).

4. Формування у студентів стійких умінь розв'язувати задачі з шкільного курсу математики з використанням засобів ІКТ та навчання цих способів учнів.

5. Навчання студентів: виконання обчислень; здійснення експериментально-дослідницької діяльності з моделюванням процесів; створення та перевірки гіпотези; дослідження математичних і методичних моделей; здійснення навчання учнів виконання перелічених процесів з використанням ІКТ.

Проілюструємо підхід до досягнення перелічених цілей на прикладі проведення симінарського заняття «Геометричні перетворення у просторі. Координати і вектори в просторі». Метою такого заняття є: з'ясування методичних особливостей вивчення геометричних перетворень і координат та векторів у просторі, зокрема *введення основних понять* (прямокутна система координат у просторі, координатні осі, координатні площини, відстань між точками, довжина відрізка, координати середини відрізка, координатний метод розв'язування задач; вектор у просторі, координати вектора, довжина (модуль) вектора, колінеарні, компланарні, однаково та протилежно напрямлені вектори, скалярний добуток векторів, векторний метод розв'язування задач; перетворення простору, рух, паралельне перенесення, симетрія відносно точки, прямої, площини, поворот навколо точки, прямої, гомотетія, перетворення подібності, метод геометричних перетворень), *формування в учнів навичок* геометричних перетворень, виконання дій над векторами, *ознайомлення* з координатним і векторним методами та методом геометричних перетворень тощо.

Студентам доцільно запропонувати такі **теоретичні питання** та **методичні задачі** для підготовки до заняття, зорієнтувавши їх на широке застосування інформаційно-комунікаційних технологій як під час підготовки до заняття, так і під час планування навчально-пізнавальної діяльності учнів.

#### **Теоретичні питання.**

1. На основі аналізу програм з математики для різнопрофільних класів та альтернативних підручників здійснити логіко-дидактичний аналіз теми, зокрема:

а) скласти перелік основних понять, властивостей, тверджень з теми, з якими учні ознайомлені в основній школі, і тих, що вивчаються вперше у старшій школі; з'ясувати зміст та обсяг понять, умови та висновки тверджень; виділити ті поняття та твердження, що є базовими для засвоєння нових;

б) визначити місце в програмі, зміст і вимоги до математичної підготовленості учнів під час вивчення координат, векторів і геометричних перетворень у просторі; здійснити порівняльний аналіз змісту програм, підручників і вимог до знань, умінь і навичок учнів для різнопрофільних класів. Які навички роботи з комп'ютером можна формувати в учнів на етапах досягнення вимог програми?

в) здійснити аналіз задач, що наводяться в різних альтернативних підручниках, визначити їх призначення та доцільність використання на різних етапах навчально-пізнавальної діяльності, з'ясувати повноту представлення задач для формування в учнів навичок, передбачених програмними вимогами; виділити ті задачі, розв'язування яких можна здійснити з використанням комп'ютера, та запропонувати відповідні програмні засоби.

2. Запропонувати комп'ютерно-орієнтовану методику навчання учнів необхідних понять з урахуванням їхніх вікових психолого-фізіологічних особливостей:

а) координатна пряма, координатна площина, координати точки у просторі, довжина відрізка, відстань між точками, координати середини відрізка;

б) вектор, координати вектора, довжина вектора, колінеарні вектори, компланарні вектори, скалярний добуток векторів;

в) перетворення простору, рух, симетрія відносно точки, прямої та площини, паралельне перенесення, поворот, перетворення подібності, гомотетія.

3. Сформулювати формули, властивості, ознаки та інші твердження і їх доведення, що стосуються координат, векторів і геометричних перетворень у просторі. Скласти методичну схему їх вивчення. Навести приклади ППЗ, що можна використати з метою підвищення рівня засвоєння учнями матеріалу.

4. Запропонувати методику та технологію формування координатного і векторного методів, методу геометричних перетворень, ознайомлення учнів з правилами-орієнтирами методів. Навести приклади використання ППЗ, зокрема GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D, для ілюстрації переваг використання комп'ютера при застосуванні перелічених методів до розв'язування задач.

5. З'ясувати можливості застосування аналогії під час вивчення понять, виведення формул, формулювання та доведення тверджень.

#### Методичні задачі

1. Скласти каталог статей у періодичних виданнях і методичних матеріалів у мережі Інтернет, що стосуються вивчення:

- а) координат у просторі;
- б) векторів у просторі;
- в) перетворень у просторі.

2. Розробити фрагмент опорного конспекту комп'ютерно-орієнтованого уроку з введення одного з понять:

- а) координатна площина та координати точки у просторі;
- б) скалярний добуток векторів у просторі;
- в) перетворення подібності у просторі.

3. З метою створення міцної основи для засвоєння нових математичних знань слід приділити увагу підготовці учнів до сприймання нового матеріалу та оволодіння ними необхідними прийомами розумової діяльності. Відповідну підготовку учнів здійснюють на окремих уроках або етапах уроку. Наповнити змістом підготовчий етап до вивчення теми «Вектори у просторі» за такими пунктами:

- а) діагностування знань учнів;
- б) актуалізація опорних знань;
- в) систематизація знань;
- г) постановка навчальної проблеми, мотивація навчально-пізнавальної діяльності.

4. Дібрати 7-10 усних задач для формування в учнів поняття симетрії в просторі. Створити мультимедійні презентації прикладів симетрії у природі, архітектурі, побуті, виробництві тощо та запропонувати методичні рекомендації до їх використання під час навчання учнів.

5. Ознайомитися із задачами одного з альтернативних підручників, що стосуються теми «Вектори у просторі». Розподілити їх за блоками, вказавши відсоток від загальної кількості:

- 1) задачі на підведення під поняття;
- 2) задачі на формування навичок обчислення;
- 3) задачі на доведення тверджень;
- 4) задачі на побудову;
- 5) задачі, під час розв'язування яких доцільно використовувати ППЗ.

Результати подати за допомогою діаграми (кругової, стовпчастої тощо). Передбачити використання цих задач на різних етапах навчання учнів та вказати доцільні форми організації навчально-пізнавальної діяльності учнів.

6. Виконати методичний аналіз задач 1-4 та з'ясувати їх місце і призначення у навчальному процесі.

**Задача 1.** Дано точки  $A(5; 2; -3)$ ,  $B(-2,5; 0; 0)$ ,  $C(2; 0; -4)$ ,  $D(0; 0; 6)$ ,  $E(0; -1,5; 4)$ ,  $F(4; 3; 0)$ ,  $K(0; 0; -5)$ .

- 1) Яка з них належить:  
а) площині  $xOy$ ; б) площині  $xOz$ ; в) площині  $yOz$ ; г) осі  $Ox$ ; д) осі  $Oy$ ; ж)  $Oz$ ?
- 2) Знайти відстань від вказаних точок до:  
а) координатних площин  $xOy$ ,  $xOz$ ,  $yOz$ ; б) осей координат  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ .
- 3) Визначити координати точок, що симетричні даним відносно:  
а) площини  $xOy$ ; б) площини  $xOz$ ; в) площини  $yOz$ ; г) осі  $Ox$ ; д) осі  $Oy$ ; ж)  $Oz$ .

**Задача 2.** Дано паралелепіпед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у якого  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 0)$ ,  $C(0; 3; 0)$ ,  $D(2; 3; 0)$ ,  $B_1(0; 0; 4)$ . Знайти:

- 1) координати інших вершин паралелепіпеда;
- 2) довжини відрізків  $AB$ ,  $AC$ ,  $AC_1$ .

**Задача 3.** Дано паралелепіпед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Розкласти за векторами  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$  вектори:

- 1)  $\overrightarrow{C_1 A}$ ; 2)  $\overrightarrow{AC}$ ; 3)  $\overrightarrow{DC_1}$ .

**Задача 4.** Із вершини  $A$  трикутника  $ABC$  проведено перпендикуляр  $AD$  до площини трикутника. Знайти кут  $\gamma$  між відрізками  $BC$  та  $BD$ , якщо кут  $ABD$  дорівнює  $\alpha$ , а кут  $ABC$  дорівнює  $\beta$ . Обчислити міру кута  $\gamma$ , якщо  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ .

7. Скласти таблицю «Означення та властивості вектора». Продумати запитання до учнів з використанням таблиці під час фронтального опитування.

8. Вивести векторну формулу для обчислення координат:  
а) середини відрізка;  
б) центроїда трикутника.

Дібрати доцільні засоби навчання, зокрема і ППЗ, для ілюстрації доведення.

9. Заповнити таблицю:

№ з/п	Умова	Мовою координат	Мовою векторів
1	Точка $A$ належить прямій $a$		
2	Точки $A, B$ належить прямій $a$		
3	Точки $A, B, C$ належать площині $\alpha$		
4	Точка $B$ ділить відрізок $AC$ навпіл		
5	Точка $B$ ділить відрізок $AC$ у відношенні $m : n$		
6	Прямі $a$ та $b$ паралельні		
7	Прямі $a$ та $b$ перпендикулярні		
8	Прямі $a$ та $b$ мимобіжні		

10. Розв'язати задачі 2 та 4 методичної задачі 6 без використання комп'ютера та з використанням програми GRAN-3D. Здійснити порівняльний аналіз отриманих результатів та способів розв'язування. З'ясувати доцільність і мету застосування кожного способу.

11. Розробити схему самостійного вивчення учнями дій над векторами за умови:

- наявності плану, запропонованого вчителем;
- роботи з підручником без запропонованого вчителем плану.

12. Дібрати задачі для узагальнення дій над векторами. Створити комп'ютерну презентацію, для ілюстрування такого узагальнення.

13. Скласти тестову контрольну роботу (з використанням ППЗ) для перевірки знань, умінь і навичок учнів з теми «Геометричні перетворення у просторі» та запропонувати критерії її оцінювання. Які програмні засоби можна використовувати для створення такого тесту? Чи можливо за допомогою тесту оцінити рівень розвитку просторового мислення та уяву учнів? Підкріпіть висновки прикладами та поясненнями.

Нині інформатизація суспільства є настільки широкою, що для більшості студентів використання комп'ютерних засобів навчання стає природнішим, необхіднішим і доступнішим, ніж опрацювання навчальних відомостей на паперових носіях. Крім того, виконуючи запропоновані завдання, можна ілюструвати і реалізувати зміну характеру взаємодії викладача і студентів в напрямку більшої інтелектуальної насиченості занять, у створенні для студента можливостей переходу від чисто рутинних виконавчих завдань до творчих, пошукових.

Головне в навчанні в цілому і студентів зокрема – це підвищення рівня та якості засвоєння матеріалу, формування у студентів таких якостей, що не тільки збагачують їх професійний рівень, але й ведуть до розвитку інтелекту і формування їх особистості в цілому. І на цьому шляху використання ІКТ дозволяє зробити навчання гнучкішим, студентів активнішими, а їхня навчально-пізнавальна діяльність за цих умов набуває характеру дослідницької.

Так, виконуючи *методичну задачу 1*, студент не тільки опрацюватиме методичні матеріали, фіксуватиме назви та адреси сайтів, де подано відомості про особливості навчання координат, векторів та перетворень у просторі, але й шліфуватиме навички роботи з мережею Інтернет.

Розв'язування *задачі 1* із методичного завдання 6 можна здійснити з використанням ППЗ GRAN-3D. Доцільно це зробити на етапі обчислення відстаней від точок до координатних площин та осей. Також варто проілюструвати симетрію точок, створивши модель геометричного об'єкта *Точка*. Зауважимо, що за допомогою ППЗ GRAN-3D можна також виконувати паралельне перенесення та поворот об'єктів.

Виконання *задачі 2* та *4* із методичного завдання 6 допоможе студентам з'ясувати можливості застосування координатного та векторного методів розв'язування задач, доцільність, переваги та недоліки їх застосування для знаходження координат точок, обчислення довжин відрізків і мір кутів. Розглядаючи два способи розв'язування задач (без застосування комп'ютера та з застосуванням комп'ютера, зокрема програми GRAN-3D), студенти матимуть змогу оцінити переваги та недоліки застосування ППЗ та з'ясувати умови їх використання і місце у навчальному процесі.

Зокрема для *задачі 2* із методичного завдання 6, використовуючи програму GRAN-3D, зображаємо паралелепіпед  $ABCD_1B_1C_1D_1$  з заданими координатами його вершин у координатній площині так, щоб точка  $B(0; 0; 0)$  збігалася з початком координат. Нижня основа паралелепіпеда визначається трьома з точок  $A, B, C$  або  $D$ , одна з бічних граней – точками  $A, B$  та  $B_1$ . Виконуючи поворот зображення паралелепіпеда з використанням *смуг повороту*, можна вибрати таке положення, де чітко проглядатимуться дані вершини паралелепіпеда та місце знаходження вершин з невідомими координатами. Для обчислення довжин відрізків  $AB, AC$  та  $AC_1$  можна створити геометричний об'єкт *Відрізок*, вказавши його кінці, та обчислити його довжину, скориставшись послугою *Обчислення \ Відстань*.

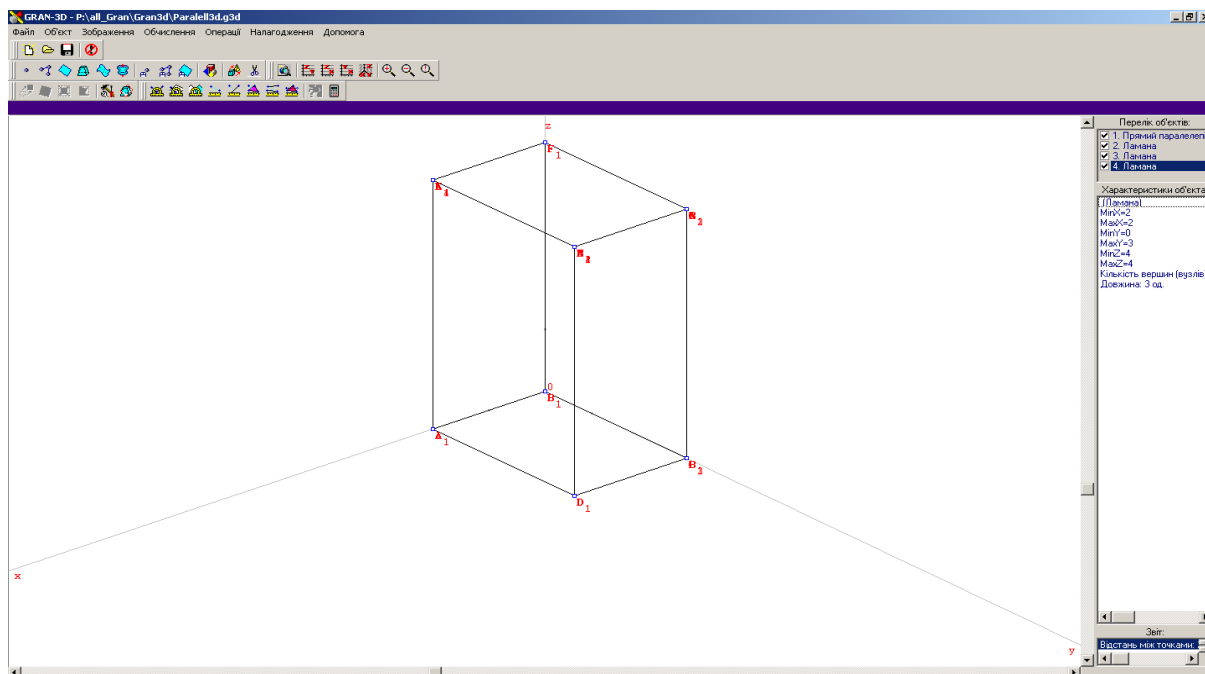


Рис. 1. Вікно конструювання паралелепіпеда до задачі 2.

Наведемо два способи розв'язування задачі 4 із методичної задачі 6.

**Розв'язання задачі 4** (із методичної задачі 6).

*Перший спосіб*

Сформулюємо вимогу задачі мовою векторів: знайти кут між векторами  $\vec{BC}$  та  $\vec{BD}$ . Позначимо кут між ними через  $\varphi$ . Тоді кут між векторами можна знайти за формулою

$$\cos \varphi = \frac{\vec{BD} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BD}| |\vec{BC}|}. \quad (1)$$

Позначимо вектори на трьох інших відрізках, кути між якими відомі:  $\vec{AD} = a$ ,  $\vec{AB} = b$ ,  $\vec{AC} = c$ . Виразимо через них вектори, кут  $\gamma$  між якими треба знайти:

$$\vec{BD} = \vec{a} - \vec{b}, \quad \vec{BC} = \vec{c} - \vec{b}.$$

Підставимо в чисельник формули (1) замість векторів відповідні вирази і виконаємо можливі перетворення:

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{\vec{BD} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BD}| |\vec{BC}|} = \frac{(\vec{a} - \vec{b})(\vec{c} - \vec{b})}{|\vec{BD}| |\vec{BC}|} = \\ &= \frac{\vec{a}\vec{c} - \vec{b}\vec{c} - \vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2}{|\vec{BD}| |\vec{BC}|} = \frac{|\vec{b}| |\vec{b} - \vec{c}| \cdot \cos \beta}{|\vec{BD}| |\vec{BC}|}, \end{aligned}$$

оскільки  $\vec{a}\vec{c} = 0$ ,  $\vec{a}\vec{b} = 0$ .

Отже,

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{b}| |\vec{b} - \vec{c}| \cdot \cos \beta}{|\vec{BD}| |\vec{BC}|}. \quad (2)$$

Замінімо у рівності (2) модулі векторів відповідними відрізками, отримаємо:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{b}| |\vec{b} - \vec{c}| \cdot \cos \beta}{|\vec{BD}| |\vec{BC}|} = \frac{AB \cdot CB \cos \beta}{BD \cdot BC} = \cos \alpha \cos \beta,$$

оскільки  $\frac{AB}{BD} = \cos \alpha$ ,  $\frac{CB}{BC} = 1$ .

Якщо  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ , то матимемо:

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \cos \alpha \cos \beta = \cos 30^\circ \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,4325; \\ \varphi &= \arccos 0,4325. \end{aligned}$$

*Другий спосіб*

Використовуючи програму GRAN-3D, що призначена для графічного аналізу тривимірних об'єктів, створюємо модель до задачі (площину трикутника  $ABC$ , використовуючи послугу *Об'єкт \ Створити базовий об'єкт*; точку  $D$  таку, що  $AD \perp (ABC)$ ; створюємо кути  $\angle ABD = \alpha = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = \beta = 60^\circ$ ; обчислюємо кут  $CBD$ , використовуючи послугу *Обчислення \ Кут*).

Використання програмного засобу до розв'язування *задач 2 та 4* методичної задачі 6 сприятиме розвитку у студентів просторової уяви, вміння моделювати об'єкти, даватиме можливість порівняти отримані результати, оцінити раціональність розв'язування. Зауважимо, що розв'язування *задачі 2* з використанням програми GRAN-3D є менш доцільним у порівнянні з розв'язуванням *задачі 4*. Проте розв'язування таких задач за допомогою комп'ютера формуватиме в учнів уміння працювати з програмою, добирати такий ракурс фігури, що найповніше відображає умову та вимоги задачі тощо. Натомість розв'язування *задачі 4* з використанням програми швидше приводить до відповіді. Слід пам'ятати, що використання ППЗ у цьому випадку не ілюструє спосіб отримання результату, а тільки сам результат, що може негативно вплинути на формування в учнів навичок розв'язування задач даного типу. А тому час і спосіб використання ППЗ у навчальному процесі мають визначатися і дозуватися вчителем і бути педагогічно виваженими і доцільними, ретельно вивіреними і обгрунтованими.

### Література

1. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінніченко Є.Ф. Математика з комп'ютером. Видання друге. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. – 2009. – 282 с.
2. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп'ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів. – К.: РНЦ «ДНІТ», 2003.
3. Крамаренко Т.В. Уроки математики з комп'ютером. Посібник для вчителів і студентів / За ред. Жалдака М.І. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. — 272 с.
4. Тополя Л.В. Інтерактивне навчання у вищій школі з використанням комп'ютерних технологій // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 30. – Донецьк: Вид-во ДонУ, 2008. – С. 44-44.