КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А. М. ГОРЬКОГО

Кафедра методики математики

На правах рукописи

В. Д. ЧАЙКОВСКИЙ

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ПЛОЩАДЕЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОБЪЕМОВ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук

Научный руководитель
кандидат педагогических наук, доцент
Шиманский И. Е.

Киев – 1995

Введение

Принятое XIX съездом КПСС решение об осуществлении политехнического обучения в средней школе и проведении мероприятий, необходимых для перехода ко всеобщему политехническому обучению, [1] поставило перед советскими учителями новую почетную задачу — повысить уровень качества преподавания всех предметов, приблизив его к потребностям нашего народного хозяйства.

Значительное место в решении этой почетной задачи принадлежит учителям математики.

После XIX съезда в периодической печати и методических сборниках появилось много статей, свидетельствующих о том, что передовые учителя настойчиво работают над практическим решением задачи политехнического обучения и достигают в этом деле значительных успехов.

Об этом свидетельствуют и результаты вступительных экзаменов в высшие учебные заведения, которые показывают, что знания выпускников средних школ по математике с каждым годом становятся более прочными, глубокими и сознательными.

Однако и до сих пор есть немало вопросов, постановка преподавания которых в средней школе еще не вполне отвечает возросшим научно-методическим требованиям.

К таким вопросам, в частности, относится изучаемый в X классе раздел «Измерение площадей поверхностей и объемов геометрических тел» содержащий в себе ценный материал как с точки зрения идейно-теоретического развития учащихся, так и с точки зрения применения теоретических знаний к решению практических вопросов.

Еще в своем постановлении «О начальной и средней школе» от 15 сентября 1931 года Центральный Комитет нашей партии указал, что всякая попытка оторвать политехнизацию школы от систематического и прочного

---

[1] См. Директивы XIX съезда партии по пятому пятилетнему плану развития СССР на 1951 – 55 годы . Госполитиздат. 1952 г., стр. 28.

усвоения основ наук является грубым извращением идеи политехнической школы.

Это значит, что одним из основных требований к школьному преподаванию было, есть и будет необходимость создавать у учащихся прочный и глубокий теоретический фундамент, который согласовывался бы с научным трактованием каждого данного вопроса, служил бы базой для дальнейшего изучения этого вопроса в высшей школе, являясь одновременно с этим и опорой для решения учащимися проблем практического характера.

К сожалению, именно эта, теоретическая сторона изучения раздела «Измерение площадей поверхностей и объемов геометрических тел», не получила еще и до сих пор ни в методической литературе, ни, тем более, в учебниках, вполне удовлетворительного разрешения.

Некоторые методисты и учителя-практики стоят на такой точке зрения, что целесообразнее обходить все принципиальные вопросы теоретического характера, относящиеся к данному разделу, для того, чтобы облегчить преподавание и сделать его более доходчивым.

Но эти попытки обходить такие вопросы отрицательно сказываются как на качестве усвоения теоретического материала данного раздела, так и практическом применении его, подрывая веру учащихся в правильности полученных результатов.

Анализ учебников, задачников, а 'также изучение опыта работы учителей показывает, что и в решении второй основной задачи политехнического обучения,— привитии учащимся прочных навыков применения знаний к решению задач прикладного характера, при изучении этого раздела пока еще имеется недостаточное улучшение.

Авторы большинства учебников и сборников задач по геометрии излагают теоретические положений этого раздела в отрыве от каких-либо конкретных применений их как в математике, так и в других науках.

Большинство современных сборников задач копируют задачи прошлого столетия, повторяя все их недостатки. Преимущество в них дается абстрактным задачам. Почти отсутствуют прикладные задачи и задачи, требующие исследования.

Изучение состояния преподавания раздела «Измерение площадей поверхностей и объемов геометрических тел», проведенное автором работы на протяжении 1953—54 и 1954—55 учебных лет в ряде школ г. Киева (№№ 74, 24, 155, 138, 92, 20) показало, что, несмотря на то, что хотя лучшие учителя, не удовлетворяясь материалом, имеющимся в учебнике и сборниках задач, и пытаются вести преподавание этого раздела в соответствии с науч-ным трактованием излагаемых вопросов, но они не всегда достигают цели из-за отсутствия литературы, в которой бы последовательно и систематически была изложена теория данного вопроса, а также разработана система упражнений и задач практического характера.

В настоящей работе автор делает попытку в некоторой степени восполнить этот пробел, изложив основные положения теории измерения геометрических величин (площадей и объемов), и, проанализировав недостатки в преподавании этих вопросов в средней школе, разработать конкретные предложения, которые, на наш взгляд, способствовали бы улучшению преподавания этого раздела.

Работа состоит из введения и трех основных глав. Кроме того, к ней прилагаются примерный календарный план работы по геометрии в X классе, образцы контрольных работ, проведенных в базовой школе Киевского пединститута по темам данного раздела, и сокращенные стенограммы уроков, как пробных, проведенных в базовой школе учителем математики Ануленком Ф. С. по разработкам, предложенным автором, так и уроков лучших учителей г. Киева, которые были посещены с целью изучения опыта их работы. Всего было посещено и анализировано 76 уроков, в приложении приводится 15 стенограмм уроков. К работе прилагается также список использованной литературы, содержащий 163 названия.

Г л а в а 1

Теоретическое обоснование учения об измерении площадей поверхностей и объемов геометрических тел

В первом параграфе этой главы приводятся общие критерии, необходимые для того, чтобы то или иное понятие могло быть отнесено к категории геометрических величин.

В основу мы кладем условия, сформулированные Амальди[1]в применении к многоугольникам и многогранникам.

Далее рассматривается сущность различия двух подходов к обоснованию учения о площадях простых многоугольников, геометрического, при котором принадлежность их к категории величин устанавливается чисто геометрическим путем, путем определенного построения, и арифметически-алгебраического, при котором сначала доказывается, что каждому простому многоугольнику может быть однозначно отнесено действительное положительное число — числовой инвариант, а так как действительные числа являются величинами, то отсюда следует принадлежность к категории величин и площадей простых многоугольников и, одновременно, устанавливается система измерения их.

В § 2 излагается геометрический способ введения понятия площади по Веронезе.

В § 3 приводятся основные теоремы теории площадей по Шатуновскому-Гильберту. Причем доказательства этих теорем даются мною с некоторым упрощением, в таком виде, как они приведены в статье Кагана «Этюды по основаниям геометрии» (Вестник опытной физики и элементарной математики XXVI сем. стр. 286).

В § 4 приводится доказательство соответственных теорем для объемов многогранников по Амальди[1] и рассматривается вопрос о невозможности

---

[1] «Вопросы элементарной геометрии» под ред. Енриквеса, СПБ, 1913, стр. 165.

полностью установить систему измерения объемов многогранников аналогично измерению площадей многоугольников, так как из равновеликости двух многогранников не следует их равносоставленность. Тут же дается краткая характеристика исследований, проведенных в этом направлении отечественными и иностранными математиками (Ден, Каган, Амальди, Турчанинов, Андронов).

Параграф 4 посвящен выяснению возможности обоснования понятия площади кривой поверхности. Исследуются трудности, которые встречаются при разрешении этого вопроса, в сравнении со случаем плоских фигур.

В § 6 рассматриваются основные положения теории меры линейного точечного множества, которая обобщает содержание теорий' измерения длин отрезков, площадей многоугольников и вообще плоских фигур, и объемов геометрических тел.

§ 7 посвящается рассмотрению свойств меры плоских фигур по Лебегу и по Жордану. Особое внимание обращается на свойство инвариантности меры плоской фигуры относительно движения, перенесение которого с одномерного случая на двухмерный составляет существенные трудности. Это свойство иллюстрируется чертежами, наглядно показывающими все случаи перехода измеримого множества в измеримое множество такой же самой меры при афинных преобразованиях замкнутого прямоугольника.

В § 8 излагается теория меры трехмерного множества (объема). В этом параграфе, автор используя замечание, данное в книге «Об измерении величин» Лебега[2] о том, что можно теорию объемов построить совершенно аналогично теории площадей, изложенной им в упомянутой книге, используя теорию действительного числа подаваемого с помощью двойных монотонных последовательностей рациональных чисел, самостоятельно выполнил такое

1 Енриквес Г. «Вопросы элементарной геометрии». СПБ, 1913, стр. 201.

2 Лебег Г. «Об измерении величин». Учпедгиз. 1938 г.

построение, использовав десятичные приближения иррациональных чисел. Здесь дается определение меры объема и доказываются теоремы:

1. Существование объема у произвольного многогранника.

2. Два цилиндра или две прямые призмы, полученные одна с одной перемещением, при котором направление оси ωy остается параллельным само себе (а значит и при перемещении, при котором неизменное направление ωx или ωy, имеют один и тот же объем.

3. Если многогранник С. может быть разложен на составные многогранники $C_{1,}C_2...C_S$, имеющие разве только общие граничные точки, то будем иметь: объем С = объем C_1+ объем C_2 ... + объем C_S.

4. Двум равным телам соответствуют равные объемы.

В § 9 мною исследуется теоретическое обоснование измерения площадей кривых поверхностей, данное Лебегом в его книге «Об измерении величин».

Как известно, Лебег, пытаясь оправдать приемы измерения площадей кривых поверхностей, основывающиеся на вписывание или описывании полиэдрических (многогранных) поверхностей, показал, что при условии наложения определенных ограничений как на природу самой поверхности, так и на характер изменения вписанной в нее многогранной поверхности, эти приемы являются допустимыми.

Ход рассуждений Лебега характеризуется таким образом: построив многогранную поверхность Р, вписанную в данную криволинейную поверхность Г, он показывает, что, так как каждая элементарная часть этой многогранной поверхности имеет определенную площадь, то и вся многогранная поверхность Р, которая соответствует области Δ поверхности Г имеет площадь, которая равна сумме площадей элементарных частей.

Дальше показывает, что числа ε и η, характеризующие степень приближения по положению и по направлению Р к Г, при уменьшении размеров каждой элементарной части, стремятся к нулю.

Наконец доказывается существование предела площадей многогранных поверхностей П, вписанных в данную кривую поверхность Г при условии, что

ε и η) стремятся к нулю. Это предложение сначала доказывается для частного случая, когда изменение аргумента уравнения кривой поверхности происходит в пределах некоторого прямоугольника, который может быть представлен в виде суммы некоторого числа квадратов, а затем распространяется на случай произвольной ограниченной области, имеющей площадь.

В заключение показывается, что известное выражение площади криволинейной поверхности с помощью интеграла:

$$\text{Площадь } \Delta\int{}_6\int\sqrt{\left[\frac{D(y,z)}{D(u;v)}\right]^2+\left[\frac{D(z,x)}{D(u,v)}\right]^2+\left[\frac{D(x,y)}{D(u,v)}\right]^2}$$

имеет место как в частном, так и в общем случаях.

Г л а в а I I

Методический анализ изложения вопроса об измерении площадей поверхностей и объемов в литературе и школьной практике.

В первом параграфе этой главы дается краткий обзор постановки вопроса об обосновании теории измерения площадей поверхностей и объемов в учебной литературе по геометрии, начиная от первых руководств по геометрии, до настоящего времени. Здесь же автор приводит ряд вопросов, изложение которых и в учебной литературе, и в школьной практике, по его мнению, не нашло еще достаточно удовлетворительного разрешения.

К числу таких вопросов автор относит:

1. Введение понятия площади поверхности и понятия объема многогранника.
2. Вычисление объема прямоугольного параллелепипеда (случай несоизмеримости измерений с единицей измерения).
3. Использование принципа равносоставленности для доказательства теорем об объемах призм.
4. Вычисление объема пирамиды.

5. Введение понятия площади поверхности и объема круглых тел.

6. Поверхность и объем шара.

7. Место принципа Кавальери при изучении в школе поверхностей и объемов.

8. Внедрение в преподавание элементов политехнизма.

В § 2 рассматривается вопрос о введении понятия объема многогранника в курсе математики средней школы. Приводятся примеры учебников, в которых отсутствуют какие-либо теоретические рассуждения о понятии объема, и изучение этого раздела сводится непосредственно к выводу формул для вычисления объема того или иного тела (Борель, Герхер, Вулих и другие).

Далее дается краткая характеристика таких способов введения понятия объема: 1) способа пропорций и отношений (Лежандр, Буссе, Давыдов, Киселев, до 21 издания), 2) способа разбития многогранника (прямоугольного параллелепипеда) на единичные кубы (Киселев, Герхер, Гурвиц и Гангнус, Извольский, Душин, Андреев).

Обращается внимание на отсутствие единого мнения у методистов относительно самой формулировки определения объема применимой для учащихся средней школы: «объемом геометрического тела называется **величина** части пространства занятого данным телом» (Буссе, Давыдов, Билибин, Душин, Извольський), «объемом геометрического тела называется число, характеризующее размер его внутренней области» (Вебер-Вельштейн, Каган, Адамар, Глаголев, Долгушин и другие), в связи с чем и в школах наблюдается нечеткость в выяснении этого понятия.

Автор рассматривает положительные стороны и недостатки обеих этих формулировок, обращает внимание на необходимость четкого обоснования этого важного, с точки зрения развития математического уровня, понятия, и коренной перестройки изложения его в курсе X класса и доказывает целесообразность определения объема геометрического тела как числа, характеризующего размер части пространства, которое занимает данное тело.

Это изложение должно соответствовать научному трактованию данного вопроса, должно быть построено на принципе использования запаса знаний учащихся, полученного в предыдущих классах и использования дидактического материала, который способствовал бы подготовке учащихся к образованию этого понятия и развитию его в процессе изучения данного раздела.

В § 3 дается анализ различных способов вычисления объема прямоугольного параллелепипеда, измерения которого – иррациональные числа. (Лежандровский способ «от противного», способ, основывающийся на применении отношений и пропорций, способ разбиения на единичные кубы). Особое внимание обращается на недостатки изложения этого вопроса в стабильном учебнике геометрии Киселева, например на нечеткость в определении объема прямоугольного параллелепипеда. Под объемом параллелепипеда, измерения которого рациональные числа, понимается величина части пространства, занимаемого им (ст. 40). В случае же, если измерения параллелепипеда — иррациональные числа, речь идет об объеме как о числе (ст. 41). Правда, здесь указывается, что это число мы принимаем за меру объема, но это понятие нигде ранее не определяется. Не использованы в учебнике при рассмотрении этого случая и сведения из теории пределов, известные учащимся еще с курса IX класса.

Здесь не рассмотрен ни один конкретный числовой пример, который бы облегчил уяснение принципов, 'положенных в основу теоретических рассуждений.

В этом же параграфе в подтверждение правильности своих выводов автор приводит примеры изложения данного материала опытными учителями г. Киева Осиповым Н. Б. (сш. № 24), который для введения понятия объема использует теорию пределов и Салум М. П. (сш. № 138), излагающей этот материал с использованием теории действительных чисел, построенной на основе понятия «системы совместных приближений с произвольно-малой амплитудой».

В § 4 рассматриваются недостатки изложения темы «Объем призм». Основным недостатком здесь является почти полное отсутствие использования допущений, введенных в начале этого раздела, относительно понятия объема. В то же время на эти допущения опирается доказательство целого ряда теорем:

1. Теорема об объеме прямоугольного параллелепипеда.
2. Лемма об объеме прямой и наклонной призм.
3. Теорема об объеме треугольных призм.
4. Теорема об объеме многоугольной призмы и пирамиды.
5. Теорема об объеме пирамиды.

В § 5 дается методический анализ таких основных способов доказательства в школе теоремы об объеме пирамиды: 1) «метод исчерпывания», 2) метод, при котором используется лемма о равновеликости двух пирамид с равновеликими основаниями и равными высотами и 3) метод, использующий непосредственное вычисление предела объема вписанного или описанного в данную пирамиду определенным способом многогранника. Здесь же излагается доказательство этой теоремы Лобачевским, являющееся прообразом современного доказательства, основывающегося на теории пределов, и ближе всего приближающееся к идее интегрирования. Подкрепляется анализ примерами изложения этого вопроса учителями средних школ Киева Рознатовским Н. В. (сш. № 20), Стеценко Ф. П. (сш. № 153), Осиповым Н. Б. (сш. № 24).

На основании изучения опыта учителей и проведения экспериментальных уроков в базовой школе (№ 74, учитель Ануленко Ф. С.), автор приходит к выводу, что наиболее целесообразным способом изложения доказательства теоремы об объеме пирамиды является способ, согласно которому объем определяется как общий предел объемов внутреннего и внешнего многогранников. Такое трактование вопроса наиболее соответствует современным научным взглядам и основывается на общей идее с определением длины окружности, площади круга, площади прямоугольника и объема прямоугольного параллелепипеда с несоизмеримыми измерениями и т. д., согласуется оно и с толкованием иррационального числа как числа, определяющегося системой его рациональных приближений. Этот способ непосредственно приводит к необходимому результату — к формуле для вычисления объема пирамиды. Для учащихся видна с начала до конца его целеустремленность. Этот способ наиболее полно выражает идею интегрирования, являясь хорошей пропедевтикой его.

В § 6 рассматривается вопрос о введении понятия площади поверхности и объема цилиндра и конуса.

В этом параграфе автором дается критика взглядов отдельных методистов (Вулиха, Извольского и других), предлагающих в целях упрощения рассматривать цилиндр и конус как призму (пирамиду) с бесконечно большим количеством бесконечно узких боковых граней. Приводится полемика по этому вопросу между Извольским и Лебединцевым, происходившая на страницах журнала «Математическое образование» в 1915—1916 гг. Здесь же приводится выдержка из отзыва Чебышева на учебник геометрии В. Воленса (1872 г.)[1] в которой высказывается мысль о невозможности изложения вопроса относительно поверхностей и объемов круглых тел без надлежащей строгости, т. е. о невозможности рассматривать окружность как многоугольник с бесконечным числом бесконечно малых сторон.

Автор останавливается на вкладе, внесенном в разрешение этого вопроса нашим выдающимся математиком Лобачевским, стоявшим и в этом вопросе далеко впереди авторов распространенных тогда учебников по геометрии Лежандра, Безу, Лакруа.

Далее дается критика взглядов методистов, впадающих в другую крайность, – пытающихся дать **доказательство** того, что объем или поверхность цилиндра (конуса) есть предел объемов или поверхностей

[1] Чебышев. Собрание сочинений. т. V, стр. 376--377.

правильных вписанных и описанных призм (а для конуса— пирамид). (Давыдов, Билибин, Долгушин). А также исследуются недостатки изложения этого вопроса и в стабильном учебнике.

В заключение анализа всех этих взглядов автором предлагается, в силу того, что идея предела более четко осознается учащимися, если они исследуют приближение к ней двух переменных величин, из которых одна приближается к этому пределу все время возрастая, а вторая— уменьшаясь, определять площадь поверхности цилиндра как общий предел площадей вписанных и описанных призм, и аналогично этому установить определение объема цилиндра, площади поверхности и объема конуса.

В § 7 рассматриваются различные способы вывода формул объема и поверхности шара (способ Лежандра с помощью леммы о поверхности и объеме тела вращения, способ Лобачевского, путем деления шара на слои параллельными плоскостями, способ Бореля, основанный на применении сведений из тригонометрии) и дается критическое исследование этих способов.

Автор предлагает использовать для вывода формулы поверхности шара первый из них, однако, во избежание оторванности леммы от основной идеи, которой проникнуто применение способов вычисления площадей поверхностей и объемов всех предыдущих тел, предлагает преподносить результаты этой леммы как формулы поверхностей тел вращения, представленные в другом виде. Следует также, до использования этой леммы для вывода формулы поверхности шара, решить с учениками достаточное количество задач на вычисление площадей поверхностей тел вращения.

В § 8 излагается сущность принципа Кавальери и рассматривается возможность применения его в школьной практике. Недостатком этого принципа является то, что он не может быть обоснован элементарными средствами. Поэтому в условиях действующей программы, этот материал может быть использован на занятиях математического кружка. В случае же введения в курс средней школы интегрального исчисления получится возможность теоретически обосновать этот принцип и использовать его, что принесло бы большую пользу как с теоретической точки зрения, так и с точки зрения экономии времени.

В § 9 дается анализ состояния преподавания раздела «Площади поверхностей и объемы геометрических тел» с точки зрения соответствия его требованиям подготовки учащихся к непосредственной практической деятельности. В этом параграфе приводится ряд примеров из практики школ г. Киева и г. Днепродзержинска, Днепропетровской области, когда учащиеся — выпускники, владея в достаточной мере теоретическим материалом, не могли применить полученные знания к решению задач практического характера. Здесь же приводятся высказывания известных методистов — Острогорского, Шохор-Троцкого, Извольского о необходимости приближения преподавания геометрии к жизни, а также примеры мероприятий, проводимых опытными учителями, с целью решения этой задачи (Осипов Н. Б., сш. № 24, г. Киева, Стеценко Ф. П., сш. № 153 г. Киева, Ануленко Ф. С., сш. № 74 г. Киева, Румянцева 8 школа г. Вологды и другие).

Глава III

В главе 3 предлагаются варианты изложения теоретических вопросов, касающихся данного раздела, наиболее приемлемые, по мнению автора, для подачи их учащимся X класса, а также дается систематический подбор упражнений по каждой теме и задач политехнического содержания.

В § 1 излагаются основные принципиальные положения, которые должны быть положены в основу преподавания в средней школе раздела «Измерение площадей поверхностей и объемов геометрических тел». Раскрывается место этого раздела в курсе геометрии средней школы, который является завершающим разделом этого предмета и содержит в себе ряд ценных вопросов как идейно-теоретического характера, так и связанных с непосредственной практической деятельностью людей. Ссылаясь на работы советских психологов-исследователей (Иванов[1] Арямов[2]), указывающих на усиленное развитие абстрактного и логического мышления, творческий характер суждений, способность самостоятельного абстрагирования и широких обобщений понятий у учащихся X класса (16—17 лет), автор настаивает на том, чтобы изложение фактического материала в этом классе велось на более высоком теоретическом уровне, чем в предыдущие годы обучения.

Требования к преподаванию этого раздела в X классе, в основном, сводятся к следующему:

1. Ввиду того, что учащиеся, заканчивая среднюю школу должны приобрести не только определенную сумму математических знаний, но и получить представление о математике, как науке, мы должны, 'подавая целый ряд теорем данного раздела применять одну и ту же идею, избегая применения к каждой новой теореме другого подхода.
2. Избегать изложения теоретических вопросов «на веру», без того или иного обоснования, опирающегося на ранее полученные учащимися знания, не удовлетворяться изучением отдельных случаев, приучать учащихся к рассмотрению всех возможных случаев, не допуская пробелов в обосновании суждений.
3. Особенное внимание в десятом классе обращать на углубление, объединение, сопоставление и обобщение всех известных уже учащимся фактов, особенно выделяя среди них вопросы принципиального характера.
4. При выборе тех или иных методов доказательства теорем этого раздела принимать во внимание, что изучаемый материал должен служить созданию теоретической базы для восприятия учащимися идей высшей математики.
5. В сравнении с предыдущими классами необходимо увеличить число самостоятельных упражнений, включая сюда самостоятельное доказательство теорем, решение практических задач и задач на доказательство.

[1] П. И. Иванов. Психология. Учпедгиз, 1954 г., стр. 71.
[2] Арямов. Особенности детского возраста. Учпедгиз, 1953 г., стр. 179.

6. В целях улучшения восприятия новых, довольно сложных для учащихся понятий, которые рассматриваются в X классе, разработать систему упражнений и задач, которые подводили бы учащихся к пониманию сущности того или иного понятия, а также помогали глубокому сознательному закреплению его в памяти учащихся.

7. Широко практиковать выполнение учащимися заданий практического-прикладного характера, способствующих подготовке их к предстоящей трудовой деятельности.

В § 2 излагаются предложения автора относительно улучшения введения понятия объема многогранника. Указываются вопросы, которые необходимо повторять с учащимися в целях подготовки их к восприятию этого понятия. На такое повторение предлагается выделить 2 часа — один час перед началом изучения всего раздела, и второй — перед началом темы «Объем прямоугольного параллелепипеда». Рекомендуется применение дидактического материала для облегчения восприятия учащимися понятия объема прямоугольного параллелепипеда. Более четко, в сравнении с изложением стабильного учебника, дан вывод формулы объема прямоугольного параллелепипеда с несоизмеримыми сторонами, причем используются теоремы о пределах числовых последовательностей. Объем (мера объема) прямоугольного параллелепипеда трактуется как число, являющееся общим пределом последовательностей объемов (мер объемов) внешних и внутренних параллелепипедов с рациональными измерениями.

§ 3 посвящается мероприятиям, улучшающим изложение темы «Объем призм».

Основное внимание уделяется раскрытию роли основных допущений, установленных при введении понятия объема при доказательстве теорем, относящихся к данной теме. Обращается внимание на необходимость иллюстрировать доказательство теорем, в которых используется принцип равносоставленности, на моделях.

В § 4 даются предложения относительно улучшения изложения темы «Объем пирамиды». Здесь также большое внимание уделяется построению моделей. Предлагается сопровождать доказательство теоремы иллюстрацией моделей трех пирамид: пирамиды с построенными входящими призмами, пирамиды с построенными выходящими призмами и пирамиды с выполненным построением обоих видов призм. Кроме этого, рекомендуется дать рисунок отдельно выделенной одной из входящих и одной из выходящих призм, на котором рассмотреть, как изменится объем каждой в отдельности призмы при уменьшении вдвое их высоты.

Объем пирамиды определяется как общий предел входящего и выходящего ступенчатых тел при условии, если число равных частей, на которые делится высота пирамиды, неограниченно увеличивается. Вычислив один из этих пределов в классе, целесообразно дать задание учащимся вычислить второй самостоятельно дома, с тем, чтобы учащиеся убедились сами в том, что действительно обе последовательности стремятся к общему пределу.

В § 5 рассматривается вопрос об обосновании площади поверхности круглых тел. На примере вывода формул площадей боковых поверхностей цилиндра и конуса показывается, как надо предупреждать ошибки учащихся, заключающиеся в непонимании ими того, что принимается по определению, а что доказывается на основании известных положений.

В § 6 дается ряд указаний, направленных на улучшение изложения вопроса об объемах круглых тел. В частности, предлагается доказательство теоремы об объеме шара, основанное на принципе построения ряда «входящих» и «выходящих» цилиндров, как наиболее приемлемое в целях объединения доказательств всех теорем данного раздела на основе одной идеи.

В § 7 дается оригинальное изложение всех вопросов относящихся к данному разделу, с использованием теории действительных чисел, построенной на основе понятия «системы совместных приближений с произвольно-малой амплитудой».[1]

[1] Определение действительного числа и основные положения этой теории даны в статье проф. Е. Я. Ремеза «Системы приближений и основы теории иррациональных чисел». Научные записки КГПИ им. А. М. Горького, т. II, 1939 г.

Основное преимущество такого изложения состоит в том, что мы получаем определение объема, так же, как и поверхности, общее для целого ряда отдельных случаев, причем отпадает необходимость убеждаться каждый раз, и всякий раз другими приемами, в существовании предела, что составляет, как мы видим, достаточно большую трудность.

Дается определение объема многогранника, объема прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, объемов и площадей поверхностей круглых тел и выводятся формулы для вычисления объемов и площадей поверхностей геометрических тел, которые изучаются в курсе геометрии X класса.

Наряду с изложением теоретического материала в третьей главе большое внимание уделяется разработке мероприятий, направленных на развитие у учащихся навыков самостоятельной исследовательской работы, на привитие им целого ряда практических навыков.

С этой целью к каждой теме данного раздела прилагается ряд задач, в большинстве своем устных, способствующих более глубокому пониманию теоретических положений и закреплению их в памяти учащихся. Таких задач имеется 78. Часть из них была подготовлена и преподносилась учащимся автором настоящей работы совместно с учителем базовой школы пединститута Ануленком Ф. С. в процессе проведения экспериментальной работы в школе на протяжении 1954—55 уч. года. Некоторые из этих задач давались учителями школ г. Киева Осиповым Н. Б. (сш. № 24), Стеценком Ф. П. (сш. № 153), Рознатовским Н. В. (сш. № 20), учителем Верхняцкой школы Черкасской области Бевз Г. П. и другими.

В § 8 приводятся 73 задачи политехнического содержания из различных отраслей промышленности, транспорта, сельского хозяйства. 24 из них являются оригинальными, остальные заимствованы из различных сборников задач.

Задачи, по возможности, выбраны такие, в которых данные являются результатами определенных измерений, возможных в действительности. Поэтому, данные для части из таких задач учащиеся смогут подобрать самостоятельно, путем проведения измерения 'Предметов обихода, близлежащих сооружений и т. д.

В § 9 рассматриваются виды самостоятельных работ, которые, по нашему мнению, необходимо проводить в X классе средней школы.

Целесообразность всех указанных в диссертационной работе предложений автором экспериментально проверена в -средних школах №№ 74, 24, 153, 138 г. Киева, а также в средних школах №№ 3 и 19 г. Днепродзержинска, Днепропетровской области.

БФ 12570 18 8.55 Тип. КГПИ, Франко, 44. Зак. 489—100