

**Закусило А. І.**  
**Національний педагогічний університет**  
**імені М. П. Драгоманова**

## **ПРО ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРА ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ТА ОЦІНКИ ЯКОСТІ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ РОБОТИ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

*Висвітлено деякі тенденції та особливості комп'ютеризації сучасної математичної освіти. Запропоновано метод і наведено приклад комп'ютерної реалізації ідеї параметризації типових задач для розробки комплексу індивідуальних завдань з вищої математики та для перевірки якості їх виконання.*

**Ключові слова:** комп'ютер, вища математика, викладання, індивідуальні завдання, параметризація.

1. Сьогодні найпотужнішою світовою тенденцією розвитку суспільства є процес його інформатизації. Головною ж рушійною силою успішного розвитку процесів інформатизації суспільства є інформатизація освіти. Приєднавшись до Болонського процесу, Україна передбачає входження до єдиного європейського освітнього та наукового простору, де мають діяти єдині вимоги до якості дипломів про освіту. Це означає, що ми повинні істотно підвищити нашу конкурентоспроможність на європейського ринку праці та освітніх послуг.

На сьогодні у світі одним з пріоритетних напрямків освітньої галузі є впровадження комп'ютерних технологій в процес викладання всіх навчальних дисциплін у всіх навчальних закладах. Сьогодні комп'ютер із об'єкта вивчення перетворюється у вискоелективний, багатофункціональний засіб навчання. Досвід педагогів-новаторів свідчить, що використання персонального комп'ютера підвищує ефективність навчального процесу за рахунок його інтенсифікації та активізації навчально-пізнавальної діяльності, надання їй творчого дослідницького спрямування.

Проблемі підвищення ефективності навчання з використанням інформаційних і комп'ютерних технологій присвячено багато досліджень і публікацій. Великий внесок у цьому напрямі стосовно викладання математики внесли також вітчизняні фахівці [1; 2]. Дослідники обґрунтовано стверджують, що інформаційні технології при викладанні математики відіграють особливо важливу роль в різносторонньому і ґрунтовному вивченні відповідного навчального матеріалу. Систематичне використання персонального комп'ютера дозволяє суттєво поглибити розуміння студентами навчального матеріалу, посилити мотивацію до навчання, активізувати навчальну діяльність, надати навчанню дослідницького, творчого спрямування.

Впровадження комп'ютерних технологій навчання вносить певні корективи в усі компоненти методичної системи викладання навчальних дисциплін. Комп'ютер вносить значні зміни у зміст, форми та методи навчання, а також у діяльність викладачів та студентів.

Слід відзначити, що для використання персонального комп'ютера на лекційних та практичних заняттях в арсеналі викладача є достатня кількість програм, а для контролю та корегування знань студентів з математичних дисциплін є потреба розробки відповідного програмного забезпечення.

2. Безперечно, що для підвищення ефективності навчального процесу слід прагнути до максимальної індивідуалізації самостійної роботи студентів, а для цього необхідно мати великий набір різних вправ і задач. При цьому виникає проблемне питання: як швидко і якісно створити і перевірити цю величезну кількість індивідуальних завдань?

Найпростіше індивідуалізації завдань можна досягти, використовуючи задачі з параметрами. У багатьох роботах викладачів-математиків розглядаються різні підходи до конструювання та використання у навчальному процесі таких систем вправ та задач, які

дають можливість проводити експрес-контроль розв'язання цих завдань. До цього напряму належать численні роботи багатьох фахівців, в тому числі і вітчизняних (див., наприклад, статтю [4]).

У вищезгаданій статті її автор ділиться також власним досвідом. Зокрема, наведено приклад застосування параметрів для одержання серії індивідуальних завдань. Розглянуто

інтеграл  $\int \frac{x-1}{x^3+x} dx$ , який можна “параметризувати” по-різному, наприклад, так

$\int \frac{ax-b}{cx^3+dx} dx$  або так:  $\int \frac{x-a}{x^3+x} dx$ . Автор [4] обґрунтовано стверджує, що для

навчальних цілей жоден з цих способів не є прийнятним (при безмашинному контролі), і з метою проведення експрес-контролю відповіді і деяких проміжних результатів цей інтеграл узагальнює таким чином:

$$\int \frac{ax^2 + (2a^2 + 4b)x + (4ab - a^3)}{(x+a)(x^2+a^2)} dx = -a \int \frac{dx}{x+a} + 2a \int \frac{xdx}{x^2+a} + 4b \int \frac{dx}{x^2+a^2}$$

Очевидно, що останній спосіб має істотні переваги у порівнянні з двома “непродуманими”, наведеними вище.

**3.** Ідея параметризації типових задач давно є добре відомою і вартою широкого втілення у різні форми навчальної роботи.

Однією з таких форм є індивідуальна робота. Завдання викладача полягає в тому, щоб забезпечити її ефективність. Значні труднощі, які виникають при організації такої роботи, пов'язані з тим, що необхідно:

- 1) видати різні завдання для великої кількості студентів;
- 2) перевірити велику кількість цих завдань.

Ці труднощі можуть бути суттєво зменшені, якщо “скористатися послугами” комп'ютера, а саме:

1) розробити комплекс типових задач, умови кожної з яких містять деякі параметри, які визначаються за допомогою комп'ютера, і є різними для достатньої кількості різних варіантів, з тим, щоб кожний студент отримав індивідуальну задачу;

2) створити для кожної такої типової задачі власну комп'ютерну програму, яка дає можливість одержати конкретну умову і весь хід розв'язування цієї задачі для заданого варіанту.

Як свідчить мій власний досвід викладання вищої математики для студентів Інституту гуманітарно-технічної освіти Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, запропонований метод організації індивідуальної роботи студентів є досить ефективним і (що є важливо) суттєво полегшує і прискорює трудомісткий і довготривалий процес перевірки викладачем якості виконання студентами індивідуальних завдань [3].

**4.** Розглянемо приклад практичного застосування цього методу.

**Задача 1.** Розв'язати систему за формулами Крамера:

$$\begin{cases} (a+1)x + 3y + 2z = 1; \\ 3x + 2y + (b-3)z = 2; \\ 2x + (c-4)y + 3z = 3. \end{cases}$$

Тут маємо 3 параметри  $a, b, c$ , які можна задати, наприклад, так:

$$a = V \bmod 3 + 1, \quad b = V \bmod 5 + 1, \quad c = V \bmod 7 + 1,$$

де  $V$  – номер варіанту,  $V \bmod n$  – остача від ділення  $V$  на  $n$ .

Таким чином отримуємо  $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$  різних варіантів.

Це дає можливість для кожного студента видати номер варіанту, що визначається, наприклад, двома останніми цифрами його залікової книжки, тобто закріпити за ним його “особисту трійку” параметрів  $a, b, c$ . Якщо ж студентів більше, ніж 100, то визначення параметрів можна легко підправити.

Скористаємося досить простою і добре відомою мовою програмування BASIC (див., наприклад, [5]).

Наступна BASIC-програма дає можливість одержати на екрані комп'ютера умову і весь процес розв'язування задачі для заданого варіанту.

```

INPUT "Варіант "; V: CLS
PRINT TAB(20); "Варіант"; V
a = V MOD 3 + 1: b = V MOD 5 + 1: c = V MOD 7 + 1
a(1, 1) = a + 1: a(1, 2) = 3: a(1, 3) = 2: a(1, 4) = 1
a(2, 1) = 3: a(2, 2) = 2: a(2, 3) = b - 3: a(2, 4) = 2
a(3, 1) = 2: a(3, 2) = c - 4: a(3, 3) = 3: a(3, 4) = 3
d = 6 * (a + 1) + 6 * (b - 3) + 6 * (c - 4) - 8 - 27 - (a + 1) * (b - 3) * (c - 4)
dx = 6 + 9 * (b - 3) + 4 * (c - 4) - 12 - 18 - (b - 3) * (c - 4)
dy = 6 * (a + 1) + 2 * (b - 3) + 18 - 8 - 9 - 3 * (a + 1) * (b - 3)
dz = 6 * (a + 1) + 12 + 3 * (c - 4) - 4 - 27 - 2 * (a + 1) * (c - 4)
x = dx / d: y = dy / d: z = dz / d
'----- Скорочення дробів dx/d, dy/d, dz/d
FOR i = 1 TO ABS(d): IF dx MOD i = 0 AND d MOD i = 0 THEN rx = i
NEXT
d1 = d / rx: dx1 = dx / rx
FOR i = 1 TO ABS(d): IF dy MOD i = 0 AND d MOD i = 0 THEN ry = i
NEXT
d2 = d / ry: dy2 = dy / ry
FOR i = 1 TO ABS(d): IF dz MOD i = 0 AND d MOD i = 0 THEN rz = i
NEXT
d3 = d / rz: dz3 = dz / rz
PRINT "Задача 1. Розв'язати систему за формулами Крамера:"
PRINT TAB(10); "┌"; a + 1; "x + 3 y + 2 z = 1"
PRINT TAB(10); "└ 3 x + 2 y";
IF b - 3 < 0 THEN PRINT "-";
IF b - 3 > 0 THEN PRINT "+";
IF ABS(b - 3) > 1 THEN PRINT ABS(b - 3);
IF b - 3 <> 0 THEN PRINT "z";
PRINT "= 2"
PRINT TAB(10); "┌ 2 x";
IF c - 4 < 0 THEN PRINT "-";
IF c - 4 > 0 THEN PRINT "+";
IF ABS(c - 4) > 1 THEN PRINT ABS(c - 4);
IF c - 4 <> 0 THEN PRINT "y";
PRINT "+ 3 z = 3"
PRINT "Розв'язування. Обчислимо визначники:"
PRINT "┌"; a + 1; " 3 2 ┌"
PRINT "delta = ┌ 3 2"; b - 3; "┌ =";
PRINT "6*(a+1);"+"(6*(b-3);"+"(6*(c-4);"-8-27-("+(a+1)*(b-3)*(c-4);")="";d

```

```

PRINT " | 2 "; c - 4; " 3 | "
PRINT " | 1 3 2 | "
PRINT " delta x = | 2 2 "; b - 3; " | = ";
PRINT " 6+(";9*(b-3);")+(";4*(c-4);")-12-18-(";(b-3)*(c-4);")=";dx
PRINT " | 3 "; c - 4; " 3 | "
PRINT " | "; a + 1; " 1 2 | "
PRINT " delta y = | 3 2 "; b - 3; " | = ";
PRINT " 6*(a+1);"+(";2*(b-3);")+18-8-9-(";3*(a+1)*(b-3);")=";dy
PRINT " | 2 3 3 | "
PRINT " | "; a + 1; " 3 1 | "
PRINT " delta z = | 3 2 2 | = ";
PRINT " 6*(a+1);"+12+(";3*(c-4);")-4-27-(";2*(a+1)*(c-4);")=";dz
PRINT " | 2 "; c - 4; " 3 | "
PRINT " x = delta x / delta = "; dx; "/" ; d; " = "; : IF x < 0 THEN PRINT "-";
PRINT ABS(dx1); : IF ABS(d1) > 1 THEN PRINT "/" ; ABS(d1);
PRINT
PRINT " y = delta y / delta = "; dy; "/" ; d; " = "; : IF y < 0 THEN PRINT "-";
PRINT ABS(dy2); : IF ABS(d2) > 1 THEN PRINT "/" ; ABS(d2);
PRINT
PRINT " z = delta z / delta = "; dz; "/" ; d; " = "; : IF z < 0 THEN PRINT "-";
PRINT ABS(dz3); : IF ABS(d3) > 1 THEN PRINT "/" ; ABS(d3) ELSE PRINT
PRINT " Відповідь: x = "; : IF x < 0 THEN PRINT "-";
PRINT ABS(dx1); : IF ABS(d1) > 1 THEN PRINT "/" ; ABS(d1);
PRINT "; y = "; : IF y < 0 THEN PRINT "-";
PRINT ABS(dy2); : IF ABS(d2) > 1 THEN PRINT "/" ; ABS(d2);
PRINT "; z = "; : IF z < 0 THEN PRINT "-";
PRINT ABS(dz3); : IF ABS(d3) > 1 THEN PRINT "/" ; ABS(d3);
PRINT " "

```

Зауважимо, що програму можна при потребі досить просто модифікувати.

В результаті виконання програми одержимо на екрані для варіанту, наприклад, 46:

#### Варіант 46

Задача 1. Розв'язати систему за формулами Крамера:

$$\begin{cases} 3x + 3y + 2z = 1 \\ 3x + 2y - z = 2 \\ 2x + y + 3z = 3 \end{cases}$$

Розв'язування. Обчислимо визначники:

$$\text{delta} = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 18 + (-6) + (6) - 8 - 27 - (-3) = -14$$

$$\text{delta } x = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 + (-9) + (4) - 12 - 18 - (-1) = -28$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 18 + (-2) + 18 - 8 - 9 - (-9) = 26$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 18 + 12 + (3) - 4 - 27 - (6) = -4$$

$$x = \Delta x / \Delta = -28 / -14 = 2$$

$$y = \Delta y / \Delta = 26 / -14 = -13 / 7$$

$$z = \Delta z / \Delta = -4 / -14 = 2 / 7$$

Відповідь:  $x = 2$ ;  $y = -13 / 7$ ;  $z = 2 / 7$ .

Зауважимо, що ми одержуємо точний розв'язок задачі (тобто значення  $x, y, z$  одержимо у вигляді звичайних дробів).

Отже, таким чином можна миттєво одержати на екрані умову і весь процес розв'язування задачі для кожного варіанту у бажаному вигляді.

#### **Використана література:**

1. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики : посібник для вчителів. – К. : Техніка, 1997. – 303 с.
2. Жалдак М. І. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання математики, фізики, інформатики : посібник для вчителів / Жалдак М. І., Лапінський В. В., Шут М. І. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. – 182 с.
3. Закусило А. І. Індивідуальні роботи з вищої математики для студентів технологічних спеціальностей. – Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2009. – 124 с.
4. Москаленко Л. Ф. Об одном из подходов к конструированию и использованию в учебном процессе системы упражнений по высшей математике // Дидактика математики: проблемы і дослідження : Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 31. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – 128 с.
5. Светозарова Г.И. Практикум по программированию на языке бейсик : учеб. пособие для вузов / Светозарова Г.И., Мельников А. А., Козловский А. В. – М. : Наука, 1988. – 368 с.

#### **Закусило А. И. Об использовании компьютера для организации и оценки качества индивидуальной работы по высшей математике.**

*Освещено некоторые тенденции и особенности компьютеризации современного математического образования. Предложен метод и приведён пример компьютерной реализации идеи параметризации типичных задач для разработки комплекса индивидуальных заданий по высшей математике и для проверки качества их выполнения студентами.*

**Ключевые слова:** компьютер, высшая математика, преподавание, индивидуальные задания, параметризация.

#### **Zakusilo A. I. On computer use for organization and grade of individual work quality on higher mathematics.**

*Some tendency and peculiarity of computerization of modern mathematical education is illustrated. The method of computer realization of the idea of typical problem parameterization for working out of individual task complexes on higher mathematics and for checking of quality of fulfillment of these complexes by students is given. The example of this computer realization is given as well.*

**Keywords:** computer, higher mathematics, teaching, individual task, parameterization.