

511/11
D27

P-P

3481-

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО, СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени А. М. ГОРЬКОГО

А. В. ДЕЙНЕГА

**ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ
МАТЕМАТИКИ**

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук
(по методике математики)

Научный руководитель — профессор И. Е. Шиманский

КИЕВ — 1966

НБ НПУ
імені М.П. Драгоманова



100310990

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО, СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ УССР

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени А. М. ГОРЬКОГО

А. В. ДЕЙНЕГА

Элементарные трансцендентные
уравнения в школьном курсе
математики

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук
(по методике математики)

Научный руководитель — профессор И. Е. Шиманский

КИЕВ — 1966

Киевский государственный педагогический институт им. А. М. Горького направляет Вам для ознакомления автореферат диссертационной работы тов. ДЕЙНЕГИ А. В., представленной к защите на соискание ученой степени кандидата педагогических наук.

Просьба ознакомиться с авторефератом и Ваши замечания прислать по адресу: г. Киев, бульвар Шевченко, 22/24, Киевский государственный педагогический институт имени А. М. Горького, научная часть.

Автореферат разослан

Защита состоится

Систематическое улучшение качества преподавания математики — одна из важнейших задач советской школы. Эта задача приобретает особое значение после исторических решений XIII съезда КПСС о постепенном переходе нашей страны к всеобщему обязательному среднему образованию.

Практическое осуществление этой задачи предполагает прочное усвоение учащимися всех разделов школьного курса математики. Однако опыт работы средней школы, результаты ежегодных вступительных экзаменов в вузы и многие другие факты показывают, что определенный контингент учащихся средних школ еще не обладает требуемыми знаниями по ряду важнейших разделов школьной программы. Это касается прежде всего труднейших из уравнений — трансцендентных: показательных, логарифмических и тригонометрических, которым и посвящена диссертационная работа автора.

Основная часть учебного времени, отводимого программами последних лет на изучение всех типов уравнений, предназначена алгебраическим уравнениям, тогда как изучение трансцендентных уравнений ограничивается весьма небольшим количеством учебных часов. Если же взять учебники по алгебре Киселева и по тригонометрии Новоселова, то в них материал о трансцендентных уравнениях изложен сравнительно слабо, при том, в чисто теоретическом аспекте: такой важный вопрос, как прикладные приложения трансцендентных уравнений в науке и технике, в этих учебниках не освещается совсем.

Дело усугубляется еще и тем, что по сравнению с другими типами уравнений, изучаемых в школе, уравнения трансцендентные разработаны методически слабее, и что нигде, насколько нам известно, в учебно-педагогической литературе эти уравнения не объединены такой методической и практической схемой (или идеей), которая стала бы целенаправляющей при их преподавании.

Все это показывает, что элементарные трансцендентные уравнения до сих пор педагогически недооцениваются, а многие учителя (особенно начинающие) испытывают при их пре-

подавании значительные трудности. Отсюда часто встречаемое в школах формальное изучение трансцендентных уравнений, неправильное отношение к ним со стороны определенной группы учителей, методистов и даже отдельных ученых, интересующихся проблемами школьной методики.

Изучив опыт преподавания лучших учителей-практиков, проанализировав отечественную и зарубежную литературу по трансцендентным уравнениям, в диссертации разработана наиболее целесообразная, по мнению автора, имеющего 22-летний стаж работы в школе, методика показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений. В диссертации, кроме того, показана несостоятельность недооценки изучения в школе этих уравнений.

При написании диссертации автор исходил из существенного положения о том, что методика преподавания трансцендентных уравнений в современной средней школе должна по содержанию качественно отличаться от той методики, которая применялась к данным уравнениям раньше, например, до появления закона об улучшении связи школы с практической жизнью.

Реализация указанного отличия предполагает выполнение, в основном, следующих двух требований: 1) преподавание трансцендентных уравнений в школе должно опираться, прежде всего, на конкретный показ учащимся научно-прикладной ценности их изучения («практическая потребность изучаемого вопроса»); 2) смысловая сторона всего процесса решения трансцендентных уравнений и задач на их составление (обоснование хода решения, исследование, проверка и пр.) должна стать доминирующей над формальными преобразованиями их с одного вида в другой, над сюжетным изучением условия задачи («развитие логического мышления учащихся»).

Таким образом, потребность изучения — прикладная ценность — связь теории и практики — обоснование и элементы исследования — вот та методическая схема, которая должна стать направляющей при современном преподавании трансцендентных уравнений в нашей школе. Эта методическая схема отражена в диссертации и характеризует ее основное содержание.

Возникновение и дальнейшее развитие новых математических наук (кибернетики, математической логики и др.) требует высококвалифицированных специалистов (научных работников, программистов, вычислителей и т. д.), которых можно получить лишь в том случае, если мы, учителя, сумеем воспитать

талантливую молодежь, интересующуюся математикой, уже в средней школе, и если мы дадим ей глубокие математические знания.

Современная общеобразовательная («нормальная») средняя школа не сможет успешно справиться с указанными выше задачами, если она не будет своевременно прогрессировать в сторону тех новых требований, которые ставит перед ней бурно развивающаяся современная советская жизнь. Такой прогресс в настоящее время происходит, и его первым важнейшим результатом является образование специальных математических школ (Новосибирская, Ивановская, Киевская, Харьковская, Московская и др.) и классов как стационарных, так и заочных. Ежедневная индивидуальная работа со всеми учащимися, широкая организация математических олимпиад и конкурсов также способствует реализации указанных выше образовательных целей. Само собой понятно, что такие учащиеся будут предъявлять и уже давно предъявляют учителям свои повышенные математические требования, иногда далеко выходящие за пределы «нормальных» школьных программ. Это обязывает учителей систематически повышать свою теоретическую и практическую подготовку, совершенствовать методику преподавания всех и, особенно, наиболее трудных разделов школьного курса математики, хорошо знать также и многие «внепрограммные» вопросы.

Изложенное показывает, что современная общеобразовательная средняя школа начинает принимать совершенно новое учебно-педагогическое направление, расширять свое образовательное содержание.

Исходя из такого нового понимания слов «средняя школа», автор рассматривает в диссертации кроме традиционных программных вопросов еще и такие, что несколько выходят из рамок ныне существующих школьных программ: введение числа e и натуральных логарифмов, их геометрическая (Клейновская) теория, исследование несложных трансцендентных уравнений, специальные способы их решения и другие. Такое «расширение» объема темы о трансцендентных уравнениях диктуется как изложенными выше новыми требованиями жизни, так и стремлением автора дать учителям «нормальных» школ, а также и учителям школ (классов) с математической специализацией соответствующий методический и практический материал.

Диссертационная работа имеет следующие цели:

1. Показать, что недооценка в школе изучения элементарных трансцендентных уравнений является не только ошибоч-

ной и безосновательной, но и во многих случаях даже вредной;

2. Проанализировать школьную учебно-педагогическую и методическую литературу, содержащую трансцендентные уравнения, изучить историю их развития и имеющийся по этим уравнениям передовой опыт преподавания;

3. Раскрыть методико-теоретическое и практическое значение трансцендентных уравнений;

4. Показать, что трансцендентные уравнения имеют не только некоторое вспомогательное значение (например, для лучшего усвоения трансцендентных функций), но и определенную самостоятельную ценность, не меньшую, чем это имеют алгебраические уравнения;

5. Разработать эффективную методику преподавания трансцендентных уравнений, исходя из тех новых требований, которые предъявляет школе современная жизнь и методика;

6. Показать, что разработанная нами методика способствует значительному улучшению преподавания трансцендентных уравнений и связанных с ними других вопросов. Это можно достигнуть, в основном, такими путями: а) применением генетического метода изложения, б) повышением научного и методического уровня преподавания, в) показом и решением (в классе или на кружке) примеров и задач прикладного содержания, г) применением различных средств наглядности — чертежей, графиков, схем, функциональных бумаг (логарифмической, полулогарифмической), использованием шаблонов графиков всевозможных функций и др., д) решением трансцендентных уравнений некоторыми приближенными способами (графическим, делением интервала пополам, с помощью проб), е) систематическим обоснованием процесса решения трансцендентных уравнений и их исследованием, з) использованием изложенных в диссертации рекомендаций и методических приемов, другими путями.

Диссертационная работа написана на основе:

1. Изучения и анализа учебно-педагогической и методической литературы (начиная с изданий 1828 года) как отечественной, так и некоторой зарубежной;

2. Наблюдения над работой учащихся и методических бесед с учителями-практиками после посещения их уроков;

3. Анализа самостоятельных, контрольных и экспериментальных работ (более 3000) учащихся и студентов (державших вступительные экзамены и обучавшихся в Киевском и Славянском педагогических институтах);

4. Результатов проведенного нами школьного эксперимен-

та в ряде школ: В.—Ольчедаевская СШ (Винницкая обл., 1956 г.), средние школы № 3 и № 5 г. Славянска (1960 г.), Киевская СШ № 136 (1958 г.) и Коцюбинская СШ (Киевская обл., 1961—1964 годы).

Материалы диссертации заслушивались и обсуждались:

1. На заседаниях кафедры элементарной математики и методики Киевского педагогического института им. А. М. Горького в 1956—1959 годах;

2. На отчетно-научной конференции кафедр Киевского пединститута им. А. М. Горького, посвященной XXI съезду КПСС (24—26 января 1959 года);

3. На заседании кафедры математики Славянского педагогического института им. Н. Островского (1960 г.);

4. На заседании предметной методкомиссии политехнического цикла учителей Коцюбинской средней школы (1963 г.).

Диссертационная работа состоит из Предисловия, пяти глав и Приложения.

Первая глава имеет пять параграфов. В § 1 дан обзор отечественной школьной учебно-педагогической и методической литературы, содержащей трансцендентные уравнения, начиная с периода 1828—1846 годов по настоящее время. Указанный период выбран потому, что он первый оставил полезное методическое наследие по диссертационной теме.

В процессе изучения литературы освещены вопросы: а) генезис понятий показательного, логарифмического и тригонометрического уравнений в школьном курсе, б) точки зрения авторов на цели, содержание и объем, место и значение трансцендентных уравнений, в) существовавшие раньше и сейчас имеющиеся методы, способы и приемы решения трансцендентных уравнений, г) ряд других вопросов, связанных с предыдущими. Обзор литературы выполнен нами отдельно по каждому типу трансцендентных уравнений в плане: учебники и учебные пособия; методическая литература. В конце параграфа изложены вытекающие из обзора выводы и рекомендации.

В «§ 2. Трансцендентные уравнения в учебниках и другой школьной литературе некоторых зарубежных стран» проанализирован опыт преподавания трансцендентных уравнений в школах Чехословакии, Польши, Болгарии, Румынии, ГДР, частично Франции, Англии и США.

В то время, как царское правительство беспощадно душило украинское слово, в Западной Украине, входившей в состав Австро-Венгерской империи, существовали, хотя и немногочисленные, но украинские школы, издавались математические работы на украинском языке. Здесь зарождался украинский

математический язык, формировалась математическая терминология, ставшие впоследствии прочной основой развития советской украинской математики. Исходя из такой, можно сказать, особой роли западно-украинской математической литературы, автор сочел необходимым рассмотреть отдельным третьим параграфом ту, что содержит трансцендентные уравнения.

Четвертый параграф посвящен рассмотрению трансцендентных уравнений в школьном курсе математики (дореволюционном и советском). Здесь изложены особенности изучения указанных уравнений в старой русской и нашей советской школе. В дореволюционной русской школе господствовали формалистические тенденции, отразившиеся и на изучении трансцендентных уравнений, в советский же период такие тенденции изживаются. Однако, в нашей школе распространены другие крайности, выражающиеся, например, в недооценке трансцендентных уравнений и в неправильном понимании целей их изучения.

Ознакомление учащихся с теми важнейшими закономерностями явлений и процессов природы, которые выражаются в виде трансцендентных уравнений, давно стало насущной необходимостью. Эти уравнения имеют, как правило, «нетрадиционный» вид, как например,

$$2^x = 4x^2; \quad x = \log_a x; \quad \frac{\sin x}{x} = 1 \text{ и другие.}$$

Значит, и такого вида уравнения должны серьезно рассматриваться в школе.

В данном параграфе, как и в других местах диссертации, указанному виду уравнений уделено достаточно внимания.

В § 5 изложен вопрос о роли трансцендентных уравнений в математической науке, прослежена история их возникновения и дальнейшего развития, начиная с трудов знаменитых ученых — Ньютона, Гаусса, Эйлера, Лобачевского, Остроградского, Циолковского и других, кончая большими работами или небольшими статьями современных математиков, преподавателей вузов и средних школ.

В трех первых параграфах второй главы освещен вопрос о политехническом значении трансцендентных уравнений, их ценности для лучшего усвоения других разделов школьного курса математики.

В некоторых пособиях и статьях можно еще встретить утверждение, что теоретическое и практическое значение транс-

цендентных уравнений якобы небольшое. Между тем опыт работы автора и других учителей, результаты проведенного нами эксперимента показывают совершенно противоположное. Не говоря уже о том, что трансцендентные уравнения являются прекрасным материалом для лучшего усвоения свойств трансцендентных функций, их изучение в школе ценно еще и в других отношениях.

Так, в процессе изучения трансцендентных уравнений открываются большие возможности в приобретении учащимися навыков исследования функций и уравнений, в тождественных преобразованиях и решении уравнений вообще. Рассматривая всевозможные случаи нарушения эквивалентности при решении трансцендентных уравнений, решая и исследуя те из них, которые содержат параметры, сопоставляя между собой различные варианты решений и т. д., учащиеся начинают постепенно разбираться в простейших диалектических видоизменениях и взаимосвязях, существующих в математическом мире чисел и величин, вырабатывают в себе навыки логического мышления и научного исследования. Как видим, изучение трансцендентных уравнений весьма ценно в образовательном отношении.

Радиоактивный распад веществ, охлаждение физических тел, трение каната, атмосферное давление, включение и выключение электросетей, колебание упругих тел, относительный отброс ракеты, логарифмическая фаза роста бактерий, амортизация и т. д. и т. п. протекают по законам, выражаемым именно трансцендентными уравнениями. Решение практических задач, основывающихся на таких законах и приводящихся к составлению указанных уравнений, приносит большую практическую пользу.

Таким образом, изучение трансцендентных уравнений ценно не только в отношении образовательном, но и в чисто практическом отношении.

Нельзя, наконец, пройти мимо следующего факта. Трансцендентные уравнения всегда содержались раньше и сейчас имеются во всех учебниках и пособиях по элементарной математике. Из года в год предлагались и предлагаются на экзаменах, олимпиадах и конкурсах, наравне с другими вопросами и трансцендентные уравнения. Данный факт нельзя объяснить какой-то «традиционностью» или стремлением, как иногда думают, «запутать» и «поймать» ученика. Все дело можно объяснить только так, что на показательных, логарифмических и тригонометрических уравнениях, как ни на одном другом материале, имеется большая возможность выяснить уровень зна-

ний учащихся по многим важнейшим вопросам школьной программы.

Изложенное показывает, что элементарные трансцендентные уравнения заслуживают значительно большего внимания, чем это уделяется им в школе в настоящее время.

В последнем параграфе данной главы на примерах многих задач прикладного содержания показано применение трансцендентных уравнений в различных областях науки, техники и производства (задачи физического и химического содержания, задачи из ракетодинамики и астрономии, задачи производственного, технического и другого содержания). Решение примеров трансцендентных уравнений лишь тогда принесет ощутимую пользу, если учащиеся будут знать, что же именно выражают эти уравнения в практической жизни, какую роль они играют в современной науке.

Трудно согласиться с выдвигаемыми опасениями о том, что разъяснить учащимся физическую или техническую терминологию прикладных задач якобы невозможно. Учитель, который постоянно держит контакт с преподавателями других предметов, консультируется с ними и повышает свою квалификацию, такой учитель, подчеркиваем, не будет бояться никакой терминологии и сумеет разъяснить ее содержание любому ученику средней школы. Сотрудничество преподавателей различных предметов имеет принципиальное значение не только в данном случае, но и в деле реализации на практике междупредметных связей. Приведенные опасения, кстати заметить, говорят о вредности для будущих учителей той чрезмерной специализации, которая имеет место в пединститутах, и о нецелесообразности деления в них студентов на «математиков» и «физиков».

В третьей главе (§ 1—§ 7) изложены элементы теории трансцендентных уравнений и решений их как известными, так и некоторыми новыми специальными способами.

В этой главе автор остановился, прежде всего, на логическом анализе таких понятий, как «функция», «равенство» и «тождество», так как от ясности этих понятий существенно зависит изложение содержания методики трансцендентных уравнений. В частности, показано, что в ныне существующих некоторых учебниках и в справочной литературе определение: «Уравнение, в котором неизвестное находится в показателе степени (под знаком логарифма или тригонометрической функции), называется показательным (логарифмическим или тригонометрическим) уравнением» является, вообще говоря, неверным.

Действительно, согласно этого определения, уравнение

$\lg(1+2^x) = 3$ — показательное, $\sin(\lg x) = 1$ — логарифмическое, а $3^{\cos x} = 1$ — тригонометрическое, тогда как на самом деле указанные уравнения соответственно будут: логарифмическим, тригонометрическим и показательным.

В диссертации сделана попытка уточнить такие определения. С этой целью автор считает необходимым ввести понятие «внешней функции» и понятие «порядка функции». Автор показывает, что в основе указанных определений надо ставить не внешний признак (в данном случае, входит или не входит неизвестное под знак какой-то функции), а наличие тех элементарных алгебраических операций, которые выполняются над внешней функцией высшего порядка.

Исходя из таких дополнений и соображений, даются новые определения, которые имеют ряд преимуществ перед приведенными выше и другими известными определениями. Предлагаемые нами определения являются функционально-логическими, имеют одну и ту же структуру (что облегчает их запоминание учащимися), они достаточно общие: охватывают не только известные «традиционные» уравнения, но и включают класс других уравнений, например, вида

$$\lg(1+5^x) = 2; 0,5 \sin(2x^2-1) = x; \cos \lg x = 1, 2^{\cos x} = |x| \text{ и др.}$$

В этом же параграфе изложена методика введения определений показательного, логарифмического и тригонометрического уравнений.

Во втором параграфе рассмотрена связь тождественных преобразований с эквивалентностью, приведены наиболее часто встречаемые случаи потери и приобретения посторонних корней в процессе решения трансцендентных уравнений.

Вопросам методики и теоретическим основам трансцендентных уравнений посвящены следующие три параграфа. Среди многих рекомендаций в них обращается внимание учителя, в частности, на то, как можно добиться прочного овладения учащимися так называемого нами «навыком перспективности решения», позволяющего ученикам самостоятельно определять, в каком именно направлении следует выполнять те или иные преобразования так, чтобы прийти для рассматриваемого уравнения или задачи правильному решению (т. е. «ответу»).

Имея большую политехническую ценность, решение трансцендентных уравнений, содержащих параметры, способствует и н т е з и р о в а н и ю тех знаний, которые получили учащиеся при изучении алгебраических уравнений и других программных вопросов. Методика таких уравнений, классифицирован-

ных нами по трем группам, изложена в шестом параграфе данной главы.

Графический метод решения трансцендентных уравнений имеет ряд преимуществ перед некоторыми аналитическими решениями. Он, как и трансцендентные уравнения, имеет широкое практическое применение. Поэтому данному методу следует уделить особое внимание при изучении трансцендентных уравнений. Для лучшего понимания математической сути графического метода необходимо дать учащимся начальные сведения о непрерывных функциях, их основные свойства, используя для этой цели чертежи, конкретные вычисления, примеры ранее изучавшихся функций. Изложив в общих чертах основную идею (теорию) графического метода решения уравнений вообще и трансцендентных уравнений, в частности, показав его практическое применение, можно перейти к графическому решению уравнений, например, вида $\cos 2x = x$; $x^2 = \ln x$, $3^x = 4x$ и др.

При этом полезно использовать различные виды функциональных бумаг, стандартные шаблоны графиков функций (например, $y = 2^x$; $y = \sin x$; $y = x^2$; $y = \lg x$) и другие вспомогательные средства.

Так как практическая «мощность» стандартных шаблонов графиков функций, как и способа построения графиков «по точкам», не очень высока, то полезно применять предложенное нами «рекуррентное построение графиков», позволяющее геометрически получить достаточное количество точек графика, например, показательной функции, если известно положение хотя бы одной его точки.

В последнем, седьмом параграфе этой главы изложено решение трансцендентных уравнений методом последовательного половинного деления интервала, в промежутке которого ищется корень уравнения. Применение этого метода повышает вычислительную культуру учащихся, активизирует изучение трансцендентных уравнений.

Основные методические положения диссертации изложены, главным образом, в ее четвертой главе, содержащей пять частей:

§ 1. Общие замечания (о целях, месте и содержании);

§ 2. Параллельное изучение трансцендентных уравнений (рассматривается тот материал, с изучением которого можно попутно изучать и трансцендентные уравнения);

§ 3. Отдельно-математическое изучение трансцендентных уравнений;

§ 4. Некоторые методические приемы (позволяющие улучшить преподавание указанных уравнений);

§ 5. Самостоятельная и кружковая работа.

По ныне существующей программе, для изучения трансцендентных уравнений выделено крайне малое количество (16—18) часов. Изучаются они в таком случае поспешно, а, значит, и поверхностно, что и является одной из причин слабого их усвоения. Если мы хотим, чтобы материал о трансцендентных уравнениях был прочно усвоен, а не формально «пройден», необходимо выделить, как показал эксперимент, минимум 29 часов. Программой, например, 1938 года, на изучение одних только тригонометрических уравнений предусматривалось 24 часа, так что указанный минимум не является слишком преувеличенным.

Увеличение количества часов на изучение трансцендентных уравнений вызывается многими важными причинами, среди которых обоснование процесса решения и исследование уравнений, подобно исследованию некоторых алгебраических уравнений, заслуживают самого серьезного внимания.

Оправдал себя следующий порядок изучения трансцендентных уравнений: простейшие из них и ряд вопросов, связанных непосредственно с ними, изучать попутно с изучением текущих программных тем курса (такое изучение мы называем параллельным, оно начинается уже с VIII класса), в последнем же (десятом) классе, после изучения трансцендентных функций, сразу же рассматривать основные вопросы теории и практики трансцендентных уравнений в виде отдельных тем: «Показательные уравнения», «Логарифмические уравнения» и «Тригонометрические уравнения» (такое изучение мы называем отдельно-тематическим). Указанный порядок изучения трансцендентных уравнений был реализован нами в школе и дал вполне удовлетворительные результаты.

В § 4 изложены некоторые методические приемы, применение которых позволяет улучшить качество изложения и усвоение трансцендентных уравнений (вариативность, сопоставление, привлечение всевозможных средств наглядности, устные упражнения, применение перфокарт и другие). Глава заканчивается изложением методики самостоятельной (классной и домашней) и кружковой работы по диссертационной теме.

Как уже замечалось, учителя должны терпеливо воспитывать молодые математические таланты, но это прежде всего значит систематически работать не только со «средним» учеником, но и с более сильными учащимися и отличниками. Такая работа учителя проводится непосредственно на уроке, в классе

или же на кружке. В этом деле большое значение имеет специальная домашняя работа учащихся под руководством учителя, позволяющая лучше выявить их математические способности.

Развитию математических способностей учащихся способствует не только практическое решение уравнений или задач по теме трансцендентных уравнений, но и выполнение определенных математических исследований по избранным вопросам. Тематика исследований может быть, например, следующая: «Способы определения числа корней трансцендентных уравнений», «Специальные приемы решения трансцендентных уравнений», «Приближенные методы решения уравнений», «Тожественные преобразования и эквивалентность» и другие темы.

Путем систематического наблюдения учителя над самостоятельной работой учащихся (классной, домашней, кружковой) имеется большая возможность реализовать на практике многие педагогические и методические замыслы учителя, способствующие улучшению преподавания трансцендентных уравнений, выявить возникающие при этом трудности и наиболее часто встречаемые здесь ошибки. На анализе таких ошибок мы останавливаемся во многих местах диссертации и специально — в пятой главе.

Глава пятая — заключительная, она посвящена описанию проведенного нами школьного эксперимента и психологическому анализу ошибок и трудностей, возникающих при решении трансцендентных уравнений (§ 1 и § 2).

Целью обучающего эксперимента было проверить:

1) целесообразность и эффективность методики параллельного и отдельно-тематического изучения трансцендентных уравнений (показательных, логарифмических и тригонометрических);

2) доступность понимания всеми учащимися предложенного нами логико-функционального определения показательного (логарифмического и тригонометрического) уравнения;

3) влияние изучения трансцендентных уравнений и решения практических задач на образовательный уровень учащихся и на качество усвоения ими других тем школьного курса математики.

Лабораторный эксперимент, как составная часть и продолжение обучающего эксперимента, имел своей целью решить вопросы:

1) доступно ли учащимся решение трансцендентных уравнений приближенными методами: методом последовательного половинного деления интервала и методом проб;

2) посилено ли учащимся исследование несложных трансцендентных уравнений $a^x = bx$, $\log_a x = bx + c$, $ax = \sin x$ и др. в плане, изложенном в диссертации;

3) выявить и проанализировать ошибки и трудности, возникающие при решении трансцендентных уравнений.

В процессе эксперимента многие предварительные методические гипотезы автора были полностью реализованы, хотя некоторые из них пришлось отбросить, как неподтвердившиеся. Результаты эксперимента оказались, в основном, вполне удовлетворительными и дали возможность ответить положительно на поставленные выше и многие другие вопросы.

Проведение эксперимента было организовано так:

1) в 1956 году в восьмом и двух девярых классах В.—Ольчедаевской средней школы Мур.-Куриловецкого района Винницкой области проводились занятия по теме «Способы решения тригонометрических уравнений» и по теме «Приближенные методы решения трансцендентных уравнений» (на кружке) совместно с учительницей Зигурой Л. В.;

2) в 1958 году в Киевской СШ № 144 учитель Савченко М. А. работал в IX—X классах по предложенному нами плану, в содержание которого входила проверка методики преподавания теоретических основ решения трансцендентных уравнений и собиране фактического материала для анализа ошибок, допускаемых учащимися в процессе решения указанных уравнений;

3) в 1960 году в школах № 3 и № 5 г. Славянска автор работал с двумя группами учащихся десятых классов, где исследовался вопрос об определениях трансцендентных уравнений и их классификации. Кроме того, студенты Славянского пединститута, проходившие практику в ряде школ под руководством автора, работали над темами «Показательные и логарифмические уравнения» и «Тригонометрические уравнения» по методике, изложенной в диссертации;

4) с 1961 года по 1964 год в девярых и десятых классах Коцюбинской средней школы Киево-Святошинского района Киевской области по плану, утвержденному директором школы, автор проводил экспериментальную проверку параллельного и отдельно-тематического преподавания трансцендентных уравнений. Здесь же проверялась и методика исследования несложных трансцендентных уравнений как элементарными средствами (геометрически), так и с помощью производной.

Успешному усвоению трансцендентных уравнений мешают многие препятствия, среди которых занимают особое место те, что характеризуются психологическими факторами. Влияние

таких факторов в первую очередь способствует появлению ошибок как грубейших, так и второстепенных. Психологический анализ таких ошибок и трудностей выполнен нами в последнем параграфе этой главы. Написанная нами статья по данному вопросу была рассмотрена Киевским НИИ психологии и педагогики и рекомендована к опубликованию.

В приложении к диссертации дается достаточное количество (для работы учителя) практических задач, приводящихся к составлению трансцендентных уравнений, имеющих приложения в науке, технике и на производстве. Кроме того, такие задачи имеются и во всей работе, где к ним даны соответствующие пояснения и методические указания. Все эти задачи учитель может использовать на уроке или на кружке (со всеми учащимися или же только лишь с теми, кто имеет особые наклонности к математике).

В приложениях, кроме того, приведены образцы вычислительных и графических (чертежных) работ учащихся, а также обширный список использованной учебно-педагогической и методической литературы, насчитывающий более 180 названий, в том числе и 22— иностранных.

В Ы В О Д Ы

1. Недооценка в некоторых школах и некоторыми методистами и учеными изучения элементарных трансцендентных уравнений является совершенно необоснованной и дезориентирующей, а во многих случаях даже вредной, так как эти уравнения имеют большое методическое и практическое значение. Это значение возрастает еще в большей степени для учащихся (и учителей) школ, классов и групп с математической специализацией, для математических олимпиад и конкурсов.

2. Преподавание трансцендентных уравнений должно быть не дефинитивным или описательным (что в школьной практике еще часто встречается), а только генетическим, характеризующимся методической схемой: потребность изучения — научная и прикладная ценность — теория и практика — элементы исследования и обоснования. Рекомендуется идти не от определения к решению уравнений (два этапа), а от задачи прикладного содержания, через определение к решению (три этапа).

3. Ознакомление учащихся с задачами прикладного содержания, решение трансцендентных уравнений различными методами и приемами (в том числе приближенными и специальными), исследование несложных трансцендентных урав-

нений, привлечение эффективных методических приемов изложения материала и т. д. — все это значительно повышает интерес учащихся к изучению трансцендентных уравнений, способствует лучшему их усвоению.

4. Элементарные трансцендентные уравнения должны занять в школьном курсе математики такое же прочное положение, какое занимают в нем алгебраические уравнения. Трансцендентные уравнения вполне заслуживают того, чтобы им отвести надлежащее место в программе, а их изучению уделить значительно больше времени и внимания, чем это делается в настоящее время.

5. Введение в школьный курс математики понятия о числе e , натурального логарифма и его геометрической (клеиновской) теории, решение задач прикладного содержания, которые приводятся к составлению трансцендентных уравнений, выполнение их исследования — продиктовано как насущными потребностями современной жизни, так и практической реализацией принципа преемственности между средней и высшей школами.

6. Важнейшим педагогическим подспорьем в работе учителя есть систематизированный и психологический анализ тех трудностей и типичных ошибок, которые возникают в процессе преподавания и решения трансцендентных уравнений.

Такой анализ позволяет выявить и использовать те психологические и педагогические условия, при которых изучение в школе указанных уравнений стало бы наиболее успешным.

7. Методика, разработанная в диссертации, способствует лучшему усвоению элементарных трансцендентных уравнений и тех вопросов, которые непосредственно примыкают к ним.

Материалы диссертации опубликованы в следующих статьях автора:

1. О некоторых применениях элементарных трансцендентных уравнений, ж-л «Математика в школе», № 4 за 1960 год.

2. Někteří otázky studie elementárních transcendentních rovnic ve školním kurse algebry, «Matematika ve škole», № 5, 1961—62 (Чехословакия).

3. К вопросу об изучении трансцендентных уравнений в школе, «Методика преподавания математики», вып. 3, Республиканский научно-методический сборник, изд. «Радянська школа» (принято к печати на 1967 г.).

4. Обсуждение новых программ по математике, ж-л «Математика в школе», № 3 за 1959 год.

5. О книге С. Е. Ляпина, С. А. Гостевой, З. Я. Квасниковой, В. И. Крельштейна «Методика преподавания математики», ч. 2, ж-л «Математика в школе», № 4 за 1959 год.

6. Застосування трансцендентних рівнянь до деяких задач практичного змісту. Тези доповідей звітної-наукової конференції кафедр Київського педінституту ім. О. М. Горького, присвяченої XXI з'їздові КПРС, 24—26 лютого 1959 року.

7. Деякі особливі прийоми розв'язування трансцендентних рівнянь, «Методика викладання математики», вип. IV, Республ. науково-метод. збірник (прийнято до друку в 1967 р.).

БФ 00722. Подписано к печати I.VII 1966 г. Формат бумаги $60 \times 84\frac{1}{16}$.
Объем 0,75 печ л. Зак. 2627. Тираж 200.

Киев, тип. № 3, цех 2.