

ПЛОСКЕ ГЕОМЕТРИЧНЕ ТІЛО: ВИЗНАЧЕННЯ ПОНЯТТЯ

У статті розглянуто класифікацію точок геометричної фігури, і на цій основі сформульовано означення плоского геометричного тіла; наведено класифікацію геометричних фігур відповідно до проведених міркувань.

Ключові слова. Геометрична фігура, плоске тіло, окіл точки, класифікація точок фігури.

Постановка проблеми. Геометричні фігури та їх властивості – одна із змістових ліній шкільного курсу геометрії. Різні фігури, очевидно, мають різні властивості. Однією з таких властивостей є площа фігури. Проте не кожній геометричній фігурі вона притаманна. Які ж фігури мають площу? Як обчислювати площу фігури? Відповіді на ці питання приводять до розгляду поняття плоского геометричного тіла. Є різні підходи до його визначення. Спробуємо дати визначення поняття плоского геометричного тіла, яке можна було б запропонувати для шкільного курсу геометрії середньої школи на різних рівнях вивчення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Різні аспекти проблеми вивчення геометричних тіл знайшли відображення в історії розвитку передових ідей у методиці геометрії (О.М. Астряб, О.С. Дубинчук, І.Ф. Тесленко та ін.). Геометричні фігури (зокрема, тіла), їх властивості та методика формування в учнів основних понять розглянуті в дисертаційних дослідженнях вітчизняних та зарубіжних вчених Сверчевської І.А., Титоренко С.О., Фрундіна В.М. та ін. Проте визначення поняття плоского тіла для основної школи відсутнє як в сучасних шкільних підручниках, так і в дисертаційних дослідженнях останніх років.

Мета статті – запропонувати науково обґрунтоване, доступне для сприйняття школярами визначення поняття плоского геометричного тіла.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо деякі попередні поняття. У геометрії під *геометричною фігурою* розуміють множину точок. Найпростішою геометричною фігурою є точка. З точок складаються всі інші геометричні фігури, наприклад, відрізок, пряма, промінь, круг, куля тощо.

Учням відомо, що *круг* – це множина всіх точок площини, відстань від яких до даної точки O (центра круга) не перевищує заданої відстані r (радіуса). Межею круга є коло. Круг без межі називають *околом* точки O радіуса r .

Отже, *окіл точки O* – це геометричне місце точок площини (фігура), які розміщені на відстані меншій за r від даної точки O . Окіл точки O позначають $U(O, r)$.

Якщо з околу точки O вилучити саму точку O , то дістанемо *виколотий окіл* точки O (теж фігура). Надалі розглядатимемо для даних точок лише не виколоті їх околи.

Перейдемо до розгляду основного змісту статті. Всі міркування будемо проводити для точок площини.

Нехай дано деяку фігуру F (рис. 1), яка складається із точок зафарбованої частини площини, хвилястої лінії l , точки C та замкнутої лінії p , яка обмежує зафарбовану частину площини.

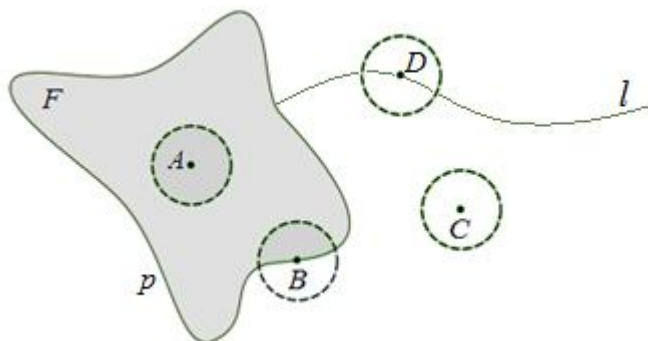


Рис. 1

Точка фігури називається *ізолюваною*, якщо існує окіл, який містить тільки одну точку даної фігури, а саме – цю точку. На рис. 1 видно, що єдиною ізолюваною точкою для фігури F є точка C .

Точкою *згущення* фігури називається точка, будь-який окіл якої містить, окрім неї самої, й інші точки фігури. На рис. 1 точками згущення для фігури F є, наприклад, точка D , точка B , оскільки довільний їх окіл містить точки, які належать фігурі F і площині. Очевидно, що точками згущення будуть всі точки лінії l і лінії p .

Точка фігури називається *внутрішньою*, якщо існує її окіл, всі точки якого разом з нею належать фігурі F . На рис. 1 внутрішньою точкою фігури F є, наприклад, точка A .

Множину всіх внутрішніх точок фігури називають *внутрішньою областю* цієї фігури. Внутрішньою областю для фігури F , очевидно, буде фігура, яка складається з усіх точок зафарбованої частини площини.

Межовою точкою області називається така точка, довільний окіл якої містить як точки, що належать внутрішній області, так і точки, що області не належать. На рис. 1 межовою точкою є точка B , оскільки довільний її окіл міститиме не тільки точки із зафарбованої частини фігури F , а й інші точки площини.

Множину межових точок фігури називають *межею внутрішньої області*. Такою межею для фігури F є множина точок лінії p .

Область, об'єднану зі своєю межею, називають *замкнутою областю фігури*.

Приклад. На рис. 2 зображено круг з центром в точці O . Зафарбована частина є областю, коло – межею цієї області; точка K – внутрішня, а точка M – межова.

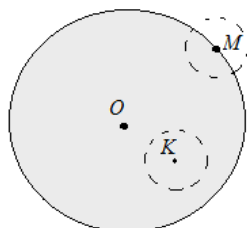


Рис. 2

Внутрішню область називають *зв'язною*, якщо будь-які дві її точки можна сполучити ламаною лінією так, щоб усі точки цієї лінії належали даній області.

Приклад. На рис. 3 зображено дві різні фігури F_1 і F_2 , внутрішні області кожної з них зафарбовано. У випадку а) маємо зв'язну область, оскільки будь-які дві її точки A та B можна сполучити ламаною або, як зображено на рисунку, відрізком, який повністю належатиме даній області. У випадку б) область буде незв'язною, адже таку ламану провести неможливо.

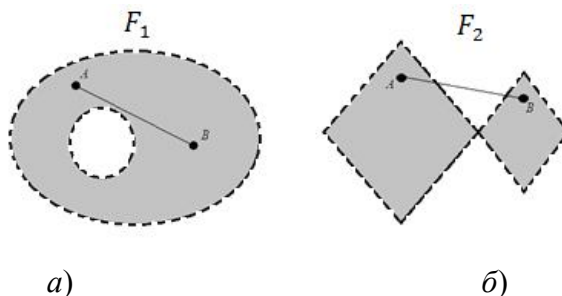


Рис. 3

Фігура називається *обмеженою*, якщо всі її точки належать деякому кругу скінченного радіуса.

Приклад. На рис. 4 у випадку а) маємо обмежену фігуру F (трапецію $ABCD$), а у випадку б) – необмежену (плоский кут AOB).

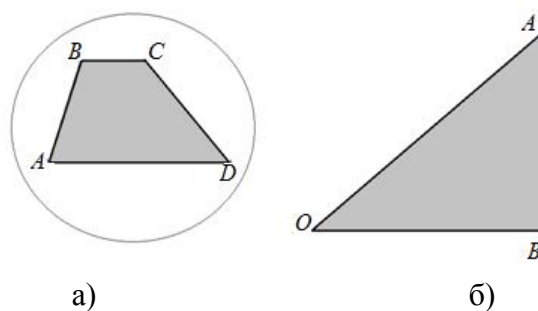


Рис. 4

Після розгляду вибраних фігур та наведених визначень (*метод доцільних презентацій*, – запропонований нами) можна учням дати таке визначення плоского геометричного тіла:

Означення. *Плоским геометричним тілом називається замкнена, зв'язна внутрішня область фігури.*

Плоске геометричне тіло може бути обмеженим і необмеженим. В шкільному курсі геометрії розглядаються лише обмежені плоскі геометричні тіла.

Після формулювання наведеного означення вчителю необхідно навести приклади плоских геометричних тіл (наприклад, трапеція $ABCD$ на рис. 4) і звернути увагу учнів на істотні властивості даного поняття: 1) замкненість; 2) зв'язність; 3) наявність внутрішньої області.

Для кращого усвідомлення названих істотних властивостей, доцільно розглянути приклади плоских фігур (рис. 5), які не є плоскими геометричними тілами. Запропонувати, наприклад, учням вияснити, чому фігури, зображені на рис. 5, не є плоскими тілами (тобто яка істотна властивість відсутня).

Очевидно, що на рис. 5:

- ✓ фігури F_1 та F_4 – замкнені області, але не зв'язні;

- ✓ фігура F_2 є об'єднанням двох плоских тіл, тобто відсутня зв'язність;
- ✓ фігури F_3 та F_5 , крім внутрішньої області, містять також промінь та неплоский п'ятикутник відповідно.

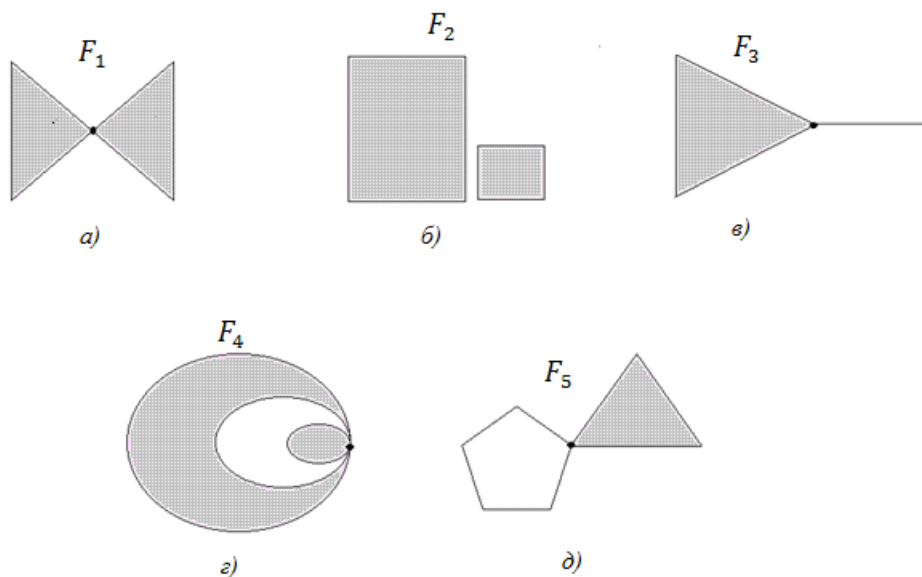


Рис. 5

Плоске геометричне тіло називається *опуклим*, якщо будь-які дві його точки можна з'єднати відрізком, який належить даному тілу.

Приклад. На рис. 6 у випадку а) маємо опукле плоске геометричне тіло, а у випадку б) – неопукле.

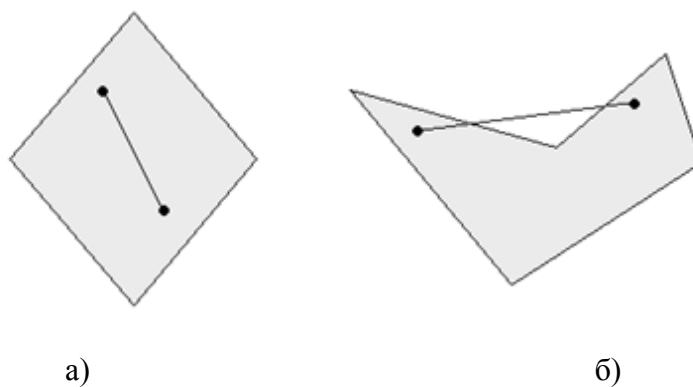


Рис. 6

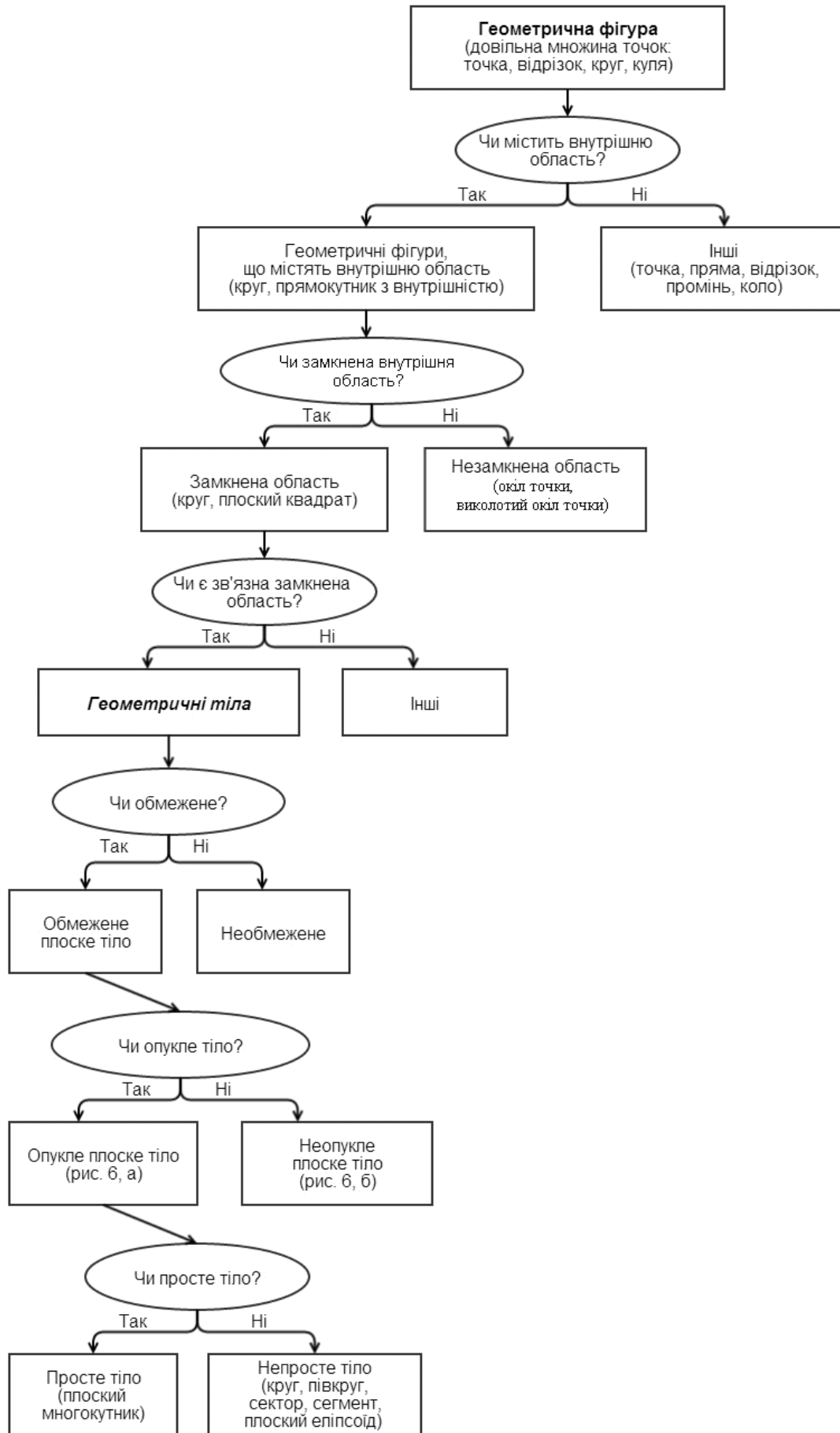
Геометричне тіло називається *простим*, якщо воно є або плоским трикутником, або його можна розбити на скінченну кількість плоских трикутників.

Властивість плоских тіл займати певну частину площини називається *площею*. Про площу мова йтиме в наступній нашій статті.

Таким чином, з точки зору проведених міркувань, можна навести наступну класифікацію геометричних фігур (схема 1).

Висновок. Запропоноване нами визначення ми пропонуємо включати в шкільний підручник з геометрії для класів академічного та профільного рівнів.

Схема 1



Список використаної літератури

1. Апостолова Г.В. Геометрія: 11 кл.: підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, профіл. рівень / Г.В. Апостолова; упорядкув. завдань: Ліпчевського Л.В. [та ін.]. – К.: Генеза, 2011. – 304 с.: іл.
2. Бевз Г.П. та ін. Геометрія: Підручник для 8 кл. середніх загальноосвітніх закладів/ Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. – К.: Вежа, 2008. – 256 с.: іл.
3. Бурда М.І. Геометрія: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова. – К.: Зодіак-ЕКО, 2008. – 240 с.: іл.
4. Геометрия: Учеб. для 10-11 кл. сред. шк. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 1992. – 207 с.: ил.
5. Жалдак М.І., Михалін Г.О., Деканов С.Я. Математичний аналіз. Функції багатьох змінних: Навчальний посібник. – Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. – 430 с.
6. Методика викладання стереометрії / За ред. О.М. Астряба і О.С. Дубинчук. – Вид. 3-е, ґрунтовно перероблене. – К.: Рад. школа, 1956. – 279 с.
7. Сверчевська Ірина Анатоліївна. Методична система вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Національний педагогічний ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., 2006. – 325 с.

Снигур Т.А., Швець В.А. Плоское геометрическое тело: определение.

В статье дается ответ на вопрос: какие геометрические фигуры являются плоскими геометрическими телами?

Чтобы ответить на данный вопрос, сначала рассмотрена классификация точек геометрической фигуры, приведены определения точек скопления, изолированных, внутренних и граничных точек, используя понятие окрестности точки.

Далее рассмотрено понятие замкнутой и связной внутренней области, ограниченной геометрической фигуры. На этой основе сформулировано определение плоского геометрического тела; рассмотрено, что понимать под ограниченным, выпуклым, простым плоским телом. Все понятия сопровождаются примерами, соответствующими рисунками. В конце дается классификация геометрических фигур согласно проведенным размышлениям.

Предлагается включить данный материал в школьный учебник по геометрии для классов академического и профильного уровней.

Ключевые слова. Геометрическая фигура, плоское тело, окрестность точки, классификация точек фигуры.

Snigur T. O., Shvets V. O. On the definition of flat geometric body notion.

In this paper we consider the classification of geometric figure points of and on this basis we formulate the definition of flat geometric body. Also here we present the classification of geometric figures according to the prior considerations.

Keywords. Geometric figure, flat body, neighborhood of point, classification of figure points.