

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені М.П. ДРАГОМАНОВА**

**СВЕРЧЕВСЬКА Ірина Анатоліївна**

УДК 373.5.016:514.113

**МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ У ЗАГАЛЬНООСВІТНІЙ  
ШКОЛІ**

13.00.02 – теорія та методика навчання математики

**АВТОРЕФЕРАТ**  
**дисертації на здобуття наукового ступеня**  
**кандидата педагогічних наук**

КИЇВ – 2007

**Дисертацією є рукопис.**

Роботу виконано в Національному педагогічному університеті імені М.П. Драгоманова, Міністерство освіти і науки України.

**Науковий керівник:** кандидат педагогічних наук, доцент

Бевз Валентина Григорівна,  
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова,  
доцент кафедри математики і методики викладання математики.

**Офіційні опоненти:** доктор педагогічних наук, професор

**Тарасенкова Ніна Анатоліївна,**  
Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького,  
завідувач кафедри геометрії та методики навчання математики;

кандидат педагогічних наук, доцент

**Кульчицька Наталія Володимирівна,**  
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,  
доцент кафедри статистики і вищої математики.

**Провідна установа:** Чернігівський державний педагогічний університет імені Т.Г. Шевченка,  
кафедра педагогіки, психології і методики викладання математики,  
Міністерство освіти і науки України, м. Чернігів.

Захист відбудеться **"27" лютого 2007 р.** о \_\_\_\_16<sup>00</sup>\_\_\_\_ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д.26.053.03 у Національному педагогічному університеті імені М.П. Драгоманова, 01601, м. Київ, вул. Пирогова, 9.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова, 01601, м. Київ, вул. Пирогова, 9.

Автореферат розіслано " \_\_20\_\_ " \_\_січня\_\_ 2007 р.

**Вчений секретар**

**спеціалізованої вченої ради**

**В.О. Швець**

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність дослідження.** Повсякденне життя людини, побут, професійна діяльність і вся навколишня природа пов'язані з просторовими об'єктами, ідеальними образами яких є геометричні тіла: призми, піраміди, конуси, циліндри, кулі тощо. Часто виникає практична необхідність визначати об'єм і площу поверхні об'єктів природи, побуту, виробництва, досліджувати їх розміри, взаємне розташування і т. п. З погляду на це процес навчання стереометрії, зокрема вивчення геометричних тіл, потрібно найперше розглядати як надбання учнями необхідних загальнолюдських знань і цінностей, а тому спрямувати на розвиток навчально-пізнавальної та творчої активності учнів і на забезпечення їх потреб та основ життєдіяльності.

Огляд методичної та періодичної літератури свідчить про значущість вивчення розділу "Геометричні тіла" для розвитку логічного і просторового мислення, для загальнокультурного та естетичного виховання учнів, для демонстрації прикладної спрямованості геометрії і в той же час про стурбованість науковців, методистів та вчителів недостатнім рівнем геометричних знань учнів. В цих умовах вивчення геометричних тіл треба розглядати комплексно, на основі нових підходів до навчання та розвитку учнів, нових вимог суспільства до освіченої особистості.

Суперечності, що існують між різними методологічними підходами до вивчення понять та доведення тверджень, структурування навчального матеріалу в підручниках зі стереометрії, організації навчання в умовах профілізації зумовлює *проблему* пошуку шляхів реалізації системного підходу до вивчення розділу "Геометричні тіла", а саме:

- розробки методики формування понять, що стосуються геометричних тіл;
- переосмислення ролі доведень та підходів до доведення тверджень;
- визначення місця і цільового призначення окремих видів задач;
- розвитку і виховання учнів.

Різні аспекти проблеми вивчення геометричних тіл знайшли відображення в історії розвитку передових ідей у методиці геометрії (М.В. Остроградський, А.Ю. Давидов, О.М. Савицький, М.П. Кравчук, О.М. Астряб, О.С. Дубинчук, І.Є. Шиманський, І.Ф. Тесленко та ін.)

Зміст, форми і методи навчання геометрії, зокрема стереометрії, досліджували О.Д. Александров, Г.П. Бевз, М.І. Бурда, Н.А. Глаголев, С.В. Іванова, А.П. Кисельов, І.Г. Ленчук, О.В. Погорелов, Г.І. Саранцев, З.І. Слєпкань, В.О. Тадеєв, Л.Г. Філон та ін. Науково-методичне забезпечення процесу навчання стереометрії розробляли Л.С. Атанасян, В.Г. Бевз, М.І. Бурда, В.М. Клопський, Г.М. Литвиненко, М.М. Рогановський, З.А. Скопець, Н.А. Тарасенкова та ін.

Методи розв'язування стереометричних задач та особливості їх вивчення у школі розглядалися у працях В.Г. Бевз, Г.П. Бевза, О.Б. Василевського, А.В. Грохольської, Я.М. Жовніра, В.Г. Коровіної, І.А. Кушніра, Л.М. Лоповка, М.І. Лисової, Н.М. Пономаревої, О.І. Скафи, А. Халікова, В.О. Швеця та ін. Методику організації контролю навчальних досягнень досліджували і розробляли Я.С. Бродський,

І.А. Дремова, О.Л. Павлов, З.І. Слєпкань, В.О. Швець та ін. Питанням використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні геометрії присвячені роботи О.В. Вітюка, В.П. Гороха, М.І. Жалдака, Н.В. Кульчицької, Н.О. Кушнір, Н.В. Морзе, С.А. Ракова, О.А. Смалько та ін.

Вивченню окремих питань стереометрії у старшій школі присвячені дисертаційні дослідження: Н.В. Кульчицької (використання нових інформаційних технологій), С.В. Іванової (формування геометричних умінь), О.В. Вітюка (розвиток образного мислення). Наукові роботи, що стосуються деяких аспектів методики навчання геометрії проводили: К.В. Власенко (евристична діяльність), М.Б. Ковальчук (узагальнення і систематизація знань та вмінь), С.М. Григулич (самостійна робота старшокласників). Комплексно проблема вивчення геометричних тіл у старшій школі у дисертаційних дослідженнях не розглядалася.

Нові вимоги сучасного суспільства, що характеризуються посиленням уваги до особистості учня, до його саморозвитку та самопізнання, разом зі змінами в умовах навчання школярів у класах різних напрямів профілізації, учнів з різним рівнем підготовки та різним рівнем мотивації зумовлюють необхідність побудови оновленої методичної системи вивчення геометричних тіл. Актуальність проблеми вивчення геометричних тіл також зумовлена реальним станом вивчення розділу "Геометричні тіла" учнями старшої школи. Більшість учнів не можуть застосувати набуті знання та вміння під час розв'язування нових, нестандартних задач, припускаються помилок у побудові малюнків геометричних тіл, виділенні істотних властивостей, що визначають вид геометричного тіла. Про це свідчать результати підсумкової атестації випускників шкіл, зовнішнього сертифікаційного тестування, вступних іспитів до ВНЗ, діагностичні тестові та контрольні роботи учнів 11 класу, анкетування вчителів, бесіди з учителями та учнями.

Таким чином, **актуальність дослідження зумовлена:**

- потребами особистості у ґрунтовних знаннях властивостей геометричних тіл для повсякденного життя та практичної діяльності;
- новими вимогами сучасного суспільства до особистості та відповідними цілями навчання;
- недостатнім рівнем засвоєння значною частиною випускників шкіл знань з розділу "Геометричні тіла";
- потребою вдосконалення методичної системи вивчення геометричних тіл з погляду сучасних наукових теорій;
- відмінностями між різними методологічними підходами до вивчення понять та доведення тверджень, різним структуруванням геометричного матеріалу у підручниках для старшої школи;

Актуальність проблеми дослідження та її недостатня розробленість у методиці навчання геометрії і зумовило вибір теми дисертаційного дослідження: "Методична система вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі".

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертація виконана відповідно до теми науково-дослідної роботи кафедри математики і методики викладання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова "Система методичної підготовки вчителя математики

в педагогічному університеті" (номер державної реєстрації – 0103 В 004016). Тему дисертації затверджено на засіданні вченої ради НПУ імені М.П. Драгоманова (протокол № 9 від 26 квітня 2002 р.) і заочною Радою з координації наукових досліджень в галузі педагогіки та психології України (протокол № 6 від 18. 06. 2002 р.).

**Об'єкт дослідження** – навчання стереометрії учнів загальноосвітньої школи.

**Предмет дослідження** – методична система вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі.

**Мета дослідження** – побудувати, теоретично обґрунтувати та експериментально перевірити методичну систему вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі.

**Гіпотеза дослідження** – якщо вивчення геометричних тіл у старшій школі організувати на основі розробленої концепції та комплексно використовувати компоненти побудованої методичної системи, то підвищиться рівень геометричної підготовки учнів.

Відповідно до мети і гіпотези дослідження поставлено такі **завдання**:

1. З'ясувати стан вивчення проблеми у науково-методичній, історичній і психолого-педагогічній літературі та рівень її практичної реалізації у навчанні математики в школі.
2. Розробити концепцію вивчення геометричних тіл і теоретично обґрунтувати її на основі психолого-дидактичних умов та принципів постнекласичних наукових напрямів – синергетики і тоталогії.
3. Побудувати методичну систему вивчення геометричних тіл в умовах особистісно орієнтованого навчання, застосування засобів інформаційно-комунікаційних технологій та експериментально перевірити ефективність запропонованої методики.
4. Розробити дидактичні матеріали для контролю рівня навчальних досягнень учнів з розділу "Геометричні тіла" та методичні рекомендації щодо їх використання.

Для розв'язання поставлених завдань використано такі **методи** дослідження:

теоретичні – аналіз наукової, методичної, психолого-педагогічної літератури з проблеми дослідження, аналіз змісту розділу "Геометричні тіла" у програмах з математики різних часів, порівняльний аналіз різних підходів до вивчення геометричних тіл у підручниках з геометрії різних часів, аналіз та обробка результатів педагогічного експерименту методами математичної статистики; емпіричні – педагогічне спостереження, анкетування, тестування, бесіди з учнями і вчителями, вивчення та узагальнення досвіду вчителів, констатуючий, пошуковий і формуючий експеримент, систематизація і узагальнення власного досвіду викладання математики у Житомирському міському ліцеї.

**Теоретико-методологічну основу** дослідження складають: принципи постнекласичних напрямків у науці та освіті – синергетики і тоталогії (Г. Хакен, І.Р. Пригожин, І. Стенгерс, С.П. Курдюмов, В.Г. Буданов, В.В. Кізіма, Є.Н. Князева, В.С. Лутай, І.С. Добронравова та ін.), діяльнісна концепція навчання (П.Я. Гальперін, В.В. Давидов, О.М. Леонтьєв та ін.), операціональна теорія наочності (П.Я. Гальперін, Н.Ф. Талізїна), дослідження з науково-методичного забезпечення особистісно орієнтованого навчання математики (М.І. Бурда, З.І. Слєпкань, І.М. Смирнова, Т.М. Хмара та ін.),

теоретичні підходи до навчання геометрії та стереометрії (О.М. Астряб, О.Д. Александров, Г.П. Бевз, М.І. Бурда, А.М. Колмогоров, О.В. Погорелов, З.І. Слєпкань та ін.), принципи та методичні основи добору системи задач (В.Г. Бевз, М.І. Бурда, О.Б. Василевський, Л.М. Лоповок, Г.М. Литвиненко, В.О. Швець, та ін.), дослідження шляхів розвитку просторового мислення (Е.Н. Кабанова-Меллер, І.Я. Каплунович, І.С. Якиманська та ін.), сучасні концепції комп'ютерної підтримки навчального процесу (М.І. Жалдак, Н.В. Морзе, Ю.С. Рамський та ін.), Закони України "Про освіту", Державна національна програма "Освіта" (Україна ХХІ ст.), Концепція загальної середньої освіти (12-річна школа) та Концепція математичної освіти 12-річної школи.

**Наукова новизна** дисертаційного дослідження полягає в тому, що:

- вперше на основі виділених внутрішніх та зовнішніх психолого-дидактичних умов вивчення геометричних тіл та постнекласичних підходів до навчання розроблено концепцію вивчення геометричних тіл, основні положення якої визначили підходи до побудови методичної системи вивчення розділу "Геометричні тіла";
- подальшого розвитку набуло структурування змісту розділу "Геометричні тіла", виділено типи можливих структур змісту розділу та охарактеризовано компоненти цих структур, введено поняття "інваріантний компонент структури";
- доповнено понятійно-термінологічний апарат методики математики тлумаченням понять "концепція вивчення геометричних тіл", "типи структури змісту", "компоненти структури змісту", "внутрішні та зовнішні психолого-дидактичні умови вивчення геометричних тіл".

**Теоретичне значення** дисертаційного дослідження полягає в тому, що в ньому:

- проаналізовано і систематизовано історичні підходи до вивчення стереометрії в школі, виявлено основні підходи до подання матеріалу розділу "Геометричні тіла" у підручниках різних часів та у шкільних програмах з математики;
- розроблено концепцію вивчення геометричних тіл;
- виокремлено психолого-дидактичні умови вивчення геометричних тіл;
- виділено окремі цілі вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі;
- визначено типи структур змісту, зроблено їх порівняльну характеристику; виокремлено та охарактеризовано компоненти структури змісту, серед яких виділено інваріантні для всіх типів структур;
- виділено методичні складові для різних етапів введення понять і доведення тверджень, а також чинники, які сприяють ефективному навчанню учнів розв'язуванню задач;
- визначено принципи відбору геометричних вправ для досягнення навчальних, розвивальних та виховних цілей;
- запропоновано форми, методи і засоби навчання, які забезпечують ефективне вивчення геометричних тіл.

**Практичне значення** дослідження полягає в тому, що в ньому:

- виділено основні підходи до вивчення геометричних тіл у шкільних підручниках з математики XVIII – поч. XX ст., що може бути використано у навчанні майбутніх учителів, у роботі практикуючих учителів, під час створення нових підручників і навчальних посібників;
- систематизовано різні методичні підходи до вивчення розділу "Геометричні тіла" та розроблено конкретні методичні рекомендації для вивчення змістових модулів цього розділу з використанням таблиць, схем, діаграм;
- запропоновано системи задач для різних етапів введення понять, доведення тверджень, розвитку конструктивних умінь, розв'язування задач;
- розроблено систему усних задач різних видів до основних змістових модулів розділу, що дає можливість розвинути вміння учнів розв'язувати задачі;
- розроблено методичні матеріали для контролю рівня навчальних досягнень учнів;
- розроблено рекомендації щодо використання програмних засобів GRAN під час вивчення геометричних тіл, створено комп'ютерну програму Universal Test System для контролю навчальних досягнень учнів з основних змістових модулів розділу "Геометричні тіла";
- запропоновано матеріали для виховання та розвитку учнів (тексти бесід, приклади визначних математичних задач, малюнки, схеми тощо), які можуть бути доповнені на основі систематизованих в дисертації історичних фактів;

**Обґрунтованість і вірогідність** результатів дослідження забезпечується науковим і методологічним обґрунтуванням його вихідних положень; системним аналізом теоретичного та емпіричного матеріалу; використанням основних психолого-педагогічних концепцій навчання; застосуванням комплексу методів, адекватних об'єкту, предмету, меті і завданням дослідження; результатами статистичної обробки здобутих результатів, одержаних у ході експерименту.

**Особистий внесок здобувача** Основні результати дисертаційного дослідження одержані автором одноосібно. Разом із співавторами опубліковано 1 статтю (особисто виконано 0,3 д.а.) та збірник тестових завдань (особисто виконано 0,49 д.а.)

**Апробація і впровадження** результатів дослідження здійснювалися у Житомирських загальноосвітніх школах I-III ступенів № 6 (довідка № 73 від 29.05.06), № 16 (довідка № 184 від 23.05.06), № 22 (довідка № 128 від 18.05.06), № 30 (довідка № 81 від 5.06.06), у міській гуманітарній гімназії № 23 (довідка № 93 від 6.06.06), ліцеї № 25 (довідка № 118 від 5.06.06), Новогуйвинській гімназії Житомирського району (довідка № 93 від 2.06.06), Київських загальноосвітніх школах № 35 (довідка № 84 від 30.05.06), № 40 (довідка № 181 від 30.05.06), Новосілківській ЗОШ Києво-Святошинського району (довідка № 61 від 6.06.06), а також – у Житомирському міському ліцеї упродовж 11-ти років викладання математики авторкою дисертації.

Повідомлення з теми дисертаційного дослідження заслуговувалися й обговорювалися на науковому семінарі кафедри математики Житомирського державного університету імені Івана Франка, на Всеукраїнському науково-методичному семінарі з проблем методики навчання математики у Національному педагогічному університеті імені М.П. Драгоманова, на щорічних науково-практичних конференціях Житомирського державного університету.

Основні положення і результати дослідження апробовані і знайшли схвалення у виступах на конференціях: Міжнародних науково-практичних конференціях "Національна освіта: традиції і новації у контексті ідей Івана Огієнка" (Житомир, 2002), "Формування професійної майстерності майбутнього вчителя в умовах ступеневої освіти" (Житомир, 2003), Всеукраїнській науково-практичній конференції "Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики" (Київ, 2004), звітній науковій конференції молодих вчених НПУ імені М.П. Драгоманова "Особливості підготовки майбутнього вчителя" (Київ, 2004), науково-практичній конференції вчителів математики "Новітні підходи до процесу викладання математики в сучасній школі" (Новоград-Волинський, 2004), Всеукраїнській науково-практичній конференції "Перспективні педагогічні технології в системі неперервної освіти" (Київ, 2004), Міжнародній науково-методичній конференції "Евристичне навчання математики" (Донецьк, 2005), Міжнародній науково-практичній конференції "Формування професійної компетентності вчителя в умовах європейської інтеграції" (Київ – Житомир, 2005).

**Публікації.** За темою дослідження опубліковано 23 наукові праці, з них 11 у наукових фахових виданнях України, 5 статей опубліковано за кордоном у провідних науково-методичних журналах, 4 роботи – у матеріалах і тезах конференцій, 3 – у навчально-методичних виданнях для вчителів.

**Структура дисертації.** Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел (270 найменувань обсягом 20 сторінок), додатків (9 додатків обсягом 109 сторінок). Основний зміст дисертації викладено на 186 сторінках, де вміщено 16 таблиць, 8 схем, 41 рисунок.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі розкрито сутність і стан наукової проблеми, обґрунтовано актуальність теми дослідження, визначено його об'єкт, предмет, метод, завдання, теоретико-методологічну основу і методи дослідження, наукову новизну, теоретичне і практичне значення, наведено відомості щодо апробації та впровадження результатів, одержаних у ході дослідження.

У першому розділі "**Предмет і теоретичні основи дослідження**" проведено ретроспективний аналіз вивчення геометричних тіл у шкільному курсі математики. Систематизовано історичні факти щодо розвитку математичної думки про геометричні тіла та виділено історичні періоди їх вивчення у шкільному курсі математики (до 1917 року, 1917 – 1954 р., 1955 – 1990 р., 1991 – 2005 р.) та проаналізовано еволюцію вивчення цього розділу. Систематизовано у вигляді схем структури підручників з геометрії М.В. Остроградського, А.Ю. Давидова, К.В. Рашевського, Ф. Мочніка, О.М. Савицького, О.М. Астряба,



Ю.О. Гурвіца і Р.В. Гангнуса, А.П. Кисельова, Н.А. Глаголева, В.М. Клопського та інших. У результаті проведеного аналізу виділено два основних типи структури вивчення геометричних тіл, які склалися у шкільній освіті до 1990 року. *Перший тип* містить дві змістові лінії: 1) многогранники, їх властивості, поверхні, об'єми; 2) тіла обертання, їх властивості, поверхні, об'єми. *Другий тип* – чотири змістові лінії: 1) многогранники, їх властивості; 2) тіла обертання, їх властивості; 3) площі поверхонь тіл; 4) об'єми тіл.

На основі аналізу етапів змін у програмах з математики стосовно розділу "Геометричні тіла" та структури змісту цього розділу у підручниках періоду 1991 – 2006 р. виділено три нові типи структури (II-A, II-B, II-B) змісту розділу та подано відповідні схеми і таблиці.

*Тип структури II-A.* Особливістю структури цього типу є те, що об'єми многогранників і тіл обертання розглядаються після ознайомлення з властивостями цих тіл. Вивчення тіл обертання на початку обмежується тільки розглядом властивостей тіл обертання, а їх поверхні розглядаються після вивчення об'ємів тіл. Така послідовність дозволяє вибудувати чітку логічну послідовність викладу теми, забезпечує науковий підхід до побудови теорії.

*Тип структури II-B.* В цьому випадку спочатку вивчаються властивості і поверхні многогранників, потім – властивості циліндра, конуса, зрізаного конуса, площі їх поверхонь, що даються через розгортки, і властивості кулі. Об'єми розглядаються послідовно для всіх тіл, а після цього дається загальне означення площі поверхні, на основі якого доводиться формула для площі сфери. Така послідовність полегшує сприймання теми "Тіла обертання", коли паралельно розглядаються їх властивості та поверхні, що дає змогу значно розширити підбір задач.

*Тип структури II-B.* Характерною рисою цього підходу є розгляд з єдиних позицій призм і циліндрів, пірамід і конусів. Означення циліндра дається, як тіла, основою якого може бути довільна плоска фігура, яка не лежить на одній прямій, а після цього виділяються кругові циліндри і призми як окремий випадок. Аналогічно вводяться поняття конуса та піраміди. Це спрощує доведення формул об'ємів та площ поверхонь геометричних тіл. Вивчення об'ємів тіл і площ їх поверхонь виділено окремою змістовою лінією.

В результаті аналізу виділених типів структури змісту ми дійшли висновку про доцільність використання для загальноосвітніх класів старшої школи типу структури II-B (схема 1).

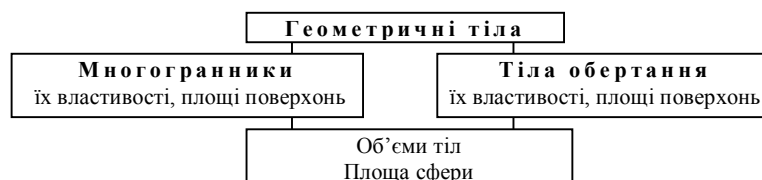


Схема 1

Процес вивчення геометричних тіл розуміємо як цілеспрямовану динамічну взаємодію вчителя і учнів, результатом якої є розвиток учнів, засвоєння ними системи знань про властивості многогранників і тіл обертання, визначення їх площ поверхонь та об'ємів, вироблення в учнів умінь і навичок у доведенні

тверджень, розв'язуванні задач, побудові зображень геометричних тіл на площині та їх практичному застосуванні.

На підвищення ефективності вивчення розділу "Геометричні тіла" впливає багато факторів, основні з яких доцільно виокремити у вигляді *психолого-дидактичних умов*. Психолого-дидактичними умовами вивчення геометричних тіл будемо вважати постійно діючі обставини, які впливають на перебіг процесу вивчення розділу. Ці умови визначаються такими ознаками: системним підходом до навчання як діяльності, її структурними та функціональними компонентами; специфікою змісту розділу "Геометричні тіла"; врахуванням особливостей психічного розвитку дітей юнацького віку.

На основі сутнісної характеристики досліджуваної проблеми психолого-дидактичні умови доцільно диференціювати на дві групи: внутрішні та зовнішні. Ознаками зовнішніх умов є професіоналізм діяльності вчителя та спеціальна організація навчання, внутрішні – такі, що виявляються у розвитку особистісних якостей учнів і сприяють підвищенню ефективності впливу зовнішніх умов. Зовнішні умови діють через діяльність вчителя на внутрішні умови. Процес вивчення геометричних тіл визначається єдністю внутрішніх і зовнішніх умов.

*Внутрішніми психолого-дидактичними умовами вивчення геометричних тіл* є сформованість мотиваційної сфери; рівень геометричних знань; пізнавальні уміння (аналітичні, проектувальні та конструктивні); емоційно-позитивне ставлення до учіння. *Зовнішніми* – професіоналізм діяльності вчителя; організація вивчення геометричних тіл на основі принципів особистісно орієнтованого навчання; цілепокладання; побудова навчальних планів, програм та змісту навчального матеріалу; форми, методи і засоби навчання.

Процеси, що відбуваються у загальноосвітній школі у зв'язку із реформуванням освітніх систем, можуть бути проаналізовані за допомогою законів постнекласичних наук. *Методологічними основами* вивчення геометричних тіл є принципи постнекласичних напрямків науки і освіти – теорії самоорганізації (синергетики) і сучасного вчення про буття (тоталогії). Їх ключовими положеннями є цілісність, відкритість систем, нелінійний характер розвитку, атрактори як стани, які визначають мету розвитку систем, хаос як упорядковуючу сутність.

На основі проведеного аналізу методологічних основ вивчення геометричних тіл, психолого-дидактичних умов їх вивчення, цілей навчання і змісту розділу, методів, форм і засобів навчання сформульовано *концепцію вивчення геометричних тіл*.

- у процес вивчення геометричних тіл вводити ціннісний, пізнавальний, діяльнісний і особистісний компоненти, втілюючи цілі та принципи гуманізації вивчення розділу і гуманітаризації його змісту, здійснювати рівневу диференціацію навчання;
- враховувати внутрішні та зовнішні психолого-дидактичні умови вивчення геометричних тіл;
- надавати перевагу внутрішній мотивації учіння, розумно поєднуючи учительське управління з власною ініціативою і самостійністю учнів;

- здійснювати системний підхід під час вивчення геометричних тіл і враховувати зв'язки між компонентами методичної системи;
- здійснювати структурування змісту розділу і виділяти окремі модулі, спираючись на цілепокладання вивчення геометричних тіл;
- під час введення понять, доведення тверджень, навчання учнів розв'язувати задачі, контролю навчальних досягнень учнів використовувати форми, методи і засоби, які сприяють розвитку особистісних якостей учнів.

В основу побудови методичної системи вивчення геометричних тіл покладено результати аналізу вивчення геометричних тіл у шкільному курсі математики, виділені внутрішні та зовнішні психолого-дидактичні умови вивчення геометричних тіл і сформульовану концепцію їх вивчення.

Побудову методичної системи вивчення геометричних тіл розглянуто як цілепокладання вивчення геометричних тіл і структурування змісту розділу, розробку педагогічного інструментарію, виділення методичних особливостей формування понять, доведення тверджень, розв'язування стереометричних задач та розвитку конструктивних умінь учнів.

У другому розділі "**Побудова методичної системи вивчення геометричних тіл**" на основі сформульованої концепції характеризується методична система вивчення геометричних тіл. Враховуючи цілі навчання математики, визначені концепцією математичної освіти 12-річної школи та програмою з математики, а також вікові особливості старшокласників, доцільно виділити *окремі цілі* вивчення геометричних тіл. Такі цілі обумовлені: підготовленістю учнів юнацького віку до сприйняття дедуктивних доведень, створення просторових образів та оперування ними в процесі вивчення геометричних тіл; необхідністю конструювати моделі та виконувати побудови геометричних тіл; прикладним характером розділу; виявленнями властивостей геометричних тіл у природі та навколишньому світі; естетичним змістом розділу.

*Окремими цілями* вивчення геометричних тіл є розвиток логічного мислення; розвиток просторового мислення; виховання графічної культури, розвиток конструктивних умінь учнів; реалізація прикладної спрямованості розділу; використання матеріалу про геометричні тіла для ознайомлення учнів з проявами властивостей геометричних тіл у природі; сприяння глибокому, активному засвоєнню знань через естетичне сприйняття матеріалу.

Поставлені цілі визначають *зміст* розділу "Геометричні тіла". Під *змістом розділу* доцільно розуміти науково-обґрунтовану систему дидактично і методично обробленого навчального матеріалу. Зміст розділу "Геометричні тіла" визначає його *структуру*, тобто окремі модулі матеріалу, їх послідовність, взаємозв'язок між ними. Хоча зміст і структура відносно незалежні, однак даний зміст можна втілити у різних структурах, а запропонувавши певну структуру, зміст матеріалу можна видозмінювати.

В роботі визначено такі *компоненти структури змісту розділу*.

1. Система змістових модулів (цілісні частини змісту, які пов'язані між собою).

2. Порядковий компонент (принципи, які лежать в основі введення понять, вибору способів доведення теорем, забезпечують логічну строгість, ступінь науковості викладу матеріалу і методичну доцільність). Від цих принципів залежить порядок модулів.
3. Основний навчальний матеріал (поняття, означення, теореми та їх доведення, основні задачі).
4. Допоміжний навчальний матеріал (пояснювальний матеріал, матеріал для необов'язкового вивчення, додаткові задачі, історичні довідки, схеми, малюнки, портрети, довідковий матеріал).
5. Апарат контролю навчальних досягнень (тести, усні вправи, тексти самостійних, контрольних робіт, картки для корекції знань).

Інваріантними для всіх типів структури є 3, 4 і 5 компоненти. Кожний модуль незалежно від типу структури повинен містити основний, допоміжний матеріал та апарат контролю навчальних досягнень. Змістове наповнення інваріантних компонентів взаємопов'язане з порядковим компонентом.

У дисертації використання компонентів структури змісту розділу "Геометричні тіла" показано для типу структури II-Б і модуля "Тіла обертання". Конкретизовано основний навчальний матеріал, детально розглянуто допоміжний навчальний матеріал, наведено додаткові задачі (практичного характеру, задачі на розвиток просторового мислення, визначні математичні задачі), деякі історичні довідки, рекомендовано ряд картин художників, портретів вчених, малюнків, які наведені у додатках. Розроблено матеріали для контролю навчальних досягнень учнів.

Під час розгляду методичних особливостей вивчення геометричних тіл зосереджується увага на методиці формування понять, доведення тверджень, розвитку конструктивних умінь учнів, навчанні учнів розв'язуванню стереометричних задач. Для розуміння співвідношень між різними поняттями розроблено класифікацію понять розділу "Геометричні тіла" і проілюстровано схемою, яка дає уявлення про логічну структуру понять, місце кожного поняття в загальному класі геометричних фігур, про зв'язок між різними многогранниками і тілами обертання.

Існує два підходи до означення геометричних тіл, які вивчаються в шкільному курсі стереометрії. *Перший підхід*: "геометричне тіло" як родове поняття, а поняття "многогранники" і "тіла обертання" – видові. У свою чергу поняття "многогранник" є родовим для видових понять "призма", "піраміда", "зрізана піраміда". Поняття "тіло обертання" є родовим по відношенню до видових понять "прямий круговий циліндр", "прямий круговий конус", "прямий круговий зрізаний конус", "куля". *За другим підходом* поняття "циліндр", "конус", "зрізаний конус" є видовими поняттями родового – "геометричне тіло". Обсяг видового поняття "призма" входить як частина в обсяг поняття "циліндр", аналогічно для понять "піраміда" – "конус", "зрізана піраміда" – "зрізаний конус". Це дає можливість застосовувати твердження, доведені для циліндра, конуса, зрізаного конуса під час вивчення призми, піраміди і зрізаної піраміди відповідно.

Доцільно виділити три структурні *етапи* процесу формування понять розділу "Геометричні тіла": підготовчий, пізнавальний та контролюючо-корегуючий. Кожний етап має відповідні методичні складові, які реалізуються за допомогою спеціальних вправ. Відображення змісту за обраною нами структурою II-Б

згідно першого підходу до введення понять показано у повному обсязі на прикладі формування поняття "піраміда". Наведено вправи для реалізації методичних складових структурних етапів формування понять, запропоновано задачі, в яких використано естетичну складову розділу "Геометричні тіла". Для етапу мотивації введення означень піраміди, правильних многогранників наведено тексти бесід, запропоновано визначні історичні задачі.

У доведенні теорем варто виділити *два аспекти*: вибір способів доведення тверджень та особливості їх доведення вчителем; навчання учнів доведенню. Усі твердження про геометричні тіла, які доводяться, доцільно поділити на *три класи*: 1) теореми, леми (19 теорем); 2) неявні теореми: а) властивості геометричних тіл, що випливають з означення, б) твердження, доведення яких здійснюється дедуктивним шляхом, після чого дається формулювання (виокремлено у вигляді таблиці); 3) задачі-теореми – твердження, подані у вигляді задач на доведення, які потім використовуються під час розв'язування інших задач. *Навчання доведенням* має такі *складові*: 1) навчання готовим доведенням та їх відтворенню; 2) навчання самостійному пошуку доведень (за зразком вивчених доведень, за вказаним вчителем методом, за своїм методом); 3) спростування запропонованого доведення.

Методи, форми і засоби навчання, які використовуються для доведення тверджень під час вивчення розділу "Геометричні тіла", ґрунтуються на діяльнісному підході до навчання, за яким на твердження, що необхідно засвоїти, повинна бути спрямована та, чи інша дія учнів та їх увага. Згідно положень синергетики про нелінійний характер розвитку відкритих систем, здатних до самоорганізації, доцільно використовувати такі методи активізації діяльності учнів як мотивація, збудження інтересу та власних сил, стимулювання, співпраця, діалог, зворотній зв'язок, створення проблемних ситуацій, ініціювання власного шляху розвитку. Вони спрямовані на формування аналітичних, проектувальних і конструктивних умінь учнів, здійснення особистісно орієнтованого підходу до навчання учнів доведенням теорем.

В роботі виділено *етапи вивчення теореми*: актуалізація та мотивація; засвоєння змісту теореми і запам'ятовування формулювання; знайомство з ідеєю доведення теореми та її доведенням; застосування теореми та її зв'язок з попередніми теоремами. Під час доведення тверджень доцільно здійснювати всі етапи доведення теорем, застосовуючи синтетичний або аналітико-синтетичний метод. Вправи для етапів доведення теорем повинні забезпечувати засвоєння і відтворення твердження, сприяти самостійному пошуку доведень і спростуванню готових доведень. Запропоновано методи доведення теорем про об'єми і площі поверхонь геометричних тіл. Докладно розглянуто всі етапи доведення теореми про об'єм кулі.

Під час вивчення геометричних тіл розглянуто специфічні конструктивні уміння, а саме уміння розв'язувати конструктивні задачі. Серед яких доцільно виділити: побудову геометричних тіл, побудову перерізів геометричних тіл, побудову комбінацій геометричних тіл. Для розвитку конструктивних умінь учнів великого значення набуває вироблення орієнтовних основ дій, які забезпечують розв'язання відповідних задач. Ефективному розвитку в учнів конструктивних умінь сприяють запропоновані правила-орієнтири побудови зображень многогранників, тіл обертання та комбінацій кулі з

многогранниками; система елементарних вправ на побудову зображень многогранників та тіл обертання; індивідуальні домашні графічні роботи на побудову зображень геометричних тіл, перерізів многогранників, комбінацій геометричних тіл; практичні роботи у програмних засобах GRAN 2D та GRAN 3D; добір доцільних засобів навчання.

Під час навчання учнів розв'язуванню задач необхідно враховувати постнекласичний принцип цілісності, тобто розвивати учня як цілісність, усі його якості й таланти в цілому. Цьому сприяє *система задач різних видів* (в тому числі *усних та визначних* математичних задач) з урахуванням навчальної, розвивальної, виховної та контролюючої функції. Виділено розвивальні задачі, що забезпечують розвиток просторового мислення: задачі на оперування просторовими образами; на перехід від об'ємного образу до плоского і навпаки; на побудову зображень геометричних тіл; усні задачі. На навчання учнів розв'язуванню задач впливають такі *чинники*: загальні вміння звести складну задачу до елементарної; наявність системи задач різних видів; самостійне розв'язування задач; наявність часу для розв'язування достатньої кількості задач; вміння розв'язувати планіметричні задачі, до яких зводяться задачі про геометричні тіла; труднощі розв'язування задачі.

Важливою складовою системного підходу до навчання розв'язуванню задач є методи, форми і засоби розв'язування задач, які залежать від поставлених цілей, складності задачі, етапів її розв'язання. Під час розв'язування задач про геометричні тіла найдоцільніше використовувати метод поступового ускладнення задачі, метод важкого початку, метод евристичних настанов. Для реалізації постнекласичних положень про створення центрів притягання (атракторів), які направляють розвиток відкритої системи, були виділені етапи розв'язання задачі: вивчення задачі; пошук способу розв'язування задачі; розв'язування задачі за знайденим планом; робота над задачею після її розв'язання. У роботі над задачею крім підручника та дошки належить використовувати такі засоби навчання як довідник, що складається кожним учнем, таблиці, схеми, діаграми, малюнки, що проектуються через кодоскоп, моделі геометричних тіл, картини, комп'ютер, тестові програми, педагогічні програмні засоби GRAN тощо. Так, розроблені інструкції до практичних робіт: "Побудова перерізів многогранників" (у GRAN 3D), "Розв'язування задач на утворення поверхонь та тіл обертання" (у GRAN 2D), "Ознайомлення з комбінаціями геометричних тіл" (у GRAN 3D).

Для підвищення ефективності вивчення розділу "Геометричні тіла" розроблено і впроваджено у навчальний процес різні види дидактичних матеріалів: тестові завдання, математичні диктанти, матеріали для проведення практичних, самостійних контрольних робіт; задачі для усного розв'язування; спеціальні картки для роботи з корекції знань учнів на останньому етапі вивчення теми. Крім того, створено програму комп'ютерного тестування Universal Test System. Робота з програмою передбачена як для підсумкового контролю, так і в навчальних цілях для самооцінки учнем власного рівня знань і вмінь. У цьому випадку метою є продемонструвати учню об'єктивну картину його власних досягнень, спрямувати роботу на їх

вдосконалення і в такий спосіб організувати роботу з корекції знань, ліквідації виявлених прогалин. Тести можна використовувати і для повторення в кінці вивчення всього розділу "Геометричні тіла".

Основні положення дисертаційного дослідження перевірялися експериментально протягом 2001 – 2006 років. Експериментальна перевірка ефективності розробленої нами методичної системи вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі здійснювалася у декілька етапів, яким передувало тривале вивчення проблеми на теоретичному рівні, практична робота дисертанта у школі, ліцеї, ВНЗ, на вступних іспитах з математики до ЖДТУ.

Констатуєчий етап експерименту (2001 – 2002) передбачав: вивчення стану проблеми у науковій, психолого-педагогічній, методичній літературі; аналіз змісту розділу "Геометричні тіла" у програмах з математики та порівняльний аналіз різних підходів до вивчення геометричних тіл у підручниках з геометрії для загальноосвітніх шкіл; практичне дослідження, мета якого полягала у встановленні реального рівня знань та умінь учнів з розділу "Геометричні тіла", вивченні типових недоліків та їх причин, виконанні кількісного та якісного аналізу отриманих результатів.

В ході констатуєчого етапу експерименту були поставлені і виконані такі завдання: проаналізовано роботи державної підсумкової атестації з геометрії випускників загальноосвітніх шкіл; вивчено результати вступних іспитів до ВНЗ; проведено і проаналізовано анкетування вчителів; розроблено матеріали для проведення тестування з теми "Геометричні тіла"; розроблено та проведено контрольні роботи з диференційованими за рівнями складності завданнями в 11 класах. Отримані результати дали нам підставу сформулювати гіпотезу і завдання дослідження.

На пошуковому етапі експерименту (2002 – 2004 роки) основними завданнями були: з'ясування різних типів структури змісту розділу "Геометричні тіла" та обґрунтування вибору відповідного типу в залежності від цілей і форм навчання; розробка цілей, форм і методів вивчення розділу "Геометричні тіла"; розробка методичного забезпечення для різних етапів формування понять, доведення тверджень, розвитку конструктивних умінь, навчання учнів розв'язуванню задач; розробка методичних матеріалів для контролю рівня навчальних досягнень учнів; вивчення можливостей використання програмних засобів GRAN при вивченні геометричних тіл, створення комп'ютерної тестової системи контролю навчальних досягнень учнів із основних змістових модулів розділу "Геометричні тіла".

За результатами констатуєчого і пошукового етапів експерименту після проведення тестування учнів 11 класів загальноосвітніх шкіл були виділені дві однорідні вибірки для проведення формуючого етапу експерименту. Одна з вибірок була прийнята за контрольну, друга – за експериментальну. Однорідність вибірок доводиться за допомогою критерію Колмогорова-Смірнова. У експерименті було задіяно 545 учнів, з них в експериментальній групі 289 учнів, у контрольній – 256 учнів.

Метою формуючого етапу експерименту (2005 – 2006 роки) було з'ясувати на практиці ефективність побудованої методичної системи вивчення геометричних тіл, провести аналіз результатів експерименту з використанням методів математичної статистики. Навчання у контрольних класах проводилося за

традиційною методикою. В експериментальних класах застосовувалася методика, розроблена нами, що включає: вибір структури змісту розділу "Геометричні тіла" в залежності від цілей і форм навчання; методичне забезпечення для різних етапів формування понять, доведення тверджень, розвитку конструктивних умінь, навчання учнів розв'язуванню задач; пакет для всіх етапів контролю рівня навчальних досягнень учнів; систему усних задач; методичні вказівки щодо використання програмних засобів GRAN під час вивчення розділу "Геометричні тіла"; тестову комп'ютерну систему для контролю рівня навчальних досягнень учнів з основних змістових модулів розділу.

Аналіз результатів формуючого експерименту здійснювався за допомогою статистичних критеріїв:  $\lambda$ -критерію Колмогорова-Смірнова,  $\varphi^*$ -кутового перетворення Фішера.

Таблиця 1

Розподіли за рівнями навчальних досягнень результатів підсумкової контрольної роботи

Групи	Початковий рівень 1,2,3 бали		Середній рівень 4,5,6 балів		Достатній рівень 7,8,9 балів		Високий рівень 10,11,12 балів	
	кільк.	%	кільк.	%	кільк.	%	кільк.	%
Експериментальна $n_e = 289$	38	13,2	92	31,8	100	34,6	59	20,4
Контрольна $n_k = 256$	48	18,8	104	40,6	65	25,4	39	15,2

Дані порівняльного дослідження свідчать про перевагу експериментальної методики над традиційною. Результати статистичної обробки результатів експерименту підтверджують, що більш високий рівень навчальних досягнень в експериментальних класах у порівнянні з контрольними класами пояснюється впровадженням експериментальної методики. Тим самим підтверджується гіпотеза дослідження. Завдання дослідження виконано, сформульовано висновки, показано їх теоретичне і практичне значення.

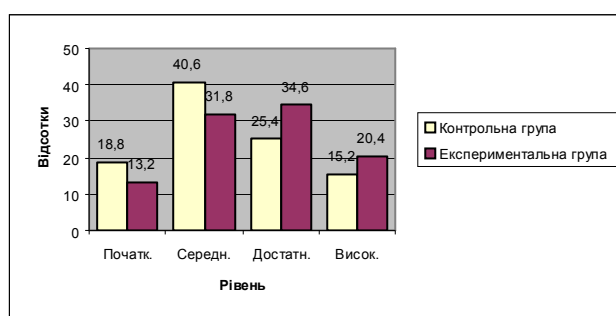


Рис. 1

## ВИСНОВКИ

1. На сучасному етапі переходу системи освіти на якісно новий рівень, що передбачає особистісну орієнтацію навчання, розвиток особистості учня, зростання його самостійності та творчої активності,



вироблення у кожного розуміння необхідності та уміння навчатися впродовж життя, вироблення якостей мислення, необхідних для повноцінного життя і конкурентоспроможності в умовах сучасного суспільства, необхідним є забезпечення засвоєння учнями математичних знань і вмінь, які є складовими загальнолюдської культури. Значну роль у цьому відіграє геометрія, зокрема розділ "Геометричні тіла". Нові цілі, соціальний запит, зміна пріоритетів освіти в інтересах учнів вимагає побудови нової відповідної методичної системи вивчення геометричних тіл.

2. Визначення підходів до побудови і структурування змісту розділу повинно базуватися на аналізі історії розвитку математичної думки про геометричні тіла, систематизації підходів до вивчення геометричних тіл у шкільному курсі різних часів, співставленні та порівнянні цих підходів у програмах і підручниках, виокремленні та порівнянні типів структури змісту розділу "Геометричні тіла", їх систематизації та теоретичному узагальненні.

3. На основі аналізу постнекласичних підходів до навчання та виокремлених психолого-дидактичних умов вивчення геометричних тіл, цілей навчання та змісту розділу, форм, методів і засобів навчання розроблено концепцію вивчення геометричних тіл. Побудовано методичну систему вивчення геометричних тіл, яка орієнтована не лише на засвоєння формально-логічних тверджень, системи математичних знань і вмінь, а й на розвиток пізнавальної самостійності та інтересу, і загалом підвищує рівень навчальних досягнень учнів.

4. Цілі та зміст розділу перебувають у тісному взаємозв'язку. Зважаючи на основні цілі вивчення геометрії, визначені у програмі, потрібно враховувати висунуті нами окремі цілі, які обумовлені новим соціальним замовленням щодо завдань освіти та специфікою розділу "Геометричні тіла". Оскільки зміст реалізує особистісно орієнтовану модель навчання, то необхідно вибирати такий тип структури змісту, який краще забезпечує доступність для учнів, науковість під час введення понять та доведення тверджень, дає змогу розширити підбір задач.

5. Визначальним у вивченні геометричних тіл є перенесення акцентів із збільшення обсягу змісту розділу на вироблення вмінь використовувати матеріал, тобто на розвиток учня. Під час введення понять, доведення теорем, розв'язування задач, розвитку конструктивних умінь необхідно виходити з:

а) слідування запропонованим етапам формування понять і реалізації їх спеціальною системою вправ, що сприяє повному опрацюванню понять та урівноважує процеси введення поняття та його засвоєння, підсилює практичний аспект діяльності учня;

б) урахування класифікації тверджень та методичних підходів до запропонованих нами складових процесу навчання доведенням теорем; методів, форм і засобів навчання, які при цьому використовуються; здійснення алгоритмізації доведення теорем шляхом виділення етапів їх вивчення, забезпечених відповідною системою вправ, що сприяє формуванню навчальної компетентності учнів;

в) підсилення уваги до конструктивних задач, що забезпечується використанням запропонованих форм, методів і засобів розв'язування таких задач, алгоритмів зображення геометричних тіл, їх перерізів та комбінацій, системою вправ;

г) системного підходу до навчання учнів способом розв'язування задач, слідування етапам їх розв'язування та запропонованим формам, методам і засобам для кожного з них, приділення уваги до задач різних видів, використання системи усних задач, задач, які реалізують навчальну, розвивальну, виховну та контролюючу функції, визначних математичних задач.

6. Ефективність запропонованої методичної системи зростає, якщо використовувати засоби інформаційно-комунікаційних технологій, а саме програмні засоби GRAN 2D і GRAN 3D під час проведення практичних робіт на теми: "Перерізи многогранників", "Тіла обертання", "Об'єми", для створення віртуальних моделей комбінацій геометричних тіл, які дають можливість учням з'ясувати взаємне розташування тіл, їх розміри, практично підтвердити як теоретичні відомості, так і висунуті гіпотези.

7. Урахування сучасних вимог до освітнього процесу потребує використання нових підходів до організації контролю навчальних досягнень учнів. Якщо здійснювати контроль у такій послідовності: попередній, поточний, повторний, тематичний, підсумковий, при цьому, використовуючи запропоноване нами методичне забезпечення, то це дасть змогу оцінити успішність навчання та готовність учнів його продовжувати, корегувати та прогнозувати результати навчання, залучати особистість до планування своєї навчальної діяльності. Вдосконаленню системи контролю навчальних досягнень учнів сприяє розроблена нами програма комп'ютерного тестування під час вивчення розділу "Геометричні тіла", яка, окрім діагностики, надає можливості для розвитку і виховання учнів шляхом урізноманітнення способів застосування набутих знань та умінь у різних формах тестових завдань, включення задач з практичним змістом та запитань з історії математики.

8. Експериментальна перевірка основних положень дисертаційного дослідження підтверджує, що практичне застосування запропонованої методичної системи підвищує рівень геометричної підготовки учнів з розділу "Геометричні тіла".

9. Потребують подальшої розробки питання створення методичного посібника для вчителів математики для проектування вивчення розділу "Геометричні тіла" за вибраним типом структури змісту, а також дослідження можливостей застосування побудованої методичної системи для інших сучасних підходів до структурування змісту розділу "Геометричні тіла".

### СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ АВТОРА З ТЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Сверчевська І.А. Застосування золотого перерізу та його узагальнення // Математика в школі. – 2002. – № 3. – С. 45 – 47.

2. Бевз В.Г, Сверчевська І.А. Геометричні тіла у визначних математичних задачах // Математика в школі. – 2002. – № 5. – С. 6 – 9, №6. – С. 11 – 15. (Особистий внесок: автором дисертації підібрано задачний матеріал, який редагувався та доповнювався співавтором)
3. Сверчевська І.А. Історія розвитку математичної думки про геометричні тіла // Наукові записки: Збірник наукових статей Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова / Укл. П.В. Дмитренко, Л.Л. Макаренко.– К.: НПУ, 2002.– Випуск 47.–С. 179-188.
4. Сверчевська І.А. Методичне забезпечення діагностики навчальних досягнень з геометрії в 11 кл. // Математика в школі. – 2003. – № 6. – С. 18 – 24, № 7. – С. 13 – 15.
5. Сверчевська І.А. Еволюція вивчення геометричних тіл у шкільному курсі стереометрії // Вісник Житомирського пед. університету. – 2003. – Вип. 13. – С. 28 – 31.
6. Сверчевська І.А. Методичне забезпечення діагностики навчальних досягнень з теми "Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл" (11 клас) // Математика в школі. – 2004.– № 2.– С. 18–25.
7. Сверчевська І.А. Геометричні тіла у шкільних підручниках XVIII – початку XX століття // Проблеми сучасного підручника: Зб. наук. праць / Ред.кол. – К.: Педагогічна думка, 2004. – Вип. 5. – С. 131 – 137.
8. Сверчевська І.А. Психолого-педагогічні умови підвищення продуктивності вивчення геометричних тіл // Вісник ЖДУ імені Івана Франка. – 2004. – Вип. 19. – С. 213 – 217.
9. Сверчевська І.А. Комп'ютерне тестування при вивченні розділу "Геометричні тіла" // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редкол. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. – 2005. – № 2(9). – С. 255 – 268.
10. Сверчевська І.А. Постнекласичні підходи до навчання математики // Математика в школі. – 2005. – № 5. – С. 8 – 11.
11. Сверчевська І.А. Компетентісний підхід до навчання учнів доведенням тверджень про геометричні тіла // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка. – 2005. – Випуск 25. – С. 213 – 215.
12. Сверчевская И.А. Устные задачи по теме "Призма" // Математика в школе. – 2002.–№ 9. – С. 51 – 55.
13. Сверчевская И.А. Устные задачи по теме "Пирамида" // Математика в школе. – 2003. – № 4. – С. 23 – 28.
14. Сверчевская И.А. Устные задачи по теме "Тела вращения. Площадь поверхности" // Математика в школе. – 2003. – № 9. – С. 11 – 16.
15. Сверчевская И.А. Устные задачи по теме "Объемы многогранников" // Математика в школе. – 2004. – № 8. – С. 2 – 7.
16. Сверчевская И.А. Устные задачи по теме "Объемы тел вращения. Площадь сферы" // Математика в школе. – 2005. – № 3. – С. 5 – 11.

17. Сверчевська І.А. Естетика уроків стереометрії в умовах диференційованого навчання // Нац. освіта: традиції і новації у контексті ідей Івана Огієнка: Зб. наук. праць / За ред. проф. М.В. Левківського. – Київ – Житомир: ЖДПУ, 2002. – С. 181 – 183.
18. Сверчевська І.А. Підходи до вивчення геометричних тіл у педагогічній спадщині О.М. Астряба // Тези Всеукраїнської науково-практичної конференції "Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики" (6 жовтня 2004 р.). – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – С. 157 – 158.
19. Сверчевська І.А. Психолого-педагогічні умови вивчення геометричних тіл // Освітні інноваційні технології у процесі викладання навчальних дисциплін: Зб. наук.-метод. праць / За ред. О.А. Дубасенюк. – Житомир: Вид-во ЖДУ, 2004. – С. 210 – 214.
20. Сверчевська І.А. Технологія формування понять на уроках стереометрії у загальноосвітній школі // Перспективні педагогічні технології в системі неперервної освіти. Матеріали Всеукраїнської науково-пошукової конференції. У 2-х ч. / За ред. І.Г. Єрмакова, С.В. Рудаківської. Частина друга. – К.: КиМУ, 2005. – С. 429 – 434.
21. Сверчевська І.А. Різні види тестування при вивченні розділу "Геометричні тіла" // Тезиси докладов міжнародної науково-методической конференції "Евристичне навчання математики" (15 – 17 листопада 2005 г.) Донецьк: Из-во ДонНУ, 2005. – С. 352 – 353.
22. Сверчевська І.А. Еволюція вивчення геометричних тіл у шкільному курсі стереометрії // Математика. – 2003. – № 20. – С. 5 – 11.
23. Збірник тестових завдань з математики для абітурієнтів / В.І. Беспальчук, А.В. Прус, І.А. Сверчевська та ін.; За заг. ред. В.В. Михайленка. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 196 с. (Особистий внесок: автором дисертації розроблено половину задачного матеріалу розділу "Стереометрія. Задачі на обчислення".)

## АНОТАЦІЯ

**Сверчевська І.А. Методична система вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук за спеціальністю 13.00.02. – теорія та методика навчання математики. – Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова. Київ, 2007.

У дисертації побудована, теоретично обґрунтована та експериментально перевірена методична система вивчення геометричних тіл. В результаті проведеного аналізу виявлено основні підходи до подання матеріалу розділу "Геометричні тіла" у підручниках та шкільних програмах з математики. Розроблено концепцію вивчення геометричних тіл на основі виділених внутрішніх та зовнішніх психолого-дидактичних умов їх вивчення та постнекласичних підходів до навчання. Виділено окремі цілі вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі, визначено типи структури змісту розділу "Геометричні тіла", зроблено їх порівняльну характеристику та введено компоненти цієї структури.

Розроблено методичне забезпечення для різних етапів формування понять, доведення тверджень, розвитку конструктивних умінь, навчання учнів розв'язуванню задач; пакет для всіх етапів контролю навчальних досягнень учнів; систему усних задач різних видів; методичні вказівки щодо використання програмних засобів GRAN; тестову комп'ютерну систему для контролю навчальних досягнень учнів з основних змістових модулів розділу. Запропоновано педагогічний інструментарій навчання, який забезпечує вивчення геометричних тіл. Експериментально підтверджено, що вивчення геометричних тіл у старшій школі, організоване на основі розробленої концепції та комплексного використання компонентів побудованої методичної системи, підвищує рівень геометричної підготовки учнів.

**Ключові слова:** методична система вивчення геометричних тіл, концепція, психолого-дидактичні умови, окремі цілі, типи і компоненти структури змісту, методичне забезпечення, тестова комп'ютерна система, педагогічний інструментарій.

## АННОТАЦИЯ

**Сверчевская И.А. Методическая система изучения геометрических тел в общеобразовательной школе. – Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук по специальности 13.00.02. – теория и методика обучения математике. – Национальный педагогический университет имени М.П. Драгоманова. Киев, 2007.

В диссертации построена, теоретически обоснована и экспериментально проверенна методическая система изучения геометрических тел. В результате проведенного анализа систематизированы исторические факты развития математической мысли о геометрических телах и выделены этапы их изучения в школьном курсе математики, составлена сводная таблица этапов изменений в программах по математике в разделе "Геометрические тела". Проведенный анализ различных подходов к изучению

геометрических тел в учебниках по геометрии 1855 – 2003 годов дал возможность выполнить схематизацию структуры содержания раздела "Геометрические тела", сделать вывод о существовании двух основных типов структуры содержания, которые на современном этапе усовершенствовались в три новых типа структуры. Обоснована необходимость выбирать для классов разных профилей такой тип структуры содержания, который обеспечивает доступность, научность при введении понятий и доказательстве утверждений, дает возможность расширить круг задач.

В контексте педагогического исследования процесс изучения геометрических тел рассматривается как целенаправленное динамическое взаимодействие учителя и учеников, результатом которого является развитие учащихся, усвоение ими системы знаний о свойствах многогранников и тел вращения, определении площадей их поверхностей и объемов, выработка у учеников умений и навыков доказательства утверждений, решения задач, построения изображений геометрических тел на плоскости и их практического применения.

Исходя из целей и задач исследования, анализа психолого-педагогической литературы, введено понятие "психолого-дидактические условия изучения геометрических тел", выделены внутренние и внешние психолого-дидактические условия. В результате анализа методологических основ исследования, психолого-дидактических условий изучения геометрических тел, целей обучения и содержания раздела, методов, форм и средств обучения разработана концепция изучения геометрических тел.

Сделан вывод, что основой построения методической системы изучения геометрических тел являются результаты анализа изучения геометрических тел в школьном курсе математики, выделенные внутренние и внешние психолого-дидактические условия изучения геометрических тел и разработанная концепция их изучения. Построение методической системы рассматривается как целеположение изучения геометрических тел и структурирование содержания раздела, разработка педагогического инструментария, выделение методических особенностей формирования понятий, доказательств теорем, решения стереометрических задач и развития конструктивных умений учащихся.

Исходя из основных и частных целей обучения математике, определенных концепцией математического образования 12-летней школы и программами по математике, возрастных особенностей старшеклассников выделены отдельные цели изучения геометрических тел, которые определяются спецификой этого раздела. На основе постнеклассического принципа целостности и целей изучения геометрических тел, типов структурирования материала для классов определенных профилей выделены компоненты структуры содержания: система содержательных модулей, порядковый компонент, основной учебный материал, дополнительный учебный материал, аппарат контроля учебных достижений учащихся.

При рассмотрении методических особенностей изучения геометрических тел концентрируется внимание на методике формирования понятий, доказательстве утверждений, развитии конструктивных умений, на обучении учеников решению стереометрических задач. Определены два подхода к введению понятий раздела "Геометрические тела", выделены структурные этапы процесса формирования понятий,

которые имеют соответствующие методические составляющие. Представлены упражнения для их реализации. Все утверждения о геометрических телах разделены на три класса: теоремы, неявные теоремы, задачи-теоремы. Названы составляющие процесса обучения доказательствам и этапы изучения теоремы, приведены примеры упражнений для разных этапов доказательства ряда выделенных теорем, обоснованы методы доказательства формул для объемов геометрических тел и площадей их поверхностей.

Для развития конструктивных умений учеников выделены конструктивные задачи на построение геометрических тел, построение сечений многогранников, построение комбинаций геометрических тел. Разработаны правила-ориентиры построения изображений многогранников, тел вращения и комбинаций шара с многогранниками, а также система упражнений, индивидуальные графические работы. В работе обоснована необходимость осуществления системного подхода при обучении учеников решению задач. Разработана система задач разных видов (в том числе устных и замечательных математических задач), которые учитывают обучающую, развивающую, воспитательную и контролирующую функции. Обоснована необходимость выделения этапов решения задачи, которые направляют деятельность ученика, рассмотрены формы, методы и средства обучения решению задач.

Экспериментально доказано, что эффективность предложенной методической системы повышается, если использовать средства информационно-коммуникационных технологий. Предложены инструкции для практических работ: "Построение сечений многогранников" (в GRAN 3D), "Решение задач на образование поверхностей и тел вращения" (в GRAN 2D), "Ознакомление с комбинациями геометрических тел" (в GRAN 3D). Разработано методическое обеспечение для контроля учебных достижений учеников по разделу "Геометрические тела". Создана программа компьютерного тестирования для всех содержательных модулей этого раздела, которая дает возможность для развития и воспитания учеников путем разнообразия способов применения полученных знаний и умений в разных формах тестовых заданий, включения задач с практическим содержанием и вопросов по истории математики.

Экспериментально подтверждено, что изучение геометрических тел в старшей школе, организованное на основе разработанной концепции и комплексного использования компонентов построенной методической системы, повышает уровень геометрической подготовки учеников.

**Ключевые слова:** методическая система изучения геометрических тел, концепция, психолого-дидактические условия, отдельные цели, типы и компоненты структуры содержания, методическое обеспечение, тестовая компьютерная система, педагогический инструментарий.

## ANNOTATION

### **I. Sverchevska. Methodical system of studying geometric solids in comprehensive school. – Manuscript.**

Dissertation thesis of gaining a scientific degree of the candidate of pedagogical sciences (specialization 13.00.02) – theory and methods of studying mathematics. National Pedagogical University. Kiev, 2007.

The author of the dissertation has constructed, theoretically proved and experimentally tested the methodical system of studying geometric solids. As a result the dissertation detects the main approaches to presentation of the

"Geometric Solids" section in textbooks and school programs of mathematics. The author has specified didactical and psychological conditions of studying geometric solids, worked out the conception and selected separate aims of geometric solids studies in comprehensive school. The dissertation determinates structural types of contents of the "Geometric Solids" section, makes their comparative characteristic and represents the components of this structure.

The author has designed the methodical system for different stages of the formation of conceptions, the evidence of statements, the development of constructive skills, teaching pupils to solve mathematical problems; resource pack of all stages of achievements control for pupils of all levels; the system of oral tasks of different types; methodical instructions for using the GRAN application program; the computer test system for pupils' achievements studying in the main modules of the section. The dissertation advises the instruments of studies, which provide studying geometric solids. The experiments accepted the studying geometric solids in senior school, which is organized on the basis of the designed conception and complex using of components of the constructed methodical system, increases the geometrical knowledge of pupils.

**Clue words (terms):** methodical system of studying geometric solids, conception, didactical and psychological conditions, separate aims, types and components of the contents structure, methodical maintenance, computer testing system, pedagogical instruments.